

Primer Parcial. Segundo Semestre 2022. Temario 18

lunes, 5 de septiembre de 2022 21:16

PROBLEMA 1: (20 puntos, 5 puntos cada inciso)

Se tienen tres cargas en el plano x-y, tomar $q_1 = 2.00 \mu\text{C}$ localizada en coordenadas $(-3.00, 0)$ cm, la carga $q_2 = -3.00 \mu\text{C}$ en $(0, -3.00)$ y la carga $q_3 = -3.00 \mu\text{C}$ en $(0, 0)$ cm. En este sistema se pide calcular:

- a) La magnitud del campo eléctrico resultante (en 10^6 N/C) en el punto "p" localizado en $(4.00, 0)$ cm

Respuesta = 22.8 tolerancia = ± 0.4

- b) El potencial eléctrico (en kV) en el punto "p" $(4.00, 0)$ cm

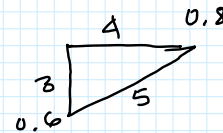
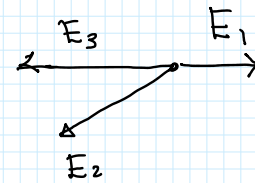
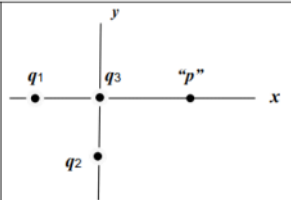
Respuesta = -958 tolerancia = ± 0.05

- c) La energía potencial mutua del sistema de partículas (en mJ)

Respuesta = -370 tolerancia = ± 5

- d) Si se coloca una carga $Q = -4 \text{ nC}$ en el punto "p" $(4.00, 0)$ cm calcular el ángulo medido (en grados) a partir del eje "x" positivo, en el cual se tendrá la aceleración sobre esa carga?

Respuesta = 16.4 tolerancia = ± 0.04



$$a) + E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} = (9 \times 10^9) \frac{[2 \times 10^{-6}]}{[7 \times 10^{-2}]^2} \text{ N/C} = 3.68 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$- E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_3^2} = (9 \times 10^9) \frac{[3 \times 10^{-6}]}{[4 \times 10^{-2}]^2} \text{ N/C} = 16.88 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$- E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2} = (9 \times 10^9) \frac{[3 \times 10^{-6}]}{[5 \times 10^{-2}]^2} \text{ N/C} = 10.80 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_R = (-21.84 \times 10^6 \text{ N/C}) \hat{i} + (-6.48 \times 10^6 \text{ N/C}) \hat{j} \quad |\vec{E}_R| = |\vec{E}_R| = 22.78 \times 10^6 \text{ N/C}$$

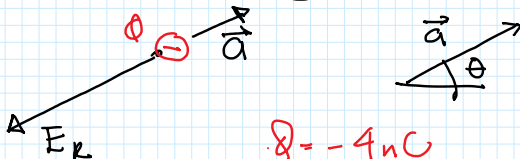
$$b) V_p = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_3}{r_3} \right] = (9 \times 10^9) \left[\frac{[2 \times 10^{-6}]}{[7 \times 10^{-2}]} - \frac{[3 \times 10^{-6}]}{[5 \times 10^{-2}]} - \frac{[3 \times 10^{-6}]}{[4 \times 10^{-2}]} \right] \text{ V}$$

$$V_p = -957.86 \times 10^3 \text{ V}$$

$$c) U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right] = (9 \times 10^9) \left[\frac{[2 \times 10^{-6}][3 \times 10^{-6}]}{[7 \times 10^{-2}]} + \frac{[2 \times 10^{-6}][3 \times 10^{-6}]}{[4 \times 10^{-2}]} + \frac{[3 \times 10^{-6}][3 \times 10^{-6}]}{[5 \times 10^{-2}]} \right] \text{ J}$$

$$U = -372.8 \times 10^3 \text{ J} = -373 \text{ mJ}$$

$$d) \theta = \tan^{-1} \left(\frac{6.48}{21.84} \right) = 16.53^\circ$$



$$Q = -4 \text{ nC}$$

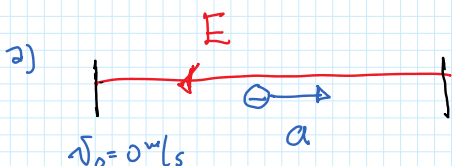
PROBLEMA 2: (10 puntos, 5 puntos cada inciso)

