Circuitos RC

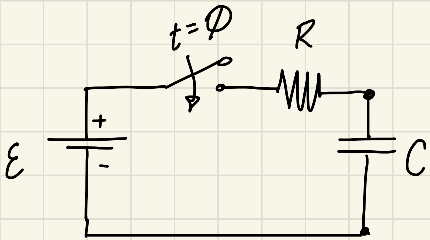
3.

Física II

ing. Claudia Contreras

Circuitos RC, estado inicial y proceso de carga

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

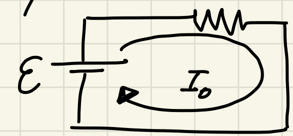


el capacitor descargado $Q = 0$

$v_c = 0$

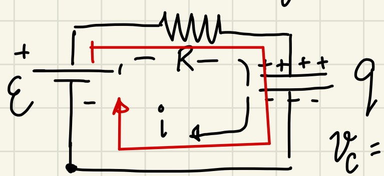
modelo

→ para $t = \emptyset$



$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

proceso de carga



$$v_c = \frac{q}{C}$$

$$+\varepsilon - iR - v_c = \emptyset$$

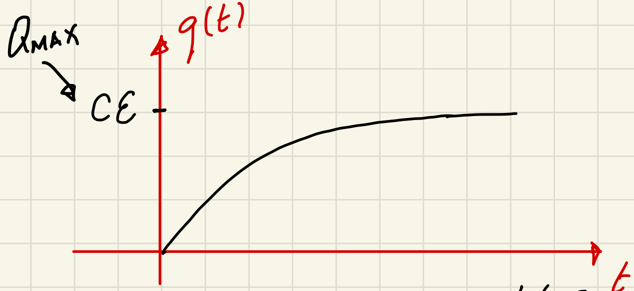
$$+\varepsilon - iR - \frac{q}{C} = \emptyset$$

$$+\varepsilon - R\frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = \emptyset \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} - \frac{\varepsilon}{R} = 0$$

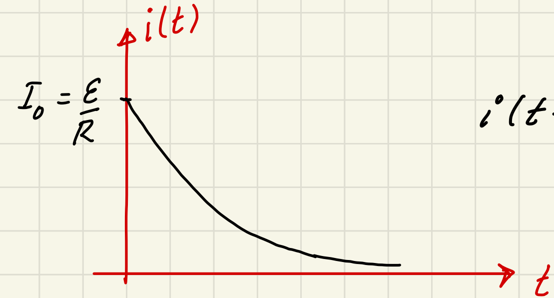
$$\rightarrow \boxed{q(t) = C\varepsilon\left[1 - e^{-t/RC}\right]}$$

$$v_c = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon\left[1 - e^{-t/RC}\right]$$

$$\boxed{i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}}$$



$$q(t) = C\mathcal{E}\left[1 - e^{-t/RC}\right]$$



$$i(t\to\infty) = \emptyset$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\, e^{-t/RC}$$

constante de tiempo

constante capacitiva

$$\boxed{\tau = RC} \quad (s)$$

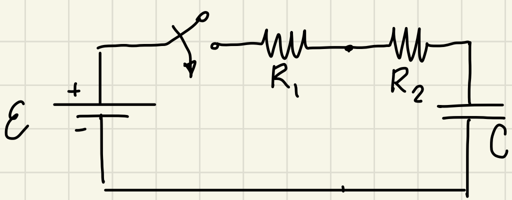
tiempo

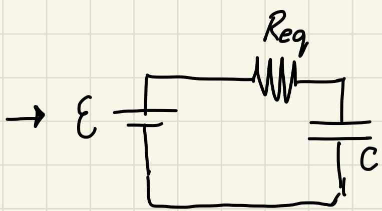
Calcule q para $t = 5\tau = 5RC$

$$q(t) = C\mathcal{E}\left[1 - e^{-\frac{5\cancel{RC}}{\cancel{RC}}}\right]$$

$$= C\mathcal{E}\left[1 - e^{-5}\right] =$$

$$= 0.9933\, C\mathcal{E}$$

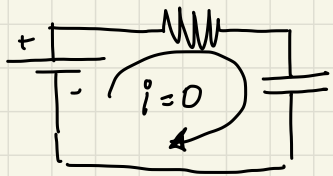




$$\tau = R_{eq}C$$

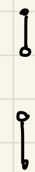
para $t \to \infty$

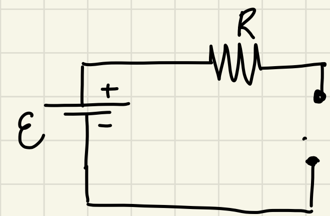
(estado estacionario)



$$I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \rightarrow t = \infty \quad I = 0$$

