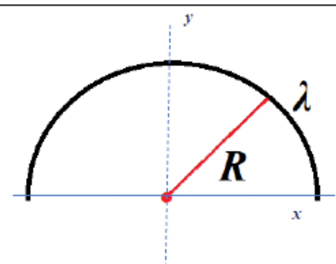
Segundo Parcial. Temario 28. 1S2022

domingo, 27 de marzo de 2022 06:29

PROBLEMA 1: *(15 puntos)*

Se tiene un alambre delgado doblado como lo muestra la figura. Tiene carga distribuida uniformemente por unidad de longitud de 50.0 nC/m y radio de curvatura R = 10.0 cm.



a) Calcular el potencial (en kV) en el centro de la curvatura del alambre, asumiendo que el potencial eléctrico es cero en el infinito

Respuesta: 1.41 tolerancia = ± 0.05 *(06 puntos)*

b) ¿Cuál es la energía cinética (en kJ) para mover una partícula de –9.00 C que pasa por el eje *"y"* desde el centro de la curvatura hasta una distancia muy grande? (infinito)

Respuesta: 12.7 tolerancia = ± 0.5 *(04 puntos)*

c) Si el potencial del alambre delgado estuviera dado por la relación $\boldsymbol{V} = 2x^3y - 4x^2z + 3yz$ donde x, y, z están en m y V en Voltios. Calcular la magnitud y signo del campo eléctrico (en N/C) en dirección *"i"* en un punto (x, y, z) = (2, 1, – 2) m

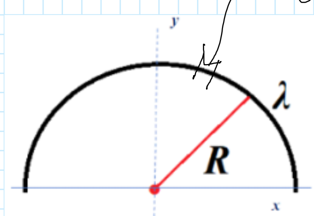
Respuesta: – 56 tolerancia = ± 0.05 *(05 puntos)*

Solución

$\lambda = 50\ nC/m$

$R = 10.0\ cm$

a)



$dq = \lambda ds$

$r = R$

$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}$

$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda ds}{R}$

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{R}\int \underbrace{ds}_{\pi R}$

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\pi\lambda = (9\times10^9)[\pi](50\times10^{-9})\,V$

$V = 1413.72V = 1.41\ kV$

b) $q = -9.0\ C$

$\Delta E = 0$

$E_F - E_0 = 0$

$q\Delta V - K = 0$

$\frac{1}{2}mv^2 = K = +q\Delta V = +(-9.0C)[0 - 1413.72V]$

$K = 12{,}723.48J = 12.7\ kJ$

c) $V = 2x^3y - 4x^2z + 3zy$

$E_x = ?$ $(x, y, z) = (2, 1, -2)\ m$

$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -6x^2y + 8xz \Big|_{(2,1,-2)m}$

$$E_x = -6(2)^2(1) + 8(2)(-2)\ V/m$$

$$\therefore E_x = -56\ V/m$$

PROBLEMA 2: ***(10 puntos)***

Dos esferas conductoras, una de radio r_1 (desconocido) y otra de radio r_2 = 12.0 cm, se encuentran separadas y aisladas. La carga inicial en la esfera r_1 es Q_1= 21.0 nC y en la esfera r_2 es Q_2 = – 9.00 nC. Al conectar las esferas con un alambre conductor se alcanza el equilibrio y la nueva carga en la esfera de radio r_2 es 4.80 nC. El r_1 (en cm) tiene un valor de:

Respuesta: 18.0 tolerancia = ± 0.5 ***(10 puntos)***

$r_1 = ?$ $\quad Q_1 = 21\,nC$

$r_2 = 12\,cm$ $\quad Q_2 = -9\,nC$ $\quad Q_2' = 4.8\,nC$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 12\,nC$$

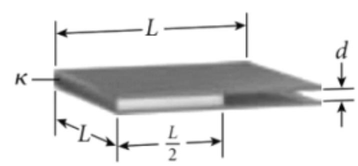
$$\rightarrow Q_1' = 12\,nC - 4.8\,nC = 7.2\,nC$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1'}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2'}{r_2} \rightarrow r_1 = \frac{Q_1'}{Q_2'}r_2 = \frac{(7.2)}{(4.8)}(12\,cm)$$

$$r_1 = 18\,cm$$

PROBLEMA 3: ***(15 puntos)***

Un capacitor de placas paralelas está construido con dos placas cuadradas conductoras de longitud de lado ***L***= 12.0 cm. La distancia de separación entre las placas es ***d***= 0.300 cm. En un lado se inserta entre las placas un dieléctrico de constante dieléctrica ***k***= 18.0 y grosor 0.300 cm. El dieléctrico mide L= 12.0 cm de ancho y L /2 de largo, en el otro lado del capacitor se tiene un vacío como lo muestra la figura.



