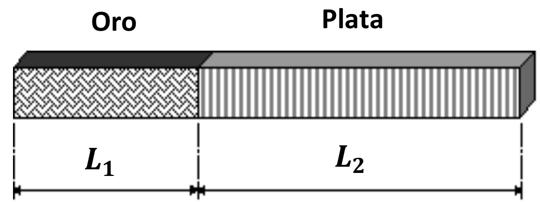
HOJA DE TRABAJO No.6

CORRIENTE ELÉCTRICA Y RESISTENCIA

1. Un alambre compuesto está construido de un alambre de oro de longitud $L_1 = 20\ cm$; y sección transversal de $A_1 = 1\ cm^2$ y de un alambre de plata de longitud $L_2 = 30\ cm$; y de sección transversal $A_2 = 1.5\ cm^2$. Para el oro $\rho_{Au} = 2.5 \times 10^{-8} \Omega m$. Para la plata $\rho_{Ag} = 1.5 \times 10^{-8} \Omega m$ Se sabe que el campo eléctrico en el interior del oro es 50 $\frac{\mu V}{m}$.



El valor de la densidad de corriente en kA/m^2, en el interior del alambre de oro es:

a) 4	b) 2	c) 1	d) 3	e)NEC

Solución. La densidad de corriente está dada por: $J = \frac{E}{\rho}$, sustituyendo valores:

$$J = \frac{50 \times 10^{-6}}{2.5 \times 10^{-8}} = 2000\ A/m^2$$

La corriente eléctrica que pasa por el alambre compuesto en A,

a) 0.3	b) 0.6	c) 0.2	d) 3.2	e)NEC

Solución. La corriente eléctrica es:

$$I = JA = (2000)(1 \times 10^{-4}) = \mathbf{0.2\ A}$$

El campo eléctrico en el alambre de plata en $\frac{\mu V}{m}$

a) 25	b) 30	c) 15	d) 20	e)NEC

Solución. La corriente eléctrica en el tramo de plata también es de 0.2 A, ya que se encuentra conectada en serie con el alambre de oro, entonces:

$$E_{Ag} = J_{Ag}\rho_{Ag} = \frac{I_{Ag}}{A_{Ag}}\rho_{Ag} = \frac{0.2}{1.5 \times 10^{-4}}(1.5 \times 10^{-8}) = \mathbf{2 \times 10^{-5} V/m}$$

La velocidad de arrastre de los electrones en el conductor de plata en $\frac{\mu m}{s}$

a) 0.14	b) 0.28	c) 0.21	d) 1.4	e)NEC

Solución. La velocidad de arrastre la podemos despejar de la siguiente ecuación:

$$I = n v_d A q$$

Despejando la velocidad de arrastre:

$$v_d = \frac{I}{nAq}$$

Calcularemos la densidad de electrones libres en la plata, suponiendo un portador libre por átomo de plata:

$$\frac{6.02\times10^{23} átomos}{mol} * \frac{mol}{107.878\ gramos} * \frac{10.5\ gramos}{cm^3} * \frac{(100cm)^3}{1m^3} * \frac{1\ electrón\ libre}{1\ átomo} =$$

$5.8594 \times 10^{28} electrones/m^3$

Entonces:

$$v_d = \frac{I}{nAq} = \frac{0.2}{(5.8594 \times 10^{28})(1.5 \times 10^{-4})(1.6 \times 10^{-19})} = \mathbf{1.42 \times 10^{-7} m/s}$$

La diferencia de potencial en el alambre compuesto en μV

a) 20	b) 25	c) 32	d) 16	e)NEC

Solución. La diferencia de potencial en el alambre compuesto la podemos calcular como la suma de la diferencia de potencial en el alambre de oro ($\Delta V_{Au} = E_{Au} L_{Au}$), más la diferencia de potencial en el alambre de plata:

$$\Delta V = E_{Au} L_{Au} + E_{Ag} L_{Ag}$$

$$\Delta V = (50 \times 10^{-6})(0.2) + (2 \times 10^{-5})(0.3) = \mathbf{16 \times 10^{-6} Volts}$$

