DIGITAL SIGNAL PROCESSING

Processamento Digital de Sinais

Prof. Bruno Zatt
Ruhan Conceição

DIGITAL SIGNAL PROCESSING

Aula 8 - Transformada de Fourier de Tempo Discreto

Discrete-Time Fourier Transform (DTFT)

Prof. Bruno Zatt
Ruhan Conceição

INTRODUÇÃO

Lembrando da fórmula da convolução...

$$y[n] = x * h = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$

INTRODUÇÃO

Uma vez que a convolução é comutativa

$$y[n] = x * h = h * x = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]$$

INTRODUÇÃO

Caso o sinal de entrada x[n] seja uma exponencial imaginária, temos que:

$$y[n] = h * x = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k] e^{j\omega(n-k)}$$

INTRODUÇÃO

Caso o sinal de entrada x[n] seja uma exponencial imaginária, temos que:

$$y[n] = h * x = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k] e^{j\omega n} e^{-j\omega k}$$

INTRODUÇÃO

Visto que $e^{j\omega n}$ não depende da variável k, este pode ser extraído para fora do somatório na equação abaixo:

$$y[n] = e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k] e^{-j\omega k}$$

INTRODUÇÃO

Assim:

$$e^{j\omega n} \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k] e^{-j\omega k}$$

INTRODUÇÃO

Assim:

$$e^{j\omega n} \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]e^{-j\omega k}$$

Percebe-se que quando um sinal exponencial imaginário é aplicado à entrada de um sistema LTI h[n], a resposta do sistema é a mesma exponencial multiplicada por um valor.

INTRODUÇÃO

$$e^{j\omega n} \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]e^{-j\omega k}$$

$e^{j\omega n}$ → Autofunção

$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]e^{-j\omega k}$ → Autovalor

Se um sinal (função) $\emptyset_k[n]$ é aplicado em um sistema h[n] e a resposta é o mesmo sinal multiplicado por um valor λ_k, $\emptyset_k[n]$ é denominado autofunção e λ_k autovalor do sistema h[n].

INTRODUÇÃO

$$H(e^{j\omega}) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]e^{-j\omega k}$$

$$y[n] = H(e^{j\omega})e^{j\omega n}$$

[...] a saída do sistema é uma senóide complexa que tem a mesma frequência que a entrada multiplicada pelo número complexo $H(e^{j\omega})$. [...]. A quantidade $H(e^{j\omega})$ não é uma função do tempo *n*, mas é somente uma função da frequência ω, e é denominada resposta em frequência do sistema de tempo discreto.

– Simon Haykin

TRANSFORMADA DE FOURIER DE TEMPO DISCRETO

DTFT

A dedução realizada nos slides anteriores nos permitiu observar a resposta em frequência do sistema h[n]

$$H\left(e^{j\omega}\right) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]e^{-j\omega k}$$

DTFT

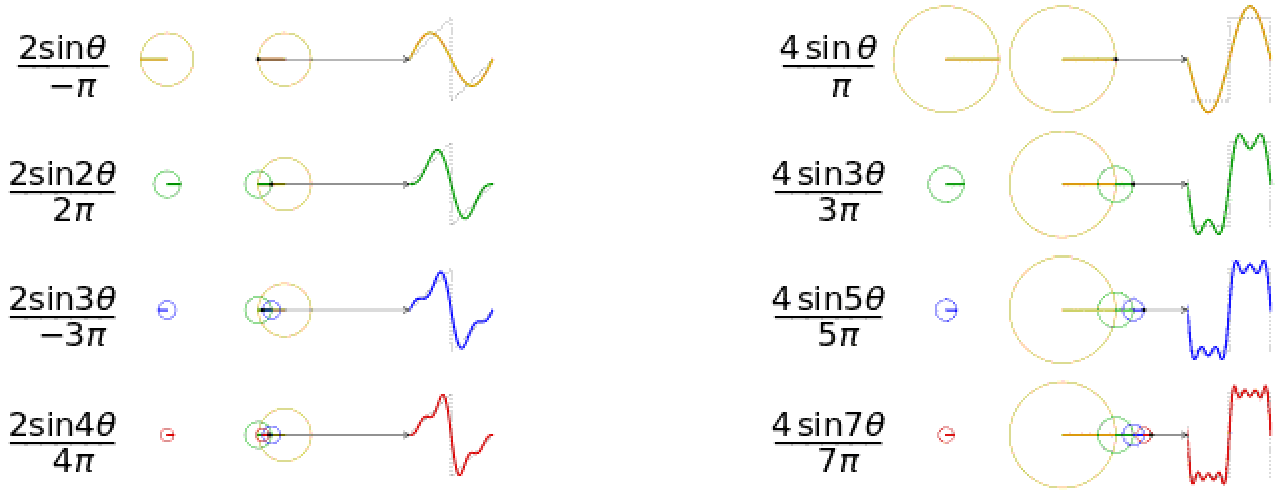
Analogamente, definiremos $X(e^{j\omega})$ como a representação em frequência de um dado sinal arbitrário $x[n]$