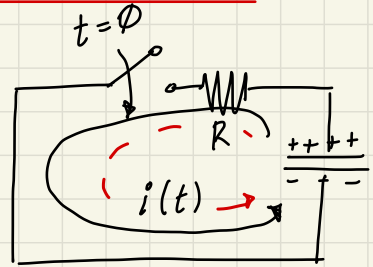
modelo





$v_c = \frac{Q}{C}$

Proceso de Descarga



Q_0

$v_{c_0} = \frac{Q_0}{C}$

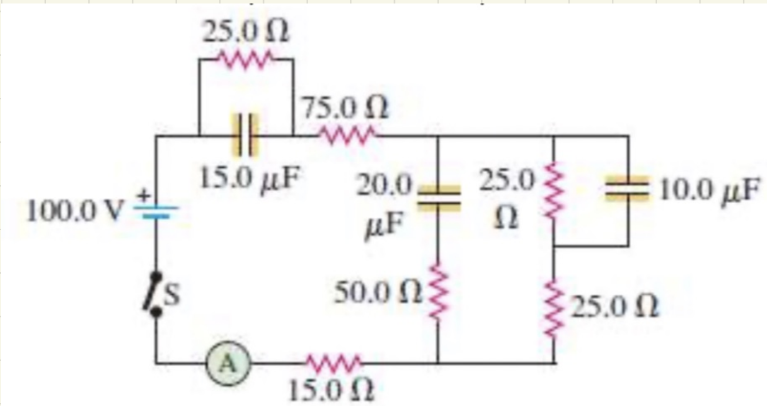
$$I_0 = \frac{v_{c_0}}{R}$$

$$+v_c - iR = 0$$

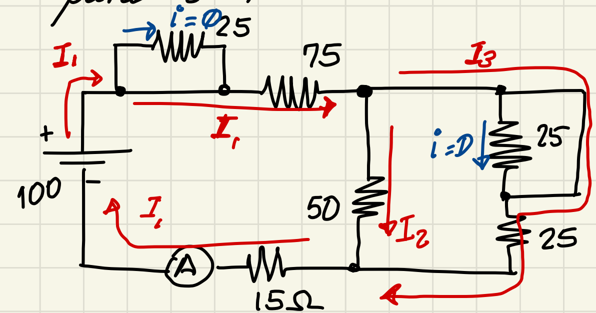
$$\frac{q}{C} - R\frac{dq}{dt} = \emptyset \Rightarrow \frac{dq}{dt} - \frac{q}{RC} = \emptyset$$

$$\boxed{\begin{aligned} I(t) &= I_0\, e^{-t/RC} \\ q(t) &= Q_0\, e^{-t/RC} \end{aligned}}$$

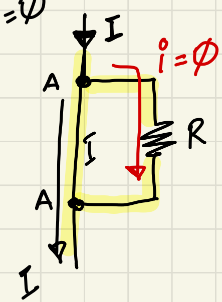
Problema 1. En el circuito de la figura los capacitores se encuentran inicialmente descargados. Indique la lectura del amperímetro a) En el instante que se cierra el interruptor. b) Después que el interruptor ha permanecido cerrado por mucho tiempo.



