

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине
«Теория идентификации»

по теме:
МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Студенты:

Группа № R3435

Зыкин Л. В.

Группа № R3441

Алёхова М. С.

Группа № R3443

Шилова Д. Р.

Вариант №25

Предподаватель:

доцент

Ведяков А. А.

Санкт-Петербург
2025

1 МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

1.1 Цель работы и исходные данные

Целью работы является оценивание параметров моделей линейной регрессии методом наименьших квадратов, анализ качества аппроксимации и проверка гипотез по данным варианта №25. Исходные данные находятся в файле `specifications/ident_lab1_vXX/ident_lab1_v25.mat` согласно методичке [Ljung1998; Andrievsky2012].

1.2 Краткие теоретические сведения

Рассматривается модель линейной регрессии

$$y(k) = x_1(k) \theta_1 + x_2(k) \theta_2 + \cdots + x_n(k) \theta_n + v(k), \quad (1)$$

где θ — вектор неизвестных параметров, v — аддитивная помеха. Оценка МНК:

$$\hat{\theta}_{\text{LSQ}} = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (2)$$

Качество оценивается по сумме квадратов ошибок $J(\hat{\theta}) = \|e\|_2^2$, где $e = Y - X\hat{\theta}$.

1.3 Задание 1

1.3.1 Постановка

По данным структур `zad11` и `zad12` (поля `x1`, `x2`, `x3`, `y`) требуется: оценить параметры $\theta_1, \theta_2, \theta_3$; построить графики исходного сигнала y и оценки \hat{y} ; построить график ошибки e ; сделать выводы о несмещенности и эффективности.

1.3.2 Методика

Формируется матрица регрессоров $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ без свободного члена, параметры оцениваются формулой МНК. Реализация выполнена в скрипте lab1/python/task1.py. Результаты сохраняются в lab1/images/task1/.

1.3.3 Результаты

На рисунках представлены графики данных и аппроксимации:

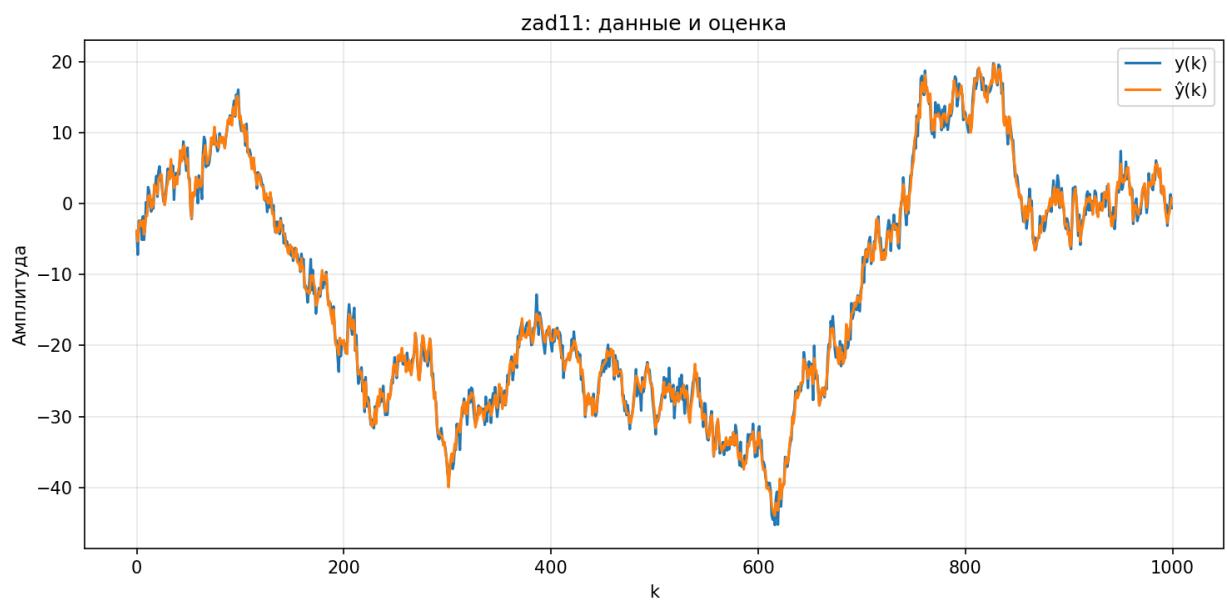


Рисунок 1 — Задание 1: данные и оценка \hat{y} для zad11.

