UFU 45 ANOS

# Roteiro 4A - Modelagem com a TL

## Sistemas de Controle


Leonardo Vecchi Meirelles

12011ECP002


Setembro 2023

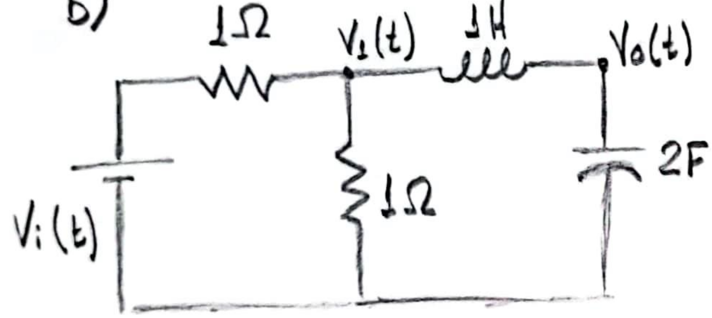
17) a) $i_1 = i_2 + i_3 \Rightarrow \frac{V_i(t)}{R_1} = \frac{1}{L}\int V_o(\tau)\,d\tau + \frac{V_o(t)}{R_2}$

- Aplicando Laplace:

$$\frac{V_i(s)}{R_1} = \frac{1}{L}\cdot\frac{1}{s}\cdot V_o(s) + \frac{V_o(s)}{R_2} \Rightarrow \frac{V_i(s)}{1} = \frac{1}{s}V_o(s) + \frac{V_o(s)}{2}$$

$$V_i(s) = V_o(s)\cdot\left[\frac{1}{s}+\frac{1}{2}\right] = V_o(s)\cdot\left[\frac{2+s}{2s}\right] \quad \therefore \quad \underline{\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{2s}{2+s}}$$

b)




Aplicando LKT em $V_1$:

$$V_1 - V_i + V_1 + \int_0^1 (V_1 - V_o)\,dt = 0$$

Aplicando Laplace:

$$V_1(s) - V_i(s) + V_1(s) + \frac{1}{s}(V_1(s) - V_o(s)) = 0$$

$$V_i = V_1\cdot\left(\frac{2s+1}{s}\right) - \frac{V_o}{s} \quad (\text{I})$$

Aplicando LKT em $V_o$:

$$\int_0^1 (V_o - V_1)\,dt + 2\frac{dV_o}{dt} = 0$$

Aplicando Laplace:

$$\frac{1}{s}(V_o(s) - V_1(s)) + 2s\,V_o(s) = 0$$

$$V_1(s) = V_o(s)\cdot(2s^2+1) \quad (\text{II})$$

Substituindo II em I:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{s}{4s^3 + 2s^2 + 2s}$$

20) a) Aplicando LKC em $V_1$ e Laplace:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s}(V_1 - V_i) + V_1 + \frac{1}{3}\frac{1}{s}V_0 = 0 \Rightarrow V_1\left(\frac{1}{2s}+1\right) + \frac{V_0}{3s} = \frac{V_i}{2s}$$

$$\Rightarrow V_i = 2V_1\left(\frac{2s+1}{2}\right) + \frac{2V_0}{3} \quad (I)$$

- Aplicando LKC em $V_0$ e Laplace:

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{s}\cdot(-V_0) + \frac{s}{2}(V_1 - V_0) = 0 \Rightarrow \frac{V_0}{3s} + \frac{sV_0}{2} = \frac{sV_1}{2}$$

$$\Rightarrow V_1 = V_0\left(\frac{3s^2+2}{3s^2}\right) \quad (II)$$

- Substituindo (II) em (I) e simplificando:

$$\frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{3s^2}{6s^3+5s^2+4s+2}$$

b) Aplicando LKC em $V_1$ e Laplace:

$$\frac{1}{s}(V_1 - V_i) + \frac{1}{s}V_1 + sV_1 + (V_1 - V_0) = 0$$

$$\Rightarrow V_1(2+s^2+s) - V_0 s = V_i \quad (I)$$

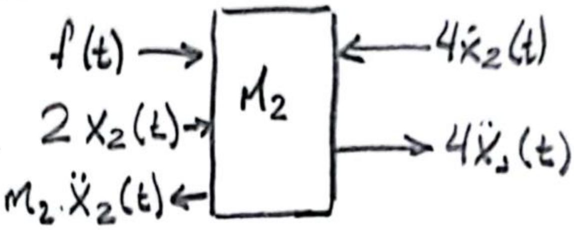
- Aplicando LKC em $V_0$ e Laplace:

$$V_0 - V_1 + sV_0 + \frac{1}{s}(V_0 - V_i) = 0 \Rightarrow V_0\left(1+s+\frac{1}{s}\right) - \frac{V_i}{s} = V_1 \quad (II)$$

- Substituindo (II) em (I) e simplificando:

$$\frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{s^2+2s+2}{s^4+2s^3+3s^2+3s+2}$$

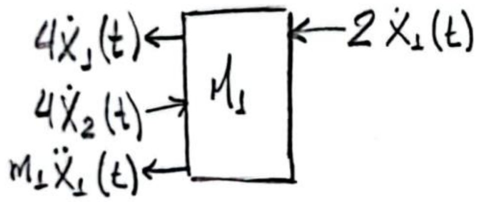
26) Diagrama para $M_2$:




