

DIGITAL SIGNAL PROCESSING

Processamento Digital de Sinais

Prof. Bruno Zatt
Ruhan Conceição

DIGITAL SIGNAL PROCESSING

Aula 4 - Sinais e Sistemas de Tempo Discreto (Part. 2)

Prof. Bruno Zatt
Ruhan Conceição

OPERAÇÕES ENTRE SINAIS

Transformação da Variável Dependente

MUDANÇA DE ESCALA DE AMPLITUDE

$$y[n] = c \times x[n]$$

*>> $y = c * x$*

%onde x é um vetor e c um escalar

ADIÇÃO

$$y[n] = x_1[n] + x_2[n]$$

ADIÇÃO IN MATLAB

$$y[n] = x_1[n] + x_2[n]$$

```
function [y,n] = sigadd(x1,n1,x2,n2)
    n = min(min(n1),min(n2)):max(max(n1),max(n2)); % duration of y(n)
    y1 = zeros(1,length(n)); y2 = y1; % initialization
    y1(find((n>=min(n1))&(n<=max(n1))==1))=x1; % x1 with duration of y
    y2(find((n>=min(n2))&(n<=max(n2))==1))=x2; % x2 with duration of y
    y = y1+y2;
```


MULTIP. AMOSTRA POR AMOSTRA

$$y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n]$$

MULTIP. AMOSTRA POR AMOSTRA **IN MATLAB**

$$y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n]$$

```
function [y,n] = sigmult(x1,n1,x2,n2)  
  n = min(min(n1),min(n2)):max(max(n1),max(n2)); % duration of y(n)  
  y1 = zeros(1,length(n)); y2 = y1; % initialization  
  y1(find((n>=min(n1))&(n<=max(n1))==1))=x1; % x1 with duration of y  
  y2(find((n>=min(n2))&(n<=max(n2))==1))=x2; % x2 with duration of y  
  y = y1.*y2;
```


MULTIP. AMOSTRA POR AMOSTRA **IN MATLAB**

$$y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n]$$

```
function [y,n] = sigmult(x1,n1,x2,n2)  
  n = min(min(n1),min(n2)):max(max(n1),max(n2)); % duration of y(n)  
  y1 = zeros(1,length(n)); y2 = y1; % initialization  
  y1(find((n>=min(n1))&(n<=max(n1))==1))=x1; % x1 with duration of y  
  y2(find((n>=min(n2))&(n<=max(n2))==1))=x2; % x2 with duration of y  
  y = y1.*y2;
```

y1 e y2 são matrizes unidimensionais, logo deve-se utilizar o operador **.*** para evitar que o Matlab realize multiplicação matricial entre y1 e y2

