# 语法分析

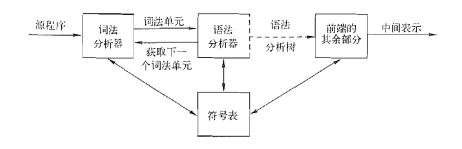
## 魏恒峰

hfwei@nju.edu.cn

2020年11月22日



#### 输入: 词法单元流 & 语言的语法规则



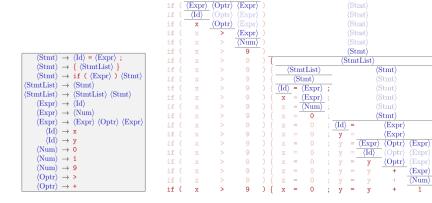
输出: 语法分析树 (Parse Tree)

#### 语法分析举例

(Expr)

(Stmt)

(Stmt)



if (

#### 语法分析阶段的主题之一: 上下文无关文法

```
\langle \text{Stmt} \rangle \rightarrow \langle \text{Id} \rangle = \langle \text{Expr} \rangle;
            \langle Stmt \rangle \rightarrow \{ \langle StmtList \rangle \}
           \langle Stmt \rangle \rightarrow if (\langle Expr \rangle) \langle Stmt \rangle
\langle StmtList \rangle \rightarrow \langle Stmt \rangle
\langle StmtList \rangle \rightarrow \langle StmtList \rangle \langle Stmt \rangle
           \langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Id} \rangle
           \langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Num} \rangle
           \langle \text{Expr} \rangle \rightarrow \langle \text{Expr} \rangle \langle \text{Optr} \rangle \langle \text{Expr} \rangle
                    \langle \mathrm{Id} \rangle \to \mathbf{x}
                    \langle \mathrm{Id} \rangle \to \mathbf{v}
            \langle \text{Num} \rangle \rightarrow 0
            \langle \text{Num} \rangle \rightarrow 1
            \langle \text{Num} \rangle \rightarrow 9
            \langle \text{Optr} \rangle \rightarrow >
            \langle \text{Optr} \rangle \rightarrow +
```

4/40

### 语法分析阶段的主题之二: 构建语法分析树

						(5	$\operatorname{Stmt} \rangle$								
if	(	(Expr)		)	(Stmt)										
if	( \(\bar{\text{Expr}}\)	(Optr)	(Expr)							(St	$\mathrm{mt}\rangle$				
if	$(\frac{\langle \mathrm{Id} \rangle}{})$	(Optr)	(Expr)							(St	mt				
if	( x	(Optr)	(Expr)							$\mathrm{mt} \rangle$					
if	( x	>	(Expr)		$\langle \mathrm{Stmt} \rangle$										
if	( x	>	(Num)		$\langle \mathrm{Stmt} \rangle$										
if	( x	>	9							St	$\mathrm{mt}\rangle$				
if	( x	>	9	) 7	{ \(\stmtList\) \}										
if		>	9		(	Stn	ntList					Stmt		- j	
if		>	9		-		tmt)	_			,	Stmt)			
if		>	9		$\langle \mathrm{Id} \rangle$	=	(Expr)	;				Stmt			
if	( x	>	9		x	_	(Expr)					$\operatorname{Stmt}\rangle$			
if		>	9			=	(Num)					$\operatorname{Stmt} \rangle$			
if		>	9			=	0					$\operatorname{Stmt} \rangle$			
if		>	9					;	$\langle \mathrm{Id} \rangle$	=		(Expr)		<del>;</del> {	
if		>	9		x			;	У	_		(Expr)		: }	
if		>	9						У	=	(Expr		(Expr)	: }	
if		>	9			-			У	=	$\langle \mathrm{Id} \rangle$	(Optr)	(Expr)		
if		>	9						У	=	у	$-\langle \mathrm{Optr} \rangle$	(Expr)		
if		>	9						У		У	+	$\langle \text{Expr} \rangle$		
if		>	9						y			+	(Num)		
	( x	>	9	)	( x	=	0	;	V	=	y	+	1	. 1	
	` "			•				,	J		<b>√</b>		_ B	, , ,	

