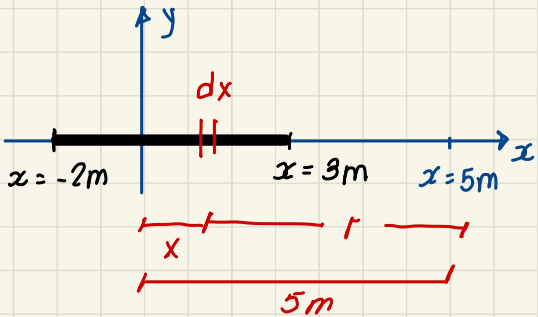
Solucionario
2o Examen Parcial
1er Semestre 2023

Problema 1.

Una carga de 10.0 nC está distribuida uniformemente a lo largo del eje ***"x"*** a partir de ***x***= – 2.00 m a ***x***= + 3.00 m. Calcular el potencial eléctrico en el punto *x*= + 5.00 m (considere el potencial cero en el infinito).

Respuesta: 22.6



$$r = 5 - x \qquad dq = \lambda\, dx \qquad \lambda = \frac{10\,nC}{5\,m} = \frac{2\,nC}{m}$$

$$dV = \frac{k\,dq}{r}$$

$$V = \int_{-2}^{3} \frac{k\lambda\, dx}{(5-x)} = k\lambda \int_{-2}^{3} \frac{dx}{(5-x)}$$

$$u = 5 - x$$

$$du = -dx$$

$$\int \frac{-du}{u} = -\ln u$$

$$V = k\lambda \left(-\ln(5-x) \Big|_{-2}^{3} \right)$$

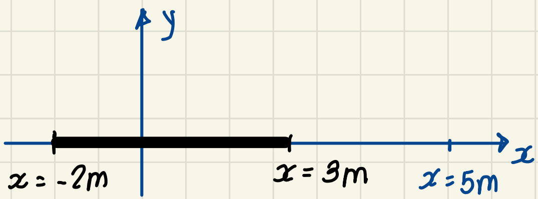
$$V = 9\times10^{9}(2\times10^{-9})\left[-\ln 2 + \ln 7\right]$$

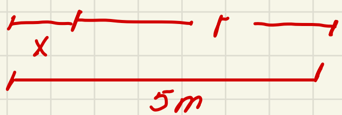
$$\boxed{V = 22.55 \text{ Voltios}}$$

Problema 1.

Una carga de 20.0 nC está distribuida uniformemente a lo largo del eje ***"x"*** a partir de ***x***= – 2.00 m a ***x***= + 3.00 m. Calcular el potencial eléctrico en el punto *x*= + 5.00 m (considere el potencial cero en el infinito).

Respuesta: 45.1





$$r = 5 - x \qquad dq = \lambda dx \qquad \lambda = \frac{20nC}{5m} = 4\,\frac{nC}{m}$$

$$dV = \frac{k\,dq}{r}$$

$$V = \int_{-2}^{3} \frac{k\lambda dx}{(5-x)} = k\lambda \int_{-2}^{3} \frac{dx}{(5-x)}$$

$$u = 5 - x$$
$$du = -dx$$
$$\int \frac{-du}{u}$$
$$= -\ln u$$

$$V = k\lambda \left(-\ln(5-x) \Big|_{-2}^{3} \right)$$

$$V = 9\times10^{9}(4\times10^{-9})\left[-\ln 2 + \ln 7\right]$$

$$\boxed{V = 45.1 \text{ Voltios}}$$

Problema 2.

En cierto lugar del espacio el potencial eléctrico está determinado por $V = (x^3 - 2x^2 y + xz)$, donde V está en Voltios, y las variables x, y, z en metros.

a) Calcular la componente del campo eléctrico en dirección "x" (en V/m) en el punto $(x, y, z) = (2, -2, 1)$ m

Respuesta: -29 ***(05 puntos)***

b) Calcular la magnitud del campo eléctrico resultante (en N/C) en el punto $(x, y, z) = (2, -2, 1)$ m.

