

实验 泰伯效应实验

传统的成像都需要借助透镜等成像元件来实现，而泰伯效应则是一种无透镜的自成像现象。1938年，泰伯发现当用一束单色平面光照射光栅时，在光栅后面特定距离处会出现光栅清晰的像。用其他周期性的透明物体代替光栅，其现象依然存在。而用非周期性的物体，则不能成像。泰伯效应后期被研究并应用于光学信息处理，光学测量，阵列照明，光学互联，物质波自成像干涉，激光阵列锁相，无损检测和光学联络等衍射光学理论研究和设备设计。

一、实验目的

- 1、学习液晶光阀系统的工作原理和实验搭建方法，并手动调试液晶光阀系统；
- 2、学习如何使用液晶光阀，在光路中加载需要的物体信息；
- 3、学习泰伯效应的原理，观察光栅自成像现象，观察不同位置的光栅衍射图样。
- 4、利用本实验装置的测量泰伯距离，进而求出液晶光阀单个像素的尺寸。

二、实验原理

泰伯效应是指当光波经过周期性物体（如光栅）衍射后，在周期性物体后面特定距离处，会出现物体的衍射自成像。为了方便起见，我们假设这个周期性物体为朗奇光栅 G_1 ，周期为 p 。所谓朗奇光栅，是指在一个周期内，其通光部分 a 和不通光部分 b 长度相等。

$$a = b = \frac{p}{2} \quad (1)$$

通光部分的透过率 $t=1$ 。则以傅里叶级数表示其振幅通过率函数为：

$$g_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_n \exp\left(\frac{i2\pi}{p} nx\right) \quad (2)$$

其中 $n = 0, \pm 1, 2, \dots$

因为平面波为球面波的一种特殊形式，下面首先分析球面波入射朗奇光栅的状态。

2.1 球面波入射的朗奇光栅的泰伯效应

设一球面波在自由空间传输，其入射到朗奇光栅 G_1 前面时的光场分布为：

$$u(x, y, R) = \frac{B_0}{R} \exp\left\{\frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2R} \right]\right\} \quad (3)$$

其中 R 为球面波的半径； α ， β 为入射方向与 x 方向， y 方向的夹角；传播方向为 z 方向； B_0 为球面波在此位置的振幅。

此球面波经过朗奇光栅后，其复振幅分布为：

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u(x, y, R) \cdot g_1(x, y) \\ &= \frac{B_0}{R} \exp\left\{\frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2R} \right]\right\} \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_n \exp\left(\frac{i2\pi}{p} nx\right) \end{aligned} \quad (4)$$

如果只考虑 $n=0$ ， $n=+1$ 和 $n=-1$ 这三项时，可以简化为：

$$\begin{aligned}
u(x, y) = & \frac{A_0 B_0}{R} \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2R} \right] \right\} \\
& + \frac{A_1 B_0}{R} \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda R \sin \alpha}{p} - \frac{\lambda^2 R}{2p^2} \right) \right] \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha + R\lambda/p)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2R} \right] \right\} \\
& + \frac{A_{-1} B_0}{R} \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} \left(-\frac{\lambda R \sin \alpha}{p} - \frac{\lambda^2 R}{2p^2} \right) \right] \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha - R\lambda/p)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2R} \right] \right\}
\end{aligned} \quad (5)$$

由上式可看出，球面波透过朗奇光栅后，衍射光分裂为三个球面波，朗奇光栅后的衍射光场可近似看做这三个球面波的叠加。则光栅后距离为 d 处的光场分布可写为：

$$\begin{aligned}
u(x, y, d) = & \frac{A_0 B_0}{R+d} \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2(R+d)} \right] \right\} \\
& + \frac{A_1 B_0}{R+d} \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda R \sin \alpha}{p} - \frac{\lambda^2 R}{2p^2} \right) \right] \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha + R\lambda/p)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2(R+d)} \right] \right\} \\
& + \frac{A_{-1} B_0}{R+d} \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} \left(-\frac{\lambda R \sin \alpha}{p} - \frac{\lambda^2 R}{2p^2} \right) \right] \exp \left\{ \frac{i2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - R \sin \alpha - R\lambda/p)^2 + (y - R \cos \beta)^2}{2(R+d)} \right] \right\}
\end{aligned} \quad (6)$$