---

2. Un calentador eléctrico se ha construido con alambre de nicromo. El consumo del calentador cuando se alimenta con un voltaje de 120 V es de 2400 W. La resistividad del nicromo es $100 \times 10^{-8} \Omega m$ y su coeficiente de temperatura de la resistividad calculado a Temperatura 20°C es $\alpha = 0.0004$ °C^{-1}

El valor de la corriente que pasa por el calentador, en A, cuando se conecta y empieza a funcionar está dada por:

a) 15	b) 40	c) 30	d) 20	e)NEC

Solución. La potencia del calentador es de 2400 W al voltaje de operación de 120V. Así que:

$$Potencia = \Delta V * I$$

$$I = \frac{Potencia}{\Delta V} = \frac{2400}{120} = \mathbf{20A}$$

El valor de la resistencia del calentador en $\boldsymbol{\Omega}$, cuando se conecta y empieza a funcionar

a) 8	b) 4	c) 6	d) 7	e)NEC

Solución. Debido a que conocemos el voltaje y la corriente cuando el calentador empieza a funcionar, utilizando la expresión de la Ley de Ohm podremos encontrar la resistencia:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{120}{20} = \mathbf{6}\Omega$$

Cuando el calentador se conecta su resistencia está a una temperatura inicial de 20°C, pero esta temperatura aumenta rápidamente a 100°C, por lo que su nueva resistencia en $\boldsymbol{\Omega}$ está dada por:

a) 4.13	b) 6.19	c) 7.04	d) 9.02	e)NEC

Solución. Al aumentar la temperatura la resistencia aumentará de acuerdo a lo siguiente:

$$R = R_o(1 + \alpha(T - T_o))$$
$$R = 6\big(1 + 0.0004(100 - 20)\big) = 6.192\Omega$$

3. Una pequeña bombilla disipa 7.5 W cuando opera a 125 V. Un filamento de tungsteno tiene un coeficiente de resistividad de $\alpha = 4.5 \times 10^{-3} / °\mathrm{C}$. Cuando está funcionando el filamento se calienta y su temperatura es siete veces la temperatura ambiente (20 °C). ¿Cuál es la resistencia del filamento (en ohms) a temperatura ambiente?

a. 1280	b. 1350	c. 1911	d. 4530	e. 5630

Solución. Encontraremos la resistencia del filamento a la temperatura de operación: $Potencia = \Delta VI$

$$I_{op} = \frac{Potencia}{\Delta V} = \frac{7.5}{125} = 0.06 Amperios$$

$$R_{Operación} = \Delta V / I = 2083.33 \boldsymbol{\Omega}$$

La temperatura de operación es 7 veces la temperatura ambiente, es decir 140°C. Por lo que:

$$R_{op} = R_{ambiente}(1 + \alpha(T_{op} - T_{amb}))$$

Despejando la resistencia a la temperatura ambiente:

$$R_{ambiente} = \frac{2083.33}{(1 + 4.5 \times 10^{-3}(140 - 20))} = 1352 \boldsymbol{\Omega}$$

4. Un conductor de radio r y longitud l tiene una resistividad ρ. Se funde y se fabrica un nuevo conductor también cilíndrico con ¼ de longitud del original. ¿Cuál es la Resistencia R del nuevo conductor?

a. $\frac{R}{16}$	b. $R/4$	c. R	d. 4R	e. 16R

Solución. la resistencia del primer conductor es:

$$R = \frac{\rho l}{\pi r^2}$$

El segundo conductor tiene la misma masa que el primero y está hecho del mismo material, por lo que:

$$m_1 = m_2$$

$$densidad * Vol_1 = densidad * Vol_2$$

$$\pi r^2 l = A_2 \frac{l}{4}$$

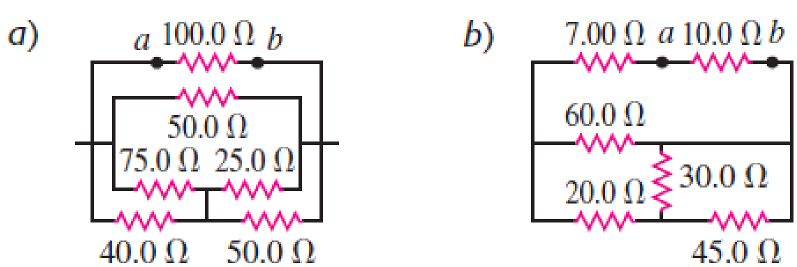
Despejando el área de la sección transversal del conductor de ¼ de longitud:

$$A_2 = 4\pi r^2$$

Entonces la resistencia del nuevo conductor:

