



# Diseño de Sistemas de Radar

## Radar: Procesamiento Digital

Universidad Nacional de Tucumán

Diplomado sobre Telecomunicaciones y Sensado Remoto por Ondas de Radio

Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería

Octubre 2021





# Temario

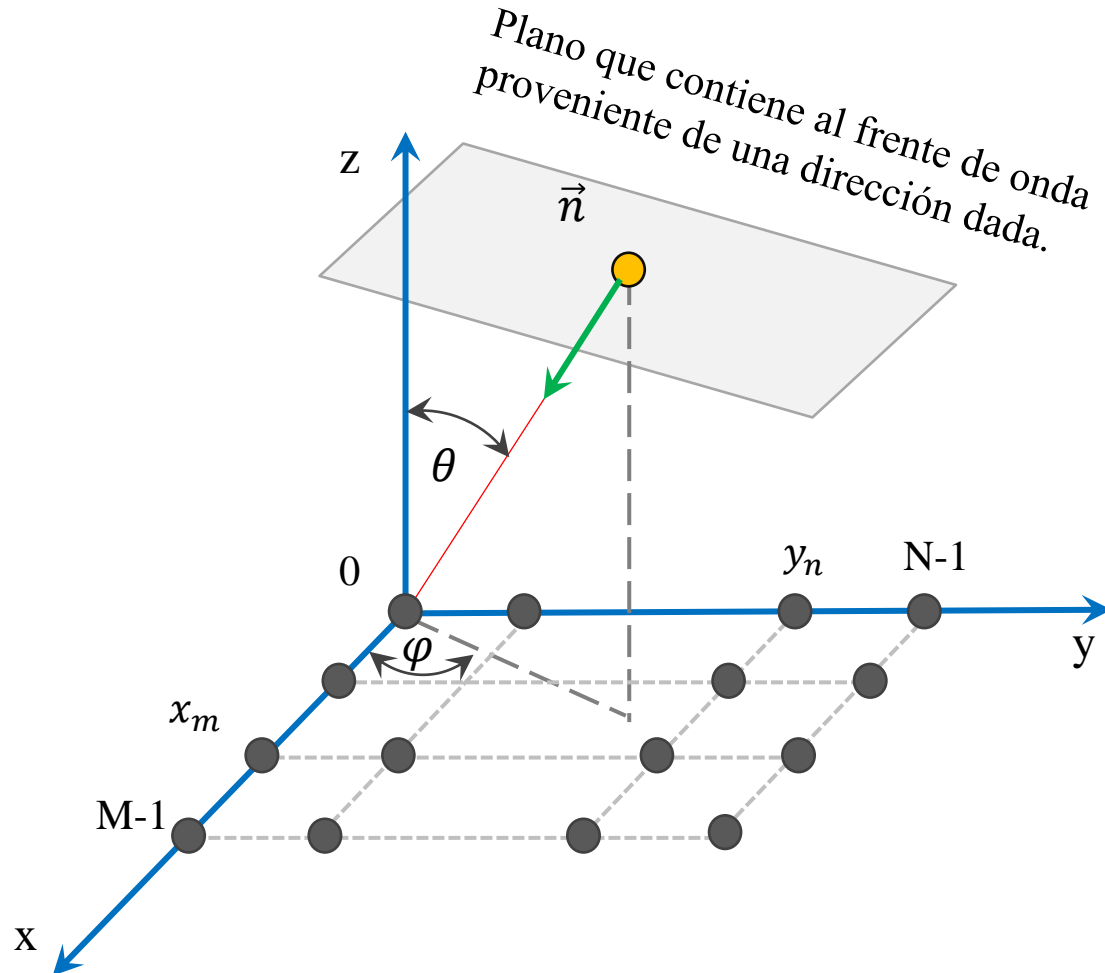
## Clases 7

- Adquisición y almacenamiento
- Codificación
- Filtro Adaptado
- Ganancia de Integración
- Filtro MTI
- Filtro STI
- Filtro Doppler (FFT)
- Detector
- **Direccionamiento de las antenas**
- **Estimación del ángulo de arribo**
- **Filtrado Espacial**



# Direccionamiento 2D

Un arreglo de antenas en 2 dimensiones me permite direccionar el lóbulo en todo el espacio.



Campo Eléctrico del arreglo de antena

$$E(\theta, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \text{Patron}_{m,n}(\theta, \varphi) \cdot F(\theta, \varphi)$$

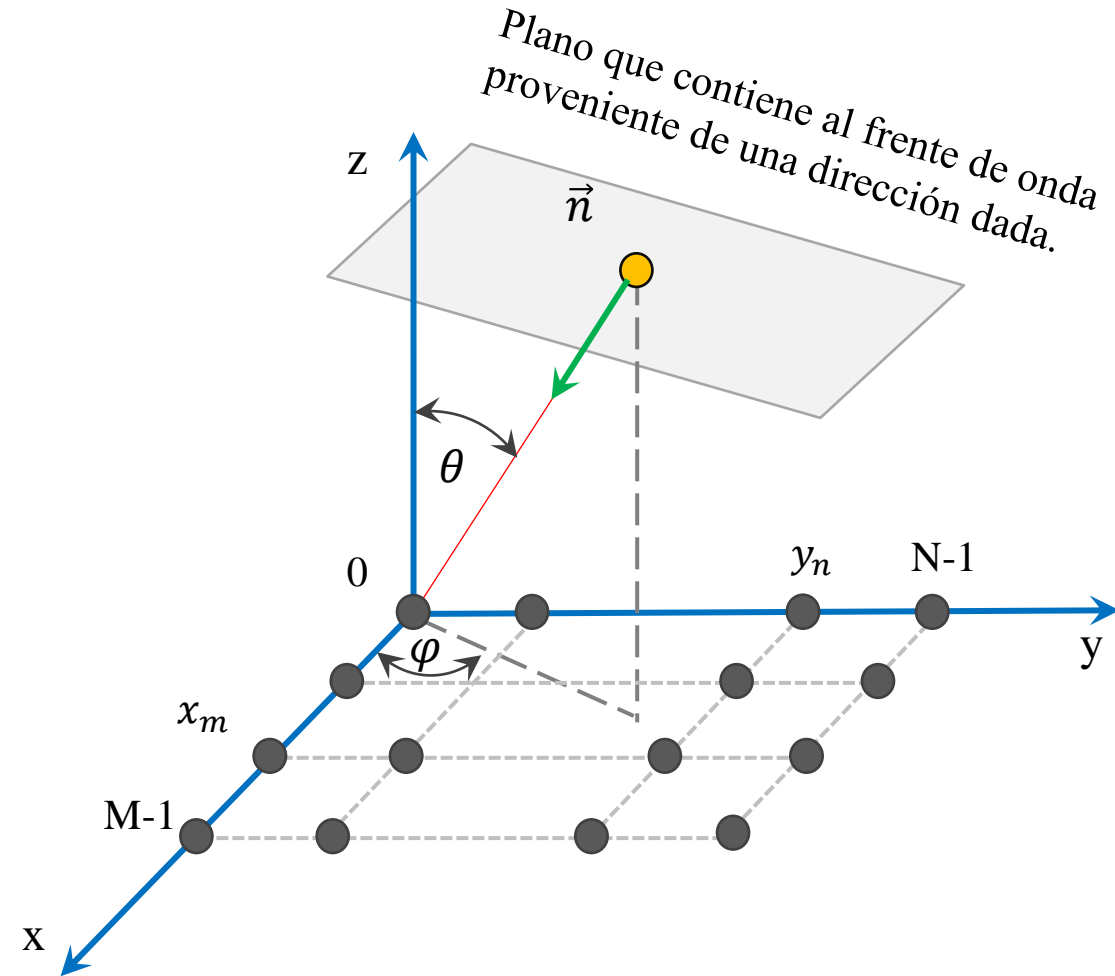
$$F(\theta, \varphi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N w_{n,m}(\theta, \varphi) \cdot w_{n,m}^*(\theta_0, \varphi_0)$$

$$w_{n,m}(\theta, \varphi) = A_{n,m} \cdot e^{-j2\pi\varphi_n(\theta, \varphi)} \quad \varphi_{n,m}(\theta, \varphi) = \frac{\overline{p \cdot \vec{n}}}{\lambda}$$