我们假设正负一级的衍射光振幅相等，即 $A_{+1}=A_{-1}$ ，且只考虑 x 轴一维的情况，则光栅后距离为 d 处的光场分布为：

$$\begin{aligned}
I(x, y, d) &= u(x, y, d) \cdot u^*(x, y, d) \\
&= C_0 + C_1 \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{Rd\lambda^2}{2p^2(R+d)} \right) \right] \cos \left[\frac{2\pi}{p} \left(\frac{Rx}{2(R+d)} + \frac{dR \sin \alpha}{R+d} \right) \right] + O(x)
\end{aligned} \quad (7)$$

其中 C_0 , C_1 为常数项， $O(x)$ 为 x 的高频项。

2.2 平面波入射的泰伯效应

我们把情形推广到平面波，对于平面波，令 $R \rightarrow \infty$ ，则上式转化为：

$$I(x, y, d) = C_0 + C_1 \cos \left(2\pi \frac{\lambda d}{2p^2} \right) \cos \left(\frac{2\pi}{p} x + d \sin \alpha \right) + O(x) \quad (8)$$

当满足 $2\pi \frac{\lambda d}{2p^2} = m\pi$, $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 时：

$$\cos \left(2\pi \frac{\lambda d}{2p^2} \right) = \pm 1 \quad (9)$$

则光波的光强分布的周期为 p ，和原物体相同。此时的衍射像为和原物周期相同的清晰像，称为原光栅 G_1 的泰伯像。对应的距离

$$d = \frac{mp^2}{\lambda}, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (10)$$

当 m 为偶数时，对应的为正像；当 m 为奇数时，对应的像为负像。
相邻两像之间的距离为：

$$d_0 = \frac{p^2}{\lambda} \quad (11)$$

称为泰伯距离。

2.3 分数泰伯效应

另外，在光栅后分数泰伯距离处：

$$d = \frac{d_0}{n}, n=2,3,\dots \quad (12)$$

衍射光场的分布也有一定的特殊性，

$$u\left(x, d = \frac{d_0}{n}\right) = \frac{\exp(ikd)}{i\lambda d} \sum_{-\infty}^{+\infty} C(L, n) t_0(x - Ld/n) \quad (13)$$

可见， $u\left(x, d = \frac{d_0}{n}\right)$ 由一组函数的和构成，且该函数 $C(L, n) t_0(x_0)$ 在 x 方向上按照 Ld/n 这个因素

变化。从这个公式看出可以通过系数 $C(L, n)$ 来描述所有衍射图像，研究 $C(L, n)$ 的性质有助于分数泰伯距离处的光场性质研究。在本实验中暂时不展开对分数泰伯效应的研究，感兴趣的可以查阅相关资料，并可以用本实验装置进行初步研究。

2.4 液晶光阀的工作原理

液晶是一种有机高分子化合物，既有晶体的取向特性，又有液体的流动性。当晶体分子有序排列时表现出光学各向异性：光矢量沿分子长轴方向时具有较大的非常光折射率 n_e ；而垂直分子长轴方向为寻常光折射率 n_o （针对 P 型液晶材料）。把两块玻璃合在一起，中间用一定厚度的间隔层控制玻璃间的距离，再在间隔中充满液晶，便形成一液晶盒。液晶盒玻璃内表面经一定方法处理之后，可以使盒中的液晶分子长轴沿一定方向排列。此时液晶盒和一块用晶体做成的相位器相仿，晶轴方向即为分子长轴方向。若在组成液晶盒的两玻璃间加一定电压，盒里的液晶分子在电场的作用下会沿着电场方向排列，即光轴方向沿着电场方向偏转一个角度 θ ， θ 是所加电压 V 的函数。由此实现了电场控制的双折射效应的变化，沿光传播方向的折射系数 n_o 和 n_e 发生变化，有关系式

