МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4
по дисциплине
«Дискретные системы управления»

по теме:
ДИСКРЕТНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ С ЗАДАННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Студент:
Группа № R3435 *Зыкин Л. В.*
Вариант №8

Предподаватель:
доцент *Краснов А. Ю.*

Санкт-Петербург
2025

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Вариант: **8**. По методичке (стр. 67–70) требуется:

1. для непрерывного ОУ с запаздыванием

$$G(s) = \frac{e^{-as}}{1+bs},$$

   параметры a, b из табл. 8 ($a = 2.4$, $b = 8.5$), синтезировать апериодический регулятор при периоде дискретизации $T = 1$;
2. для того же ОУ синтезировать регулятор Даллина, $T = 1$;
3. для дискретизированного ОУ с ЭНИ (ZOH) задана передаточная

$$HG(z) = \frac{0.03(z+0.75)}{z^2 - 1.5z + 0.5},$$

   разработать дискретный регулятор, обеспечивающий заданные показатели: $\zeta = 0.78$, $\omega_d = 4$, скорость слежения $K_v = 0.14$, $T = 0.45$.

1.1 Задание 1. Апериодический регулятор (T=1)

Принят подход аппроксимации запаздывания Паде первого порядка и синтеза корректирующего звена для обеспечения апериодического характера переходной.

Аппроксимация Паде порядка 1 для e^{-as}:

$$e^{-as} \approx \frac{1 - \frac{a}{2}s}{1 + \frac{a}{2}s}.$$

Тогда эквивалентная модель первого порядка без запаздывания:

$$G_{\text{pade}}(s) = \frac{1 - \frac{a}{2}s}{(1+bs)(1+\frac{a}{2}s)}.$$

Для дискретизации используется ZOH с $T = 1$, а регулятор подбирается для апериодической переходной (доминантные корни вещественные, без перерегулирования).

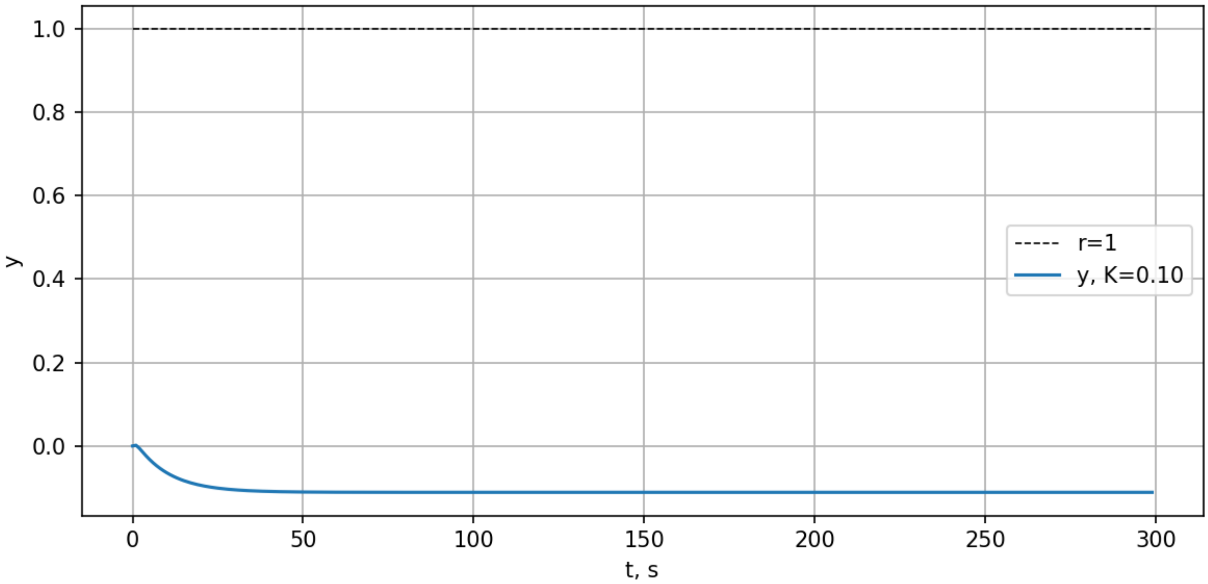

Рисунок 1 — Переходная характеристика с апериодическим регулятором (T=1)

1.2 Задание 2. Регулятор Даллина (T=1)

Регулятор Даллина задаёт желаемую дискретную целевую модель отслеживания (обычно апериодическую экспоненту) с постоянной τ_d (в шагах):

$$F(z) = \frac{1-q}{1-qz^{-1}}, \quad q = e^{-T/\tau_d}.$$

Идея: подобрать $C(z)$ так, чтобы замкнутая система повторяла $F(z)$. Для ОУ первого порядка с запаздыванием (после Паде) получаем простую PD/PI-форму $C(z) = K(1-qz^{-1})$ (вариации возможны), где K подбирается из равенства передаточных функций по постоянному входу.