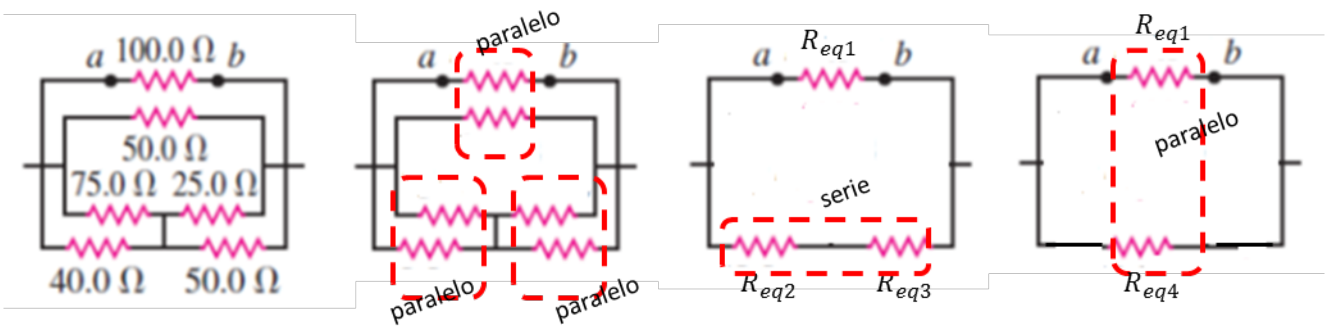
$$R_2 = \frac{\rho\, {}^{l}/_{4}}{4\pi r^2} = \frac{\rho l}{16\pi r^2} = \boldsymbol{R/16}$$

5. Determine la resistencia equivalente entre los puntos A y B de cada uno de los circuitos: R:**a) 18.73Ω; b) 7.52Ω**



Solución: Se simplificará el circuito como se muestra en la figura:

$R_{eq1} = \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{50}\right)^{-1} = \frac{100}{3}\boldsymbol{\Omega}$; $\quad R_{eq2} = \left(\frac{1}{75} + \frac{1}{40}\right)^{-1} = \frac{600}{23}\boldsymbol{\Omega}$; $\quad R_{eq3} = \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{50}\right)^{-1} = \frac{50}{3}\boldsymbol{\Omega}$



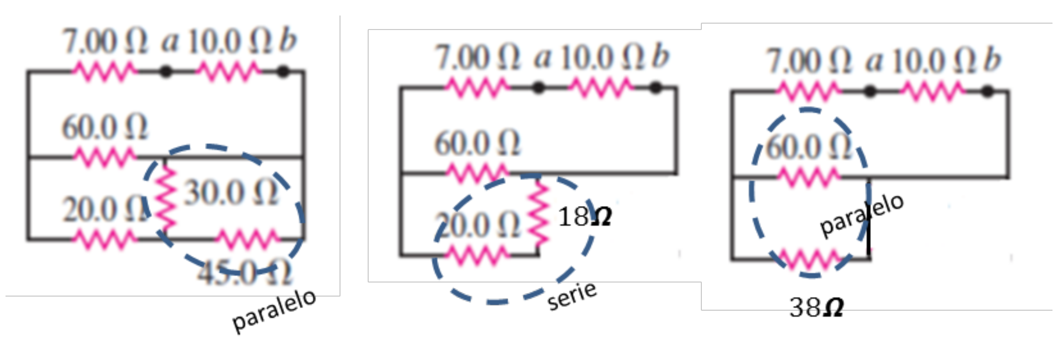
R_{eq2} y R_{eq3} están en serie: $R_{eq4} = R_{eq2} + R_{eq3}$