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_e^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_o^2} \quad (14)$$

液晶光阀正是利用此特点制作的器件。

图 1 所示液晶光阀（LCTV）是利用液晶混合场效应制成的一种透射式电寻址空间光调制器。它是一个由多层薄膜材料组成的夹层结构。在两片玻璃衬底 1 和 9 的里面是两层氧化物制成的透明电极 2 和 8。低压电源 E （一般取电压值在 $0 \sim 5V$ ）就接在透明电极上。液晶层 5 的两边是液晶分子取向膜层 3 和 7 的方向互相垂直，起到液晶分子定向和保护液晶层的作用。液晶层 5 的厚度由衬垫 4 和 6 的间隙决定，一般取 $d < 10 \mu m$ ，很多情况下 d 仅为 $2 \mu m$ 。

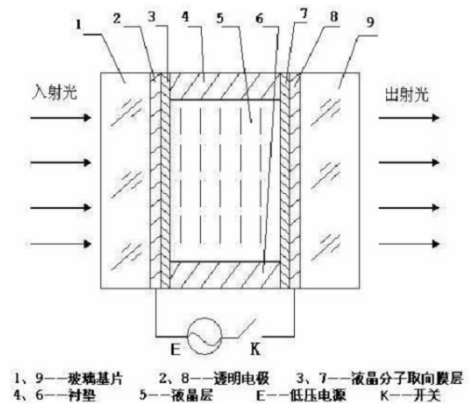


图 1 液晶光阀结构示意图

利用 90° 扭曲向列型液晶的液晶光阀与起偏器、检偏器一起组成一个空间光调制器（LC-SLM），如图 2.2 所示。控制液晶像素电光效应的实际电压值，是由液晶光阀驱动以 60Hz 的频率矩阵式扫描两边的像元电极来决定的。

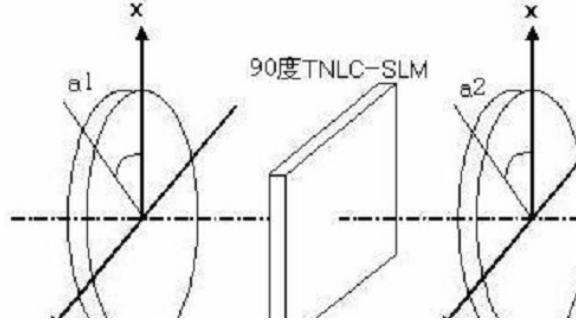


图 2 LC-SLM 结构示意图

偏器与检偏器的偏振轴与 x 轴的夹角分别表示为 α_1 和 α_2 ，由琼斯矩阵算法可以得到输出光束的光强透射率的表达式：

$$T = \left[\frac{\pi}{2r} \sin(r) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + \cos(r) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \right]^2 + \left[\frac{\beta}{2r} \sin(r) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \right]^2 \quad (14)$$

$$\text{其中 } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} [n_e(\theta) - n_0], \quad r = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \beta^2}$$

当 $\alpha_1=0$ ， $\alpha_2=90^\circ$ 或 $\alpha_1=90^\circ$ ， $\alpha_2=0$ 时，有 $T = 1 - (\pi/2r)^2 \sin^2(r)$

当 $\alpha_1=\alpha_2=0$ 时，有 $T = (\pi/2r)^2 \sin^2(r)$

当 $\alpha_1=\alpha_2=45^\circ$ 时，有 $T = \sin^2(r)$

因此改变起偏器和检偏器的偏振轴 α_1 和 α_2 ，我们就可以得到不同的电光效应曲线，即输出光强与所加电压的关系曲线。

当液晶层两边为 0 时，液晶分子取向在两液晶分子取向层表面处都是跟取向层的方向一致，并且它们的长轴方向相差 90° 。此时，起偏器的方向跟液晶层的入射面的取向层方向一致。透过起偏器的线偏光，随着液晶分子取向的偏转，旋转 90 度，这叫做旋光效应。若检偏器与起偏器方向垂直，光线全部透过检偏器，因此透明（如图 3 中的 a 所示）。若检偏镜平行于起偏镜，光线被检偏镜阻挡，此时不透明。