Respuesta: 30.2 ***(05 puntos)***

$$V = x^3 - 2x^2y + xz$$

a)

$$E(x) = -\frac{\partial V}{\partial x} = -(3x^2 - 4xy + z) = (-3x^2 + 4xy - z)\,\hat{\imath}$$

$$E(x) = -3(2)^2 + 4(2)(-2) - (1) = -12 - 16 - 1 = \boxed{-29\ \frac{V}{m}\ \hat{\imath}}$$

b)

$$E_z = \frac{-\partial V}{\partial z} = -x \qquad \vec{E}_y = \frac{-\partial V}{\partial y} = -(-2x^2) = 2x^2\,\hat{\jmath}$$

$$E(z) = -2\ V/m\ \hat{k} \qquad E_y = 2(2)^2 = 8\ V/m\ \hat{\jmath}$$

$$|\vec{E}(2,-2,1)| = \sqrt{(-29)^2 + 8^2 + (-2)^2} = \boxed{30.15\ \frac{V}{m}}$$

Problema 2.

En cierto lugar del espacio el potencial eléctrico está determinado por $V = (x^3 - 4x^2 y + 2xz)$, donde V está en Voltios, y las variables x, y, z en metros.

a) Calcular la componente del campo eléctrico en dirección "x" (en V/m) en el punto $(x, y, z) = (2, -2, 1)$ m

Respuesta: -46 ***(05 puntos)***

b) Calcular la magnitud del campo eléctrico resultante (en N/C) en el punto $(x, y, z) = (2, -2, 1)$ m.

Respuesta: 48.9 ***(05 puntos)***

$$V = x^3 - 4x^2y + 2xz$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} = -(3x^2 - 8xy + 2z)\,\hat{\imath} = -(3(2)^2 - 8(2)(-2) + 2(1))\,\hat{\imath}$$

$$= \boxed{-46\,\hat{\imath}}\ \frac{V}{m}$$

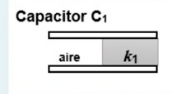
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} = -4x^2\hat{\jmath} \Rightarrow -16\hat{\jmath}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -2x = -4\hat{k}$$

$$\vec{E}(2,-2,1) = -46\hat{\imath} - 16\hat{\jmath} - 4\hat{k}$$

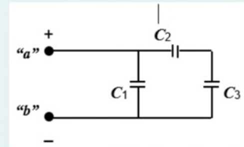
$$|\vec{E}(2,-2,1)| = \boxed{48.9\ \frac{V}{m}}$$

Problema 3.



a) El capacitor C_1 que se muestra la figura, tiene un área de 0.40 m^2 y una distancia de separación de placas de 1.00 x 10^{-6} m. Se introduce un dieléctrico de constante 1.50 y se encuentra justo a la mitad del capacitor. En la otra mitad tiene aire, y cuya constante dieléctrica se asume es 1.00. ¿Cuál es la nueva capacitancia de C_1? (en μF)

Respuesta: 4.43 ***(08 puntos)***



Ahora el capacitor C_1 se coloca en el circuito que se muestra. Los capacitores inicialmente están descargados, y se tienen los siguientes valores C_3= 5.00 μF, el capacitor C_2 tiene una constante dieléctrica de 2.50, una distancia de separación de placas de 2 x 10^{-7} m y área de placas de 0.02 m^2. Usar para el capacitor C_1 = 6.50 μF

b) Calcular la capacitancia equivalente del circuito (en μF)

Respuesta: 8 ***(07 puntos)***

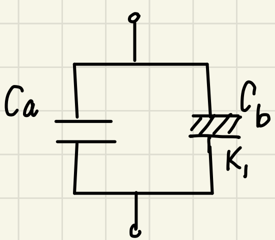
c) Se aplica un voltaje de 24V entre los puntos ***"a"*** y ***"b"*** ¿Cuánta energía (en mJ) almacena el sistema de capacitores?