para $t = \emptyset$

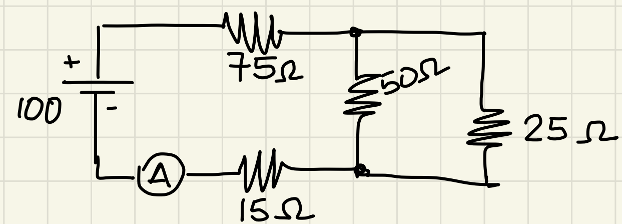


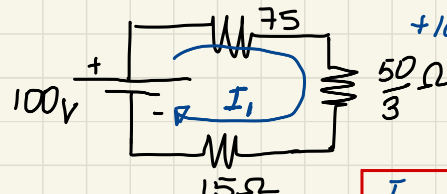
$\Delta V_R = V_A - V_A = \emptyset$



$\Delta V_R = \emptyset$

$I = \dfrac{\Delta V_R}{R} = \emptyset$



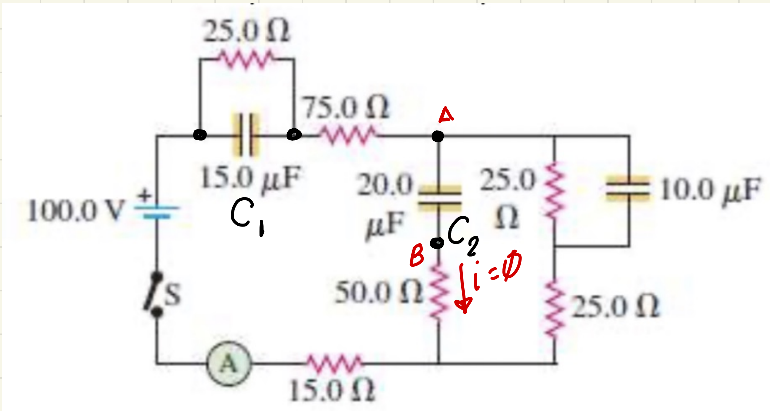


$+100 - 75I_1 - \dfrac{50}{3}I_1 - 15I_1 = \emptyset$

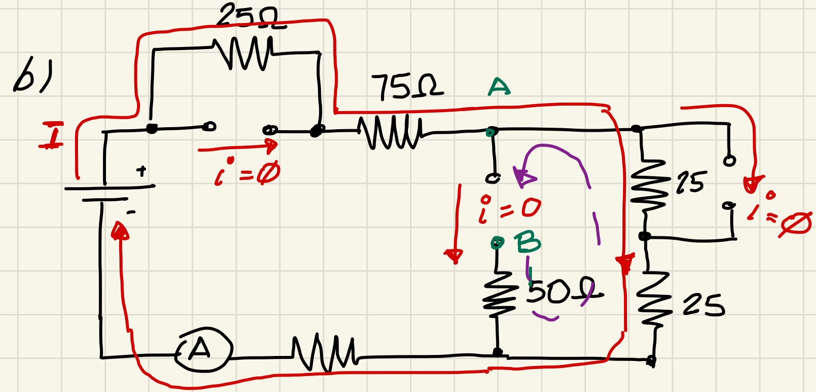
$I_1 = \dfrac{100}{75 + 15 + 50/3}$

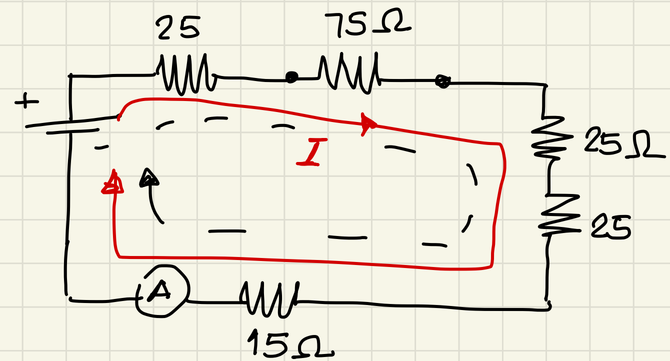
$\boxed{I_1 = 0.9375\,A}$

$t \to \infty$



b)





