Relatório sobre Funções de Pertinência

Doutorado CEFET

April 22, 2025

1 Introdução

Este relatório apresenta as funções de pertinência implementadas no notebook `pertinencia.ipynb`. As funções de pertinência são amplamente utilizadas em lógica fuzzy para representar graus de pertencimento de elementos a conjuntos fuzzy.

2 Funções de Pertinência

A seguir, descrevemos as funções de pertinência implementadas:

2.1 Função Triangular

A função triangular é definida por três parâmetros (a, b, c), onde:

- a é o ponto inicial onde a pertinência começa a aumentar;
- b é o ponto onde a pertinência atinge o valor máximo (1);
- c é o ponto final onde a pertinência retorna a 0.

A fórmula é dada por:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{se } b \leq x < c, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Esta função é útil para modelar transições lineares simples.

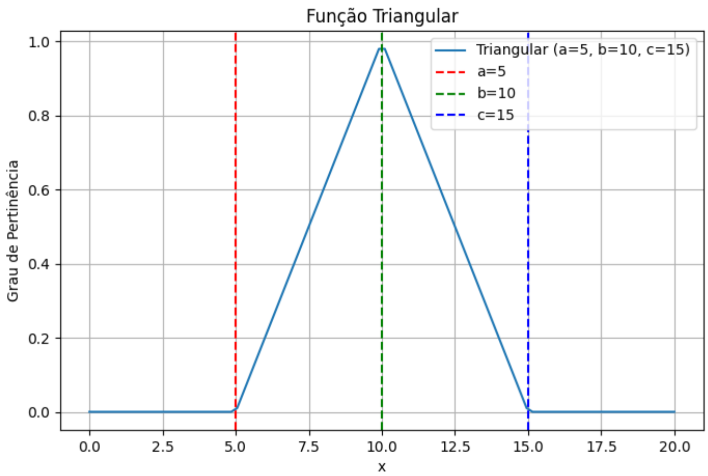

Figure 1: Exemplo de função triangular com $a = 5$, $b = 10$, $c = 15$.

2.2 Função Trapezoidal

A função trapezoidal é definida por quatro parâmetros (a, b, c, d), onde:

- a e d são os pontos onde a pertinência é 0;
- b e c definem a região onde a pertinência é 1.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b, \\ 1, & \text{se } b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{se } c < x \leq d, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Esta função é ideal para modelar transições suaves com uma região plana.

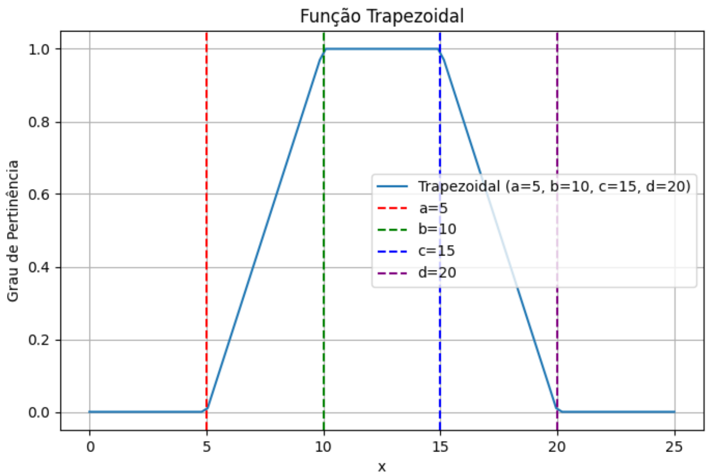

Figure 2: Exemplo de função trapezoidal com $a = 5$, $b = 10$, $c = 15$, $d = 20$.

2.3 Função Gaussiana

A função gaussiana é definida por dois parâmetros (c, σ), onde:

- c é o centro da curva, onde a pertinência é máxima (1);
- σ controla a largura da curva.

A fórmula é:

$$\mu(x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2}.$$

Esta função é amplamente utilizada devido à sua suavidade e simetria.

