Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Licenciatura en física biomédica
Algoritmos computacionales

18 de octubre de 2021

Elaborado por: Leonardo Corral Robles

1. Ejercicio 1

Intervalo n	Tamaño de paso	O(h^2)	O(h^4)	O(h^6)	O(h^8)	O(h^{10})
1	h	$I_{1,1}$	$I_{1,2}$			
2	$\frac{h}{2}$	$I_{2,1}$		$I_{1,3}$	$I_{1,4}$	
4	$\frac{h}{4}$	$I_{3,1}$	$I_{2,2}$	$I_{2,3}$		$I_{1,5}$
8	$\frac{h}{8}$	$I_{4,1}$	$I_{3,2}$	$I_{3,3}$	$I_{2,4}$	
16	$\frac{h}{16}$	$I_{5,1}$	$I_{4,2}$			

Cuadro 1: Método de integración de Romberg

Integración de Romberg. El método de Romberg funciona para encontrar el valor de una integral definida para una funcion conocida. Esta dado por la formula:

$$I_{j,k} \approx \frac{(4^{k-1})(I_{j+1,k-1}) - I_{j,k-1}}{4^{k-1} - 1} \tag{1}$$

Para comenzar a resolver la integral primero aplicamos el **método del trapecio**, el cuál dice, que podemos calcular el área bajo la curva tan solo dividiendola en pequeños segmentos Δx.

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \tag{2}$$

En donde Δx es la distancia del intervalo, a y b son los límites de la integral y n es el número de trapecios.

Y para encontrar el valor de cada x_i usamos la formula de $x_i = a + i\Delta x$

Pensando que dividimos el área bajo la curva en 3 trapecios, el área de cada trapecio estaría dada por:

$$A_1 = \Delta x \left(\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} \right)$$

$$A_2 = \Delta x \left(\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \right)$$

$$A_3 = \Delta x \left(\frac{f(x_2) + f(x_3)}{2} \right)$$

Podemos notar que: $A \approx A_1 + A_2 + A3$
Sustituyendo sus valores y factorizando el factor común $\frac{\Delta x}{2}$, tenemos que:

$$A \approx \frac{\Delta x}{2} \left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + f(x_3) \right]$$

Pensandolo en su forma general, llegamos a que:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{\Delta x}{2} \left[f(x_0) + 2f(x_1) + ... + 2f(x_{n-1}) + f(x_n) \right] \tag{3}$$

Ahora que conocemos esté método lo usamos para obtener los valores de la tercer columna de 1, al cambiar los valores de n = 1, 2, 4, 8, 16 cuando se hayan resuelto esos 5 casos, obtendras los valores para poder resolver la columna 4. Por ejemplo para obtener $I_{1,2}$:

$$I_{1,2} = \frac{(4^1)(I_{2,3}) - I_{1,1}}{4^1 - 1}$$

Cuando llegues a $I_{1,5}$ será la integral más exacta que puedas obtener

2. Ejercicio 2

Escribe la matriz identidad de 4 × 4 con todas sus entradas. Luego para el caso de 7 × 7, pero generalizando las entradas de los ceros, es decir, poniendo un sólo cero en grande y centrado.

Identidad 4x4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Identidad 7x7. $\begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & \mathbf{0} & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & \mathbf{0} & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$

3. Ejercicio 3

Considera la matriz **A** de 3x3. Escribe su respectiva matriz de cofactores (también llamada adjunta).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \beta_{1,2} & \gamma_{1,3} \\ \alpha_{1,2} & \beta_{2,2} & \gamma_{2,3} \\ \alpha_{3,1} & \beta_{3,2} & \gamma_{3,3} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$\mathbf{A}^t = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \alpha_{3,1} \\ \beta_{1,2} & \beta_{2,2} & \beta_{3,2} \\ \gamma_{1,3} & \gamma_{2,3} & \gamma_{3,3} \end{bmatrix}$

4. Ejercicio 4

Reproduce la siguiente matriz por bloques:

$$A=\left(\begin{array}{cc|ccc|cc} a_{1,1} & a_{1,2} & & & & & \\ a_{2,1} & a_{2,2} & & \mathbf{0} & & \mathbf{0} & \\ \hline & & b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} & & \\ \mathbf{0} & & b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} & \mathbf{0} & \\ & & b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} & & \\ \hline \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & c_{1,1} & c_{1,2} \\ & & & & & c_{2,1} & c_{2,2} \end{array}\right) \quad (5)$$

5. Ejercicio 5

Realiza el diseño de una sopa de letras de 6x6 utilizando el entorno table.

