ROTEIRO 01A

Modelagem e Simulação de Sistemas Dinâmicos

Leonardo Vecchi Meirelles
12011ECP002

Uberlândia

Agosto 2023

Sumário

QUESTÃO 1.

Henri Poincaré foi um matemático francês que fez contribuições significativas para muitas áreas da matemática, incluindo equações diferenciais e mecânica celeste. No final do século 19, ele trabalhou em um famoso problema da mecânica celeste conhecido como o problema dos três corpos, que envolvia o estudo do movimento de três corpos celestes, como planetas ou estrelas, sob a influência de sua atração gravitacional mútua.

Poincaré descobriu que o problema era incrivelmente complexo e não poderia ser resolvido exatamente usando métodos matemáticos tradicionais. Em vez disso, ele desenvolveu novas técnicas, incluindo o estudo de sistemas dinâmicos, para entender o comportamento desses corpos celestes ao longo do tempo. Em particular, ele introduziu o conceito de espaço de fase, que é um espaço matemático que descreve todos os estados possíveis de um sistema. Poincaré mostrou que o movimento dos três corpos celestes poderia ser representado como uma trajetória neste espaço de fase, e que a dinâmica do sistema poderia ser compreendida pelo estudo do comportamento desta trajetória.

Seu trabalho contribuiu para o campo de sistemas dinâmicos, que estuda o comportamento de sistemas que mudam ao longo do tempo. A teoria dos sistemas dinâmicos fornece uma estrutura para a compreensão de uma ampla gama de fenômenos, desde o movimento dos corpos celestes até o comportamento de sistemas biológicos complexos. As equações diferenciais são uma ferramenta fundamental no estudo de sistemas dinâmicos, pois permitem modelar o comportamento dos sistemas em termos de taxas de variação.

QUESTÃO 2.

Letra a)

ODE (Equação Diferencial Ordinária) e PDE (Equação Diferencial Parcial) são equações matemáticas usadas para modelar vários fenômenos na ciência e na engenharia.

A principal diferença entre EDOs e PDEs é o número de variáveis independentes. As EDOs têm uma variável independente, geralmente representando o tempo, enquanto as PDEs têm mais de uma variável independente, muitas vezes representando múltiplas dimensões físicas.

As EDOs são usadas para descrever o comportamento de uma única variável ao longo do tempo. Eles são usados em muitos campos da ciência e da engenharia, incluindo física, química, biologia e economia. As EDOs podem ser usadas para modelar fenômenos simples, como o movimento de um pêndulo ou o decaimento de material radioativo, ou sistemas mais complexos, como dinâmica populacional ou padrões climáticos.

Por outro lado, os PDEs são usados para descrever o comportamento de uma função de múltiplas variáveis ao longo do tempo e do espaço. Eles são comumente usados em física, engenharia e matemática para modelar fenômenos que envolvem mais de uma dimensão, como transferência de calor, dinâmica de fluidos e eletromagnetismo. Os PDEs podem ser usados para modelar o comportamento de sistemas complexos, como o fluxo de ar em torno de uma asa de avião, a difusão de poluentes em um lago ou a propagação de ondas em um meio.

Em resumo, as EDOs são usadas para modelar o comportamento de uma única variável ao longo do tempo, enquanto as PDEs são usadas para modelar o comportamento de uma função de múltiplas variáveis ao longo do tempo e do espaço. Ambos os tipos de equações são ferramentas importantes nas áreas de ciência e engenharia, e suas aplicações são amplamente difundidas.

Letra b)

Um gráfico de espaço fásico representa o comportamento de um sistema dinâmico em termos das posições e velocidades de suas partículas ou variáveis constituintes. Em outras palavras, ele plota o estado do sistema em função do tempo.

Em um gráfico de espaço de fase, a posição de uma partícula é representada por um eixo e sua velocidade é representada por outro eixo. Cada ponto no gráfico representa uma combinação única de posição e velocidade em um determinado momento no tempo. Ao plotar o movimento de um sistema dessa maneira, pode-se visualizar a evolução do sistema ao longo do tempo e estudar seu comportamento e propriedades.

Gráficos de espaço de fase podem nos fornecer informações valiosas sobre o comportamento de um sistema dinâmico. Por exemplo, eles podem revelar a presença de pontos fixos, ciclos limite, comportamento caótico e outros fenômenos interessantes. Ao analisar as trajetórias das partículas no espaço de fase, também podemos fazer previsões sobre o comportamento futuro do sistema e entender como mudanças em suas condições ou parâmetros iniciais podem afetar sua evolução a longo prazo.

No geral, os gráficos de espaço fásico fornecem uma ferramenta poderosa para analisar e compreender o comportamento de sistemas dinâmicos complexos de forma gráfica e intuitiva.

Letra c)

Usar uma potência elevada a uma matriz envolve multiplicar a matriz por si mesma um certo número de vezes. Esta operação é conhecida como exponenciação de matrizes.

