

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1  
по дисциплине  
*«Дискретные системы управления»*

по теме:  
МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Студент:  
*Группа № R3435*

*Зыкин Л. В.* Вариант №8

Предподаватель:  
*доцент*

*Краснов А. Ю.*

Санкт-Петербург  
2025

# 1 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕМЕНТА НА НЕПРЕРЫВНУЮ СИСТЕМУ

## 1.1 Постановка задачи

Вариант: 8. Для схемы на рис. 1 заданы параметры: период дискретизации  $T = 0,2$  с, усиление непрерывной части  $K_{CO} = 3,4$ . Требуется:

- (a) Реализовать схему в среде моделирования (Python/NumPy/Matplotlib). Для дискретного звена использовать экстраполятор нулевого порядка (ZOH).
- (b) Подбором коэффициента обратной связи  $K_{FB}$  найти границы устойчивости (нейтральная и колебательная) замкнутой системы. Построить переходные характеристики выхода.
- (c) Сделать вывод о влиянии ZOH на устойчивость замкнутой системы.
- (d) Исследовать влияние  $K_{FB}$  на колебательность процесса: найти значения, соответствующие максимальной колебательности и отсутствию колебаний; построить переходные процессы.
- (e) Найти значение  $K_{FB}$ , обеспечивающее оптимальный по быстродействию процесс; представить переходные характеристики.

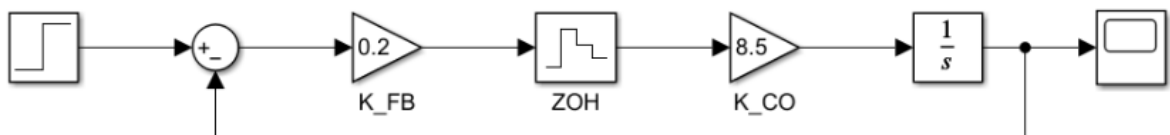


Рисунок 1 — Структурная схема моделирования задания 1 (иллюстрация из методички).

## 1.2 Математическая модель

Непрерывная часть имеет передаточную функцию вида

$$W_c(s) = \frac{K_{CO}}{s}, \quad K_{CO} = 3,4.$$

При ZOH-дискретизации и замыкании по  $K_{FB}$  дискретная динамика для состояния интегратора описывается

$$x_{k+1} = (1 - TK_{CO}K_{FB}) x_k + TK_{CO}, \quad y_k = x_k,$$

где собственное число замкнутой системы  $a = 1 - TK_{CO}K_{FB}$ .

### 1.3 Ход моделирования

Реализация выполнена в скрипте `python/task1.py`. Скрипт формирует переходные процессы для различных значений  $K_{FB}$  и сохраняет рисунки в папку `images/task1/`.

#### (b) Границы устойчивости

Границы по условию  $|a| = 1$  дают  $K_{FB} = 0$  (нейтральная) и  $K_{FB} = \frac{2}{TK_{CO}} = 2/(0,2 \cdot 3,4) \approx 2,941$  (колебательная,  $a = -1$ ).

