Física II
Inga. Claudia Contreras

Hoja de Trabajo No.8
Fuerza Magnética y Fuentes de Campos Magnéticos

1. ¿Qué campo magnético B (en T) será necesario para que una partícula con carga $q = 5mC$ y masa $m = 6mg$ se mueva en trayectoria circular $R = 3.5m$ y con un periodo de revolución de $6.28ms$? R:\1.2T b) ¿a través de qué diferencia de potencial debió haber sido acelerada la partícula? R:\ 7350V

(a)Solución. A partir del periodo del movimiento la rapidez tangencial de la partícula es:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(3.5)}{6.28 \times 10^{-3}} = 3500m/s$$

Aplicando dinámica de movimiento circular:

$$\sum F = ma_c$$

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

$$B = \frac{mv}{qR} = \frac{6 \times 10^{-6}(3500)}{(5 \times 10^{-3})(3.5)} = \mathbf{1.2T}$$

(b) Solución. Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$U_a + K_a = U_b + K_b$$

$$qV_a = qV_b + \frac{1}{2}mv^2$$

$$V_a - V_b = \frac{mv^2}{2q} = \frac{6 \times 10^{-6}(3500)^2}{2(5 \times 10^{-3})} = \mathbf{7350V}$$

---

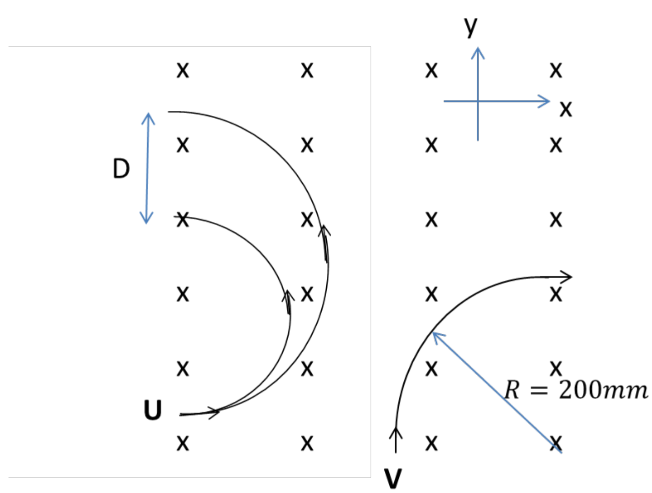
2. Un haz de partículas transporta protones y deuterones, penetran en un campo magnético uniforme $B = 1T$; dichas partículas poseen la misma rapidez $v = 7 \times 10^6 m/s$. Los deuterones poseen la siguiente masa y carga:

$$q_d = 1.6 \times 10^{-19}C$$
$$m_d = 3.34 \times 10^{-27}kg$$

Y los protones:

$$q_p = 1.6 \times 10^{-19}C$$
$$m_p = 1.67 \times 10^{-27}kg$$

Un segundo haz V de partículas desconocidas penetra el campo y describe una trayectoria de radio $R = 200mm$, se sabe que esas partículas se mueven con una rapidez $v = 5 \times 10^6 m/s$. Calcule:



a) La separación D de los deuterones y los protones cuando salen del campo ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{146.1mm}$)

Solución. La única fuerza que actúa sobre las partículas es la fuerza magnética debida al campo magnético. Por lo que al ingresar en la región del campo, describirán un movimiento circular uniforme. La magnitud de la fuerza es:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\left|\vec{F}_B\right| = qvBsen\ 90° = qvB$$

Para los deuterones:

$$q_d vB = m_d \frac{v^2}{R_d}$$

Despejando el radio de la trayectoria de los deuterones y sustituyendo valores:

$$R_d = \frac{m_d v}{q_d B} = \frac{3.34 \times 10^{-27}(7 \times 10^6)}{1.6 \times 10^{-19}(1)} = 146.125mm$$

