

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине
«Дискретные системы управления»

по теме:
МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Студент:
Группа № R3435
Вариант №8

Зыкин Л. В.

Предподаватель:
доцент

Краснов А. Ю.

Санкт-Петербург
2025

1 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕМЕНТА НА НЕПРЕРЫВНУЮ СИСТЕМУ

1.1 Постановка задачи

Вариант: 8. Для схемы на рис. 1 заданы параметры: период дискретизации $T = 0,2$ с, усиление непрерывной части $K_{CO} = 3,4$. Требуется:

- (a) Реализовать схему в среде моделирования (Python/NumPy/Matplotlib). Для дискретного звена использовать экстраполятор нулевого порядка (ZOH).
- (b) Подбором коэффициента обратной связи K_{FB} найти границы устойчивости (нейтральная и колебательная) замкнутой системы. Построить переходные характеристики выхода.
- (c) Сделать вывод о влиянии ZOH на устойчивость замкнутой системы.
- (d) Исследовать влияние K_{FB} на колебательность процесса: найти значения, соответствующие максимальной колебательности и отсутствию колебаний; построить переходные процессы.
- (e) Найти значение K_{FB} , обеспечивающее оптимальный по быстродействию процесс; представить переходные характеристики.

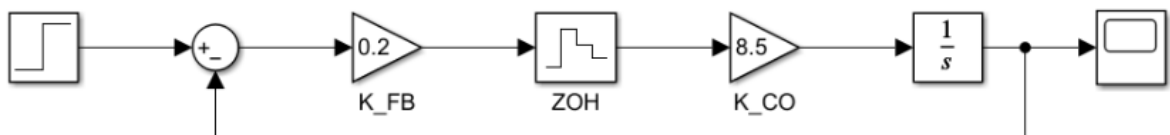


Рисунок 1 — Структурная схема моделирования задания 1 (иллюстрация из методички).

1.2 Математическая модель

Непрерывная часть имеет передаточную функцию вида

$$W_c(s) = \frac{K_{CO}}{s}, \quad K_{CO} = 3,4.$$

При ZOH-дискретизации и замыкании по K_{FB} дискретная динамика для состояния интегратора описывается

$$x_{k+1} = (1 - TK_{CO}K_{FB})x_k + TK_{CO}, \quad y_k = x_k,$$

где собственное число замкнутой системы $a = 1 - TK_{CO}K_{FB}$.

1.3 Ход моделирования

Реализация выполнена в скрипте `python/task1.py`. Скрипт формирует переходные процессы для различных значений K_{FB} и сохраняет рисунки в папку `images/task1/`.

(b) Границы устойчивости

Границы по условию $|a| = 1$ дают $K_{FB} = 0$ (нейтральная) и $K_{FB} = \frac{2}{TK_{CO}} = 2/(0,2 \cdot 3,4) \approx 2,941$ (колебательная, $a = -1$).

