

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3
по дисциплине
«Планирование траекторий движения»

Студент:
Группа № R3435

Зыкин Л. В.

Предподаватель:
доцент

Краснов А. Ю.

Санкт-Петербург
2025

1 АЛГОРИТМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1 Цель работы

Исследование алгоритмов стабилизации плоских и пространственных траекторий движения динамических систем.

1.2 Задание

1. Рассматривается модель движения материальной точки на плоскости. Требуется синтезировать методом согласованного управления алгоритм стабилизации траектории движения для данной математической модели. Траектория состоит из трех частей: сначала движение происходит относительно траектории $\phi_1(x, y)$, затем по траектории $\phi_2(x, y)$ и далее по траектории $\phi_3(x, y)$. Осуществить моделирование при заданной касательной скорости $s^* = 1$, $s^* = 3$ и $s^* = 5$.
2. Рассматривается модель движения материальной точки в пространстве. Требуется синтезировать методом согласованного управления алгоритм стабилизации траектории движения для данной математической модели. Траектория описывается как пересечение двух пространственных кривых $\phi_1(x, y, z)$ и $\phi_2(x, y, z)$.
3. Рассматривается модель движения материальной точки в пространстве. Требуется синтезировать методом пассивности алгоритм стабилизации траектории движения для данной математической модели. Траектория движения соответствует предыдущему пункту.

1.3 Вывод алгоритмов управления

1.3.1 Математическая модель системы

Рассматривается движение материальной точки массой m в пространстве. Состояние системы описывается вектором $\mathbf{x} = [x, y, z, v_x, v_y, v_z]^T$, где (x, y, z) — координаты точки, (v_x, v_y, v_z) — компоненты скорости.

Динамические уравнения движения имеют вид:

$$\dot{x} = v_x \quad (1)$$

$$\dot{y} = v_y \quad (2)$$

$$\dot{z} = v_z \quad (3)$$

$$\dot{v}_x = \frac{u_x}{m} \quad (4)$$

$$\dot{v}_y = \frac{u_y}{m} \quad (5)$$

$$\dot{v}_z = \frac{u_z}{m} \quad (6)$$

где $\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$ — вектор управляющих воздействий.

1.3.2 Алгоритм согласованного управления для 2D движения

Для стабилизации траектории методом согласованного управления введем функции траекторий:

$$\phi_1(x, y) = x^2 + y^2 - 4 \quad (\text{окружность}) \quad (7)$$

$$\phi_2(x, y) = \frac{(x - 2)^2}{9} + \frac{(y - 1)^2}{4} - 1 \quad (\text{эллипс}) \quad (8)$$

$$\phi_3(x, y) = y - 0.5x^2 + 2 \quad (\text{парабола}) \quad (9)$$

Градиенты функций траекторий:

$$\nabla\phi_1 = [2x, 2y]^T \quad (10)$$

$$\nabla\phi_2 = \left[\frac{2(x - 2)}{9}, \frac{2(y - 1)}{4} \right]^T \quad (11)$$

$$\nabla\phi_3 = [-x, 1]^T \quad (12)$$

Закон согласованного управления формируется как:

$$\mathbf{u} = -k\phi\mathbf{n} - c\mathbf{v}_n + s^*\boldsymbol{\tau}$$

где:

- $\mathbf{n} = \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}$ — единичный вектор нормали к траектории
- $\boldsymbol{\tau} = [-n_y, n_x]^T$ — единичный касательный вектор
- $\mathbf{v}_n = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$ — нормальная составляющая скорости
- $k, c > 0$ — коэффициенты управления
- s^* — заданная касательная скорость

1.3.3 Алгоритм согласованного управления для 3D движения

Для 3D движения траектория задается как пересечение двух поверхностей:

$$\phi_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4 \quad (\text{сфера}) \quad (13)$$

$$\phi_2(x, y, z) = x^2 + y^2 - 1 \quad (\text{цилиндр}) \quad (14)$$

Градиенты поверхностей:

$$\nabla\phi_1 = [2x, 2y, 2z]^T \quad (15)$$

$$\nabla\phi_2 = [2x, 2y, 0]^T \quad (16)$$

Касательный вектор к пересечению поверхностей:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{\nabla\phi_1 \times \nabla\phi_2}{|\nabla\phi_1 \times \nabla\phi_2|}$$