#### 语法分析阶段的主题之三: 错误恢复



报错、恢复、继续分析

6/40



上下文无关文法

7/40

Definition (Context-Free Grammar (CFG); 上下文无关文法)

上下文无关文法 G 是一个四元组 G = (T, N, P, S):

- ightharpoonup T 是<mark>终结符号</mark> (Terminal) 集合, 对应于词法分析器产生的词法单元;
- ▶ N 是<mark>非终结符号</mark> (Non-terminal) 集合;
- ▶ P 是产生式 (Production) 集合;

$$A \in N \longrightarrow \alpha \in (T \cup N)^*$$

头部/左部 (Head) A: 单个非终结符

体部/右部 (Body)  $\alpha$ : 终结符与非终结符构成的串, 也可以是空串  $\epsilon$ 

▶ S 为开始 (Start) 符号。要求  $S \in N$  且唯一。

$$G=(\{a,b\},\{S\},P,S)$$

$$S \to aSb$$
$$S \to \epsilon$$

$$S \to \epsilon$$

$$G = (\{(,)\}, \{S\}, P, S)$$

$$S \to SS$$

$$S \to (S)$$

$$S \rightarrow ()$$

$$S \to \epsilon$$

- stmt → if expr then stmt

  | if expr then stmt else stmt
  | other
  - 条件语句文法

悬空 (Dangling)-else 文法

$$S \rightarrow \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$$
  
 $S \rightarrow \text{begin } S L$ 

$$S \rightarrow \text{print } E$$

$$L \rightarrow \text{end}$$
  
 $L \rightarrow : S L$ 

$$E \rightarrow \text{num} = \text{num}$$

约定: 如果没有明确指定, 第一个产生式的头部就是开始符号

#### 关于终结符号的约定

- 1) 下述符号是终结符号:
- ① 在字母表里排在前面的小写字母,比如  $a \setminus b \setminus c_o$
- ② 运算符号,比如+、\*等。
- ③ 标点符号,比如括号、逗号等。
- ④ 数字 0、1、…、9。
- ⑤ 黑体字符串,比如 id 或 if。每个这样的字符串表示一个终结符号。

#### 关于**非终结符号**的约定

- 2) 下述符号是非终结符号:
- ① 在字母表中排在前面的大写字母, 比如  $A \setminus B \setminus C$ 。
- ② 字母 S。它出现时通常表示开始符号。
- ③ 小写、斜体的名字, 比如 expr 或 stmt。

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

推导即是将某个产生式的左边替换成它的右边

每一步推导需要选择替换哪个非终结符号, 以及使用哪个产生式

$$E \to E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \implies -E \implies -(E) \implies -(E+E) \implies -(\mathbf{id}+E) \implies -(\mathbf{id}+\mathbf{id})$$

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \implies -E \implies -(E) \implies -(E+E) \implies -(\mathbf{id}+E) \implies -(\mathbf{id}+\mathbf{id})$$

 $E \implies -E$ : 经过一步推导得出

 $E \xrightarrow{+} -(\mathbf{id} + E)$ : 经过一步或多步推导得出

 $E \stackrel{*}{\Rightarrow} -(\mathbf{id} + E)$ : 经过零步或多步推导得出

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \implies -E \implies -(E) \implies -(E+E) \implies -(\mathbf{id}+E) \implies -(\mathbf{id}+\mathbf{id})$$

 $E \implies -E$ : 经讨一步推导得出

 $E \stackrel{+}{\Longrightarrow} -(\mathbf{id} + E) : 经过一步或多步推导得出$ 

 $E \stackrel{*}{\Rightarrow} -(\mathbf{id} + E)$ : 经过零步或多步推导得出

$$E \implies -E \implies -(E) \implies -(E+E) \implies -(E+id) \implies -(id+id)$$

#### Definition (Sentential Form; 句型)

如果  $S \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha$ , 且  $\alpha \in (T \cup N)^*$ , 则称  $\alpha$  是文法 G 的一个句型。