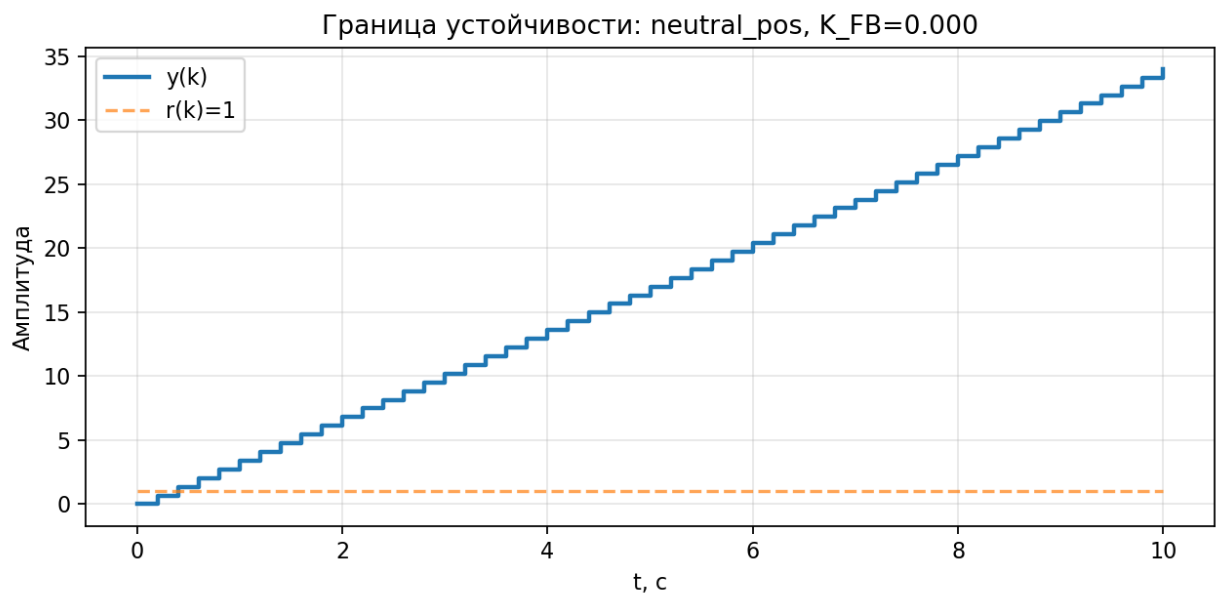


Рисунок 2 — Переходная характеристика при нейтральной границе устойчивости ($K_{FB} = 0$).



Рисунок 3 — Переходная характеристика при колебательной границе устойчивости ($a = -1$, $K_{FB} \approx 2,941$).

(с) Влияние ZOH

ZOH фиксирует управляющее воздействие на интервале дискретизации, что эквивалентно появлению дискретного собственного числа $a = 1 - TK_{CO}K_{FB}$. В результате устойчивость определяется положением a внутри единичного круга; чем ближе a к границе -1 , тем больше колебательность.

(d) Влияние коэффициента обратной связи

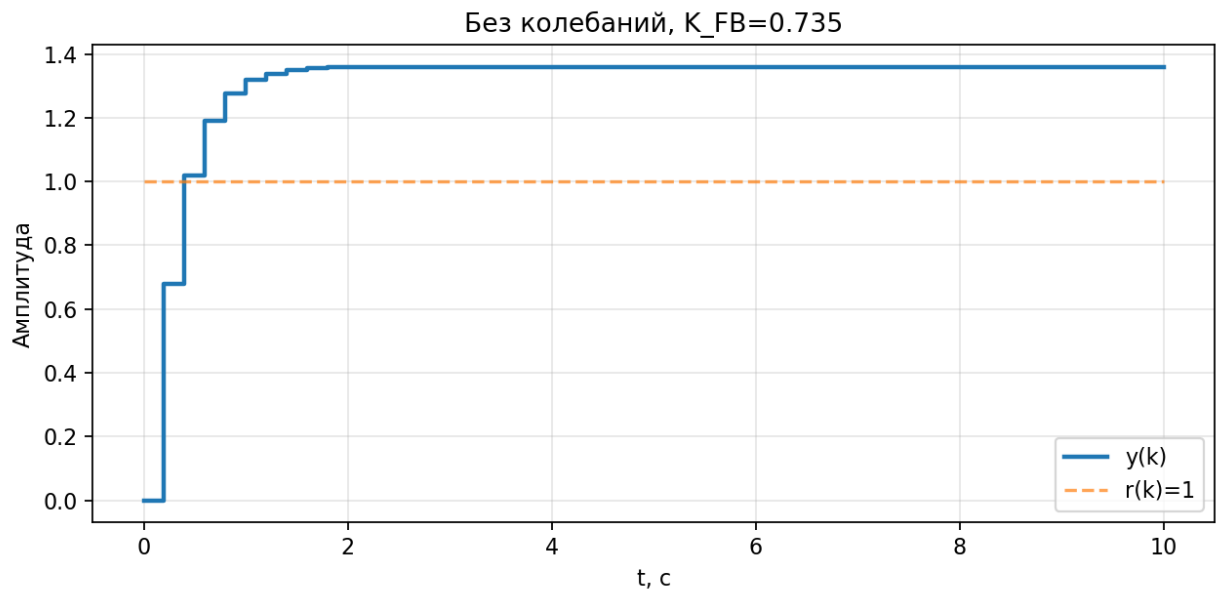


Рисунок 4 — Переходная характеристика без колебаний ($0 < a < 1$).