Matematicamente, se A é uma matriz n x n, então A^k representa o produto de A por ele mesmo k vezes, ou seja, A^k = A x A x A x ... x A (k vezes). Isso é definido apenas para matrizes quadradas, onde o número de linhas é igual ao número de colunas.

A exponenciação de matrizes tem várias aplicações físicas. Por exemplo, pode ser usado para modelar o comportamento de um sistema ao longo do tempo, onde o sistema é representado por uma matriz. A matriz A representa o comportamento do sistema em um determinado ponto no tempo, e elevando A a uma potência k representa o comportamento do sistema após k intervalos de tempo.

Outra aplicação é no campo da álgebra linear, onde a exponenciação de matrizes é usada para resolver sistemas de equações diferenciais lineares. Ao representar o sistema como uma matriz, pode-se usar a exponenciação matricial para encontrar uma solução para as equações diferenciais.

QUESTÃO 3.

O primeiro contato com a ferramenta MATLAB foi feito segundo o vídeo indicado pelo professor. Inicialmente, foi feito um programa simples para plotar uma função demonstrada no vídeo, conforme apresentado nas figuras 1 a 3 abaixo:

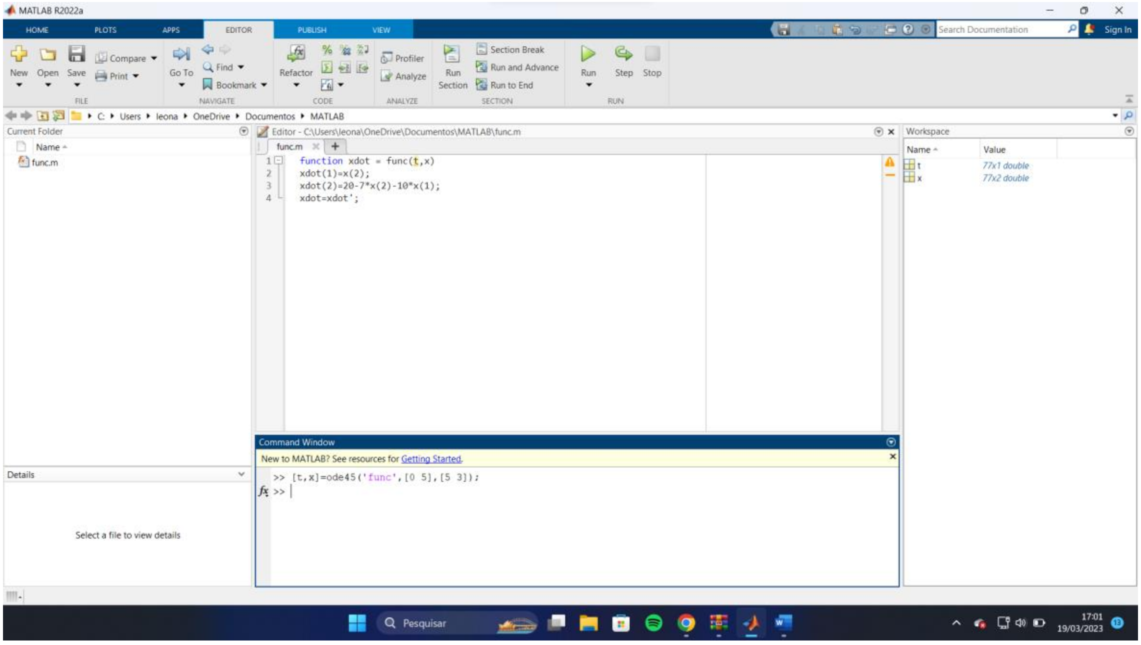


Figura 1: Interface MATLAB.