Respuesta: 2.31 ***(05 puntos)***

$A = 0.4\,m^2$

$d = 1\times10^{-6}\,m$

$K = 1.5$



$C_a = \dfrac{\varepsilon_0 A/2}{d} = 1.77\,\mu F$

$C_b = \dfrac{K_1 \varepsilon_0 A/2}{d} = 2.655\,\mu F$

$C_1 = C_a + C_b = \boxed{4.43\,\mu F}$

$C_3 = 5\,\mu F$

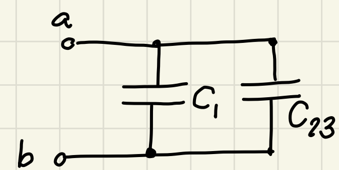
$C_1 = 6.5\,\mu F$

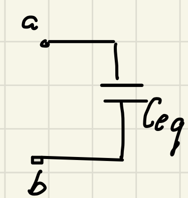
$C_2 = \dfrac{(2.5)\varepsilon_0 (0.02)}{2\times10^{-7}}$

$C_2 = 2.2125\,\mu F$

$C_{23} = \left(\dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3}\right)^{-1} = 1.534\,\mu F$

$C_{eq} = C_1 + C_{23} = \boxed{8.0\,\mu F}$



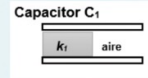


$U_{eq} = \frac{1}{2} C_{eq} V^2$

$= \frac{1}{2}(8\times10^{-6})(24)^2$

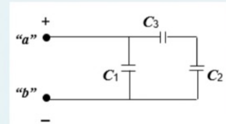
$= \boxed{2.31\,mJ}$

Problema 3.



a) El capacitor C_1 que se muestra la figura, tiene un área de 0.50 m^2 y una distancia de separación de placas de 1.00 x 10^{-6} m. Se introduce un dieléctrico de constante 2.25 y se encuentra justo a la mitad del capacitor. En la otra mitad tiene aire, y cuya constante dieléctrica se asume es 1.00. ¿Cuál es la nueva capacitancia de C_1? (en μF)

Respuesta: 7.19 ***(08 puntos)***



Ahora el capacitor C_1 se coloca en el circuito que se muestra. Los capacitores inicialmente están descargados, y se tienen los siguientes valores C_3= 6.00 μF, el capacitor C_2 tiene una constante dieléctrica de 3.10, una distancia de separación de placas de 2 x 10^{-7} m y área de placas de 0.02 m^2. Usar para el capacitor C_1 = 8.75 μF

b) Calcular la capacitancia equivalente del circuito (en μF)

Respuesta: 10.6 ***(07 puntos)***

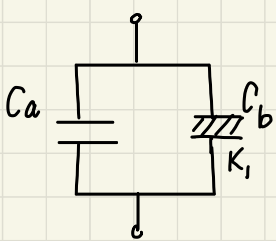
c) Se aplica un voltaje de 18.0 V entre los puntos ***"a"*** y ***"b"*** ¿Cuánta energía (en mJ) almacena el sistema de capacitores?

Respuesta: 1.72 ***(05 puntos)***

$A = 0.5\,m^2$

$d = 1\times10^{-6}\,m$

$K = 2.25$



$$C_a = \frac{\varepsilon_0 A/2}{d} = 2.22\,\mu F$$

$$C_b = \frac{K_1 \varepsilon_0 A/2}{d} = 4.98\,\mu F$$

$$C_1 = C_a + C_b = \boxed{7.20\,\mu F}$$

$C_3 = 6\,\mu F$

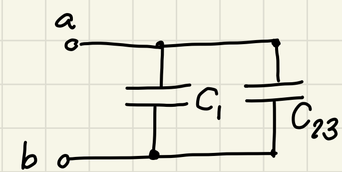
$C_1 = 8.75\,\mu F$

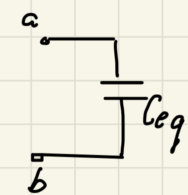
$$C_2 = \frac{3.1\,\varepsilon_0 (0.02)}{2\times10^{-7}}$$

$$C_2 = 2.7435\,\mu F$$

$$C_{23} = \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} = 1.88\,\mu F$$

$$C_{eq} = C_1 + C_{23} = \boxed{10.6\,\mu F}$$





$$U_{eq} = \frac{1}{2} C_{eq} V^2$$

$$= \frac{1}{2}(10.6\,\mu F)(18)^2$$

$$= \boxed{1.72\,mJ}$$

Problema 4.