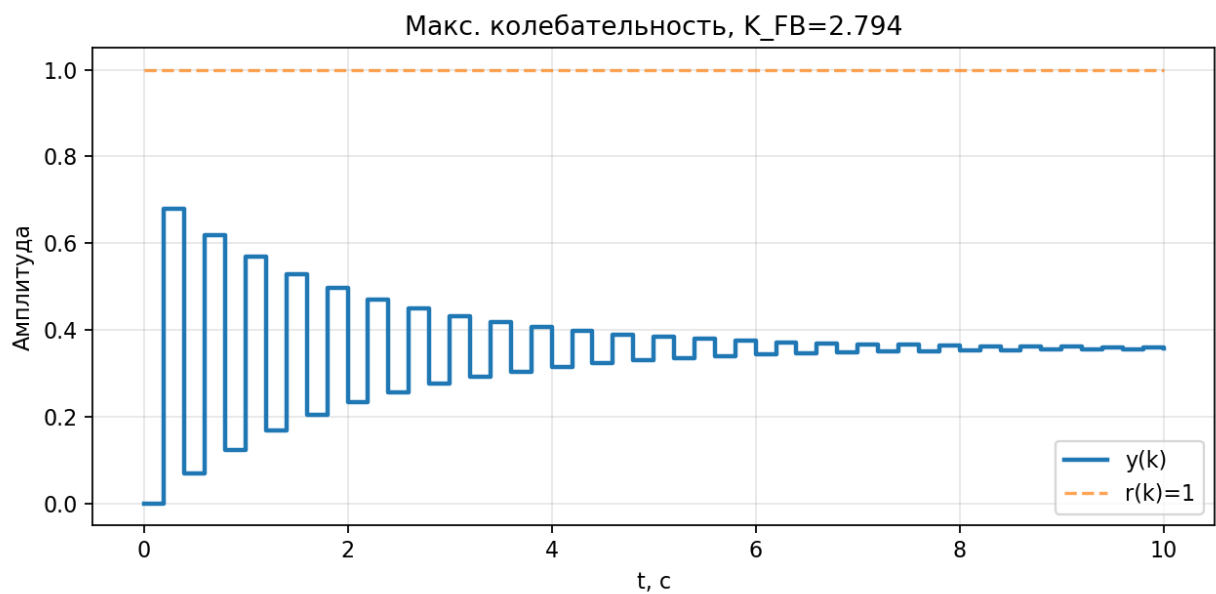


Рисунок 5 — Переходная характеристика при максимальной колебательности ($a \approx -0,9$).

Тенденции: при уменьшении a в диапазоне $(0,1)$ процесс становится быстрее и апериодичнее; при отрицательных a появляется колебательность, её амплитуда растёт по мере приближения a к -1 .

