



# UFU 45 ANOS

## *Matlab para a Transformada de Laplace*

*Sistemas de Controle*

*Leonardo Vecchi Meirelles*

12011ECP002

Setembro 2023

## Residue

A função “residue” no MATLAB é usada para decomposição de frações parciais e cálculo dos resíduos de uma função de transferência racional. É uma ferramenta valiosa em teoria de controle, processamento de sinais e outras aplicações matemáticas e de engenharia. A função é normalmente usada com representações transformadas por Laplace de sistemas lineares invariantes no tempo.

- **Decomposição de frações parciais:** Dada uma função de transferência racional, que é a razão de dois polinômios no domínio de Laplace (domínio  $s$ ), o resíduo a decompõe em uma soma de frações mais simples. Isto é particularmente útil para analisar e compreender o comportamento de sistemas complexos.
- **Cálculo de resíduos:** Após realizar a decomposição de frações parciais, o resíduo calcula os resíduos associados a cada uma das frações mais simples. Esses resíduos fornecem informações sobre o comportamento do sistema, incluindo informações sobre os pólos e zeros da função de transferência.

A sintaxe da função de resíduo normalmente se parece com isto:

$$[R, P, K] = \text{residue}(b, a)$$

- $b$  são os coeficientes polinomiais do numerador.
- $a$  são os coeficientes polinomiais do denominador.
- $R$  contém os resíduos da decomposição da fração parcial.
- $P$  contém os pólos da função de transferência.
- $K$  é uma matriz contendo quaisquer termos constantes que sobraram após a decomposição em frações parciais.

## Poly

A função `poly` no MATLAB é usada para encontrar os coeficientes de um polinômio dadas suas raízes ou para avaliar um polinômio em um ponto específico. Seus objetivos principais são os seguintes:

Encontrando Coeficientes Polinomiais a partir de Raízes:

Se você tiver as raízes de um polinômio e quiser encontrar os coeficientes do polinômio, poderá usar `poly`.

A sintaxe para este propósito é:  $C = \text{poly}(R)$ , onde  $R$  é um vetor contendo as raízes do polinômio, e  $C$  será um vetor contendo os coeficientes do polinômio. Os coeficientes são ordenados do termo de maior grau até o termo constante.

Você também pode usar `poly` para avaliar um polinômio em um ponto específico ou para um conjunto de pontos.

A sintaxe para este propósito é:  $y = \text{poly}(C, x)$ , onde  $C$  é um vetor contendo os coeficientes polinomiais, e  $x$  pode ser um escalar ou um vetor de valores onde se deseja avaliar o polinômio. A função retorna os valores correspondentes do polinômio nos pontos especificados.

## **Roots**

A função de `roots` no MATLAB serve ao propósito crucial de encontrar as roots de uma equação polinomial. Dados os coeficientes de um polinômio, calcula os valores nos quais o polinômio é igual a zero, resolvendo efetivamente os valores da variável que fazem o polinômio desaparecer. Essas roots são fundamentais em diversas aplicações matemáticas e de engenharia, incluindo sistemas de controle, processamento de sinais e resolução de equações algébricas.

Quando você chama `roots` com um vetor de coeficientes polinomiais, ele retorna uma matriz de números complexos representando as raízes. Essas raízes fornecem insights sobre o comportamento do polinômio e, por extensão, do sistema subjacente que ele representa. Em sistemas de controle, por exemplo, as raízes do polinômio característico do sistema são usadas para determinar a estabilidade do sistema e a resposta transitória.

Além disso, as raízes podem ser usadas em conjunto com outras funções para fatorar e manipular polinômios. É uma ferramenta valiosa para compreender as propriedades das equações polinomiais e seu significado em vários campos da matemática e da engenharia. Esteja você analisando a estabilidade de um sistema de controle ou resolvendo uma equação matemática, a função de `roots` ajuda a encontrar os

valores críticos onde o polinômio é igual a zero, esclarecendo o comportamento do sistema ou as soluções da equação.