$\Rightarrow \quad v_{C_1} = \Delta V_{R=25\Omega} = 25\,(0.6061)$

$v_{C_1} = 15.152\,V$

$Q_1 = C_1 v_{C_1} = 227.3\,\mu C$

$\Rightarrow \quad v_{C_2} = \Delta V_{AB} = 30.31\,V$

$B \to A$

$V_B - \cancel{50 i} + 25I + 25I = V_A$

$V_{AB} = 50I = 30.305\,V$

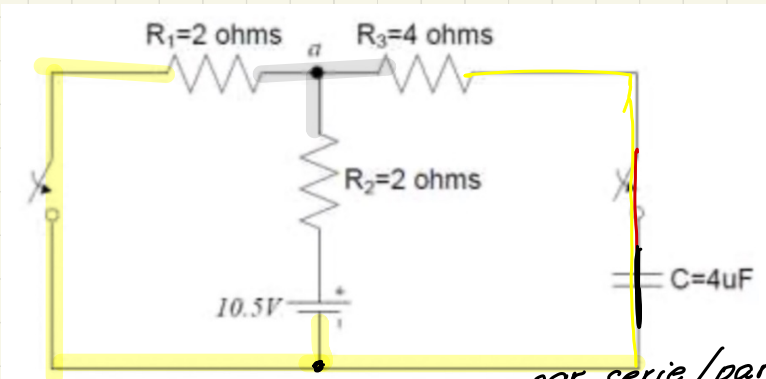
$Q_2 = v_{C_2} C = 606.1\,\mu C$

$+100 - 25I - 75I - 25I - 25I - 15I = \emptyset$

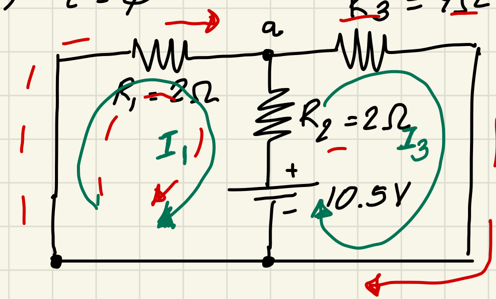
$100 = 165I$

$I = 0.6061\ A$

Problema 2. Para el circuito que se muestra en la figura, el capacitor se encuentra inicialmente descargado. a) Al cerrar al mismo tiempo los interruptores ¿Qué corriente circula por R3? b) Después que los interruptores han permanecido cerrados por mucho tiempo, ¿Cuál es la carga y el voltaje en el capacitor?

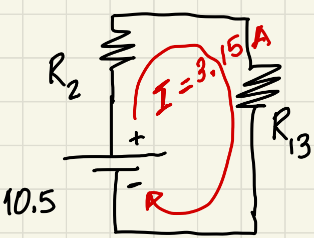


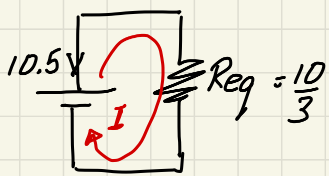
a) $t = 0$



por serie/paralelo

$R_1 \parallel R_3 \Rightarrow R_{13} = \frac{4}{3}\,\Omega$





$I_{eq} = \frac{10.5}{10/3} = 3.15A$

$\Delta V_{13} = (3.15)(4/3) = 4.2V$

$\Delta V_{13} = \Delta V_1 = \Delta V_3$

$I_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3}$

$I_3 = \frac{4.2}{4}$

$I_3 = 1.05A$

por mallas

malla izq.