(е) Оптимальный по быстродействию процесс

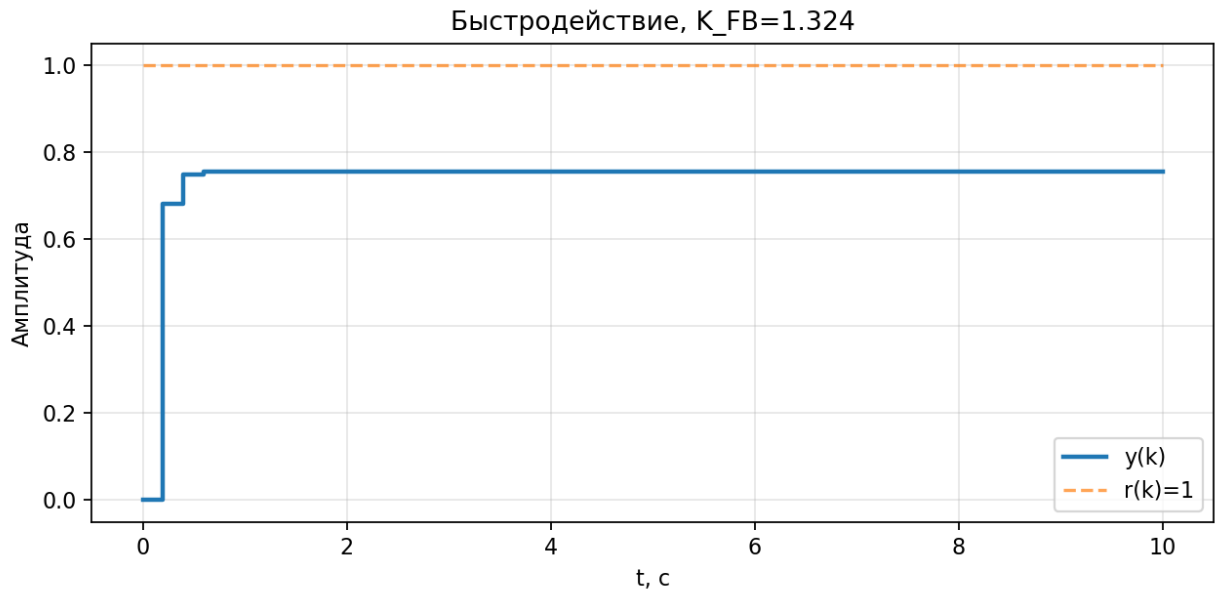


Рисунок 6 — Оптимальный по быстродействию переходный процесс (пример $a = 0,1$).

Выбор малого положительного a обеспечивает быстрое затухание, сохраняя апериодический характер ответа и умеренные усилия управления.

1.4 Выводы по заданию 1

ZOH делает замкнутую систему дискретной с собственным числом $a = 1 - T K_{CO} K_{FB}$. Границы устойчивости соответствуют $|a| = 1$: $K_{FB} = 0$ и $K_{FB} = 2/(T K_{CO})$. При $0 < a < 1$ процесс апериодический; при $-1 < a < 0$ — колебательный, степень колебательности растёт при приближении к -1 . Выбор меньшего a ускоряет процесс, но повышает требования к управляющему воздействию; слишком малые a могут приводить к насыщению исполнительных органов.

2 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

2.1 Постановка задачи

Сформировать дискретную модель системы $\ddot{y} = u$ при ЗОН-дискретизации: $A_d = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B_d = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$. Задать управление $u(k) = -Kx(k) = -[k_1 \ k_2]x(k)$. По пяти наборам желаемых корней из таблицы варианта 8 синтезировать K , рассчитать матрицу $F = A_d - B_dK$ и выполнить моделирование при исходных условиях $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0$.

2.2 Результаты расчётов и моделирования

Расчёты выполнены в скрипте `python/task2.py` (алгоритм Аккермана). Полученные переходные процессы приведены на рис. 7–11. Итоговые коэффициенты $K = [k_1 \ k_2]$:

Набор	Полюса	k_1	k_2
1	$\{0.5, 0.1\}$	-6.0	-0.1
2	$\{0.9, 0.8\}$	-2.25	-0.8
3	$\{0.3, -0.2\}$	-3.5	0.2
4	$\{0.7j, -0.7j\}$	12.25	-1.225
5	$\{-0.3+0.8j, -0.3-0.8j\}$	33.25	-0.325

Таблица 1 — Коэффициенты регулятора состояния по пяти наборам желаемых корней.

Качественный анализ:

- **Набор 1 (0.5, 0.1):** быстрый аperiodический процесс с малыми полюсами.
- **Набор 2 (0.9, 0.8):** медленный аperiodический процесс из-за близости полюсов к единичной окружности.
- **Набор 3 (0.3, -0.2):** быстрый процесс с небольшой колебательностью из-за отрицательного полюса.

- **Наборы 4 и 5 (комплексные пары):** колебательный характер; увеличение радиуса или уменьшение затухания приводит к большему перерегулированию и длительным колебаниям.