$$X(e^{j\omega}) \triangleq \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

Destaca-se que a dedução matemática realizada para obter $H(e^{j\omega})$ não é a mesma para $X(e^{j\omega})$, a qual considera conceitos observados na DTFS.

DTFT

Com a definição da DTFT, nota-se que um sinal qualquer pode ser composto através do somatório infinito de exponenciais complexas



DTFT

Definição Matemática

$$X\left(e^{j\omega}\right) \triangleq \mathcal{F}\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

DTFT

Definição Matemática

$$X\left(e^{j\omega}\right) \triangleq \mathcal{F}\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

Tempo Discreto ➔ Frequência Contínua

DTFT – Exemplo

Determine a DTFT de $x[n] = (0{,}5)^n u[n]$

DTFT – EXEMPLO

Determine a DTFT de $x[n] = (0{,}5)^n u[n]$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (0{,}5)^n u[n] e^{-j\omega n}$$

DTFT – EXEMPLO

Determine a DTFT de $x[n] = (0,5)^n u[n]$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (0,5)^n u[n] e^{-j\omega n}$$

DTFT – EXEMPLO

Determine a DTFT de $x[n] = (0{,}5)^n u[n]$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{+\infty} (0{,}5)^n e^{-j\omega n}$$

DTFT – EXEMPLO

Determine a DTFT de $x[n] = (0{,}5)^n u[n]$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{+\infty} (0{,}5)^{n} e^{-j\omega n}$$

DTFT – EXEMPLO

Determine a DTFT de $x[n] = (0{,}5)^n u[n]$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{+\infty} (0{,}5e^{-j\omega})^n$$

DTFT – EXEMPLO

Determine a DTFT de $x[n] = (0{,}5)^n u[n]$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{+\infty} (0{,}5e^{-j\omega})^n$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a^n = \frac{1}{1-a}, para\ 0 \leq a < 1$$

DTFT – EXEMPLO

Determine a DTFT de $x[n] = (0,5)^n u[n]$

$$X\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{1 - 0,5e^{-j\omega}} = \frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega} - 0,5}$$

EXEMPLO 1 IN MATLAB

```
n = 0:25;
x = (0.5).^n;
subplot(211); stem(n,x); title('Sinal x[n]'); grid; %Plota sinal x[n] original

M = 100;
w = (-M:M)/M*pi; %w = [-pi : pi]
X = (exp(1i*w)./(exp(1i*w)-0.5));

subplot(223); plot(w/pi,abs(X)); title('Magnitude de X(e^{j\omega})')
subplot(224); plot(w/pi,angle(X)); title('Fase de X(e^{j\omega})')
%subplot (111) = subplot(1,1,1)
```

DTFT – EXEMPLO 2

Determine a DTFT de $x[n] = \{1, \underset{\uparrow}{2}, 3, 4, 5\}$

DTFT – EXEMPLO 2

Determine a DTFT de $x[n] = \{1, \underset{\uparrow}{2}, 3, 4, 5\}$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

$$= 1e^{-j\omega(-1)} + 2e^{-j\omega(0)} + 3e^{-j\omega(1)} + 4e^{-j\omega(2)} + 5e^{-j\omega(3)}$$

$$= e^{j\omega} + 2 + 3e^{-j\omega} + 4e^{-j2\omega} + 5e^{-j3\omega}$$

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft_vf(x,n,M)