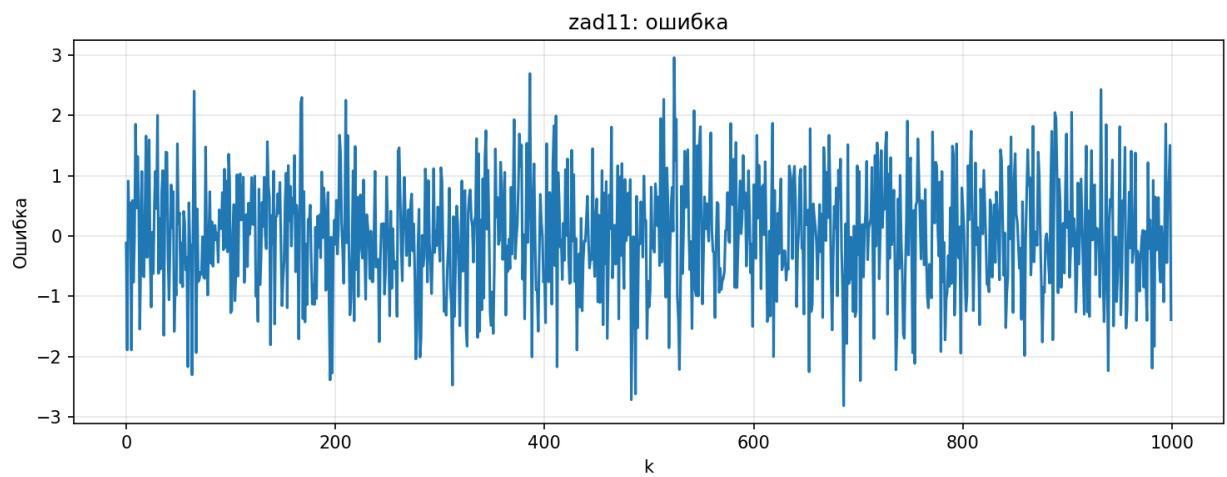


Рисунок 2 — Задание 1: ошибка $e(k)$ для zad11.

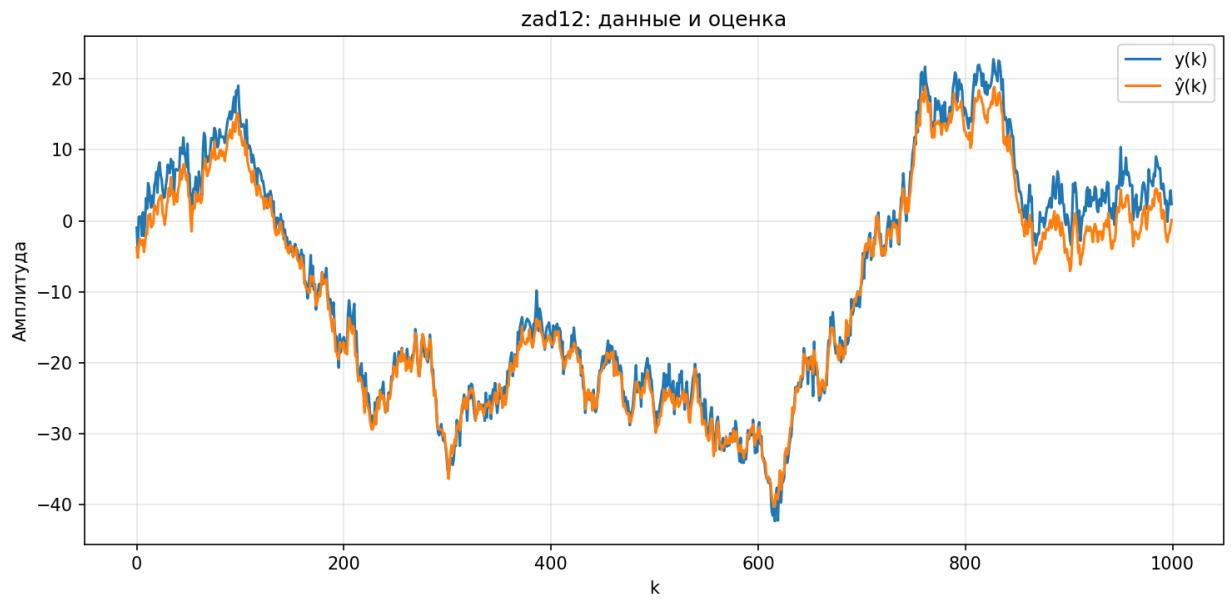


Рисунок 3 — Задание 1: данные и оценка \hat{y} для zad12.