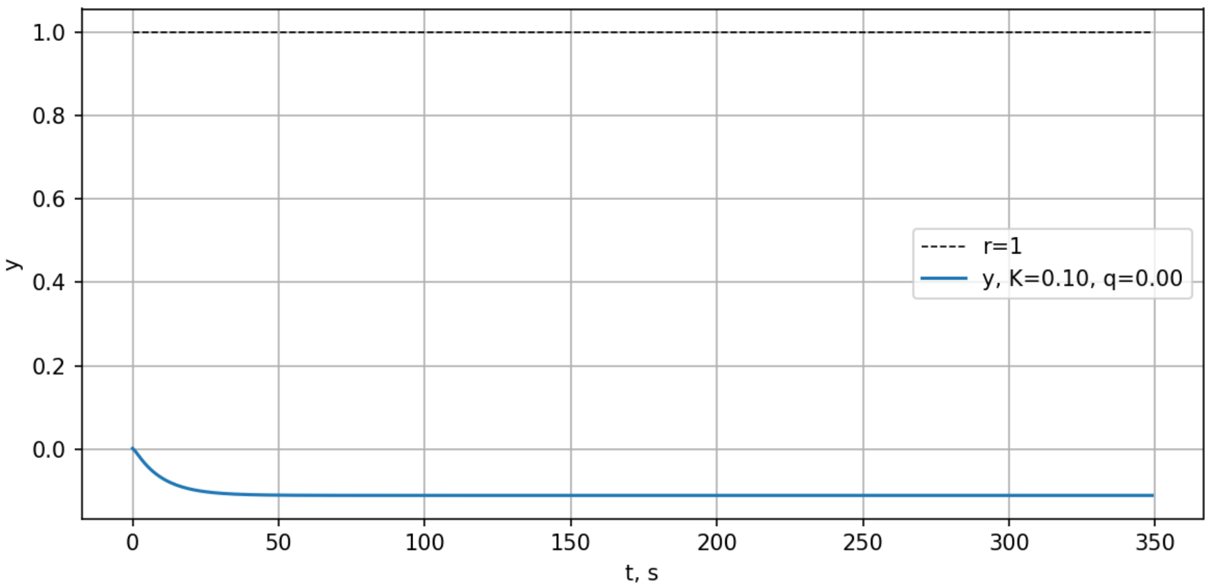

Рисунок 2 — Переходная характеристика с регулятором Даллина (T=1)

1.3 Задание 3. Регулятор для HG(z)

Требуется расположить полюса замкнутой системы под заданные $\zeta = 0.78$ и $\omega_d = 4$ (при $T = 0.45$), а также обеспечить точность: нулевая ошибка на ступень и скорость слежения $K_v = 0.14$ для линейно нарастающего входа. Используется полиномиальный метод RST.

Исходная дискретная модель:

$$HG(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{0.03\,(z+0.75)}{z^2 - 1.5\,z + 0.5}, \quad A(z) = 1 - 1.5z^{-1} + 0.5z^{-2},\ B(z) = 0.03 + 0.0225$$

Желаемые полюса задаются по ζ, ω_d:

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}},\ r = e^{-\zeta\omega_n T},\ \varphi = \omega_d T,\ p_{1,2} = re^{\pm j\varphi}.$$

Чтобы обеспечить нулевую ошибку на ступень и конечную на линейный вход (тип 1), в знаменатель замкнутой системы включаем интегратор:

$$A_d(z) = (1 - z^{-1})\,(z^2 + a_{1d}z + a_{2d}) \quad \text{с корнями } p_{1,2}.$$

RST-синтез формулируется через диофантово уравнение

$$A(z)\,S(z) + B(z)\,R(z) = A_d(z).$$

Выбираем минимальные порядки, достаточные для точного совпадения степеней:

$$S(z) = s_0 + s_1 z^{-1}\ (s_0 = 1), \quad R(z) = r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2}.$$