$-2I_1 - 2I_1 + 2I_3 - 10.5 = 0$

$\boxed{-4I_1 + 2I_3 = 10.5}$

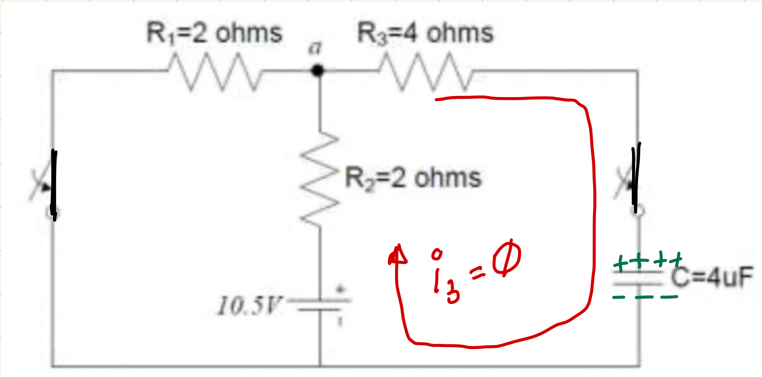
malla ext

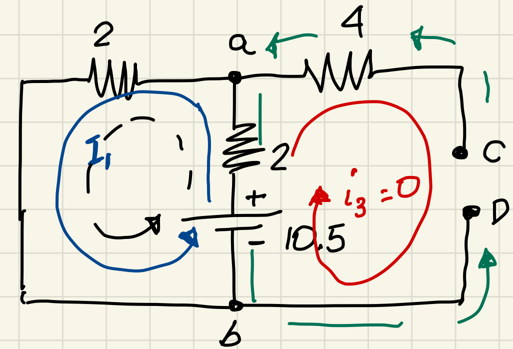
$\boxed{-2I_1 - 4I_3 = 0}$

$I_1 = -2.1\,A$

$\boxed{I_3 = 1.05\,A}$

b) $t \to \infty$





$V_C = V_a$ porque $i_3 = \emptyset$

$v_C = \Delta V_{CD}$

$$Q = CV = 4\times10^{-6}(5.25) = \underline{21\mu C}$$

malla $i_3 q$

$$+10.5 - 2I_1 - \cancel{2I_3} - 2I_1 = \emptyset$$

$$-4I_1 = -10.5$$

$$I_1 = 2.625\,A$$

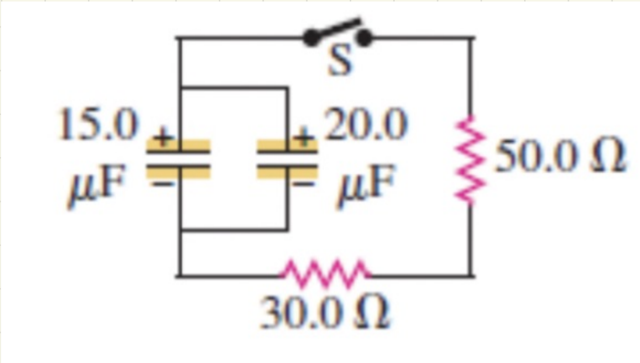
recorrer de $C \to D$

$$V_C - \cancel{4 i_3} + 2I_1 + \cancel{2I_3} - 10.5 = V_D$$

$$V_{CD} = 10.5 - 2I_1$$

$$V_{CD} = 10.5 - 2(2.625) = \underline{5.25\,V}$$

Problema 3. En el circuito de la figura los dos capacitores están cargados a 45V. ¿Cuánto tiempo después de cerrar el interruptor, el voltaje a través de cada capacitor se reducirá a 10V? En ese momento, ¿Cuál será la corriente?

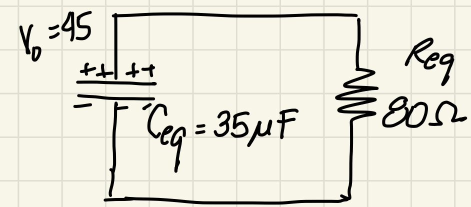


proceso de descarga

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$$

$$* \quad v_c(t) = V_0 e^{-t/RC}$$

$$i(t) = I_0 e^{-t/RC}$$



$$\tau = R_{eq} C_{eq}$$

$$\tau = 3600\,\mu s$$

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{45}{80}$$

$$10 = 45\, e^{-t/3600\times10^{-6}}$$

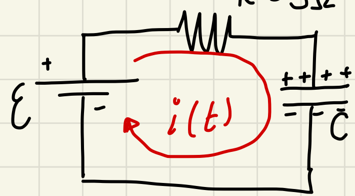
$$\ln \frac{10}{45} = \frac{-t}{3600\times10^{-6}}$$

$$t = 5.415\,ms$$

$$i(t) = \frac{45}{80} e^{-\frac{5.415\times10^{-3}}{3600\times10^{-6}}}$$

$$= 0.125\,A \text{ ó } 125\,mA$$

Problema 4. Un capacitor de $6\mu F$ se conecta en serie con una resistencia de 5**Ω** y una fuente de voltaje $\varepsilon = 50V$. En el instante en que el resistor está disipando energía eléctrica a una tasa de 250 W ¿Cuánta energía se ha almacenado en el capacitor?