Ahora bien en el caso de los protones:

$$R_p = \frac{m_p v}{q_p B} = \frac{1.67 \times 10^{-27}(7 \times 10^6)}{1.6 \times 10^{-19}(1)} = 73.0625mm$$

La separación D puede observarse de la figura que:

$$D = 2R_d - 2R_p = 2(146.125mm - 73.0625mm) = \mathbf{146.125mm}$$

b) La diferencia de tiempo entre las partículas más energéticas y menos energéticas que entran simultáneamente al campo ($\boldsymbol{R}$: $\mathbf{32.79ns}$) Observe que las partículas salen de la región del campo cuando han recorrido la mitad del periodo del movimiento circular.

Solución. Calcularemos el tiempo que le toma a las partículas más energéticas salir de la región del campo. Observe, que mientras que se encuentran en la región del campo magnético describen media circunferencia, es decir, permanecen la mitad del periodo del movimiento circular. Encontrando entonces el periodo del movimiento:

$$v = \frac{2\pi R_D}{T_D}$$

$$T_D = \frac{2\pi R_D}{v} = \frac{2\pi(0.146125)}{7 \times 10^6} = 131.16ns$$

Realizando este mismo cálculo para los protones:

$$T_p = \frac{2\pi R_p}{v} = \frac{2\pi(0.0730625)}{7 \times 10^6} = 65.58ns$$

La diferencia de tiempo en el que los deuterones permanecen en la región del campo y los protones es:

$$\frac{T_D}{2} - \frac{T_p}{2} = \mathbf{32.79ns}$$

Si se desea que el **haz V** (este tiene partículas negativas $q = -1.6 \times 10^{-19}C$) no se desvíe de su trayectoria, ¿cuál es el campo eléctrico magnitud y dirección que deberá existir también en la región? ($\boldsymbol{R}$: $+\mathbf{5 \times 10^6}\hat{\boldsymbol{\imath}}\boldsymbol{N/C}$)

Solución. Si se requiere que el haz no desvíe su trayectoria la fuerza magnética deberá ser igual en magnitud que la fuerza eléctrica, con direcciones opuestas:

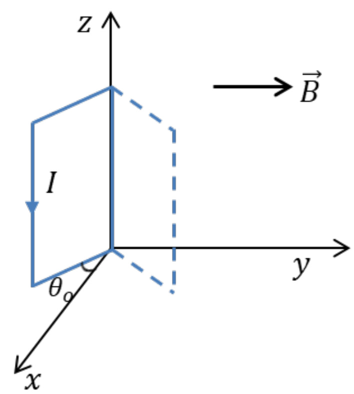
$$qE = qvB$$

$$E = vB = 5 \times 10^6(1) = 5 \times 10^6\ N/C$$

Observe que la fuerza magnética sobre estas partículas al entrar al campo es hacia la derecha. Por lo que la fuerza eléctrica debe ser opuesta a esta, es decir hacia la izquierda. Para lograr esto la dirección del campo eléctrico debe ser hacia la derecha, es decir en dirección positiva de "x", ya que las partículas negativas experimentan fuerza eléctrica en dirección opuesta al campo eléctrico.

---

3. Una bobina rectangular está construida por hilos muy delgados y tiene las especificaciones siguientes $N = 100\ vueltas;\ a = 40cm; b = 30cm.$ La bobina esta pivotada alrededor del eje z) y por sus espiras circula una corriente $I = 0.5A$, en la dirección mostrada en la figura. En la región donde se encuentra la bobina existe un campo magnético externo $\vec{B} = 2T\hat{j}$ e inicialmente su plano forma un ángulo de $\theta_o = 30°$ con el eje x, estando en reposo en dicha posición.