Un cañón de tubo de televisión acelera electrones desde el reposo hasta una velocidad de $6.0 \times 10^7 \text{ m/s}$, y recorren una distancia de 4.00 cm. ¿Qué magnitud de campo eléctrico (supuesto constante) es requerido para acelerar los electrones? (en kN/C)

Respuesta = 256 tolerancia = ± 0.04

¿Qué tiempo (en ns) tardarán los electrones en recorrer 4.00 cm a partir del cañón de tubo de televisión?

Respuesta = 1.33 tolerancia = ± 0.04



$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$2 = \frac{v_f^2}{2\Delta x} = \frac{(6.0 \times 10^7)^2}{2(0.04)} \text{ m/s}^2 = 4.5 \times 10^{16} \text{ m/s}^2$$

$$a = \left(\frac{q}{m}\right) E \rightarrow E = \left(\frac{m}{q_e}\right) a = 255.94 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$b) \quad v_f = v_0 + at \rightarrow t = v_f / a = \frac{6 \times 10^7}{4.5 \times 10^{16}} \text{ s} = 1.33 \times 10^{-9} \text{ s} = 1.33 \text{ ns}$$

PROBLEMA 3: (10 puntos, 5 puntos cada inciso)

El momento de dipolo eléctrico tiene una magnitud de $3.60 \mu\text{C}\cdot\text{m}$, y está formado por dos cargas localizadas en plano x - y . La carga $-q_1$ inicialmente está en $(-5.00, 8.00) \text{ cm}$ y la carga $+q_2$ está en el origen de coordenadas. El dipolo se encuentra en una región de campo eléctrico $2.00 \times 10^7 \text{ N/C}$ ($-\hat{i}$). En las condiciones indicadas ¿cuál es la magnitud del momento de torsión que se ejerce sobre el dipolo? (en Nm)

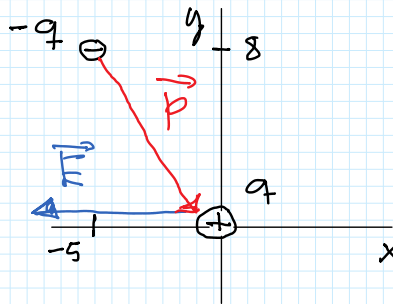
Respuesta = 61.1 tolerancia = ± 4

¿Cuánto trabajo (en J) es necesario para girar el dipolo desde la orientación inicial indicada hasta una orientación en que el momento del dipolo sea paralelo al campo eléctrico?

Respuesta = -110 tolerancia = ± 4

$$a) \quad p = 3.6 \mu\text{C}\cdot\text{m}$$

$$\vec{E} = (-2 \times 10^7 \text{ N/C}) \hat{i}$$



$$d = 9.43 \text{ cm}$$

$$\vec{p} = (1.91 \mu\text{C}\cdot\text{m}) \hat{i} + (-3.05 \mu\text{C}\cdot\text{m}) \hat{j}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1.91 & -3.05 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \times 10 \text{ N}\cdot\text{m} = (-61.0 \text{ N}\cdot\text{m}) \hat{k}$$

$$b) \quad W_{\text{ext}} = U_f - U_0 = -pE \cos \theta - (-\vec{p} \cdot \vec{E}) = -72 \text{ J} - (-38.2 \text{ J}) = -110.2 \text{ J}$$

$$\vec{p} \cdot \vec{E} = [(1.91 \times 10^{-6}) \hat{i} + (-3.05 \times 10^{-6}) \hat{j}] \cdot [-2 \times 10^7 \hat{i}] = -38.2 \text{ J}$$

$$pE = (3.6 \times 10^{-6})(2 \times 10^7) \text{ J} = 72 \text{ J}$$

Problema 6 (15 puntos)

