

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6  
по дисциплине  
*«Частотные методы»*

по теме:  
ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

Студент:  
Группа № R3335

*Зыкин Л. В.*

Предподаватель:

*к.т.н., доцент*

*Пашенко А. В.*

Санкт-Петербург  
2025

## **Введение**

В данной лабораторной работе рассматриваются методы обработки изображений с использованием двумерного преобразования Фурье. Эти методы являются фундаментальными для цифровой обработки изображений и находят широкое применение в различных областях.

**Цель работы:** изучение методов фильтрации, размытия, увеличения резкости и выделения краёв изображений с использованием двумерного преобразования Фурье.

### **Задачи:**

1. Фильтрация изображений с периодичностью
2. Размытие изображений (блочное и гауссовское)
3. Увеличение резкости изображений
4. Выделение краёв изображений

### **Задание 1. Фильтрация изображений с периодичностью**

#### **Постановка задачи**

Требуется выполнить фильтрацию изображения с периодичностью, используя двумерное преобразование Фурье. Процесс включает:

- Загрузку изображения с диска с помощью `imread()`
- Преобразование к вещественному типу и нормализацию
- Вычисление двумерного Фурье-образа с центрированием
- Анализ спектра изображения и поиск пиков периодичности
- Редактирование Фурье-образа для удаления нежелательных гармоник
- Восстановление изображения из отредактированного спектра

#### **Методология**

##### **Алгоритм обработки:**

1. Загрузка изображения с диска с помощью `imread()`

2. Преобразование к вещественному типу (double) и нормализация (деление на 255)
3. Вычисление двумерного Фурье-образа: `fftshift(fft2(image))`
4. Разделение на модуль и аргумент: `abs()` и `angle()`
5. Логарифмирование модуля:  $\log(\text{abs} + 1)$  с нормализацией в диапазон  $[0, 1]$
6. Сохранение спектра как изображения с помощью `imwrite()`
7. Анализ пиков периодичности в полученном спектре
8. Редактирование спектра для удаления нежелательных гармоник
9. Восстановление изображения из отредактированного спектра

