

**SEGUNDO EXAMEN PARCIAL. Temario 22. 2do. Semestre 2021. V2**

martes, 12 de octubre de 2021 18:20

**PROBLEMA 1: (10 puntos, 5 puntos cada inciso)**

Un capacitor  $C_1$  de placas planas paralelas y aire en las placas, se coloca en serie con un capacitor  $C_2$ , que tiene un área de  $0.10 \text{ m}^2$ , una distancia de separación de placas de  $1.00 \text{ mm}$  y contiene un dieléctrico de constante  $5.40$ . Si se desea una capacitancia equivalente de los capacitores de  $2.75 \text{ nF}$ .

a) ¿Que tamaño de capacitor  $C_1$  (en  $\text{nF}$ ) deberá colocarse para mantener la relación de la capacitancia equivalente?

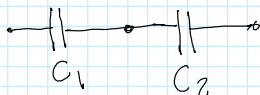
Respuesta:  $6.50$  tolerancia =  $\pm 0.5$

b) Si el voltaje en el capacitor  $C_1$  es  $8750 \text{ V}$ , y la distancia de separación de placas  $2.5.0 \text{ mm}$ , cuál sería su densidad de energía (en  $\text{J/m}^3$ )

Respuesta:  $54.2$  tolerancia =  $\pm 0.5$

solución

$$a) C_2 \begin{cases} A = 0.10 \text{ m}^2 \\ d = 1 \text{ mm} \\ K = 5.40 \end{cases}$$



$$C_2 = \frac{K\epsilon_0 A}{d} = \frac{(5.4)(8.85 \times 10^{-12})(0.1)}{(1 \times 10^{-3})} \text{ F} = 4.78 \text{ nF}$$

$$C_{eq} = 2.75 \text{ nF}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \rightarrow \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{eq}}$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C_2} \rightarrow C_1 = \frac{1}{\frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C_2}}$$

$$C_1 = \frac{1}{\frac{1}{2.75} - \frac{1}{4.78}} \text{ nF} = 6.48 \text{ nF}$$

$$b) V_1 = 8750 \text{ V} \quad d = 2.5 \text{ mm}$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{8750 \text{ V}}{2.5 \times 10^{-3} \text{ m}} = 3.5 \times 10^6 \text{ V/m}$$

$$\rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = 54.2 \text{ J/m}^3$$

**Problema 2 (15 puntos, 5 puntos cada inciso)**

En el circuito que se muestra  $\epsilon = 10.0 \text{ V}$ ,  $C_1 = 5.00 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2.00 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 3.00 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $C_4 = 4.00 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $C_5 = 1.00 \text{ } \mu\text{F}$

a) Calcular la capacitancia equivalente del circuito (en  $\mu\text{F}$ )

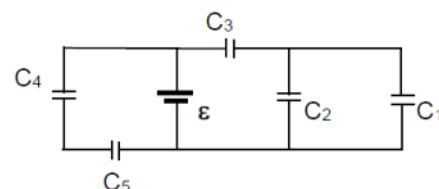
Respuesta:  $2.90$  tolerancia =  $\pm 0.05$

b) La carga en el capacitor  $C_5$  es de: (en  $\mu\text{C}$ )

Respuesta:  $8.00$  tolerancia =  $\pm 0.05$

c) ¿Qué cantidad de energía almacena (en  $\mu\text{J}$ ) el capacitor  $C_1$ ?