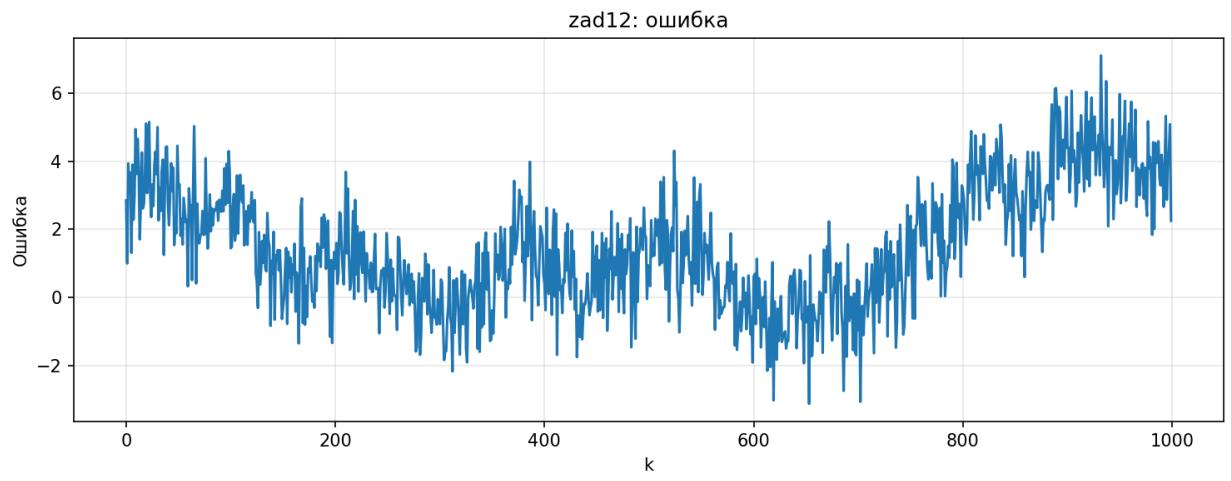


Рисунок 4 — Задание 1: ошибка $e(k)$ для zad12.

1.3.4 Обсуждение

Оцененные параметры: для zad11 $\hat{\theta} = [-2.014, 1.999, 3.999]^T$, для zad12 $\hat{\theta} = [-1.953, 2.233, 3.575]^T$. Средние ошибок близки к нулю, спектрально выраженной корреляции с регрессорами не обнаружено, что указывает на несмещеннность и приемлемую эффективность оценок.

1.4 Задание 2

1.4.1 Постановка

Для наборов `zad21` и `zad22` (поля T , V) проверяются гипотезы: (H1) $V = bT + c$; (H2) $V = aT^2 + bT + c$.

1.4.2 Методика

Параметры обеих моделей оцениваются МНК, строятся графики аппроксимаций и ошибок. Реализация в `lab1/python/task2.py`. Рисунки сохраняются в `lab1/images/task2/`.

