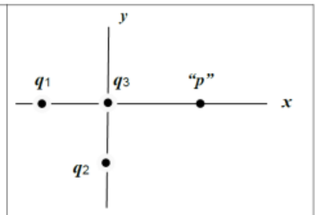
Primer Parcial. Segundo Semestre 2022. Temario 16

lunes, 5 de septiembre de 2022 21:16

PROBLEMA 1: *(20 puntos, 5 puntos cada inciso)*

Se tienen tres cargas en el plano x–y, tomar q_1 = 4.00 μC localizada en coordenadas (– 3.00, 0) cm, la carga q_2 = – 6.00 μC en (0, – 3.00) y la carga q_3 = – 6.00 μC en (0, 0) cm. En este sistema se pide calcular:



a) La magnitud del campo eléctrico resultante (en 10^6 N/C) en el punto *"p"* localizado en (4.00 , 0) cm

Respuesta = 45.6 tolerancia = ± 1

b) El potencial eléctrico (en 10^6 V) en el punto *"p"* (4.00 , 0) cm

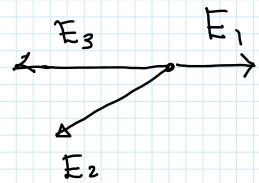
Respuesta = –1.92 tolerancia = ± 0.05

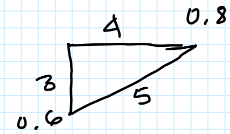
c) La energía potencial mutua del sistema de partículas (en J)

Respuesta = – 1.50 tolerancia = ± 0.05

d) Si se coloca una carga Q = – 8 nC en el punto *"p"* (4.00,0) cm calcular el ángulo medido (en grados) a partir del eje *"x" positivo,* en el cual se tendrá la aceleración sobre esa carga?

Respuesta = 16.4 tolerancia = ± 0.5





a) $+\ E_1 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1}{r_1^2} = (9\times10^9)\dfrac{[4\times10^{-6}]}{[7\times10^{-2}]^2}\ N/C = 7.35\times10^6\ N/C$

$-\ E_3 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_3}{r_3^2} = (9\times10^9)\dfrac{[6\times10^{-6}]}{[4\times10^{-2}]^2}\ N/C = 33.75\times10^6\ N/C$

$-\ E_2 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_2}{r_2^2} = (9\times10^9)\dfrac{[6\times10^{-6}]}{[5\times10^{-2}]^2}\ N/C = 21.6\times10^6\ N/C$

$\vec{E}_R = (-43.68\times10^6\ N/C)\,\hat{i} + (-12.96\times10^6\ N/C)\,\hat{j}\qquad |\vec{E}_R| = |E_R| = 45.56\times10^6\ N/C$

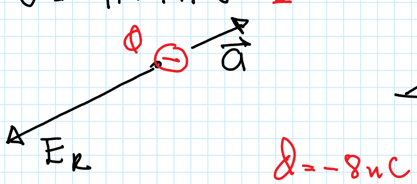
b) $V_p = V_1 + V_2 + V_3 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{q_1}{r_1} - \dfrac{q_2}{r_2} - \dfrac{q_3}{r_3}\right] = (9\times10^9)\dfrac{[1\times10^{-6}]}{[1\times10^{-2}]}\left\{\dfrac{4}{7} - \dfrac{6}{4} - \dfrac{6}{5}\right\} V$

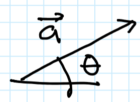
$V_p = -1.92\times10^6\ V$

c) $U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{q_1q_2}{r_{12}} + \dfrac{q_1q_3}{r_{13}} + \dfrac{q_2q_3}{r_{23}}\right] = (9\times10^9)\dfrac{[1\times10^{-12}]}{[1\times10^{-2}]}\left\{\dfrac{4\times-6}{\sqrt{2}\,3} + \dfrac{4\times-6}{3} + \dfrac{-6\times-6}{3}\right\} J$

$U = -1.4911\ J$

d)





$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{12.96}{43.68}\right) = 16.53°$