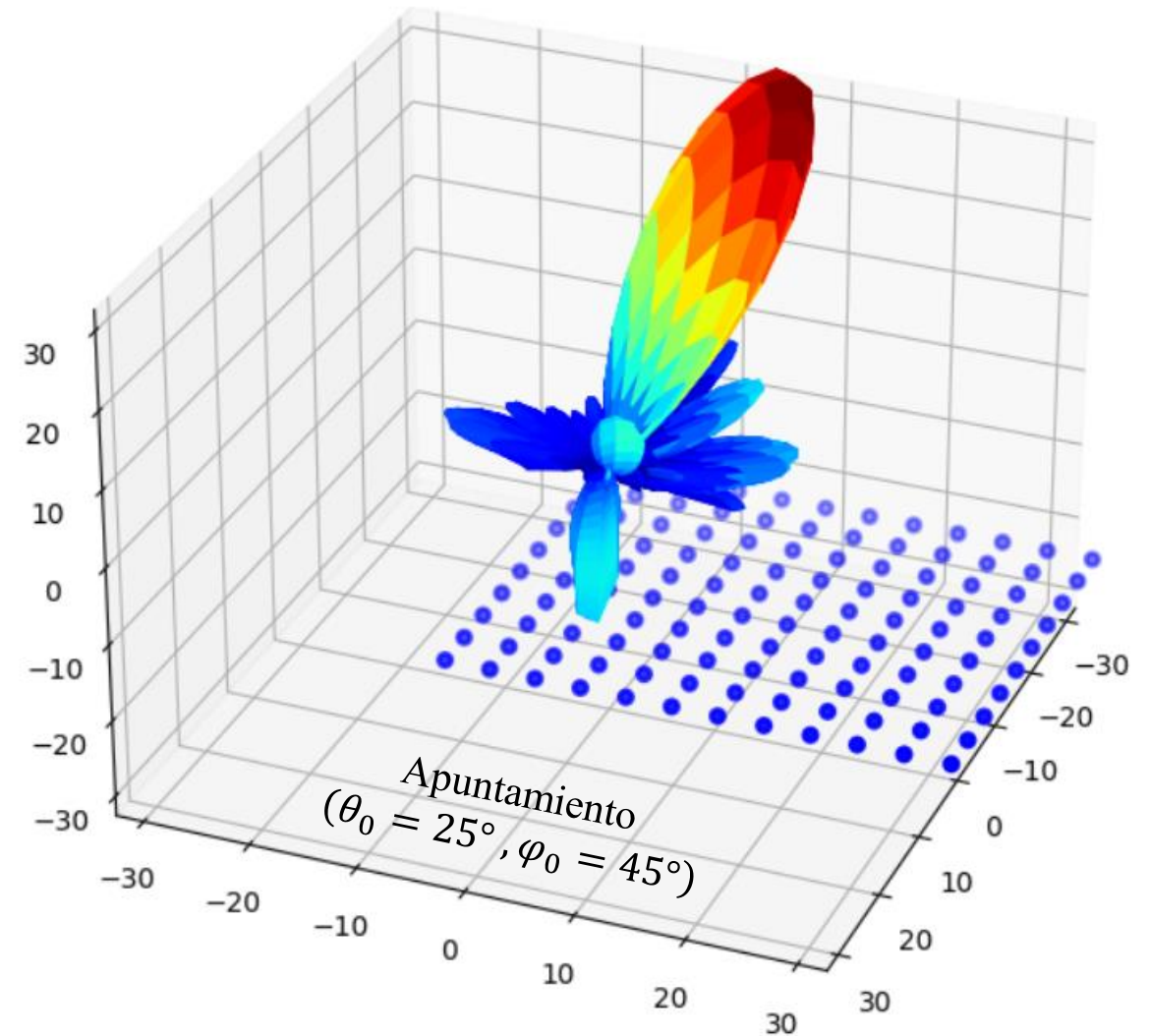
- $F(\theta, \varphi)$ : Factor de arreglo
- $\text{Patron}_{m,n}(\theta, \varphi)$ : Patron de radiación de cada elemento
- $(\theta_0, \varphi_0)$ : ángulo deseado de apuntamiento
- $\theta$ : ángulo cualquiera comprendido entre  $0^\circ : 90^\circ$
- $\varphi$ : ángulo cualquiera comprendido entre  $0^\circ : 360^\circ$
- $p$ : posiciones de cada elemento del arreglo



# Direccionamiento 2D



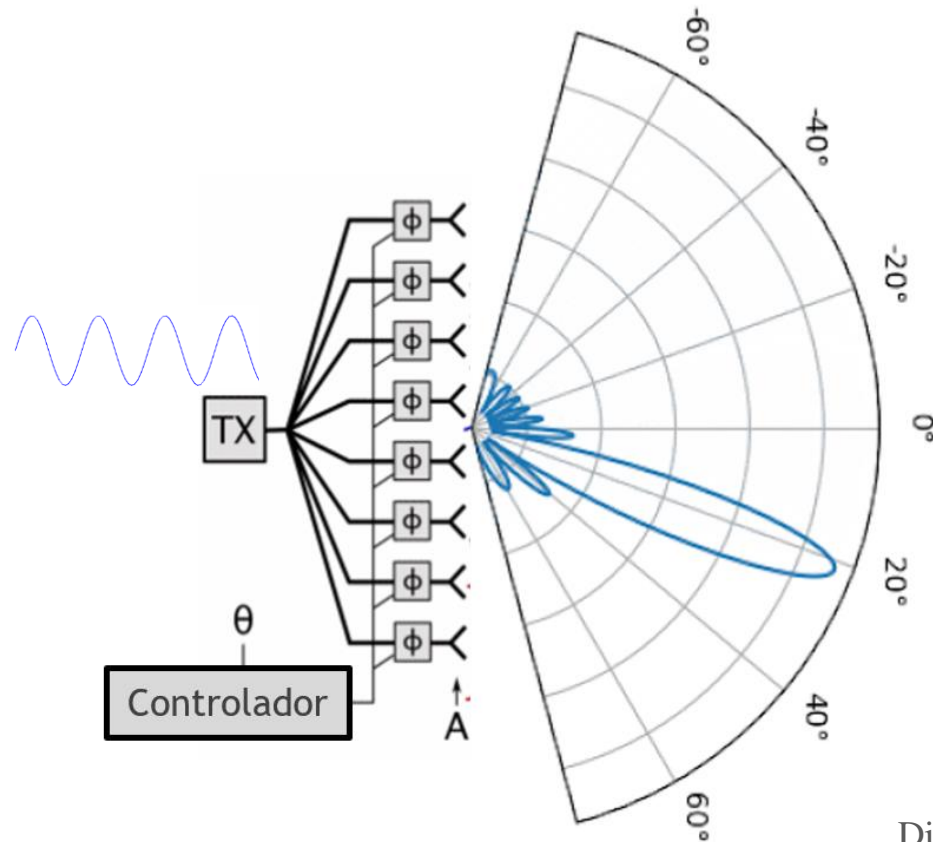
Directividad



# Direccionamiento Tx-Rx

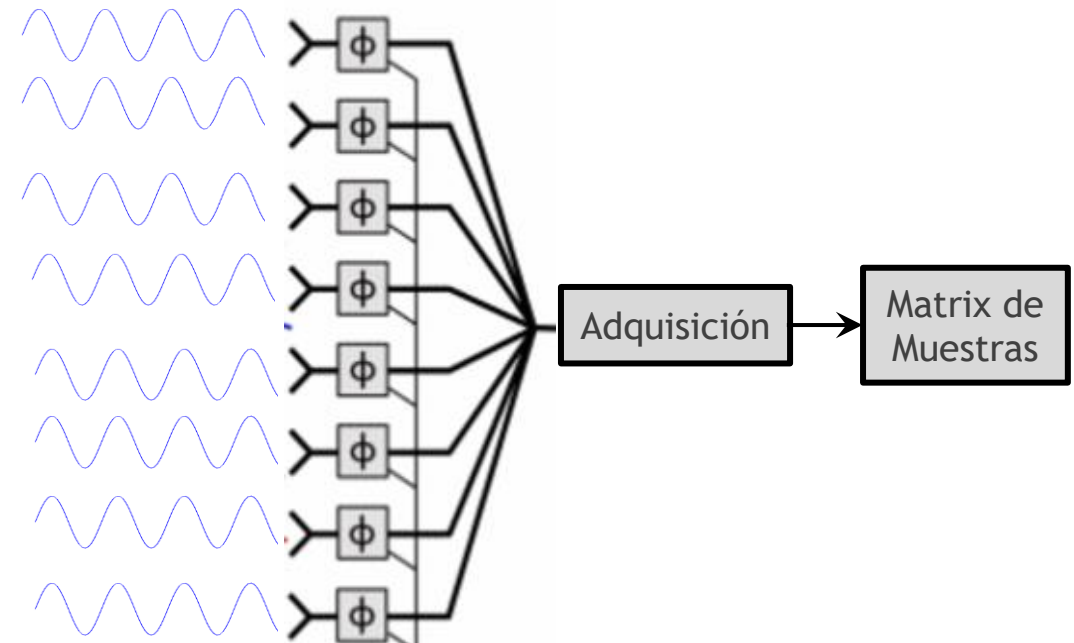
## Arreglo Transmisor

- Determinar la dirección de apuntamiento( $\theta_0, \varphi_0$ ).
- Determinar los pesos ( $w_i$ ) de cada elemento.
- Aplicar los pesos ( $w_i$ ) sobre cada señal emitida por elemento.
- Se direcciona el haz del patrón de arreglo.



## Arreglo Receptor

- Se almacenan en una matriz las señales recibidas por cada antena.
- A partir de esa matriz de señales se debe determinar la dirección de arribo ( $\theta_0, \varphi_0$ ).
- Determinar los pesos ( $w_i$ ) de cada elemento.
- Aplicar los pesos ( $w_i$ ) sobre cada señal recibida por elemento.
- Filtrado Espacial, direccionar el haz.