当加上比较大的电压值如 5 伏时，受所加电场的控制，液晶分子的倾角发生了变化，趋向于垂直于液晶光阀表面，旋光效应消失。此时，起偏镜的方向跟液晶层的入射面的取向层方向一致，透过起偏器的线偏光，透过液晶层不发生旋转。若检偏器方向与起偏器方向垂直，光线被检偏镜阻挡，因此输出光强为最小值（如图 3 中的 c 所示）。若检偏器平行于起偏器，光线最大程度透过检偏器，因此输出光强为最大值。

对于加其它的中间电压值的液晶像素，液晶分子的倾角为中间值，相应的输出光强也就介于最

大值与最小值之间（如图 3 中的 b 所示）。这样输出光束的光强空间分布就按照液晶光阀上的电压值的空间分布被调制。

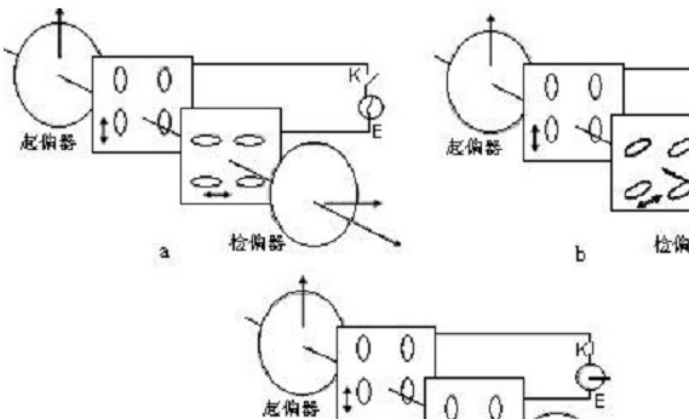


图 3 不同电压下的液晶像素状态

2.5、用液晶光阀加载图像

一般实际使用的液晶光阀，都是做成矩阵式的。做成一个个小的像素单元，然后按矩阵方式排列。此实验使用的液晶光阀，其像素单元为 1024×768 个，横向单元为 1024 个，纵向为 768 个。每个像素单元有单独的电极加载电压，控制其液晶的电场。当起偏器和检偏器为正交 90° 配置时，类似图 3 所示，就可以控制其透过率。

本实验所用的液晶光阀系统，有一个控制电箱来控制液晶光阀上各个像素的电压。控制电箱输入的控制信号为 VGA 的视频信号，比如分辨率为 1024×768 的图像信号，然后控制电箱根据图片不同像素的亮度，转换成对应的电压，加载在该像素对应的液晶单元上。像素对应的液晶单元透过率和此像素的亮度一一对应。如果平面波光束此时通过液晶光阀，则其透过率分布和图像信号的亮度一一对应，也就实现了将图像信息加载到光路中。通过设计不同的图像信号，就可以将不同的物体信息加载到光路中，在信息光学的研究中，液晶光阀是一个很实用和方便的工具。

三、实验内容

3.1 实验仪器

泰伯效应实验系统的仪器如下图所示：

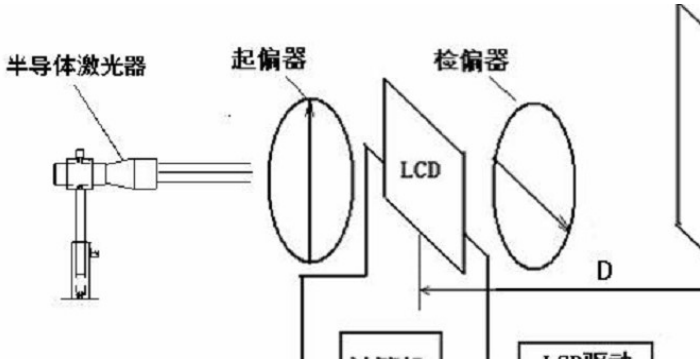


图 4 泰伯效应实验系统部件图示

主要仪器设备包括 1、出射平行光的 650nm 的半导体激光器；2、液晶光阀 LCD 及连接排线；3、液晶光阀控制电箱及电源线；4、起偏器及检偏器各一；5、CCD/CMOS 相机及数据线；6、视频分频器及数据线；7、导轨、滑座等支撑部件。

