HOJA DE TRABAJO No.6

CORRIENTE ELÉCTRICA Y RESISTENCIA

1. ¿Cuántos electrones pasan a través de un resistor de 20-Ω en 10 minutos si se aplica una diferencia de potencial de 30 Volts en sus extremos?

a. 5.6×10^{21}	b. 7.5×10^{21}	c. 9.4×10^{21}	d. 1.1×10^{21}	e. 3.8×10^{21}

Solución: Para resolver este problema primero encontraremos la corriente que pasa a través de la resistencia:

$$\Delta V = IR$$

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{30}{20} = 1.5A$$

Ahora a partir de la definición de corriente eléctrica $I = \Delta Q/\Delta t$ encontramos la cantidad de carga que pasa durante 10 minutos (600s).

$$\Delta Q = I\Delta t = (1.5)(600) = 900C$$

Y a partir de la cantidad de carga, encontraremos la cantidad de electrones:

$$\#electrones = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{900}{1.6 \times 10^{-19}} = \mathbf{5.625 \times 10^{21} electrones}$$

2. Un alambre (longitud = 2.0 m, diámetro = 1.0 mm) tiene una resistencia de 0.45Ω. ¿Cuál es la resistividad del material utilizado para hacer el alambre?

a. $5.6 \times 10^{-7}\ \Omega \cdot m$	b. $1.2 \times 10^{-7}\ \Omega \cdot m$	c. $1.8 \times 10^{-7}\ \Omega \cdot m$	d. $2.3 \times 10^{-7}\ \Omega \cdot m$	e. $7.1 \times 10^{-7}\ \Omega \cdot m$

Solución: Aplicando la definición de resistencia: $R = \frac{\rho L}{A}$

Despejando la resistividad:

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{0.45(\pi(0.5 \times 10^{-3})^2}{2} = \mathbf{1.767 \times 10^{-7} \Omega m}$$

3. La densidad de portadores de carga libres en el cobre es de $8.49 \times 10^{28} electrones/m^3$. Cuando fluye una corriente de 1.00A en un alambre de cobre de sección transversal de 0.40 cm^2, ¿cuál es la velocidad de deriva de los electrones, en m/s, cuál es su dirección relativa definida con base a la dirección de la densidad de corriente?

a. -1.84×10^{-6}	b. $+1.84\times10^{-6}$	c. -1.84	d. -5.43×10^{5}	e. $+5.43\times10^{5}$

Solución: Utilizando la ecuación que nos permite calcular la corriente a partir de la densidad de portadores de carga y la velocidad de arrastre o deriva: $I = nqv_dA$

Donde q corresponde a la carga del electrón e; despejando para la velocidad de arrastre:

$$v_d = \frac{I}{neA} = \frac{1}{(8.49 \times 10^{28})(1.6 \times 10^{-19})(4 \times 10^{-5})} = 1.84 \times 10^{-6} m/s$$

Ahora lo que calculamos anteriormente es la magnitud de la velocidad de arrastre, por tratarse de portadores de carga que son electrones (partículas negativas), la dirección de la velocidad es **opuesta** a la corriente. Por lo que $\boldsymbol{v_d = -1.84 \times 10^{-6} m/s}$

4. Una pequeña bombilla disipa 7.5 W cuando opera a 125 V. Un filamento de tungsteno tiene un coeficiente de resistividad de $\alpha = 4.5\times10^{-3}\ /°C$. Cuando está funcionando el filamento se calienta y su temperatura es siete veces la temperatura ambiente (20 °C). ¿Cuál es la resistencia del filamento (en ohms) a temperatura ambiente?

a. 1280	b. 1350	c. 1911	d. 4530	e. 5630

Solución. Encontraremos la resistencia del filamento a la temperatura de operación: $Potencia = \Delta VI$

$$I_{op} = \frac{Potencia}{\Delta V} = \frac{7.5}{125} = 0.06Amperios$$

$$R_{Operación} = \Delta V/I = 2083.33\boldsymbol{\Omega}$$

La temperatura de operación es 7 veces la temperatura ambiente, es decir 140°C. Por lo que:

$$R_{op} = R_{ambiente}(1 + \alpha(T_{op} - T_{amb}))$$

Despejando la resistencia a la temperatura ambiente:

$$R_{ambiente} = \frac{2083.33}{(1 + 4.5 \times 10^{-3}(140 - 20))} = 1352\ \boldsymbol{\Omega}$$

5. Un conductor de radio r y longitud l tiene una resistividad ρ. Se funde y se fabrica un nuevo conductor también cilíndrico con ¼ de longitud del original. ¿Cuál es la resistencia R del nuevo conductor?