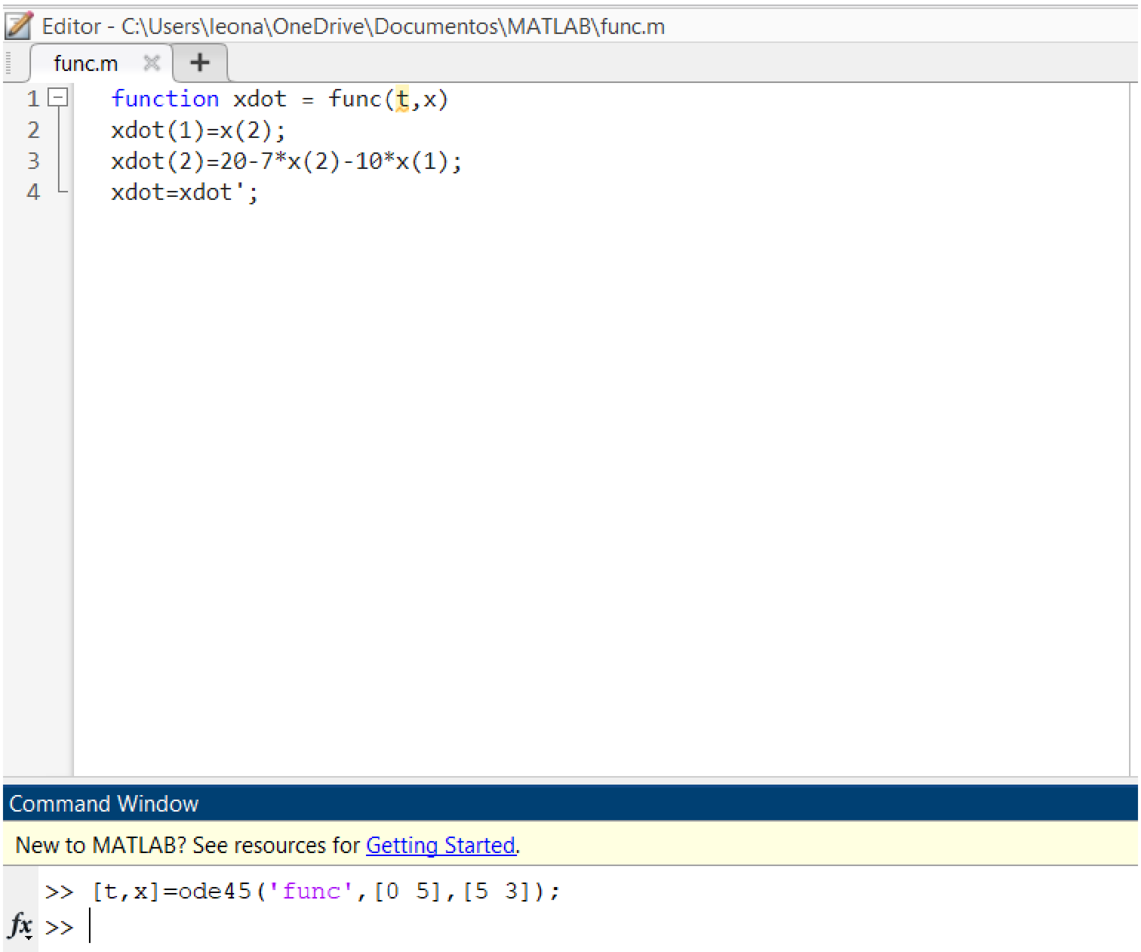


Figura 2: Função 'xdot' criada.

