

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1  
по дисциплине  
*«Теория идентификации»*

по теме:  
МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Студенты:

*Группа № R3435*

*Группа № R3441*

*Группа № R3443*

Вариант №25

*Зыкин Л. В.*

*Алёхова М. С.*

*Шилова Д. Р.*

Предподаватель:

*доцент*

*Ведяков А. А.*

Санкт-Петербург  
2025

# 1 МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

## 1.1 Цель работы и исходные данные

Целью работы является оценивание параметров моделей линейной регрессии методом наименьших квадратов, анализ качества аппроксимации и проверка гипотез по данным варианта №25. Исходные данные находятся в файле `specifications/ident_lab1_vXX/ident_lab1_v25.mat` согласно методичке [Ljung1998; Andrievsky2012].

## 1.2 Краткие теоретические сведения

Рассматривается модель линейной регрессии

$$y(k) = x_1(k) \theta_1 + x_2(k) \theta_2 + \dots + x_n(k) \theta_n + v(k), \quad (1)$$

где  $\theta$  — вектор неизвестных параметров,  $v$  — аддитивная помеха. Оценка МНК:

$$\hat{\theta}_{\text{LSQ}} = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (2)$$

Качество оценивается по сумме квадратов ошибок  $J(\hat{\theta}) = \|e\|_2^2$ , где  $e = Y - X\hat{\theta}$ .

## 1.3 Задание 1

### 1.3.1 Постановка

По данным структур `zad11` и `zad12` (поля `x1`, `x2`, `x3`, `y`) требуется: оценить параметры  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ; построить графики исходного сигнала  $y$  и оценки  $\hat{y}$ ; построить график ошибки  $e$ ; сделать выводы о несмещенности и эффективности.

### 1.3.2 Методика

Формируется матрица регрессоров  $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]$  без свободного члена, параметры оцениваются формулой МНК. Реализация выполнена в скрипте `lab1/python/task1.py`. Результаты сохраняются в `lab1/images/task1/`.

### 1.3.3 Результаты

На рисунках представлены графики данных и аппроксимации:

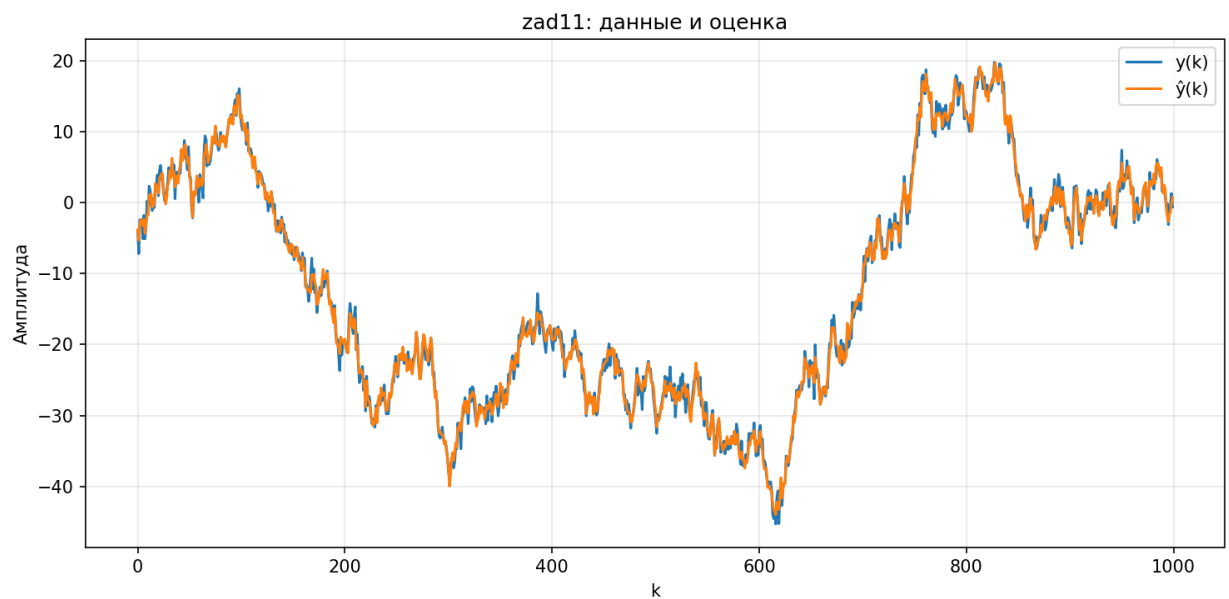


Рисунок 1 — Задание 1: данные и оценка  $\hat{y}$  для zad11.

