SCC 503 - ALGORITMOS E ESTRUTURAS DE DADOS II

Grafos - Mais Conceitos e Lista Ligada

Prof.: Leonardo Tórtoro Pereira
leonardop@usp.br

*Material baseado em aulas dos professores: Elaine Parros Machado de Souza, Gustavo Batista, Robson Cordeiro, Moacir Ponti Jr., Maria Cristina Oliveira e Cristina Ciferri.

Antes de tudo, uma breve revisão

Características da Matriz de Ajdacência

Características - Matriz de Adjacência

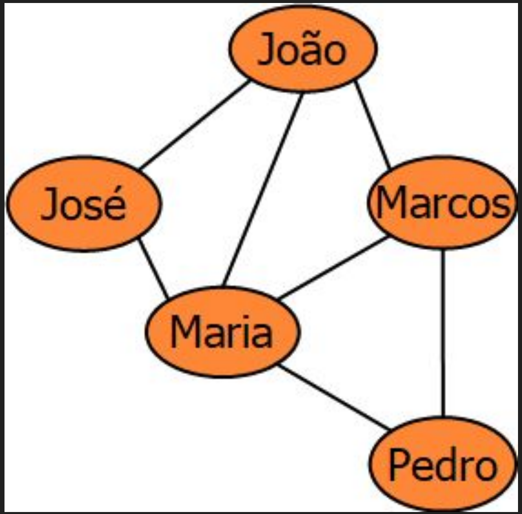
- Para que categoria de grafo usar?
  - Grafos densos, onde |A| é próximo de $|V|^2$
- Tempo necessário para acessar um elemento é independente de |V| e |A|
  - O(1)
- Muito útil para algoritmos que precisam saber com rapidez se...
  - Existe uma aresta ligando dois vértices.

Características - Matriz de Adjacência

- Desvantagem:
  - Espaço
    - $O(|V|^2)$
  - Ler ou percorrer a matriz
    - Complexidade de tempo $O(|V|^2)$.
- Matriz é simétrica para grafos não direcionados
  - Cerca de metade do espaço pode ser economizado representando a matriz triangular superior ou inferior.

Mais Definições

Definições



- Exemplo de Grafo
  - Rede social de amizade
    - Cada vértice é uma pessoa
    - Cada aresta representa uma amizade entre pessoas

Definições

- Se eu sou seu amigo, isso significa que você é meu amigo?
  - Se aresta (x,y) sempre implica em (y,x)
    - Grafo não-direcionado
  - Caso contrário
    - Grafo direcionado (dígrafo).
  - Como seria um grafo sobre “ouviu falar de”?

Definições

- Eu sou amigo de mim mesmo?
  - Aresta (x,x)
    - Laço ou self-loop.
- Eu posso ser seu amigo diversas vezes?
  - Relação modelada com arestas múltiplas ou paralelas.

Dígrafo

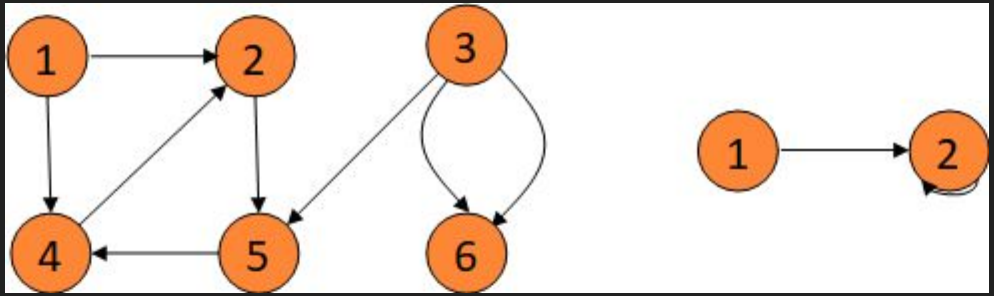
Dígrafo

- Um **grafo direcionado (grafo orientado ou Dígrafo)** G é um par (V,A), em que:
  - V é um conjunto finito de vértices
  - A é uma relação binária ordenada em V
- Uma aresta (*u*,*v*) sai do vértice u (origem) e chega no vértice v (destino)
  - O vértice *v* é adjacente ao vértice *u*