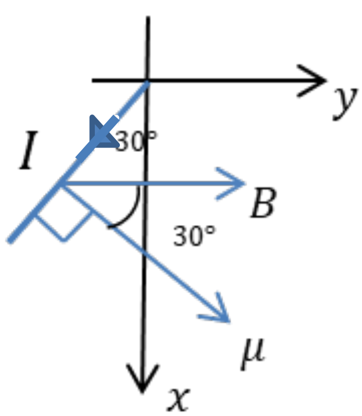


a) ¿Cuál es la magnitud del momento dipolar magnético de la bobina? ($\boldsymbol{R}: \boldsymbol{6\ A \cdot m^2}$)

Solución. La magnitud del momento dipolar magnético de la bobina es:

$$\mu = NIA = 100(0.5)(0.4 * 0.3) = 6\ A \cdot m^2$$

b) ¿Cuál es el torque que experimenta la bobina en su posición inicial? ($\boldsymbol{R}: \boldsymbol{6\ Nm\ \hat{k}}$)



$$\tau = \mu B sen\ \beta$$

Donde β es el ángulo entre el momento dipolar magnético y el campo magnético, de la figura observando únicamente el plano xy , dibujando la dirección del momento dipolar magnético y el campo magnético, visualizamos que este ángulo es de 30°. Por lo que el torque es:

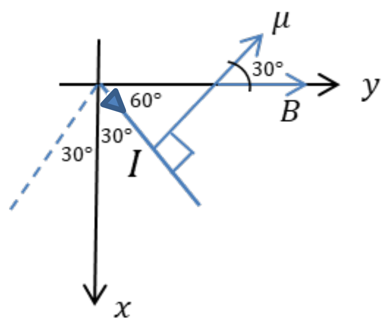
$$\tau = \mu B sen\ \beta = 6(2) sen\ 30° = 6N \cdot m$$

Aplicando la regla de la mano derecha, la dirección del torque es en $+\hat{k}$.

c) ¿Cuál es el cambio de energía potencial en la bobina cuando se ha desplazado $\Delta\theta = 60°$, alrededor del eje "z"? ($\boldsymbol{R}: \boldsymbol{0J}$)

Solución. La energía potencial magnética inicial es:

$$U_o = -\mu B cos\ \beta = -6(2) cos\ 30° = -10.39J$$



Después que ha rotado 60° desde su posición inicial, observemos la figura (plano xy) para visualizar el nuevo ángulo entre el momento dipolar y el campo magnético:

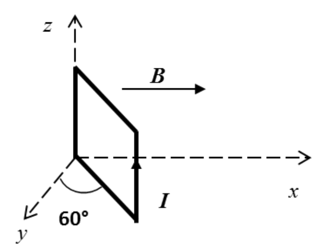
$$U_f = -\mu B\cos 30 = -6(2)\cos 30° = -10.39J$$

Por lo que:

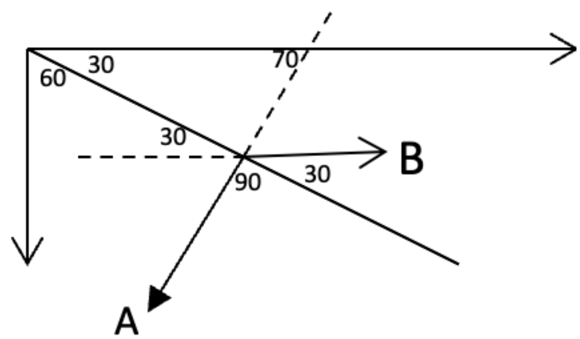
$$\Delta U = U_f - U_o = 0J$$

---

4. Una bobina cuadrada, de lado 0.20 m de longitud, tiene 100 vueltas, llevando una corriente de I=0.50 A. La bobina está orientada como se muestra la figura, en un campo magnético uniforme B=1.50 T, dirigido en la dirección positiva "y". Si la espira rota alrededor del eje "z" ¿Cuál es la magnitud del torque en la espira (en N.m)?



a) 2.6	b) 2.00	c) 0.35	d) 3.12	e) 1.73



Solución: El torque experimenta una espira que transporta corriente en presencia de un campo magnético está dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu B sen\varphi = NIABsen\varphi$$

Debemos por tanto encontrar el ángulo entre el vector del momento dipolar magnético y el campo. El vector de momento dipolar magnético debe ser perpendicular al plano de la espira y su dirección depende de la dirección de la corriente y es la misma dirección que la del vector de área.