a) Calcular la capacitancia de este capacitor (en pF)
Respuesta: 404 tolerancia = ± 4

b) Si al capacitor se conecta a un voltaje de 120 voltios, calcular la densidad de energía únicamente en la parte del capacitor donde se encuentra el dieléctrico (en mJ/m^3)

Respuesta: 127 tolerancia = ± 0.4

a) $$C_E = C_1 + C_2 = \frac{K\varepsilon_0 L(L/2)}{d} + \frac{\varepsilon_0 L(L/2)}{d}$$

$$= \left(\frac{K+1}{2}\right)\varepsilon_0 \frac{L^2}{d} = \left(\frac{18+1}{2}\right)(8.85\times10^{-12})\frac{(0.12)^2}{0.3\times10^{-2}}\,F$$

$$C = 403{,}56\times10^{-12}\,F \cong 404\ pF$$

b) $V = 120\,V$

$$C_1 = \frac{K\varepsilon_0 L(L/2)}{d} = \frac{18(8.85\times10^{-12})(0{,}12)^2/2}{0{,}3\times10^{-2}}\,F = 382{,}32\,pF$$

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2}(382.32\times10^{-12})(120)^2\ J = 2.753\times10^{-6}\ J$$

$$\rho_1 = \frac{U_1}{A/2\ d} = \frac{2(2.753\times10^{-6})}{(0.12)^2(0.3\times10^{-2})}\ J/m^3 = 0.12744\ J/m^3$$

$$\rho_1 = 127.4\ mJ/m^3$$

PROBLEMA 4: ***(20 puntos)***

En el circuito que se muestra contiene 2 fem y 6 resistencias.

a) La corriente (en A) que suministra al circuito la fem ε_2 es: ***(08 puntos)***

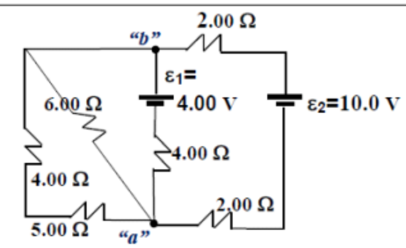
Respuesta: 1.38 tolerancia = ± 0.05

b) La diferencia de potencial $V_b - V_a$ (en V) ***(07 puntos)***

Respuesta: 4.50 tolerancia = ± 0.05

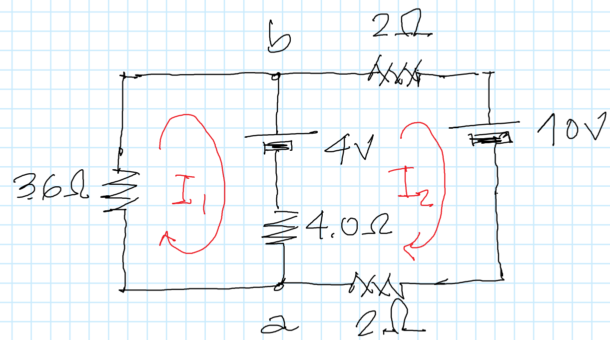
d) Que potencia consume la resistencia de **5.00 Ω** (en W) ***(05 puntos)***

Respuesta: 1.25 tolerancia = ± 0.05



Sol. 1o. Simplifico

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{4\Omega + 5\Omega}} = 3.6\Omega$$



Ecuaciones mallas LVK

$$\left.\begin{aligned} 7.6 I_1 - 4I_2 &= -4 \\ -4I_1 + 8I_2 &= -6 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} I_1 &= -1.25\ A \\ I_2 &= -1.375\ A \end{aligned}$$

a) $|I_2| = 11/8\ A = 1.375\ A \sim 1.38\ A$

b) $V_b - V_a = +4V + 4\Omega(1.375A - 1.25A) = 4.5V$

c) $I_{5\Omega} = \frac{V_{ba}}{9\Omega} = \frac{4.5V}{9\Omega} = 0.5\ A$

$P_{5\Omega} = I_{5\Omega}^2 R = (0.5)^2(5)\ W$

$P_{5\Omega} = 1.25\ W$

PROBLEMA 5: *(10 puntos)*

Un alambre de oro con $0.924\ mm$ de diámetro conduce una corriente eléctrica. El campo eléctrico en el alambre es de 0.539 V/m. La resistividad del oro es $2.44\ x10^{-8}\ \Omega{\cdot}m$

a) Calcular la corriente que conduce el alambre (en A)
Respuesta: 14.8 tolerancia = ± 0.5 ***(05 puntos)***

b) ¿Cuál es la resistencia de un trozo de ese alambre con $7.04\ m$ de longitud?
Respuesta: 0.256 tolerancia = ± 0.015 ***(05 puntos)***

solución

a) $E = 0.539\ V/m$

$$J = \sigma E = \frac{0.539}{[2.44\times10^{-8}]}\ A/m^2 = 22.09\times10^{6}\ A/m^2$$

$$I = JA = (22.09\times10^{6})(\pi(0.462\times10^{-3})^2)\ A = 14.81\ A$$

b) $$R = \frac{V}{I} = \frac{EL}{I} = \frac{(0.539)(7.04)}{14.81}\ \Omega = 0.256\ \Omega$$

PROBLEMA 6: *(10 puntos)*

Un proceso de elaboración de papel consta de dos motores, conectados a un voltaje de 220 V, el funcionamiento de cada motor durante 30 días es 8 horas diarias.

a) Si el motor 1 desarrolla 180,000 J/s, ¿qué potencia (en kW) desarrolla el motor 2 si ambos motores consumen 77,760 kWh durante 30 días?

