Problemas - Análisis Numérico

Andrés Giraldo Gil
a_giraldo@javeriana.edu.co

Erika Alejandra González
gonzalez_erika@javeriana.edu.co

Leonel Steven Londoño
leonel-londono@javeiana.edu.co

15 de febrero de 2020

1. Punto 1

1.1. Problema

Suponga que un dispositivo solo puede almacenar únicamente los cuatro primeros dígitos decimales de cada número real, y trunca los restantes (esto es redondeo inferior). Calcule el error de redondeo si se quiere almacenar el número 536.78.

1.2. Marco teórico

Un error de redondedo es la diferencia entre la aproximación calculada de un número y el valor matemático exacto debido al redondeo [1]. Para este problema se tiene un dispositivo que puede almacenar únicamente los 4 primeros números dígitos decimales de cualquier número rea, se realiza un truncamiento con los restantes.

1.3. Análisis del problema

Se debe normalizar la entrada a $0.53678x10^3$, al hacerlo, nos quedan 5 cifras decimales. Sin embargo, el dispositivo almacena solo 4 cifras. Para resolver este problema se descompone el número $0.53678x10^3$ x $0.00008x10^3$. Recordemos que $0.00008x10^3$ es equivalente a 0.08

1.4. Valores Utilizados

- Entradas: 536.78 -> Número a truncar
- Salidas: 0.08 -> Error de truncamiento

2. Punto 2

2.1. Problema

Implemente en cualquier lenguaje el siguiente algoritmo que sirve para calcular la raíz cuadrada. Aplíquelo para evaluar la raíz cuadrada de 7, analice su precisión, como podría evaluar la convergencia y validez del algoritmo.

2.2. Marco teórico

En matemáticas se conoce a la raíz cuadrada como el número x que al ser multiplicado por si mismo da un resultado y. La raíz cuadrada de y es el primer número x [2]. Para hallar la raíz cuadrada en programación se realiza a través de instrucciones iterativas que tienen como salida un valor cercano a la respuesta.

2.3. Analisis del problema

Error Actual	Error Anterior
24.94755	49.96500
12.40421	24.94755
6.065664	12.40421
2.779892	6.065664
1.006832	2.779892
0.1790470	1.006832
0.0060445	0.1790470
0.0000069	0.0060445
0.0000000	0.0000069

Tabla 1: Error actual vs Error anterior

- Aunque la formula converge el resultado no es la raíz cuadrada de 7, esto es debido a la falta de precisión, el resultado real es un numero inexacto lo que significa un numero extremadamente largo. El programa arroja el numero 2.645751, pero esta es una aproximación deficiente.
- El método es deficiente debido a la poca cantidad de cifras obtenidas, sin embargo es válido ya que se acerca a los dígitos más significativos del valor real.
- Como se puede observar en la figura 1, el algoritmo posee una convergencia lineal.

2.4. Valores Utilizados

Entradas

- n = 7 -> Valor al que se le sacará raíz cuadrada
- e = 1 x 10^{-9} -> Error permitido
- x = 70 -> valor inicial