Respuesta:  $22.5$  tolerancia =  $\pm 0.05$



$$a) C_{45} = \frac{1}{\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{4.00} + \frac{1}{1.00}} = 0.8 \mu\text{F}$$

$$a) \quad C_{45} = \frac{1}{\frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{4\mu F} + \frac{1}{1\mu F}} = 0.8\mu F$$

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 5\mu F + 2\mu F = 7\mu F$$

$$C_{312} = \frac{1}{\frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{12}}} = \frac{1}{\frac{1}{3\mu F} + \frac{1}{7\mu F}} = 2.1\mu F$$

$$C_{eq} = C_{45} + C_{312} = 0.8\mu F + 2.1\mu F = 2.90\mu F$$

$$b) \quad E = 10V \quad C = \frac{Q}{V} \rightarrow Q = EC_{45} = [10V][0.8\mu F] = 8\mu C$$

$$c) \quad V_1 = ?$$

$$Q_{312} = EC_{312} = [10V][2.1\mu F] = 21\mu C$$

$$V_{12} = \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{21\mu C}{7\mu F} = 3V$$

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} [5\mu F] [3V]^2 = 22.5\mu J$$

### Problema 3 (10 puntos, 5 puntos cada inciso)

En los extremos de un conductor de cobre, cuya resistividad es  $1.70 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ , se le aplican 55.5 V y pasan  $12.5 \times 10^{21}$  electrones durante 15.0 minutos.

a) ¿Cuál es la resistencia, en  $\Omega$ , del conductor?

**Respuesta: 25.0    tolerancia =  $\pm 0.5$**

b) Si el conductor tiene un área de sección  $0.18 \text{ m}^2$  y la velocidad de arrastre de los electrones es  $1.00 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ , cuál es la densidad de electrones libres en el metal (en electrones/ $\text{m}^3$ )

**Respuesta:  $7.71 \times 10^{23}$     tolerancia =  $\pm 0.5$**

$$\rho_{Cu} = 1.70 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$V = 55.5V$$

$$N = 12.5 \times 10^{21} \quad \Delta t = 15 \text{ min}$$

$$a) \quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{N e}{\Delta t} = \frac{(12.5 \times 10^{21})(1.6 \times 10^{-19})}{(15 \times 60)} A = 2.22A$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{55.5}{2.17} \Omega = 24.975 \Omega$$

$$b) \quad A = 0.18 \text{ m}^2$$

$$v_d = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$J = I/A$$

$$n = \frac{I/A}{v_d e} = \frac{(2.17)}{(1.0 \times 10^{-4})(1.6 \times 10^{-19})(0.18)} \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$\rho = (1 \times 10^{-9})(1.6 \times 10^{-19})(0.18) \text{ m}^3$$

$$n = 7.71 \times 10^{23} \text{ 1/m}^3$$

#### **PROBLEMA 4: (10 puntos, 5 puntos cada inciso)**

Un calentador eléctrico se ha construido con alambre de cobre. El consumo del calentador cuando se alimenta con un voltaje  $V_0 = 120 \text{ V}$  es  $3000 \text{ W}$ . El coeficiente de resistividad del cobre es  $1.72 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$  y el coeficiente de temperatura de la resistividad calculado alrededor de  $T_0 = 20^\circ \text{C}$  es de  $0.003^\circ \text{C}^{-1}$ .

a) Calcular el valor de la resistencia del calentador (en  $\Omega$ ) debido al aumento de temperatura a  $120^\circ \text{C}$ , a partir de su temperatura de  $20^\circ \text{C}$

**Respuesta: 6.24 tolerancia =  $\pm 0.05$**

b) Si el voltaje de alimentación fuera constante, ¿cuál sería la tarifa de funcionamiento del calentador cuando está a  $120^\circ \text{C}$ ?, funcionando por 4 horas diarias en un mes de 30 días, tomar el costo de energía eléctrica de  $Q 1.50 / \text{kWh}$

**Respuesta: 415.40 tolerancia =  $\pm 0.05$**

$$a) R = R_0 [1 + \alpha \Delta T] = (4.8 \Omega) [1 + 0.003^\circ \text{C}^{-1} (100^\circ \text{C})] = 6.24 \Omega$$

$$P = \frac{V_0^2}{R_0} \rightarrow R_0 = \frac{V_0^2}{P} = \frac{(120)^2}{3000} \Omega = 4.8 \Omega$$

$$b) P' = \frac{V_0^2}{R} = \frac{(120)^2}{6.24} \text{ W} = 2307.69 \text{ W}$$

$$C = E c_u \quad E = (4 \text{ hours})(30)(2.308 \text{ kW}) = 276.92 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

$$C = (276.92 \text{ kW} \cdot \text{h}) \left[ \frac{\$1.50}{\text{kW} \cdot \text{h}} \right] = \$415.38$$