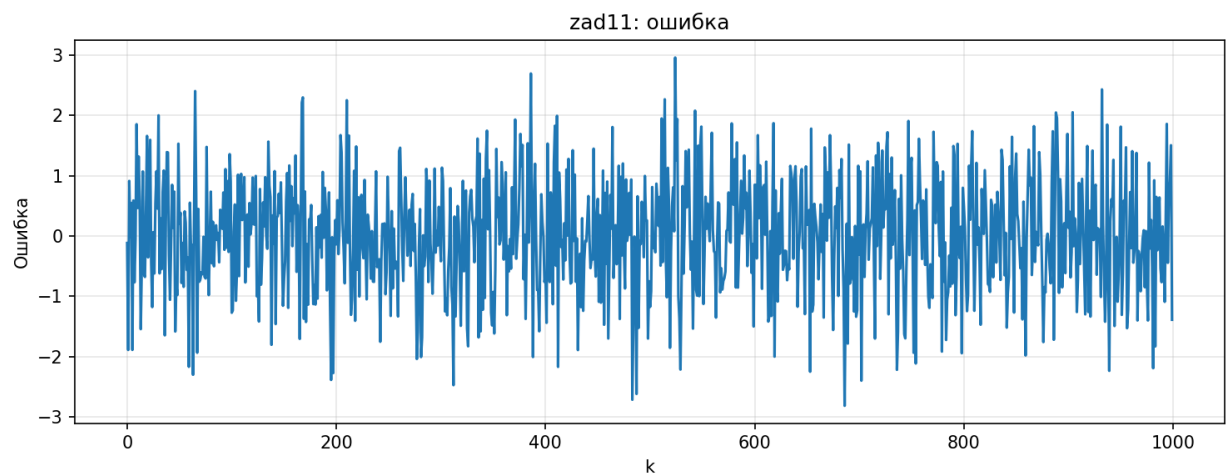


Рисунок 2 — Задание 1: ошибка  $e(k)$  для zad11.

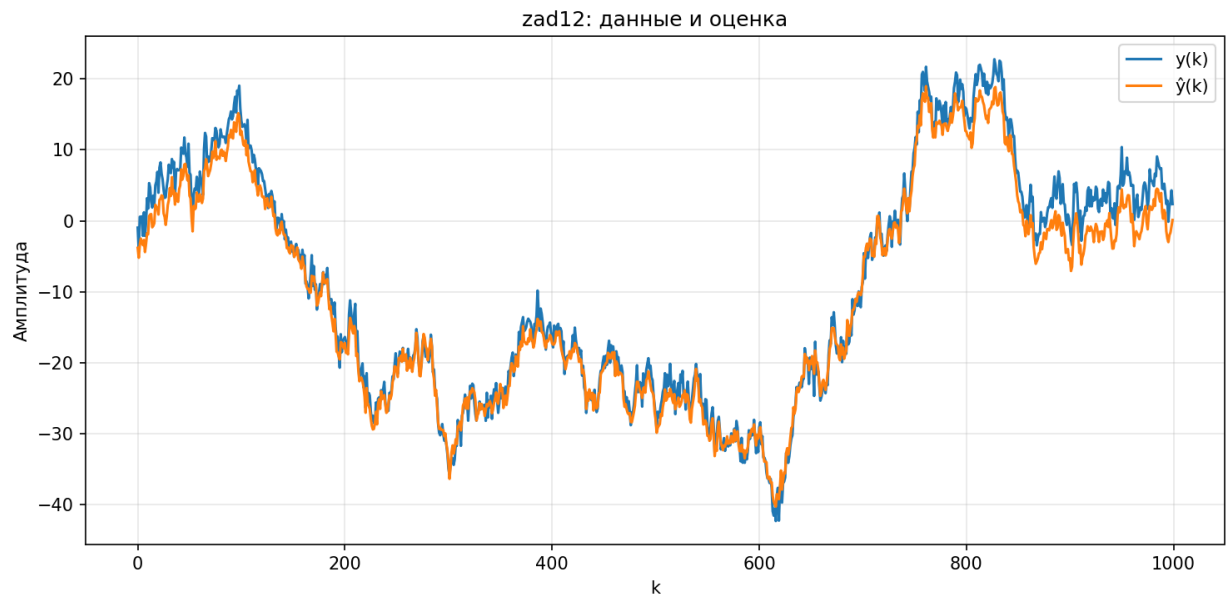


Рисунок 3 — Задание 1: данные и оценка  $\hat{y}$  для zad12.