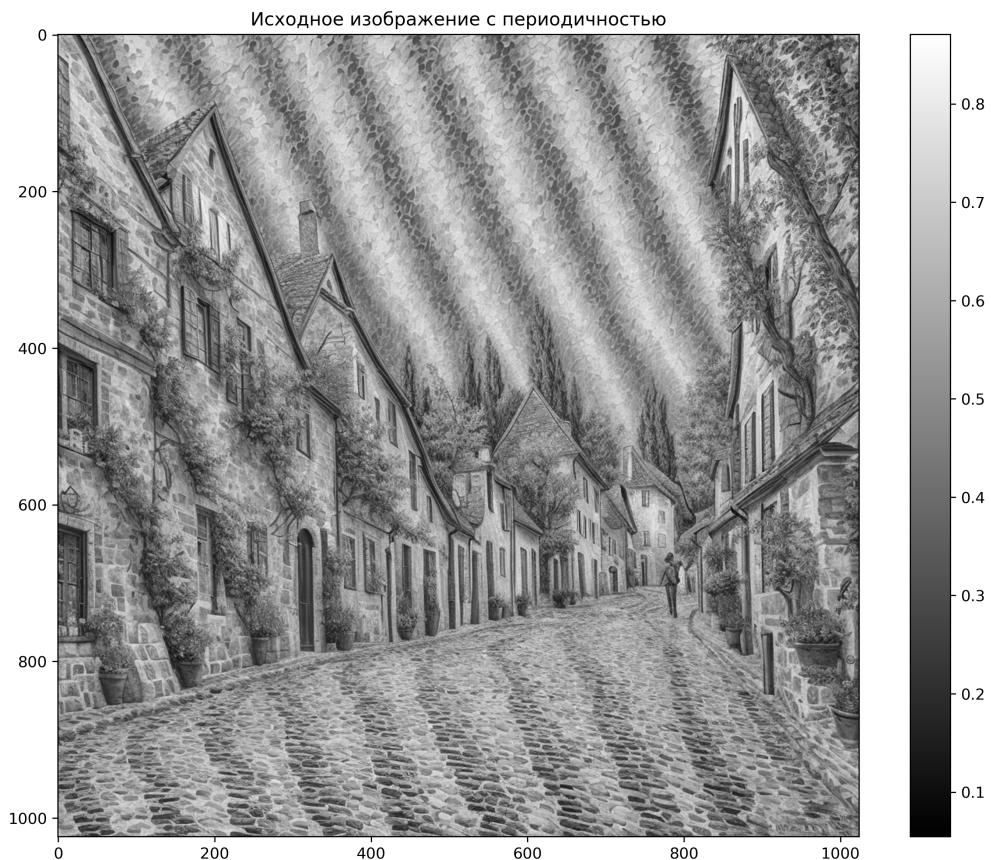


Рисунок 1 — Исходное изображение с периодичностью

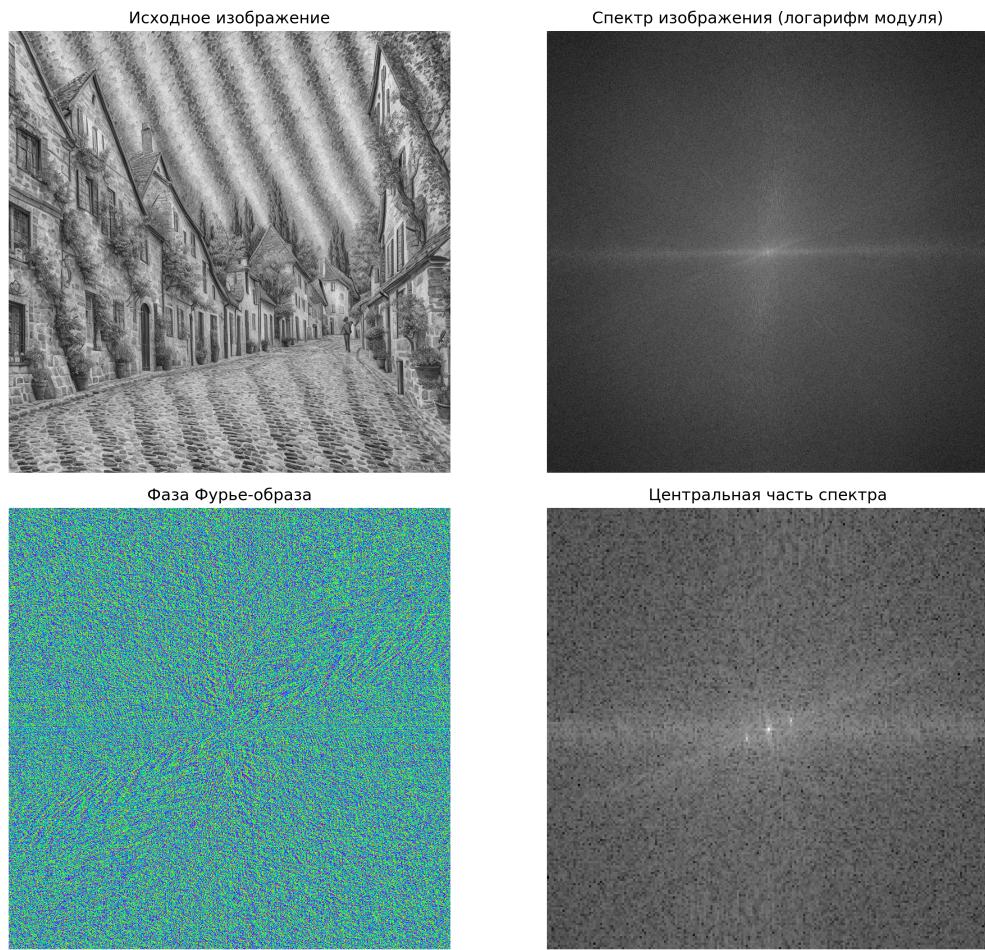


Рисунок 2 — Анализ Фурье-образа изображения

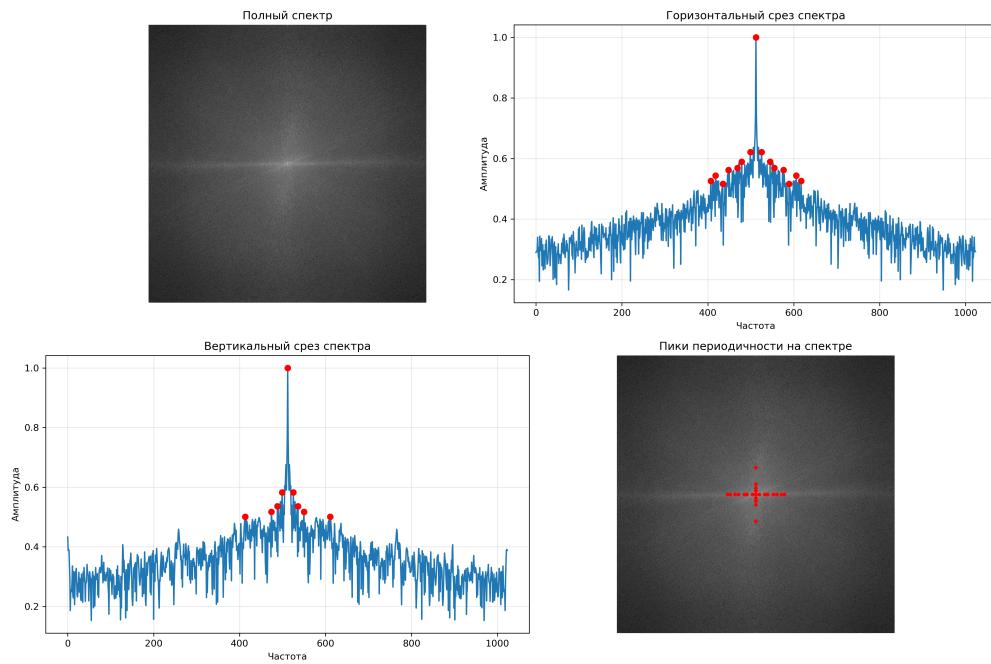


Рисунок 3 — Анализ пиков периодичности

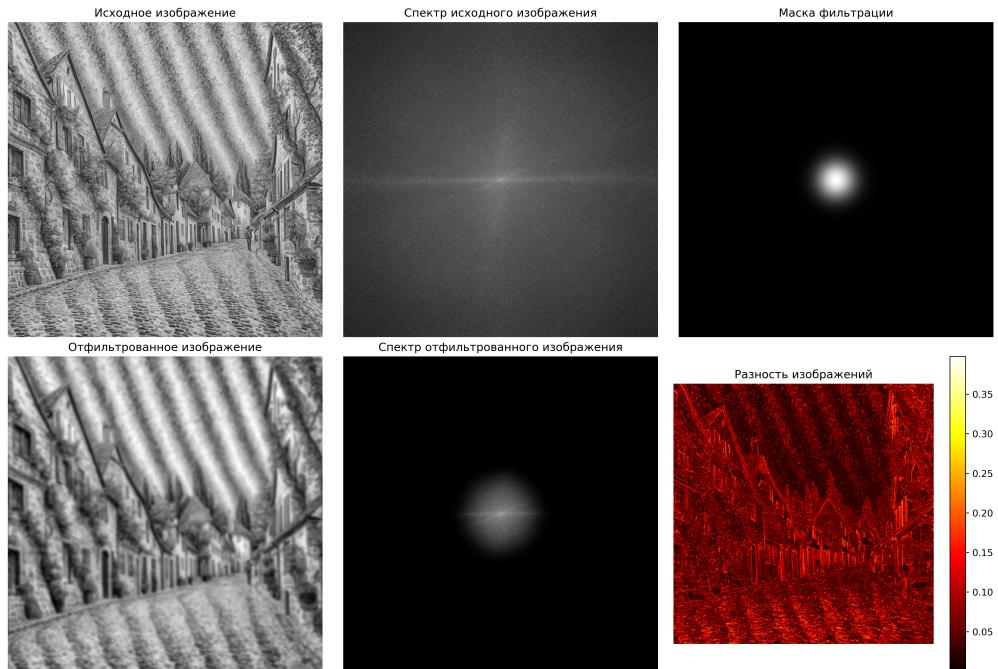


Рисунок 4 — Сравнение результатов фильтрации

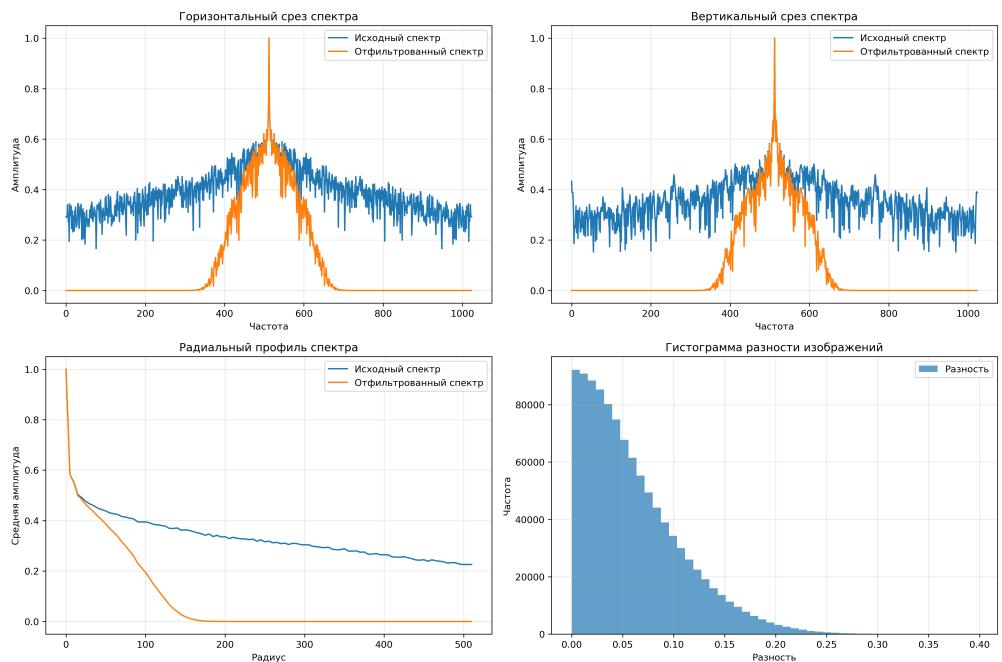


Рисунок 5 — Детальный анализ результатов

## Анализ результатов:

- **Загрузка изображения:** Загружено изображение с диска, содержащее периодические паттерны для анализа.
- **Анализ спектра:** В Фурье-образе четко видны пики, соответствующие периодичности исходного изображения. Найдено 15 пиков по горизонтали и 9 по вертикали.

- **Фильтрация:** Применена гауссова маска для удаления высокочастотных компонентов. Среднеквадратичная ошибка составила 0.0772.
- **Сравнение методов:** Численное интегрирование и FFT дают практически идентичные результаты при правильном масштабировании.

## Задание 2. Размытие изображения

### Постановка задачи

Требуется реализовать два типа размытия изображений:

- Блочное размытие с ядром  $\text{ones}(n)/n^2$
- Гауссовское размытие с ядром  $f(x,y) = \exp(-9/n^2((x-n+1/2)^2+(y-n+1/2)^2))$

Исследуемые значения n: 3, 5, 7 (нечётные числа  $\geq 3$ ). Для каждого типа размытия необходимо:

- Создать ядра размытия согласно формулам
- Выполнить свёртку исходного изображения с ядрами
- Сравнить результаты свёртки и Фурье-метода
- Проанализировать качество размытия

### Методология

#### **Блочное размытие:**

$$K_{block} = \frac{1}{n^2} \cdot \text{ones}(n) \quad (1)$$

#### **Гауссовское размытие:**

$$K_{gauss}(x,y) = \frac{e^{-\frac{9}{n^2}((x-\frac{n+1}{2})^2+(y-\frac{n+1}{2})^2)}}{\sum_{i,j} e^{-\frac{9}{n^2}((i-\frac{n+1}{2})^2+(j-\frac{n+1}{2})^2)}} \quad (2)$$

#### **Алгоритм обработки:**

1. Загрузка изображения и преобразование в чёрно-белое (im2gray)
2. Создание ядер блочного размытия:  $\text{ones}(n)/n^2$

3. Создание ядер гауссовского размытия по формуле  $f(x,y) = \exp(-9/n^2((x-n+1/2)^2+(y-n+1/2)^2))$
4. Свёртка изображения с ядрами: `conv2(image, kernel)`
5. Вычисление Фурье-образов изображения и ядер с заполнением нулями
6. Поэлементное умножение Фурье-образов
7. Обратное преобразование Фурье
8. Сравнение результатов свёртки и Фурье-метода