En una casa de habitación, con un voltaje residencial de 220 V, se conectan en paralelo varios dispositivos: un calentador de 1.80 kW durante 3 horas al día, cuatro focos de 100 W durante 6 horas al día, una estufa eléctrica de 3000 J/s durante 2.5 horas al día, y otros dispositivos que suman 2.5 kW conectados 1.5 horas al día.

a) Calcular la energía total consumida (en kWh) por los dispositivos indicados, en un mes de 30 días

Respuesta: 572 ***(05 puntos)***

b) ¿Cuánto se paga en el recibo de energía eléctrica en US$ en un mes de 30 días? si la tarifa por consumo tiene un precio de US$ 0.14 / kWh.

Respuesta: 80 ***(05 puntos)***

$\Delta V = 220\,V$

calentador	1,8 kW	3 h/día
4 focos	100 W c/u	6 h/día
estufa	3000 W	2.5 h/día
Otros	2.5 kW	1.5 h/día

$\Rightarrow$

	Potencia kW	tiempo h	Energía kW.h
calentador	1.8	90	162
4 focos	0.4	180	72
estufa	3	75	225
Otros	2.5	45	112.5
			571.5 kW.h

b) Precio = $571.5 * 0.14 =$ 80.01 US$

Problema 4.

En una casa de habitación, con un voltaje residencial de 220 V, se conectan en paralelo varios dispositivos: un calentador de 2.70 kW durante 3.00 horas al día, cuatro focos de 150 W durante 6.00 horas al día, una estufa eléctrica de 4500 J/s durante 2.50 horas al día, y otros dispositivos que suman 3.20 kW conectados 1.50 horas al día.

a) Calcular la energía total consumida (en kWh) por los dispositivos indicados, en un mes de 30 días

Respuesta: 833 ***(05 puntos)***

b) ¿Cuánto se paga en el recibo de energía eléctrica (en US$) en un mes de 30 días? si la tarifa por consumo tiene un precio de US$ 0.14 / kWh.

Respuesta: 117 ***(05 puntos)***

calentador	2.7 kW	3 h/día	
4 focos	150 W c/u	6 h/día	
estufa	4500 W	2.5 h/día	
Otros	3.2 kW	1.5 h/día	

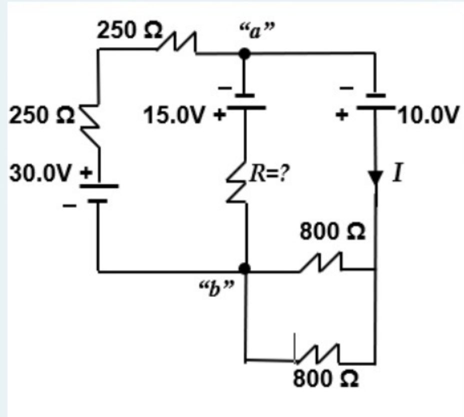
$\Rightarrow$

	Potencia kW	tiempo h	Energía kW.h
calentador	2.7	90	243
4 focos	0.6	180	108
estufa	4.5	75	337.5
Otros	3.2	45	144
			$\boxed{832.5 \text{ kW.h}}$

b) Precio $= 832.5 * 0.14 = \boxed{116.6 \text{ US\$}}$

En el circuito que se muestra la corriente ***I***= 30.0 mA

Problema 5.



a) Calcular la corriente (en mA) que proporciona la fem de 30.0 V

Respuesta: 56

b) ¿Cuál es valor de la resistencia ***R*** (en Ω)?

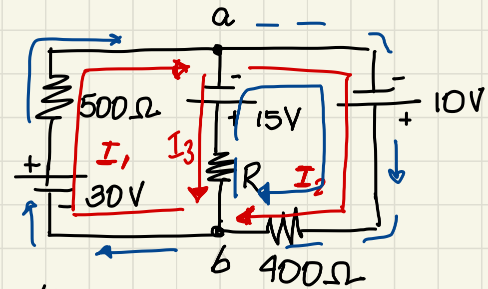
Respuesta: 654

c) Calcular la potencia (en W) que se suministra al circuito

Respuesta: 2.37

d) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos **"a"** y **"b"** (***Va*** – ***Vb***) del circuito mostrado?