# Direcccionamiento Rx

## Arreglo Receptor

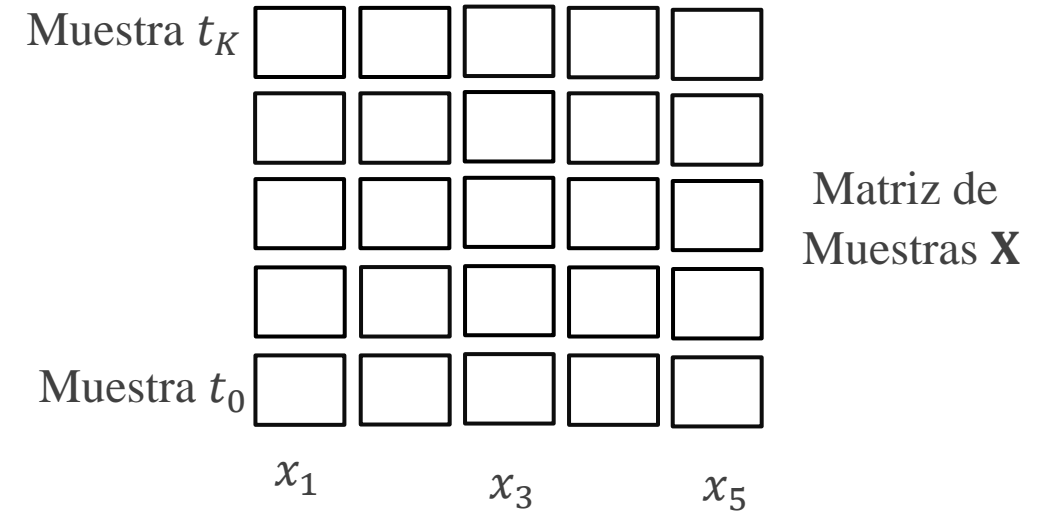
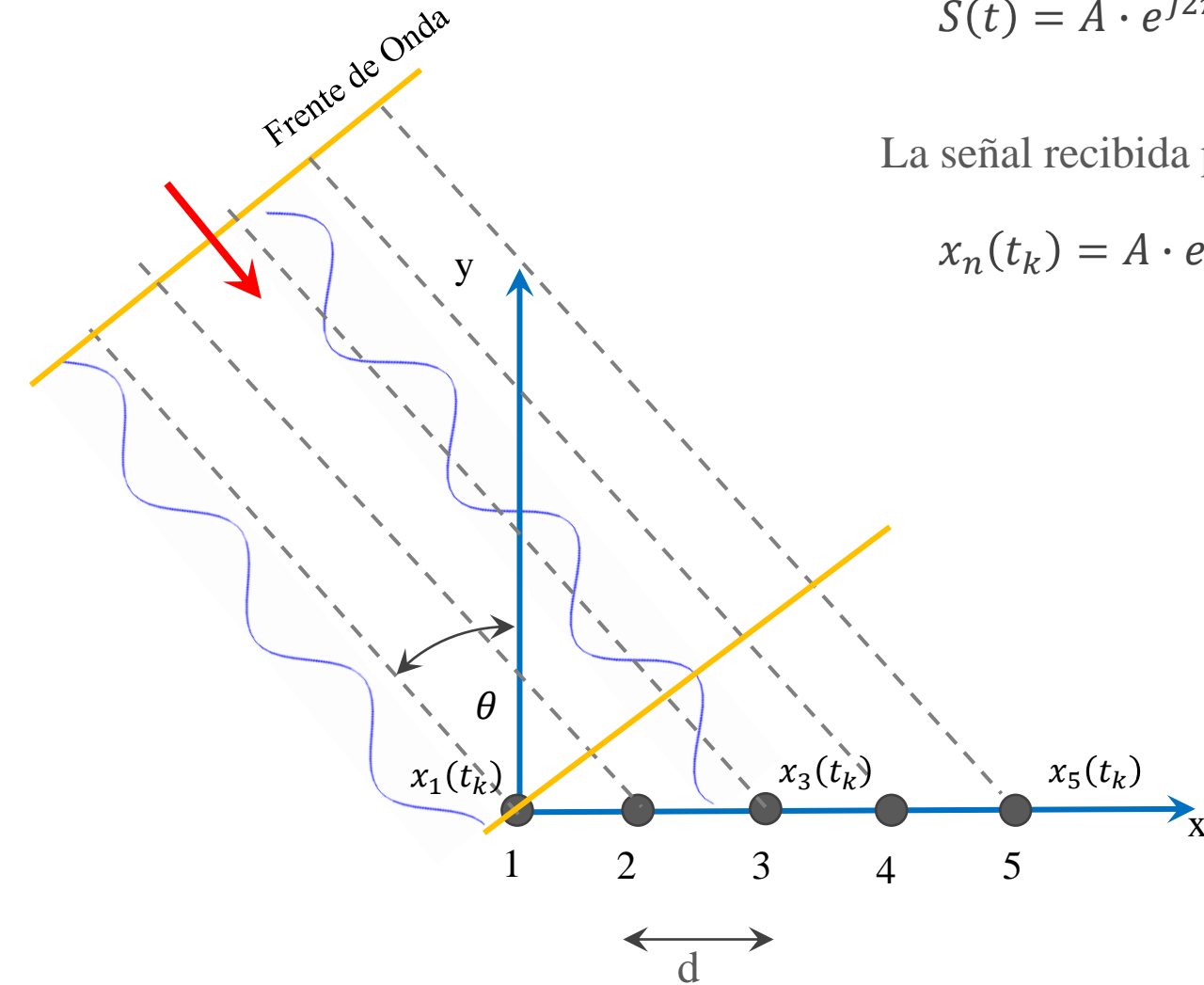
Sea una señal compleja

$$S(t) = A \cdot e^{j2\pi \cdot f_c \cdot t} = A \cdot [\cos(2\pi \cdot f_c \cdot t) + j \sin(2\pi \cdot f_c \cdot t)]$$

La señal recibida por cada una de las antenas del arreglo:

$$x_n(t_k) = A \cdot e^{j(2\pi \cdot f_c \cdot t_k)} \cdot A_{n,m} \cdot e^{j2\pi \cdot \phi_n(\theta, \varphi)}$$

$$\phi_{n,m}(\theta, \varphi) = \frac{\overrightarrow{p} \cdot \vec{n}}{\lambda}$$

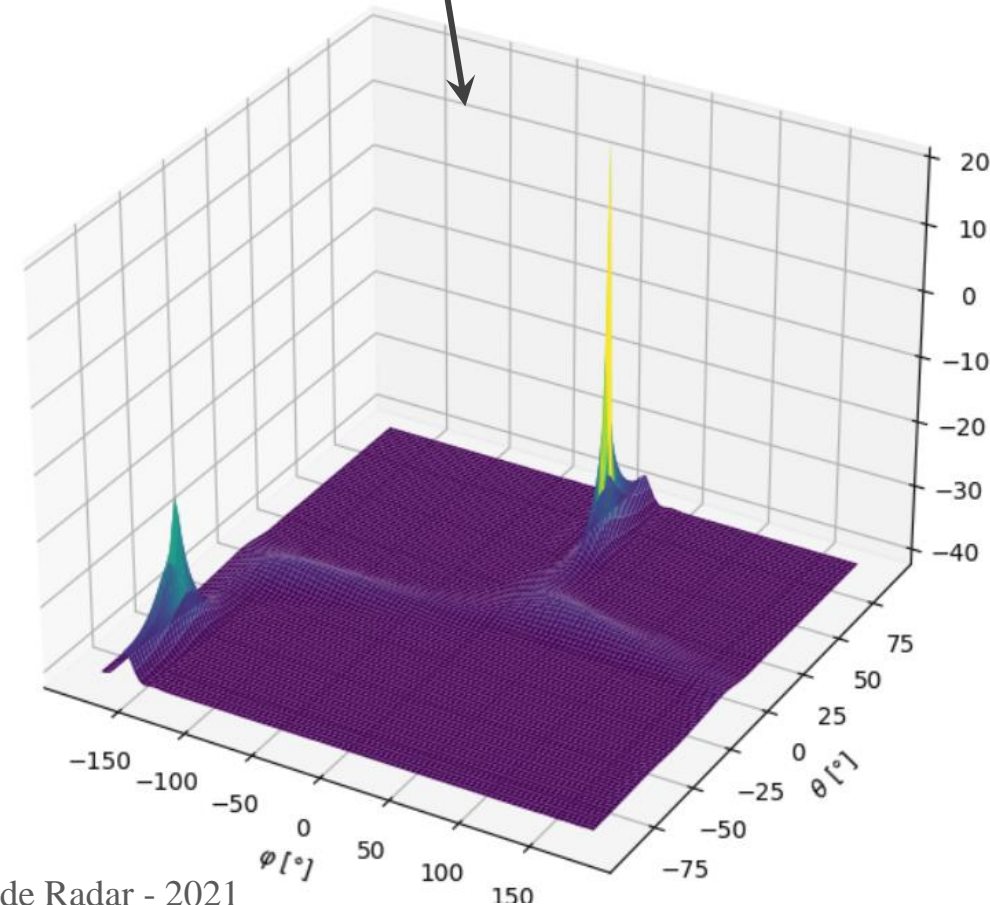
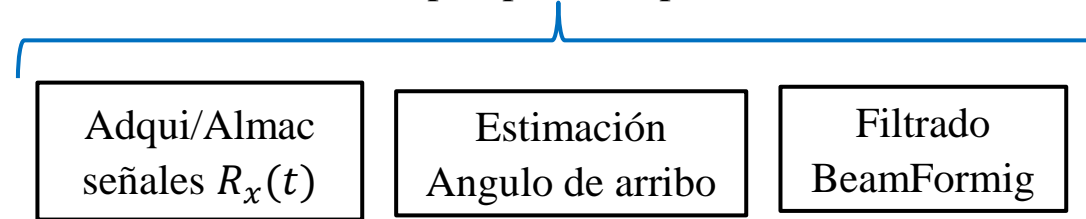
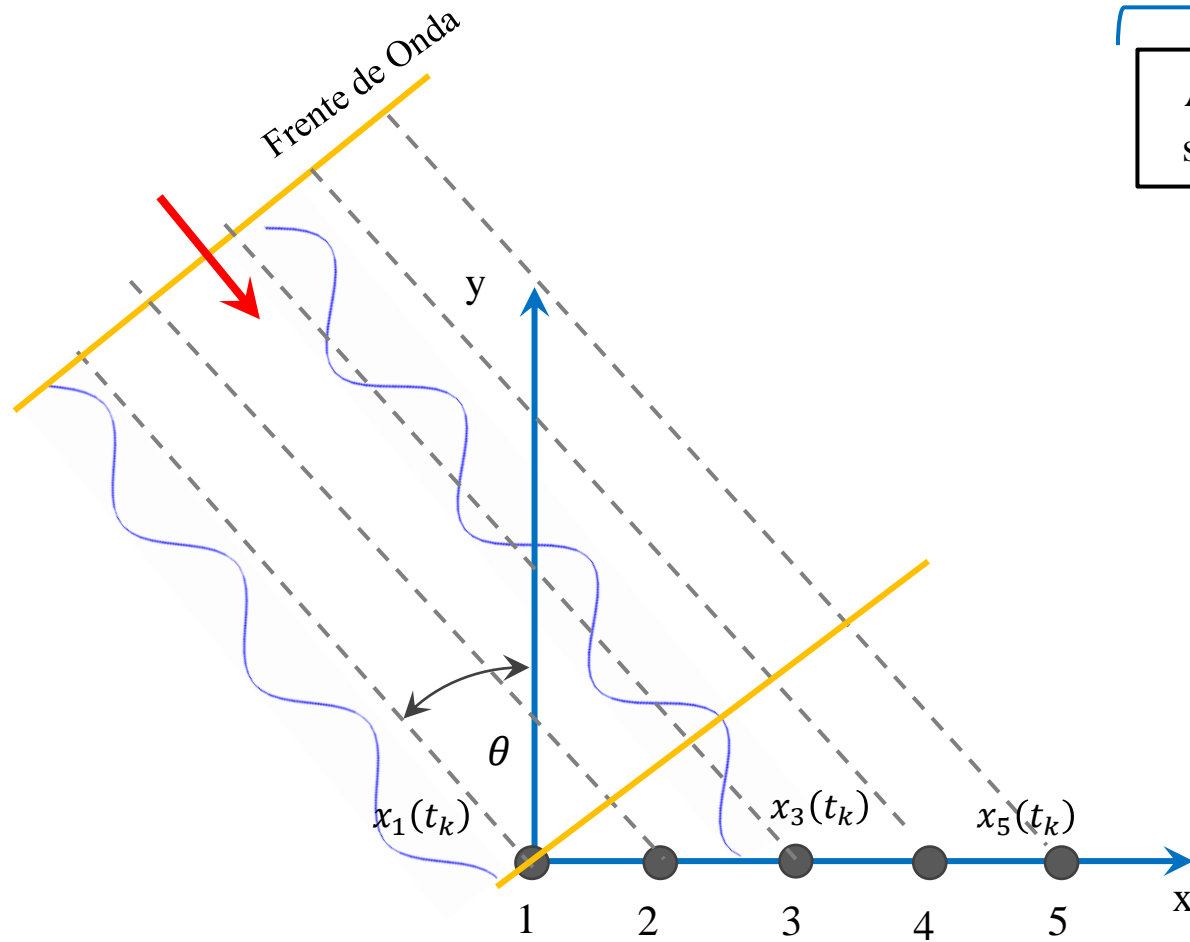