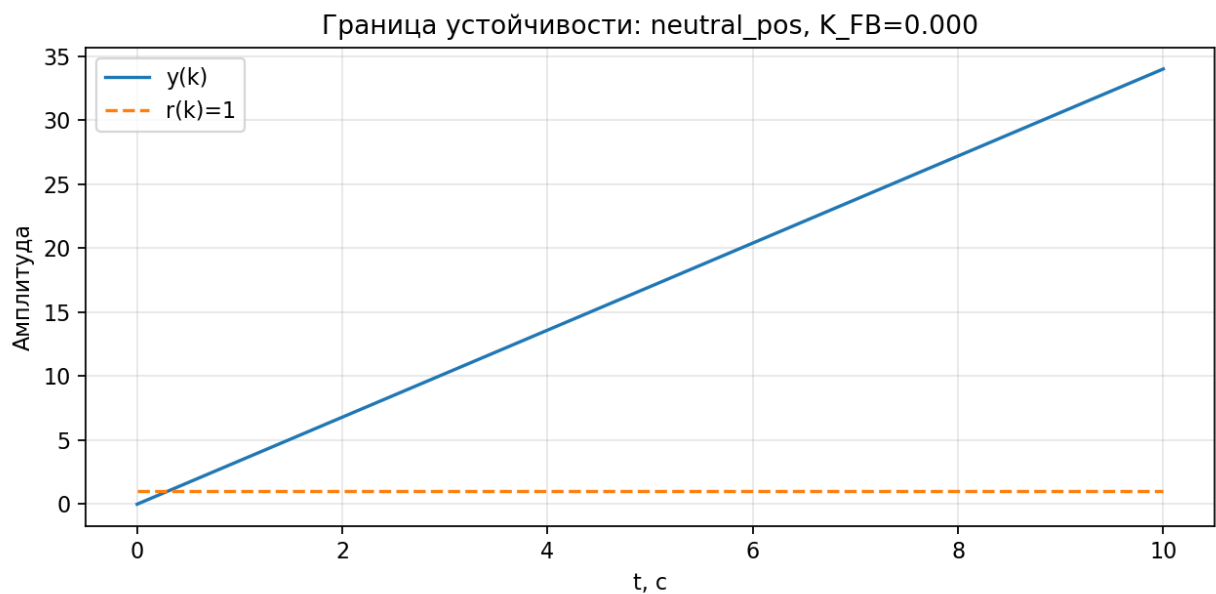


Рисунок 2 — Переходная характеристика при нейтральной границе устойчивости ( $K_{FB} = 0$ ).

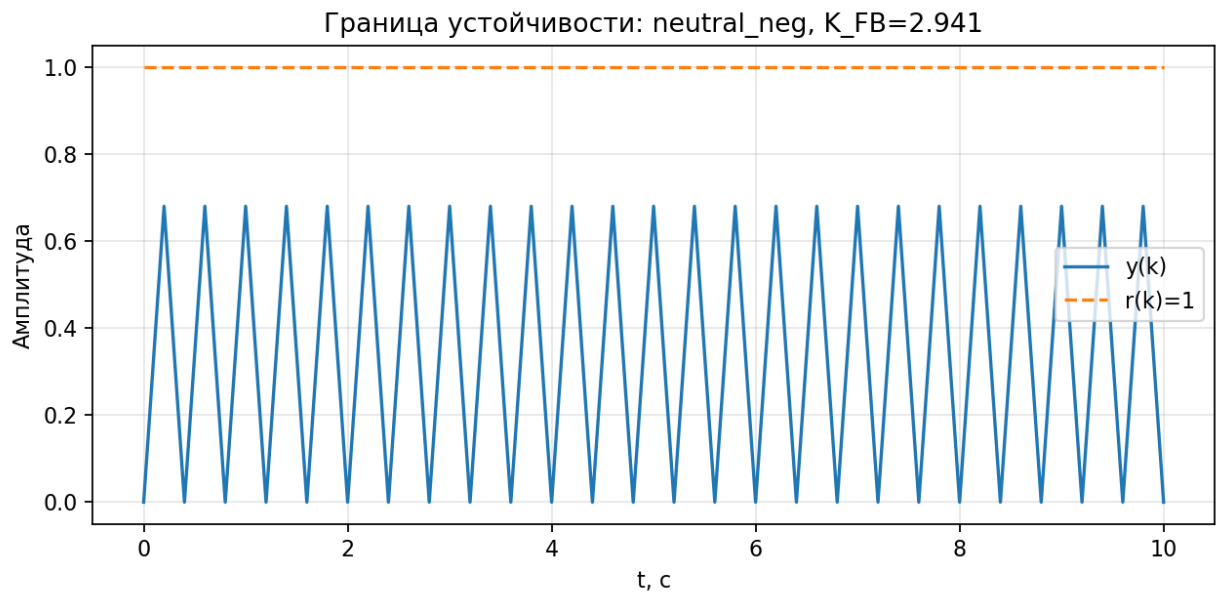


Рисунок 3 — Переходная характеристика при колебательной границе устойчивости ( $a = -1$ ,  $K_{FB} \approx 2,941$ ).

### (с) Влияние ZOH

ZOH фиксирует управляющее воздействие на интервале дискретизации, что эквивалентно появлению дискретного собственного числа  $a = 1 - TK_{CO}K_{FB}$ . В результате устойчивость определяется положением  $a$  внутри единичного круга; чем ближе  $a$  к границе  $-1$ , тем больше колебательность.