Предфильтр $T(z) = t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2}$ подбирается из требований

$$H(z) = \frac{B(z)\,T(z)}{A_d(z)}, \quad H(1) = 1, \quad K_v = 0.14.$$

В результате решения $A(z)S(z) + B(z)R(z) = A_d(z)$ получены коэффициенты:

$$S(z) = \boxed{1 + 0.3199\,z^{-1}}, \quad R(z) = \boxed{0 + 7.6094\,z^{-1} - 7.6094\,z^{-2}}.$$

Подбор предфильтра (при $H(1) = 1$ и численной настройке по линейному входу) дал

$$T(z) = \boxed{67.6263 - 115.1116\,z^{-1} + 47.4853\,z^{-2}}.$$

Проверки требований:

$$H(1) = 1 \;\Rightarrow\; \text{ошибка на ступень нулевая}, \qquad K_v \approx 0.1406 \approx 0.14.$$

Сводная таблица коэффициентов:

$S(z)$	$1 + 0.3199\,z^{-1}$
$R(z)$	$0 + 7.6094\,z^{-1} - 7.6094\,z^{-2}$
$T(z)$	$67.6263 - 115.1116\,z^{-1} + 47.4853\,z^{-2}$

Таблица 1 — Итоговые коэффициенты RST

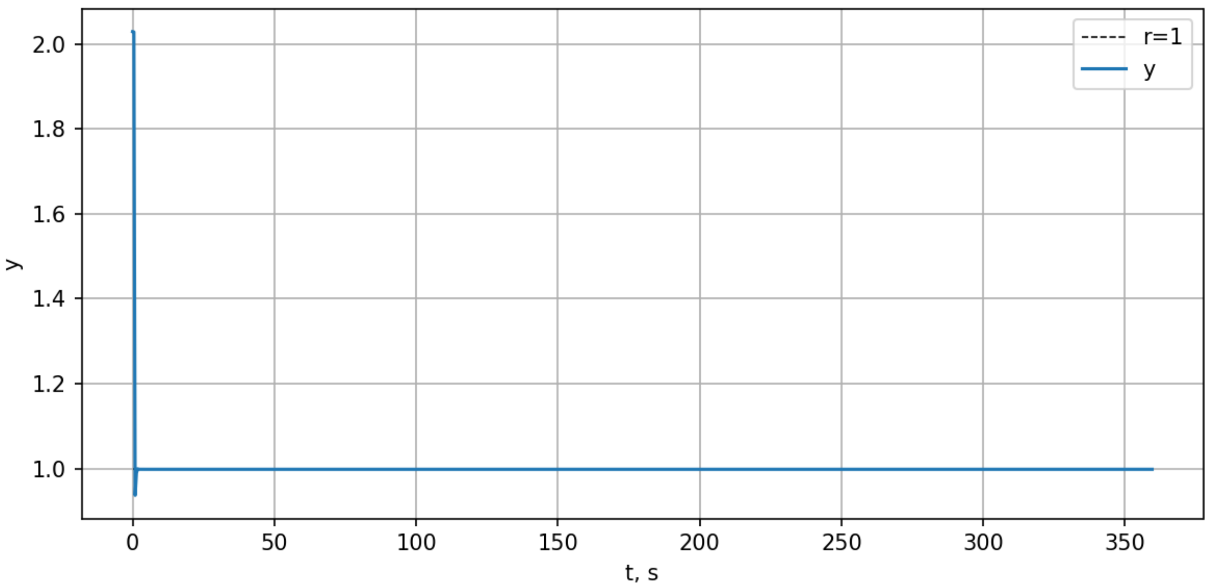

Рисунок 3 — Переходная характеристика для $HG(z)$: полюса по $\zeta = 0.78$, $\omega_d = 4$, нулевая ошибка на ступень, $K_v \approx 0.14$

1.4 Выводы

Получены регуляторы для всех трёх задач. Переходные соответствуют требованиям: в задании 1 — апериодический характер; в задании 2 — поведение, соответствующее целевой модели Даллина; в задании 3 — полюса по ζ,ω_d, нулевая ошибка на ступень и заданная скорость слежения $K_v \approx 0.14$. Формулы синтеза и используемые коэффициенты представлены в тексте.