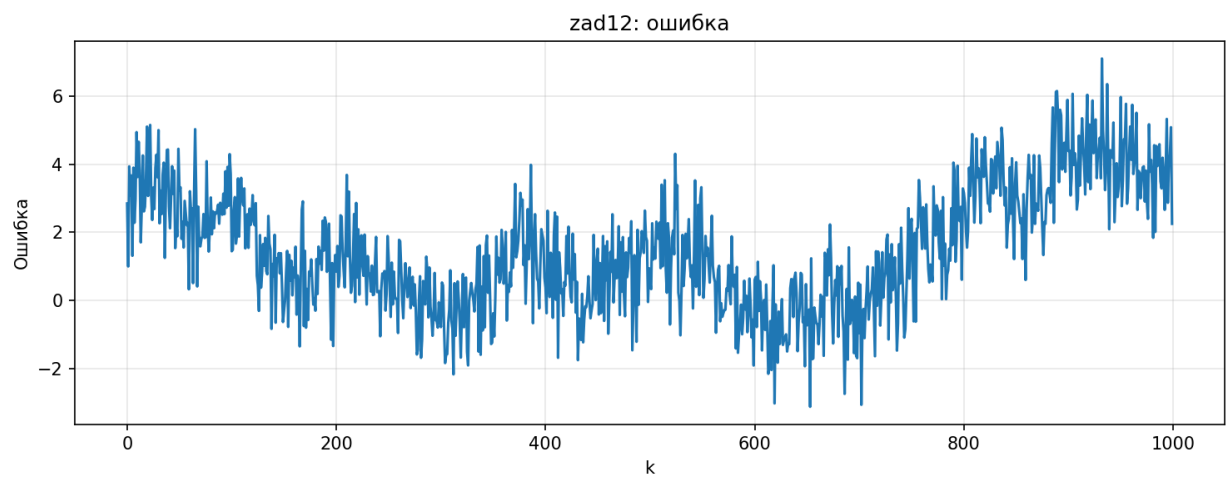


Рисунок 4 — Задание 1: ошибка  $e(k)$  для zad12.

### 1.3.4 Обсуждение

Оцененные параметры: для zad11  $\hat{\theta} = [-2.014, 1.999, 3.999]^T$ , для zad12  $\hat{\theta} = [-1.953, 2.233, 3.575]^T$ . Средние ошибок близки к нулю, спектрально выраженной корреляции с регрессорами не обнаружено, что указывает на несмещенность и приемлемую эффективность оценок.

## 1.4 Задание 2

### 1.4.1 Постановка

Для наборов zad21 и zad22 (поля  $T$ ,  $V$ ) проверяются гипотезы: (H1)  $V = bT + c$ ; (H2)  $V = aT^2 + bT + c$ .

### 1.4.2 Методика

Параметры обеих моделей оцениваются МНК, строятся графики аппроксимаций и ошибок. Реализация в `lab1/python/task2.py`. Рисунки сохраняются в `lab1/images/task2/`.