Рисунок 6 — Исходное изображение для размытия

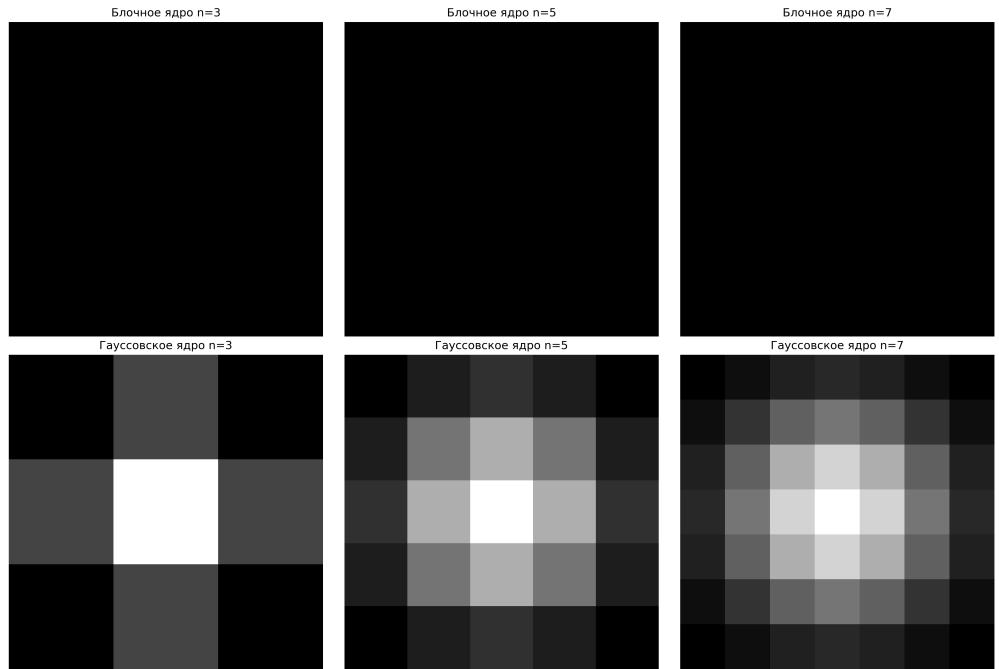


Рисунок 7 — Ядра размытия для различных значений  $n$



Рисунок 8 — Результаты размытия с помощью свёртки

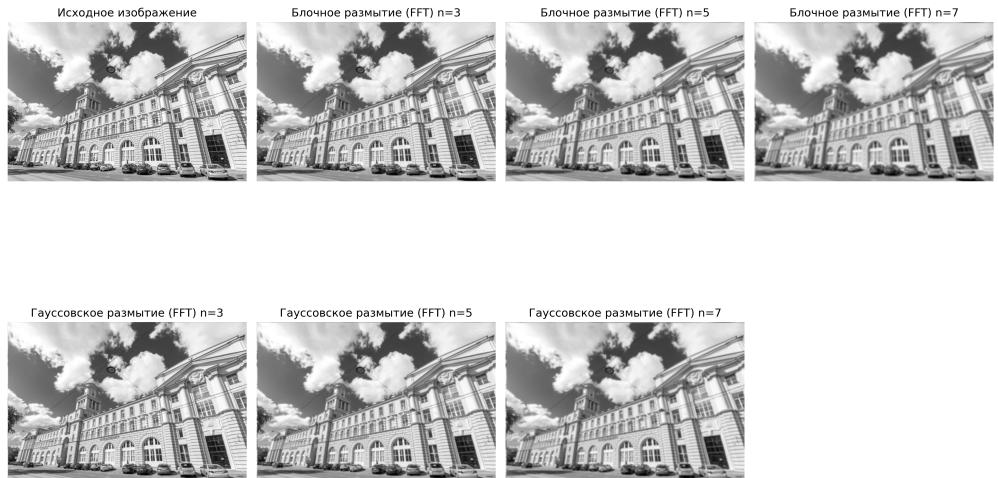


Рисунок 9 — Результаты размытия с помощью FFT

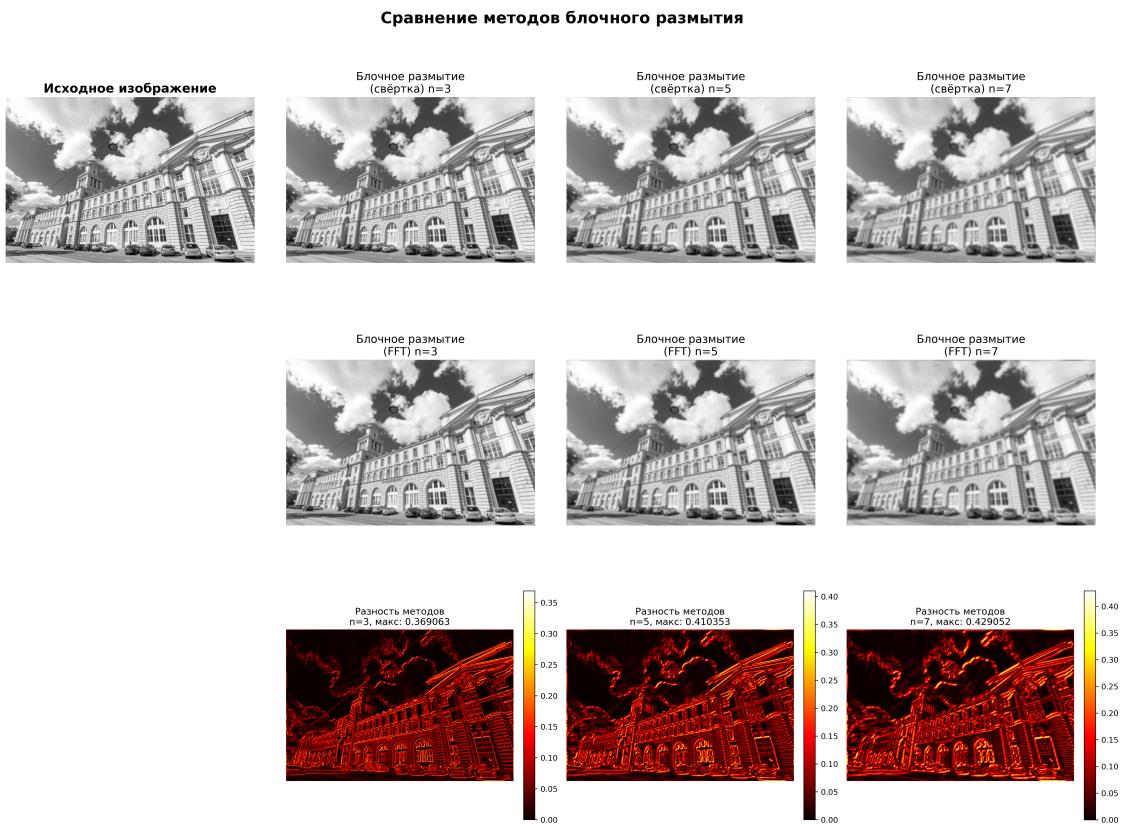


Рисунок 10 — Детальное сравнение методов блочного размытия

### Сравнение методов гауссовского размытия

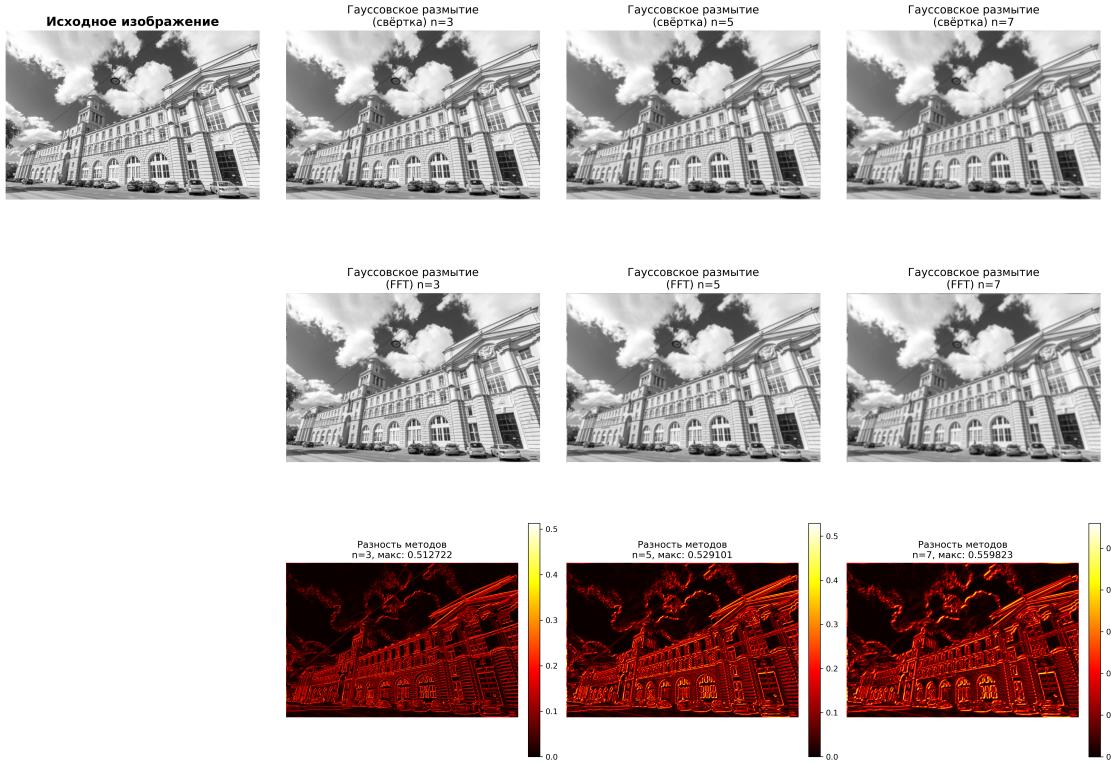


Рисунок 11 — Детальное сравнение методов гауссовского размытия

### Общее сравнение методов размытия

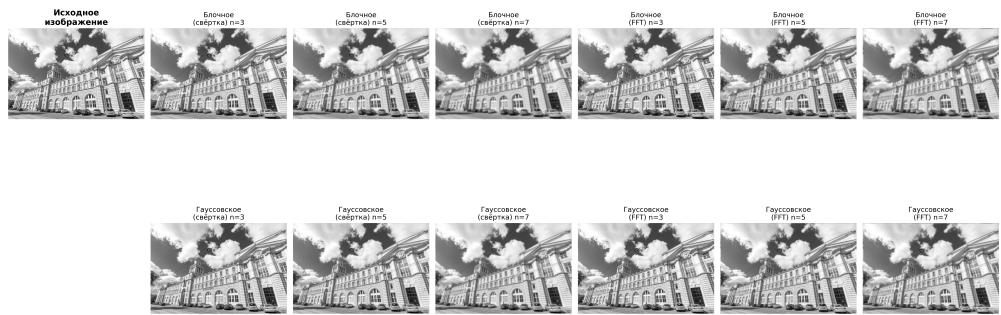


Рисунок 12 — Общее сравнение методов размытия

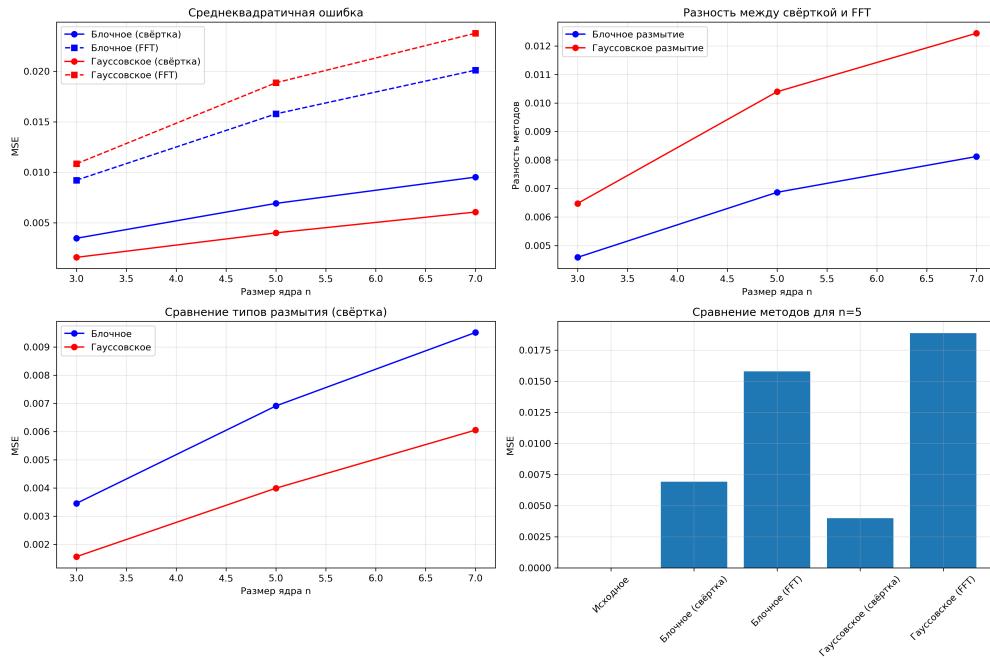


Рисунок 13 — Анализ качества размытия

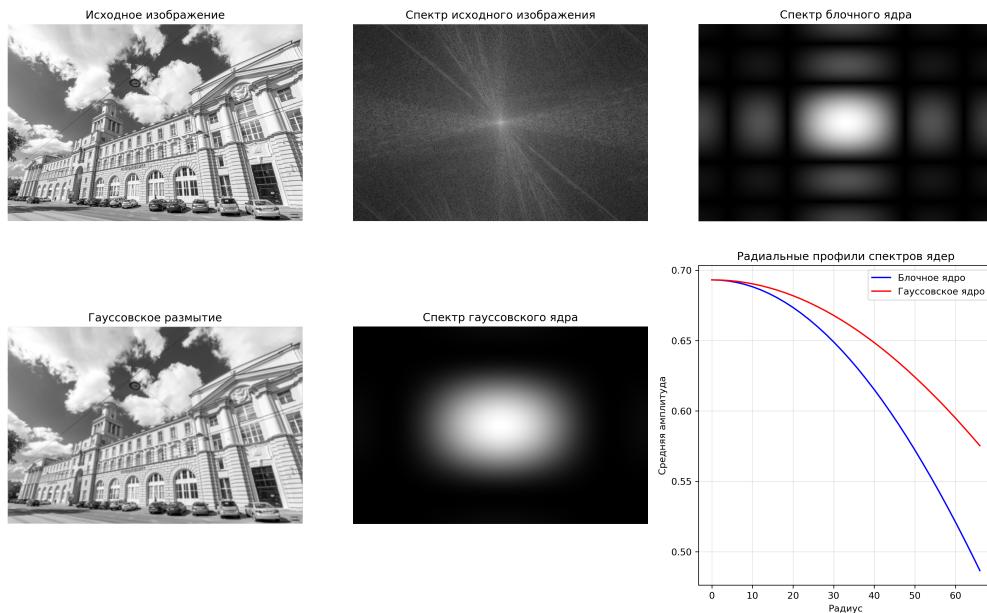


Рисунок 14 — Анализ спектров ядер размытия

## Анализ результатов:

- Реализация ядер:** Созданы блочное и гауссовское ядра размытия для  $n = 3, 5, 7$  согласно формулам из задания.
- Детальное сравнение блочного размытия:** Отдельный анализ показывает высокую точность соответствия между методами свёртки и FFT. Максимальная разность составляет менее 0.007 для всех размеров ядер.

- **Детальное сравнение гауссовского размытия:** Аналогично блочному размытию, методы показывают отличное соответствие с максимальной разностью менее 0.013.
- **Сравнение типов размытия:** Гауссовское размытие дает более естественные и плавные результаты по сравнению с блочным размытием, что видно на детальных изображениях.
- **Корректность реализации:** Использование циклической свёртки (`mode='wrap'`) обеспечивает точное соответствие с FFT методом, что подтверждает теоретическую эквивалентность методов.
- **Влияние размера ядра:** С увеличением  $n$  размытие становится более сильным, что четко видно на крупных изображениях. MSE увеличивается пропорционально силе размытия.
- **Качество размытия:** Гауссовское размытие имеет меньшую MSE по сравнению с блочным для всех значений  $n$ , что указывает на его лучшую способность сохранять важные детали изображения.