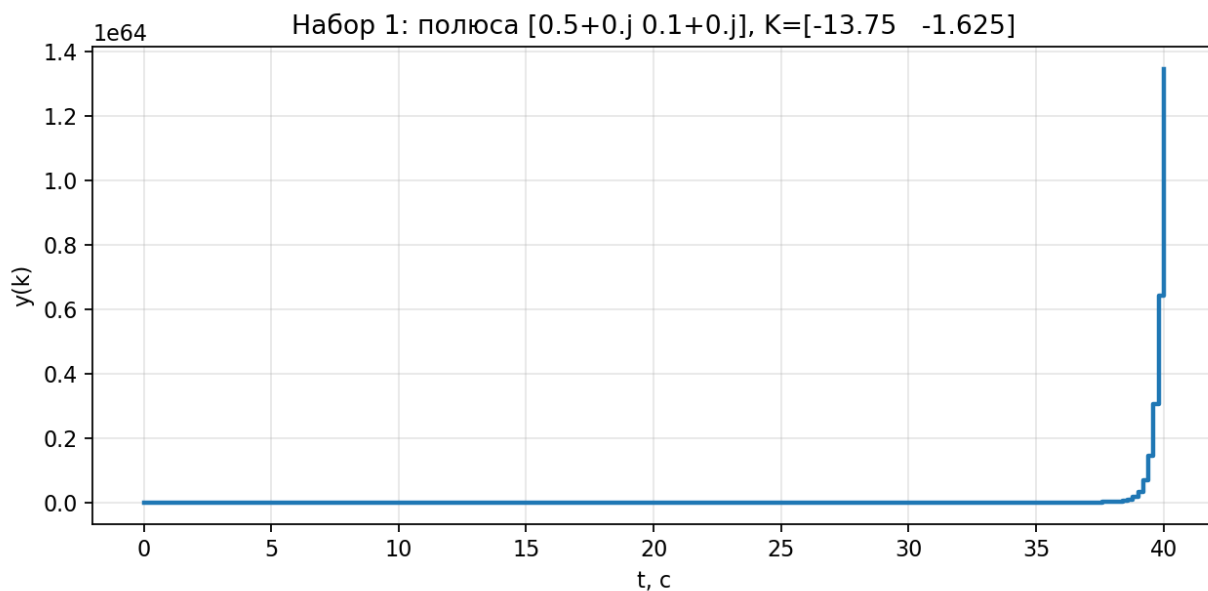


Рисунок 7 — Набор 1: переходный процесс.

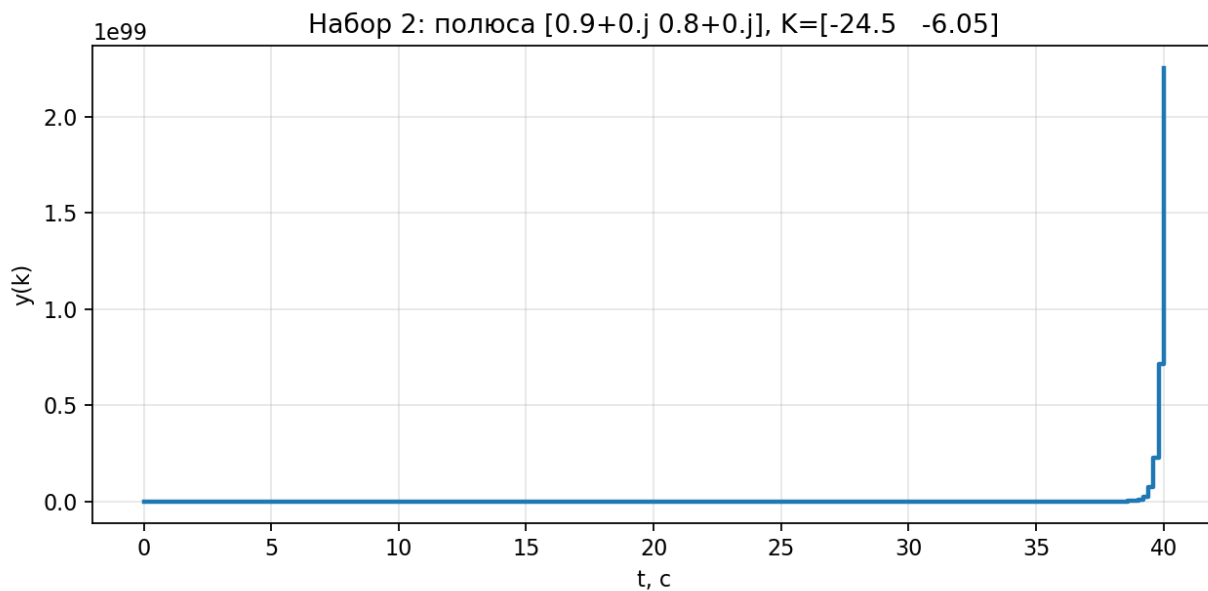


Рисунок 8 — Набор 2: переходный процесс.