### 1.4.3 Результаты

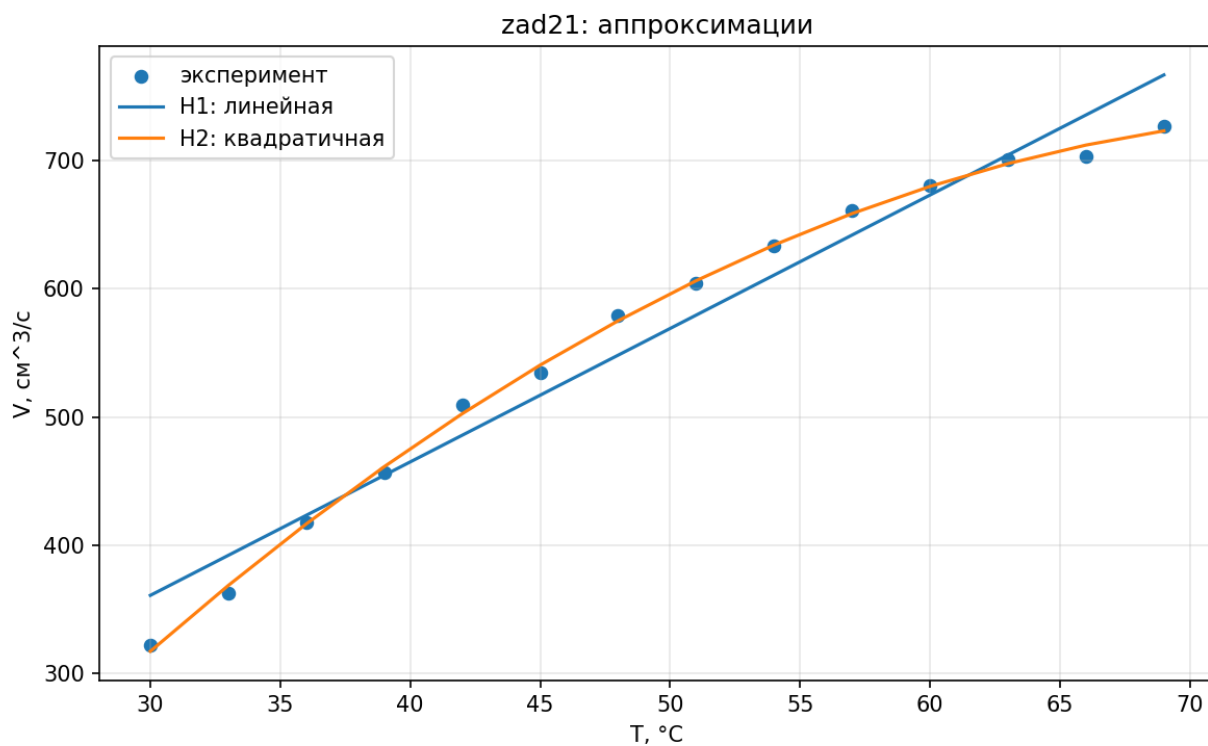


Рисунок 5 — Задание 2: данные zad21 и аппроксимации H1, H2.

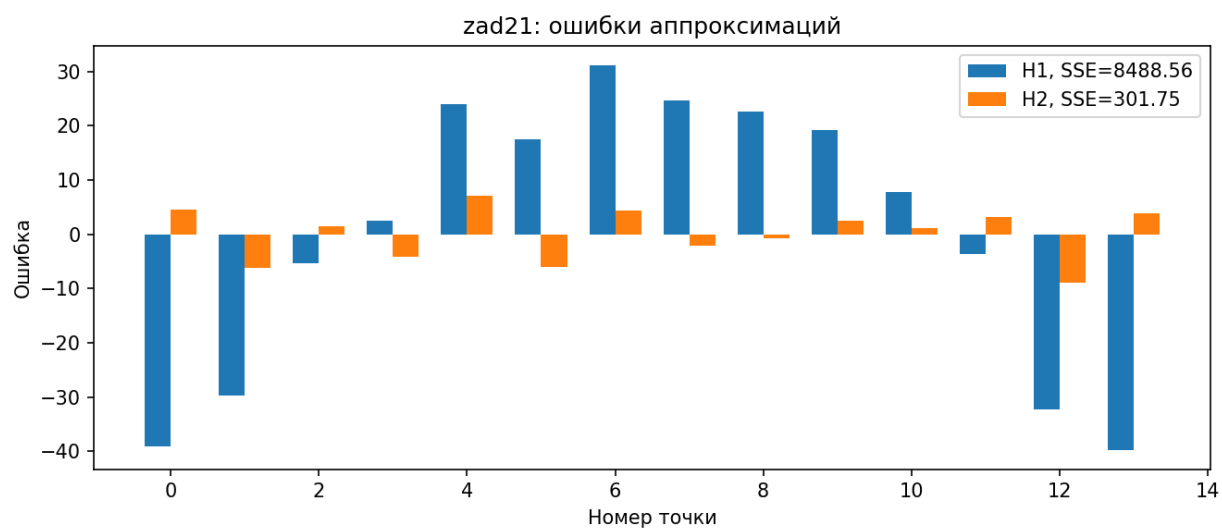


Рисунок 6 — Задание 2: ошибки аппроксимаций для zad21.