## **Symbolic**

A caixa de ferramentas simbólica ou, mais precisamente, a caixa de ferramentas matemática simbólica no MATLAB, é uma ferramenta poderosa para realizar matemática simbólica. Seu objetivo principal é manipular e calcular expressões simbólicas, equações e variáveis, em vez de valores numéricos. Esta caixa de ferramentas é particularmente útil para cálculos simbólicos em matemática, engenharia, física e outras disciplinas científicas.

Um dos principais recursos do Symbolic Math Toolbox é sua capacidade de trabalhar com variáveis simbólicas. Você pode definir e manipular variáveis simbólicas, que representam símbolos ou variáveis matemáticas, sem atribuir valores numéricos específicos. Isto é benéfico quando você deseja trabalhar com expressões algébricas, resolver equações simbolicamente ou realizar operações de cálculo como diferenciação e integração simbolicamente. Por exemplo, você pode criar uma variável simbólica como  $x$  e usá-la em várias expressões e equações matemáticas.

Além disso, a caixa de ferramentas fornece funções para simplificação simbólica, expansão e fatoração de expressões. Também pode resolver equações simbolicamente, encontrando soluções exatas em vez de aproximações numéricas. Isto é particularmente valioso na análise matemática e quando são necessárias soluções precisas para problemas de engenharia ou científicos.

Em resumo, a caixa de ferramentas simbólica do MATLAB permite trabalhar com matemática simbólica, permitindo manipular expressões simbólicas, resolver equações simbolicamente, realizar operações de cálculo e obter soluções exatas. É uma ferramenta versátil para tarefas matemáticas e científicas onde a precisão e a representação simbólica são essenciais.

## **Partfrac**

A função `partfrac` no MATLAB é usada para realizar a decomposição de frações parciais em funções racionais. Seu objetivo principal é simplificar expressões algébricas complexas, decompondo-as em frações mais simples, facilitando a análise e o trabalho com equações matemáticas, principalmente em cálculo, teoria de controle e processamento de sinais.

Quando você tem uma função racional complexa (um polinômio dividido por outro polinômio), `partfrac` ajuda a dividi-la em uma soma de frações mais simples, normalmente com denominadores mais simples. Isso é valioso para diversas tarefas matemáticas, como resolver equações diferenciais, encontrar transformadas inversas de Laplace ou simplificar funções de transferência na análise de sistemas de controle.

A sintaxe do `partfrac` é direta. Você fornece uma função racional e ela retorna a decomposição da função como uma soma de frações mais simples. Esta decomposição pode ser útil para futuras manipulações matemáticas ou para a compreensão do comportamento de um sistema descrito pela função racional original. A função `partfrac` é uma ferramenta essencial em matemática simbólica, ajudando os usuários a trabalhar com expressões complexas de forma mais eficiente e intuitiva.

## **Conv**

A função `conv` no MATLAB serve ao propósito fundamental de realizar a operação de convolução entre duas sequências ou arrays. A convolução é uma operação matemática comumente usada em vários campos, incluindo processamento de sinais, processamento de imagens e análise de sistemas lineares. Sua função principal é combinar duas sequências para produzir uma terceira sequência que representa a interação ou combinação dos sinais originais.

A sintaxe de `conv` é direta. Você fornece duas sequências, geralmente representadas como matrizes ou vetores, e ele calcula sua convolução. A sequência resultante representa como um sinal “influencia” ou afeta o outro à medida que eles se sobrepõem e passam um pelo outro. A convolução é amplamente utilizada para tarefas como filtragem, suavização e extração de recursos no processamento de sinais e imagens.

Por exemplo, no processamento de imagens, a convolução com um kernel (uma pequena matriz) é usada para operações como desfoque e detecção de bordas.