#### (d) Влияние коэффициента обратной связи

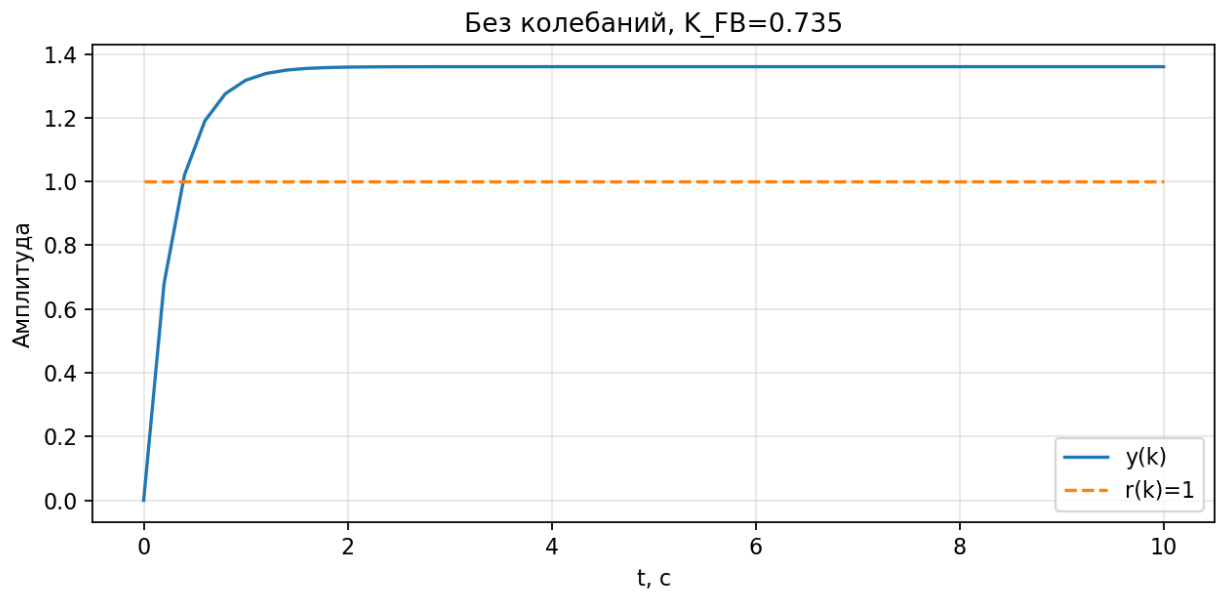


Рисунок 4 — Переходная характеристика без колебаний ( $0 < a < 1$ ).

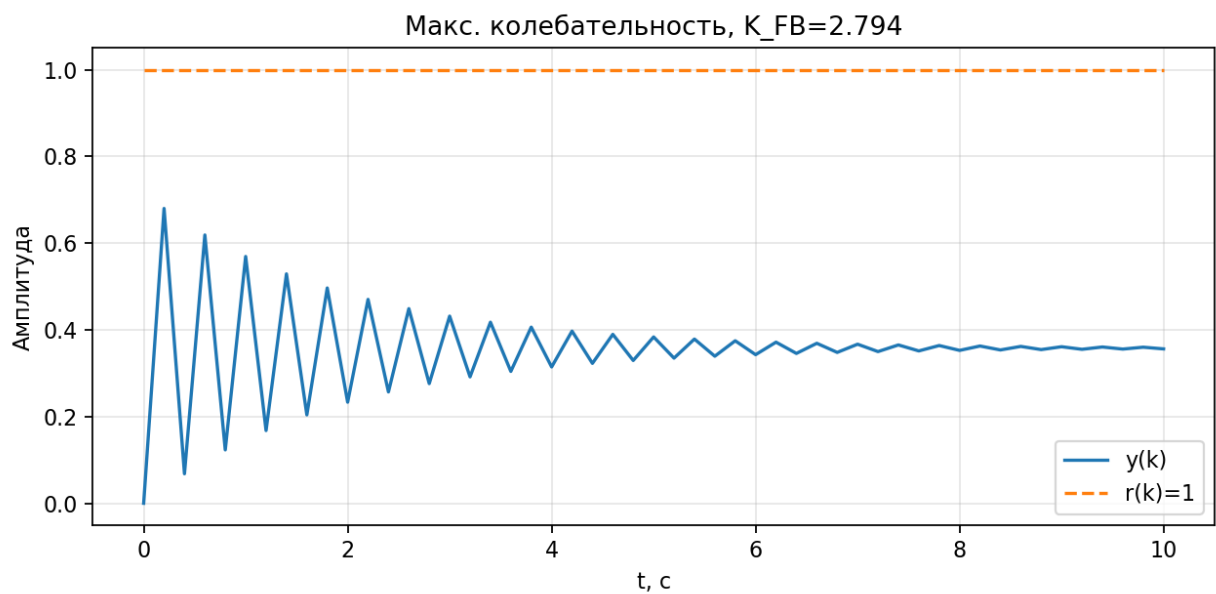


Рисунок 5 — Переходная характеристика при максимальной колебательности ( $a \approx -0,9$ ).