DIFERENCIAÇÃO

$$y[n] = x[n] - x[n - 1]$$

INTEGRAÇÃO

$$y[n] = \sum_{i=0}^n x[i]$$

OPERAÇÕES ENTRE SINAIS

Transformação da Variável Independente

DESLOCAMENTO NO TEMPO

$$y[n] = x[n - n_0]$$

$n_0 > 0$ deslocamento à direita
 $n_0 < 0$ deslocamento à esquerda

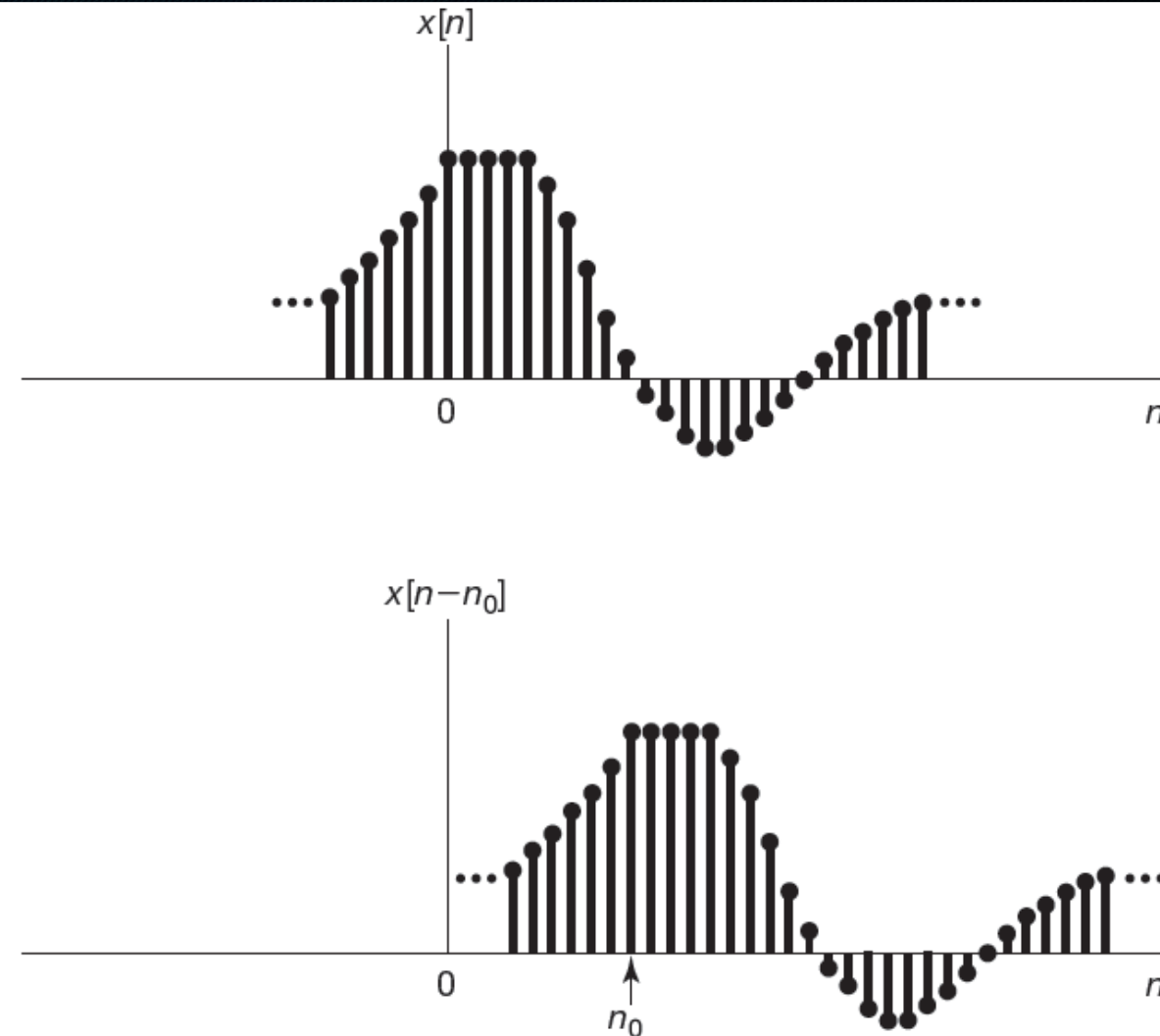
DESLOCAMENTO NO TEMPO **IN MATLAB**

$$y[n] = x[n - n_0]$$

```
function [y,n] = sigshift(x,m,k)  
    n = m+k;  
    y = x;
```


DESLOCAMENTO NO TEMPO

Sinal de tempo discreto relacionados por um deslocamento no tempo. Nesta figura, $n_0 > 0$, de modo que $x[n - n_0]$ é uma versão atrasada de $x[n]$ (isto é, cada ponto em $x[n]$ aparece atrasado em $x[n - n_0]$)



REFLEXÃO NO TEMPO

$$y[n] = x[-n]$$

$n_0 > 0$ deslocamento à direita

$n_0 < 0$ deslocamento à esquerda

REFLEXÃO NO TEMPO

(a) Sinal de tempo discreto $x[n]$; (b) sua reflexão $x[-n]$ em relação a $n = 0$