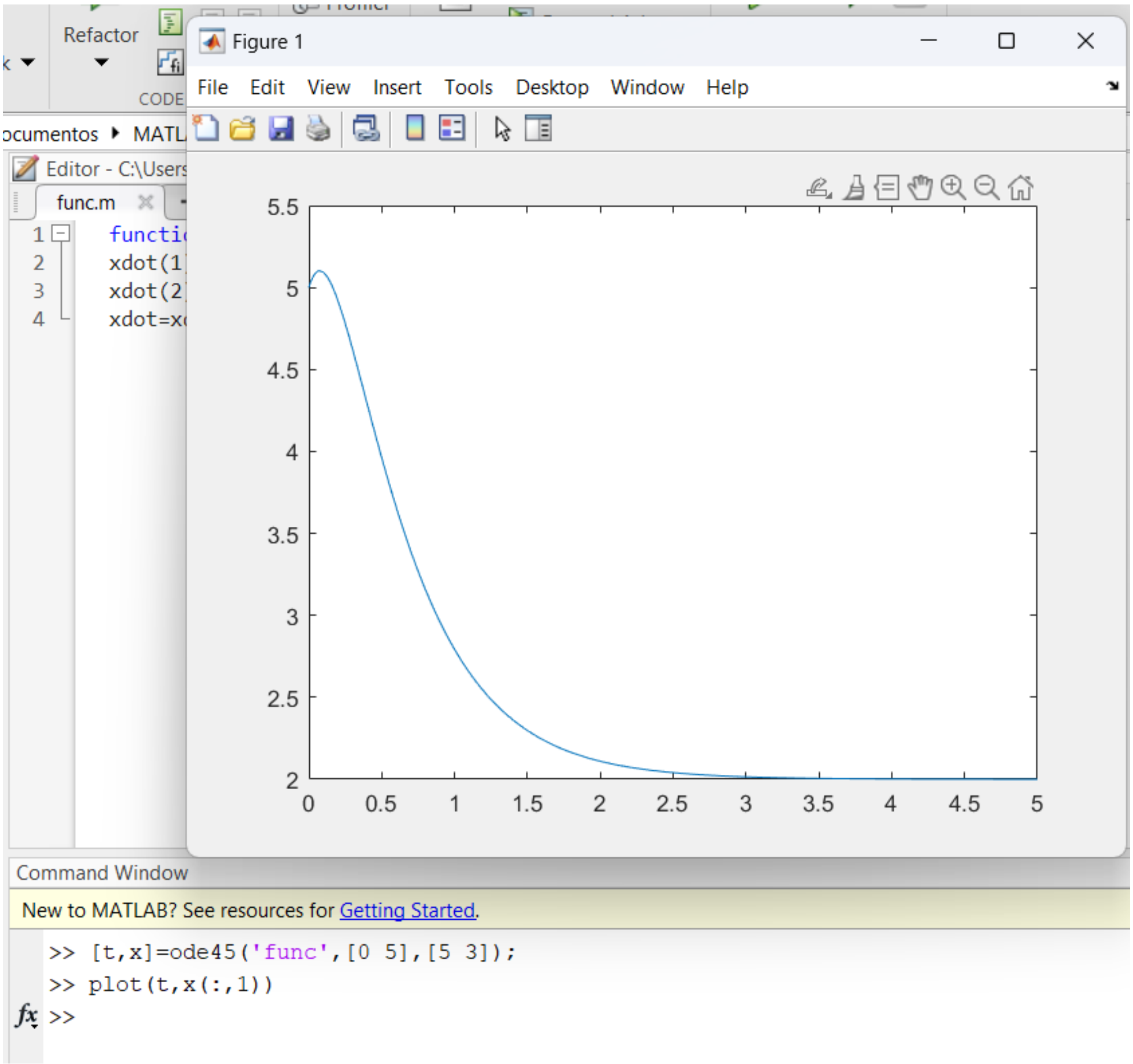


Figura 3: Plot da função acima.

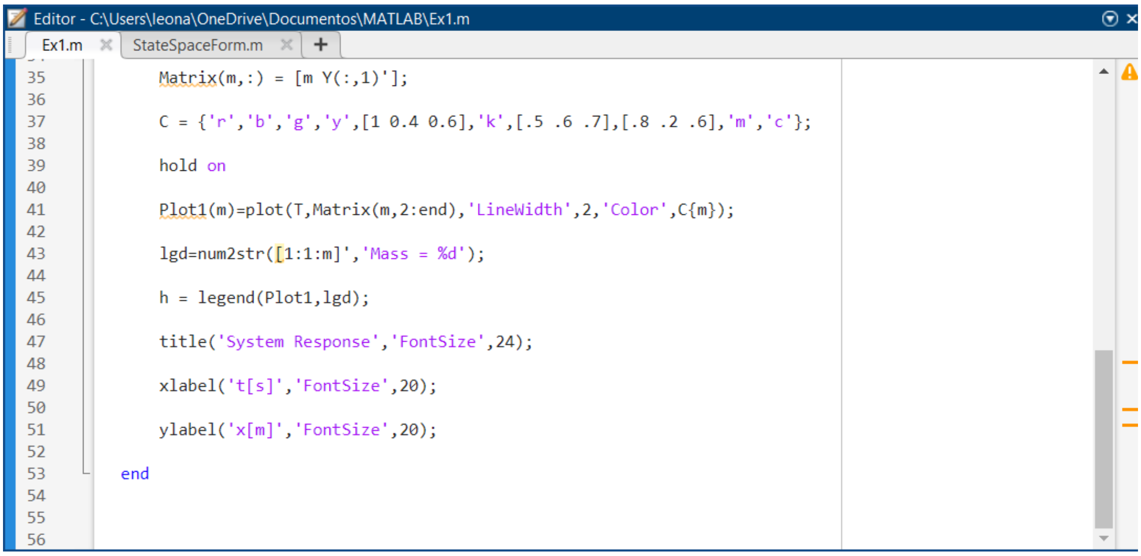
A seguir, foi realizado outro experimento referenciando outro vídeo no qual simula-se um pêndulo simples com massas variáveis. O processo de simulação foi apresentado nas figuras abaixo:

```matlab

% Leonardo Vecchi Meirelles - 12011ECP002

clc, clear, close all

%% Parameters

m = 1;
c = 1;
d = 100;
f = 0;

%% Initial Conditions

Time = 0:0.01:20;

IC = [0; 0.01];

%% Solver Options

SolverOptions = odeset('RelTol',1e-5,'AbsTol',1e-5);

```

Figura 4: Script do pêndulo (parte 1).

```matlab
%% ODE45 Solver

[T,Y] = ode45(@StateSpaceForm,Time,IC,SolverOptions,m,d,c,f);

%% Plotting

fig2 = figure(2);

for m = 1:1:10

    [T,Y] = ode45(@StateSpaceForm,Time,IC,SolverOptions,m,d,c,f);

    Matrix(m,:) = [m Y(:,1)'];

    C = {'r','b','g','y',[1 0.4 0.6],'k',[.5 .6 .7],[.8 .2 .6],'m','c'};

    hold on

    Plot1(m)=plot(T,Matrix(m,2:end),'LineWidth',2,'Color',C{m});

    lgd=num2str([1:1:m]','Mass = %d');

```

Figura 5: Script do pêndulo (parte 2).



```
Editor - C:\Users\leona\OneDrive\Documentos\MATLAB\Ex1.m
Ex1.m   StateSpaceForm.m

        Matrix(m,:) = [m Y(:,1)'];

        C = {'r','b','g','y',[1 0.4 0.6],'k',[.5 .6 .7],[.8 .2 .6],'m','c'};

        hold on

        Plot1(m)=plot(T,Matrix(m,2:end),'LineWidth',2,'Color',C{m});

        lgd=num2str([1:1:m]','Mass = %d');

        h = legend(Plot1,lgd);

        title('System Response','FontSize',24);

        xlabel('t[s]','FontSize',20);

        ylabel('x[m]','FontSize',20);

    end
```

Figura 6: Script do pêndulo (parte 3).