PROBLEMA 2: *(10 puntos, 5 puntos cada inciso)*

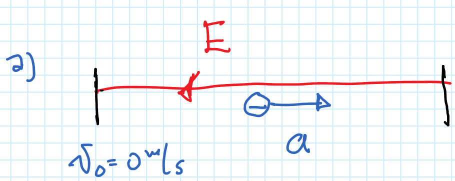
Un cañón de tubo de televisión acelera electrones desde el reposo hasta una velocidad de 3.0 x 10 ^{7} m/s, y recorren una distancia de 2.0 cm. ¿Qué magnitud de campo eléctrico (supuesto constante) es requerido para acelerar los electrones? (en kN/C)

Respuesta = 128 tolerancia = ± 5

¿Qué tiempo (en ns) tardarán los electrones en recorrer 2.00 cm a partir del cañón de tubo de televisión?

Respuesta = 1.33 tolerancia = ± 0.05

a)



$V_f^2 = \cancel{V_0^2}^{\,0} + 2a\Delta x$

$a = \dfrac{V_f^2}{2\Delta x} = \dfrac{(3.0\times10^7)^2}{2(0.02)}\ m/s^2 = 2.25\times10^{16}\ m/s^2$

$$a = \left(\frac{q}{m}\right)E \rightarrow E = \left(\frac{m}{q_e}\right)a = 127.97\times10^{3}\ N/C$$

b) $$v_f = \cancel{v_0}^{\,0} + at \rightarrow t = v_f/a = \frac{3\times10^{7}}{2.25\times10^{16}}\,s = 1.33\times10^{-9}\,s = 1.33\ ns$$

PROBLEMA 3: ***(10 puntos, 5 puntos cada inciso)***

El momento de dipolo eléctrico tiene una magnitud de 7.2 μCm, y está formado por dos cargas localizadas en plano x–y. La carga $-q_1$ inicialmente está en (– 5.00, 8.00) cm y la carga $+q_2$ está en el origen de coordenadas. El dipolo se encuentra en una región de campo eléctrico 4 x 10 ^{7} N/C $(-i)$. En las condiciones indicadas ¿cuál es la magnitud del momento de torsión que se ejerce sobre el dipolo? (en Nm)

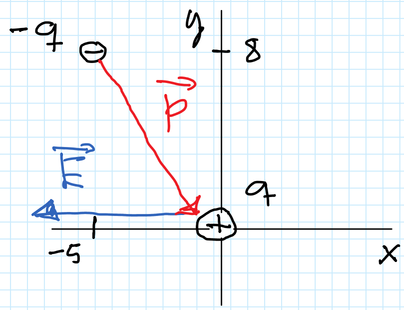
Respuesta = 244 tolerancia = ± 4

¿Cuánto trabajo (en J) es necesario para girar el dipolo desde la orientación inicial indicada hasta una orientación en que el momento del dipolo sea paralelo al campo eléctrico?

Respuesta = – 441 tolerancia = ± 4

a) $p = 7.2\mu C\cdot m$

$\vec{E} = (-4\times10^{7}\ N/C)\,\hat{i}$



$d = 9.43\ cm$

$$\vec{p} = (3.82\ \mu C\cdot m)\,\hat{i} + (-6.11\ \mu C\cdot m)\,\hat{j}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3.82 & -6.11 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \end{vmatrix} \times 10\ N\cdot m = (-244.4\ N\cdot m)\,\hat{k}$$

b) $$W_{A\varepsilon} = U_f - U_0 = -pE\cancel{\cos 0}^{\,1} - (-\vec{p}\cdot\vec{E}) = -288J - (152.8J) = -440.8\ J$$

$$\vec{p}\cdot\vec{E} = [(3.82\times10^{-6})\hat{i} + (-6.11\times10^{-6})\hat{j}]\cdot[(-4\times10^{7})\hat{i}] = -152.8\ J$$

$$pE = (7.2\times10^{-6})(4\times10^{7})\ J = 288J$$

Problema 4 ***(15 puntos)***

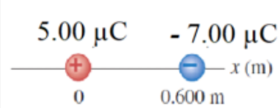
Se colocan dos cargas, una de 5.00 μC y la otra de – 7.00 μC, sobe el eje x, una en el origen de coordenadas y la otra en x = 0.60 m, como en la figura.

a) ¿Cuál es la **posición** sobre el eje "x" (en m) donde la fuerza neta sobre una pequeña carga +q debería ser cero? ***(8 puntos)***