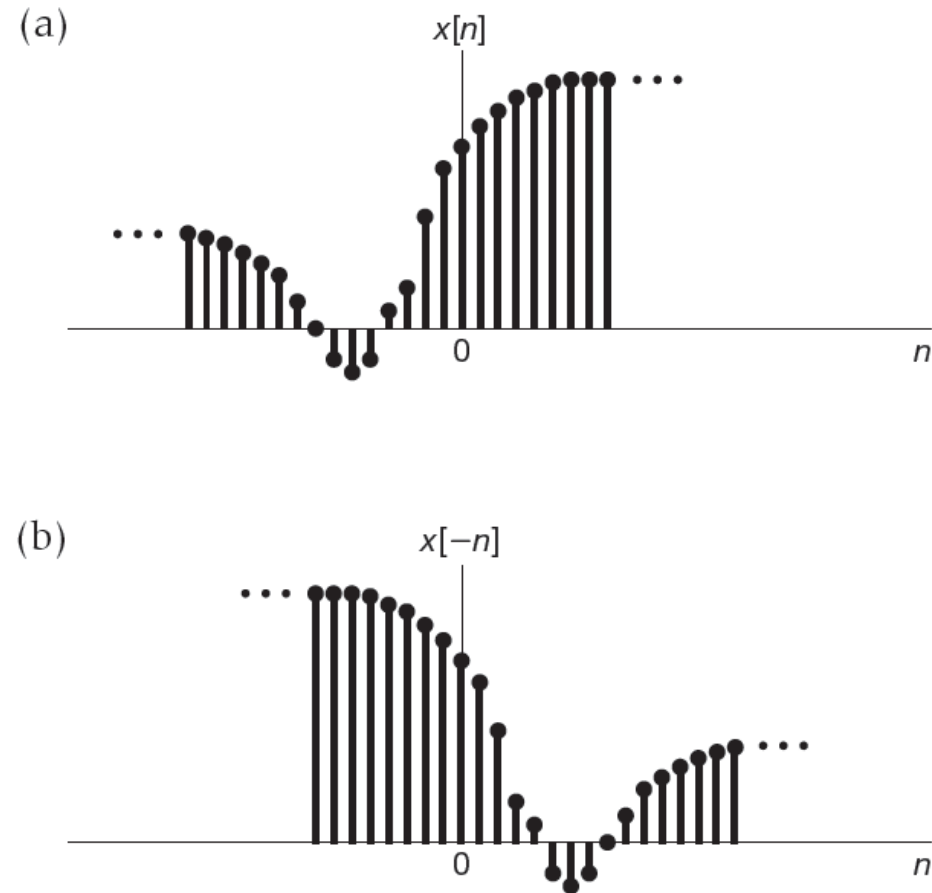


Figura 1.10 (a) Sinal de tempo discreto $x[n]$; (b) sua reflexão $x[-n]$ em relação a $n = 0$.

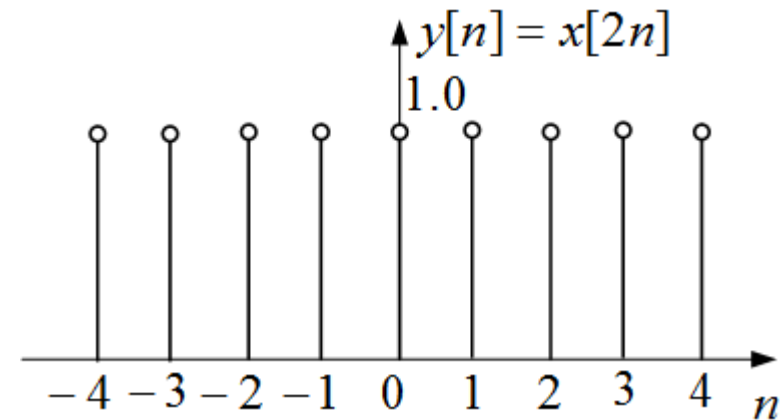
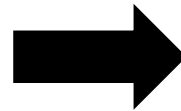
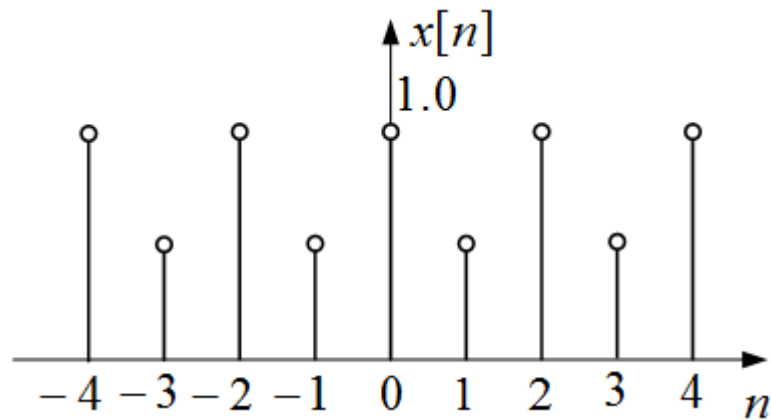
MUDANÇA DE ESCALA DE TEMPO