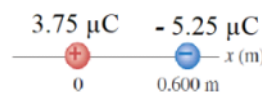
Se colocan dos cargas, una de $3.75 \mu\text{C}$ y la otra de $-5.25 \mu\text{C}$, sobre el eje x , una en el origen de coordenadas y la otra en $x = 0.60 \text{ m}$, como en la figura.

a) ¿Cuál es la **posición** sobre el eje " x " (en m) donde la fuerza neta sobre una pequeña carga $+q$ debería ser cero? (8 puntos)

Respuesta = -3.27 tolerancia = ± 0.4

b) ¿En qué **posición** sobre el eje " x " (en m) el potencial eléctrico es cero debido a las dos cargas de mostradas en la figura? (7 puntos)

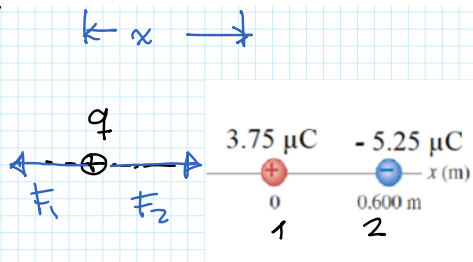
Respuesta = -1.50 tolerancia = ± 0.4



2)



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(3.75 \times 10^{-6})(q)}{[0.6+x]^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(5.25 \times 10^{-6})(q)}{x^2}$$



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(3.75 \times 10^{-6})}{[0.6+x]^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(5.25 \times 10^{-6})}{x^2}$$

$$\frac{3.75}{[0.6+x]^2} = \frac{5.25}{x^2}$$

$$\sqrt{\frac{5.25}{3.75}} x = 0.6 + x$$

$$x = \frac{0.6}{\sqrt{\frac{5.25}{3.75}} - 1} \text{ m} = 3.27 \text{ m a la izquierda}$$

$$x' = -3.27 \text{ m}$$

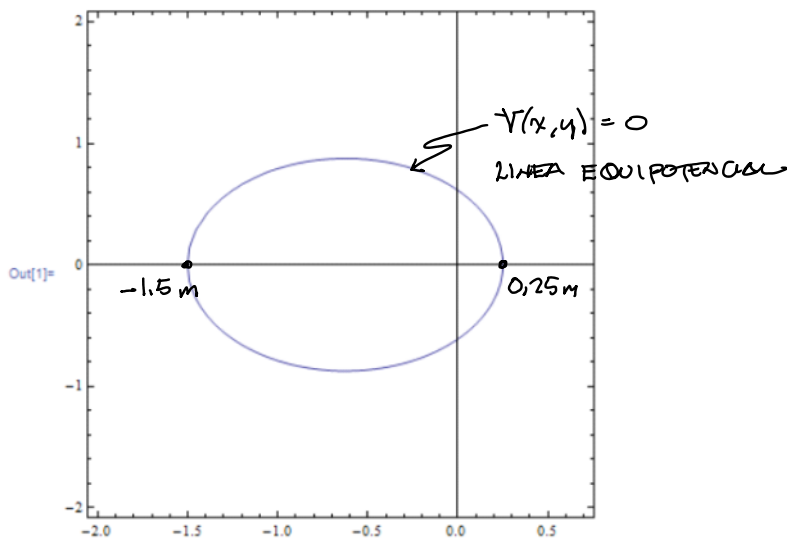
$$b) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(3.75 \times 10^{-6})}{x} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-5.25 \times 10^{-6})}{(0.6+x)} = 0$$

$$\frac{3.75}{x} = \frac{5.25}{(0.6+x)} \rightarrow \frac{5.25}{3.75} x = 0.6 + x$$

$$x = \frac{0.6}{\frac{5.25}{3.75} - 1} \text{ m} = 1.5 \text{ m a la izquierda}$$

$$x = -1.5 \text{ m}$$

In[1]: ContourPlot[$3.75/\sqrt{x^2+y^2} - 5.25/\sqrt{(0.6-x)^2+y^2} == 0$, {x, -2, 0.7}, {y, -2, 2}, Axes -> True]