No contexto da análise de sistemas lineares, a convolução desempenha um papel crucial na determinação da resposta do sistema a um sinal de entrada. Quando você convolve o sinal de entrada com a resposta ao impulso do sistema (também conhecida como integral de convolução), obtém a saída do sistema. A convolução é, portanto, essencial para a compreensão de como os sistemas se comportam em resposta a diversas entradas, tornando-a indispensável em sistemas de controle e análise de circuitos. No geral, a função `conv` é uma ferramenta versátil para realizar operações de convolução, fundamentais em inúmeras aplicações científicas e de engenharia.

### **Polyval**

A função `polyval` no MATLAB é projetada para avaliação polinomial. Seu objetivo principal é calcular o valor de um polinômio para um determinado conjunto de valores de entrada. Esta função é amplamente utilizada em diversas áreas, incluindo matemática, engenharia, estatística e análise de dados, sempre que há necessidade de avaliar expressões polinomiais.

A sintaxe do `polyval` é direta. Você fornece a ele um vetor de coeficientes polinomiais e um conjunto de valores de entrada, e ele retorna os valores correspondentes do polinômio nesses pontos de entrada. Esta operação é particularmente útil para tarefas como interpolação, ajuste de curvas e integração numérica, onde você precisa aproximar ou analisar dados usando modelos polinomiais.

Por exemplo, se você tiver um polinômio representado pelos coeficientes `[3, -1, 2]`, que corresponde ao polinômio  $3x^2 - x + 2$ , você pode usar `polyval` para avaliá-lo em pontos específicos como  $x = 2$  chamando `polyval([3, -1, 2], 2)`, que retornaria 10, indicando que o polinômio é avaliado como 10 quando  $x$  é igual a 2.

Em resumo, `polyval` é uma função MATLAB versátil para avaliação polinomial. Ele simplifica o processo de cálculo de valores polinomiais em pontos específicos, tornando-se uma ferramenta valiosa em diversas aplicações científicas e de engenharia que envolvem modelagem e análise polinomial.

## Tf

A função `tf` no MATLAB é uma ferramenta fundamental para a criação de modelos de funções de transferência (TF) para representar sistemas lineares invariantes no tempo (LTI). Seu objetivo principal é estabelecer uma relação matemática entre a entrada e a saída de um sistema no domínio da frequência, tornando-o um componente crítico na engenharia de sistemas de controle, processamento de sinais e vários outros campos. Ao definir modelos TF usando a função `tf`, engenheiros e cientistas podem analisar e projetar sistemas, como controladores, filtros e amplificadores, de maneira matematicamente rigorosa.

Uma das principais funções da função `tf` é definir os polinômios do numerador e do denominador da função de transferência. O polinômio numerador representa as contribuições da entrada para a saída, enquanto o polinômio denominador caracteriza a dinâmica do sistema e a resposta em frequência. Ao especificar esses polinômios, os usuários podem encapsular as características essenciais do sistema e criar um modelo TF que reflita com precisão seu comportamento. Isso permite que os engenheiros realizem diversas análises, incluindo avaliações de estabilidade, avaliações de resposta em frequência e projeto de controladores, que são tarefas essenciais no projeto e análise de sistemas de controle.

Além disso, a função `tf` permite a inclusão de atrasos no modelo da função de transferência, o que é crucial para modelar sistemas com atrasos inerentes ou introduzidos. Atrasos de tempo podem afetar significativamente o desempenho de um sistema, e a função `tf` fornece uma maneira direta de incorporá-los ao modelo TF. Os engenheiros podem usar esse recurso para compreender melhor o impacto dos atrasos no comportamento do sistema e tomar decisões informadas em relação às estratégias de controle e ao projeto do sistema.