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \implies -E \implies -(E) \implies -(E+E) \implies -(\mathbf{id} + \mathbf{E}) \implies -(\mathbf{id} + \mathbf{id})$$

#### Definition (Sentential Form; 句型)

如果  $S \stackrel{*}{\Rightarrow} \alpha$ , 且  $\alpha \in (T \cup N)^*$ , 则称  $\alpha$  是文法 G 的一个句型。

$$E \to E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \implies -E \implies -(E) \implies -(E+E) \implies -(\mathbf{id} + \mathbf{E}) \implies -(\mathbf{id} + \mathbf{id})$$

#### Definition (Sentence; 句子)

如果  $S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ , 且  $w \in T^*$ , 则称 w 是文法 G 的一个句子。

Definition (文法 G 生成的语言 L(G))

文法 G 的语言 L(G) 是它能推导出的所有句子构成的集合。

$$w \in L(G) \iff S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$$

$$S \to SS$$

$$S \to (S)$$

$$S \to ()$$

$$S \to ()$$
  $S \to \epsilon$ 

$$L(G) =$$

$$S o SS$$
 $S o (S)$ 
 $S o ()$ 
 $S o \epsilon$ 

$$L(G) = \{$$
良匹配括号串 $\}$ 

$$S o SS$$
  $S o (S)$   $S o ()$   $S o \epsilon$ 

$$L(G) = \{$$
良匹配括号串 $\}$ 

$$S o aSb$$
  $S o \epsilon$ 

$$L(G) =$$

$$S o SS$$
 $S o (S)$ 
 $S o ()$ 
 $S o \epsilon$ 

$$S \to aSb$$
 
$$S \to \epsilon$$
 
$$L(G) = \{a^n b^n \mid n \ge 0\}$$

$$L(G) = \{$$
良匹配括号串 $\}$ 

字母表  $\Sigma = \{a, b\}$  上的所有回文串 (Palindrome) 构成的语言

字母表  $\Sigma = \{a, b\}$  上的所有回文串 (Palindrome) 构成的语言

$$S \rightarrow aSa$$
 $S \rightarrow bSb$ 
 $S \rightarrow a$ 
 $S \rightarrow b$ 
 $S \rightarrow b$ 

字母表  $\Sigma = \{a, b\}$  上的所有回文串 (Palindrome) 构成的语言

$$S \rightarrow aSa$$
 $S \rightarrow bSb$ 
 $S \rightarrow a$ 
 $S \rightarrow b$ 
 $S \rightarrow b$ 

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \epsilon$$

$$\{b^n a^m b^{2n} \mid n \ge 0, m \ge 0\}$$

$$\{b^n a^m b^{2n} \mid n \ge 0, m \ge 0\}$$

$$S \to bSbb \mid A$$
$$A \to aA \mid \epsilon$$

$$A \to aA \mid \epsilon$$

 $\{x \in \{a,b\}^* \mid x + a,b$ 个数相同 $\}$ 

22 / 40

 $\{x \in \{a,b\}^* \mid x + a,b$ 个数相同 $\}$ 

$$V \rightarrow aVbV \mid bVaV \mid \epsilon$$

 $\{x \in \{a,b\}^* \mid x + a,b \land x = a,b \land$ 

$$\{x \in \{a,b\}^* \mid x \ \ \mathbf{p} \ \ a,b \ \mathbf{\uparrow}$$
数不同}

$$S \rightarrow T \mid U$$

$$T \rightarrow VaT \mid VaV$$

$$U \rightarrow VbU \mid VbV$$

 $V \rightarrow aVbV \mid bVaV \mid \epsilon$ 

## $\{x \in \{a,b\}^* \mid x + a,b \land x = a,b \land$

$$S \rightarrow T \mid U$$

$$T \rightarrow VaT \mid VaV$$

$$U \rightarrow VbU \mid VbV$$

$$V \rightarrow aVbV \mid bVaV \mid \epsilon$$



练习(非作业):证明之

## 最左 (leftmost) 推导与最右 (rightmost) 推导

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \Longrightarrow_{\operatorname{lm}} -E \Longrightarrow_{\operatorname{lm}} -(E) \Longrightarrow_{\operatorname{lm}} -(E+E) \Longrightarrow_{\operatorname{lm}} -(\operatorname{id} +E) \Longrightarrow_{\operatorname{lm}} -(\operatorname{id} +\operatorname{id})$$