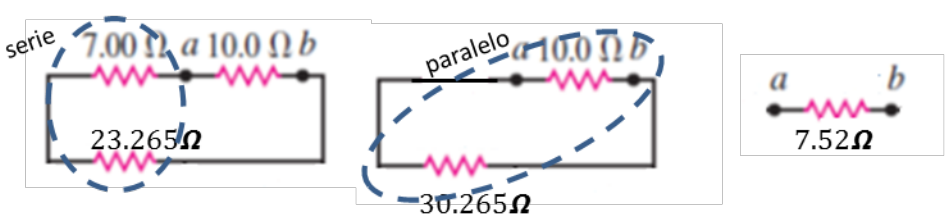
$$R_{eq4} = \frac{2950}{69}\boldsymbol{\Omega}$$

FinalmenteR_{eq4} está en paralelo con R_{eq1}:

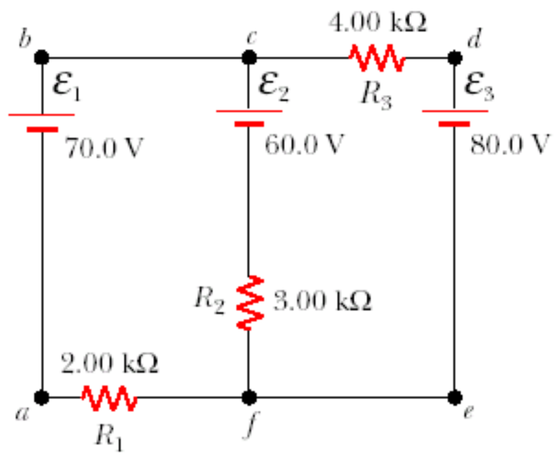
$$R_{eq} = \left(\frac{1}{\frac{100}{3}} + \frac{1}{\frac{2950}{69}}\right)^{-1} = 18.73\boldsymbol{\Omega}$$

Para el segundo circuito:

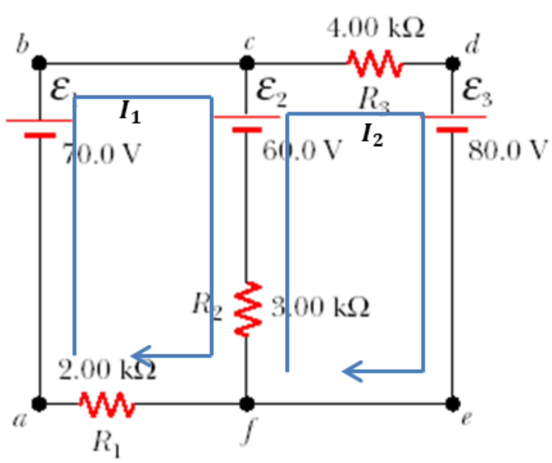




6. Utilizando las leyes de Kirchhoff a) Encuentre la corriente en cada resistor b) Encuentre la diferencia de potencial entre los puntos c y f. ¿Qué punto está a mayor potencial? R:\ $0.38mA;\ 2.69mA;\ 3.07mA; V_{cf} = 69.2V$



Solución. Para resolver el circuito definiremos la corriente I_1 en la malla izquierda en dirección de las manecillas del reloj y la corriente I_2en la malla derecha en dirección horaria también.



Recorreremos la malla izquierda a favor de las manecillas del reloj:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - I_1(R_1 + R_2) + I_2R_2 = 0$$

$$10 = 5000I_1 - 3000I_2 \text{ (Ecuación 1)}$$

Ahora la malla derecha también en sentido de las manecillas del reloj:

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_3 - I_2(R_2 + R_3) + I_1R_2 = 0$$

$$-20 = 7000I_2 - 3000I_1 \text{ (Ecuación 2)}$$

Al resolver el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas se tiene:

$$I_1 = 0.38mA; \qquad I_2 = -2.69mA$$

Lo que indica que la corriente dos circula en sentido opuesto al indicado. Ahora la corriente en la rama central la encontraremos aplicando la ley de nodos en c, <u>se tomará la corriente dos en su sentido correcto</u>:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 3.07mA$$

Para encontrar la diferencia de potencial entre los puntos c y f recorreremos el circuito desde f hacia c por la rama derecha del circuito, utilizando las direcciones definidas originalmente en el circuito:

$$V_f + 80 + 4000I_2 = V_c$$

$$V_{cf} = 80 + 4000(-0.00269) = 69.24V$$