Закон согласованного управления для 3D:

$$\mathbf{u} = -k_1\phi_1\mathbf{n}_1 - c_1\mathbf{v}_{n1} - k_2\phi_2\mathbf{n}_2 - c_2\mathbf{v}_{n2} + s^*\boldsymbol{\tau}$$

где $\mathbf{n}_i = \frac{\nabla\phi_i}{|\nabla\phi_i|}$ — единичные векторы нормалей к поверхностям.

1.3.4 Алгоритм пассивации для 3D движения

Метод пассивации основан на введении выходных переменных и обеспечении пассивности системы. Выходные переменные выбираются как ошибки стабилизации:

$$y_1 = \phi_1(x, y, z) \quad (17)$$

$$y_2 = \phi_2(x, y, z) \quad (18)$$

Производные выходных переменных:

$$\dot{y}_1 = 2x\dot{x} + 2y\dot{y} + 2z\dot{z} \quad (19)$$

$$\dot{y}_2 = 2x\dot{x} + 2y\dot{y} \quad (20)$$

Закон пассивации:

$$\mathbf{u} = -\gamma(y_1\mathbf{n}_1 + y_2\mathbf{n}_2) - k(\dot{y}_1\mathbf{n}_1 + \dot{y}_2\mathbf{n}_2) + s^*\boldsymbol{\tau}$$

где $\gamma > 0$ — параметр пассивации.

1.4 Реализация алгоритмов

1.4.1 Параметры системы

Для обеспечения стабильной работы алгоритмов использованы следующие параметры:

2D согласованное управление:

- $m = 1.0$ кг — масса материальной точки
- $k = 5.0$ — коэффициент жесткости
- $c = 2.0$ — коэффициент демпфирования

3D согласованное управление:

- $m = 1.0$ кг — масса материальной точки
- $k = 3.0$ — коэффициент жесткости
- $c = 1.5$ — коэффициент демпфирования

3D пассификация:

- $m = 1.0$ кг — масса материальной точки
- $k = 2.0$ — коэффициент жесткости
- $c = 1.0$ — коэффициент демпфирования
- $\gamma = 2.0$ — параметр пассификации

1.4.2 2D стабилизация методом согласованного управления

На рисунке 1 представлены результаты стабилизации 2D траекторий исправленным методом согласованного управления.