Em resumo, a função `tf` no MATLAB serve ao propósito essencial de definir modelos de funções de transferência para sistemas lineares invariantes no tempo, permitindo que engenheiros e cientistas representem, analisem e projetem matematicamente uma ampla gama de sistemas dinâmicos. Ele fornece uma maneira flexível e fácil de encapsular as características do domínio de frequência dos sistemas, tornando-o uma ferramenta fundamental na engenharia de sistemas de controle, processamento de sinais e áreas relacionadas. Ao usar a função `tf`, os profissionais podem

obter insights valiosos sobre o comportamento do sistema e aproveitar ferramentas matemáticas para otimizar e controlar sistemas complexos de forma eficaz.

## **Tf2zp**

A função `tf2zp` no MATLAB serve ao importante propósito de converter uma representação da função de transferência (TF) de um sistema em sua representação correspondente de ganho de pólo zero (ZPK). Na engenharia de sistemas de controle e processamento de sinais, compreender a localização dos pólos e zeros do sistema no plano complexo é crucial para analisar a estabilidade, a resposta de frequência e o comportamento geral do sistema. A função `tf2zp` permite que engenheiros e cientistas extraiam essas informações vitais de um modelo de função de transferência.

A saída principal da função `tf2zp` são os vetores contendo os zeros, pólos e o ganho do sistema. Zeros representam os valores da função de transferência do sistema onde o numerador se torna zero, enquanto os pólos correspondem aos valores onde o denominador se torna zero. Estas localizações no plano complexo têm implicações significativas para a estabilidade do sistema, frequências de ressonância e resposta transitória. Ao converter um modelo TF em sua representação ZPK, os engenheiros obtêm insights sobre as características do sistema, facilitando o projeto de controladores, filtros ou compensadores para atender a critérios de desempenho específicos.

Além disso, a representação ZPK é útil para simplificação e análise do sistema. Os engenheiros podem observar diretamente a resposta de frequência de um sistema examinando a localização dos pólos e zeros, facilitando a identificação dos modos dominantes e das ressonâncias. A função `tf2zp` agiliza esse processo, fornecendo uma representação clara e interpretável da dinâmica de um sistema, o que pode ser crítico em aplicações que vão desde projeto de sistemas de controle até processamento de sinais e projeto de filtros.

Em resumo, a função `tf2zp` no MATLAB desempenha um papel vital na engenharia de sistemas de controle e no processamento de sinais, convertendo um modelo de função de transferência em sua representação de ganho de pólo zero. Essa conversão ajuda engenheiros e cientistas a analisar e compreender o comportamento, a estabilidade e a resposta de frequência do sistema, revelando as localizações de zeros e pólos no plano



complexo. Estas informações são essenciais para projetar e otimizar sistemas para atender objetivos de desempenho específicos e para obter insights valiosos sobre a dinâmica subjacente de sistemas dinâmicos.

### **Tfdata**

A função `tfdata` no MATLAB é uma ferramenta poderosa usada para extrair dados de uma função de transferência (TF) ou de um modelo de sistema no domínio da frequência. Seu objetivo principal é fornecer aos usuários acesso a informações críticas sobre os coeficientes do numerador e denominador do sistema, bem como seus atrasos de tempo, a fim de facilitar análises ou manipulações adicionais do sistema. A função é particularmente útil na engenharia de sistemas de controle, onde os modelos TF desempenham um papel central no projeto e na análise de sistemas.

A saída principal da função `tfdata` são os coeficientes do numerador e do denominador da função de transferência, que são componentes essenciais para a compreensão e manipulação da dinâmica do sistema. Esses coeficientes representam as expressões polinomiais da representação do domínio de Laplace do sistema, permitindo aos engenheiros avaliar a estabilidade do sistema, calcular pólos e zeros e projetar controladores ou compensadores para alcançar as características de desempenho desejadas. A função também fornece informações sobre atrasos, que são cruciais ao lidar com sistemas com atrasos inerentes, como aqueles encontrados em processos químicos ou sistemas de comunicação.