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = zeros(1,length(w));
   for i=1:length(w)
      for j=1:length(n)
         X(i) = x(j).*exp(-1i*w(i)*n(j)) + X(i);
      end
   end

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

$$X\left(e^{j\omega}\right) \triangleq \mathcal{F}\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft_vf(x,n,M)

  k = -M:M;
  w = (pi/M)*k;
  X = zeros(1,length(w));
  for i=1:length(w)
    for j=1:length(n)
      X(i) = x(j).*exp(-1i*w(i)*n(j)) + X(i);
    end
  end

  magX = abs(X); angX = angle(X);
  realX = real(X); imagX = imag(X);
  subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
  subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
  subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
  subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

Há como deixar mais otimizada esta parte do código?

$$X\left(e^{j\omega}\right) \triangleq \mathcal{F}\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
  if (nargin < 3) %se apenas 2 argumentos são passados como parâmetro, seta M como 500
    M = 500;
  end

  k = -M:M;
  w = (pi/M)*k;
  X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

  magX = abs(X); angX = angle(X);
  realX = real(X); imagX = imag(X);
  subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
  subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
  subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
  subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
      M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

M	3						
k	-3	-2	-1	0	1	2	3

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
      M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

M	3						
k	-3	-2	-1	0	1	2	3
w	$-\pi$	$\frac{-2\pi}{3}$	$\frac{-\pi}{3}$	0	$\frac{+\pi}{3}$	$\frac{+2\pi}{3}$	$+\pi$

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
      M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

M	3						
k	-3	-2	-1	0	1	2	3
w_k	w_{-3}	w_{-2}	w_{-1}	w_0	w_1	w_2	w_3

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
      M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

M	3						
k	-3	-2	-1	0	1	2	3
w_k	w_{-3}	w_{-2}	w_{-1}	w_0	w_1	w_2	w_3
x	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
n	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
  if (nargin < 3)
    M = 500;
  end

  k = -M:M;
  w = (pi/M)*k;
  X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

  magX = abs(X); angX = angle(X);
  realX = real(X); imagX = imag(X);
  subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
  subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
  subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
  subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
  xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

$$\boxed{k} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\boxed{n} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline n_0 & n_1 & n_2 & n_3 & n_4 & n_5 \\ \hline \end{array}$$

$$\boxed{n'} \quad \begin{array}{|c|} \hline n_0 \\ \hline n_1 \\ \hline n_2 \\ \hline n_3 \\ \hline n_4 \\ \hline n_5 \\ \hline \end{array}$$

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
      M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

$$\boxed{n'} \quad \begin{bmatrix} n_0 \\ n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ n_5 \end{bmatrix} \quad * \quad \boxed{k} \quad \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{n' * k}$$

$$\begin{bmatrix} -3n_0 & -2n_0 & -n_0 & 0 & n_0 & 2n_0 & 3n_0 \\ -3n_1 & -2n_1 & -n_1 & 0 & n_1 & 2n_1 & 3n_1 \\ & & & \vdots & & & \\ -3n_5 & -2n_5 & -n_5 & 0 & n_5 & 2n_5 & 3n_5 \end{bmatrix}$$

DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
      M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

$$e^{\frac{j\pi}{3}*(n'*k)}$$

$e^{+\frac{j3\pi}{3}n_0}$	$e^{+\frac{j2\pi}{3}n_0}$	$e^{+\frac{j1\pi}{3}n_0}$	1	$e^{-\frac{j1\pi}{3}n_0}$	$e^{-\frac{j2\pi}{3}n_0}$	$e^{-\frac{j3\pi}{3}n_0}$
$e^{+\frac{j3\pi}{3}n_1}$	$e^{+\frac{j2\pi}{3}n_1}$	$e^{+\frac{j1\pi}{3}n_1}$	1	$e^{-\frac{j1\pi}{3}n_1}$	$e^{-\frac{j2\pi}{3}n_1}$	$e^{-\frac{j3\pi}{3}n_1}$

$e^{+\frac{j3\pi}{3}n_5}$	$e^{+\frac{j2\pi}{3}n_5}$	$e^{+\frac{j1\pi}{3}n_5}$	1	$e^{-\frac{j1\pi}{3}n_5}$	$e^{-\frac{j2\pi}{3}n_5}$	$e^{-\frac{j3\pi}{3}n_5}$