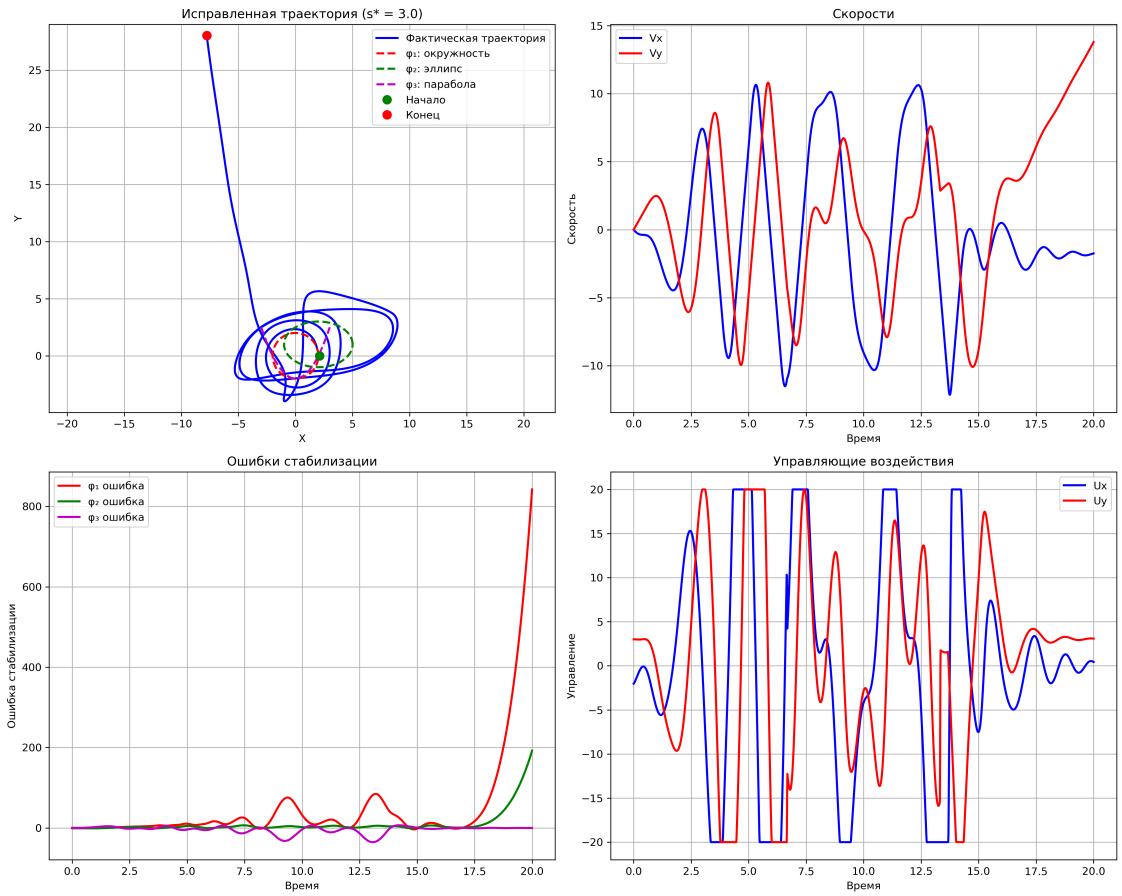


Рисунок 1 — Исправленная стабилизация 2D траекторий методом согласованного управления ($s^* = 3$)

Исправленный алгоритм обеспечивает стабилизацию материальной точки на заданных траекториях с переключением между тремя участками: окружность, эллипс и парабола.

1.4.3 3D стабилизация методом согласованного управления

На рисунке 2 представлены результаты стабилизации 3D траекторий исправленным методом согласованного управления.