3.2、实验步骤

3.2.1 搭建和调试液晶光阀实验系统

- (1) 按照图 4 所示，确定各部件名称和对应的实物。
- (2) 打开激光器电源，取下导轨上除了液晶盒以外的所有器件（底座可以保留），调整激光器的方向及支杆高度使得光束照射液晶光阀像面的中心，同时保持光束与导轨平行。液晶盒沿导轨移动时，光斑应该打在液晶盒近似同一位置。
- (3) 在光路放入起偏器和检偏器，由于激光器出射为偏振光，旋转起偏器使出射光达到最强（粗略）
- (4) 取下液晶盒，旋转检偏器，使检偏器后出射光强近似最小。然后仔细微调检偏器，使出射光强最小。
- (5) 在起偏器和检偏器中间插入液晶盒，将液晶盒数据排线和控制电箱相连。起偏器和检偏器尽量靠近液晶盒。将电脑主机显卡或者主板的视频 VGA 信号输出，用 VGA 连接线和 VGA 分频器相连。VGA 分频器就是将一路视频信号，分成两路或者四路的器件。显卡视频信号和 VGA 分频器的输入端相连，分频器一路输出端连接显示器，另一路输出端连接液晶光阀控制电箱。这样，显示器上和液晶光阀上视频信号相同，就可以通过显示器检测液晶光阀上的图形。
- (6) 设置电脑图像的分辨率为 1024x768，设置刷新率为 60Hz。这时显示器图像和液晶光阀上同步。
- (7) 选择不同的图形显示，通过白纸等放在检偏器后观察观察光路中的图像是否和显示器图形相同。检测液晶光阀工作状态。如不能正常显示，按一下控制电箱的“复位”按钮，看是否恢复正常。如还不能回复正常，一般是数据连接的问题。检查从液晶盒一直到主板的连接线，看哪里有接触不良的问题。

3.2.2 使用液晶光阀在光路中加载光栅

液晶光阀上的图像是由电脑控制的，所以为了方便起见，我们编写一个小程序，来生成朗奇光栅图像。然后将该图像全屏显示，在液晶光阀上就可以显示朗奇光栅了。近平面光束通过液晶光阀，就将光栅图像加载到了光路中。

- (1) 按 2.1 的调试步骤，调试好光路和液晶光阀。
- (2) 启动软件，打开液晶光阀的控制功能。如图 5 所示。
- (3) 选择光栅的方向“横向”“纵向”，先选择“横向”。然后选择光栅的条纹的宽度和高度，单位都是像素。这里需要注意的是，宽度指的是单个光栅亮条纹或者暗条纹的宽度。比如选择“8”，则光栅周期应该是单个亮条纹宽度的两倍，即“16”个像素。个数即光栅条纹的个数。
- (4) 设置合适的光栅宽度高度和条纹数，然后点击“视图”下拉菜单中的“全屏显示”。