  - A existência de (*u*,*v*) não implica a existência de (*v*,*u*)

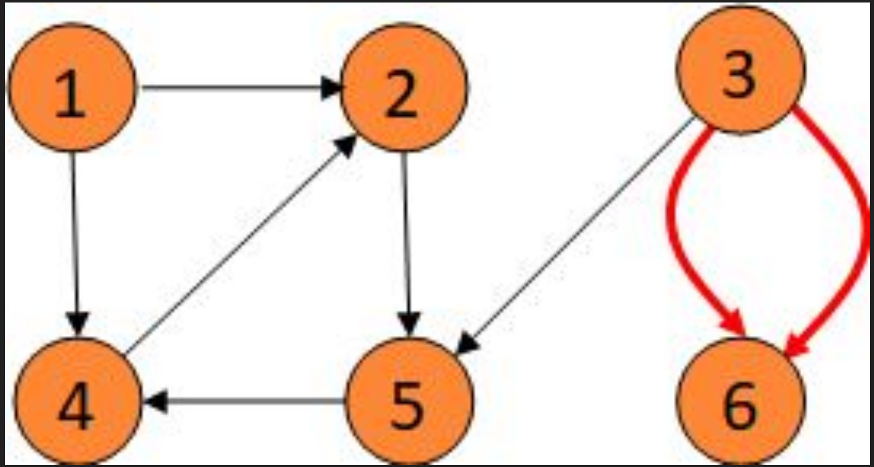
Dígrafo

- Podem existir arestas de um vértice para ele mesmo
  - Self-loops.
- Arestas múltiplas:
  - Arestas com mesma origem e mesmo destino



Dígrafo

- G =(V,A)
  - V = {1,2,3,4,5,6} e
  - A = {(1,2),(1,4),(2,5),(4,2),(5,4),(3,5),(3,6), (3,6)}



Dígrafo

- G = (V,A)
  - V = (1,2) e
  - A = {(1,2),(2,2)}

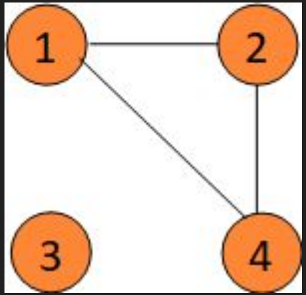
Grafo (Não Direcionado)

Grafo

- ➔ Um grafo não direcionado G é um par (V,A), em que o conjunto de arestas A é constituído de pares de vértices não ordenados
- ➔ Os pares (u,v) e (v,u) são considerados como uma única aresta
- ➔ A relação de adjacência é simétrica

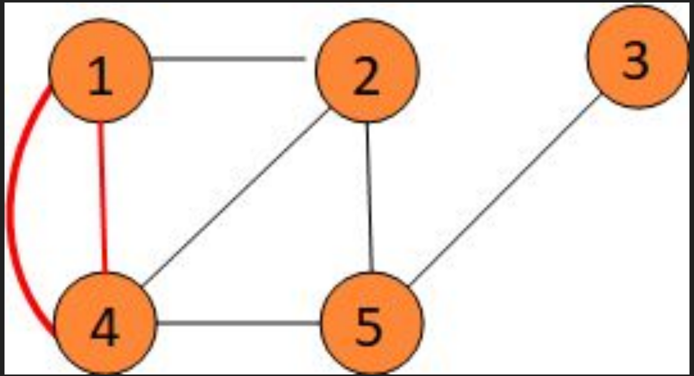
Grafo

- $G = (V,A)$
  - $V = \{1, 2, 3, 4\}$
  - $A = \{(1,2),(1,4),(2,4)\}$



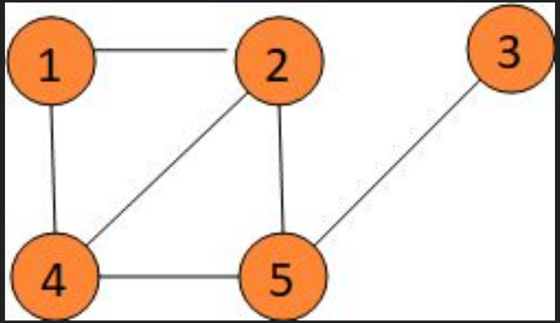
Grafo

- Grafo com arestas múltiplas: G =(V,A)
  - V = {1,2,3,4,5}
  - A = {(1,2), (1,4), (1,4),(2,5),(4,2),(5,4),(3,5)}