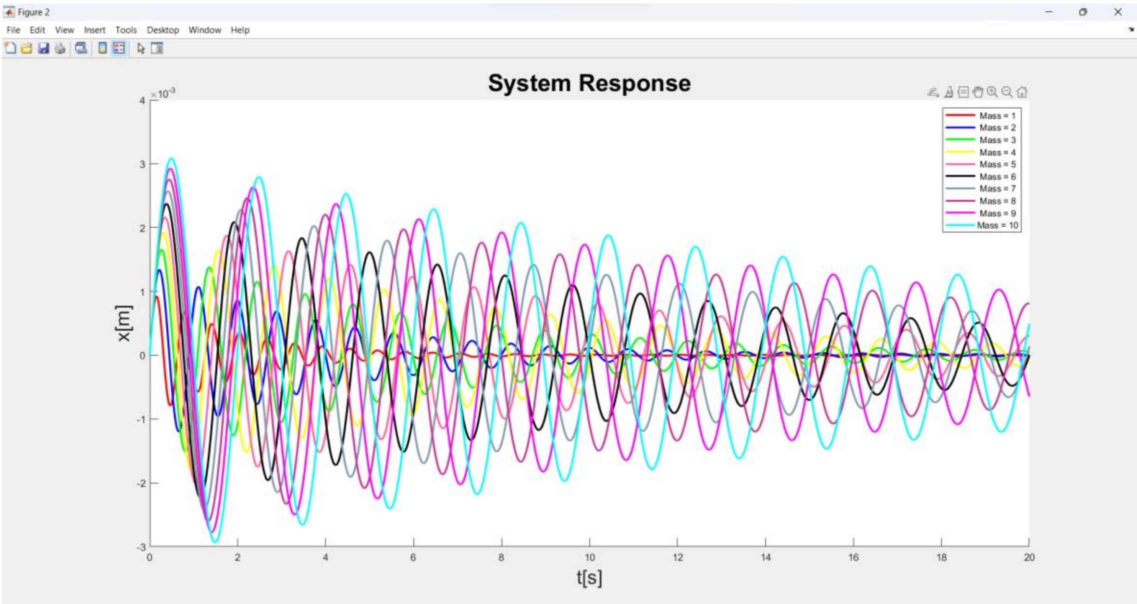


Figura 7: Plot das simulações com massas variadas.

Por fim foi realizado mais um plot, com incremento escolhido pelo próprio MATLAB, conforme apresentado abaixo:

```
%% ODE45 Solver

[T,Y] = ode45(@StateSpaceForm,Time,IC,SolverOptions,m,d,c,f);
[T2,Y2] = ode45(@StateSpaceForm,Time2,IC,SolverOptions,m,d,c,f);

%% Plotting
fig1 = figure(1);
fig2 = figure(2);

plot(T,Y(:,1),'b',T,Y(:,2),'r',T2,Y2(:,1),'k',T2,Y2(:,2),'g','LineWidth',2);
title('System Response');
xlabel('t[s]');
ylabel('x[m]');

leg1 = legend('Distance[m]','Acceleration[m/s2]','Distance(auto) [m]','Acceleration(auto) [m/s2]');
set(leg1,'Location','NorthEast');
```

Figura 8: Alterações no Script para novo plot.