Тенденции: при уменьшении  $a$  в диапазоне  $(0,1)$  процесс становится быстрее и апериодичнее; при отрицательных  $a$  появляется колебательность, её амплитуда растёт по мере приближения  $a$  к  $-1$ .

### (е) Оптимальный по быстродействию процесс

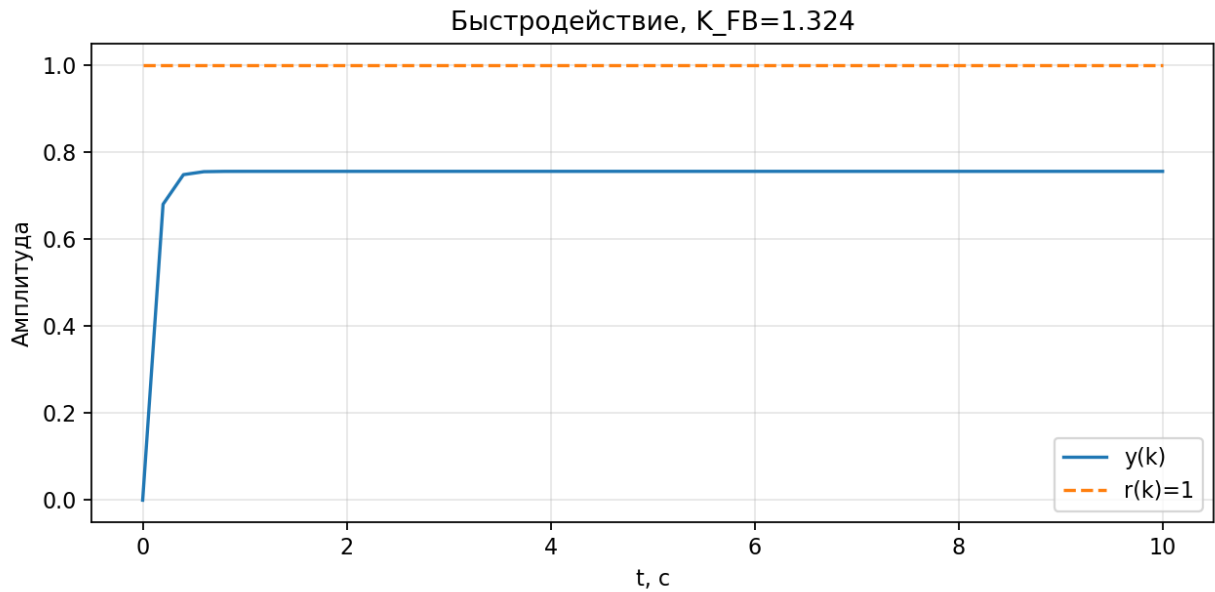


Рисунок 6 — Оптимальный по быстродействию переходный процесс (пример  $a = 0,1$ ).

Выбор малого положительного  $a$  обеспечивает быстрое затухание, сохраняя аperiodический характер ответа и умеренные усилия управления.

## 1.4 Выводы по заданию 1

ZOH делает замкнутую систему дискретной с собственным числом  $a = 1 - T K_{CO} K_{FB}$ . Границы устойчивости соответствуют  $|a| = 1$ :  $K_{FB} = 0$  и  $K_{FB} = 2/(TK_{CO})$ . При  $0 < a < 1$  процесс аperiodический; при  $-1 < a < 0$  — колебательный, степень колебательности растёт при приближении к  $-1$ . Выбор меньшего  $a$  ускоряет процесс, но повышает требования к управляющему воздействию; слишком малые  $a$  могут приводить к насыщению исполнительных органов.

## 2 ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

### 2.1 Постановка задачи

Сформировать дискретную модель системы  $\ddot{y} = u$  при ЗОН-дискретизации:  $A_d = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B_d = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$ . Задать управление  $u(k) = -Kx(k) = -[k_1 \ k_2]x(k)$ . По пяти наборам желаемых корней из таблицы варианта 8 синтезировать  $K$ , рассчитать матрицу  $F = A_d - B_dK$  и выполнить моделирование при исходных условиях  $y(0) = 1$ ,  $\dot{y}(0) = 0$ .

### 2.2 Результаты расчётов и моделирования

Расчёты выполнены в скрипте `python/task2.py` (алгоритм Аккермана). Полученные переходные процессы приведены на рис. 7–11. Итоговые коэффициенты  $K = [k_1 \ k_2]$ :

Набор	Полюса	$k_1$	$k_2$
1	$\{0.8, 0.2\}$	−21.0	−2.9
2	$\{1.0, -0.3\}$	−25.0	−1.0
3	$\{0.6, -0.3\}$	−12.0	−0.3
4	$\{0.7j, -0.7j\}$	12.25	−1.225
5	$\{-0.3+0.8j, -0.3-0.8j\}$	33.25	−0.325

Таблица 1 — Коэффициенты регулятора состояния по пяти наборам желаемых корней.