$$y[n] = x[kn]$$

$k > 1$, $y[n]$ será a versão comprimida de $x[n]$
 $0 < k < 1$, $y[n]$ será a versão expandida de $x[n]$ *

*amostras criadas são igualadas a zero

MUDANÇA DE ESCALA DE TEMPO



OPERAÇÕES ENTRE SINAIS

Potência e Energia de um Sinal

ENERGIA

$$E_x = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]x^*[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

POTÊNCIA

$$P_x = \frac{1}{N} \sum_0^{N-1} |x[n]|^2$$

SINAIS PARES E ÍMPARES

SINAL PAR

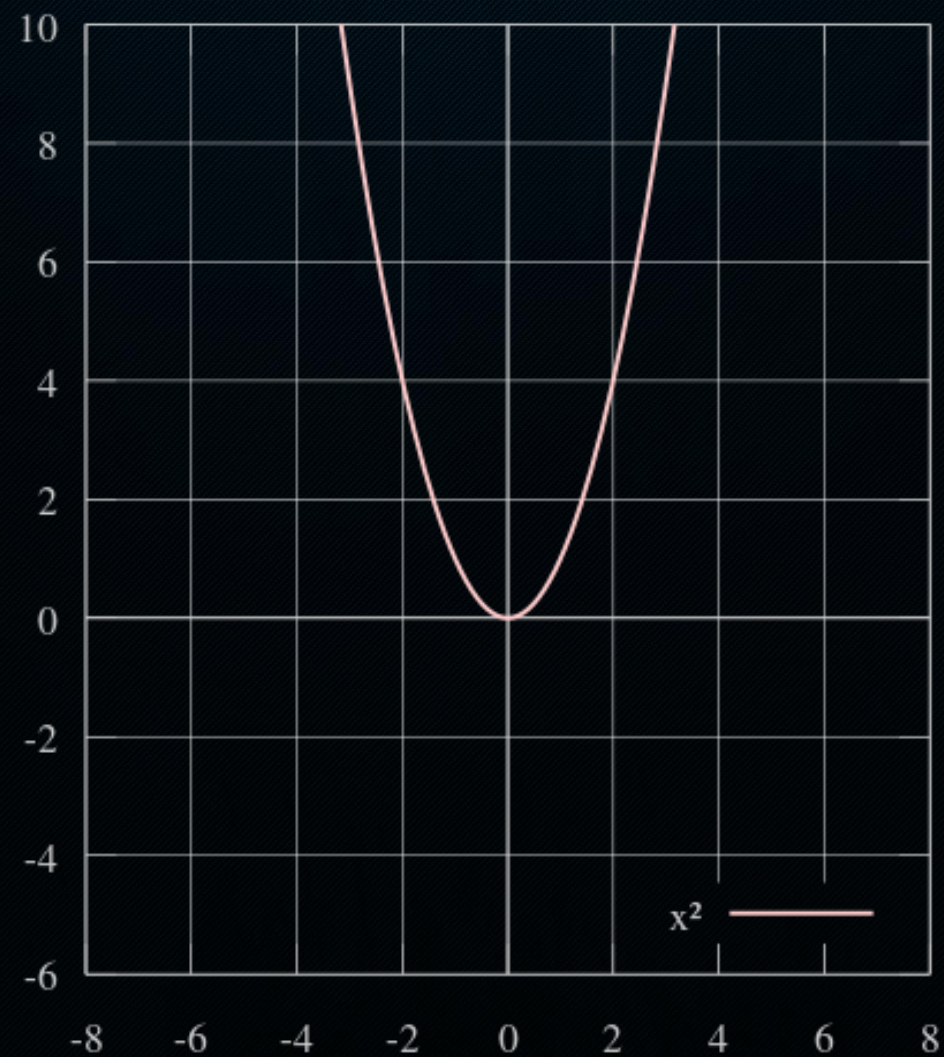
$$x[n] = x[-n]$$

Exemplos:

$$x[n] = \cos(\omega_0 n)$$

$$x[n] = n^2$$

SINAL PAR



SINAL ÍMPAR

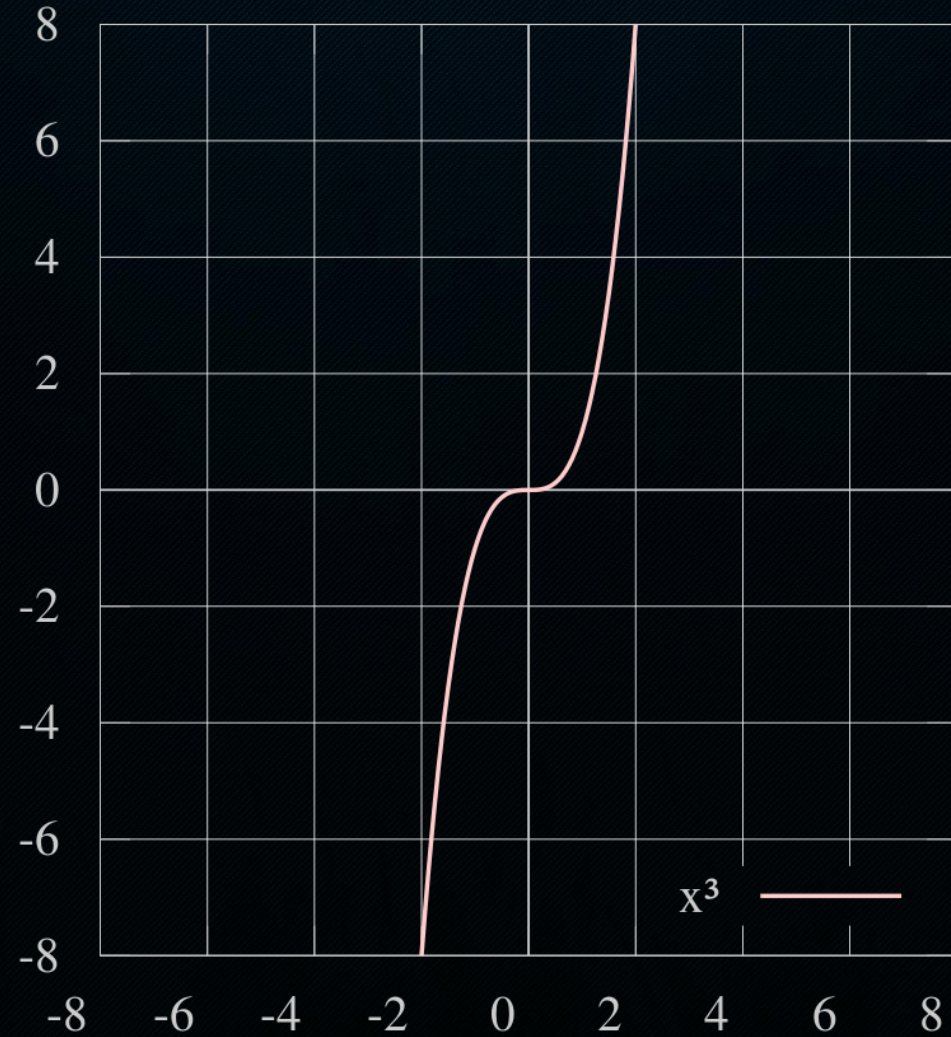
$$x[n] = -x[-n]$$

Exemplos:

$$x[n] = \sin(\omega_0 n)$$

$$x[n] = n^3$$

SINAL ÍMPAR



DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

$$x[n] = x_e[n] + x_o[n]$$

Um sinal real qualquer $x[n]$ pode ser decomposto em uma componente par (x_e) e uma ímpar (x_o)