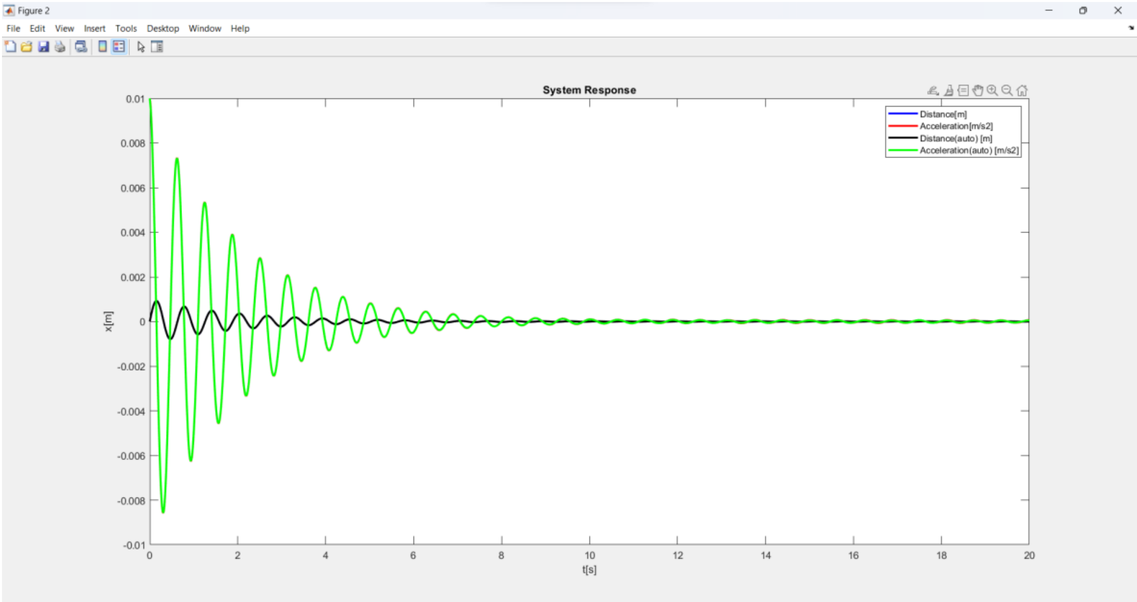


Figura 9: Simulação da nova configuração.

QUESTÃO 4.

No MATLAB foi realizado o experimento realizado em sala de aula 1.3. O diagrama de blocos feitos utilizando o Simulink é descrito na imagem abaixo:

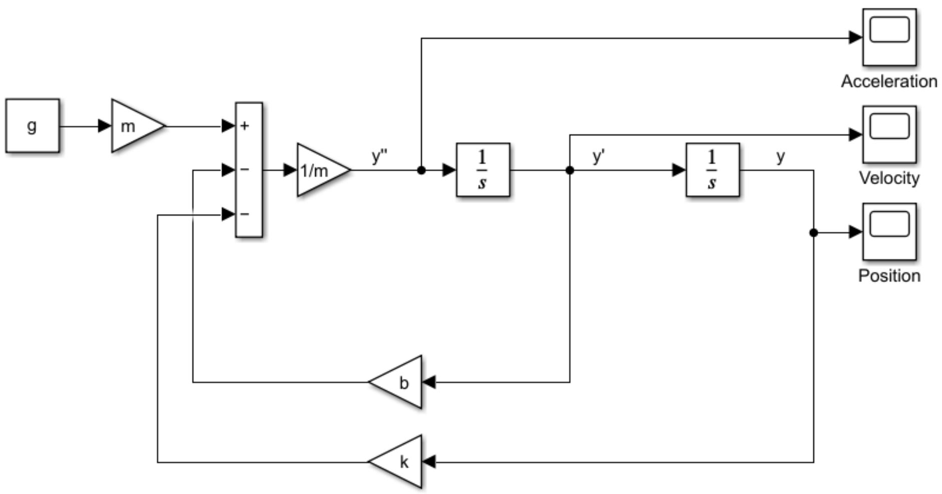
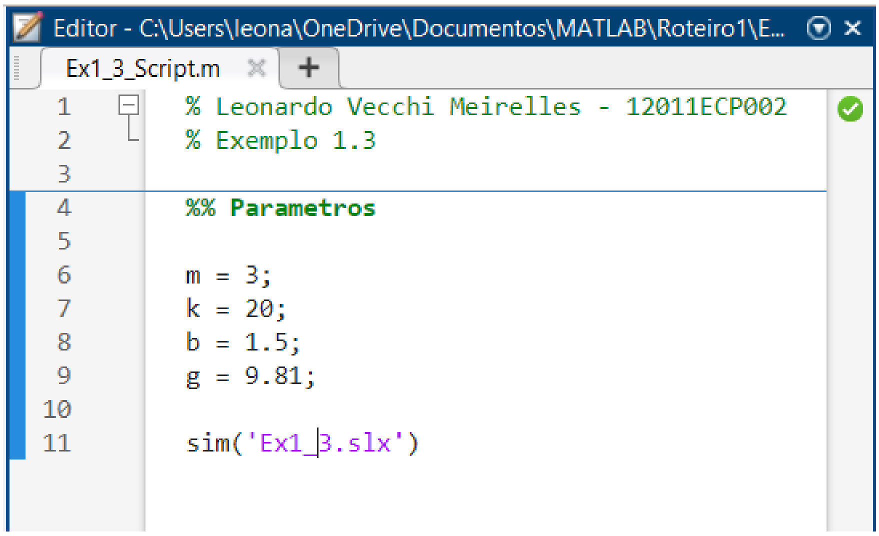


Figura 10: Diagrama de blocos Exemplo 1.3.

Também demonstra-se os parâmetros passados para o simulador:




```
% Leonardo Vecchi Meirelles - 12011ECP002
% Exemplo 1.3

%% Parametros

m = 3;
k = 20;
b = 1.5;
g = 9.81;

sim('Ex1_3.slx')
```

Figura 11: Parâmetros do Exemplo 1.3.