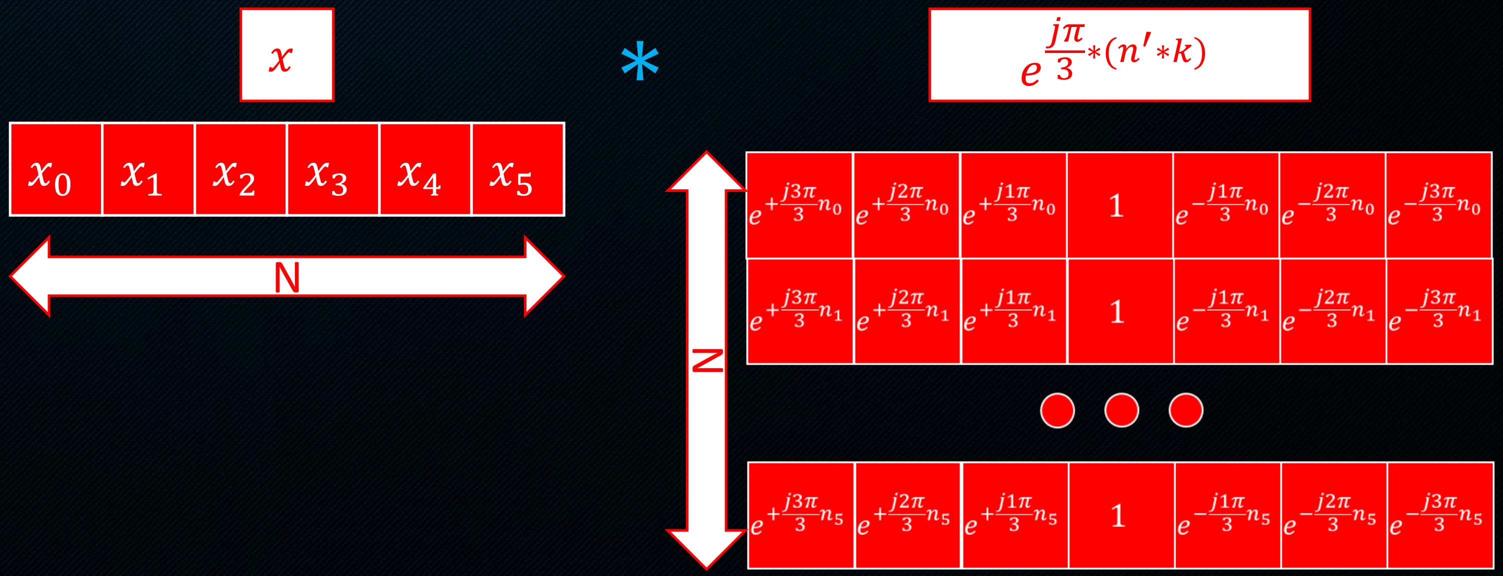
DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
      M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Angle Part')
   subplot(2,2,2); plot(k/M,realX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Real Part')
   subplot(2,2,4); plot(k/M,imagX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```



DTFT IN MATLAB

```
function X = dtft(x,n,M)
   if (nargin < 3)
     M = 500;
   end

   k = -M:M;
   w = (pi/M)*k;
   X = x * (exp(-j*pi/M)).^(n'*k);

   magX = abs(X); angX = angle(X);
   realX = real(X); imagX = imag(X);
   subplot(2,2,1); plot(k/M,magX);grid
   xlabel('frequency in pi units'); title('Magnitude Part')
   subplot(2,2,3); plot(k/M,angX/pi);grid
   xlabel('f
   subplot(
   xlabel('f
   subplot(
   xlabel('frequency in pi units'); title('Imaginary Part')

end
```

$$X\left(e^{j\omega}\right) \triangleq \mathcal{F}\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