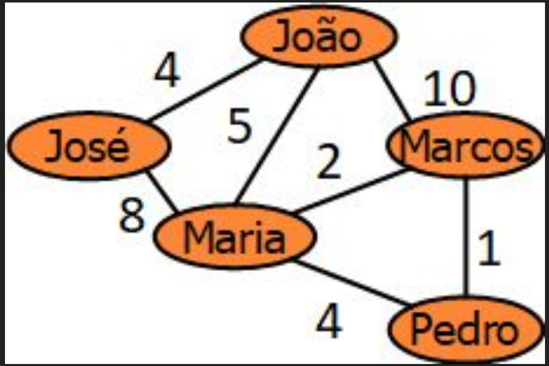
Grafo

- Grafo simples
  - Não possui laços nem arestas múltiplas.
- G = (V,A)
  - V = {1,2,3,4,5} e
  - A = {(1,2),(1,4),(2,5),(4,2),(5,4),(3,5)}



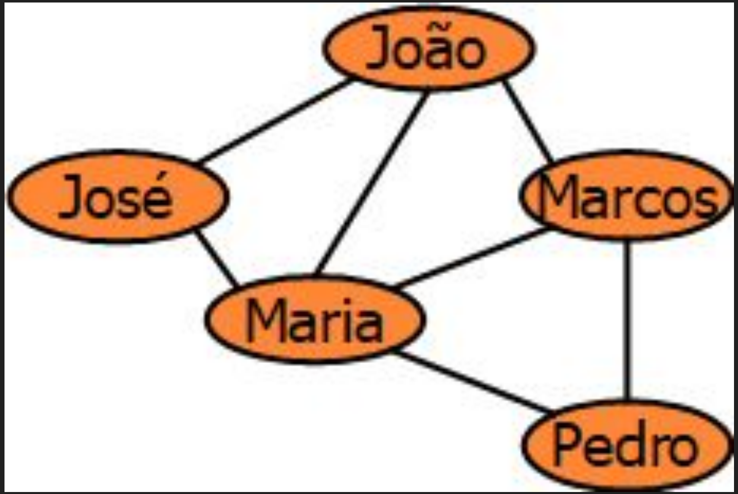
Grafo

- O quanto você é meu amigo?
  - Grafo ponderado
    - As arestas possuem um peso (valor numérico) associado



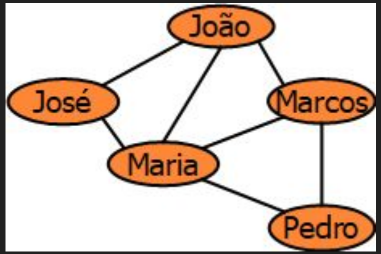
Grafo

- Grafo não ponderado
  - Todas as arestas possuem um mesmo peso.



Grau de um Vértice

Grafo



- Quem possui mais (ou menos) amigos?
  - Quantidade de relacionamentos (conexões)
  - Grau do vértice
    - Número de vértices adjacentes a ele.
    - Pessoa mais popular tem o vértice de maior grau do grafo.
    - Vértices de grau zero?