Além disso, o `tfdata` permite que os usuários especifiquem se desejam os dados em tempo contínuo ou em tempo discreto, tornando-o versátil para análise de sistemas em vários domínios. Essa flexibilidade é valiosa em áreas como controle digital, onde você pode trabalhar com sistemas de tempo discreto e precisar extrair dados TF em um formato adequado para sua análise.

Em resumo, a função `tfdata` no MATLAB serve ao propósito essencial de extrair e fornecer acesso a dados cruciais de modelos de funções de transferência. É uma ferramenta indispensável para engenheiros e cientistas que trabalham em engenharia de sistemas de controle e áreas afins, permitindo-lhes recuperar informações sobre dinâmica do sistema, pólos, zeros e atrasos de tempo para análises e projetos posteriores. Esta

função aumenta a capacidade de manipular e otimizar sistemas em domínios contínuos e discretos, contribuindo para o projeto e controle eficientes de sistemas dinâmicos.

## **Impulse**

A função de impulso no MATLAB é uma ferramenta poderosa para analisar e visualizar a resposta ao impulso de sistemas lineares invariantes no tempo (LTI). Seu objetivo principal é ajudar engenheiros e cientistas a entender como um sistema responde quando sujeito a uma função delta de Dirac ou a uma entrada de impulso. Esta função é particularmente valiosa em vários campos, incluindo engenharia de sistemas de controle, processamento de sinais e sistemas de comunicação, onde permite aos usuários examinar o comportamento e as características do sistema.

Na engenharia de sistemas de controle, a função impulso é essencial para avaliar a resposta no domínio do tempo de um sistema a uma mudança repentina e instantânea em sua entrada. Ao aplicar uma entrada de impulso e usar impulso, os engenheiros podem obter insights sobre o comportamento transitório e em estado estacionário do sistema, incluindo recursos como overshoot, tempo de acomodação e características de resposta de frequência. Esta informação é crucial para projetar e ajustar sistemas de controle para atender às especificações de desempenho desejadas.

No processamento de sinais, a função de impulso é usada para avaliar a resposta de filtros e sistemas lineares a um impulso unitário. Esta análise ajuda os engenheiros de processamento de sinais a determinar como um sistema afeta o conteúdo de frequência e a forma dos sinais de entrada. É uma ferramenta fundamental para projetar e avaliar filtros, como aqueles utilizados para redução de ruído, equalização e compressão de dados, examinando suas respostas ao impulso.

Em resumo, a função impulso no MATLAB serve ao propósito essencial de simular e visualizar a resposta ao impulso de sistemas lineares invariantes no tempo. Isto o torna uma ferramenta valiosa na engenharia de sistemas de controle e processamento de sinais para caracterizar o comportamento do sistema e projetar sistemas que atendam a requisitos específicos. Ao aplicar a entrada de impulso e usá-lo, engenheiros e cientistas obtêm insights críticos sobre o comportamento dinâmico dos sistemas, permitindo-lhes tomar decisões informadas e fazer escolhas de projeto.

## **Step**

A função degrau no MATLAB é uma ferramenta fundamental para analisar e visualizar a resposta ao degrau de sistemas dinâmicos, tornando-a um componente crucial na engenharia de sistemas de controle, processamento de sinais e vários outros campos. Seu objetivo principal é gerar um gráfico que ilustre como um sistema responde quando sujeito a uma entrada em degrau unitário, que é uma mudança repentina de zero para um. Ao fazer isso, permite que engenheiros e cientistas avaliem o comportamento e o desempenho de um sistema em resposta a esse tipo comum de sinal de entrada.

Uma das principais aplicações da função degrau é na análise e projeto de sistemas de controle. Quando você tem um modelo matemático de um sistema de controle ou de um sistema físico, pode usar o passo para simular como o sistema responderia a uma mudança de passo na entrada. Isso ajuda a compreender as características críticas do sistema, como tempo de acomodação, overshoot e erro em estado estacionário. Os engenheiros podem então ajustar os parâmetros ou o controlador do sistema para atingir os objetivos de desempenho desejados.