c	o	l	o	r	s
d	f	g	u	i	a
r	o	s	a	u	b
r	i	s	i	t	e
p	y	u	r	s	j
f	n	u	b	e	a

6. Ejercicio 6

Reproduce el problema.
EJERCICIO TIPO 3.5
Calcule el peso formular de **(a)** sacarosa, $C_{12}H_{22}O_{11}$, (azúcar de mesa) y **(b)** nitrato de calcio, $Ca(NO_3)_2$.
Solución **(a)**Al sumar los pesos de los átomos de la sacarosa, vemos que el peso fórmula es de 342.0 uma.

$$\begin{gathered}
12 \text{ átomos de C} = 12(12{,}0uma) = 144.0 \text{ uma}\\
22 \text{ átomos de H} = 22(1{,}0uma) = 22.0 \text{ uma}\\
11 \text{ átomos de O} = 11(16{,}0uma) = 176.0 \text{ uma}\\
\text{Peso de la fórmula} = 342.0 \text{ uma}
\end{gathered}$$

(b) Si una fórmula química tiene paréntesis, el subíndice que está afuera del paréntesis multiplica todos los átomos que están adentro. Así, en el caso de $Ca(NO_3)_2$ tenemos

$$\begin{gathered}
1 \text{ átomo de Ca} = 1(40{,}1uma) = 40{,}1 \text{ uma}\\
2 \text{ átomos de N} = 2(14{,}0uma) = 28{,}0 \text{ uma}\\
6 \text{ átomos de O} = 6(16{,}0uma) = 96{,}0 \text{ uma}\\
\text{Peso de la fórmula} = 164.1 \text{ uma}
\end{gathered}$$

El problema anterior fue obtenido de [**Brown**].

7. Ejercicio 7

Escribe la serie de Taylor cerca del cero para la función $sin(\Omega)$ y $cos(\omega)$. Además escribe su desarrollo para los primeros 5 términos de la serie.

$$sen(\Omega) \approx \Omega - \frac{\Omega^3}{3!} + \frac{\Omega^5}{5!} - \frac{\Omega^7}{7!} + \frac{\Omega^9}{9!} - ... \tag{6}$$

$$cos(\omega) \approx 1 - \frac{\omega^2}{2!} + \frac{\omega^4}{4!} - \frac{\omega^6}{6!} + \frac{\omega^8}{8!} - ... \tag{7}$$

8. Ejercicio 8

Escribe la serie de Taylor para las funciones $tan(x)$ y $sec(z)$ cuando $|x|$ y $|z| < \frac{\pi}{2}$.

$$tan(x) \approx x + \frac{1}{3}(x^3) + \frac{2}{15}(x^5) + \frac{17}{315}(x^7) + ... \tag{8}$$

$$sec(z) \approx 1 + \frac{1}{2}(z^2) + \frac{5}{24}(z^4) + \frac{61}{720}(z^6) + ... \tag{9}$$

9. Ejercicio 9

Obtén el volumen de una esfera sólida de radio R en coordenadas esféricas. Recuerda que todas las integrales deben llevar límites de integración.

$$V = \int d\tau = \int_{r=0}^{R}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} r^2 sin\theta dr d\theta d\phi$$

$$V = \left(\int_0^R r^2 dr\right)\left(\int_0^{\pi} sin\theta d\theta\right)\left(\int_0^{2\pi} d\phi\right)$$

$$V = \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^R [-cos\theta]_0^{\pi} [\phi]_0^{2\pi}$$

$$V = \left(\frac{R^3}{3}\right)(2)(2\pi) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

10. Ejercicio 10

Escribe 10 paqueterías de LaTeXque sepas utilizar y da una breve descripción de su función.

1. usepackage[spanish]babel: La use para que la fecha y las secciones que lleguen a aparecer esten en español. También esta paquetería hizo que la parte de referencias apareciera en español [1]
2. usepackage(amsmath): Lo usó para traer todos los símbolos matematicos que la Sociedad Americana de Matemáticas reconoce. Lo use en para toda la tarea.
3. usepackage(multirow): Lo uso para poder combinar columnas o renglones. Fue muy útil en cuadro 1 del ejercio 1.
4. usepackage(booktabs): Lo uso para hacer tablas, lo use en el ejercicio 5 y para el 1.
5. usepackage(vmargin): Lo uso para modificar el margen predefinido de las hojas.
6. usepackage(graphicx): Lo uso para agregar imagenes.
7. usepackage(caption): Es para agregarle descripción a las figuras, yo lo usé en el cuadro 1.
8. usepackage[table,xcdraw](xcolor): Lo use para poder agregarle color a la sopa de letras en el ejercicio 5.
9. usepackage[usenames](color): Lo uso para poder cambiar el color del texto, fue aplicado en el ejercicio 6.
10. usepackage(biblatex): Lo uso para agregar bibliografía. Aplicada en el problema 6.

Referencias

[1] Brown Theodore L., LeMay Eugene H., Bursten Bruce E. y Burdge Julia R., *Química. La ciencia central., Pearson Education, México 2004*,