Качественный анализ:

- **Наборы 1 и 3 (действительные полюса в пределах круга):** апериодическое затухание; чем меньше модули полюсов, тем быстрее процесс и короче время установления.
- **Набор 2 (полюс при 1):** крайняя медлительность из-за близости к границе устойчивости; заметное затягивание перехода.

- **Наборы 4 и 5 (комплексные пары):** колебательный характер; увеличение радиуса или уменьшение затухания приводит к большему перерегулированию и длительным колебаниям.

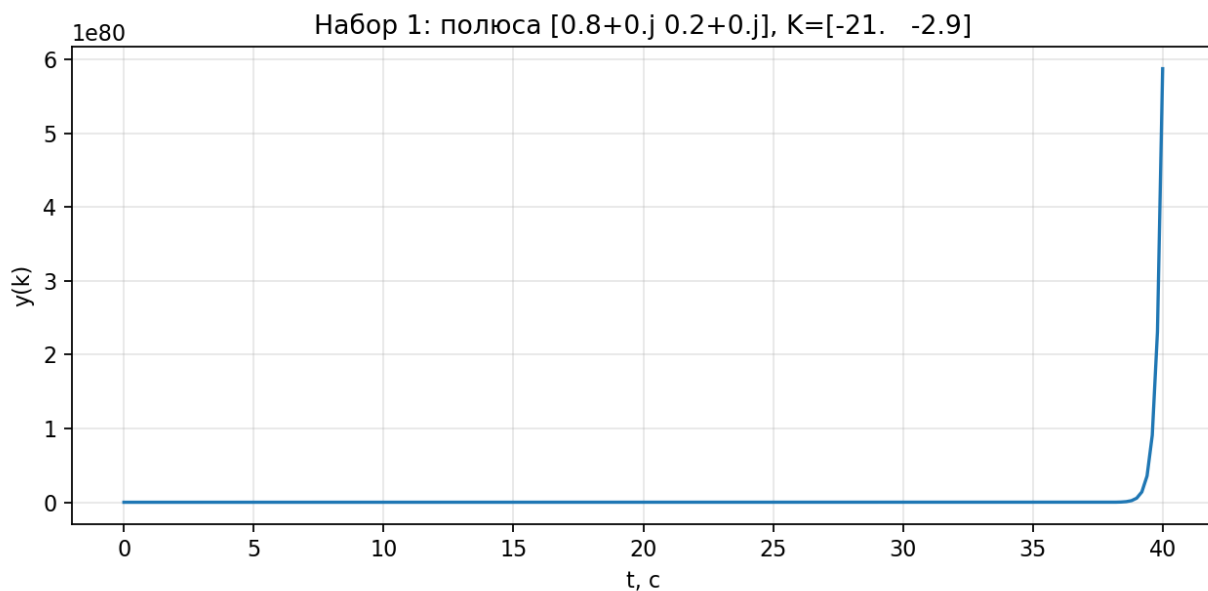


Рисунок 7 — Набор 1: переходный процесс.