# Direcccionamiento Rx

## Cadena de Procesamiento Digital Receptor.

Se repite por cada pulso.



# Determinación Angulo de Arribo

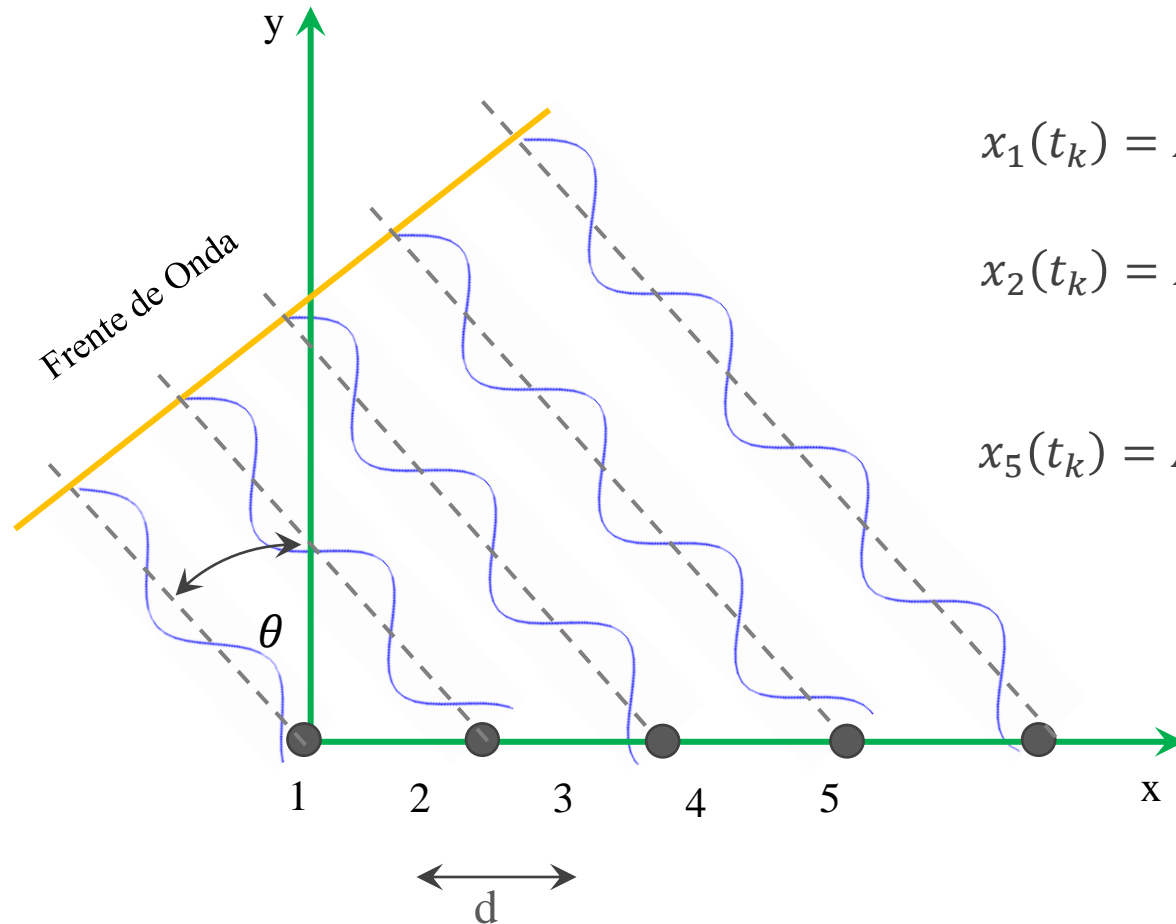
## Arreglo Receptor

Señales recibidas por cada antena del arreglo:

$$x_n(t_k) = A \cdot e^{j(2\pi \cdot f_c \cdot t_k)} \cdot A_n \cdot e^{j2\pi \cdot \phi_n(\theta)}$$

Incógnita

$$\phi_n(\theta) = n \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \sin(\theta)$$



$$x_1(t_k) = A \cdot e^{j(2\pi \cdot f_c \cdot t_k)} \cdot A_1 \cdot e^{j2\pi \cdot \phi_1(\theta)}$$

$$x_2(t_k) = A \cdot e^{j(2\pi \cdot f_c \cdot t_k)} \cdot A_2 \cdot e^{j2\pi \cdot \phi_2(\theta)}$$

$$x_5(t_k) = A \cdot e^{j(2\pi \cdot f_c \cdot t_k)} \cdot A_5 \cdot e^{j2\pi \cdot \phi_5(\theta)}$$

$$\phi_1(\theta) = 1 \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \sin(\theta)$$

$$\phi_2(\theta) = 2 \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \sin(\theta)$$

$$\phi_5(\theta) = 5 \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \sin(\theta)$$

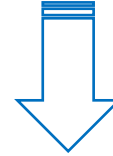




# Determinación Angulo de Arribo

Señales recibidas por cada antenna del arreglo:

$$x_n(t_k) = A \cdot e^{j(2\pi \cdot f_c \cdot t_k)} \cdot A_n \cdot e^{j2\pi \cdot \phi_n(\theta)}$$