a. $\frac{R}{16}$	b. $R/4$	c. R	d. 4R	e. 16R

Solución. la resistencia del primer conductor es:

$$R = \frac{\rho l}{\pi r^2}$$

El segundo conductor tiene la misma masa que el primero y está hecho del mismo material, por lo que:

$$m_1 = m_2$$

$$densidad * Vol_1 = densidad * Vol_2$$

$$\pi r^2 l = A_2 \frac{l}{4}$$

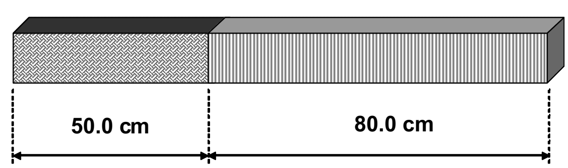
Despejando el área de la sección transversal del conductor de ¼ de longitud:

$$A_2 = 4\pi r^2$$

Entonces la resistencia del nuevo conductor:

$$R_2 = \frac{\rho\, {}^{l}/_{4}}{4\pi r^2} = \frac{\rho l}{16\pi r^2} = \boldsymbol{R/16}$$

6. La figura muestra dos barras de sección transversal cuadrada de 4mm por lado. La resistividad de la primera es $4.0 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$ y la de la derecha $6.0 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$. Calcule la resistencia total (en mΩ) de las barras.



a)8.5	b)4.25	c)1.25	d)2.125	e)NEC

Solución: La resistencia total de la barra compuesta será la suma de las resistencias de cada barra:

$$R_1 = \frac{\rho_1 L}{A} = \frac{(4\times10^{-8})(0.5)}{(4\times10^{-3})^2} = 1.25\times10^{-3}\,\Omega$$

$$R_2 = \frac{\rho_2 L}{A} = \frac{(6\times10^{-8})(0.8)}{(4\times10^{-3})^2} = 3.00\times10^{-3}\,\Omega$$

$$R_T = R_1 + R_2 = 4.25m\Omega$$

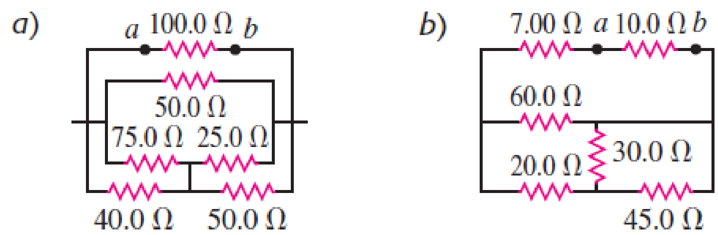
7. Refiriéndonos al problema anterior, si al sistema mostrado se aplica en sus extremos una diferencia de potencial de 9 Voltios, calcule la corriente que circula por las barras.

a)1059	b)4235	c)2118	d)875	e)NEC

Solución. Aplicando la ley de Ohm a la Resistencia total de la barra:

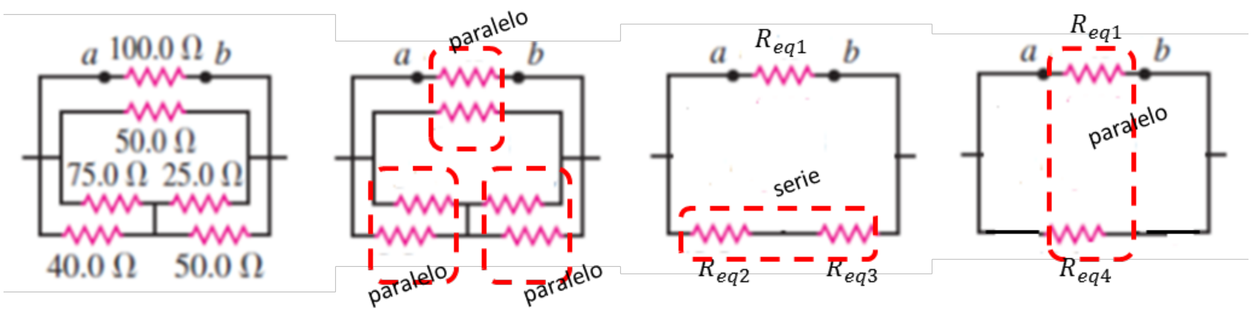
$$I = \frac{\Delta V}{R} = 2{,}117.6A$$

8. Determine la resistencia equivalente entre los puntos A y B de cada uno de los circuitos: R:**a)** $\boldsymbol{18.73\Omega}$**; b)** $\boldsymbol{7.52\Omega}$



Solución: Se simplificará el circuito como se muestra en la figura:

$R_{eq1} = \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{50}\right)^{-1} = \frac{100}{3}\boldsymbol{\Omega};$ $R_{eq2} = \left(\frac{1}{75} + \frac{1}{40}\right)^{-1} = \frac{600}{23}\boldsymbol{\Omega};$ $R_{eq3} = \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{50}\right)^{-1} = \frac{50}{3}\boldsymbol{\Omega}$