Si observamos el plano xy tendremos entonces que el ángulo $\varphi = 30 + 90 = 120°$, por lo cual:

$$\vec{\tau} = NIABsen\varphi = (100)(0.5)(0.2)^2(1.5)sen(120) = 2.6\ Nm(\hat{k})$$

5. ¿Cuál es la magnitud del momento dipolar de la espira? (en unidades SI)

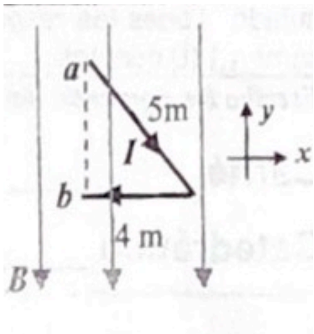
a) 2.6	b) 2.00	c) 0.35	d) 3.12	e) 1.73

Solución: El momento dipolar magnético de la espira tiene una magnitud de:

$$\mu = NIA = (100)(0.5)(0.2)^2 = 2\ Am^2$$

6. El segmento conductor de la figura transporta una corriente de 1.6 Amperios da a hacia b. Se encuentra en un campo magnético uniforme de B= 5T (-j). ¿Cuál es la magnitud y dirección de

la fuerza sobre el segmento de 5m? (**R: 32 N entrante a la página)** y ¿sobre todo el conductor?



Solución. Calculando la fuerza sobre el segmento de 5m. El ángulo entre el vector **L** y el campo **B** se puede calcular observando que el campo es vertical, por lo que de la geometría de la figura

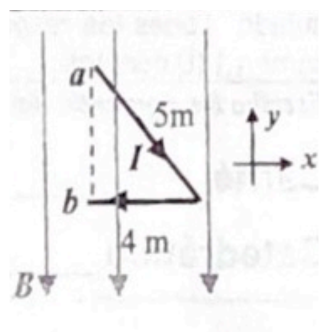
$$\theta = \sin^{-1}\frac{4}{5} = 53.13°$$

Por lo que:

$$F_{B1} = I\vec{L} \times \vec{B} = 1.6(5)(5)\,(\sin 53.13) = 32N(-\hat{k})$$

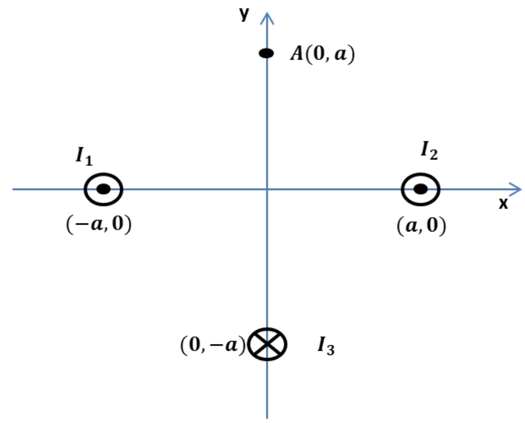
Para el segmento recto la fuerza magnética es:

$$F_{B2} = I\vec{L} \times \vec{B} = 1.6(4)(5)\,(\sin 90) = 32N(+\hat{k})$$

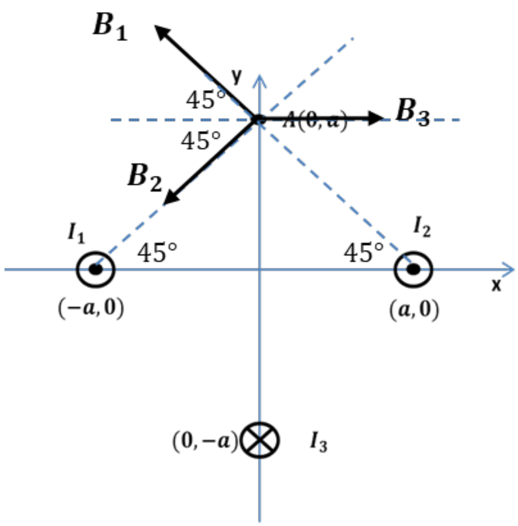


La fuerza neta sobre todo el conductor es cero.