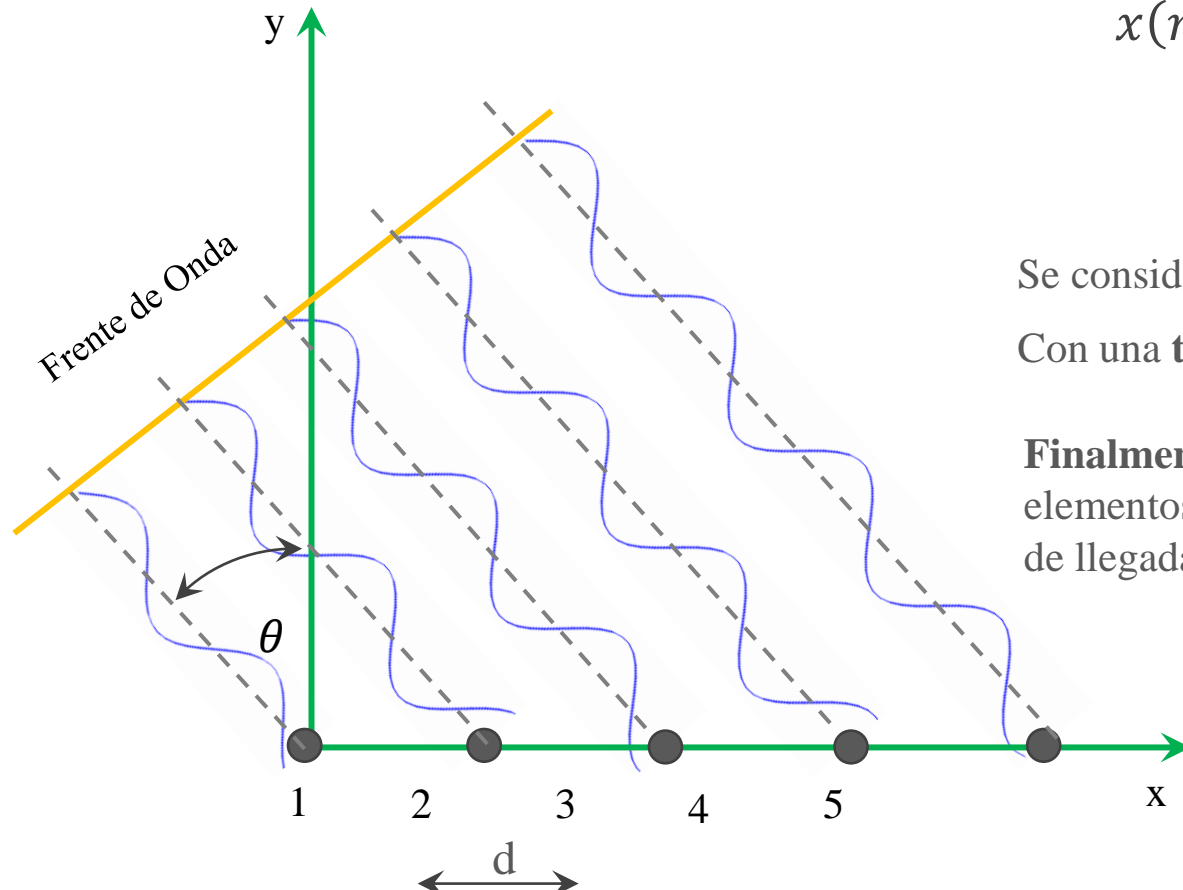
$$x(n) = A_n \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot \underbrace{f \cdot \theta}_{\text{Incógnita}} \cdot n \cdot t_s}$$

Incógnita

$$\phi_n(\theta) = n \cdot d \cdot \frac{\sin(\theta)}{\lambda}$$



$$\phi_n(\theta) = n \cdot t_{\text{sample}} \cdot f \theta$$

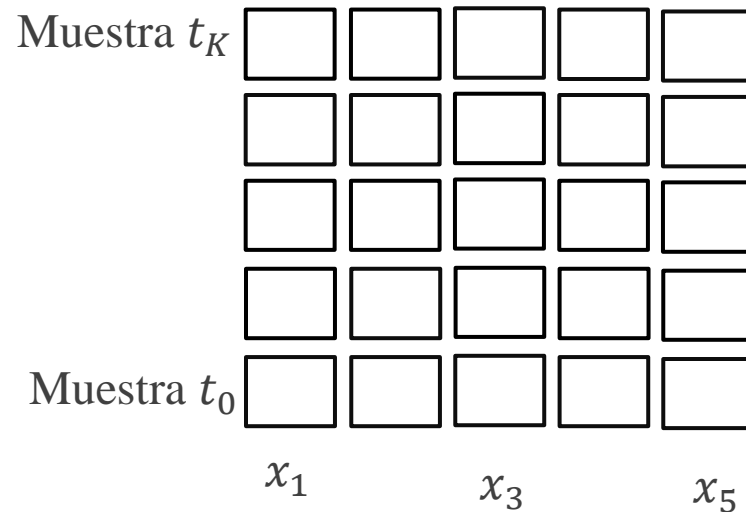


Se considera a cada antenna como un elemento capaz de tomar una muestra de la señal  
Con una **tiempo de muestreo Espacial** igual a  $d$ .

**Finalmente** se tiene  $N$  muestras de una señal, en donde  $N$  es igual al numero de elementos del arreglo. Dicha señal varia de muestra en muestra en función de la fase de llegada que tiene en cada elemento.



## Arreglo Receptor



## Matriz de Muestras $\mathbf{X}$

$$x_n(t_k) = A \cdot e^{j(2\pi \cdot f_c \cdot t_k)} \cdot A_{n,m} \cdot e^{j2\pi \cdot \phi_n(\theta, \varphi)}$$

$$\phi_{n,m}(\theta, \varphi) = \frac{\overline{p \cdot \vec{n}}}{\lambda}$$

Existen diversos Algoritmos de Estimación de Angulo de Arribo

- CAPON (Minimum Variance Distortionless Response (MVDR))
- MUSIC (Multiple Signal Classification)
- ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)
- PDDA (Propagator Direct Data Acquisition)

Todos estos métodos tienen como base dos elementos.

- La matriz de muestras  $\mathbf{X}$ , con todas las señales recibidas por cada antena.
- La configuración geométrica del arreglo receptor.

Los valores estimados de ángulo de arribo en los diferentes métodos, difieren poco uno de otro.

Por otro lado la principal diferencia radica en las operaciones matemáticas mediante el cual se realizan esas estimaciones.



## Método CAPON

Obtener la matriz de muestras  $X$ .

Obtener la matriz de covarianza  $M$ .

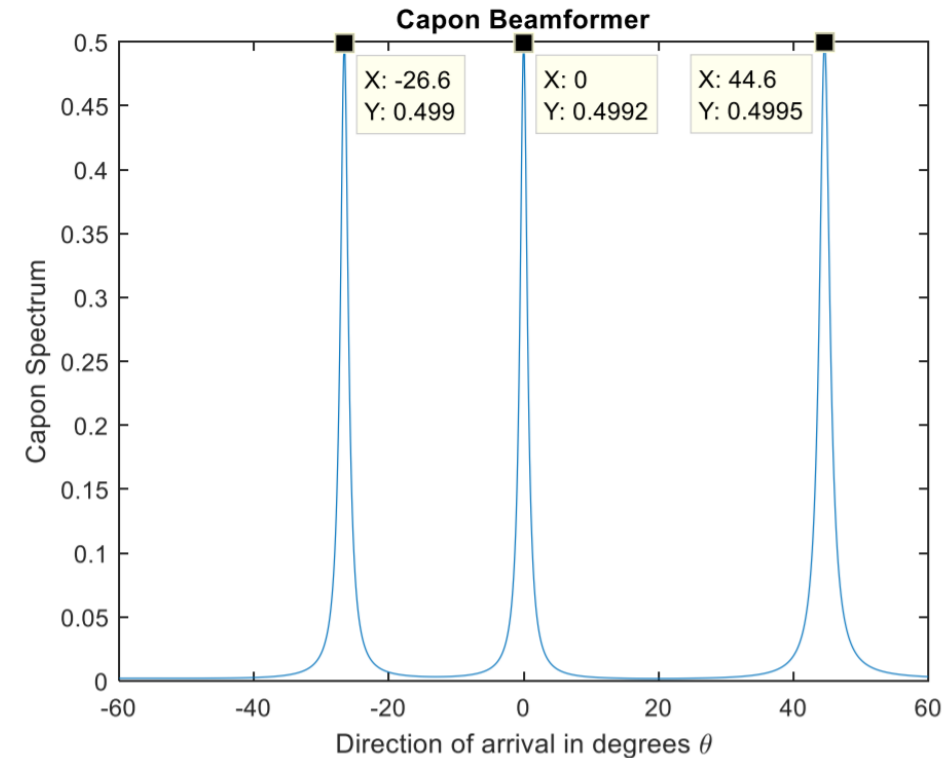
$$M = X \cdot X^H$$

Obtener la salida del algoritmo (Espectro de Potencia Espacial) el cual se encuentra en función de  $\mathbf{a}(\varphi, \theta)$

$$P = \text{abs}(p)$$

$$p = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\varphi, \theta) \cdot M^{-1} \cdot \mathbf{a}(\varphi, \theta)}$$

$\mathbf{a}(\varphi, \theta)$ : vector que contiene las fases de cada elemento del arreglo con respecto a una dada dirección de apuntamiento  $(\theta, \varphi)$ .



## Método MUSIC

Obtener la matriz de muestras  $X$ .

Obtener la matriz de covarianza  $M$ .