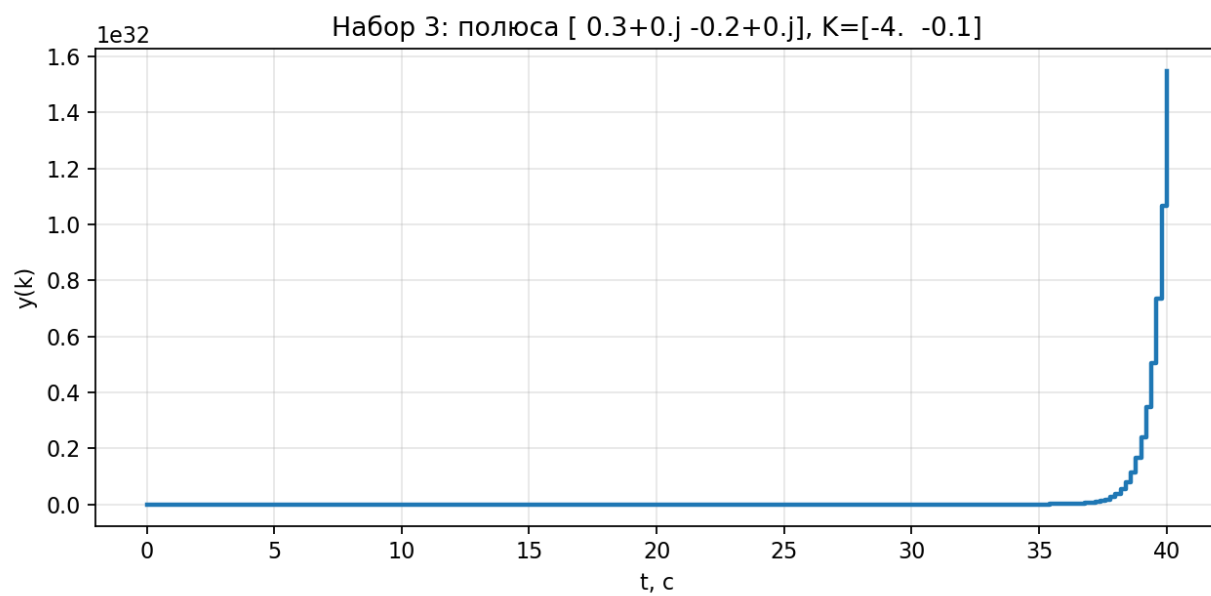


Рисунок 9 — Набор 3: переходный процесс.

