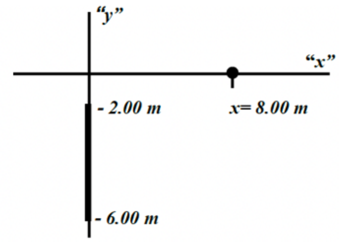
Hoja de Trabajo No.1
Campo Eléctrico -Solucionario

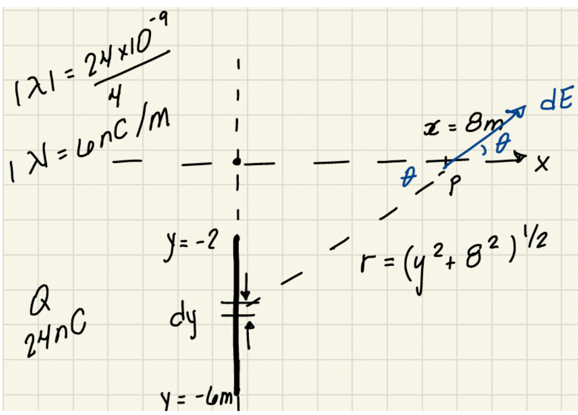
Problema 1.

Una carga de 24.0 nC está distribuida uniformemente sobre el eje "y", desde la posición $y = -2.00\ m$ hasta $y = -6.00\ m$.

b) Determinar la magnitud de la componente en "y" del campo eléctrico resultante (en N/C) en el punto $x = +8.00\ m$

Respuesta: 1.15   tolerancia = ± 0.06





Solución b).

Dividimos la varilla en pequeños diferenciales de longitud dy, cada uno con una carga dq

$$dq = |\lambda|dy$$

La varilla tiene una densidad lineal de carga igual a:

$$\lambda = \frac{24 \times 10^{-9}}{4} = 6nC/m$$

Cada uno de los diferenciales produce en el punto P un diferencial de campo dE.

$$dE = \frac{kdq}{r^2}$$

Debido a que solamente nos interessa calcular la componente en "y" del campo, multiplicaremos el diferencial dE por el $sen\,\theta$. Del triángulo que se forma $sen\,\theta = \frac{-y}{r}$. Observemos que la distancia al punto P donde nos piden calcular la componente "y" del campo está dada por:

$$r = \sqrt{y^2 + 64}$$

$$dE = \frac{k\,dq}{r^2} = \frac{k|\lambda|dy}{(y^2+8^2)} \qquad dE_y = dE\,sen\,\theta = \frac{k|\lambda|(-y)\,dy}{(y^2+8^2)^{3/2}}$$

Resolviendo la integral:

$$E_y = -k|\lambda|\int_{-6}^{-2}\frac{y\,dy}{(y^2+8^2)^{3/2}} \qquad u = y^2+8^2 \quad du = 2y\,dy \qquad \int\frac{+du}{2\,u^{3/2}} = -\frac{1}{u}{}^{-1/2}$$

$$E_y = -k|\lambda|\left[\frac{-1}{(y^2+64)^{1/2}}\Big|_{-6}^{-2}\right] = k|\lambda|\left[\frac{1}{(4+64)^{1/2}} - \frac{1}{10}\right] = 1.15\,\frac{N}{C}$$

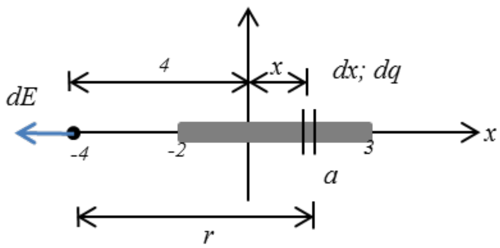
La dirección de la componente en "y" es en $+\hat{j}$.

Problema 2.