Equação após Laplace:

$$X_2[4s-2] - X_1[4s] = F(s) \quad (I)$$

Diagrama para $M_1$:



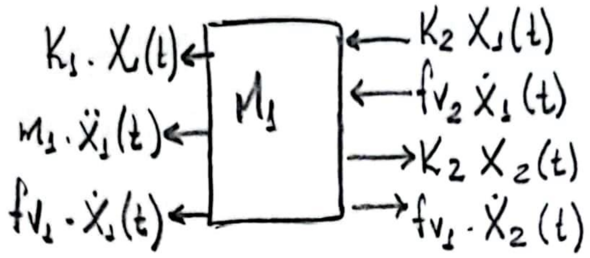

Equação após Laplace:

$$X_2\left(\frac{2}{4s+3}\right) - X_1 = 0 \quad (II)$$

- Substituindo (II) em (I):

$$F(s) = X_2\left(\frac{16s^2-4s-6}{4s+3}\right) \Rightarrow \frac{X_2(s)}{F(s)} = \frac{4s+3}{16s^2-4s-6}$$

27) Diagrama para o bloco $M_1$:

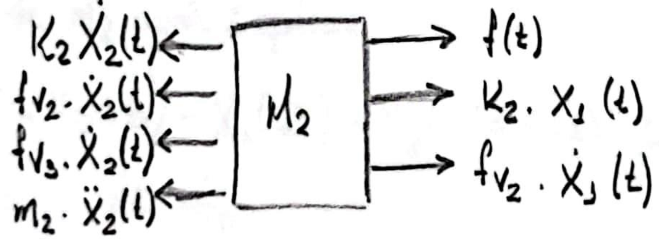



Equação de $M_1$ após Laplace:

$$X_2(3s+5) = X_1(s^2+6s+9)$$

$$X_2 = X_1 \cdot \left(\frac{s^2+6s+9}{3s+5}\right) \quad (I)$$

Diagrama para o bloco $M_2$:



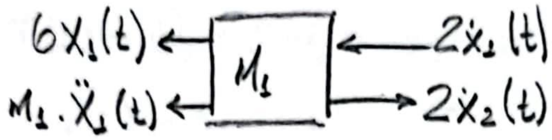

Equação de $M_2$ após Laplace:

$$X_2(2s^2+5s+5) - X_1(3s+5) = F(s) \quad (II)$$

- Substituindo (I) em (II) e simplificando:

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = \frac{3s+5}{2s^4+17s^3+44s^2+45s+20}$$

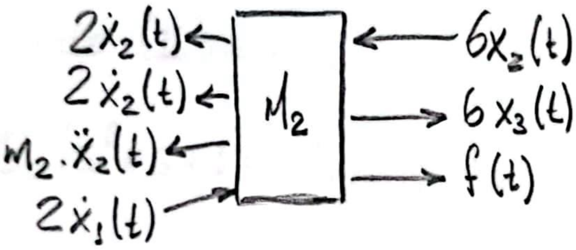
28) Diagrama de $M_1$:




Equação de $M_1$ após Laplace:

$$X_2(2s) - X_1(4s^2 + 2s + 6) = 0 \quad (I)$$

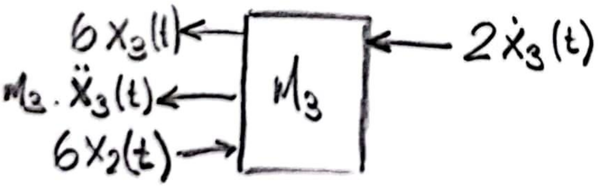
Diagrama de $M_2$:




Equação de $M_2$ após Laplace:

$$X_2(4s^2 + 4s + 6) - X_1(2s) - X_3(6) = F(s) \quad (II)$$

Diagrama de $M_3$:




Equação de $M_3$ após Laplace:

$$X_3\left(\frac{4s^2 + 2s + 6}{6}\right) - X_2 = 0 \quad (III)$$

Substituindo (III) em (I):

$$X_1 = X_3 \cdot \frac{2s}{6} \quad (IV)$$

Substituindo (IV) em (II) e simplificando:

$$\frac{X_3(s)}{F(s)} = \frac{6}{16s^4 + 24s^3 + 52s^2 + 36s}$$

34) Equação de $I_1$:

$$-s^2\theta_1 + T(s) - \theta_1 - s\theta_1 + \theta_2 + s\theta_2 = 0$$

$$\theta_1(s^2+s+1) - \theta_2(s+1) = T(s) \quad (I)$$

Equação de $I_2$:

$$s\theta_1 + \theta_1 - s\theta_2 - \theta_2 - \theta_2 - s^2\theta_2 = 0$$

$$\theta_2(s^2+s+2) - \theta_1(s+1) = 0 \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I):

$$T(s) = \theta_1(s^2+s+1) - \theta_1\left(\frac{s+1}{s^2+s+2}\right)\cdot(s+1)$$

$$\therefore \frac{\theta_1(s)}{T(s)} = \frac{s^2+s+2}{s^4+2s^3+3s^2+s+1}$$ //