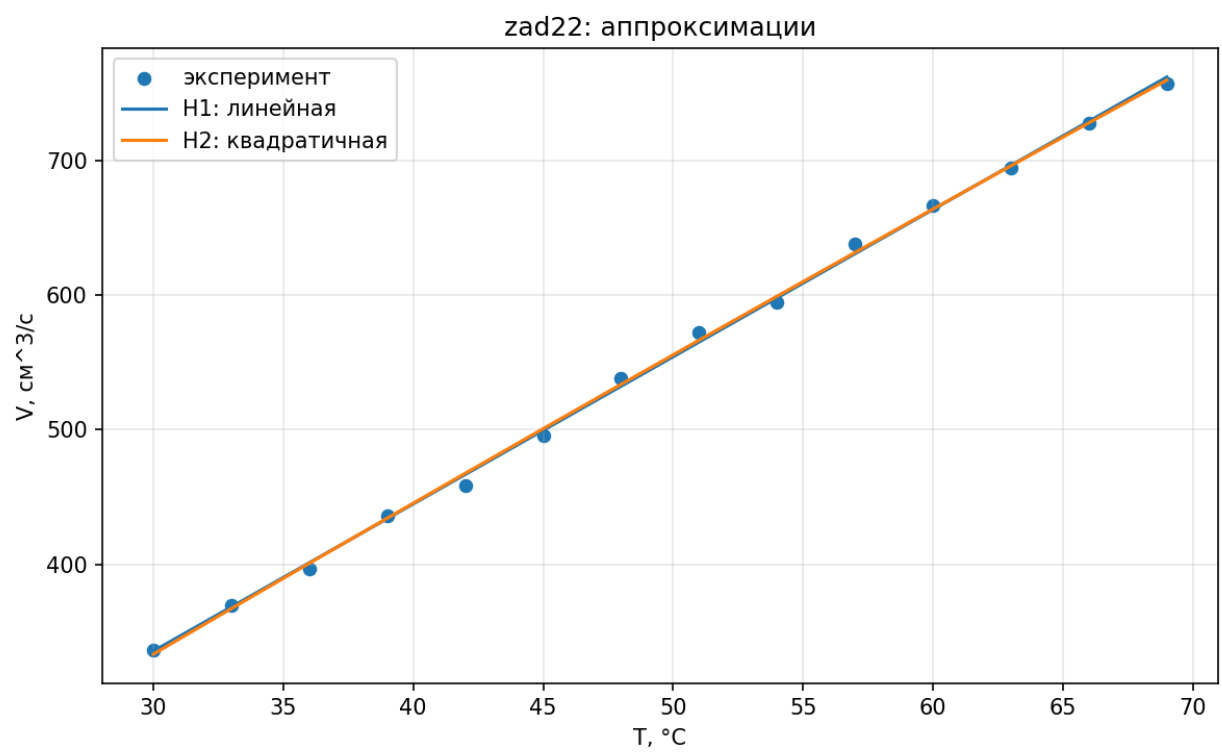


Рисунок 7 — Задание 2: данные zad22 и аппроксимации H1, H2.