Una distribución de carga uniforme de +4.0 nC/m se coloca sobre el eje "x" desde $x = -2.0\ m$ a $x = +3.0\ m$. ¿Cuál es la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto $x = -4.0\ m$ en el eje "x"? R: **-13 N/C $\hat{\imath}$**

Solución:

Se trata de una distribución lineal de carga, procederemos a dividir la varilla en pequeños segmentos de longitud dx; c/u de estos segmentos produce en el punto $x = -4m$ un diferencial de campo eléctrico dE cómo se muestra en la figura, el cual apunta en dirección negativa de "x".



$$dE = \frac{kdq}{r^2}$$

Donde $dq = \lambda dx$; λ es la densidad lineal de la varilla $\lambda = +4nC/m$ y $r = 4 + x$

$$dE = \frac{k\lambda dx}{(4+x)^2}$$

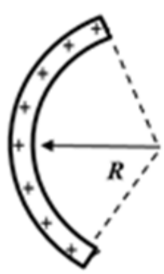
Por lo tanto la integral que me permite calcular el campo eléctrico resultante en $x = -4\ m$ es:

$$E = \int_{-2}^{3} \frac{36dx}{(4+x)^2}$$

$$\vec{E} = -36\left(\frac{1}{4+x}\right)\bigg|_{-2}^{3} = 12.9\frac{N}{C}(-\hat{\imath})$$

Problema 3.

Un objeto no conductor cargado que tiene forma de cuarto de círculo, y posee una carga total de $+10mC$, siendo su radio $R = 0.15\ m$, como aparece en la figura adjunta. Calcule:

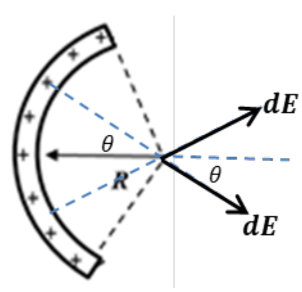


La magnitud del campo eléctrico debido al objeto en el punto O, en $10^9\ N/C$, está dado por:

a) 1.56	b) 7.80	c) 3.60	d) 6.12	e) NEC

Solución. Dividiremos el segmento de arco en pequeños diferenciales de longitud dS.

Cada pequeño segmento de arco produce en el punto O un diferencial de campo eléctrico dado por:



$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k\lambda ds}{R^2} = \frac{k\lambda Rd\theta}{R^2} = \frac{k\lambda d\theta}{R}$$

Observe que por la simetría las componentes en "y" se cancelan y el campo resultante solamente tiene componentes en "+x"

$$\vec{E}_o = E_x = 2\int_0^{\pi/4} dE_x\,(\hat{\imath})$$

Para los límites se ha tomado la mitad del cuarto de círculo tomando ventaja de la situación de simetría y el resultado se ha multiplicado por dos. Entonces:

$$\vec{E}_o = E_x = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} dE\,cos\theta(\hat{\imath}) = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{k\lambda cos\theta d\theta}{R}(\hat{\imath}) = \frac{2k\lambda}{R}\sin\theta$$

Siendo $R = 0.15m$; $\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{Q}{\left(R\frac{\pi}{2}\right)} = 0.04244\ C/m$ por lo que:

$$\vec{E}_o = \frac{2(9\times10^9)(0.04244)}{0.15}\sin\frac{\pi}{4}(\hat{\imath}) = \mathbf{3.6\times10^9\frac{N}{C}(\hat{\imath})}$$

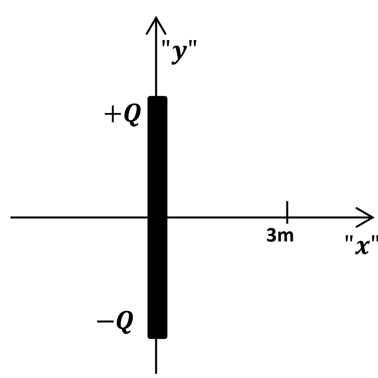
Si dicho objeto experimenta una fuerza atractiva de 0.1 N debido a una carga Q en O. El valor de dicha carga, en $10^{-12}C$, está dado por:

a) 27.77	b) - 27.77	c) 17.45	d) -14.75	e) NEC

Solución. La fuerza que experimenta el objeto es igual en magnitud que la fuerza que experimenta la carga Q. Debido a que la fuerza es atractiva la carga Q debe ser negativa y su magnitud:

$$|q| = \frac{|\vec{F}|}{|E|} = \frac{0.1}{3.6\times10^9} = 27.78\times10^{-12}C$$