Respuesta: 2



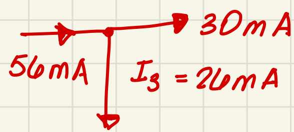
malla externa

$$+10 - 400 I_2 + 30 - 500 I_1 = 0$$

$$+10 - 400(30\times10^{-3}) + 30 - 500 I_1 = 0$$

$$I_1 = \frac{-28}{-500} = \boxed{56\,mA}$$

Nodos A



b) malla derecha

$$+I_3 R - 15 + 10 - 400 I_2 = 0$$

$$R = \frac{400(30\times10^{-3}) + 5}{26\times10^{-3}} = \boxed{653.85\,\Omega}$$

c) Todas las fuentes suministran energía

$$\text{Potencia} = 30(56\times10^{-3}) + 15(26\times10^{-3}) + 10(30\times10^{-3})$$

$$\text{Potencia} = \boxed{2.37\text{ Watts}}$$

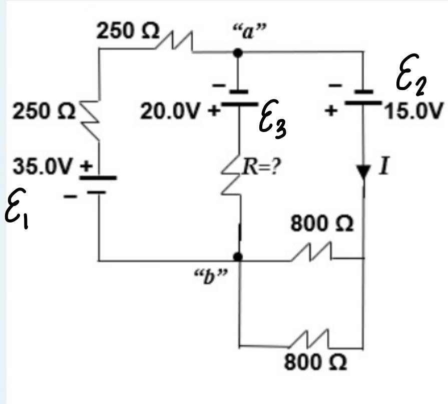
d) de b a a por la izq.

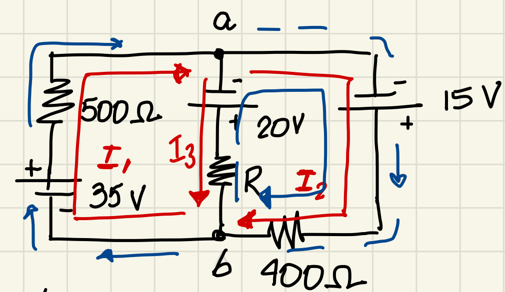
$$V_b + 30 - 500 I_1 = V_a$$

$$V_a - V_b = -500(56\times10^{-3}) + 30 = \boxed{2V}$$

En el circuito que se muestra la corriente $\boldsymbol{I}$= 50.0 mA

Problema 5.





a) Calcular la corriente (en mA) que proporciona la fem de 35.0 V

Respuesta: 60

b) ¿Cuál es valor de la resistencia ***R*** (en $k\Omega$)?

Respuesta: 2.5

c) Calcular la potencia (en W) que se suministra al circuito

Respuesta: 3.1

d) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos **"a"** y **"b"** (***Va*** – ***Vb***) del circuito mostrado?

Respuesta: 5

malla externa

$+15 - 400 I_2 + 35 - 500 I_1 = \emptyset$

$+15 - 400(50\times10^{-3}) + 35 - 500 I_1 = 0$

$\boxed{I_1 = 60\,mA}$

Nodos A

60mA → 50mA

$10\,mA = I_3$

b) malla derecha

$+15 - 400 I_2 + R I_3 - 20 = 0$

$\boxed{R = 2.5\,k\Omega}$

c) $\text{Potencia}_{\mathcal{E}_1} = \mathcal{E}_1 I_1 = 35(60\times10^{-3}) = 2.1\,W.$

$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_2 I_2 = 15(50\times10^{-3}) = 0.75\,W.$

$\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_3 I_3 = 20(10\times10^{-3}) = 0.2\,W$

$\boxed{\text{Pot. ent.} = 3.05\,W}$

d) de b a a por la derecha

$V_b + 400 I_2 - 15 = V_a$

$V_a - V_b = \boxed{5V}$

Problema 6.