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

$$x_e[n] = \frac{1}{2} [x[n] + x[-n]]$$

$$x_o[n] = \frac{1}{2} [x[n] - x[-n]]$$

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

```
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)  
% Real signal decomposition into even and odd parts  
% -----  
% [xe, xo, m] = evenodd(x,n)  
%  
if any(imag(x) ~= 0)  
    error('x is not a real sequence')  
end  
m = -fliplr(n);  
m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]); m = m1:m2;  
nm = n(1)-m(1); n1 = 1:length(n);  
x1 = zeros(1,length(m)); x1(n1+nm) = x; x = x1;  
xe = 0.5*(x + fliplr(x)); xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```


DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

```
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)  
% Real signal decomposition into even and odd parts  
% -----  
% [xe, xo, m] = evenodd(x,n)  
%  
if any(imag(x) ~= 0)  
    error('x is not a real sequence')  
end  
m = -fliplr(n);  
m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]); m = m1:m2;  
nm = n(1)-m(1); n1 = 1:length(n);  
x1 = zeros(1,length(m)); x1(n1+nm) = x; x = x1;  
xe = 0.5*(x + fliplr(x)); xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```

Somente números reais

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

```
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
    % Real signal decomposition into even and odd parts
    % -----
    % [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
    %
    if any(imag(x) ~= 0)
        error('x is not a real sequence')
    end
    m = -fliplr(n);
    m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]); m = m1:m2;
    nm = n(1)-m(1); n1 = 1:length(n);
    x1 = zeros(1,length(m)); x1(n1+nm) = x; x = x1;
    xe = 0.5*(x + fliplr(x)); xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```

Se $n = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$,
 $m = [-5 \ -4 \ -3 \ -2 \ -1]$

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

```
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
    % Real signal decomposition into even and odd parts
    % -----
    % [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
    %
    if any(imag(x) ~= 0)
        error('x is not a real sequence')
    end
    m = -fliplr(n);
    m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]); m = m1:m2;
    nm = n(1)-m(1); n1 = 1:length(n);
    x1 = zeros(1,length(m)); x1(n1+nm) = x; x = x1;
    xe = 0.5*(x + fliplr(x)); xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```

Se $n = [1, 2, 3, 4, 5]$
 $m = [-5, -4, -3, -2, -1]$
 $m1 = -5, m2 = 5$
 $m = [-5, -4, \dots, 4, 5]$

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

```
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
% Real signal decomposition into even and odd parts
% -----
% [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
%
if any(imag(x) ~= 0)
    error('x is not a real sequence')
end
m = -fliplr(n);
m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]); m = m1:m2;
nm = n(1)-m(1); n1 = 1:length(n);
x1 = zeros(1,length(m)); x1(n1+nm) = x; x = x1;
xe = 0.5*(x + fliplr(x)); xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```

Se $n = [1, 2, 3, 4, 5]$
 $m = [-5, -4, -3, -2, -1]$
 $m1 = -5, m2 = 5$
 $m = [-5, -4, \dots, 4, 5]$
 $nm = 5, n1 = [1 \dots 5]$

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

```
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
% Real signal decomposition into even and odd parts
% -----
% [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
%
if any(imag(x) ~= 0)
    error('x is not a real sequence')
end
m = -fliplr(n);
m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]); m = m1:m2;
nm = n(1)-m(1); n1 = 1:length(n);
x1 = zeros(1,length(m)); x1(n1+nm) = x; x = x1;
xe = 0.5*(x + fliplr(x)); xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```