Respuesta = – 3.27 tolerancia = ± 0.05

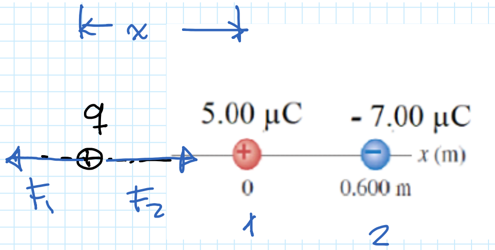
b) ¿En qué **posición** sobre el eje "x" (en m) el potencial eléctrico es cero debido a las dos cargas de mostradas en la figura? ***(7 puntos)***

Respuesta = – 1.50 tolerancia = ± 0.05



a) ← x →

$$\frac{1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}}\frac{(7\times10^{\cancel{-6}})(\cancel{q})}{[0.6+x]^2} = \frac{1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}}\frac{(5\times10^{\cancel{-6}})(\cancel{q})}{x^2}$$



$$\frac{1}{\cancel{4\pi\epsilon_0}}\frac{(7\times10^{-6})(\cancel{q})}{[0.6+x]^2} = \frac{1}{\cancel{4\pi\epsilon_0}}\frac{(5\times10^{-6})(\cancel{q})}{x^2}$$

$$\frac{7}{[0.6+x]^2} = \frac{5}{x^2}$$

$$\sqrt{\frac{7}{5}}\, x = 0.6 + x$$

$$x = \frac{0.6}{\sqrt{\frac{7}{5}} - 1}\ m = 3.27\ m \quad \text{a la izq}$$

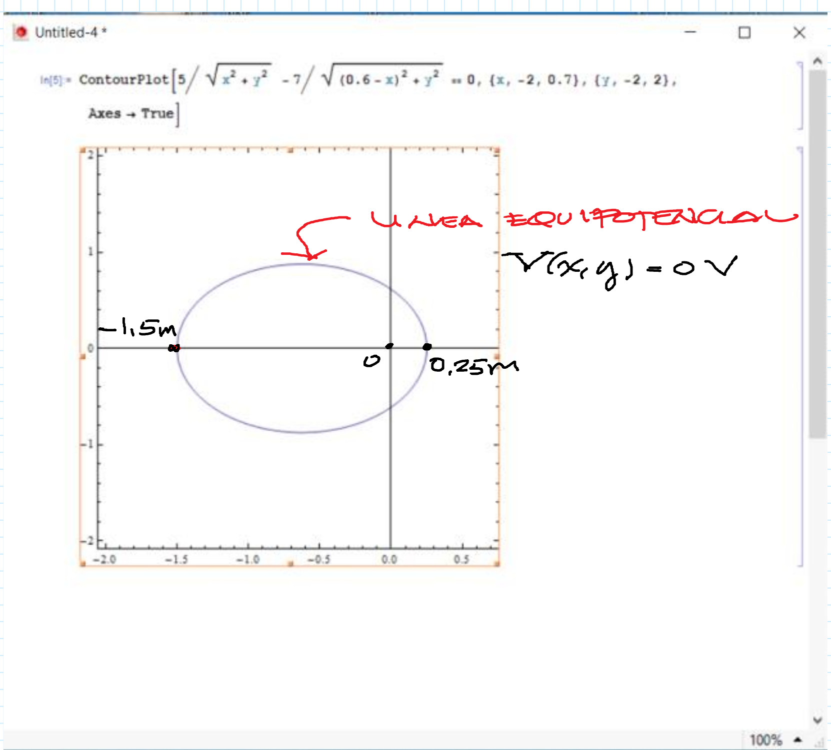
$$x' = -3.27\ m \quad \blacksquare$$

b) $$\frac{1}{\cancel{4\pi\epsilon_0}}\frac{(5\times10^{-6})}{x} + \frac{1}{\cancel{4\pi\epsilon_0}}\frac{(-7\times10^{-6})}{(0.6+x)} = 0$$