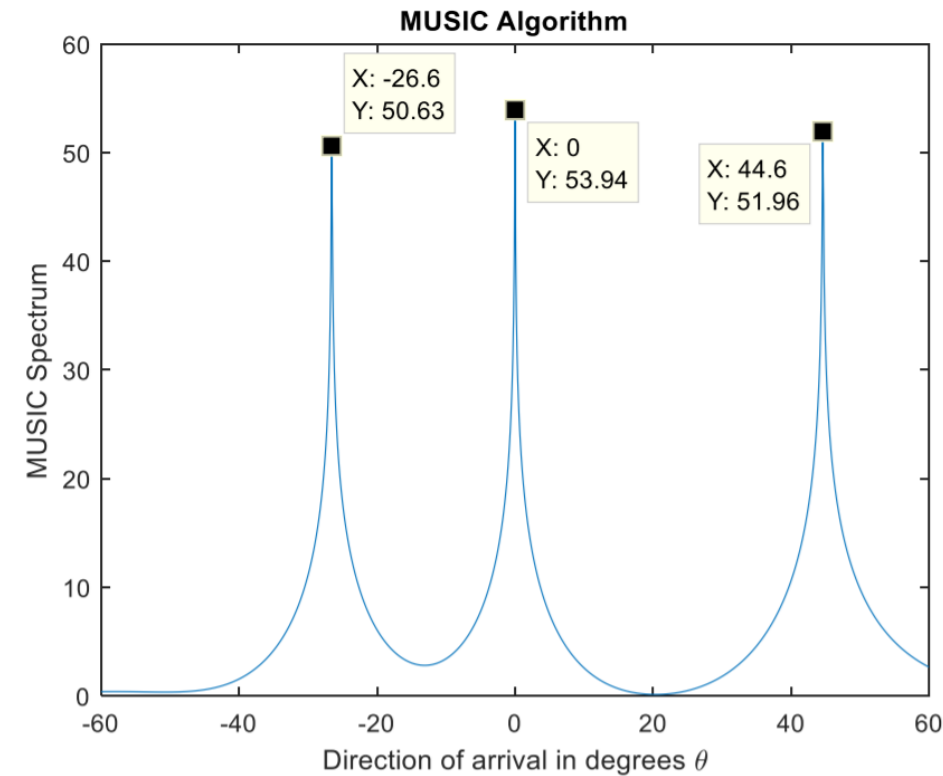
$$M = X \cdot X^H$$

Obtener la descomposición en SVD (Descomposición en Valores Singulares) de  $M$

$$\text{SVD}(M) = U \cdot \Sigma \cdot V^H$$

Obtener la salida del algoritmo (Espectro de Potencia Espacial), el cual se encuentra en función de  $a(\varphi, \theta)$

$$P = \text{abs}(p) \quad p = \frac{1}{a^H(\varphi, \theta) \cdot U \cdot U^H \cdot a(\varphi, \theta)}$$



# Estimación de Angulo de Arribo

## Método PDDA

Obtener la matriz de muestras  $X$ .

Obtener la matriz  $h$  y  $H$

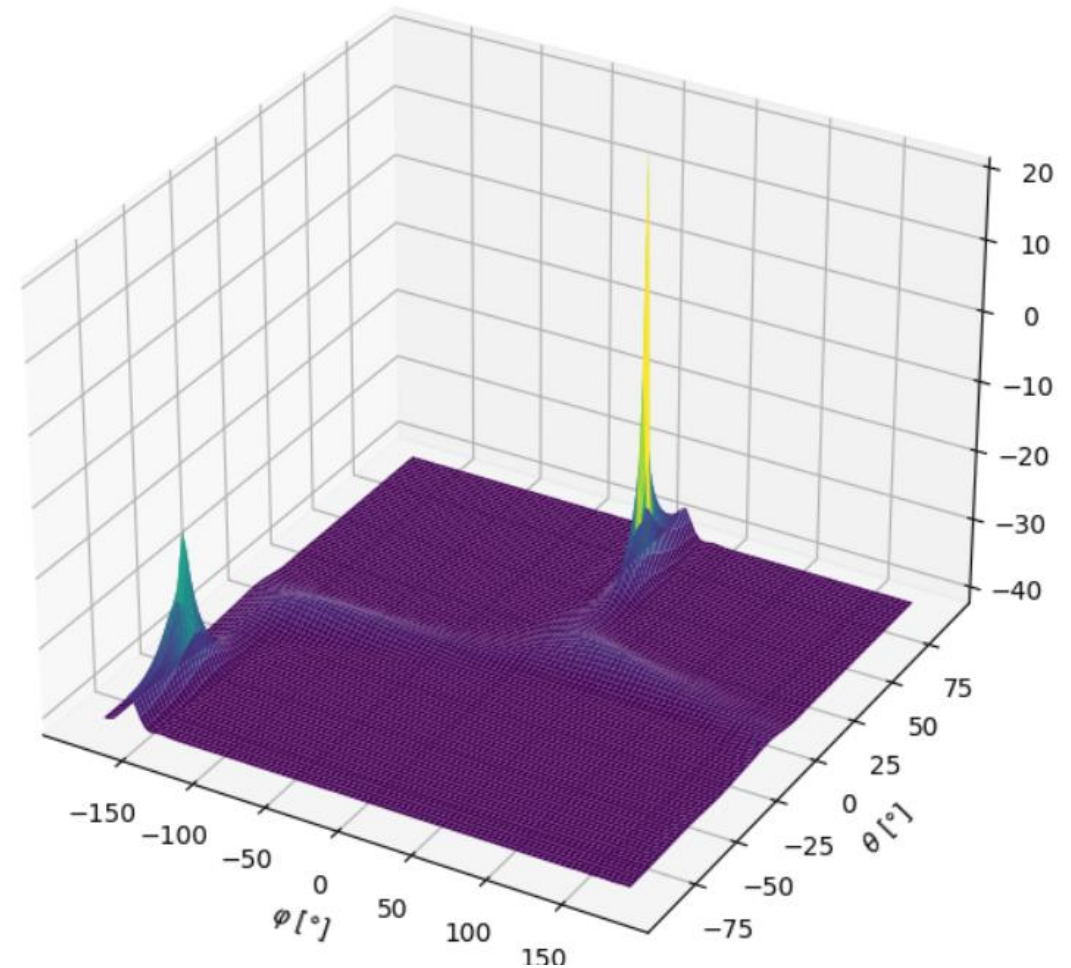
$$h = X(1, :)$$

$$H = X(2: \text{end}, :)$$

Obtener la salida del algoritmo (Espectro de Potencia Espacial).  
el cual se encuentra en función de  $a(\varphi, \theta)$

$$P = \frac{1}{\|a(\varphi, \theta) \cdot p\|^2}$$

$$p = \frac{h \cdot H^H}{h \cdot h^H}$$



Mohammed A. G. Al-Sadoon , 2017, A New Low Complexity Angle of Arrival Algorithm for 1D and 2D Direction Estimation in MIMO Smart Antenna Systems, doi:10.3390/s17112631



# Filtrado Beamforming

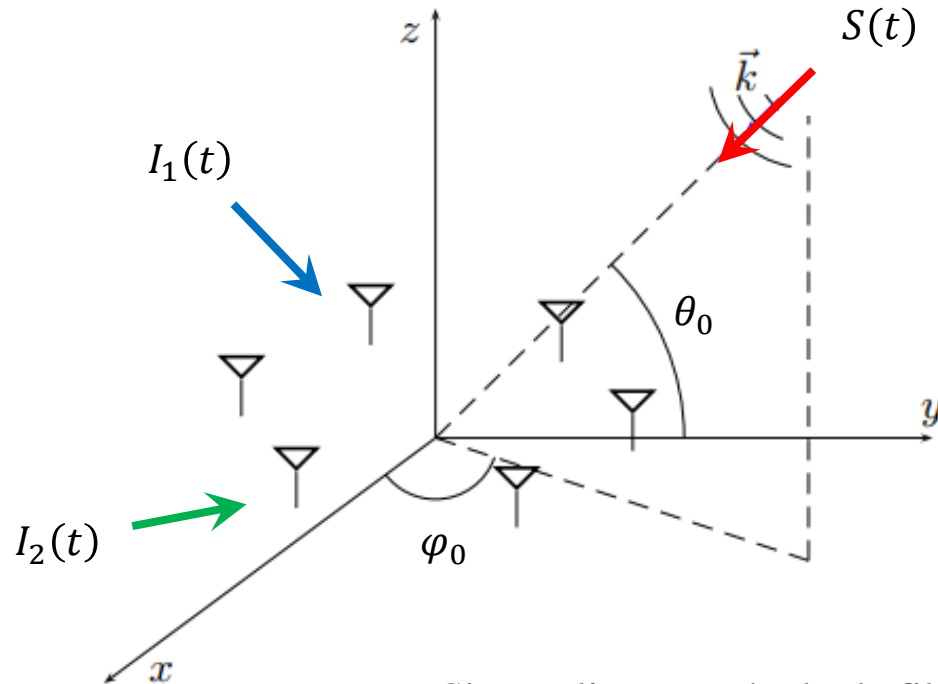
La señal recibida por cada una de las antenas del arreglo:

$$x_n(t_k) = s_n(t) + I_{1_n}(t) + I_{2_n}(t) + n(t)$$

$S_n$ : señal proveniente desde una dirección de interés  $(\theta_0, \varphi_0)$  captada por el elemento n-ésimo del arreglo.

$I_n$ : señal proveniente desde una dirección de **NO** interés  $(\theta_I, \varphi_I)$  captada por el elemento n-ésimo del arreglo.

$n$ : señal de ruido presente en todos los elementos del arreglo.