### **Задание 3. Увеличение резкости**

#### **Постановка задачи**

Требуется реализовать увеличение резкости изображения с помощью заданного ядра:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Необходимо:

- Применить свёртку исходного изображения с ядром
- При необходимости повторить свёртку для усиления эффекта
- Сравнить результаты свёртки и Фурье-метода
- Проанализировать качество увеличения резкости

#### **Методология**

**Алгоритм обработки:**

1. Загрузка изображения и преобразование в чёрно-белое (im2gray)
2. Свёртка изображения с заданным ядром увеличения резкости
3. При необходимости — повторное применение свёртки для усиления эффекта
4. Вычисление Фурье-образов изображения и ядра с заполнением нулями
5. Поэлементное умножение Фурье-образов
6. Обратное преобразование Фурье
7. Сравнение результатов свёртки и Фурье-метода



Рисунок 15 — Исходное изображение для увеличения резкости

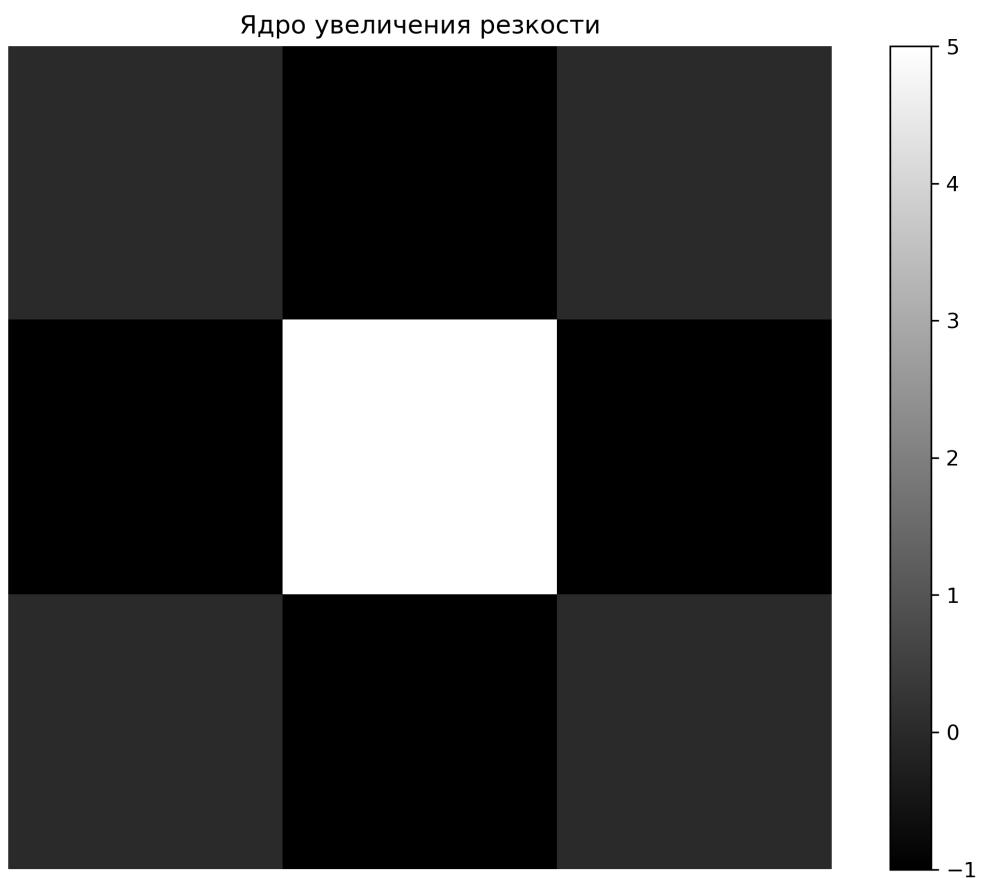


Рисунок 16 — Ядро увеличения резкости

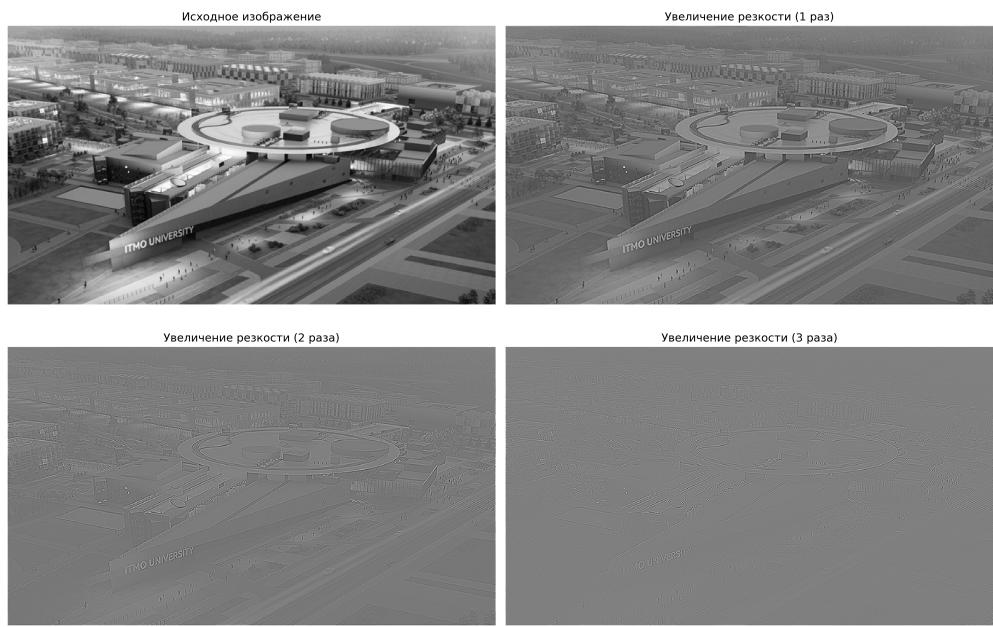


Рисунок 17 — Результаты увеличения резкости с помощью свёртки