$$\frac{5}{x} = \frac{7}{(0.6+x)} \rightarrow \frac{7}{5}x = 0.6 + x$$

$$x = \frac{0.6}{7/5 - 1}\ m = 1.5\ m \quad \text{a la izq}$$

$$x = -1.5\ m \quad \blacksquare$$



SE TIENE UNA SEGUNDA SOLUCIÓN

$$\frac{1}{\cancel{4\pi\epsilon_0}}\frac{(5\times10^{-6})}{x} = \frac{1}{\cancel{4\pi\epsilon_0}}\frac{(7\times10^{-6})}{(0.6-x)}$$

$$x = \frac{0.6}{1 + 7/5}\ m = 0{,}25\ m \quad \blacksquare$$

***Problema 5* (10 puntos, 5 puntos cada inciso)**

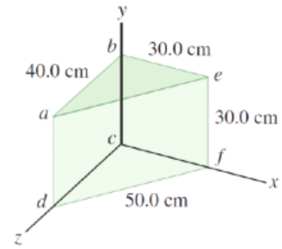
La figura que se muestra es una superficie cerrada y se encuentra en una región un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ = 2.5 x 10 ^{3} N/C **(+k)**

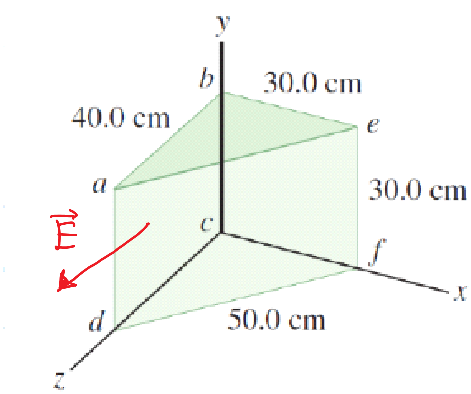
a) Calcular el flujo eléctrico (en unidades SI) a través de la superficie *befc*

Respuesta = – 225 tolerancia = ± 0.5

b) Calcular el flujo eléctrico (en unidades SI) a través de la superficie *aefd*

Respuesta = 225 tolerancia = ± 0.5





a) $\Phi_{E_{befc}} = -EA = -(2.5\times10^3)[0.3\times0.3]\,\frac{N}{C}\cdot m^2$

$= -225 \; N/C\cdot m^2$

b) $\Phi_T = 0 = \Phi_{E_{befc}} + \Phi_{E_{aefd}} + \cancel{\Phi_{E_{abcd}}}^{\,0} + \cancel{\Phi_{cfd}}^{\,0} + \cancel{\Phi_{bae}}^{\,0}$

$\Phi_{E_{aefd}} = -\Phi_{E_{befd}} = +225 \; N/C\cdot m^2$

***Problema 6* (20 puntos, 5 puntos cada inciso)**

Una coraza esférica conductora con radio interior ***a***= 5.00 cm y radio exterior ***b***= 12.0 cm, tiene una carga puntual positiva ***Q*** = 4.00 nC localizada en su centro. La carga total en la coraza es – 12.0 nC y está aislada de su ambiente. Utilizando la Ley de Gauss y dejando constancia de su aplicación:

a) Calcular la magnitud del campo eléctrico (en kN/C) en ***r*** = 2.50 cm medido desde su centro.

Respuesta = 57.6 tolerancia = ± 5

b) Calcular la magnitud del campo eléctrico (en kN/C) en ***r*** = 8.5 cm medido a desde su centro.

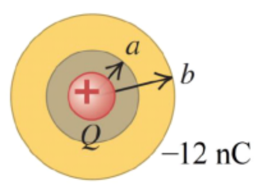
Respuesta = cero tolerancia = ± 0

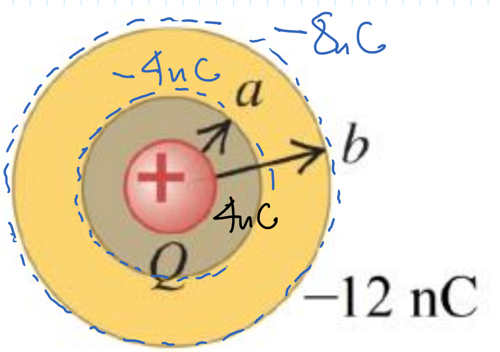
c) La densidad superficial de carga en la superficie exterior de la coraza es (en nC/m^2)

Respuesta = – 44.2 tolerancia = ± 0.5

d) Calcular la magnitud del campo eléctrico (en kN/C) en ***r*** = 15 cm medido a desde su centro.