x

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5

N

$*$

$e^{\frac{j\pi}{3}*(n'*k)}$

N

$e^{+\frac{j3\pi}{3}n_0}$	$e^{+\frac{j2\pi}{3}n_0}$	$e^{+\frac{j1\pi}{3}n_0}$	1	$e^{-\frac{j1\pi}{3}n_0}$	$e^{-\frac{j2\pi}{3}n_0}$	$e^{-\frac{j3\pi}{3}n_0}$
$e^{+\frac{j3\pi}{3}n_1}$	$e^{+\frac{j2\pi}{3}n_1}$	$e^{+\frac{j1\pi}{3}n_1}$	1	$e^{-\frac{j1\pi}{3}n_1}$	$e^{-\frac{j2\pi}{3}n_1}$	$e^{-\frac{j3\pi}{3}n_1}$
$e^{+\frac{j3\pi}{3}n_5}$	$e^{+\frac{j2\pi}{3}n_5}$	$e^{+\frac{j1\pi}{3}n_5}$	1	$e^{-\frac{j1\pi}{3}n_5}$	$e^{-\frac{j2\pi}{3}n_5}$	$e^{-\frac{j3\pi}{3}n_5}$

X'

$$X_0 = x_0 * e^{+\frac{j3\pi}{3}n_0} + x_1 * e^{+\frac{j3\pi}{3}n_1} + \cdots x_5 * e^{+\frac{j3\pi}{3}n_5}$$

$$X_1 = x_0 * e^{+\frac{j2\pi}{3}n_0} + x_1 * e^{+\frac{j2\pi}{3}n_1} + \cdots x_5 * e^{+\frac{j2\pi}{3}n_5}$$

$$X_6 = x_0 * e^{-\frac{j3\pi}{3}n_0} + x_1 * e^{-\frac{j3\pi}{3}n_1} + \cdots x_5 * e^{-\frac{j3\pi}{3}n_5}$$

DTFT EXEMPLO 2 IN MATLAB

```
[x, n] = rampseq(-2,-1,3);
dtft (x,n,500);
```

CARACTERÍSTICAS DA DTFT

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

O sinal $x[n]$ deve ser completamente somável:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]| < \infty$$

PERIODICIDADE

$$X\left(e^{j\omega}\right) = X\left(e^{j[\omega+2\pi]}\right)$$

PERIODICIDADE

$$X\left(e^{j\omega}\right) = X\left(e^{j[\omega+2\pi]}\right)$$

Implicação: precisa-se apenas avaliar a resposta em frequências do sinal $x[n]$ em um intervalo $2\pi\ rad/amostra$.

Geralmente realiza-se esta avaliação no intervalo $[-\pi, \pi]$

SIMETRIA

Se $x[n]$ é um sinal puramente real:

$$X\left(e^{-j\omega}\right) = X^{*}\left(e^{j\omega}\right)$$

SIMETRIA

Em outras palavras:

$$Re\{X(e^{-j\omega})\} = Re\{X(e^{j\omega})\}$$

$$Im\{X(e^{-j\omega})\} = -Im\{X(e^{j\omega})\}$$

$$|X(e^{-j\omega})| = |X(e^{j\omega})|$$

$$\angle X(e^{-j\omega}) = -\angle X(e^{j\omega})$$

SIMETRIA

Assim, caso o sinal $x[n]$ seja puramente real, pode-se analisar a resposta em frequência $X(e^{j\omega})$ apenas no intervalo $[0, \pi]$, inferindo-se o intervalo $[-\pi, 0]$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Usando a função em Matlab, plote as seguintes DTFTs dos sinais x(n)

1. $x(n) = (0.6)^{|n|}\,[u(n+10) - u(n-11)]$.
2. $x(n) = n(0.9)^{n}\,[u(n) - u(n-21)]$.
3. $x(n) = [\cos(0.5\pi n) + j\sin(0.5\pi n)][u(n) - u(n-51)]$.
4. $x(n) = \{\underset{\uparrow}{4}, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 4\}$.
5. $x(n) = \{\underset{\uparrow}{4}, 3, 2, 1, -1, -2, -3, -4\}$.

2. Crie um sinal x[n] senoidal de 440Hz, com uma dada frequência de amostragem Fs. Faça a DTFT $X(e^{jw})$ deste sinal, analisando sua resposta em frequência. Disserte sobre a resposta em magnitude obtida, relacionando-a com a frequência linear do sinal x[n] (440Hz).

Entregar dia 12/09 sem extensões.

“That's all Folks!”