Potencia = 50 Walts

$\tau = RC$

$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$

$\tau = 30\mu s$

Potencia $= I^2 R$

$250 = I^2(5)$

$I = \sqrt{50}\ A$

$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

$U = \frac{1}{2} C v_c^2$

Proceso de carga

1. $I(t) = I_0 e^{-t/RC}$
2. $Q(t) = C\varepsilon\left[1 - e^{-t/RC}\right]$
3. $v_c(t) = \varepsilon\left[1 - e^{-t/RC}\right]$

De 1

$\sqrt{50} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$

$\sqrt{50} = \frac{50}{5} e^{-t/30\times10^{-6}}$

$\ln \frac{\sqrt{50}}{10} = -\frac{t}{30\times10^{-6}}$

$t = 10.397\ \mu s$

De 2

$v_c = 50\left[1 - e^{-\frac{10.397\times10^{-6}}{30\times10^{-6}}}\right]$

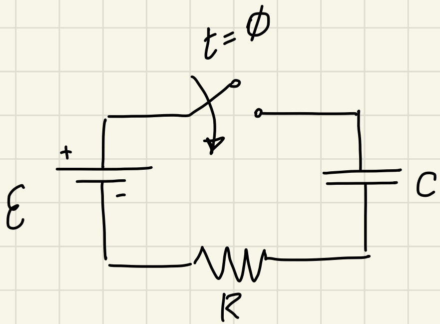
$v_c = 14.644\ V$

$U = \frac{1}{2}(6\times10^{-6})(14.644)^2$

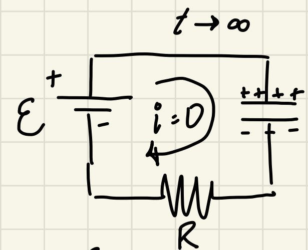
$\boxed{U = 643.4\ \mu J}$

Información importante

En un proceso de carga la energía total que se llega almacenar en el capacitor cuando este ya se cargó, tiene igual valor que la energía que ha sido consumida por la resistencia durante este proceso.



$$i(t) = I_0 e^{-t/RC} \qquad I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$



$$v_c = \mathcal{E} \quad \rightarrow \quad U = \frac{1}{2} C v_c^2 = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

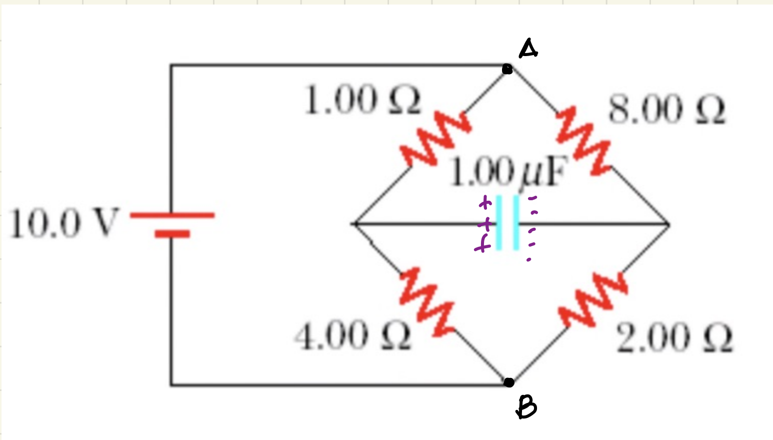
En la resistencia:

En el proceso de carga

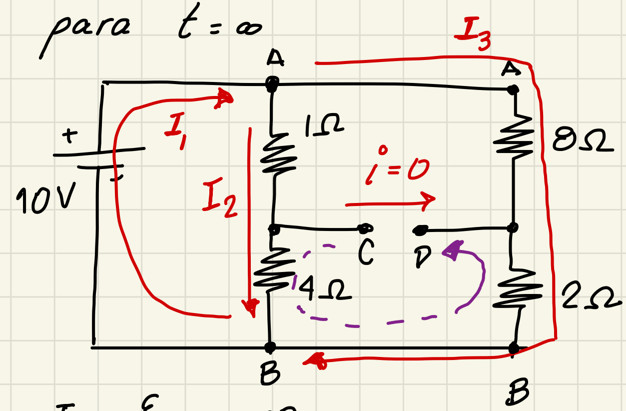
$$\text{Energia} = \int_0^\infty \text{Potencia}\, dt = \int_0^\infty I^2 R\, dt = \int_0^\infty \left(\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}\right)^2 R\, dt$$

$$\text{Energia} = \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} C v_c^2$$