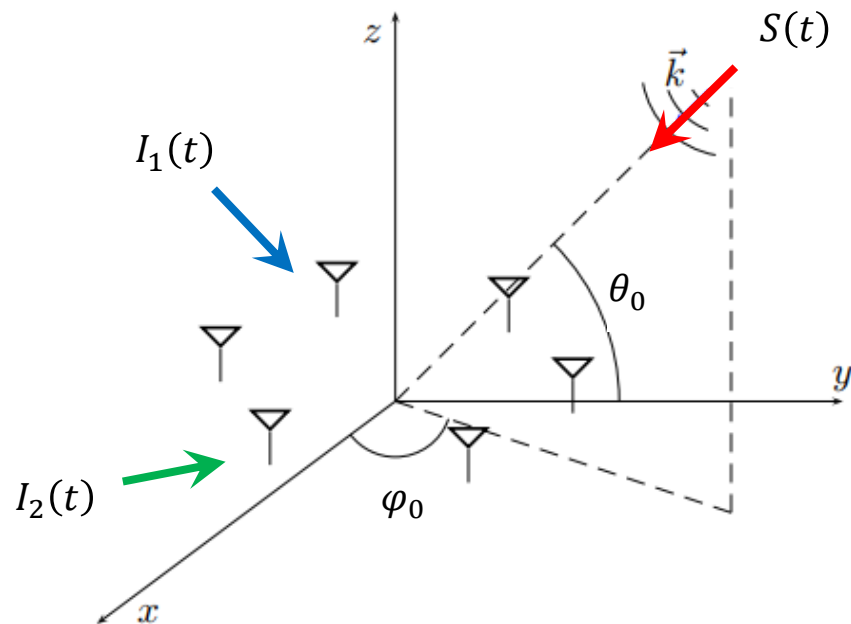
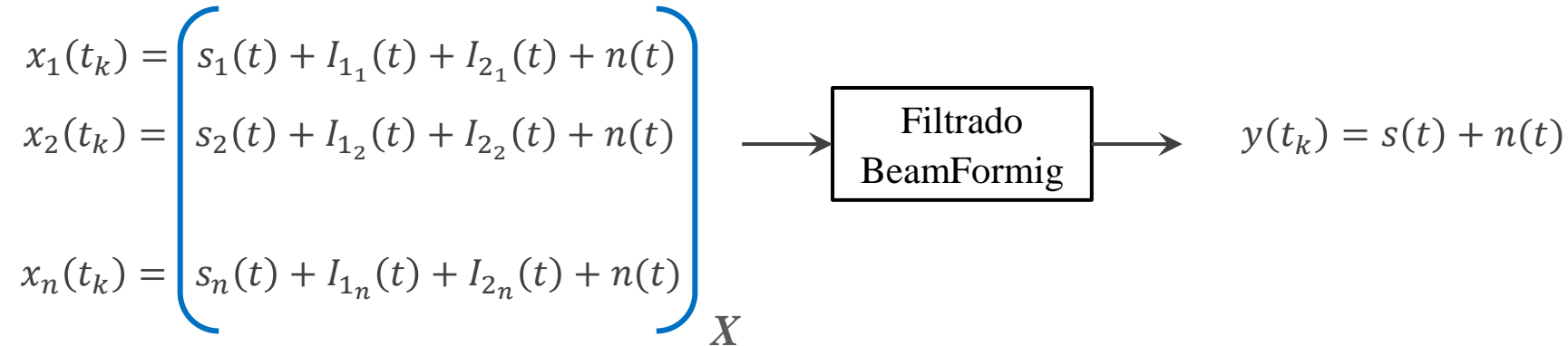
Si se aplica un método de filtrado espacial, teniendo como banda de paso la dirección de arribo de la señal de interés, se lograra filtrar la señal recibida de los términos de interferencia.

$$\left[ \begin{array}{l} x_1(t_k) = s_1(t) + I_{1_1}(t) + I_{2_1}(t) + n(t) \\ x_2(t_k) = s_2(t) + I_{1_2}(t) + I_{2_2}(t) + n(t) \\ x_n(t_k) = s_n(t) + I_{1_n}(t) + I_{2_n}(t) + n(t) \end{array} \right] \longrightarrow \boxed{\text{Filtrado BeamFormig}} \longrightarrow y(t_k) = s(t) + n(t)$$





# Filtrado Beamforming



## Beamforming Adaptivo MVDR (Minimum-Variance Distortionless Response)

Obtener la matriz de muestras  $\mathbf{X}$ .

Obtener la matriz de covarianza  $\mathbf{M}$ .  $\mathbf{M} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^H$

Obtener los pesos óptimos ( $\mathbf{w}_{opt}$ ), que maximizan la SINR en la salida ( $y(t)$ ), minimizando los niveles de interferencia y ruido, mientras se mantiene  $\mathbf{w}^H \mathbf{X}(\theta, \varphi) = 1$  en una dada dirección  $(\theta_0, \varphi_0)$  es:

$$\mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0)}{\mathbf{a}^H(\varphi_0, \theta_0) \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0)}$$

$\mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0)$ : vector que contiene las fases de cada elemento del arreglo con respecto a una dada dirección de apuntamiento  $(\theta_0, \varphi_0)$ .



# Filtrado Beamforming

$$\begin{cases} x_1(t_k) = s_1(t) + I_{1_1}(t) + I_{2_1}(t) + n(t) \\ x_2(t_k) = s_2(t) + I_{1_2}(t) + I_{2_2}(t) + n(t) \\ \vdots \\ x_n(t_k) = s_n(t) + I_{1_n}(t) + I_{2_n}(t) + n(t) \end{cases} \quad \mathbf{X}$$

→ Filtrado BeamFormig →  $y(t) = s(t) + n(t)$

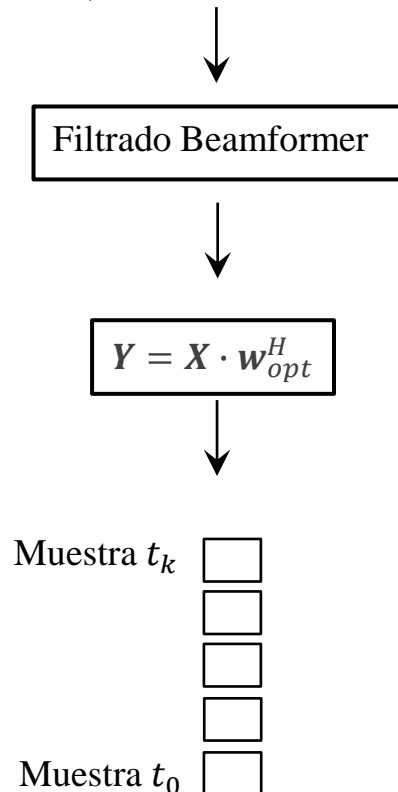
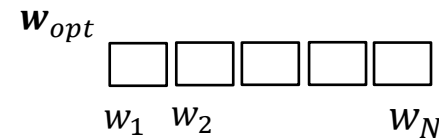
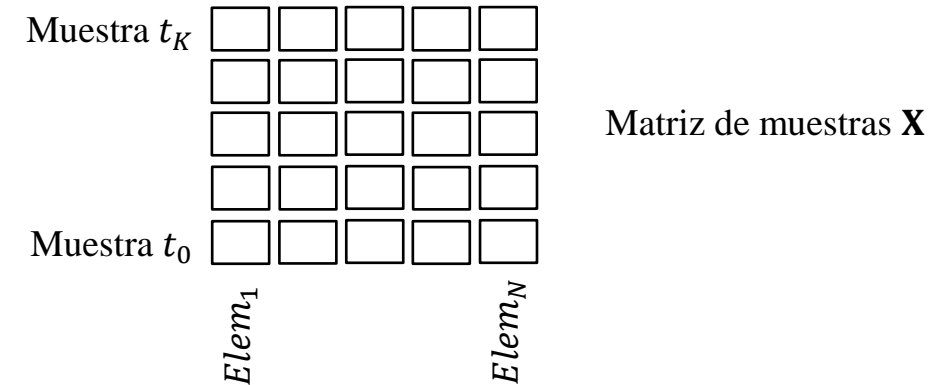
Desde el punto de vista matricial

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{w}_{opt}^H$$

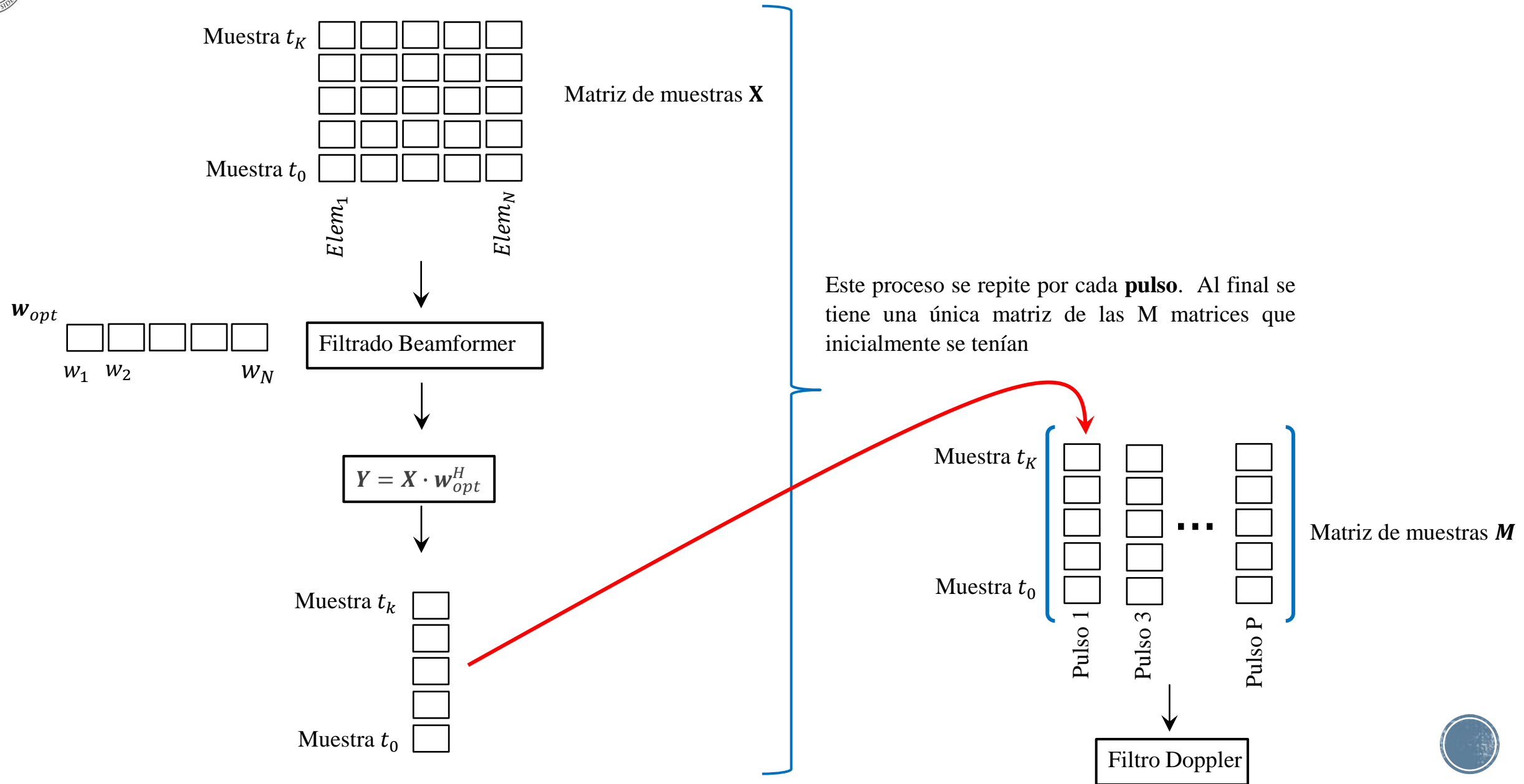
$$\mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0)}{\mathbf{a}^H(\varphi_0, \theta_0) \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0)}$$