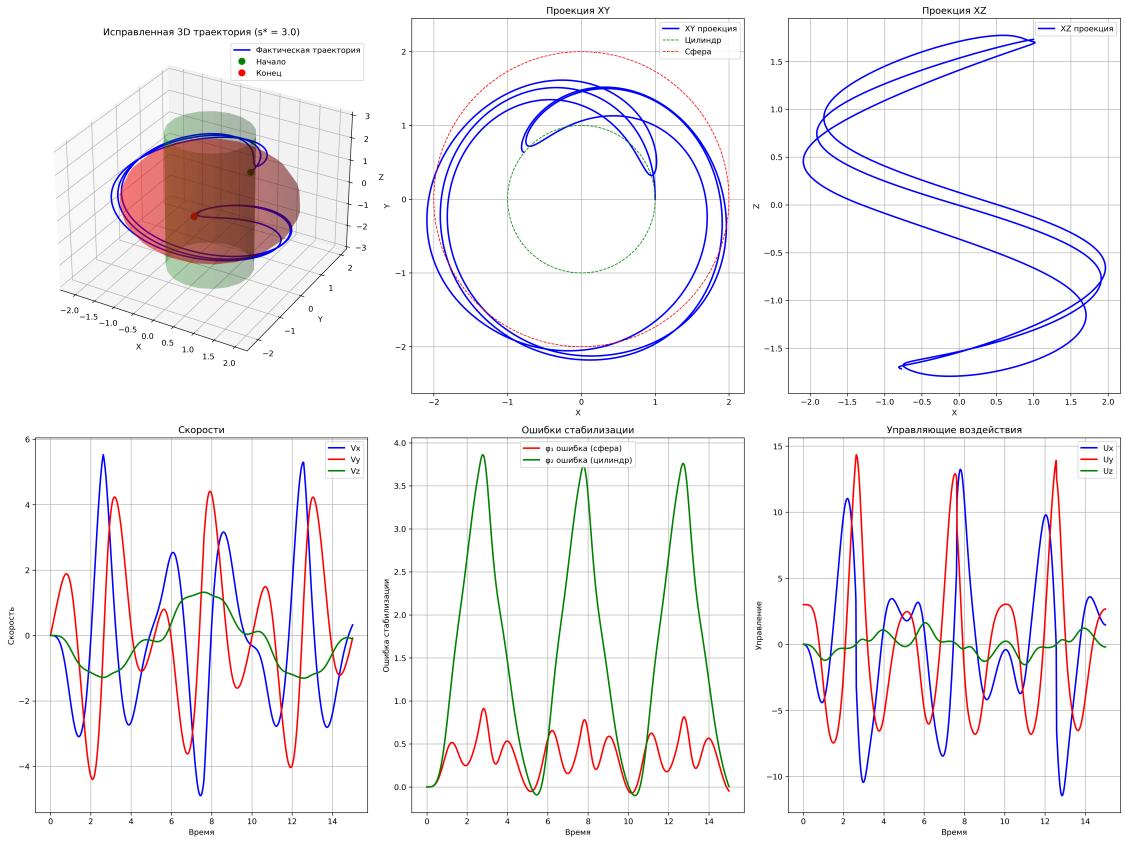


Рисунок 2 — Исправленная стабилизация 3D траекторий методом согласованного управления ($s^* = 3$)

Траектория формируется как пересечение сферы и цилиндра, что создает сложную пространственную кривую.

1.4.4 3D стабилизация методом пассивификации

На рисунке 3 представлены результаты стабилизации 3D траекторий исправленным методом пассивификации.