Problema 5. El circuito que se muestra ha estado conectado por mucho tiempo. ¿Cuál es el voltaje y la carga del capacitor? b) ¿Cuánto tiempo tarda el capacitor en descargarse hasta la décima parte de su valor inicial?



para $t = \infty$



$\mathcal{V}_c = V_{CD}$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{1+4} = \frac{10}{5} = 2A$$

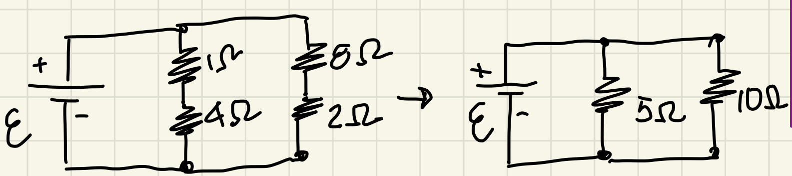
$$I_3 = \frac{10}{8+2} = 1A$$

$$Q = C\,\mathcal{V}_c = 1\times10^{-6} * 6 = \boxed{6\mu C}$$

$$V_C - 4I_2 + 2I_3 = V_D$$

$$V_C - V_D = 4I_2 - 2I_3 = 4(2) - 2(1) = 6V$$

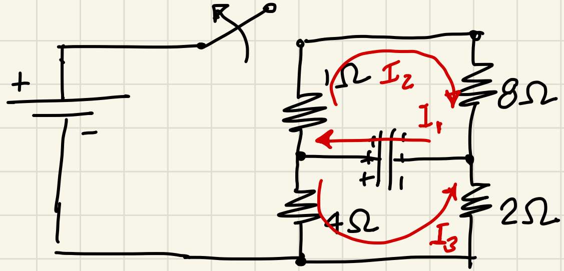
$$\boxed{\mathcal{V}_c = 6V}$$

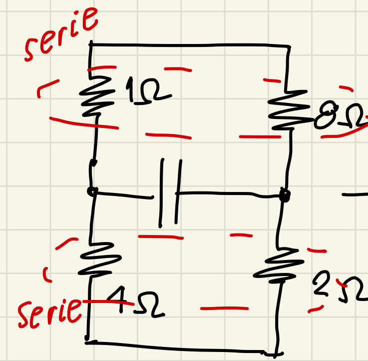


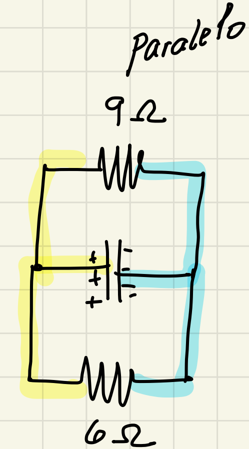
b) Proceso de descarga

$$Q_0 = 6\mu C$$

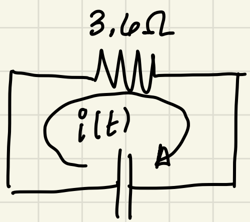
$$Q = \frac{1}{10} Q_0 = 0.6\mu C$$







$$Q = \frac{1}{10} Q_0$$



$$C = 1\mu F$$

$$\tau = R_{eq} C = 3{,}6\,(1\mu F) = 3.6\,\mu s$$

$$Q(t) = Q_0\, e^{-t/RC}$$

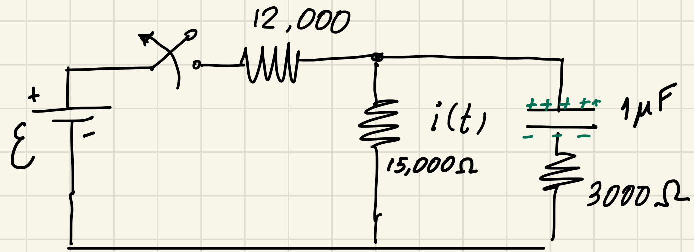
$$\downarrow$$

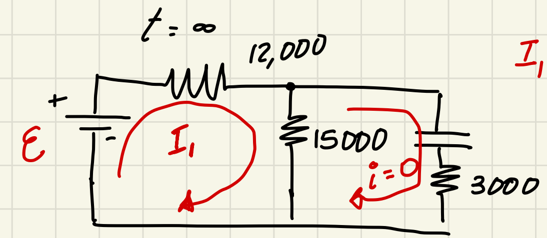
$$\frac{1}{10}\cancel{Q_0} = \cancel{Q_0}\, e^{-t/RC}$$