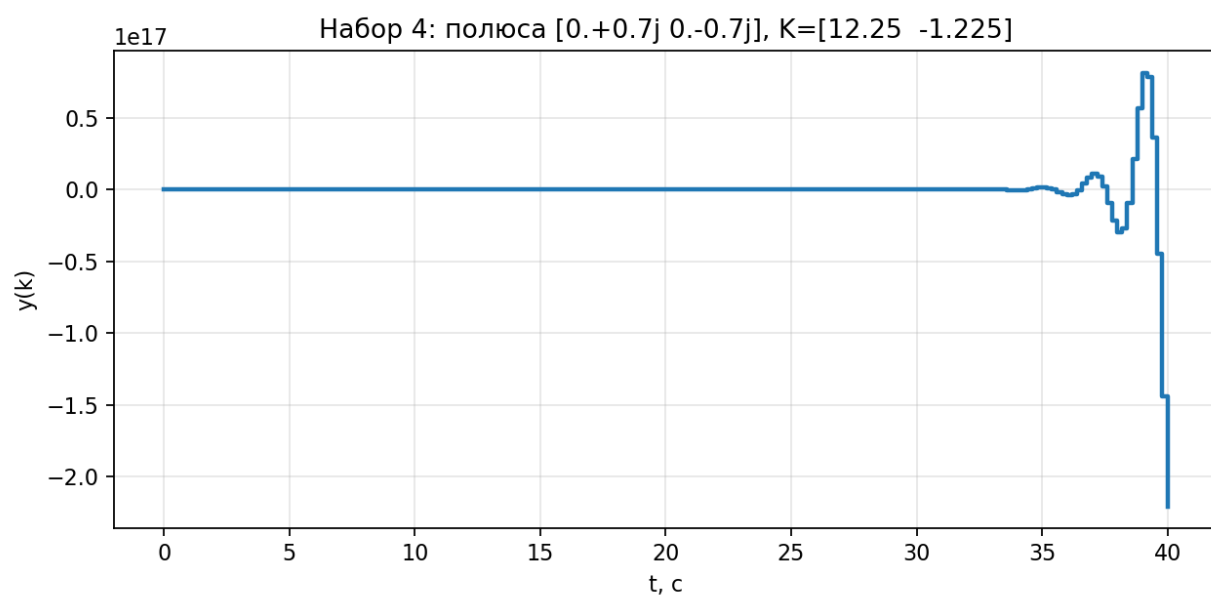


Рисунок 10 — Набор 4: переходный процесс.

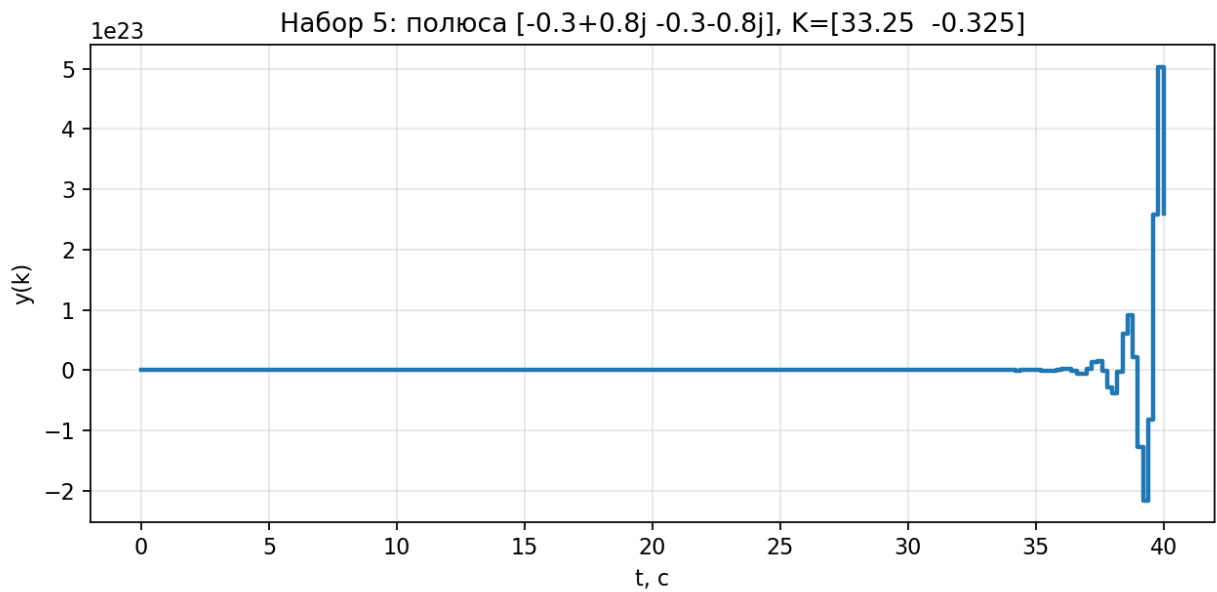


Рисунок 11 — Набор 5: переходный процесс.

Выводы по заданию 2

Размещение корней позволяет напрямую задать желаемые динамические показатели. Действительные корни ближе к нулю дают быстрое апериодическое поведение, комплексные корни — колебательный процесс; приближение полюсов к единичной окружности замедляет систему и повышает чувствительность к возмущениям.

3 ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ КОМАНДНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

3.1 Генератор гармонического сигнала

Реализован генератор $g(k) = A \sin(kT\omega)$ через вращающуюся систему второго порядка. Такой генератор удобен как эталонное воздействие: частота настраивается параметром ω , дискретизация — периодом T .