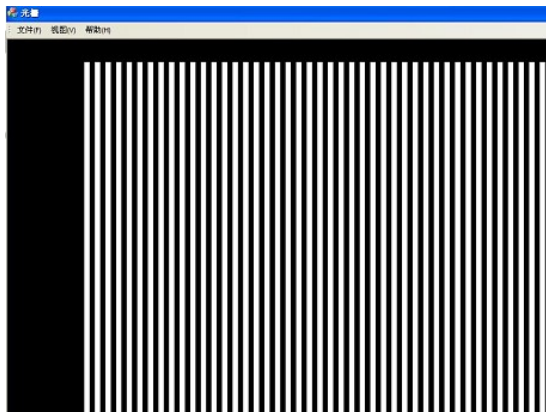


图 5 朗奇光栅生成程序界面截图

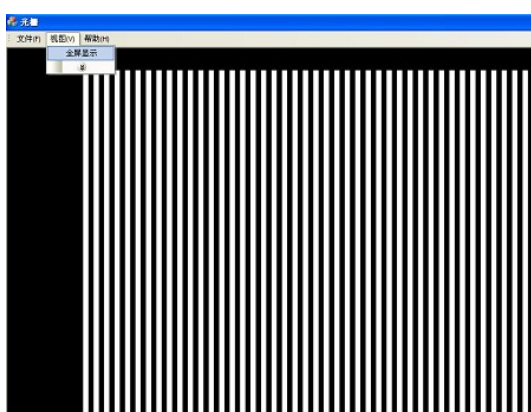


图 6 朗奇光栅生成程序“全屏显示”界面

(5) 此时，设置好的光栅就已经加载到光路中。可以拿一张白字，放在光路中前后移动，观察加载的图像是否正确。

3.2.3 用相机和软件辅助观测泰伯像

(1) 将相机放入光路中，相机旋上遮光附件，相机位置在检偏器的后面。调整相机的高度，使光栅的衍射图像的中心和相机的感光中心重合。将相机的 USB 线和电脑相连，启动泰伯效应的软件。设备的驱动和软件请提前安装好。

(2) 打开“设置”菜单，设置光栅的方向“横向”“纵向”，方向和生成光栅的方向一致，这里参考上面先设置成“横向”。

设置左下角直方图的显示步长，一般默认选择“0.02”。

根据图像的亮度，选择合适的曝光时间。一般以亮度尽量，又不溢出为宜。需要提醒的是，相机的曝光时间是内置档位的，也就是不是完全连续变化的，所以小的数值变化，可能亮度没有变化。需要调节一个合适的变化量。一般的曝光时间在 200us 附近为宜，也可以根据需要自行调节。设置测量显示区域的范围，相机的分辨率为 1280x1024，可以选择小于这个范围的合适范围作为测量区域。

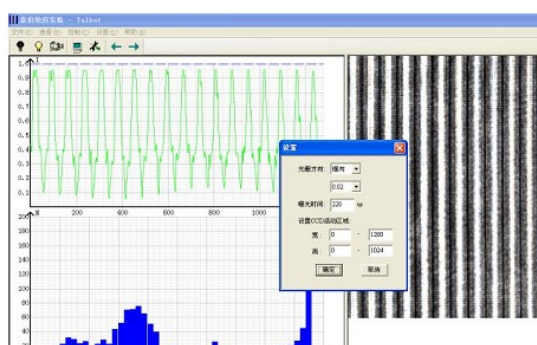
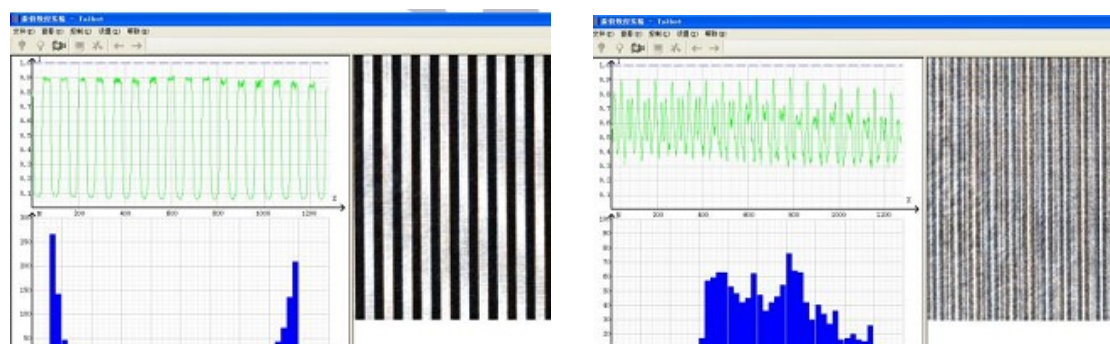