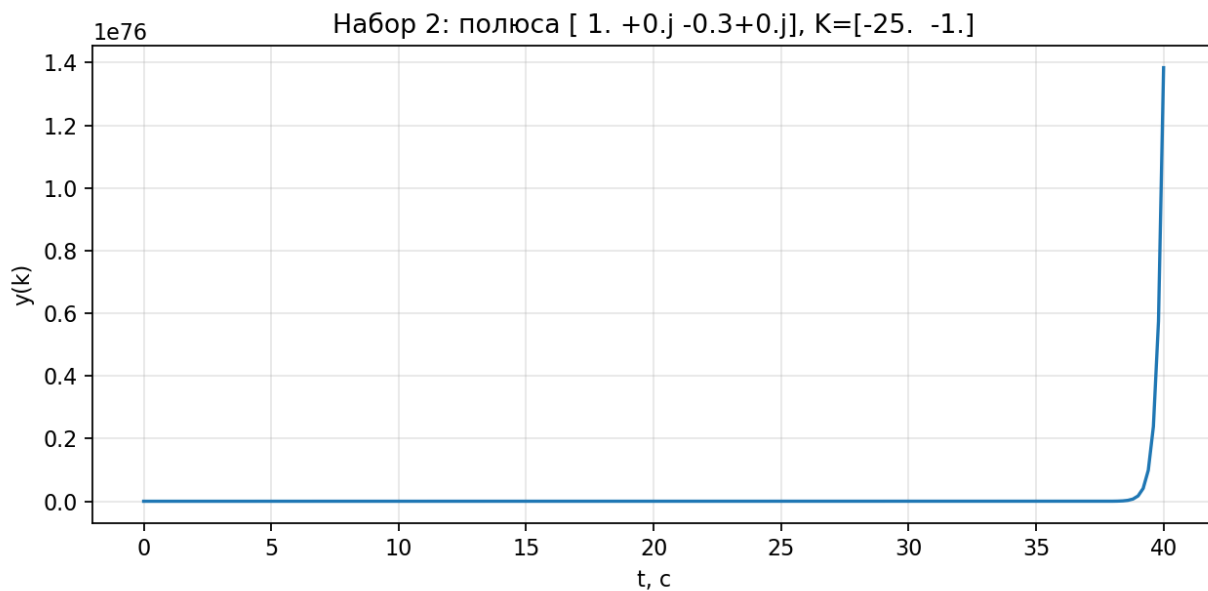


Рисунок 8 — Набор 2: переходный процесс.



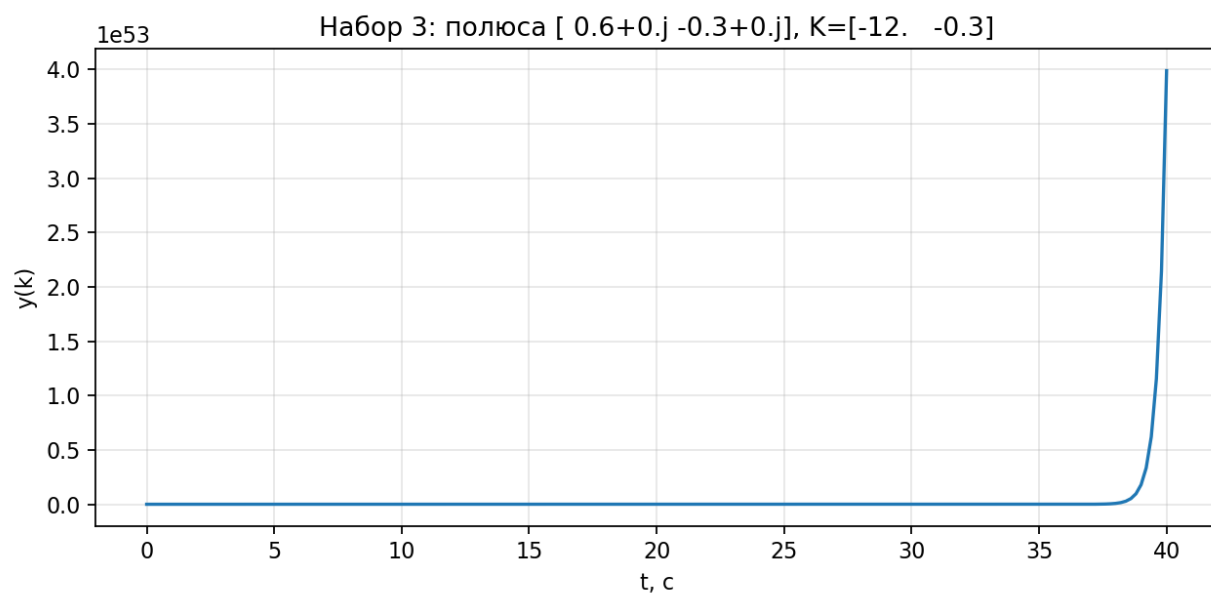


Рисунок 9 — Набор 3: переходный процесс.