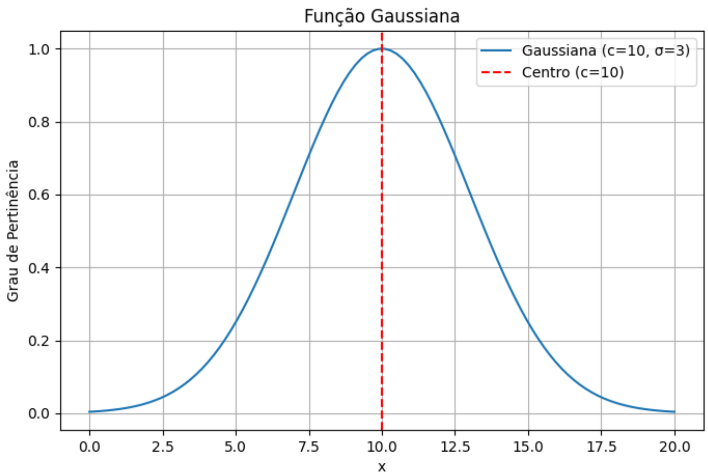

Figure 3: Exemplo de função gaussiana com $c = 10$, $\sigma = 3$.

2.4 Função Sigmoidal

A função sigmoidal é definida por dois parâmetros (a, c), onde:

- a controla a inclinação da curva;
- c é o ponto central onde a pertinência é 0.5.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}.$$

Esta função é útil para modelar transições suaves e contínuas.

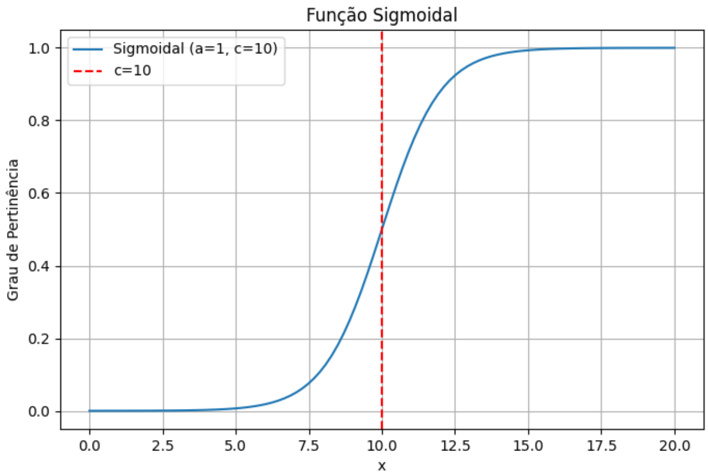

Figure 4: Exemplo de função sigmoidal com $a = 1$, $c = 10$.

2.5 Função Z

A função Z é definida por dois parâmetros (a, b), onde:

- a é o ponto onde a pertinência começa a diminuir;
- b é o ponto onde a pertinência atinge 0.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq a, \\ 1 - 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2, & \text{se } a < x < b, \\ 0, & \text{se } x \geq b. \end{cases}$$

Esta função é usada para modelar transições decrescentes suaves.

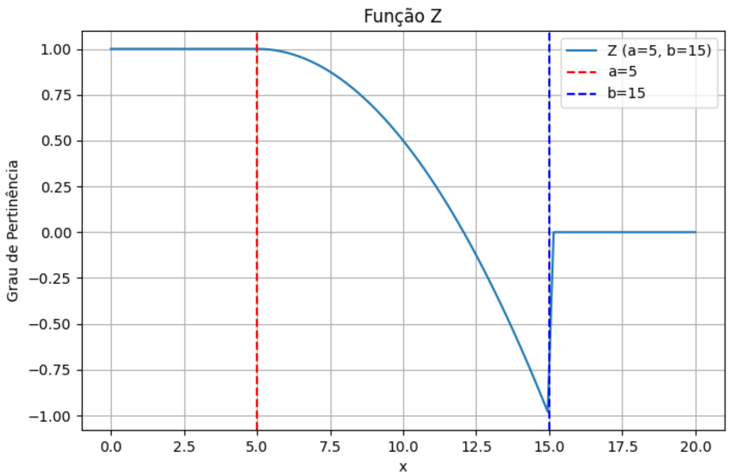

Figure 5: Exemplo de função Z com $a = 5$, $b = 15$.