SE TIENE UNA
SEGUNDA SOLUCIÓN

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(3.75 \times 10^{-6})}{x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(5.25 \times 10^{-6})}{(0.6-x)}$$

$$x = \frac{0.6}{1 + \left(\frac{5.25}{3.75}\right)} \text{ m} = 0.25 \text{ m}$$

Problema 5 (10 puntos, 5 puntos cada inciso)

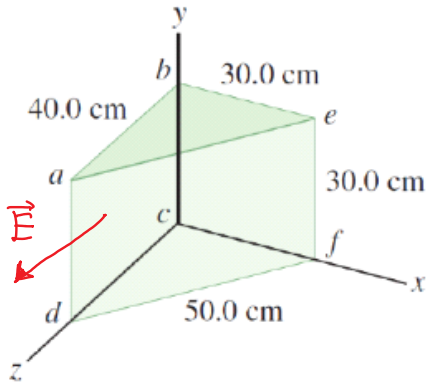
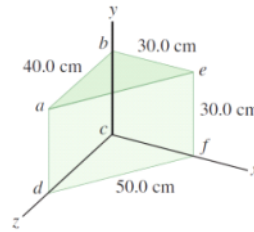
La figura que se muestra es una superficie cerrada y se encuentra en una región un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 5.00 \times 10^3 \text{ N/C}$ (+k)

a) Calcular el flujo eléctrico (en unidades SI) a través de la superficie befc

Respuesta = - 450 tolerancia = ± 0.4

b) Calcular el flujo eléctrico (en unidades SI) a través de la superficie aefd

Respuesta = 450 tolerancia = ± 0.4



$$a) \Phi_E = -EA = -(5.0 \times 10^3)[0.3 \times 0.3] \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}^2 \\ = -450 \text{ N/C} \cdot \text{m}^2$$

$$b) \Phi_T = 0 = \Phi_{E_{befc}} + \Phi_{E_{aefd}} + \cancel{\Phi_{E_{abcd}}} + \cancel{\Phi_{E_{bace}}} + \cancel{\Phi_{E_{cdfd}}} \\ \Phi_{E_{aefd}} = -\Phi_{E_{befc}} = +450 \text{ N/C} \cdot \text{m}^2$$

Problema 7 (20 puntos)

Una coraza esférica conductora con radio interior $a = 7.00 \text{ cm}$ y radio exterior $b = 14.0 \text{ cm}$, tiene una carga puntual positiva $Q = 8.00 \text{ nC}$ localizada en su centro. La carga total en la coraza es -12.0 nC y está aislada de su ambiente. Utilizando la Ley de Gauss y dejando constancia de su aplicación:

a) Calcular la magnitud del campo eléctrico (en kN/C) en $r = 2.50 \text{ cm}$ medido desde su centro.

Respuesta = 115 tolerancia = ± 0.5

b) Calcular la magnitud del campo eléctrico (en kN/C) en $r = 8.50 \text{ cm}$ medido desde su centro.

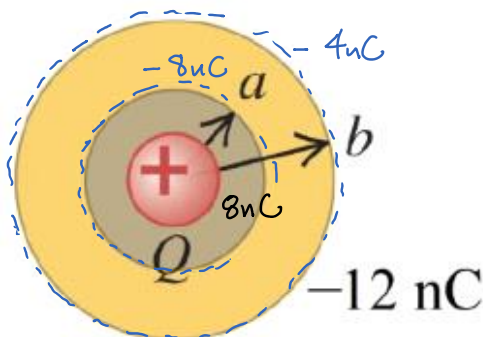
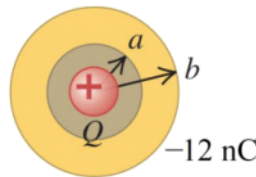
Respuesta = cero tolerancia = ± 0.0

c) La densidad superficial de carga en la superficie exterior de la coraza es (en nC/m^2)

Respuesta = - 16.2 tolerancia = ± 0.4

d) Calcular la magnitud del campo eléctrico (en kN/C) en $r = 15 \text{ cm}$ medido desde su centro.

