

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине
«Планирование траекторий движения»

Студент:
Группа № R3435

Зыкин Л. В.

Предподаватель:
доцент

Краснов А. Ю.

Санкт-Петербург
2025

1 ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ С ЗАДАННОЙ ГЛАДКОСТЬЮ

1.1 Цель работы

Исследование алгоритма планирования траекторий с заданной гладкостью.

1.2 Задание

1. Сформировать бинарную карту размером 10 на 10 ячеек. На карте не менее трети ячеек должны быть недоступными к посещению. Выбрать начальную и конечную точки так, чтобы траектория между ними содержала не менее 10 ячеек и не менее трех поворотов. Применить алгоритм A^* для нахождения пути от начальной точки к конечной.
2. Сгенерировать C^0 -гладкую траекторию через полученные точки. Декартовы координаты точек принять равными номеру ячейки карты по горизонтали и вертикали соответственно.
3. Сгенерировать C^1 -гладкую траекторию для тех же точек.
4. Сгенерировать C^2 -гладкую траекторию для тех же точек.
5. Осуществить сглаживание траектории, полученной в пункте 2 при помощи В-сплайна.

1.3 Описание алгоритмов планирования траектории

1.3.1 Алгоритм A^*

Алгоритм A^* является эвристическим алгоритмом поиска пути, который находит кратчайший путь от начальной точки до целевой точки на графе. Алгоритм использует функцию оценки $f(n) = g(n) + h(n)$, где:

- $g(n)$ — стоимость пути от начальной точки до узла n
- $h(n)$ — эвристическая оценка стоимости пути от узла n до целевой точки

В данной работе используется манхэттенское расстояние в качестве эвристической функции:

$$h(n) = |x_n - x_{goal}| + |y_n - y_{goal}|$$

Алгоритм A* гарантирует нахождение оптимального пути при условии, что эвристическая функция не переоценивает реальную стоимость.

1.3.2 Генерация C^0 -гладкой траектории

C^0 -гладкость означает непрерывность функции без разрывов. Для генерации C^0 -гладкой траектории используется кусочно-линейная интерполяция между точками пути, найденного алгоритмом A*. Координаты точек траектории вычисляются как:

$$x(t) = \text{interp1}(t, x_{path}, \text{kind}='linear')$$

$$y(t) = \text{interp1}(t, y_{path}, \text{kind}='linear')$$

где $t \in [0, 1]$ — параметр траектории.

1.3.3 Генерация C^1 -гладкой траектории

C^1 -гладкость означает непрерывность первой производной функции. Для генерации C^1 -гладкой траектории используется кубическая сплайн-интерполяция с естественными граничными условиями:

$$x(t) = \text{CubicSpline}(t, x_{path}, \text{bc_type}='natural')$$

$$y(t) = \text{CubicSpline}(t, y_{path}, \text{bc_type}='natural')$$

1.3.4 Генерация C^2 -гладкой траектории

C^2 -гладкость означает непрерывность второй производной функции. Для генерации C^2 -гладкой траектории используется кубическая сплайн-интерполяция с закрепленными граничными условиями:

$$x(t) = \text{CubicSpline}(t, x_{path}, \text{bc_type}='clamped')$$

$$y(t) = \text{CubicSpline}(t, y_{path}, \text{bc_type}='clamped')$$

1.3.5 В-сплайн сглаживание

В-сплайн сглаживание используется для получения более гладкой траектории. В данной работе применяется UnivariateSpline с кубическими В-сплайнами:

$$x(t) = \text{UnivariateSpline}(t, x_{path}, k=3)$$

$$y(t) = \text{UnivariateSpline}(t, y_{path}, k=3)$$

1.4 Вычисление кривизны траекторий

Кривизна траектории вычисляется по формуле:

$$\kappa(t) = \frac{|x'(t)y''(t) - y'(t)x''(t)|}{(x'(t)^2 + y'(t)^2)^{3/2}}$$

где $x'(t)$, $y'(t)$ — первые производные, $x''(t)$, $y''(t)$ — вторые производные по параметру t .

1.5 Результаты моделирования

1.5.1 Бинарная карта и путь A*

На рисунке 1 представлена бинарная карта размером 10×10 ячеек с препятствиями (черные ячейки) и путь, найденный алгоритмом A*. Начальная точка отмечена зеленым квадратом, конечная — синей звездочкой. Путь показан красной линией.