7. Se tienen tres alambres largos paralelos transportando corriente eléctrica de acuerdo a lo que indica la figura. El valor de las corrientes eléctricas está dado por: $I_1 = 1A$; $I_2 = 1A$; $I_3 = 2A$; $a = 5cm$. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el punto $A(0, a)$ en μT?



a) 1	b) 0	c) 2	d) 4	e) NEC



Solución. El campo magnético resultante es la suma vectorial, del campo magnético producido por cada uno de los alambres: $\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r_1}(\cos 45° \,(-\hat{\imath}) + sen\ 45° \,(\hat{\jmath}))$$

$$\vec{B}_1 = \frac{4\pi \times 10^{-7}(1)}{2\pi(\sqrt{0.05^2 + 0.05^2})}(\cos 45° \,(-\hat{\imath}) + sen\ 45° \,(\hat{\jmath}))$$

$$\vec{B}_1 = [-2 \times 10^{-6}(\hat{\imath}) + 2 \times 10^{-6}(\hat{\jmath})]T$$

Ahora el campo magnético producido por el alambre 2:

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi r_2}(\cos 45° \,(-\hat{\imath}) + sen\ 45° \,(-\hat{\jmath}))$$

$$\vec{B}_2 = \frac{4\pi \times 10^{-7}(1)}{2\pi(\sqrt{0.05^2 + 0.05^2})}(\cos 45° \,(-\hat{\imath}) + sen\ 45° \,(-\hat{\jmath}))$$

$$\vec{B}_2 = [-2 \times 10^{-6}(\hat{\imath}) - 2 \times 10^{-6}(\hat{\jmath})]T$$

Y finalmente el campo magnético del alambre 3:

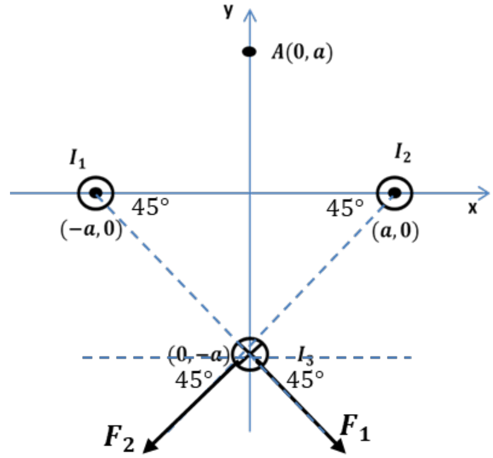
$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_o I_3}{2\pi r_3}\hat{\imath} = \frac{4\pi \times 10^{-7}(2)}{2\pi(2(0.05))}\hat{\imath} = 4 \times 10^{-6}(\hat{\imath})\ Teslas$$

El campo magnético resultante en A es **cero**.

Refiriéndose al problema anterior, la magnitud de la fuerza en una longitud de un metro, debido a la interacción entre las corrientes, que experimenta el alambre que transporta la corriente I_3 en μN está dada por:

a) 0	b) 16	c) 11.31	d) 8	e) NEC

Solución. La fuerza que experimenta el alambre 3, es la fuerza que le ejerce el alambre 1, más la ejercida por el alambre 2. Debido a que los alambres 1 y 2, transportan iguales cantidades de corriente y están a la misma distancia del alambre 3, las magnitudes de las fuerzas sobre el alambre 3, son iguales.
Recuerde que alambres que transportan corrientes en direcciones opuestas se repelen.