Respuesta = 1.60 tolerancia = ± 0.4



$$a = 7.0 \text{ cm}$$

$$b = 14 \text{ cm}$$

$$a) E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{[8 \times 10^{-9}]}{[2.5 \times 10^{-2}]^2} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = 115.2 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$b) E = 0 \text{ N/C} \text{ campo interior conductor}$$

$$c) \sigma = \frac{Q_{\text{ext}}}{4\pi r^2} = \frac{(-4 \times 10^{-9})}{4\pi (0.14)^2} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} =$$

$$\sigma = -16.24 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$d) E = 1.60 \text{ kN/C}$$

$$\sigma = -16.24 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

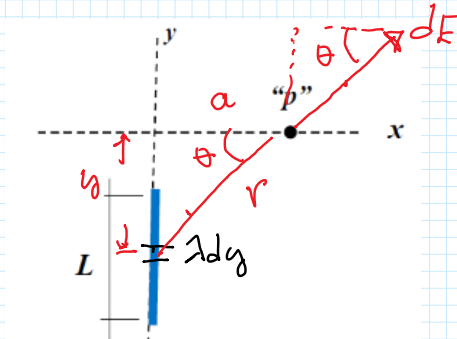
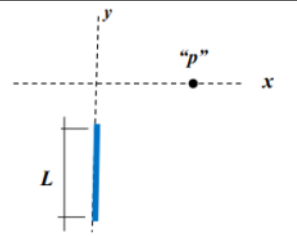
$$d) E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_{\text{enc}}|}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-9})}{(0.15)^2} \text{ N/C}$$

$$E = 1.6 \times 10^3 \text{ N/C}$$

PROBLEMA 4: (15 puntos 5 puntos cada inciso)

Una carga de 4.00 nC se encuentra distribuida uniformemente en una longitud L desde la posición $y = -2.00 \text{ m}$ hasta $y = -5.50 \text{ m}$. Calcular la componente en dirección "j" del campo eléctrico resultante (en N/C) situado en un punto "p" localizado en el plano x-y, con coordenadas $(x, y) = (3.00, 0) \text{ m}$

Respuesta = 1.12 tolerancia = ± 0.05



$$L = 3.50 \text{ m}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$dE_y = k \frac{\lambda dy}{[x^2 + y^2]^{3/2}} \sin\theta \quad \sin\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$dE_y = k \lambda \frac{y}{[x^2 + y^2]^{3/2}} dy$$

$$E_y = k \lambda \int_{-2}^{-5.5} \frac{y}{[x^2 + y^2]^{3/2}} dy = k \lambda I$$

$$E_y = k \lambda I = (9 \times 10^9) \left[\frac{4 \times 10^{-9}}{3.5} \right] (0.1177) \text{ N/C}$$

$$E_y = 1.2106 \text{ N/C}$$

CALCULO DE LA INTEGRAL

$$\frac{y}{a} = \tan\theta \quad y = a \tan\theta$$

$$dy = a \sec^2\theta d\theta$$

$$(x^2 + y^2)^{3/2} = (a^2 \sec^2\theta)^{3/2} = a^3 \sec^3\theta$$

$$\frac{y dy}{[x^2 + y^2]^{3/2}} = \frac{a \tan\theta (a \sec^2\theta d\theta)}{a^3 \sec^3\theta}$$

$$= \frac{1}{a} \frac{\tan\theta}{\sec\theta} = \frac{1}{a} \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \cos\theta$$

$$\int_{-2}^{-5.5} \frac{y dy}{[x^2 + y^2]^{3/2}} = -\frac{1}{a} \cos\theta = -\frac{1}{a} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} =$$



$$\int_{-5.5}^{-2} \frac{y \, dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = -\frac{1}{a} \cos \theta = -\frac{a}{\sqrt{x^2 + y^2}} =$$

$$I = \int_{-5.5}^{-2} \left(\right) = -\frac{1}{\sqrt{a^2 + y^2}} \Bigg|_{-2}^{-5.5} = 0.1177$$