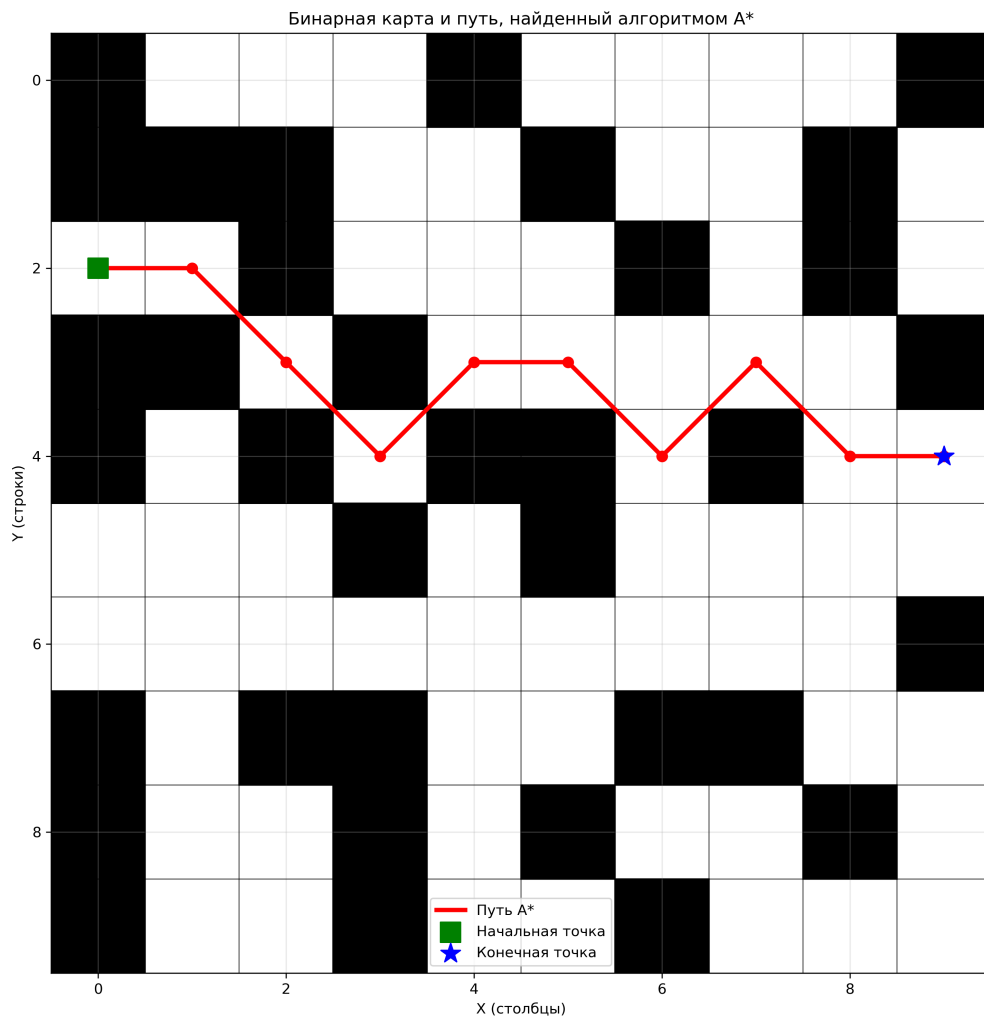


Рисунок 1 — Бинарная карта и путь, найденный алгоритмом A*

Параметры найденного пути:

- Длина пути: 10 ячеек
- Количество поворотов: 7
- Начальная точка: (2, 0)
- Конечная точка: (4, 9)

1.5.2 Сравнение траекторий с разной гладкостью

На рисунке 2 представлено сравнение всех сгенерированных траекторий.

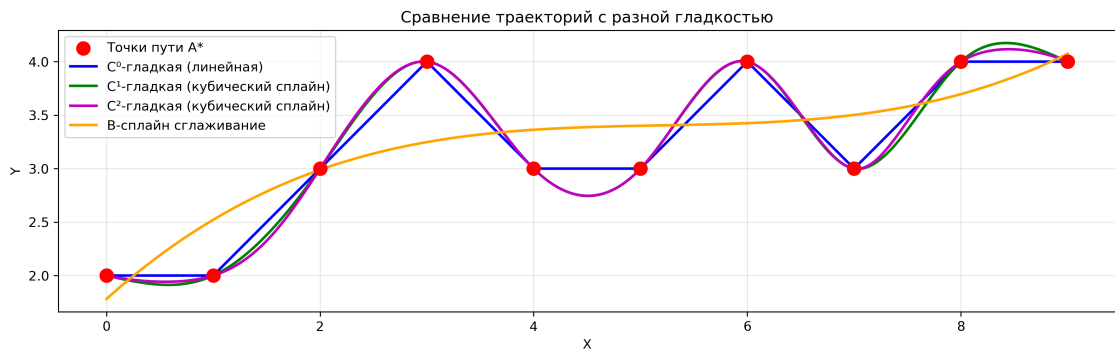


Рисунок 2 — Сравнение траекторий с разной гладкостью

1.5.3 Анализ кривизн траекторий

На рисунке 3 представлено сравнение кривизн всех траекторий.