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{w}_{opt} = \mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0) \quad \longrightarrow \quad \mathbf{w}_{opt} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0)$$

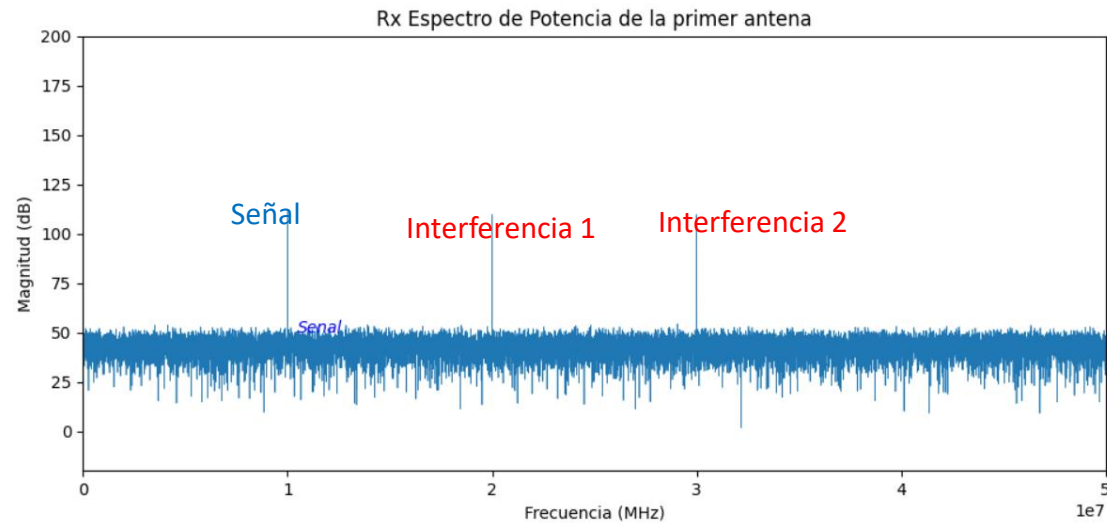
Se determina los pesos de tal forma que al aplicarlos sobre  $\mathbf{M}$  se obtiene las fases de las antenas respecto a una dirección de interés  $(\varphi_0, \theta_0)$



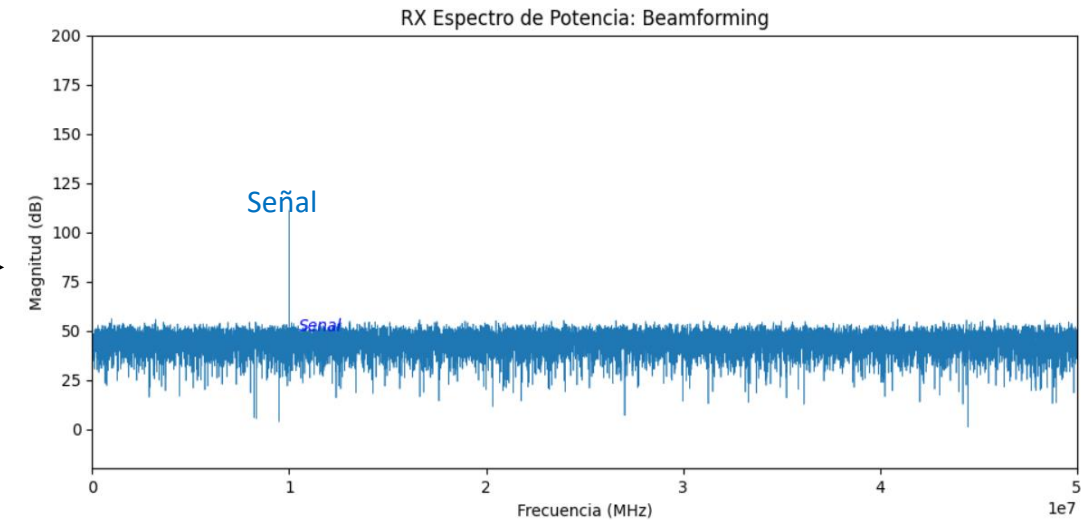
# Filtrado Beamforming



# Filtrado Beamforming



→ Beamformer Adaptivo →





# Fin Clase 7



# Resolución y Máximo Angulo

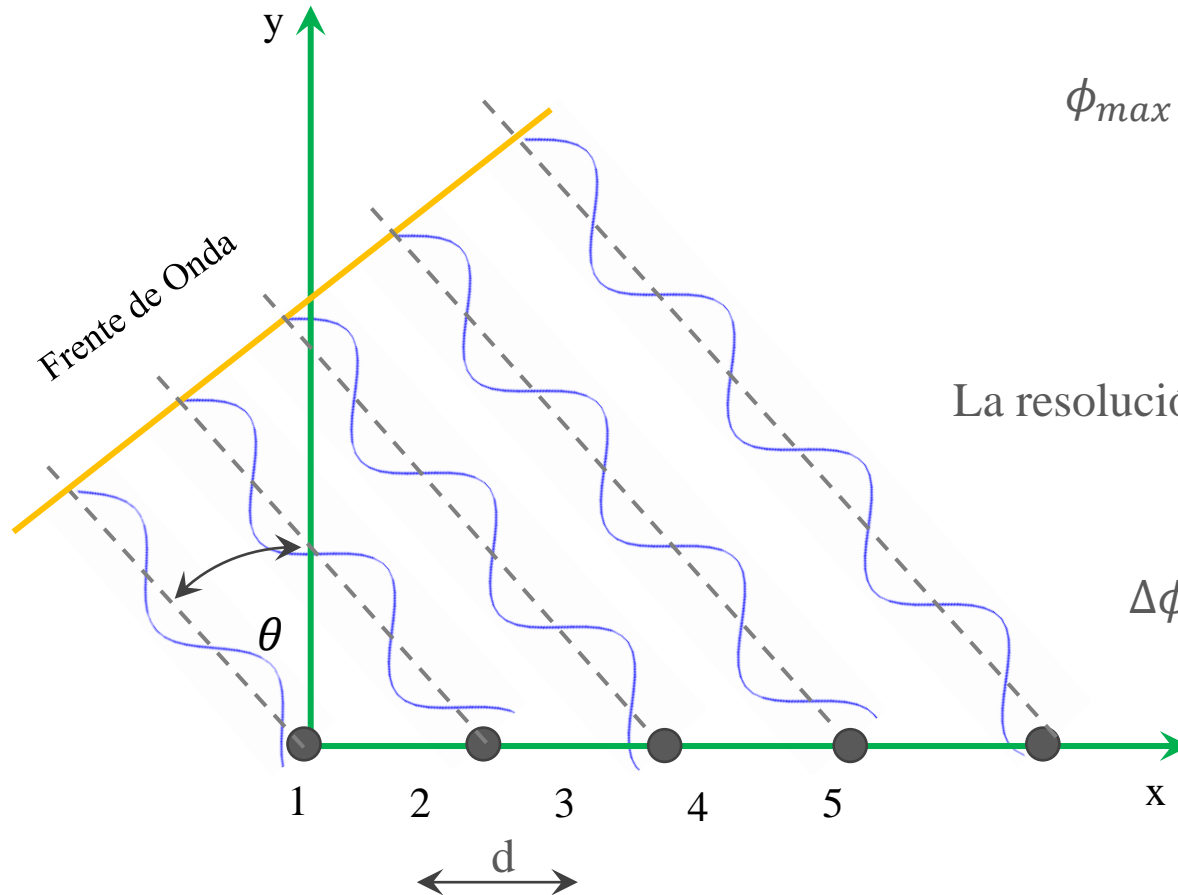
La Máxima dirección no ambigua se define por.

$$\phi_{max} \propto D = \frac{\lambda}{d}$$

$D$ : Separación entre elementos normalizada

$\lambda$ : Longitud de onda [m]

$d$ : Separación física entre elementos del arreglo [m]



La resolución en ángulo se define por.

$$\Delta\phi \propto \frac{\lambda}{N \cdot d}$$

$D$ : Separación entre elementos normalizada

$\lambda$ : Longitud de onda [m]

$d$ : Separación física entre elementos del arreglo [m]

$N$ : Numero de elementos del arreglo