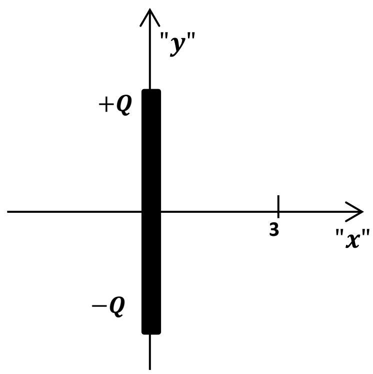
Problema 4. Una varilla tiene carga distribuida uniformemente desde la posición $y = 2.5m$ hasta $y = -2.5m$. La mitad de la varilla tiene carga positiva y la otra mitad tiene carga negativa. $Q = 15nC$. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la

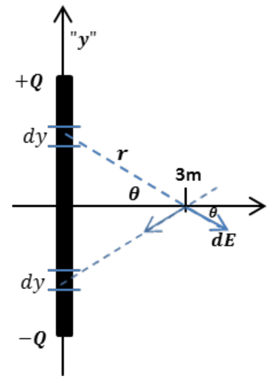


magnitud (en N/C) del campo eléctrico resultante, en un punto situado en $x = 3m$ y $y = 0$?

a) $\int_{-2.5}^{2.5}\frac{63dy}{(9+y^2)^{\frac{3}{2}}}$	b) $\int_0^{2.5}\frac{108ydy}{(9+y^2)^{\frac{3}{2}}}$	c) $\int_0^{2.5}\frac{108ydy}{(9+y^2)^{\frac{1}{2}}}$	d) $\int_{-2.5}^{2.5}\frac{162dy}{(9+y^2)^{\frac{1}{2}}}$	e) $\int_0^{2.5}\frac{270dy}{y^2}$

Solución:





Al dividir la varilla en pequeños segmentos de longitud dy, observando la simetría de la línea de carga, se tiene que el campo eléctrico resultante únicamente tiene componentes en dirección negativa del eje "y".

$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k\lambda dy}{(y^2+9)}$$

En donde $\lambda = \frac{Q}{2.5} = \frac{15\times10^{-9}}{2.5} = 6nC/m$. Asimismo solo nos interesa la componente en "y"

$$dE_y = dEsen\theta = \frac{k\lambda dy}{(y^2+9)}\frac{y}{(y^2+9)^{1/2}} = \frac{54ydy}{(y^2+9)^{3/2}}$$

Integraremos de 0 a 2.5 y multiplicaremos el resultado por dos. La expresión que nos permite calcular el campo es:

$E = 2\int_0^{2.5} dE_y$ al sustituir obtenemos → $\boldsymbol{E = \int_0^{2.5} \frac{108ydy}{(y^2+9)^{3/2}}}$

Problema 5.

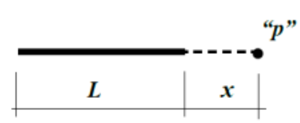
***Problema 4** (15 puntos)*

Una carga de 8.00 nC está distribuida uniformemente en una longitud L de 10.0 m la cual se encuentra sobre un plano horizontal.

a) Calcular el campo eléctrico (en N/C) producido por la carga distribuida en un punto ***"p"*** situado a una distancia x= 1.50 m
Respuesta: 4.17 tolerancia = ± 0.1 ***(10 puntos)***