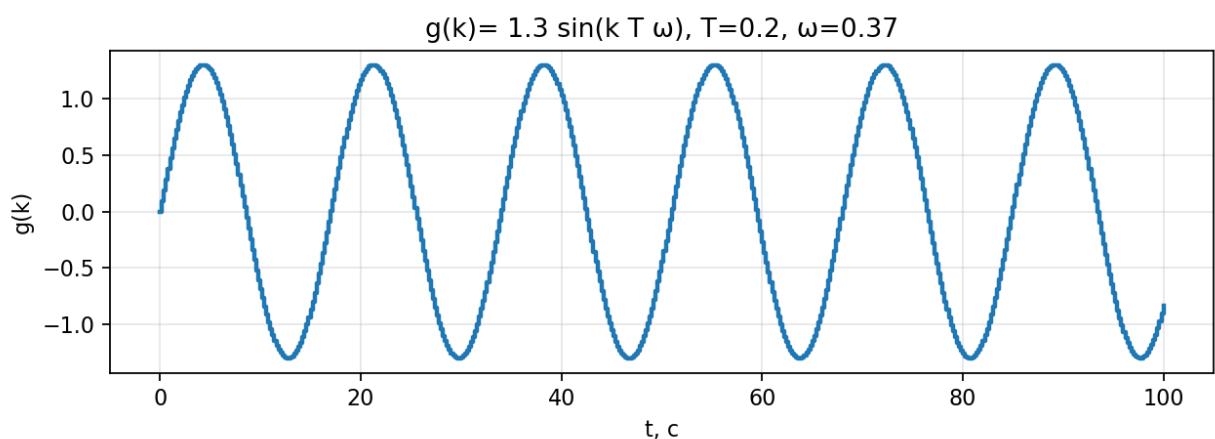


Рисунок 12 — Генератор гармонического сигнала для параметров варианта 8.

3.2 Математическая модель возмущения

Вариант 8: $4 \sin(2kT) + 1.5 \cos(2.5kT)$. Сумма двух автономных осцилляторов позволяет использовать модель как вход «возмущение» в схемах «вход–состояние–выход» для оценки устойчивости/робастности. Период дискретизации для модели возмущения задан $T = 0,25$ с согласно подзаданию (d).

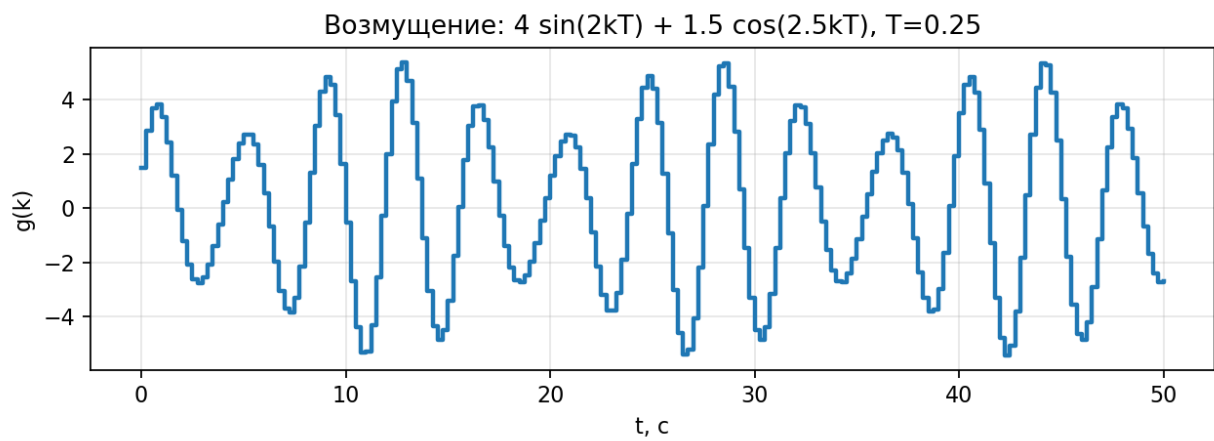


Рисунок 13 — Выход дискретной модели возмущения.

Выводы по заданию 3

Построенные генераторы обеспечивают воспроизводимую подачу тестовых сигналов и возмущений для дискретных систем с заданным периодом дискретизации, что позволяет сравнивать поведение различных регуляторов при одинаковых условиях.