Un alambre de cobre de longitud 1000 metros y resistividad 1.70 x 10 $^{-8}$ Ω.m, transporta una corriente de 30.0 A . En los extremos del alambre se aplica una diferencia de potencial de 40.0 V .

a) Calcular el área (en 10^{-6} m^2) de sección circular deberá tener el alambre para que soporte este potencial

Respuesta: 12.8 ***(05 puntos)***

b) Si el alambre inicia su uso a 20° C y después de varias horas de utilizarlo, su temperatura es 70° C, cuál será el nuevo valor de resistencia (en Ω), usar el coeficiente térmico de resistividad en el cobre de 4 x 10 $^{-3}$ /° C

Respuesta: 1.6 ***(05 puntos)***

$L = 1000\,m$

$\rho = 1.7\times10^{-8}\,\Omega\cdot m$

$I = 30\,A$

$\Delta V = 40\,V$

a) $V = IR$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{40}{30} = 1.3\overline{3}\,\Omega$$

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

$$A = \frac{\rho L}{R} = \frac{1.7\times10^{-8}(1000)}{1.33} = \boxed{12.75\times10^{-6}\,m^2}$$

b) $T_0 = 20°C$

$T_f = 70°C$

$\alpha = 4\times10^{-3}$

$$R = R_0\left[1+\alpha\,(T-T_0)\right] = 1.\overline{33}\left[1+(4\times10^{-3})(50)\right]$$

$$= \boxed{1.6\,\Omega}$$

Problema 6.

Un alambre de cobre de longitud 1000 metros y resistividad 1.70 x 10 $^{-8}$ Ω.m, transporta una corriente de 30.0 A . En los extremos del alambre se aplica una diferencia de potencial de 60.0 V .

a) Calcular el área (en 10^{-6} m^2) de sección circular deberá tener el alambre para que soporte este potencial

Respuesta: 8.5 ***(05 puntos)***

b) Si el alambre inicia su uso a 20° C y después de varias horas de utilizarlo, su temperatura es 80° C, cuál será el nuevo valor de resistencia (en Ω), usar el coeficiente térmico de resistividad en el cobre de 4 x 10 $^{-3}$ /° C

Respuesta: 2.48 ***(05 puntos)***

$L = 1000\,m$

$\rho = 1{,}7\times10^{-8}\,\Omega\cdot m$

$I = 30\,A$

$\Delta V = 60\,V$

a) $V = IR$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{60}{30} = 2\ \Omega$$

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

$$A = \frac{\rho L}{R} = \frac{1{,}7\times10^{-8}(1000)}{2} = \boxed{8.5\times10^{-6}\,m^2}$$

b) $T_0 = 20°C$

$T_f = 80\,°C$

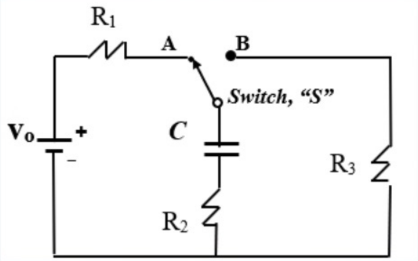
$\alpha = 4\times10^{-3}$

$$R = R_0\left[1+\alpha\,(T-T_0)\right] = 2\left[1+(4\times10^{-3})(60)\right]$$

$$= \boxed{2{,}48\,\Omega}$$

En el circuito de la figura, en $t = 0$ s, el interruptor ***S*** se conecta en el punto **A** para iniciar el proceso de carga. Después de un tiempo suficientemente largo para suponer que el capacitor ***C*** está completamente cargado, el interruptor se conecta al punto **B**, iniciándose un proceso de descarga del capacitor ***C***.

Problema 7.



El valor de los elementos del circuito es:

$\mathbf{R_1} = 10.0$ kΩ, $\mathbf{R_2} = 10.00$ kΩ, $\mathbf{R_3} = 20.00$ kΩ, $\boldsymbol{C} = 10.0$ µF y $\mathbf{V_o} = 15.0$ V

a) Calcular el valor de la máxima corriente (en µA) por el circuito, durante el proceso de carga del capacitor

Respuesta: 750

b) ¿Cuál es el tiempo (en ms) para el cual el capacitor alcanza un tercio de su carga total?