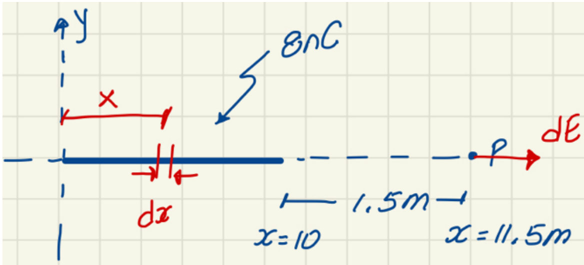
b) Que tamaño de carga Q (en mC) se deberá colocar en el punto ***"p"*** para que se experimente una fuerza de magnitud 0.80 N

Respuesta: 192 tolerancia = ± 5 ***(5 puntos)***



Solución.

Temario 14



$$\lambda = \frac{8nC}{10m} = 0.8\frac{nC}{m}$$

$$dE = \frac{kdq}{r^2} \qquad dq = \lambda dx \qquad r = 11.5 - x$$

$$dE = \frac{k\lambda dx}{(11.5-x)^2}\,\hat{\imath} \qquad \vec{E} = k\lambda\int_0^{10}\frac{dx}{(11.5-x)^2}$$

$$u = 11.5 - x \qquad du = -dx \qquad \int\frac{-du}{u^2} = \frac{1}{u}$$

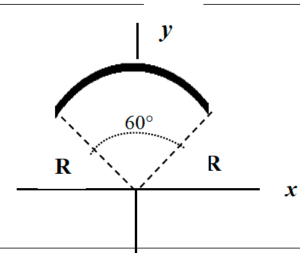
$$\vec{E} = 9\times10^9(0.8\times10^{-9})\left[\frac{1}{11.5-x}\Big|_0^{10}\right] = \underline{4.17\,\frac{N}{C}\,\hat{\imath}}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad q = \frac{|\vec{F}|}{|E|} = \frac{0.8}{4.17} = 0.192\,C \qquad \underline{192\,mC}$$

Problema 6.

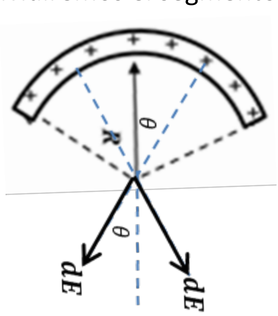
Una varilla contiene una carga uniforme de 0.471 nC, se dobla formando un arco circular ángulo de 60.0 ° y de radio **R**= 18.0 cm como lo muestra la figura. Calcular la magnitud del campo eléctrico (en N/C) en el origen de coordenadas.

Respuesta = 125 tolerancia = ± 5.00



Solución.

Dividiremos el segmento de arco en pequeños diferenciales de longitud dS.



Cada pequeño segmento de arco produce en el origen de coordenadas un diferencial de campo eléctrico dado por:

$$dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{k\lambda ds}{R^2} = \frac{k\lambda R d\theta}{R^2} = \frac{k\lambda d\theta}{R}$$

Observe que por la simetría las componentes en "x" se cancelan y el campo resultante solamente tiene componentes en "+y"

$$\vec{E}_o = E_y = 2\int_0^{\frac{\pi}{6}} dE_y\,(-\hat{\jmath})$$

Para los límites se ha tomado la mitad del arco tomando ventaja de la situación de simetría y el resultado se ha multiplicado por dos. Entonces:

$$\vec{E}_o = E_x = 2\int_0^{\frac{\pi}{6}} dE\, cos\theta(-\hat{j}) = 2\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{k\lambda cos\theta d\theta}{R}(\hat{j}) = \frac{2k\lambda}{R}\sin\theta$$

Siendo $R = 0.18m; \lambda = \frac{Q}{L} = \frac{Q}{\left(R\frac{\pi}{3}\right)} = 2.499nC/m$ por lo que:

$$\vec{E}_o = \frac{2(9\times10^9)(2.499\times10^{-9})}{0.18}\sin\frac{\pi}{6}(-\hat{j}) = \mathbf{124.95\frac{N}{C}}(-\hat{j})$$