Grafo

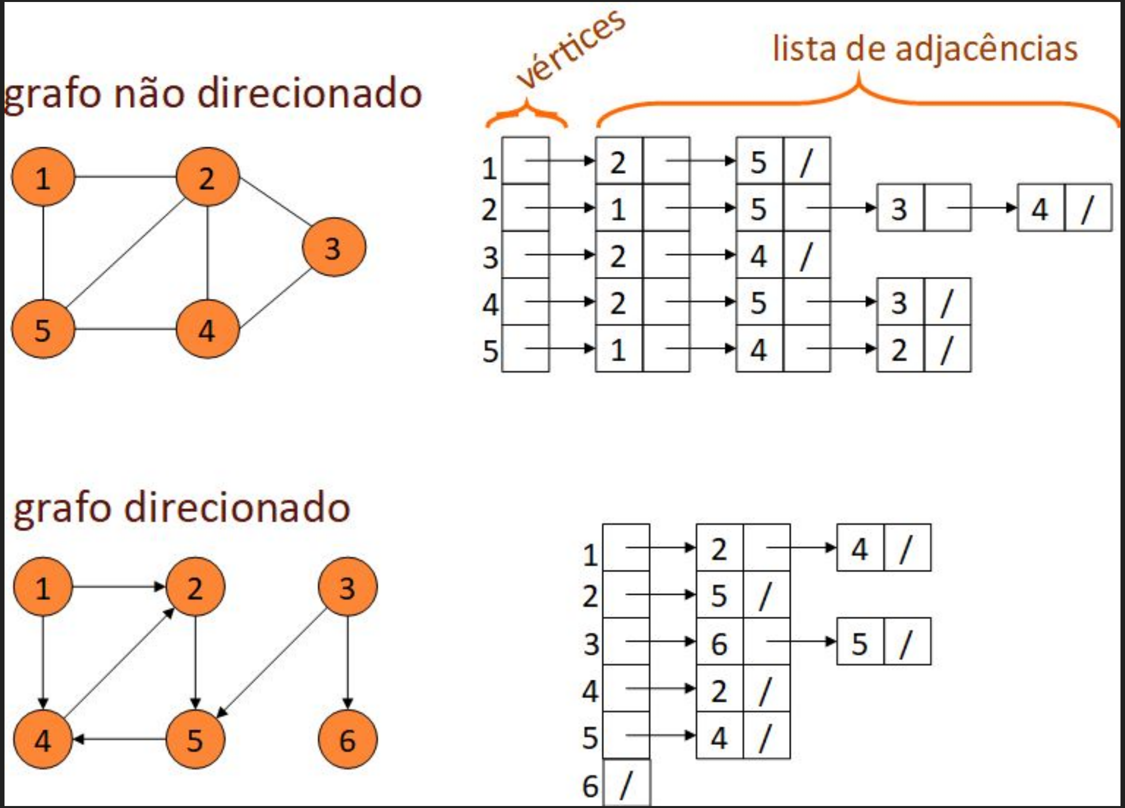
- Antes de implementarmos o grau...
- Vamos fazer a implementação de grafo como lista de adjacências!
- Assim podemos adicionar essa funcionalidade posteriormente para todas as representações :)

Lista de Adjacência

Lista de Adjacências

- Cada linha da matriz de adjacências é representada por uma lista ligada.
- Nós na lista u representam os vértices que são adjacentes ao vértice u.
- Cada lista ligada possui um nó cabeça.
- Nós cabeça organizados sequencialmente
  - Acesso rápido a qualquer lista ligada.