2.6 Função S

A função S é definida por dois parâmetros (a, b), onde:

- a é o ponto onde a pertinência começa a aumentar;
- b é o ponto onde a pertinência atinge 1.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a, \\ 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2, & \text{se } a < x < b, \\ 1, & \text{se } x \geq b. \end{cases}$$

Esta função é usada para modelar transições crescentes suaves.

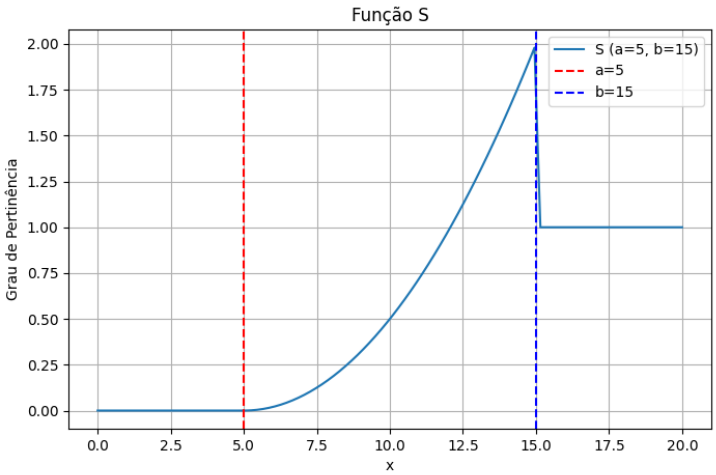

Figure 6: Exemplo de função S com $a = 5$, $b = 15$.

2.7 Função Pi

A função Pi combina as funções S e Z, sendo definida por três parâmetros (a, b, c):

- a e c definem os pontos de transição inicial e final;
- b é o ponto central onde a pertinência é máxima.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \begin{cases} \mathrm{S}(x, a, b), & \text{se } x < b, \\ \mathrm{Z}(x, b, c), & \text{se } x \geq b. \end{cases}$$

Esta função é útil para modelar transições suaves em ambos os lados.

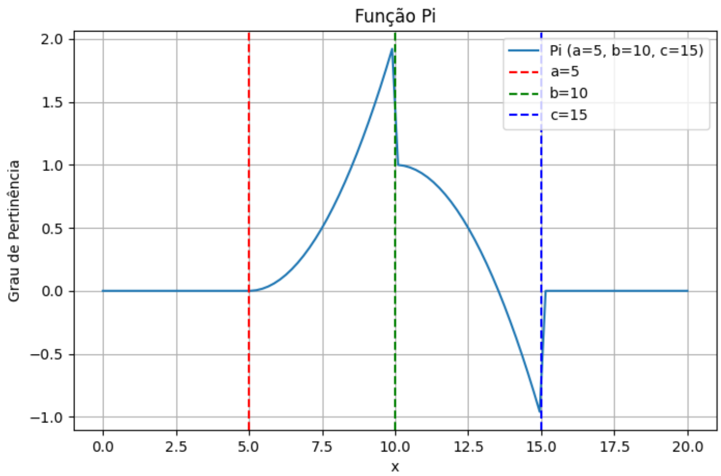

Figure 7: Exemplo de função Pi com $a = 5$, $b = 10$, $c = 15$.

2.8 Função Bell

A função Bell é definida por três parâmetros (a, b, c), onde:

- a controla a largura da curva;
- b controla a inclinação;
- c é o centro da curva.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}.$$

Esta função é usada para modelar curvas suaves e simétricas.