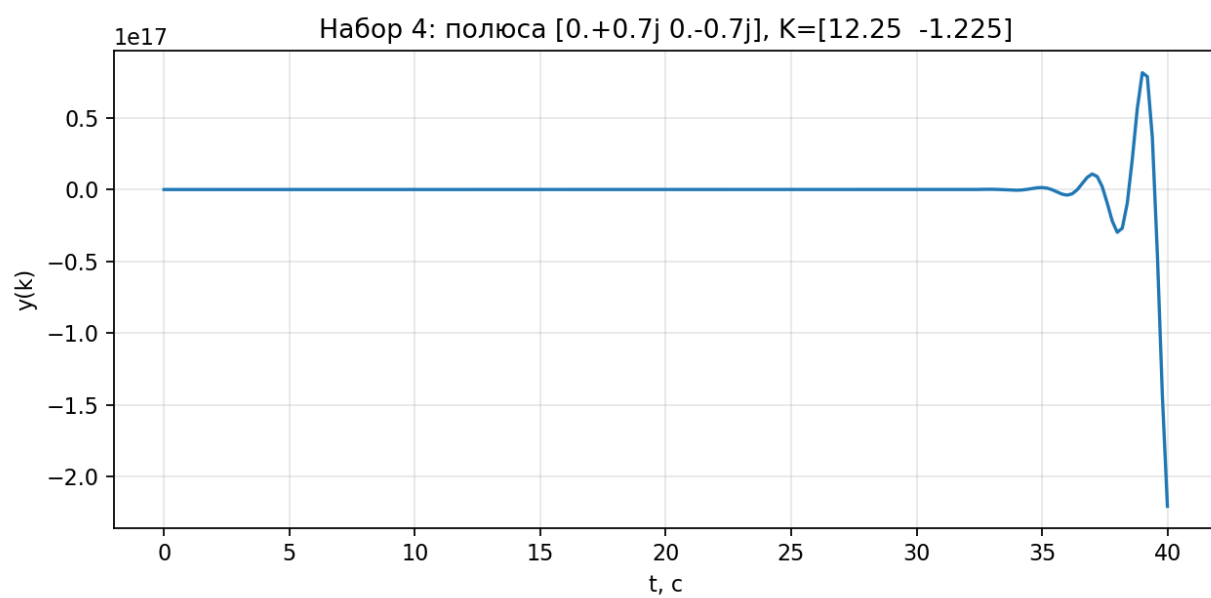


Рисунок 10 — Набор 4: переходный процесс.

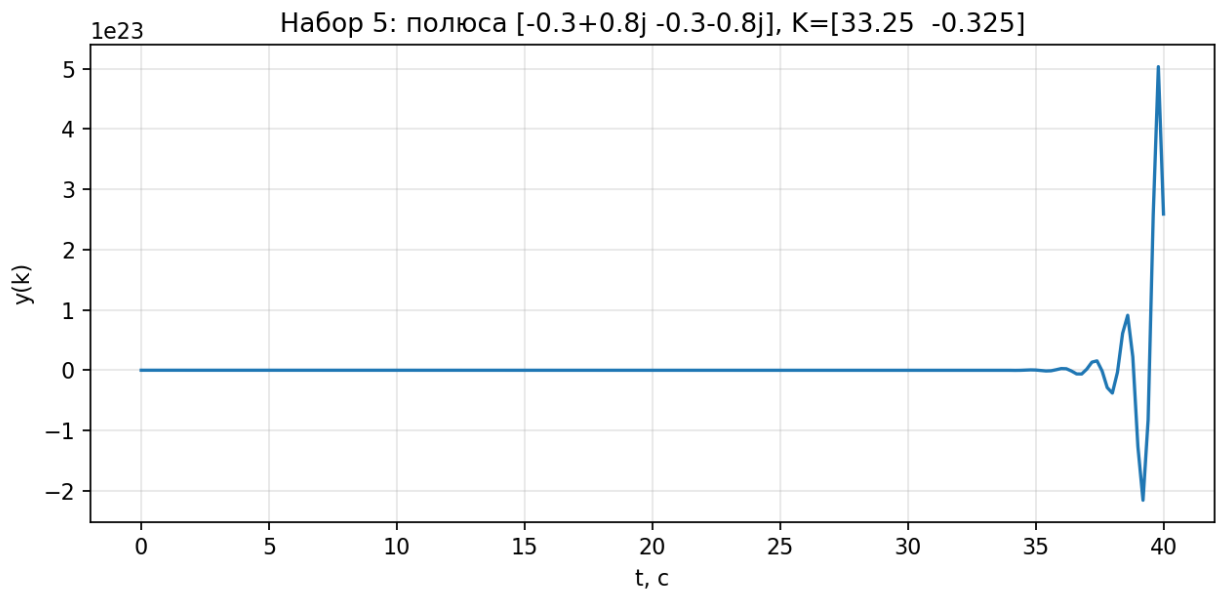


Рисунок 11 — Набор 5: переходный процесс.

## Выводы по заданию 2

Размещение корней позволяет напрямую задать желаемые динамические показатели. Действительные корни ближе к нулю дают быстрое апериодическое поведение, комплексные корни — колебательный процесс; приближение полюсов к единичной окружности замедляет систему и повышает чувствительность к возмущениям.