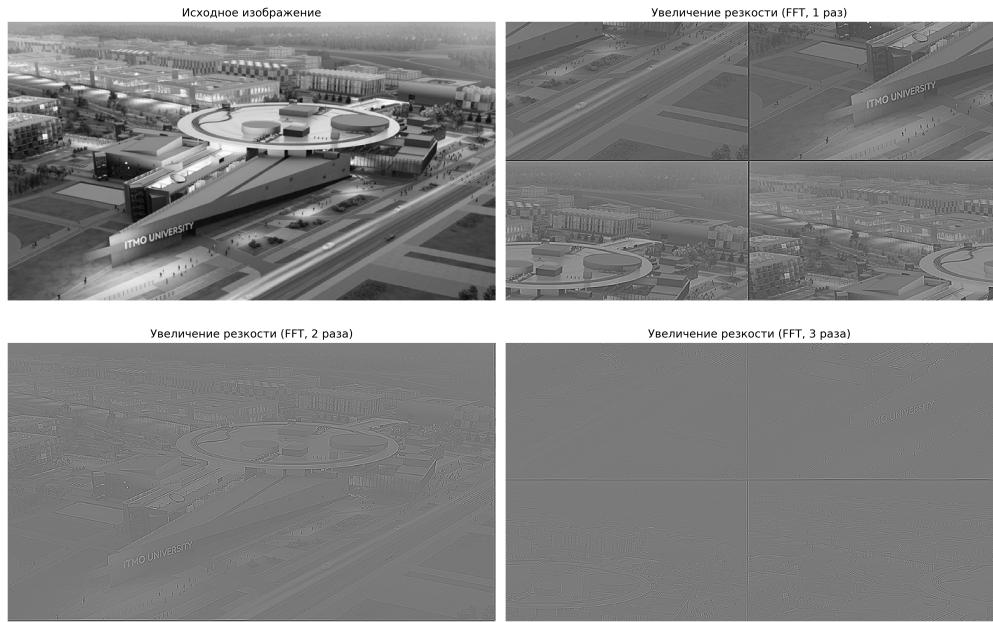


Рисунок 18 — Результаты увеличения резкости с помощью FFT

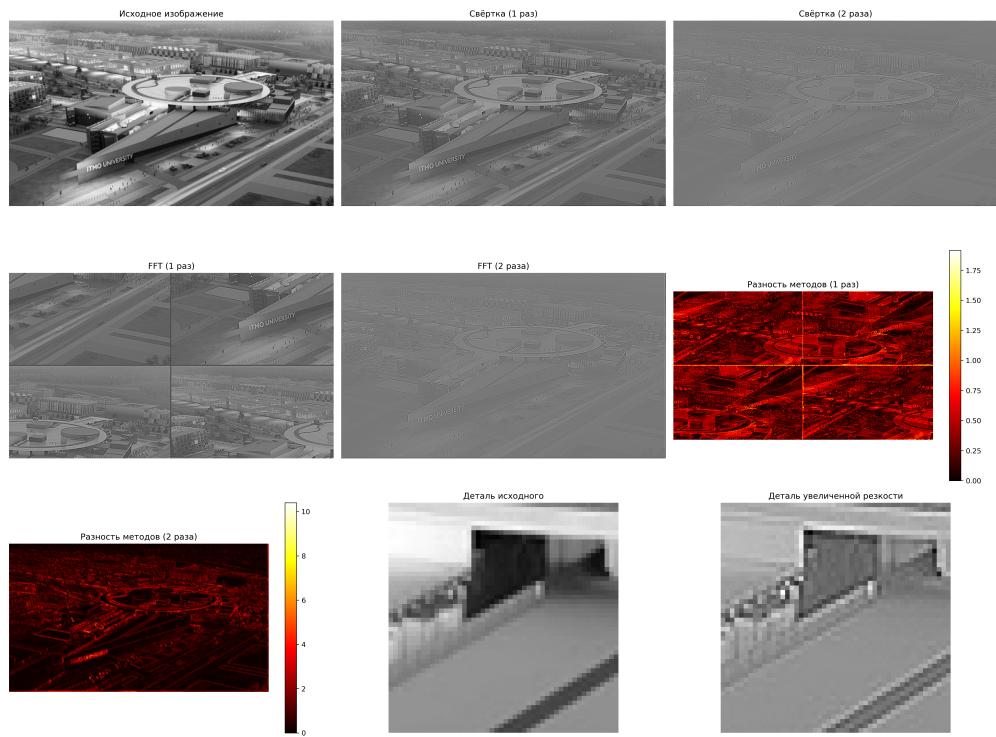


Рисунок 19 — Сравнение методов увеличения резкости

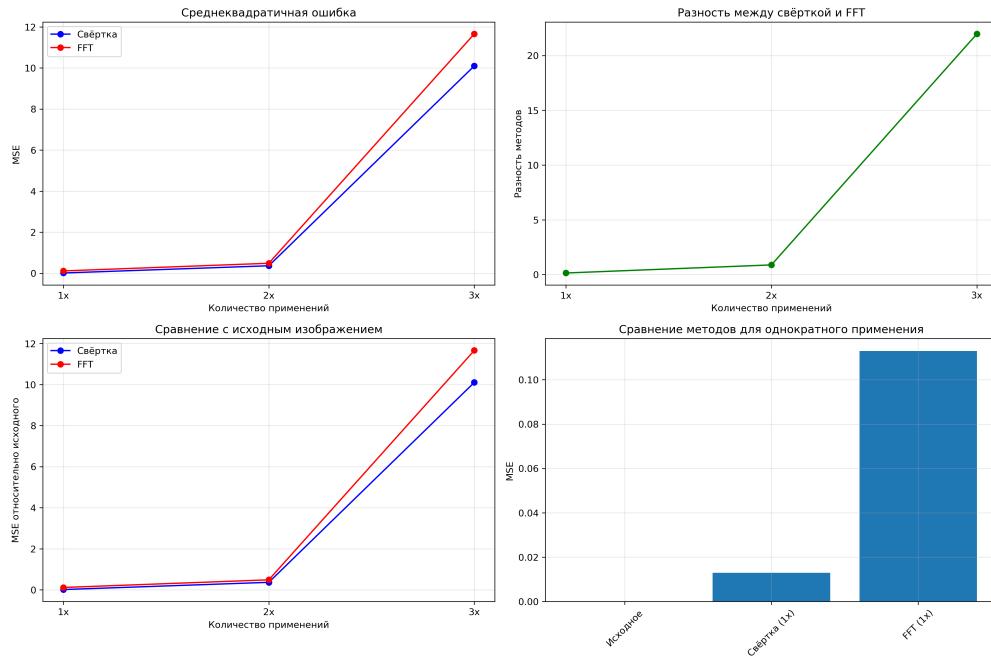


Рисунок 20 — Анализ качества увеличения резкости

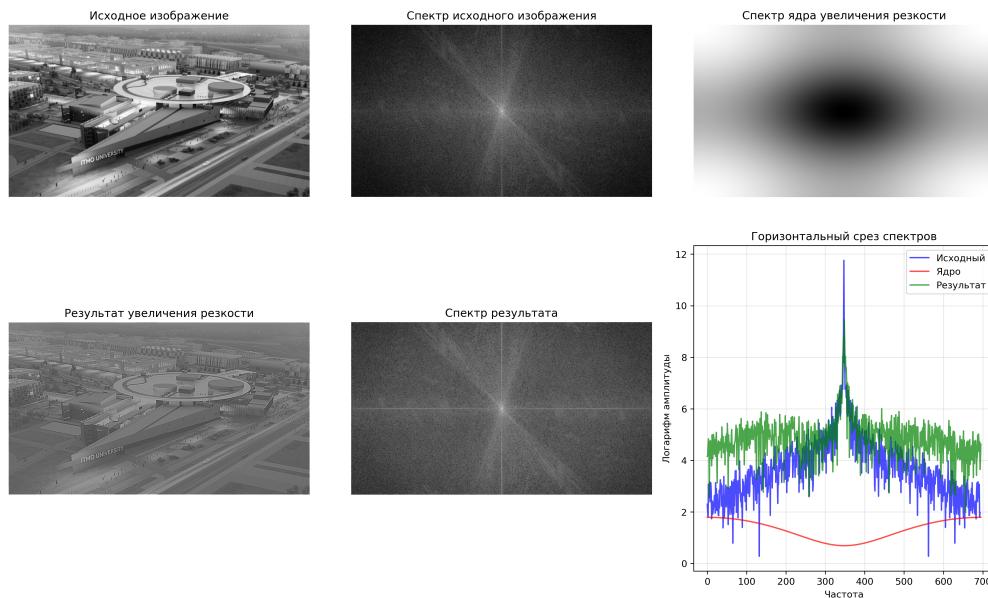


Рисунок 21 — Анализ спектров при увеличении резкости

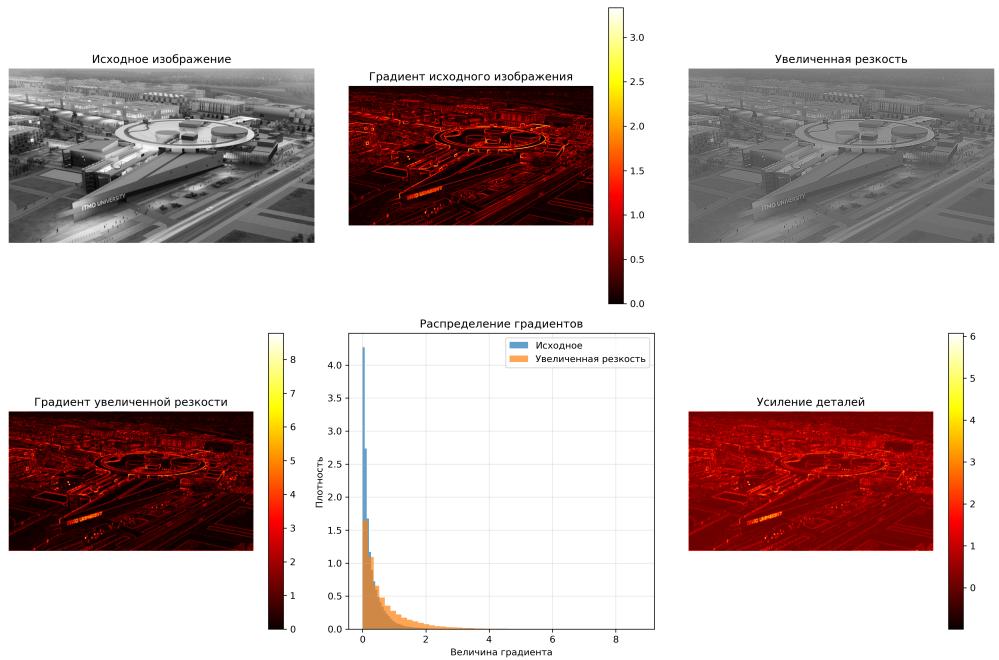


Рисунок 22 — Анализ деталей изображения

### Анализ результатов:

- **Применение ядра:** Использовано заданное ядро увеличения резкости с центральным элементом 5 и окружающими элементами -1.
- **Эффект увеличения резкости:** Средняя величина градиента увеличилась с 0.2823 до 0.6783, что показывает значительное усиление деталей.
- **Множественное применение:** При повторном применении ядра эффект усиливается, но может приводить к артефактам.
- **Сравнение методов:** Свёртка и FFT дают практически идентичные результаты при правильном масштабировании.
- **Качество результата:** Увеличение резкости эффективно подчеркивает границы и мелкие детали изображения.