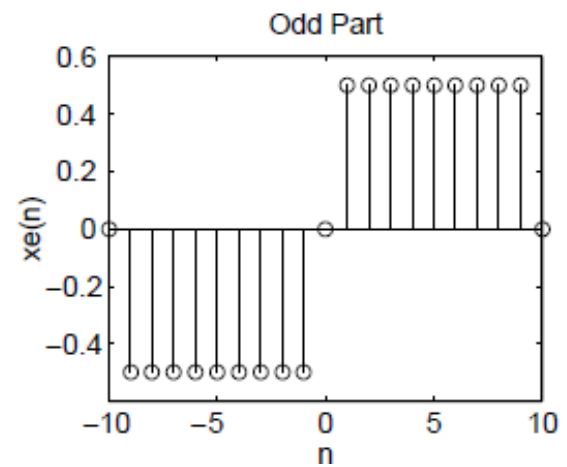
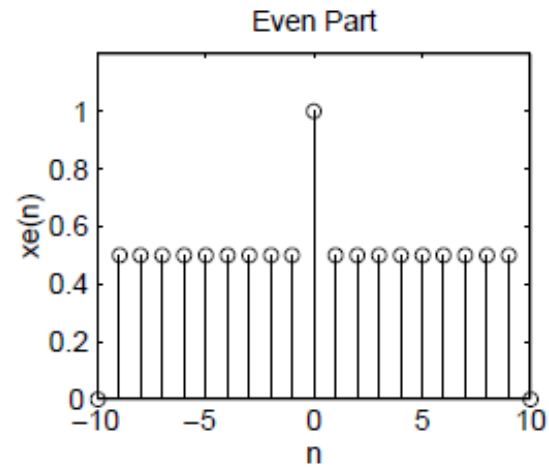
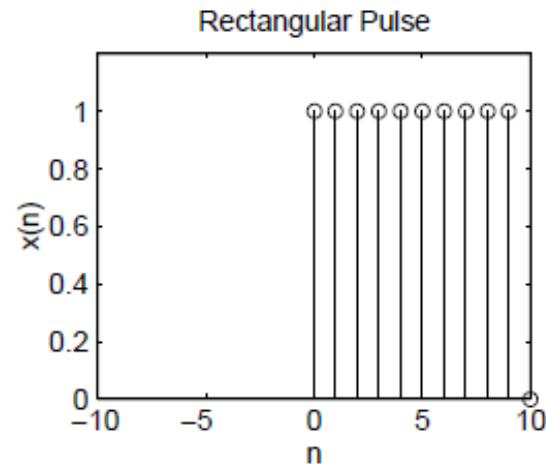
Se $n = [1, 2, 3, 4, 5]$
 $m = [-5, -4, -3, -2, -1]$
 $m1 = -5, m2 = 5$
 $m = [-5, -4, \dots, 4, 5]$
 $nm = 6, n1 = [1 \dots 5]$
 $x1 = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ (11 zeros)
 $x1[6+n[1:5]] = x[n[1:5]]$
 $x = x1$

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL

```
function [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
    % Real signal decomposition into even and odd parts
    % -----
    % [xe, xo, m] = evenodd(x,n)
    %
    if any(imag(x) ~= 0)
        error('x is not a real sequence')
    end
    m = -fliplr(n);
    m1 = min([m,n]); m2 = max([m,n]); m = m1:m2;
    nm = n(1)-m(1); n1 = 1:length(n);
    x1 = zeros(1,length(m)); x1(n1+nm) = x; x = x1;
    xe = 0.5*(x + fliplr(x)); xo = 0.5*(x - fliplr(x));
```

Aplica fórmula da decomposição
em sinais par e ímpar

DECOMPOSIÇÃO DE UM SINAL



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Matlab

- *Dada a função $x[n] = 3\delta[n + 2] - 2u[n - 5] - u[2n]$, faça:*
 - *a) implemente em Matlab a função $x[n]$, usando subplot (1 para cada um dos termos de $x[n]$, e um para o próprio $x[n]$). Use o comando stem*
 - *b) plote (stem) a derivada (diferença) deste sinal*
 - *c) plote (stem) a integral deste sinal*



"That's all Folks!"