图 7 软件设置界面

(3) 设置完成后，可以通过实时图像观察相机采集到的衍射图像。可以根据观察的结果重新调整相机的位置和软件的设置。

(4) 分别采集暗电，峰电（相应的把光栅图像改为全黑，全白）；然后点击图标开始实时测量。沿导轨从前往后缓慢移动相机，观察衍射图样的变化。

软件界面的右方为实时图像；左上角为横向亮度的截图；左下角为按照亮度高低的分布图，横坐标为相对亮度，从零到一，纵坐标为对应的像素点数。设置里面的显示步长，就对应此直方图横坐标的显示步长。



a、泰伯像位置截图

b、非泰伯像位置截图

图 8 软件测试界面

(5) 在泰伯像的位置，可以看到对比度分明的泰伯像，如上图 8 a 所示。图像对比分明，且在暗

条纹中没有其他细小的亮条纹。而图 8 b，则是其他位置的图像截图。前后仔细移动相机，找到最佳的成像位置。也可以用左下角的 Q 值来参考找到最佳位置，当 Q 值最大时，效果最佳。记录此时的泰伯像的位置，导轨上此时相机滑座对应的坐标值。

- (6) 继续往后移动导轨，测量另外两个泰伯像的位置，并记录下来。
- (7) 改变光栅的宽度，比如像素宽度“7”“8”“9”。重复上述步骤，记录下泰伯像的位置信息。
- (8) 将上述实验数据计入下面的实验记录，并计算相应的泰伯距离。并根据公式计算像素大小。
- (9) 上述测量的是横向的光栅，也可以测量纵向的光栅，并分析数据的异同。将光栅生成界面的光栅方向选择为纵向，然后数据分析的设置界面的方向也选择为纵向。然后重复上述过程，求得液晶光阀纵向的像素大小。
- (10) 在光路中加入成像透镜，选择合适位置，将光栅像成像到相机上。观察经过透镜成的像，和通过光栅衍射的泰伯像有何异同。

3.3、实验数据和处理

设连续三个泰伯像的位置坐标为 d_1 ， d_2 ， d_3 ，则泰伯距离：

$$d_0 = \frac{(d_2 - d_1) + (d_3 - d_2)}{2} = \frac{d_3 - d_1}{2}$$

设液晶光阀的单个像素尺寸为 p_0 ，亮条纹宽度为 N 个像素，则光栅周期：

$$p = 2Np_0$$

由公式 $d_0 = \frac{p^2}{\lambda}$ 和上述公式，可推出液晶光阀单个像素尺寸：

$$p_0 = \frac{\sqrt{\lambda d_0}}{2N}$$

根据不同光栅宽度测量得到的像素尺寸，可得到像素尺寸的平均值。

表 1：泰伯效应实验结果记录

$\lambda=650\text{nm}$				
		第一次测量	第二次测量	第三次测量
泰伯像位置 (mm)	d_1			
	d_2			
	d_3			
泰伯距离 d_0 (mm)	$d_0 = \frac{d_3 - d_1}{2}$			
条纹宽度	N			
单个像素尺寸 (μm)	$p_0 = \frac{\sqrt{\lambda d_0}}{2N}$			
像素平均值	\bar{p}_0			

四、实验注意事项

- 1、实验装置光学元件较多，请保持光学元件的表面清洁，切勿用手触摸，尤其是相机的感光芯片。其他的如激光器出光口，偏振片，液晶盒窗片等。
- 2、当光学元件表面有灰尘或污渍手指印等，可以用长绒棉蘸混合液（乙醚酒精 4:1 混合）等沿一个方向擦拭。也可以按照其他清洁光学元件的方法来清洁。
- 3、激光器对人眼有损伤，切勿直视激光器，或者将激光器出光方向对着人。