Cálculo

A Derivada

Vimos que o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico y = f(x) no ponto $(x_o, f(x_o))$ é dada por:

$$k = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o)}{\Delta x}$$

se o limite existe.

Defini-se a derivada de uma função y = f(x) como sendo uma função f´(x), tal que seu valor em todo domínio de f(x) seja dado por:

$$\boxed{f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}}$$

se o limite existir.

Se x_o for um número no domínio de f(x), então $f'(x_o) = k$.

Outras notações: $f'(x) = y' = D_x[f(x)] = \frac{dy}{dx}$.

Técnicas de Derivação

a) <u>Teorema 1</u> – "A derivada de uma constante é igual a zero." c´ = *0*.

b) <u>Teorema 2</u> – Se n é um número real, $(x^n)' = nx^{n-1}$.

Sejam as funções *u = f(x)* e *v = g(x)*

c) <u>Teorema 3</u> – Regra da constante multiplicada por uma função de x: *(cv)´ = cv´*

e) <u>Teorema 4</u> – Regra da soma: *(u + v)´ = u´+ v´*

f) <u>Teorema 5</u> – Regra do produto: *(u.v)´ = uv´+ u´v*

g) <u>Teorema 6</u> – Regra do Quociente: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

<u>A Regra da Cadeia</u>:

Seja *y = f(u)*, onde *u = f(x)*. assim: $y' = f'(u).u'$

Exercícios:

I. Fazendo uso dos teoremas de 1 a 6 e da Regra da Cadeia, ache a derivada das funções:

$1) f(x) = 2x \quad 2) f(x) = 4x - 1 \quad 3) f(x) = x^3 - 3x^4 + 7$

$4) f(x) = \frac{1}{3}x^3 \quad 5) f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x^2} \quad 6) f(x) = \frac{x}{2+x}$

$7) f(x) = (2x^2 + 5)x \quad 8) f(x) = (2x^2 - 1)(3x^2 + 6x)$

$9) f(x) = \frac{2x-1}{x+3} \quad 10) f(x) = \sqrt{x+2} \quad 11) f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2x}$

$12) f(x) = 7x\sqrt[3]{x^2 + x} \quad 13) f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad 14) f(x) = \frac{1}{x} - 3x^2 + \frac{x^3}{2}$

$15) f(x) = (x^3 + 2x)^2 (x+4)^3 \quad 16) f(x) = \frac{(x^2 + x)^2}{(x^3 + 3)}$

II. Encontre f ´(x) das funções:

$1) f(x) = (7x + 3)^3$

$2) f(x) = 3x^2 + 4$

$3) f(x) = 4x^2 - 5x$

$4) f(x) = x^3$

$5) f(x) = (8 - 5x)^{3/4}$

$6) f(x) = 4 + 2x^2$

$7) f(x) = (6 - 3x - x^2)^{7/5}$

$8) f(x) = \sqrt{x^4 + 3x^3 - 5x}$

$9) f(x) = \frac{2x+3}{3x-2}$

$10) f(x) = \frac{x}{x-1}$

<u>Faça mais:</u>

Larson-Hostetler-Edwards – Cálculo com Aplicações – 4ª edição, Ed. LTC, pág. 92 a 94.