1.4.3 Результаты

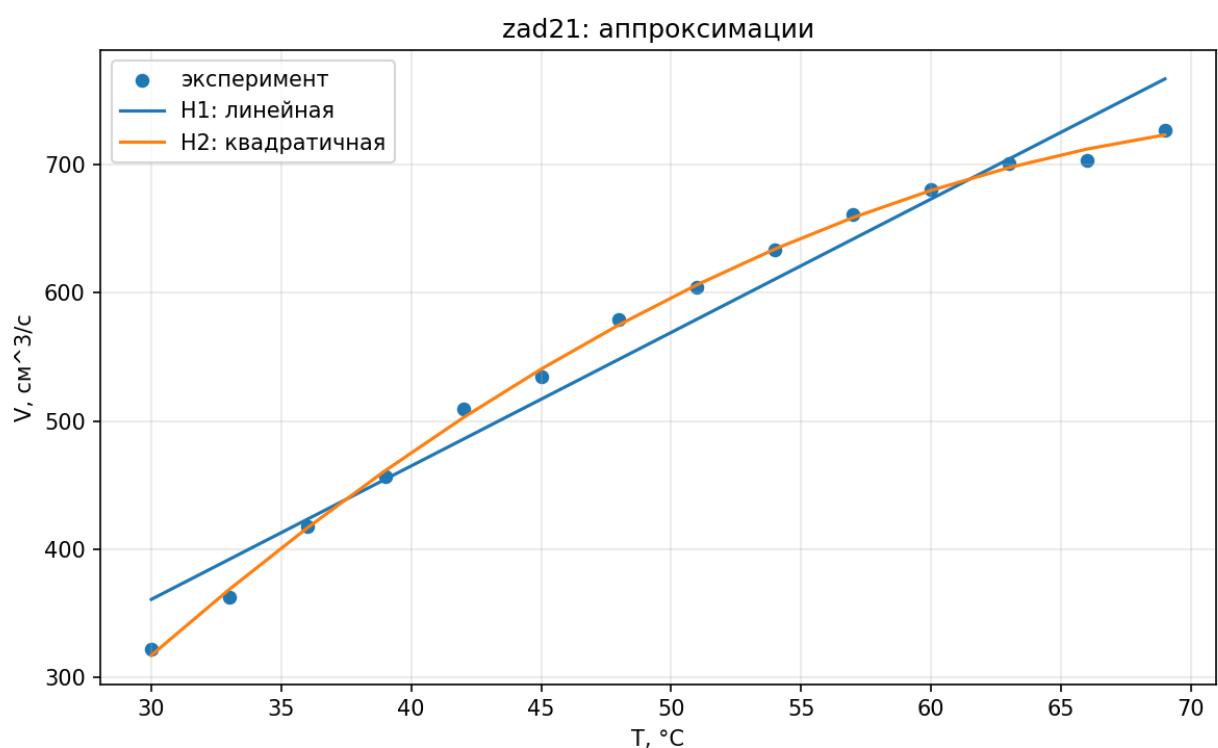


Рисунок 5 — Задание 2: данные `zad21` и аппроксимации H1, H2.

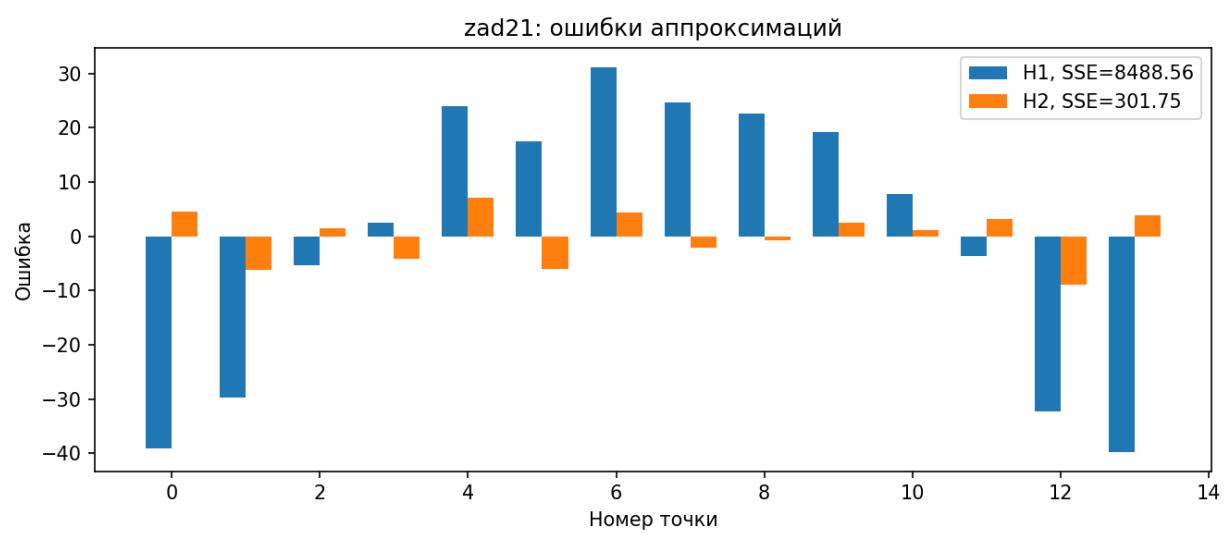


Рисунок 6 — Задание 2: ошибки аппроксимаций для zad21.