## 最左 (leftmost) 推导与最右 (rightmost) 推导

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \Longrightarrow_{\lim} -E \Longrightarrow_{\lim} -(E) \Longrightarrow_{\lim} -(E+E) \Longrightarrow_{\lim} -(\mathbf{id}+E) \Longrightarrow_{\lim} -(\mathbf{id}+\mathbf{id})$$

$$E \Longrightarrow -E$$
: 经过一步最左推导得出

$$E \stackrel{+}{\underset{lm}{\Longrightarrow}} -(\mathbf{id} + E)$$
: 经过一步或多步最左推导得出

$$E \stackrel{*}{\Longrightarrow} -(\mathbf{id} + E)$$
: 经过零步或多步最左推导得出

## 最左 (leftmost) 推导与最右 (rightmost) 推导

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \Longrightarrow -E \Longrightarrow -(E) \Longrightarrow -(E+E) \Longrightarrow -(\mathbf{id} + E) \Longrightarrow -(\mathbf{id} + \mathbf{id})$$

$$E \Longrightarrow -E$$
: 经过一步最左推导得出

$$E \stackrel{+}{\Longrightarrow} -(\mathbf{id} + E)$$
: 经过一步或多步最左推导得出

$$E \stackrel{*}{\Longrightarrow} -(\mathbf{id} + E)$$
: 经过零步或多步最左推导得出

$$E \Longrightarrow -E \Longrightarrow -(E) \Longrightarrow -(E+E) \Longrightarrow -(E+i\mathbf{d}) \Longrightarrow -(i\mathbf{d}+i\mathbf{d})$$

## Definition (Left-sentential Form; 最左句型)

如果  $S \stackrel{*}{\Longrightarrow} \alpha$ , 且  $\alpha \in (T \cup N)^*$ , 则称  $\alpha$  是文法 G 的一个最左句型。

$$E \Longrightarrow -E \Longrightarrow -(E) \Longrightarrow -(E+E) \Longrightarrow -(\mathbf{id}+E) \Longrightarrow -(\mathbf{id}+\mathbf{id})$$

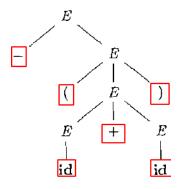
Definition (Right-sentential Form; 最右句型)

如果  $S \xrightarrow{*} \alpha$ , 且  $\alpha \in (T \cup N)^*$ , 则称  $\alpha$  是文法 G 的一个最右句型。

$$E \Longrightarrow -E \Longrightarrow -(E) \Longrightarrow -(E+E) \Longrightarrow -(E+i\mathbf{d}) \Longrightarrow -(i\mathbf{d}+i\mathbf{d})$$

### 语法分析树

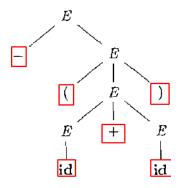
语法分析树是静态的,它不关心动态的推导顺序



一棵语法分析树对应多个推导

### 语法分析树

语法分析树是静态的, 它不关心动态的推导顺序



一棵语法分析树对应多个推导

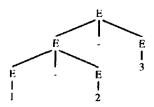
但是,一棵语法分析树与最左(最右)推导一一对应

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$$

1 - 2 - 3 的语法树?

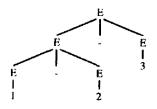
$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$$

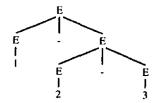
1 - 2 - 3 的语法树?



# $E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$

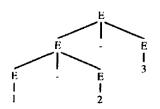
## 1 - 2 - 3 的语法树?

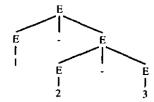




#### $E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$

#### 1 - 2 - 3 的语法树?





# Definition (二义性(Ambiguous) 文法)

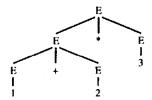
如果 L(G) 中的**某个**句子有一**个以上**语法树/最左推导/最右推导,则文法 G 是二义性的。

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$$

1 + 2 \* 3 的语法树?