$$\ln\frac{1}{10} = -\frac{t}{3.6\times10^{-6}}$$

$$\boxed{t = 8.289\,\mu s}$$

$$0.6\times10^{-6} = 6\times10^{-6}\, e^{-t/RC}$$

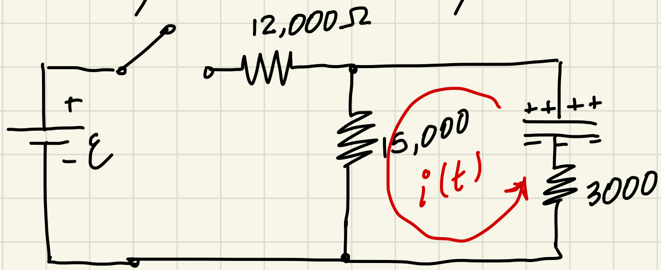




$$I_1 = \frac{\varepsilon}{12{,}000 + 15000}$$

En el circuito el capacitor se ha cargado por completo, en cuánto tiempo desde que se abre el interruptor su carga se reduce a 1/5 de su carga inicial.

pasamos a un proceso descarga

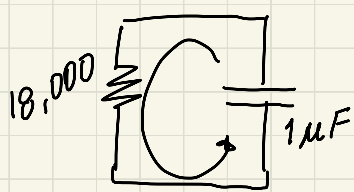


$$\tau = R_{eq} C$$

$$\tau = (15{,}000 + 3{,}000) C$$

$$\tau = 18000 * 1 \times 10^{-6}$$

$$\tau = 0.018\, s$$

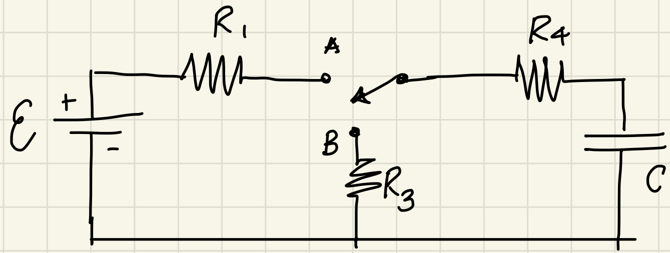


$$Q(t) = Q_0 \, e^{-t/RC}$$

$$\frac{1}{5} \cancel{Q_0} = \cancel{Q_0} \, e^{-t/0.018}$$

$$\ln \frac{1}{5} = \frac{-t}{0.018} \rightarrow \boxed{t = 0.0290 s}$$

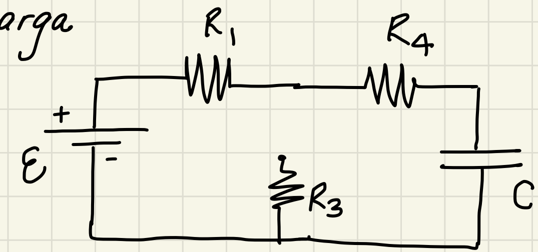
Inténtelo usted……..



En t=0 se el interruptor conmuta hacia A con el capacitor inicialmente descargado. Después de un periodo muy largo el interruptor conmuta hacia B, e inicia el proceso de descarga del capacitor.

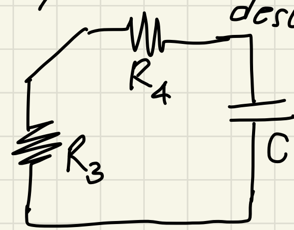
Indique las constantes de tiempo para el proceso de carga y para el proceso de descarga.

→ proceso carga



$$\tau = (R_1 + R_4)C$$

→ proceso de descarga



$$\tau = (R_3 + R_4)C$$