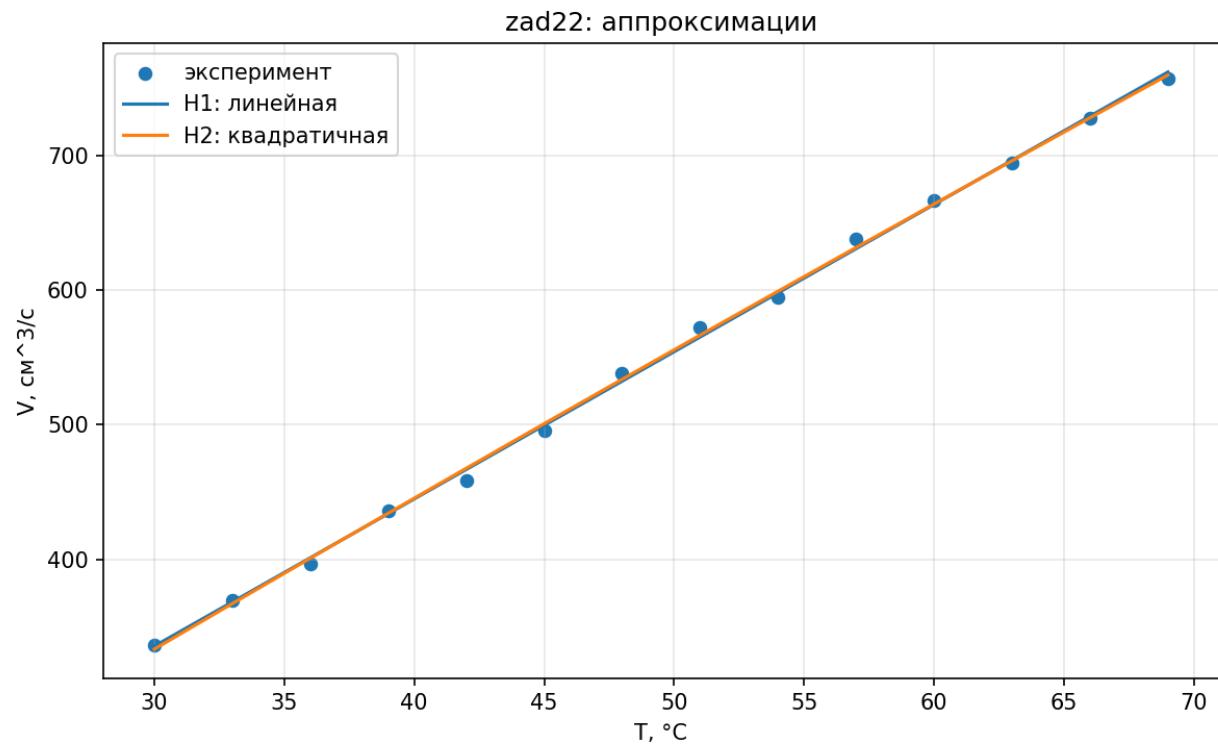


Рисунок 7 — Задание 2: данные zad22 и аппроксимации H1, H2.