Salidas

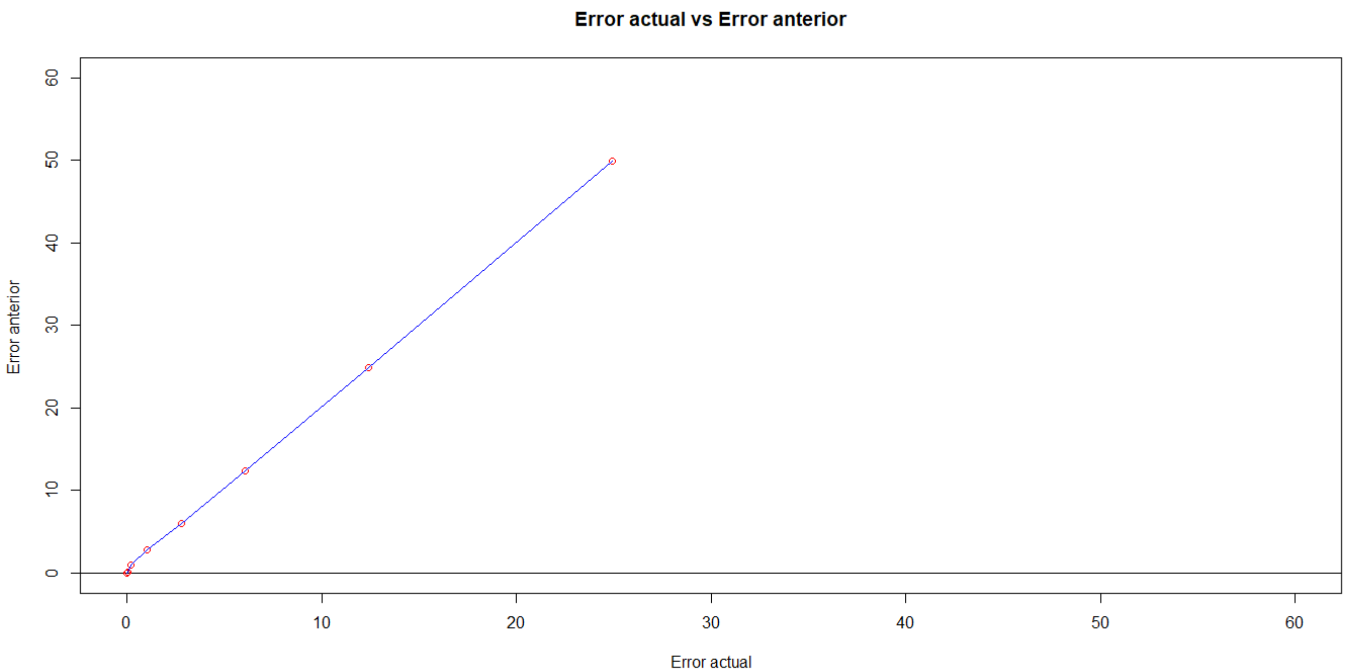

Figura 1: Error actual vs Error anterior

- 2.645751

3. Punto 3

3.1. Problema

Utilizando el teorema de Taylor hallar la aproximación de $e^{0.5}$ con cinco cifras significativas.

3.2. Marco teórico

El teorema de Taylor recibe este nombre debido a que el matemático inglés Brook Taylor lo enunció en 1712. Este teorema se utiliza para aproximaciones polinómicas de una función diferenciable en torno de cierto punto. Genera un resultado bastante aproximado al valor real.[3].

3.3. Valores Utilizados

Entradas

- $f = e^x$ Función a la que se le realizará la aproximacion.
- $x_0 = 0.5$ Valor a evaluar en la función.
- $a = 1$ Valor al rededor de x.

- $n = 6$ Orden del polinomio.

Salida = 1.5487

4. Punto 4

4.1. Problema

Calcule el tamaño del error dado por las operaciones aritméticas, para la solución del siguiente problema:

La velocidad de una particula es constante e igual a 4 m/s, medida de error de 0.1 m/s durante un tiempo de recorrido de 5 seg. medido con error de 0.1 seg. Determine el error absoluto y el error relativo en el valor de la distancia recorrida.

- $v = 4m/s$
- $E_v = 0.1m/s$
- $t = 5s$
- $E_t = 0.1s$
- $d = vt$

4.2. Análisis del problema

Se debe considerar que el error se propaga en las operaciones matemáticas, el cual puede llegar a ser significativo cuando la cantidad de operaciones es grande.

4.3. Valores Utilizados

Entradas

-
- $v = 4m/s$ Velocidad.
- $E_v = 0.1m/s$ Error de medición de la velocidad.
- $t = 5s$ Tiempo recorrido.
- $E_t = 0.1s$ Error de medición del tiempo.
- $d = vt$

Salidas

- $d = 20m$ Distancia recorrida.
- $ea = 0.9$ Tamaño del error dado en las operaciones.
- $er = 4.5\,\%$ Porcentaje de error.

5. Punto 5

5.1. Problema

Evaluar el valor de un polinomio es una tarea que involucra para la maquina realizar un número de operaciones la cual debe ser mínimas. Como se puede evaluar el siguiente polinomio con el número mínimo de multiplicaciones.

$$P(x) = 2X^4 - 3X^2 + 3X - 4 \quad en \quad X_0 = -2 \tag{1}$$

5.2. Marco teórico

Para la solucion del problema se usa el metodo de William George Horner que encuentra la solucion de un polinomio para un valor de x y ademas realiza este procedimiento en la menor cantidad de operaciones.