Lista de Adjacências

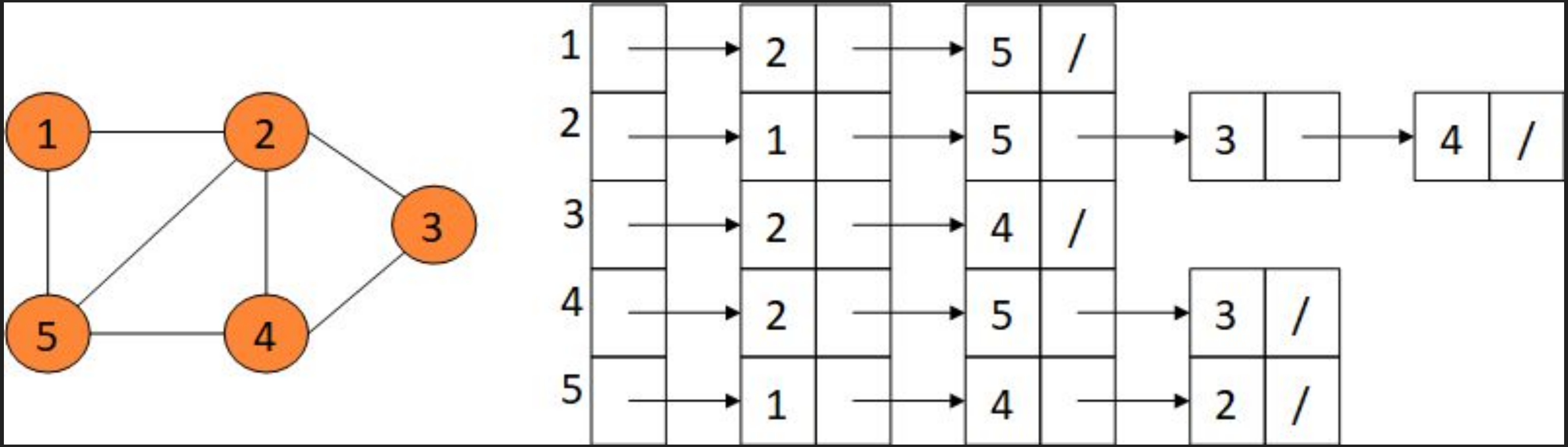


Lista de Adjacências

- Vértices em geral armazenados em uma ordem arbitrária.
- Complexidade de espaço $O(|V|+|A|)$
- Indicada para grafos esparsos
  - $|A|$ é muito menor do que $|V|^2$

Lista de Adjacências

- Complexidade para determinar se existe uma aresta entre o vértice v e o vértice u?
  - O(|grau(v)|)

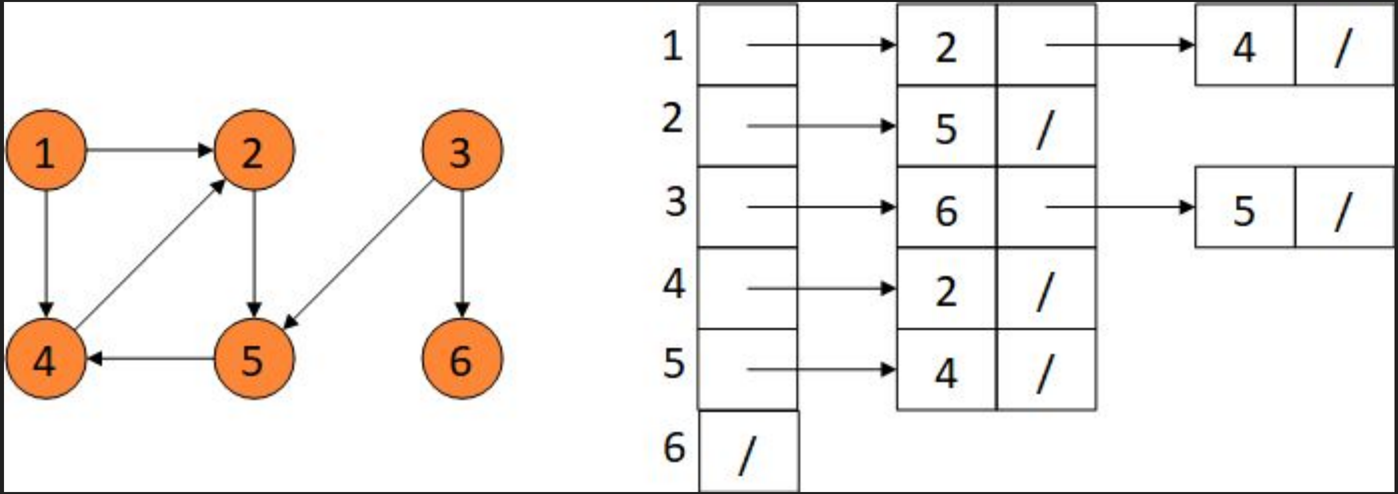


Lista de Adjacências

- Complexidade para determinar se existe uma aresta entre o vértice v e o vértice u?
  - O(|grau(v)|)
  - grafos não direcionados
    - Grau(v) = grau do vértice v
  - grafos direcionados
    - Grau(v) = grau de saída do vértice v
  - Grau(v) ~= |V| para vértices com muitas arestas

Lista de Adjacências

- Grafos direcionados
  - Como determinar o grau de entrada de um vértice v?
  - Requer percorrer toda a estrutura do grafo



Vamos Programar

Referências

- WIRTH,N. Algorithms and Data Structures, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1986.
- CORMEN, H.T.; LEISERSON, C.E.; RIVEST, R.L. Introduction to Algorithms, MIT Press, McGraw-Hill, 1999.
- ZIVIANI, N. Projeto de Algoritmos, Thomson, 2a. Edição, 2004.
- SZWARCFITER,J.L. Grafos e Algoritmos Computacionais. Editora Campus, 1983.