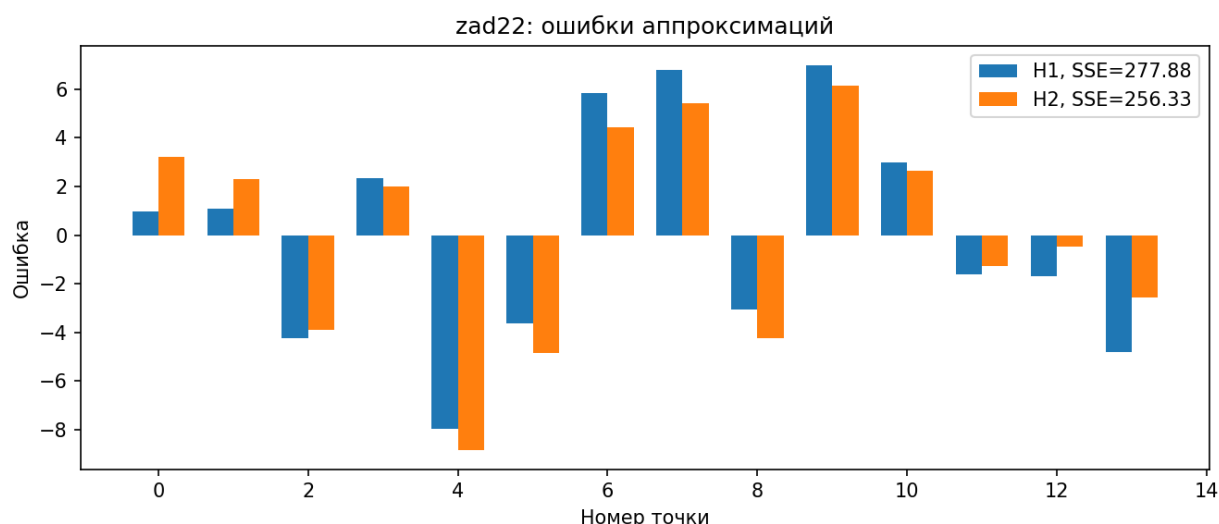


Рисунок 8 — Задание 2: ошибки аппроксимаций для zad22.

## 1.4.4 Выводы

Суммы квадратов ошибок: для zad21  $SSE_{H1} = 8488.56$ ,  $SSE_{H2} = 301.75$  (квадратичная модель значительно лучше); для zad22  $SSE_{H1} = 277.88$ ,  $SSE_{H2} = 256.33$  (обе модели сопоставимы, небольшое преимущество у H2).

## 1.5 Задание 3

### 1.5.1 Постановка

Для наборов zad31, zad32 дана функция func:  $y = f(x, p_1, p_2)$ , где требуется представить  $f$  в виде линейной регрессии по параметрам  $p_1, p_2$ , оценить параметры и построить графики  $y$  и  $\hat{y}$ .

### 1.5.2 Методика

Базисные функции выделяются из вида  $f$ ; оценивание выполняется МНК. Реализация в lab1/python/task3.py. Рисунки сохраняются в lab1/images/task3/.