Respuesta = 3.20 tolerancia = ± 0.05





a = 5cm

b = 12 cm

a) $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = (9\times10^9)\frac{[4\times10^{-9}]}{[2.5\times10^{-2}]^2}\; N/C$

$E = 57.6\times10^3 \; N/C$

b) $E = 0 \; N/C$ campo interior conductor

c) $\sigma = \frac{Q_{ext}}{4\pi r^2} = \frac{(-8\times10^{-9})}{4\pi(0.12)^2}\; C/m^2 =$

$\sigma = -44.21\times10^{-9}\; C/m^2$

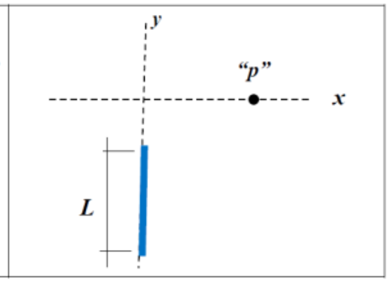
d) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|Q_{ext}|}{r^2} = (9\times10^{9})\frac{(8\times10^{-9})}{(0.15)^2}$ N/C

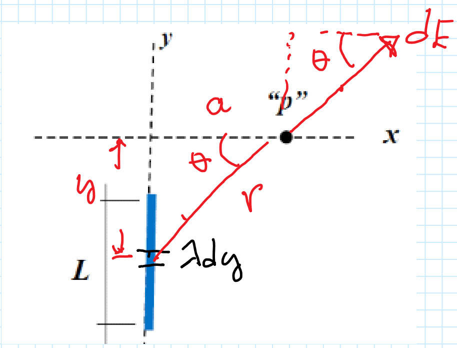
$E = 3.2\times10^{3}$ N/C

PROBLEMA 7: ***(15 puntos)***

Una carga de 8.00 nC se encuentra distribuida uniformemente en una longitud L desde la posición $y = -2.00$ m hasta $y = -5.50$ m. Calcular la componente en dirección *"j"* del campo eléctrico resultante (en N/C) situado en un punto *"p"* localizado en el plano *x–y*, con coordenadas *(x, y)* = (3.00, 0) m

Respuesta = 2.24 tolerancia = ± 0.1





$L = 3.50$ m

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

$dE_y = k\frac{\lambda dy}{[x^2+y^2]}\,\text{sen}\theta \qquad \text{sen}\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$dE_y = k\lambda\frac{y}{[x^2+y^2]^{3/2}}dy$

$E_y = k\lambda\int_{-2}^{-5.5}\frac{y}{[x^2+y^2]^{3/2}}dy = k\lambda I$

$E_y = k\lambda I = (9\times10^{9})\left[\frac{8\times10^{-9}}{3.5}\right](0.1177)$ N/C

$E_y = 2.4212$ N/C

CALCULO DE LA INTEGRAL

$\frac{y}{a} = tg\theta \qquad y = a\,tg\theta$

$dy = a\sec^2\theta\,d\theta$

$(x^2+y^2)^{3/2} = (a^2\sec^2\theta)^{3/2} = a^3\sec^3\theta$

$\frac{y\,dy}{[x^2+y^2]^{3/2}} = \frac{a\,tg\theta\,(a\sec^2\theta\,d\theta)}{a^3\sec^3\theta}$

$= \frac{1}{a}\frac{tg\theta}{\sec\theta} = \frac{1}{a}\frac{\text{sen}\theta}{\cancel{\cos\theta}}\cdot\cancel{\cos\theta}$

$\int_{-5.5}^{-2}\frac{y\,dy}{[x^2+y^2]^{3/2}} = -\frac{1}{a}\cos\theta = -\frac{\cancel{a}}{\cancel{a}}\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} =$

Untitled-1 *

```
In[2]:= Integrate[y / (9 + y^2)^(3/2), {y, -2, -5.5}]
Out[2]= 0.117733
```

$$I = \int_{-5.5}^{-2} (\quad) = -\frac{1}{\sqrt{a^2+y^2}}\Bigg|_{-2}^{-5.5} = 0.1177$$