En la figura se dibujaron las fuerzas F_1 y F_2, ejercidas por el alambre 1 y 2 respectivamente. Se puede observar, que al ser de igual magnitud, al sumarlas, las componentes en "x" se cancelan y se tiene por lo tanto que la fuerza resultante sobre el alambre 3 es:

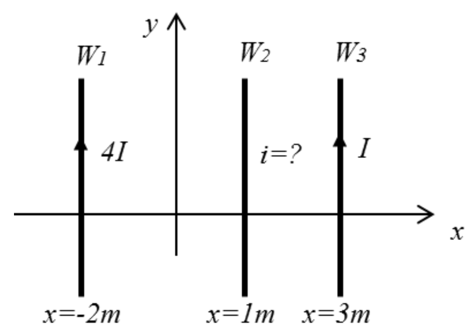
$$\vec{F}_3 = 2F_{1y}(-\hat{j}) = \frac{2\mu_o I_1 I_3 L_3}{2\pi r_{13}} sen\ 45°(-\hat{j}) = 2\frac{(4\pi \times 10^{-7})(1)(2)(1)}{2\pi(\sqrt{0.05^2 + 0.05^2})} sen\ 45°(-\hat{j})$$

$$\vec{F}_3 = 8 \times 10^{-6}(-\hat{j})N$$

---

8. Tres alambres largos se encuentran en un plano *x-y*, como se muestra en la figura. El tamaño y sentido de corriente está indicada para los alambres *W1* y *W3*, con *I*=2.5 A. ¿Cuál es el tamaño y sentido de la corriente "*i*" en el alambre *W2* para que el campo magnético resultante en el origen de coordenadas sea cero?

a) 4.17↑	b) 4.17↓	c) 5.83↑	d) 5.83↓	e) 0.42↑



Solución: El campo magnético en el origen de coordenadas debe ser la suma vectorial de los campos magnéticos debidos a los alambres W1, W2 y W3.

$$\vec{B}_o = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Por tratarse de alambres largos:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi r_1}\left(-\hat{k}\right) = \frac{4\pi \times 10^{-7}(4)(2.5)}{2\pi(2)}\left(-\hat{k}\right) = 1\mu T\left(-\hat{k}\right)$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_o I_3}{2\pi r_3}\left(\hat{k}\right) = \frac{4\pi \times 10^{-7}(2.5)}{2\pi(3)}\left(\hat{k}\right) = 0.167\mu T\left(\hat{k}\right)$$

Si la suma vectorial debe dar cero, entonces el campo magnético debido al alambre dos debe ser:

$$1\mu T\left(-\hat{k}\right) + \vec{B}_2 + 0.17\mu T\left(\hat{k}\right) = 0$$

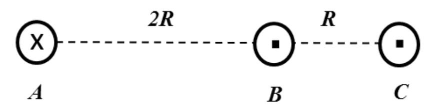
$$\vec{B}_2 = 0.833\ \mu T\left(\hat{k}\right)$$

Se requiere que el campo magnético del alambre dos apunte en dirección $+\hat{k}$ por lo que debe circular hacia ↑. Y tener una magnitud de:

$$\left|\vec{B}_2\right| = \frac{\mu_o I_2}{2\pi r_2} = 0.833 \times 10^{-6}$$

$$I_2 = \frac{0.83 \times 10^{-6}(2\pi(1))}{4\pi \times 10^{-7}} = 4.165A$$

9. La figura muestra la sección transversal de tres alambres largos, paralelos y cada alambre transporta una corriente de 24 A. Las corrientes en los alambres *B* y *C* apuntan hacia afuera de la página, mientras que la del alambre *A* en sentido entrante a la página. Si *R*= 5.0 mmm, ¿Cuál es la magnitud de la fuerza (en mN) en 4 m de longitud del alambre *A*?



a) 59	b) 32	c) 15	d) 12	e) 77

Solución: La fuerza magnética que experimenta el alambre A es la suma vectorial de la fuerza magnética debido al campo magnético del alambre B y la debida al campo magnético C.