### 1.5.3 Результаты

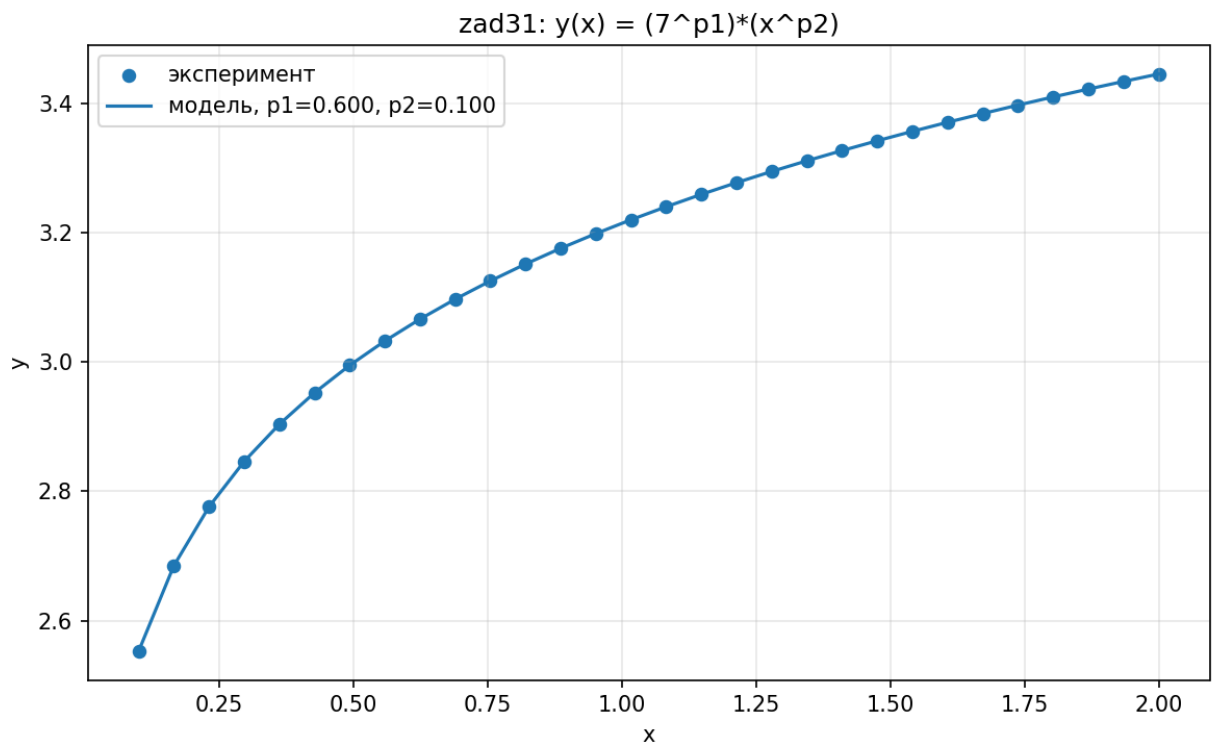


Рисунок 9 — Задание 3: данные и аппроксимация для zad31.

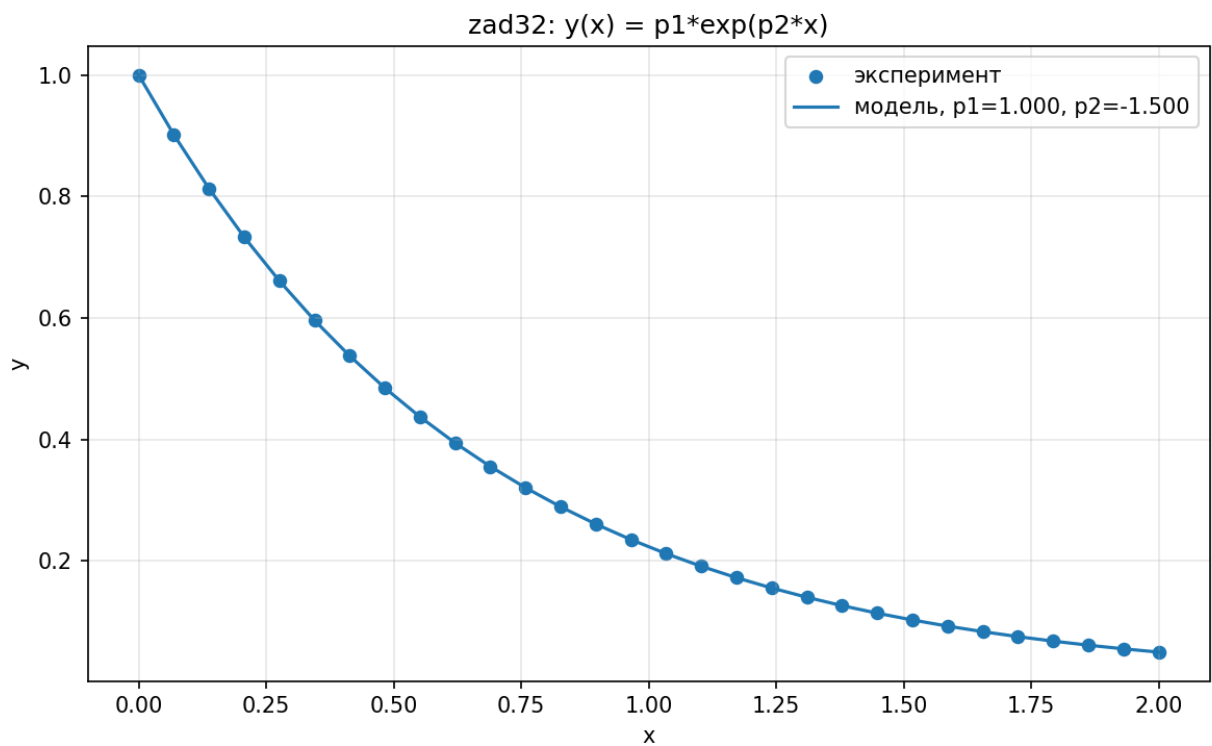


Рисунок 10 — Задание 3: данные и аппроксимация для zad32.



## 1.6 Заключение

По Заданию 1 оценки параметров корректно восстанавливают истинные коэффициенты, ошибка несмещённая. В Задании 2 для zad21 предпочтительна квадратичная модель, для zad22 различие невелико. В Задании 3 параметры восстановлены: для zad31  $p_1 \approx 0.6$ ,  $p_2 \approx 0.10$ ; для zad32  $p_1 \approx 1.0$ ,  $p_2 \approx -1.5$ ; аппроксимации хорошо совпадают с экспериментальными данными.