Respuesta: 81

c) Calcular la energía total almacenada en el capacitor (en mJ)

Respuesta: 1.13

d) Durante el proceso de descarga, calcular el tiempo (en ms) en el cual queda la mitad de la carga del capacitor.

Respuesta: 208

a) $I_0 = \dfrac{V_0}{R_2 + R_1} = \dfrac{15}{20000} = \boxed{750\,\mu A}$ para $t = \emptyset$

$\tau = (R_1 + R_2)C = 0.2\,s$

b) $Q(t) = C\mathcal{E}\left[1 - e^{-t/(R_1+R_2)C}\right]$ $\quad Q(t\to\infty) = C\mathcal{E}$

$\frac{1}{3}\cancel{C\mathcal{E}} = \cancel{C\mathcal{E}}\left[1 - e^{-t/0.2}\right] \rightarrow \boxed{t = 81.1\,ms}$

Proceso carga

c) $U = \frac{1}{2}C v_c^2$

$v_c(t\to\infty) = V_0$

$U = \frac{1}{2}C V_0^2 =$

$\boxed{U = 1.125\,mJ}$

descarga

$\tau = (R_2 + R_3)C$

$\tau = 0.3$

$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau}$

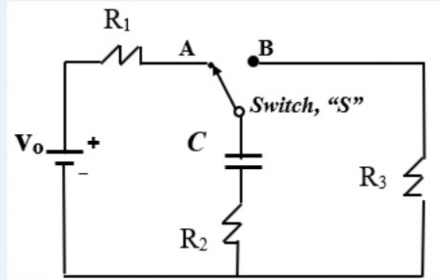
$0.5\cancel{Q_0} = \cancel{Q_0} e^{-t/\tau}$

$\ln 0.5 = -\dfrac{t}{0.3}$

$\boxed{t = 207.9\,ms}$

En el circuito de la figura, en t = 0 s, el interruptor ***S*** se conecta en el punto **A** para iniciar el proceso de carga. Después de un tiempo suficientemente largo para suponer que el capacitor ***C*** está completamente cargado, el interruptor se conecta al punto **B,** iniciándose un proceso de descarga del capacitor ***C***.

Problema 7.



El valor de los elementos del circuito es:

$\mathbf{R_1}$ = 15.0 kΩ, $\mathbf{R_2}$ = 15.00 kΩ, $\mathbf{R_3}$ = 25.00 kΩ, ***C*** = 15.0 µF y $\mathbf{V_0}$ = 25.0 V

a) Calcular el valor de la máxima corriente (en µA) por el circuito, durante el proceso de carga del capacitor

Respuesta: 833

b) ¿Cuál es el tiempo (en ms) para el cual el capacitor alcanza un tercio de su carga total?

Respuesta: 183

c) Calcular la energía total almacenada en el capacitor (en mJ)

Respuesta: 4.69

d) Durante el proceso de descarga, calcular el tiempo (en ms) en el cual queda la mitad de la carga del capacitor

Respuesta: 416

Proceso carga

c) $U = \frac{1}{2} C v_c^2$

$v_c(t \to \infty) = V_0$

$U = \frac{1}{2} C V_0^2 =$

$U = 4.69\,mJ$

descarga

$\tau = (R_2 + R_3) C$

$\tau = 0.6\,s$

$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau}$

$0.5 \cancel{Q_0} = \cancel{Q_0} e^{-t/\tau}$

$\ln 0.5 = -\frac{t}{0.6}$

$t = 415.9\,ms$

a) $I_0 = \frac{V_0}{R_1 + R_2} = \frac{25}{30{,}000} = 833.\overline{33}\,\mu A$ $\quad t = \emptyset \quad \tau = (R_1 + R_2) C = 0.45$

b) $\frac{1}{3} \cancel{C}\mathcal{E} = \cancel{C}\mathcal{E} [1 - e^{-t/\tau}]$ $\quad t \to \infty \quad Q(t \to \infty) = C\mathcal{E}$

$t = 182\,ms$