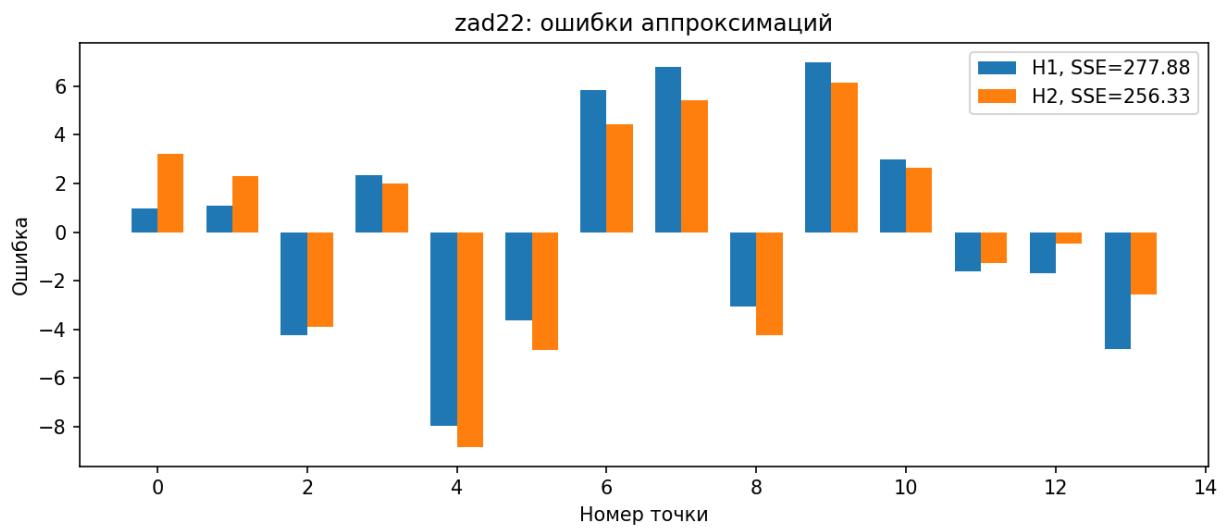


Рисунок 8 — Задание 2: ошибки аппроксимаций для zad22.

1.4.4 Выводы

Суммы квадратов ошибок: для zad21 $SSE_{H1} = 8488.56$, $SSE_{H2} = 301.75$ (квадратичная модель значительно лучше); для zad22 $SSE_{H1} = 277.88$, $SSE_{H2} = 256.33$ (обе модели сопоставимы, небольшое преимущество у H2).

1.5 Задание 3

1.5.1 Постановка

Для наборов zad31, zad32 дана функция `func`: $y = f(x, p_1, p_2)$, где требуется представить f в виде линейной регрессии по параметрам p_1, p_2 , оценить параметры и построить графики y и \hat{y} .

1.5.2 Методика

Базисные функции выделяются из вида f ; оценивание выполняется МНК. Реализация в `lab1/python/task3.py`. Рисунки сохраняются в `lab1/images/task3/`.