Na figura abaixo apresenta-se os resultados obtidos:

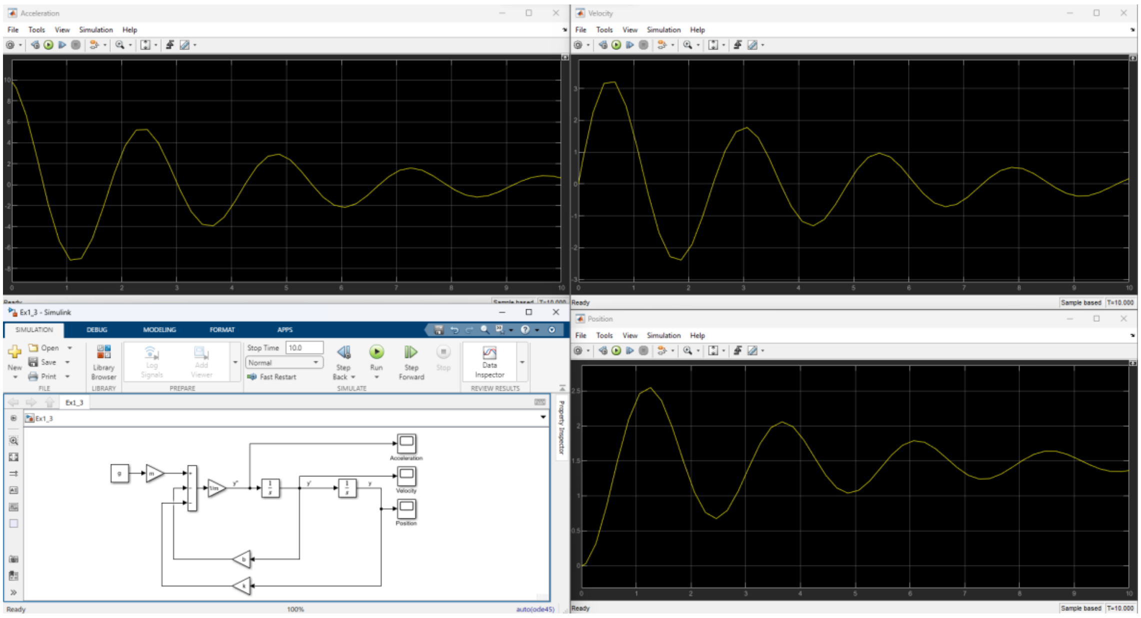
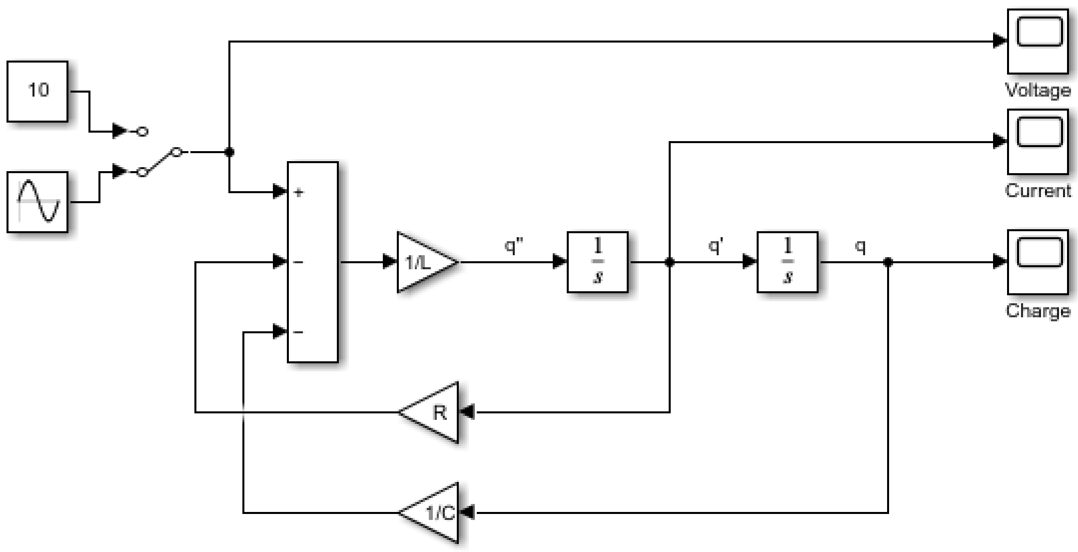