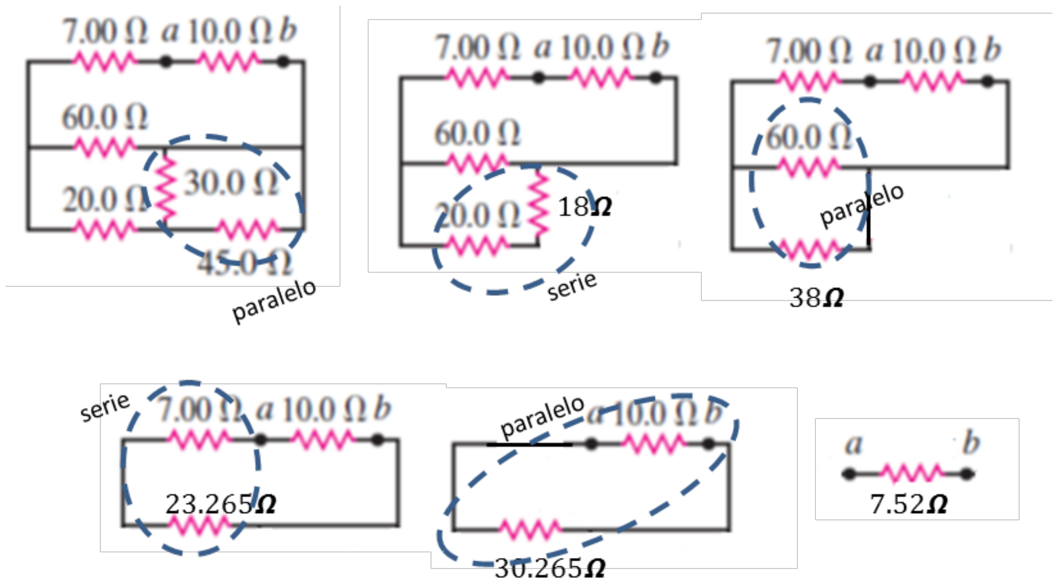
R_{eq2} y R_{eq3} están en serie: $R_{eq4} = R_{eq2} + R_{eq3}$

$$R_{eq4} = \frac{2950}{69}\boldsymbol{\Omega}$$

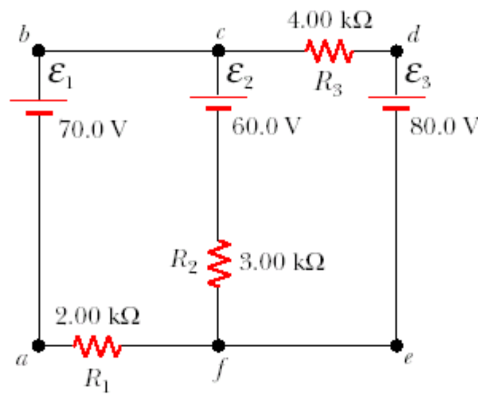
FinalmenteR_{eq4} está en paralelo con R_{eq1}:

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{\frac{100}{3}} + \frac{1}{\frac{2950}{69}}\right)^{-1} = 18.73\boldsymbol{\Omega}$$

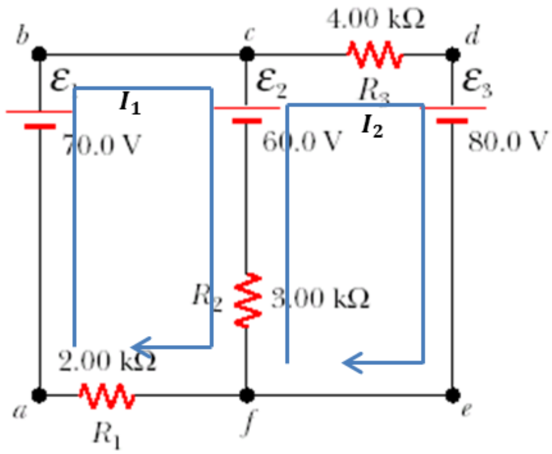
Para el segundo circuito:



9. Utilizando las leyes de Kirchhoff a) Encuentre la corriente en cada resistor b) Encuentre la diferencia de potencial entre los puntos c y f. ¿Qué punto está a mayor potencial? R:\ $0.38mA;\ 2.69mA;\ 3.07mA; V_{cf} = 69.2V$



Solución. Para resolver el circuito definiremos la corriente I_1 en la malla izquierda en dirección de las manecillas del reloj y la corriente I_2en la malla derecha en dirección horaria también.



Recorreremos la malla izquierda a favor de las manecillas del reloj:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - I_1(R_1 + R_2) + I_2R_2 = 0$$

$$10 = 5000I_1 - 3000I_2 \text{ (Ecuación 1)}$$

Ahora la malla derecha también en sentido de las manecillas del reloj:

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_3 - I_2(R_2 + R_3) + I_1R_2 = 0$$

$$-20 = 7000I_2 - 3000I_1 \text{ (Ecuación 2)}$$

Al resolver el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas se tiene:

$$I_1 = 0.38mA; \qquad I_2 = -2.69mA$$

Lo que indica que la corriente dos circula en sentido opuesto al indicado. Ahora la corriente en la rama central la encontraremos aplicando la ley de nodos en c, se tomará la corriente dos en su sentido correcto:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 3.07mA$$

Para encontrar la diferencia de potencial entre los puntos c y f recorreremos el circuito desde f hacia c por la rama derecha del circuito, utilizando las direcciones definidas originalmente en el circuito:

$$V_f + 80 + 4000I_2 = V_c$$

$$V_{cf} = 80 + 4000(-0.00269) = 69.24V$$