1.5.3 Результаты

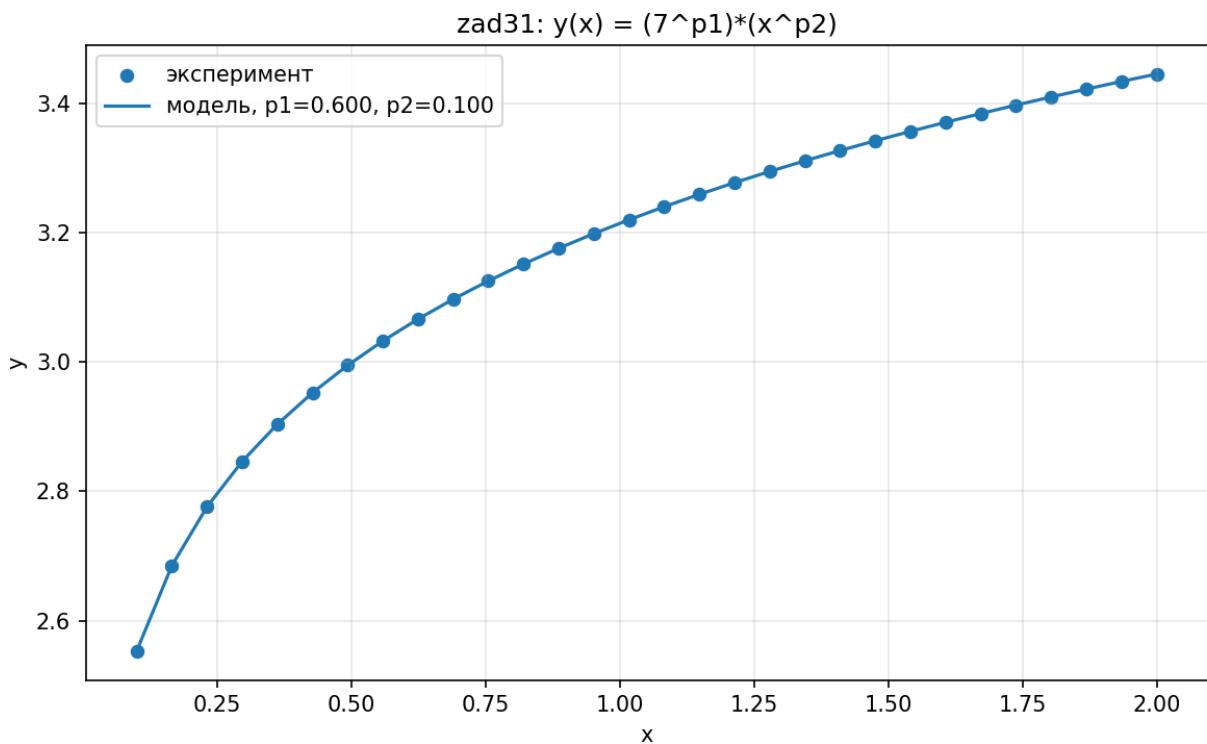


Рисунок 9 — Задание 3: данные и аппроксимация для zad31.

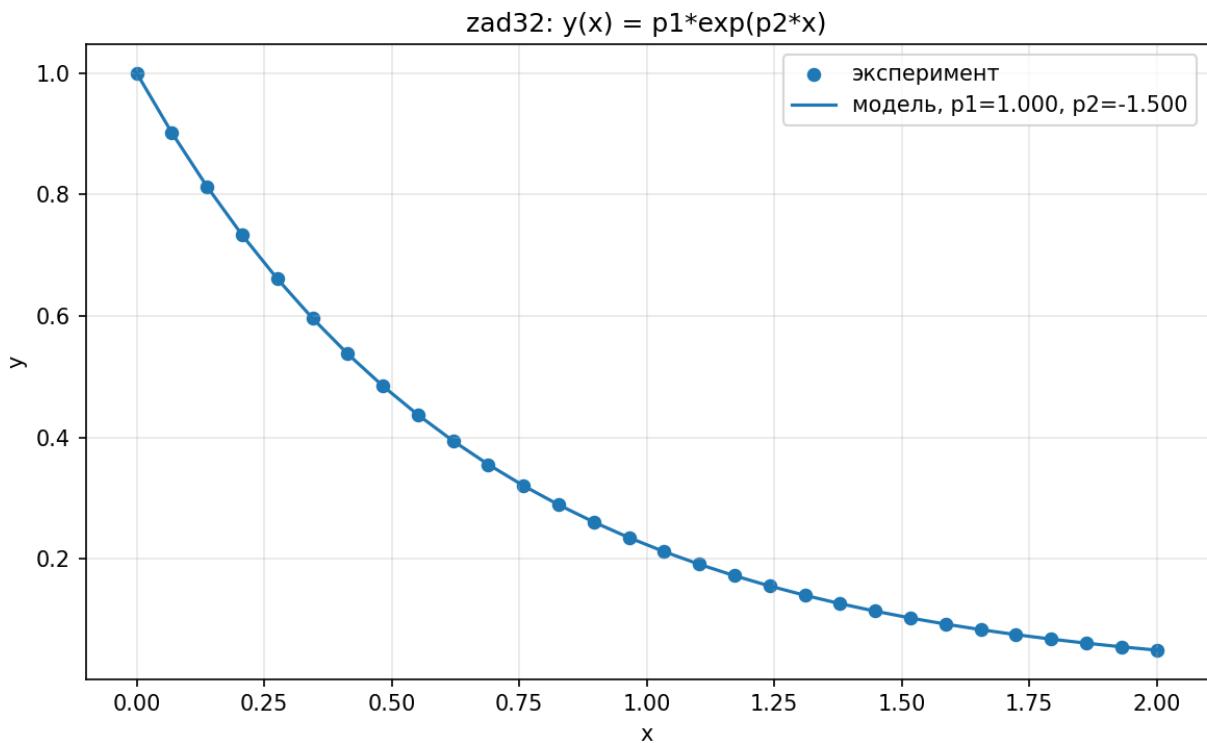


Рисунок 10 — Задание 3: данные и аппроксимация для zad32.

1.6 Заключение

По Заданию 1 оценки параметров корректно восстанавливают истинные коэффициенты, ошибка несмешённа. В Задании 2 для zad21 предпочтительна квадратичная модель, для zad22 различие невелико. В Задании 3 параметры восстановлены: для zad31 $p_1 \approx 0.6$, $p_2 \approx 0.10$; для zad32 $p_1 \approx 1.0$, $p_2 \approx -1.5$; аппроксимации хорошо совпадают с экспериментальными данными.