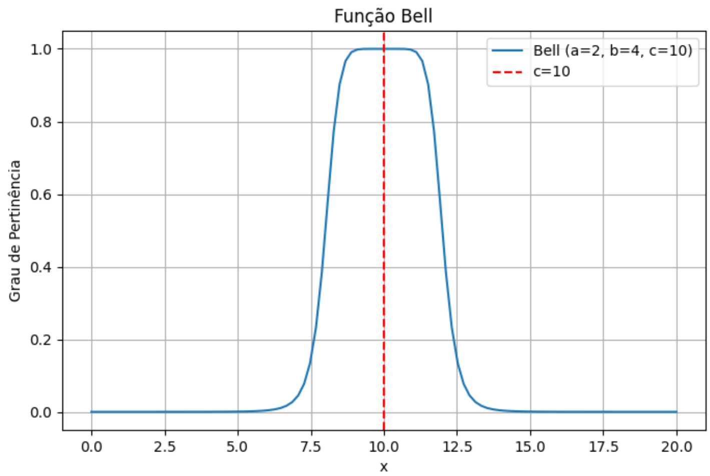

Figure 8: Exemplo de função Bell com $a = 2$, $b = 4$, $c = 10$.

2.9 Função Singleton

A função Singleton é definida por um parâmetro c, onde:

- c é o ponto onde a pertinência é 1.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x = c, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Esta função é usada para representar valores exatos.

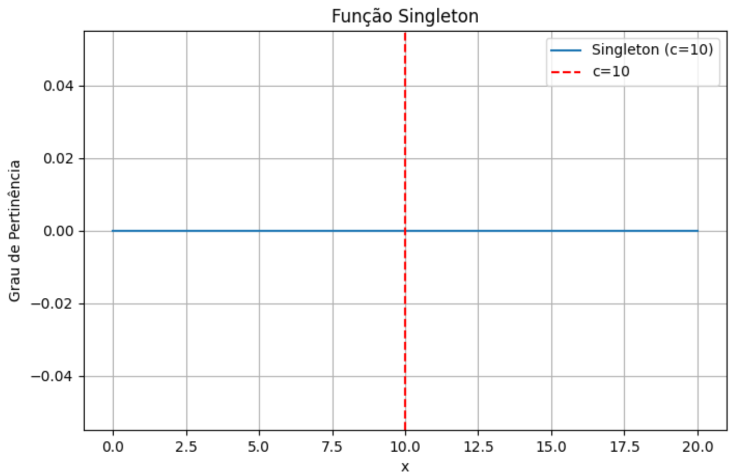

Figure 9: Exemplo de função Singleton com $c = 10$.

2.10 Função Linear

A função Linear é definida por dois parâmetros (a, b), onde:

- a é o ponto onde a pertinência começa a aumentar;
- b é o ponto onde a pertinência atinge 1.

A fórmula é:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a < x < b, \\ 1, & \text{se } x \geq b. \end{cases}$$

Esta função é útil para modelar transições lineares crescentes.

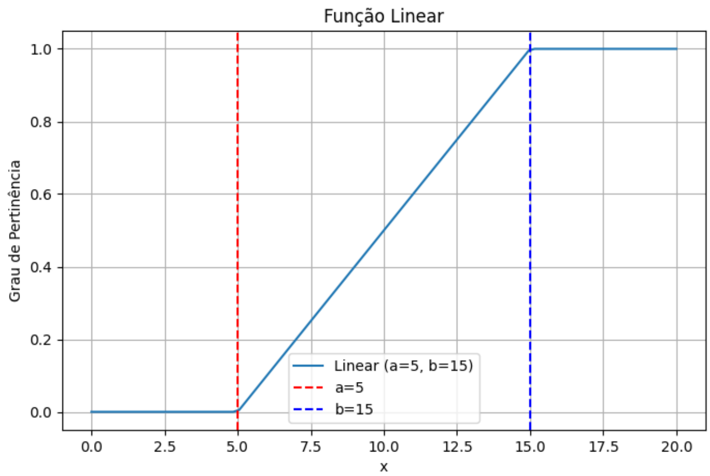

Figure 10: Exemplo de função Linear com $a = 5$, $b = 15$.

3 Conclusão

As funções de pertinência descritas neste relatório são ferramentas fundamentais para modelagem em lógica fuzzy. Cada função possui características específicas que as tornam adequadas para diferentes aplicações.