5.3. Analisis del problema

5.4. Valores Utilizados

- Entradas:
  Los coeficientes que tiene el polinomio: 2, 0,-3, 3, -4
  El valor en x que se debe evaluar: -2
- Salidas:
  Resultados:
  El resultado del polinomio con x = -2 es 10.
  El resultado se hallo con un minimo de 8 operaciones, las cuales son 4 multiplicaciones y 4 sumas.

6. Punto 6

6.1. Problema

Reconstruir la silueta del perrito utilizando la menor cantidad de puntos para reproducir el dibujo del contorno completo del perrito sin bigotes, con la información dada:

Coordenadas:
y=c(3,3.7,3.9,4.5,5.7,6.69,7.12,6.7,4.45,7,6.1,5.6,5.87,5.15,4.1,4.3,4.1,3)
x=c(1,2,5,6,7.5,8.1,10,13,17.6,20,23.5,24.5,25,26.5,27.5,28,29,30)

6.2. Marco teórico

Para este problema se implementara Interpolación, la cual se usa cuando se quiere obtener puntos a partir de un conjunto discreto de puntos conocidos. Es decir puede solucionar la complejidad de una funcion dificil de graficar con una aproximacion de la misma.

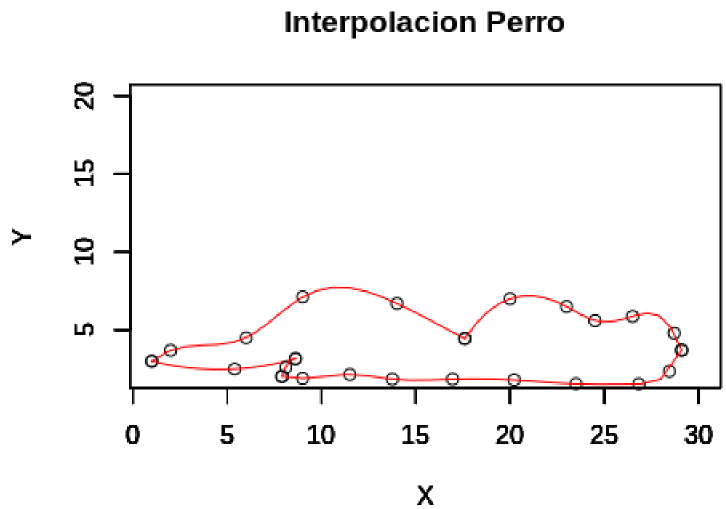

Figura 2: Figura 2. Interpolacion de Perro

6.3. Analisis del problema

Para este caso se usa el ajuste por splines que permite la interpolacion de graficas aproximando los puntos que se le ofrecen.

6.4. Valores Utilizados

Entradas:

x=c(1,2,6,9,14,17.6)
x1=c(17.6,20,23,24.5,26.5,28.7,29.1)
x2=c(28.4,29,29.275)
y=c(3,3.7,4.5,7.12,6.7,4.45)
y1=c(4.45,7,6.5,5.6,5.87,4.8,3.71)
y2=c(5.1,4.1,3)
a=c(1, 5.39, 8.62)
a1=c(7.9,8.1,8.62)
a2=c(7.9,9,11.5,13.76,16.95,20.22,23.5,26.83,28.45,29.1)
ay=c(3,2.5,3.16)
ay1=c(2.03,2.6,3.16)
ay2=c(2.03,1.9,2.15,1.85,1.85,1.8,1.55,1.54,2.35,3.71)

Salidas:

La figura 2: Figura del perro interpolada

Referencias

[1] Information Technology in Teory. Aksoy, P. De Nardis, L. 2009. Cengage Learning

[2] Álgebra moderna - Estructura y método. Dolciani y otros. 1986. Publicaciones Cultural.

[3] Introducción al Análisis Matemático de una variable. Bartle, R. G.; Sherbert, D. R. 1990. Limusa.