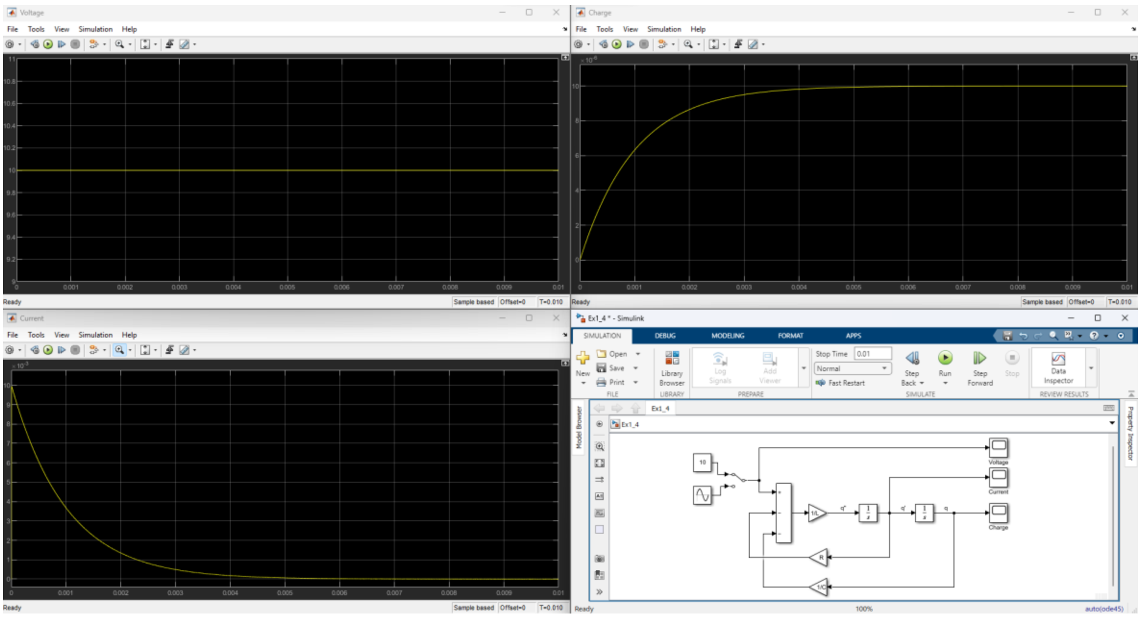
Figura 12: Resultados obtidos no Exemplo 1.3.

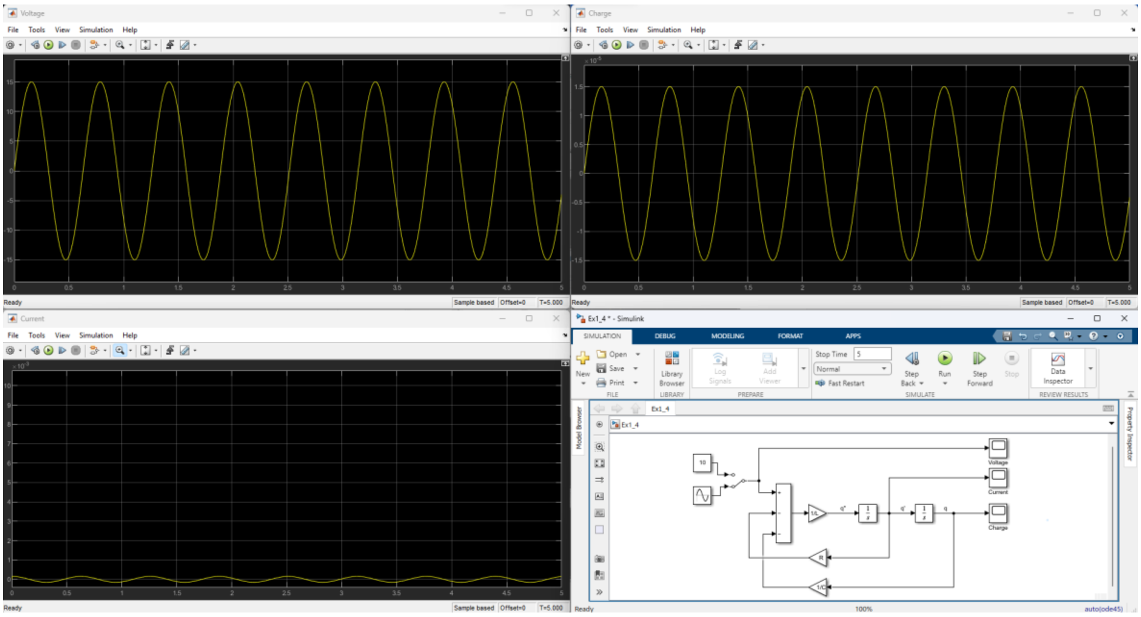
Abaixo, estão todas as informações relacionadas ao exemplo 1.4.

```matlab
% Leonardo Vecchi Meirelles - 12011ECP002
% Exemplo 1.4

%% Parâmetros

R = 1000;
L = 0.001;
C = 1 * (10^-6);

sim('Ex1_4.slx')

```



10
+
-
-
1/L
q"
q'
q
Voltage
Current
Charge
R
1/C




Voltage
Charge
Current
Ex1_4 * - Simulink