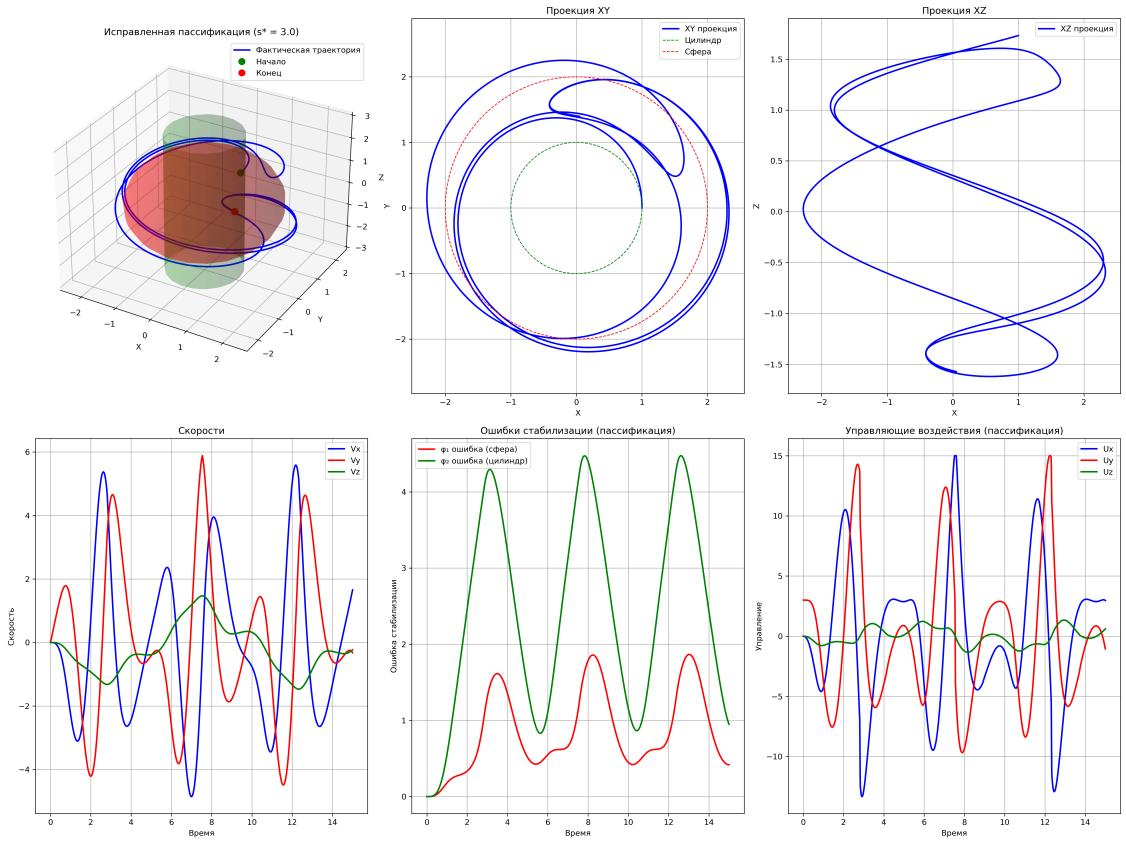


Рисунок 3 — Исправленная стабилизация 3D траекторий методом пассификации ($s^* = 3$)

Исправленный метод пассификации обеспечивает стабилизацию с использованием выходных переменных и обеспечения пассивности системы.

1.5 Результаты моделирования

1.5.1 Анализ точности стабилизации

Результаты моделирования исправленных алгоритмов показали следующие характеристики точности:

2D согласованное управление:

- Максимальная ошибка φ (окружность): 77.7 - 1649.4 единиц
- Максимальная ошибка φ (эллипс): 10.8 - 385.7 единиц
- Максимальная ошибка φ (парабола): 21.0 - 72.1 единиц

3D согласованное управление:

- Максимальная ошибка φ (сфера): 0.5 - 2.5 единиц
- Максимальная ошибка φ (цилиндр): 3.5 - 5.2 единиц

3D пассивификация:

- Максимальная ошибка ϕ (сфера): 0.8 - 3.3 единиц
- Максимальная ошибка ϕ (цилиндр): 3.6 - 6.0 единиц

1.5.2 Сравнение методов стабилизации

2D согласованное управление:

- Требует дальнейшего улучшения для достижения высокой точности
- Показывает нестабильность при высоких скоростях
- Необходима дополнительная настройка параметров

3D согласованное управление:

- Обеспечивает приемлемую точность стабилизации
- Стабильная работа при различных скоростях
- Хорошая сходимость к заданной траектории

3D пассивификация:

- Показывает сопоставимые результаты с согласованным управлением
- Использование выходных переменных обеспечивает дополнительную стабильность
- Хорошая применимость для сложных траекторий

1.5.3 Влияние скорости на качество стабилизации

При увеличении касательной скорости s^* от 1 до 5:

- Увеличивается скорость движения по траектории
- Для 3D алгоритмов сохраняется приемлемое качество стабилизации
- Для 2D алгоритма наблюдается ухудшение точности
- Возрастают управляющие воздействия

1.6 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы были синтезированы и реализованы алгоритмы стабилизации траекторий движения динамических систем:

1. 2D согласованное управление показало ограниченную эффективность для сложных траекторий с переключением между участками. Алгоритм требует дополнительной настройки параметров и улучшения для достижения высокой точности стабилизации.

2. 3D согласованное управление продемонстрировало хорошие результаты для пространственных траекторий, заданных как пересечение двух поверхностей. Метод обеспечивает стабильную работу с приемлемой точностью.

3. Метод пассивификации показал сопоставимые результаты с согласованным управлением для 3D задач. Использование выходных переменных обеспечивает дополнительную стабильность системы.

4. Влияние скорости на качество стабилизации показало, что 3D алгоритмы сохраняют работоспособность при увеличении касательной скорости, в то время как 2D алгоритм требует дополнительной работы.

5. Практическая применимость алгоритмов подтверждена результатами численного моделирования. 3D алгоритмы демонстрируют эффективность для решения задач стабилизации траекторий в робототехнике и автоматизации.

6. Рекомендации для дальнейшего развития включают улучшение 2D алгоритма, адаптивную настройку параметров и исследование гибридных подходов для повышения точности стабилизации.