- 本注解以授课教授讲义为主，参考《大学物理通用教程·热学》（第二版）（北京大学出版社）
- 包括两部分内容: **Part I** -为易错或较难的作业题解答，**Part II** -补充一些视角

Part I：（部分）习题解答

:) 大部分同学对本章作业题顺利完成，有几位同学没有攻克习题**3.9**，甚至说连参考答案都看不懂（-_-!），以下是我的注解：

习题3.9

解析：如果阅读了课本p105-107页，这道题似乎也不是很难。题文的意思是：若有90%的电子的自由程超过了20cm，问此时显像管压强是多少。自由程的分布函数已经由课本(3.16)式给出(关于此公式的注解见备注)

$$P(\lambda)=\frac{1}{\bar{\lambda}}e^{-\frac{\lambda}{\bar{\lambda}}}$$

那么自由程λ大于L的概率

$$F(\lambda>L)=\int_L^{\infty}P(\lambda)\mathrm{d}\lambda=e^{-L/\bar{\lambda}}.$$

另外我们考察从阴极管出来的电子束与稀薄气体分子的碰撞过程，可以利用(3.7)-(3.8)公式，电子的平均自由程

$$\bar{\lambda}=\frac{\bar{v}}{\bar{Z}}=\frac{\bar{v}}{n\sigma\bar{u}}$$

需要注意的是，这里电子的尺寸可以忽略（在电子看来，分子就是庞然大物），求散射截面只需带入空气分子的半径d/2。另外粒子间的相对运动速度$\bar{u}$近似为电子的速度$\bar{v}$。对于空气分子数密度n利用$n=p/k_BT$即可。由这些

公式联立便可以得到压强的表达式

$$p=-\frac{4k_BT}{\pi d^2L}lnF(\lambda>L)$$

带入数据可解得真空度至少为$3.1\times10^{-2}Pa$。

备注：

1. 课本中气体分子碰撞的概率分布的推导非常漂亮（似乎讲义中没作要求），我们可以探讨一下。要得到分布同样从$\lambda-\lambda+\mathrm{d}\lambda$入手，实际上就是计算已运动了$\lambda$距离后在又一小段$mathrmd\lambda$长度内发生碰撞的粒子百分比，这个比率应当和碰前粒子数和碰撞的长度成比例。之后就是一些数学过程了。其实，从这个概率分布的推导过程我们可以看出，气体分子内部仍然是遵循着牛顿运动定律，在我们需要的时候可以追踪这些粒子的轨迹（虽然在推导麦克斯韦分布律时我们完全没有利用这些细节）。进一步地，我们说气体分子满足统计规律性，但不代表我们没有办法知道这些粒子的确切运动状态，如果我们知道了分子的初态和边界，完全可以预测这些粒子的位置和速度，只是我们不关心罢了（当然，目前没有计算机能够处理个体数多达10^{22}量级的系统）。
2. 在显像管中电子碰撞气体分子传递能量，气体分子的热运动又把能量传给显像管的壁，产生加热效果。所以，在隔绝热的需求中，高真空度非常重要，否则气体的热运动会造成很大的漏热，例如低温实验中的液氦杜瓦、生活中暖水壶的内胆。

Part II：多说几句

课本和讲义中给出分子的平均自由程时说，麦克斯韦速度分布律能证明两分子的相对运动速度$\bar{u}=\sqrt{2}\bar{v}$，不知道有没有人好奇究竟是怎么得到的？如何从速度分布律得到相对速度分布律呢？这里提供示例性地推导，感兴趣的往下看~

设分子的速度v的分量$v_i(i=x,y,z)$。麦克斯韦速度分布律给出平衡态时，

$$f(v_i)=(\frac{m}{2\pi kT})^{1/2}e^{-m_i^2/2kT}$$

速度为v的分子和另一v'的分子相对速度$u=v'-v$，分量形式

$u_i = v_i' - v_i$，则

$$f(u_i) = \int_{-\infty}^{\infty} f(-v_i) f(u_i + v_i) \mathrm{d}v_i = \frac{m}{2\pi kT} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m}{2kT}[2(\frac{u_i}{2}+v_i)^2 + \frac{1}{2}u_i^2]} \mathrm{d}v_i$$

做变量替换$x^2 = \frac{m}{2kT}[2(\frac{u_i}{2}+v_i)^2 + \frac{1}{2}u_i^2]$，再利用积分公式$\int_0^\infty e^{-x^2}\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$可以得到相对运动速率分布律

$$f(u_i) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{\pi kT}} e^{-\frac{mu_i^2}{4kT}}$$

然后利用方向无关性，可以得到相对速度分布律

$$f(u) = \int f(u_x) f(u_y) f(u_z) u^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi = (\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{\pi kT}})^3 4\pi e^{-\frac{mu^2}{4kT}} u^2$$

这样可以求平均相对速率

$$\bar{u} = \frac{\pi}{4}(\frac{m}{\pi kT})^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty e^{-\frac{mu^2}{4kT}} u^2 2u\mathrm{d}u,$$

令$x = u^2$，再用积分公式$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\mathrm{d}x = \frac{n!}{a^{n+1}}$就可以得到

$$\bar{u} = 4\sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = \sqrt{2}\bar{v}.$$

> Last Modified: 2014-10-20