Além disso, a função degrau pode ser empregada no processamento de sinais para analisar a resposta ao degrau de filtros digitais e outros sistemas de processamento de sinais. Ao visualizar como esses sistemas respondem às entradas em etapas, os pesquisadores podem avaliar sua capacidade de remover ou aprimorar componentes de frequência específicos, tornando-os uma ferramenta valiosa no projeto e avaliação de algoritmos de processamento de sinais digitais.

Em resumo, a função degrau no MATLAB serve ao importante propósito de simular e visualizar a resposta ao degrau de sistemas dinâmicos, tornando-a uma ferramenta versátil para análise de sistemas de controle, processamento de sinais e modelagem de sistemas. Auxilia engenheiros e cientistas na compreensão e otimização do comportamento dos sistemas quando submetidos a entradas escalonadas, que é um conceito fundamental em muitas disciplinas de engenharia.

## **Ramp**

A função de rampa no MATLAB é usada para gerar um sinal que representa uma rampa ou uma sequência de valores linearmente crescentes ao longo de um intervalo de

tempo especificado. Esta função é particularmente útil em processamento de sinais, sistemas de controle e diversas aplicações de engenharia onde são necessárias modelagem e análise de sinais que mudam linearmente. O objetivo principal da função de rampa é criar um sinal no domínio do tempo que começa em um valor inicial, normalmente zero, e aumenta linearmente com o tempo até atingir um valor final especificado. Isso pode ser expresso como uma função contínua ou uma sequência discreta, dependendo de como é usada.

No contexto de sistemas de controle, a função de rampa é frequentemente empregada para simular uma entrada de referência ou um sinal de perturbação. Por exemplo, se você quiser modelar o comportamento de um sistema sob a influência de uma entrada crescente, poderá usar a rampa para gerar o sinal de entrada. Isso permite analisar a resposta do sistema a tais entradas e avaliar seu desempenho sob diferentes condições.

Em resumo, a função de rampa no MATLAB é uma ferramenta valiosa para gerar sinais linearmente crescentes, que encontra aplicações em processamento de sinais, análise de sistemas de controle e simulações de engenharia. Seu objetivo é facilitar a modelagem e análise de sistemas e processos que envolvem sinais com aumento gradativo ao longo do tempo, tornando-se uma função fundamental na caixa de ferramentas de engenheiros e cientistas que trabalham em sistemas dinâmicos e de controle.

### **Pretty**

A função bonita no MATLAB serve ao propósito de aprimorar a representação visual de expressões matemáticas, equações e resultados simbólicos. Ele desempenha um papel crucial na melhoria da legibilidade dos resultados na caixa de ferramentas matemática simbólica do MATLAB. Quando aplicado a uma expressão ou equação simbólica, o bonito a formata de uma maneira mais amigável e esteticamente agradável. Isto pode ser especialmente útil ao trabalhar com expressões matemáticas complexas ou ao gerar relatórios, documentos ou apresentações que exijam notação matemática clara e elegante.

Uma das principais funções do pretty é formatar expressões matemáticas com símbolos matemáticos adequados, organizar os termos de maneira organizada e aplicar várias regras de formatação para tornar a saída mais inteligível. Ele substitui representações de texto simples de expressões matemáticas por versões formatadas, facilitando a compreensão e o trabalho dos usuários com matemática simbólica no MATLAB. Além disso, pode ajudar estudantes, pesquisadores e engenheiros em ambientes educacionais ou profissionais a apresentarem suas descobertas matemáticas de maneira mais eficaz.

Em resumo, a função pretty no MATLAB é uma ferramenta valiosa para melhorar a representação visual de expressões e equações matemáticas. Ele melhora a legibilidade e a estética da notação matemática, facilitando a compreensão e o trabalho dos usuários com conceitos matemáticos complexos e facilitando a criação de documentos e relatórios de qualidade profissional envolvendo matemática simbólica.