#### **Problema 5 (25 puntos)**

a) En el circuito que se muestra contiene 2 fem y 4 resistencias. La corriente (en A) que pasa a través de la resistencia  $R_2$  es (10 puntos)

**Respuesta: 3.64 tolerancia =  $\pm 0.05$**

b) Calcular la potencia (en W) entregada al circuito (05 puntos)

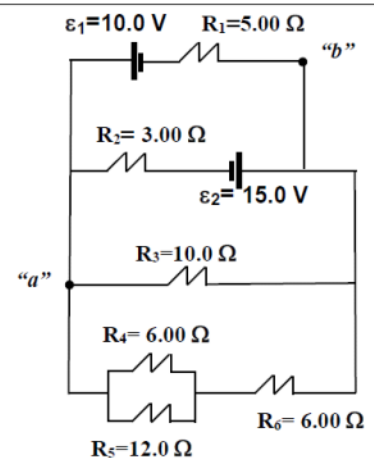
**Respuesta: 82.8 tolerancia =  $\pm 5$**

c) La diferencia de potencial  $V_a - V_b$  (en V) (05 puntos)

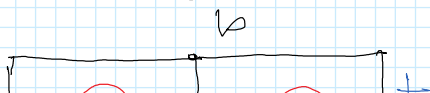
**Respuesta: - 4.09 tolerancia =  $\pm 0.05$**

d) Que potencia consume  $R_6$  (en W)

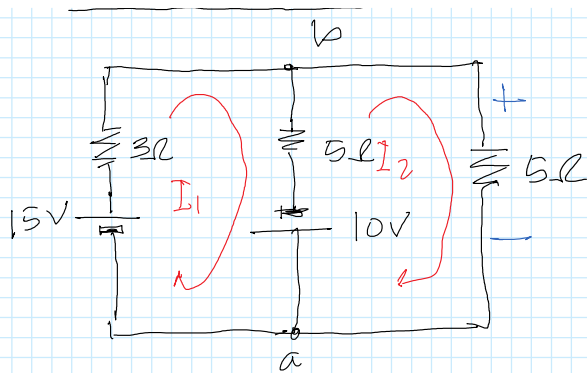
**Respuesta: 1.0 tolerancia =  $\pm 0.05$**



CIRCUITO EQUIVALENTE



$$8I_1 - 5I_2 = 25 \quad \left\{ \begin{array}{l} I_1 = 40/11 \text{ A} \\ I_2 = 10/11 \text{ A} \end{array} \right.$$



$$\begin{cases} 8I_1 - 5I_2 = 25 \\ -5I_1 + 10I_2 = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 40/11 \text{ A} \\ I_2 = 9/11 \text{ A} \end{cases}$$

a)  $I_{3\Omega} = I_1 = 364 \text{ A}$

b)  $P = (15)(40/11 \text{ A}) + (10)(40/11 \text{ A} - 9/11 \text{ A})$   
 $P = 82.72 \text{ W}$

c)  $V_a - V_b = -I_2(5\Omega) = -4.09 \text{ V}$

d)  $I_{R6} = I_2/2 = 9/22 \text{ A}$

$P_{R6} = \left(\frac{9}{22}\right)^2 6 \text{ W} = 1.004 \text{ W}$

**Problema 6 (10 puntos, 5 puntos cada inciso)**

Un bloque de silicio cuya resistividad es  $8.70 \times 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}$ , tiene una sección rectangular, se conecta a una batería de  $0.50 \text{ V}$  y disipa una potencia de  $5.00 \text{ mW}$ . Como se indica en la figura las dimensiones del bloque de silicio son:

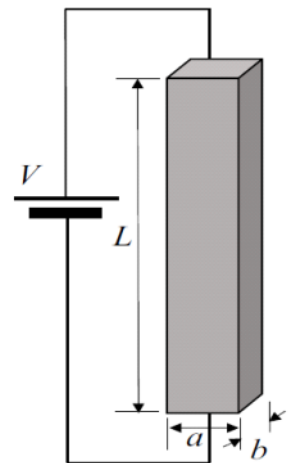
$L = 20.0 \text{ cm}$ ;  $a = 2 \text{ mm}$  y la densidad de portadores de carga en el silicio es  $1.23 \times 10^{23}$  electrones por metro cúbico.

a) ¿Cuál es el grosor  $b$ , del bloque? (en mm)

Respuesta: 1.74 tolerancia =  $\pm 0.05$

b) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en el bloque de silicio?

Respuesta: 2.50 tolerancia =  $\pm 0.05$



$\rho_{Si} = 8.70 \times 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}$      $n_a = 1.23 \times 10^{23} \text{ } \cancel{\text{m}^3} / \text{m}^3$

$V = 0.5 \text{ V}$

$P = 5.00 \text{ mW}$

a)  $I = \frac{P}{V} = \frac{5 \times 10^{-3}}{0.5} \text{ A} = 10 \text{ mA}$

b)  $E = -\frac{\Delta V}{\Delta L} = \frac{0.5 \text{ V}}{20 \times 10^{-2} \text{ m}}$

$E = 2.5 \text{ V/m}$

$J = E/\rho$

$= (2.5) / (8.70 \times 10^{-4}) \text{ A/m}^2$

$= 2873.56 \text{ A/m}^2$

$J = \frac{I}{ab} \rightarrow b = \frac{I}{Ja} = \frac{(10 \times 10^{-3})}{(2873.56)(2 \times 10^{-3})} \text{ m}$

$b = 1.74 \times 10^{-3} \text{ m} = 1.74 \text{ mm}$

**Problema 7 (20 puntos, 10 puntos cada inciso)**

En el circuito de la figura, en  $t = 0$  s, el interruptor  $S$  se conecta en el punto A para el proceso de carga. Después de un tiempo suficientemente largo para suponer que el capacitor  $C$  está completamente cargado, el interruptor se conecta al punto B para el proceso de descarga.

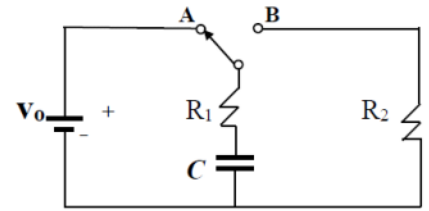
Si  $R_1 = R_2 = 20.0 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10.00 \text{ }\mu\text{F}$  y  $V_0 = 10.00 \text{ V}$

a) El valor de la carga que adquiere el capacitor cuando han transcurrido tres constantes de tiempo durante el proceso de carga (en  $\mu\text{C}$ ) es de

**Respuesta: 95.0 tolerancia =  $\pm 0.50$**

b) Durante el proceso de descarga ¿Qué tiempo transcurre para que la corriente alcance el valor de  $125 \text{ }\mu\text{A}$ ? (en ms)

**Respuesta: 277 tolerancia =  $\pm 0.50$**



a)  $q(t) = CV_0(1 - e^{-t/\tau})$

$$q(3\tau) = [10\mu\text{F}][10\text{V}](1 - e^{-3}) = 95.02 \mu\text{C}$$

b) ~~DESCARGA~~

$$I_0 = \frac{V_0}{R_2} = 0.25 \text{ mA}$$

$$\tau_D = R_2 C = (20 \text{ k}\Omega)(10 \mu\text{F}) = 200 \text{ ms}$$

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau_D} \rightarrow t = -\tau_D \ln\left(\frac{i(t)}{I_0}\right)$$

$$t = -(200 \text{ ms}) \ln\left[\frac{0.125}{0.250}\right] = 277.26 \text{ ms}$$