Respuesta: 144 tolerancia = ± 5 ***(05 puntos)***

b) ¿Cuál es el costo de utilizar energía eléctrica en el motor 1 (en US$) ? cuando funciona por 8 horas diarias en un mes de 30 días, la tarifa actual es US$ 0.18 /kWh.

Respuesta: 7776 tolerancia = ± 5 ***(05 puntos)***

a) $V = 220\ V$

$P_1 = 180\times10^{3}\ W$

$$E_1 = P_1\Delta t_1 = (180\ kW)(30)(8\ h) = 43.2\times10^{3}\ kW\cdot h$$

$$E_2 = 77.76\times10^{3}\ kW\cdot h - 43.2\times10^{3}\ kW\cdot h = 34560\ kW\cdot h$$

$$P_2 = \frac{E_2}{n\Delta t_h} = \frac{(34560)}{(30)(8)}\ kW = 144\ kW$$

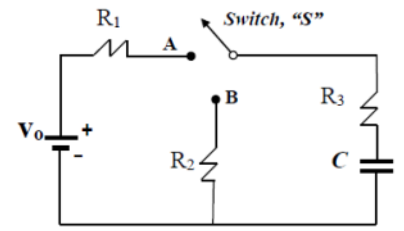
b) $$C = E_1 C_u = 43.2\times10^{3}\ kW\cdot h\left(\frac{\$0.18}{kW\cdot h}\right) = \$\ 7{,}776.^{00}$$

***PROBLEMA 7:* (20 puntos)**

En el circuito de la figura, en t = 0 s, el interruptor S se conecta en el punto **A** para iniciar el proceso de carga. Después de un tiempo suficientemente largo para suponer que el capacitor C esta complementa cargado, el interruptor se conecta al punto **B,** iniciándose un proceso de descarga del capacitor C.

El valor de los elementos del circuito es:

$\mathbf{R_1}$ = 14.0 kΩ, $\mathbf{R_2} = \mathbf{R_3}$ = 7.00 kΩ, C = 8.40 μF y $\mathbf{V_0}$ = 21.0 V



a) Durante el proceso de carga, calcular el tiempo (en ms) para el cual la corriente alcanza el valor de 0.75 mA

Respuesta: 50.8 tolerancia = ± 0.50

b) ¿Cuál es el tiempo (en ms) para el cual el voltaje en el capacitor es V_C= 14.0V durante el proceso de carga?

Respuesta: 194 tolerancia = ± 0.50

c) Durante el proceso de descarga, calcular el tiempo (en ms) para el cual la energía en el capacitor se ha reducido a la mitad.

Respuesta: 40.8 tolerancia = ± 0.50

a) CARGA

$I_0 = \frac{V}{R} = \frac{21V}{21k\Omega} = 1\times10^{-3}A$

$I_0 = 1 mA$ $\quad \tau = RC = 176.4\ mS$

$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

$t = -\tau \ln\left(i(t)/I_0\right) = -(176.4ms)\ln(0.75)$

$t = 50.74 mS$

b) $V_C = 14\ V$

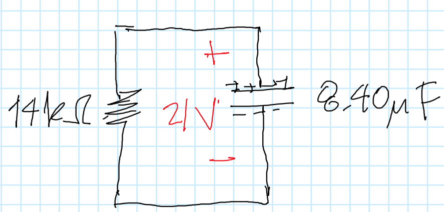
$V_C = V(1 - e^{-t/\tau})$

$t = -\tau \ln\left[1 - V_C/V\right]$

$t = -(176.4ms)\ln\left[1 - 14/21\right]$

$t = 193.79\ mS$

c) DESCARGA



$U_0 = \frac{1}{2}CV^2$

$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{C}V_C^2 = \cancel{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\cancel{C}V^2\right)$

$V_C = V/\sqrt{2} = 21/\sqrt{2} = 18.48V$

$V_C = Ve^{-t/\tau_D}$

$\tau_D = RC = (14k\Omega)(8.4\mu F)$

$\tau_D = 117.6\ mS$

$t = -\tau_D \ln(V_C/V) = -(117.6mS)\ln\left[\frac{18.48}{21}\right]$

$t = 40.75\ mS$