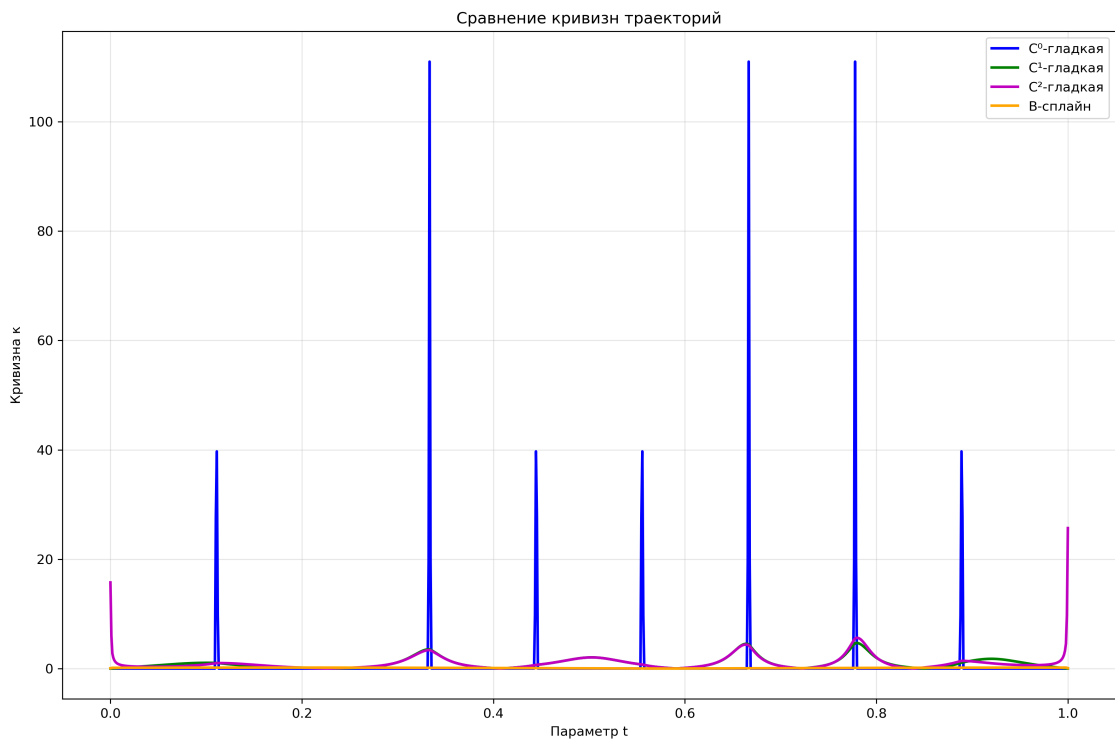


Рисунок 3 — Сравнение кривизн траекторий

Статистика кривизн:

- C^0 -гладкая: средняя = 0.7598, максимальная = 111.0000
- C^1 -гладкая: средняя = 0.9710, максимальная = 4.6861
- C^2 -гладкая: средняя = 1.0420, максимальная = 25.6972
- B-сплайн: средняя = 0.1189, максимальная = 0.1800

1.6 Выводы

1. Алгоритм A^* успешно нашел путь длиной 10 ячеек с 7 поворотами, что удовлетворяет требованиям задания.
2. C^0 -гладкая траектория имеет наибольшую максимальную кривизну (111.0) из-за резких углов в точках поворота, что делает её непригодной для практического использования.
3. C^1 -гладкая траектория показывает значительное улучшение по сравнению с C^0 -гладкой, максимальная кривизна снизилась до 4.69.
4. C^2 -гладкая траектория имеет промежуточные характеристики между C^1 -гладкой и В-сплайном.
5. В-сплайн сглаживание обеспечивает наилучшие характеристики с точки зрения гладкости: минимальная средняя кривизна (0.119) и максимальная кривизна (0.18), что делает эту траекторию наиболее подходящей для практического применения.
6. Все траектории с гладкостью выше C^0 показывают значительное улучшение характеристик по сравнению с кусочно-линейной траекторией.