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA}$$

La fuerza magnética debida al alambre B es de repulsión ya que transportan corrientes en direcciones opuestas, por lo que A experimenta una fuerza hacia la izquierda debido a B:

$$\vec{F}_{BA} = \frac{\mu_o I_A I_B L_A}{2\pi r_{AB}} \; hacia \; la \; izquierda$$

$$\vec{F}_{BA} = \frac{4\pi \times 10^{-7}(24)(24)(4)}{2\pi(10 \times 10^{-3})} = 46.08mN \; hacia \; la \; izquierda$$

La fuerza magnética debida al alambre C es de repulsión ya que transportan corrientes en direcciones opuestas, por lo que A experimenta una fuerza hacia la izquierda debido a C:

$$\vec{F}_{CA} = \frac{\mu_o I_A I_C L_A}{2\pi r_{AC}} \; hacia \; la \; izquierda$$

$$\vec{F}_{CA} = \frac{4\pi \times 10^{-7}(24)(24)(4)}{2\pi(15 \times 10^{-3})} = 30.72mN \; hacia \; la \; izquierda$$

Entonces la fuerza total es:

$$\vec{F}_A = 76.8mN \; hacia \; la \; izquierda$$

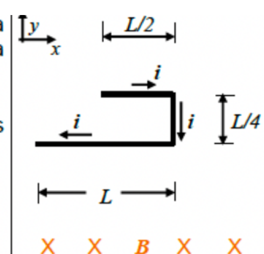
Problema 10.

Un conductor que transporta una corriente de 12 A en la dirección mostrada para cada segmento, se encuentra dentro de una región de campo magnético de 3.5 T dirigido hacia adentro de la página ⊗ La longitud L = 2.50 m.

a) ¿Cuál es la magnitud (en N) de la fuerza resultante que experimentan las longitudes horizontales L y $L/2$? ***(7 puntos)***

Respuesta = 52.5 tolerancia = ± 0.5

b) La magnitud (en N) de la fuerza que experimenta todo el conductor es ***(8 puntos)***
Respuesta = 58.7 tolerancia = ± 0.5



Solución (a).
Fuerza que experimenta el conductor de longitud L/2:

$$\vec{F}_1 = I\vec{L}_1 \times \vec{B}$$

Donde $\vec{L}_1 = 1.25m\hat{\imath}$ y el $\vec{B} = -3.5T\hat{k}$ por lo que:

$$\vec{F}_1 = (12)(1.25)(3.5)sen\ 90\ (\hat{\jmath}) = 52.5N(\hat{\jmath})$$

Fuerza que experimenta el conductor de longitud L:

$$\vec{F}_2 = I\vec{L}_2 \times \vec{B}$$

Donde $\vec{L}_2 = 2.5m\hat{\imath}$ y el $\vec{B} = -3.5T\hat{k}$ por lo que:

$$\vec{F}_2 = (12)(2.5)(3.5)sen\ 90\ (-\hat{\jmath}) = 105N(-\hat{\jmath})$$

Por lo que:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 52.5N(-\hat{\jmath})$$

$$\left|\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right| = 52.5N$$

<u>Solucion (b)</u>:
Fuerza que experimenta el conductor de longitud L/4:

$$\vec{F}_3 = I\vec{L}_3 \times \vec{B}$$

Donde $\vec{L}_3 = -0.625m\hat{\jmath}$ y el $\vec{B} = -3.5T\hat{k}$ por lo que:

$$\vec{F}_3 = (12)(0.625)(3.5)sen\ 90\ (\hat{\imath}) = 26.25N(\hat{\imath})$$

Entonces la fuerza sobre todo el conductor:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 26.25N(\hat{\imath}) + 52.5N(-\hat{\jmath})$$

$$\left|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right| = 58.70N$$