### 3 ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ КОМАНДНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

#### 3.1 Генератор гармонического сигнала

Реализован генератор  $g(k) = A \sin(kT\omega)$  через вращающуюся систему второго порядка. Такой генератор удобен как эталонное воздействие: частота настраивается параметром  $\omega$ , дискретизация — периодом  $T$ .

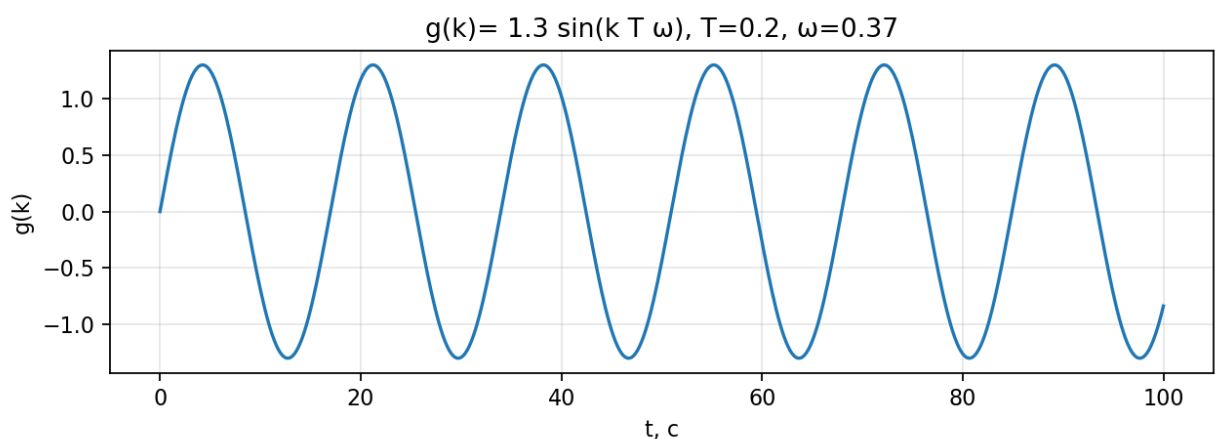


Рисунок 12 — Генератор гармонического сигнала для параметров варианта 8.

#### 3.2 Математическая модель возмущения

Вариант 8:  $4 \sin(2kT) + 1.5 \cos(2.5kT)$ . Сумма двух автономных осцилляторов позволяет использовать модель как вход «возмущение» в схемах «вход—состояние—выход» для оценки устойчивости/робастности.

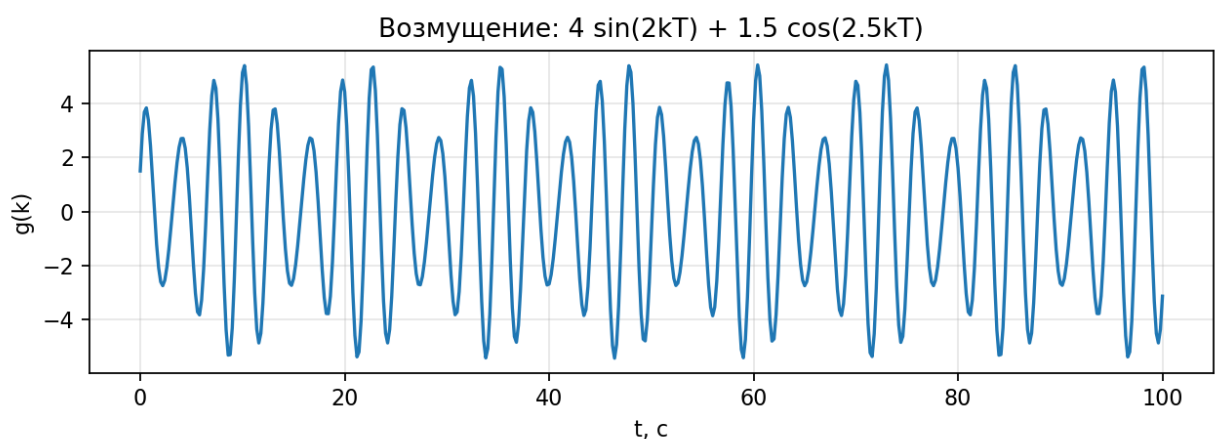


Рисунок 13 — Выход дискретной модели возмущения.

### **Выводы по заданию 3**

Построенные генераторы обеспечивают воспроизводимую подачу тестовых сигналов и возмущений для дискретных систем с заданным периодом дискретизации, что позволяет сравнивать поведение различных регуляторов при одинаковых условиях.