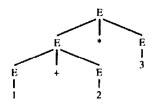
$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$$

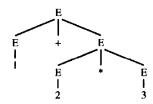
1 + 2 \* 3 的语法树?



$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{number}$$

$$1 + 2 * 3$$
 的语法树?





- $stmt \rightarrow if expr then stmt$ 
  - if expr then stmt else stmt
  - **∣** other
    - "悬空-else" 文法

if  $E_1$  then if  $E_2$  then  $S_1$  else  $S_2$ 

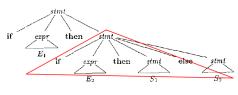
 $stmt \rightarrow if expr then <math>stmt$ 

if expr then stmt else stmt

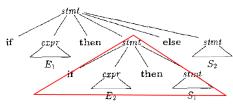
[ other

"悬空-else" 文法

if  $E_1$  then if  $E_2$  then  $S_1$  else  $S_2$ 



if  $E_1$  then (if  $E_2$  then  $S_1$  else  $S_2$ )



if  $E_1$  then (if  $E_2$  then  $S_1$ ) else  $S_2$ 

## 二义性文法

不同的语法分析树产生不同的语义



### 二义性文法

不同的语法分析树产生不同的语义



任何语法分析器都无法解析二义性文法

#### 二义性文法

Q:如何识别二义性文法?

Q: 如何消除文法的二义性?

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{number}$$

# 四则运算均是左结合的

优先级: 括号最先, 先乘除后加减

二义性表达式文法以**相同的方式**处理所有的算术运算符 要消除二义性, 需要**区别对待**不同的运算符

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$$

# 四则运算均是左结合的

优先级: 括号最先, 先乘除后加减

二义性表达式文法以**相同的方式**处理所有的算术运算符 要消除二义性,需要**区别对待**不同的运算符

将运算的"先后"顺序信息编码到语法树的"层次"结构中

$$E \rightarrow E + E \mid \mathbf{id}$$

$$E \rightarrow E + E \mid \mathbf{id}$$

$$E \to E + T$$

 $T \rightarrow id$ 

左结合文法

33 / 40

$$E \rightarrow E + E \mid \mathbf{id}$$

$$E \rightarrow E + T$$

 $T \rightarrow id$ 

左结合文法

$$E \rightarrow T + E$$

 $T \rightarrow id$ 

右结合文法

$$E \rightarrow E + E \mid \mathbf{id}$$

$$E \rightarrow E + T$$

 $T \rightarrow id$ 

左结合文法

$$E \rightarrow T + E$$

 $T o {f id}$ 

右结合文法

使用左(右)递归实现左(右)结合

33 / 40

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E 
ightarrow E + T \mid T$$
  $T 
ightarrow T * F \mid F$   $F 
ightarrow (E) \mid \mathbf{id}$ 

括号最先, 先乘后加文法

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$$

$$E \to E + T \mid E - T \mid T$$
$$T \to T * F \mid T/F \mid F$$

 $F \rightarrow (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{number}$ 

#### 无二义性的表达式文法

E: 表达式(expression); T: 项(term) F: 因子(factor)

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid number$$

$$E 
ightarrow E + T \mid E - T \mid T$$
  $T 
ightarrow T * F \mid T/F \mid F$   $F 
ightarrow (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{number}$ 

#### 无二义性的表达式文法

E: 表达式(expression); T: 项(term) F: 因子(factor)

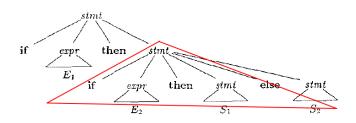
将运算的"先后"顺序信息编码到语法树的"层次"结构中

 $stmt \rightarrow if expr then stmt$ 

if expr then stmt else stmt

other

if  $E_1$  then if  $E_2$  then  $S_1$  else  $S_2$ 



"每个else与最近的尚未匹配的then匹配"

36 / 40

# 图 4-10 if-then-else 语句的无二义性方法

# Thank You!



Office 926 hfwei@nju.edu.cn