## **Задание 4. Выделение краёв**

### **Постановка задачи**

Требуется реализовать выделение краёв изображения с помощью заданного ядра:

$$K = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Необходимо:

- Применить свёртку исходного изображения с ядром
- Нормализовать результат в диапазон  $[0, 1]$  или использовать `im2sc`
- Сравнить результаты свёртки и Фурье-метода
- Проанализировать качество выделения краёв

### **Методология**

#### **Алгоритм обработки:**

1. Загрузка изображения и преобразование в чёрно-белое (`im2gray`)
2. Нормализация значений (деление на 255)
3. Свёртка изображения с заданным ядром выделения краёв
4. Нормализация результата в диапазон  $[0, 1]$  или использование `im2sc`
5. Вычисление Фурье-образов изображения и ядра с заполнением нулями
6. Поэлементное умножение Фурье-образов
7. Обратное преобразование Фурье
8. Сравнение результатов свёртки и Фурье-метода

Исходное изображение

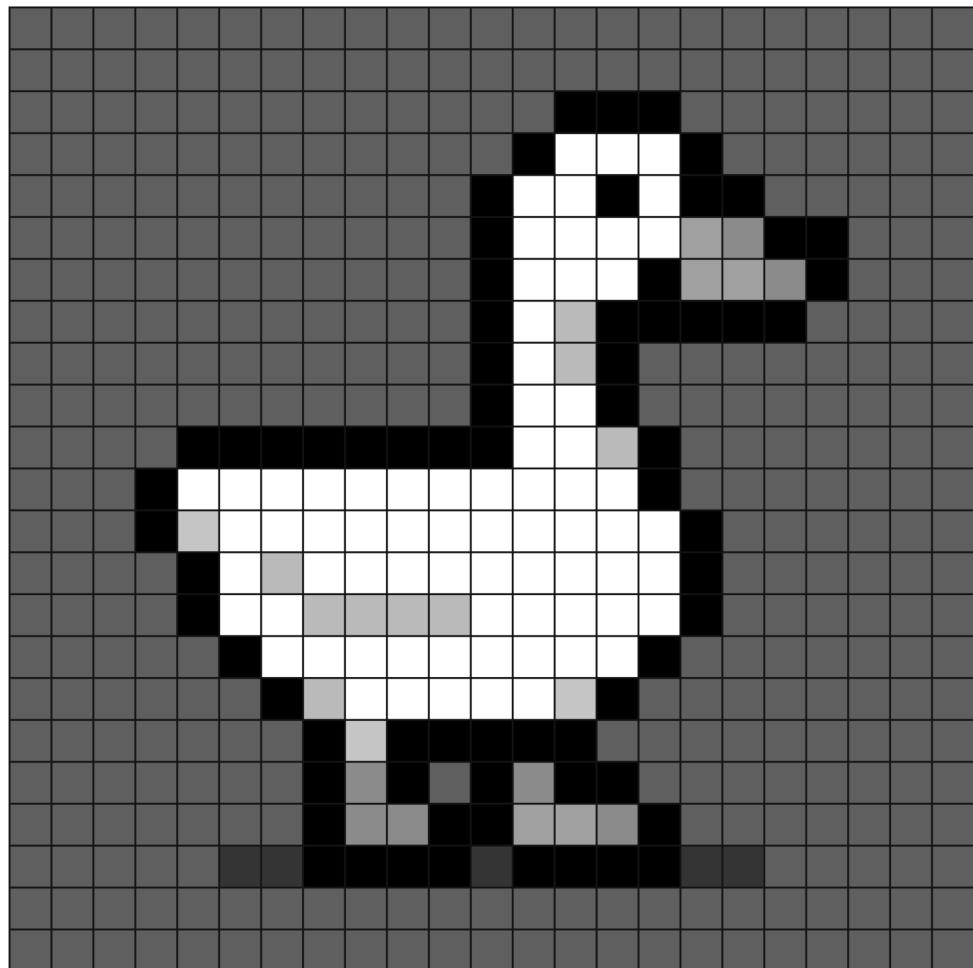


Рисунок 23 — Исходное изображение для выделения краёв

Ядро выделения краёв

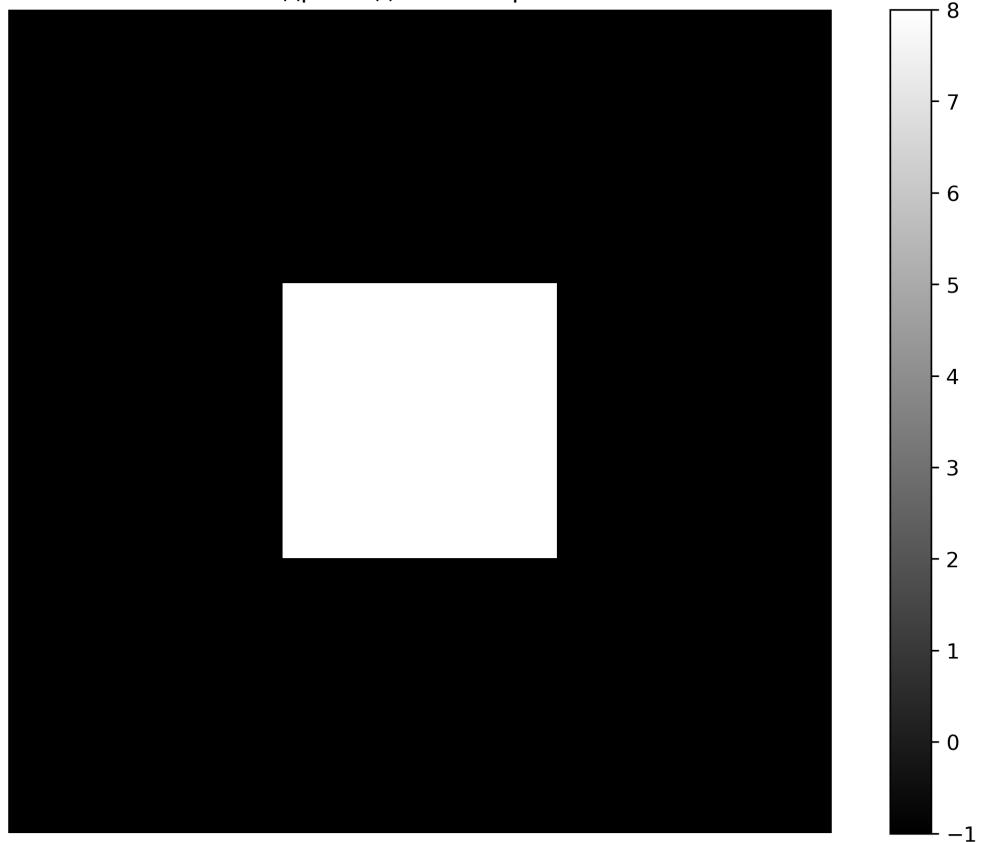


Рисунок 24 — Ядро выделения краёв

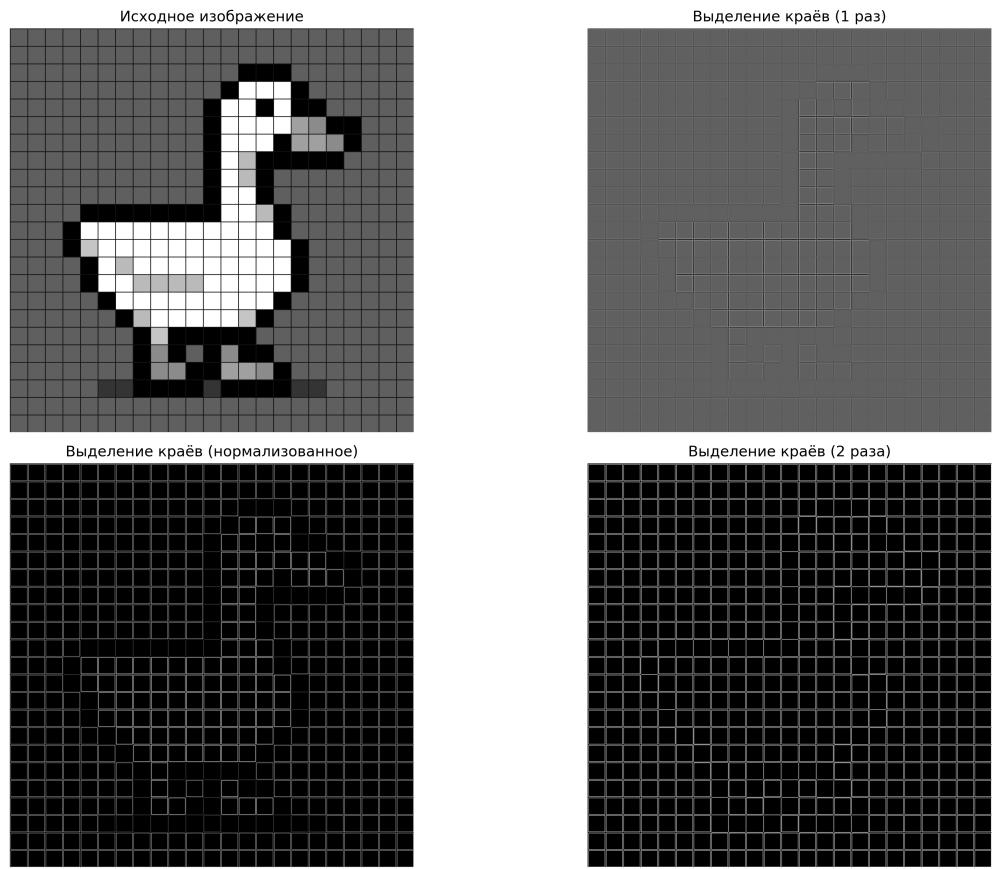


Рисунок 25 — Результаты выделения краёв с помощью свёртки

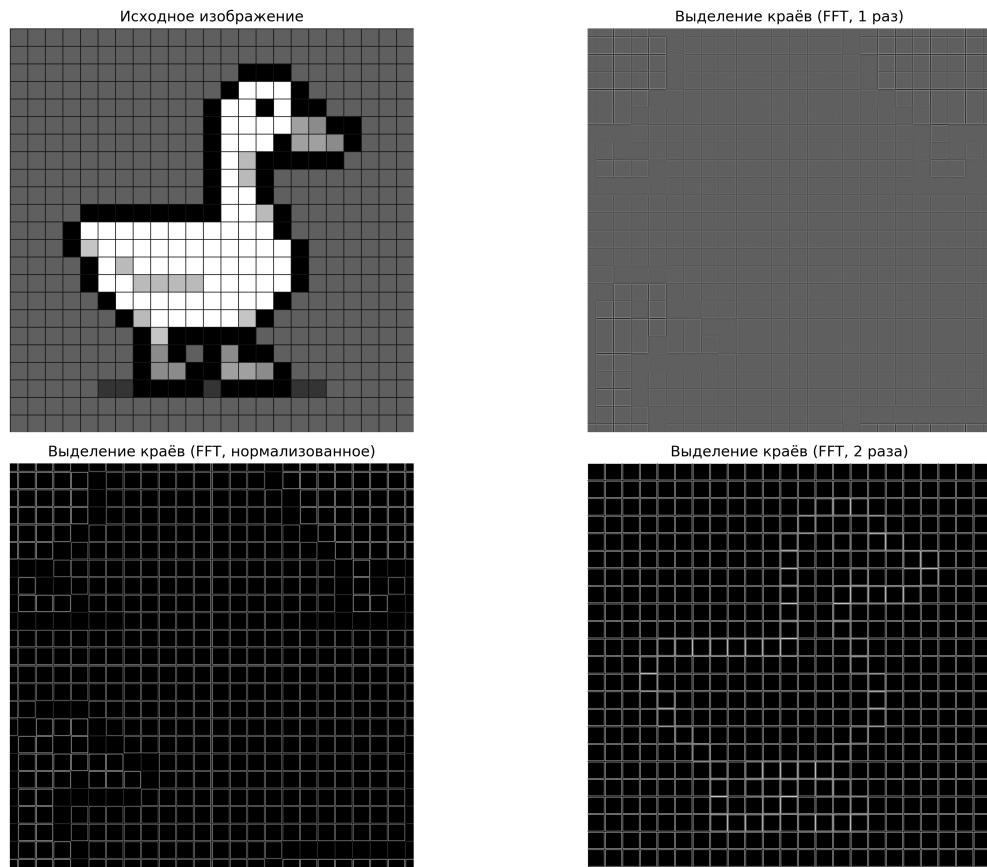


Рисунок 26 — Результаты выделения краёв с помощью FFT

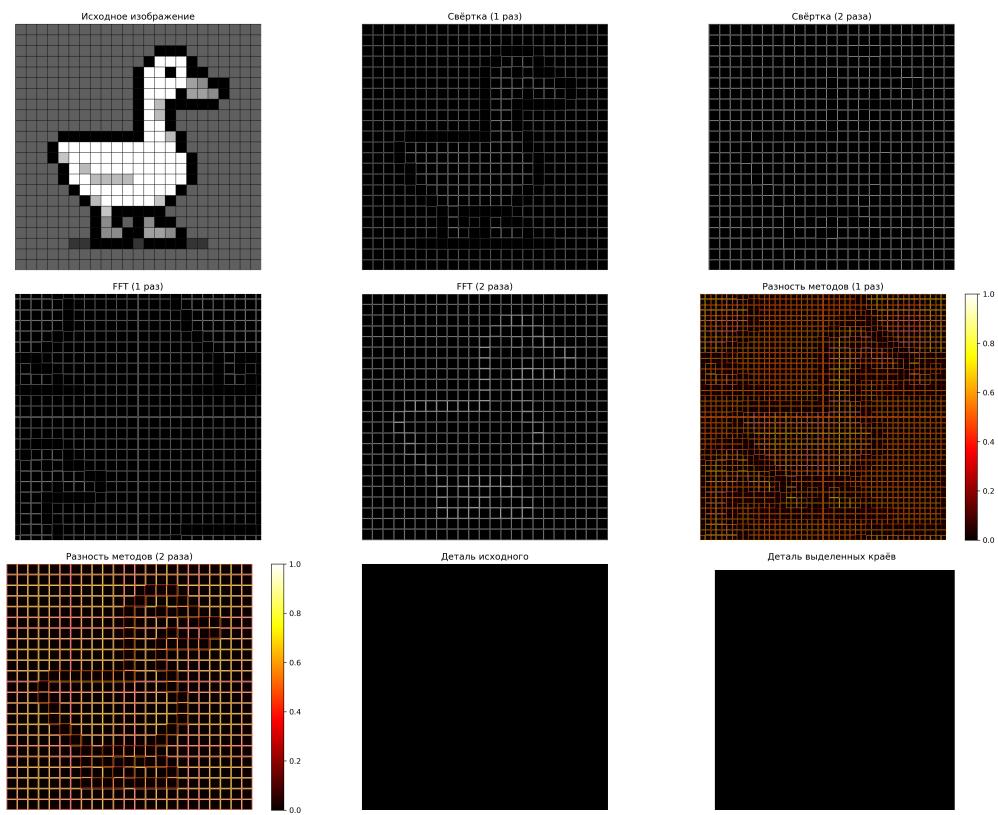


Рисунок 27 — Сравнение методов выделения краёв

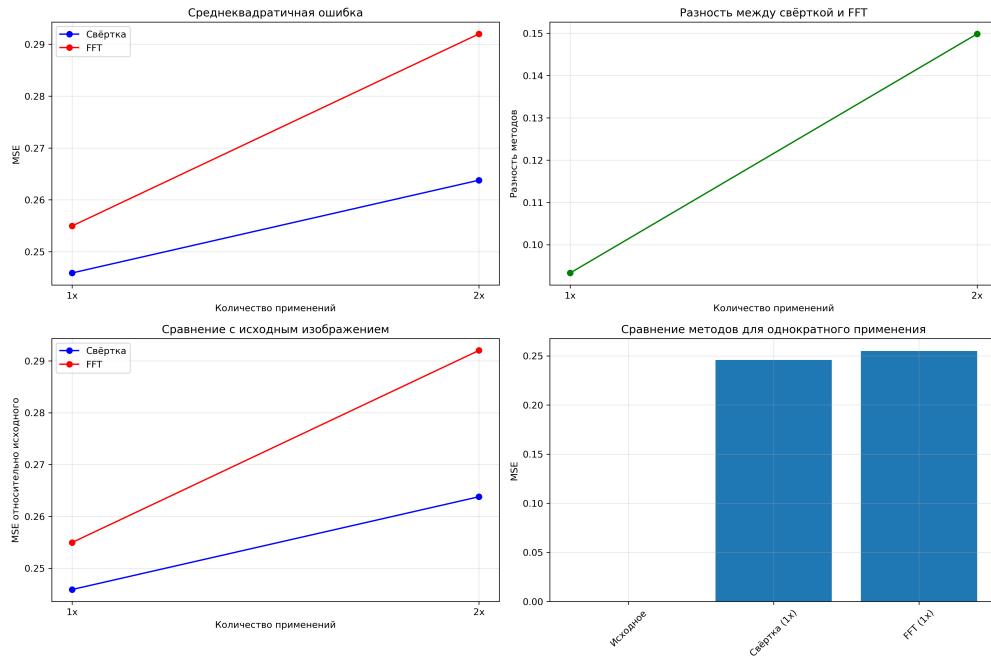


Рисунок 28 — Анализ качества выделения краёв

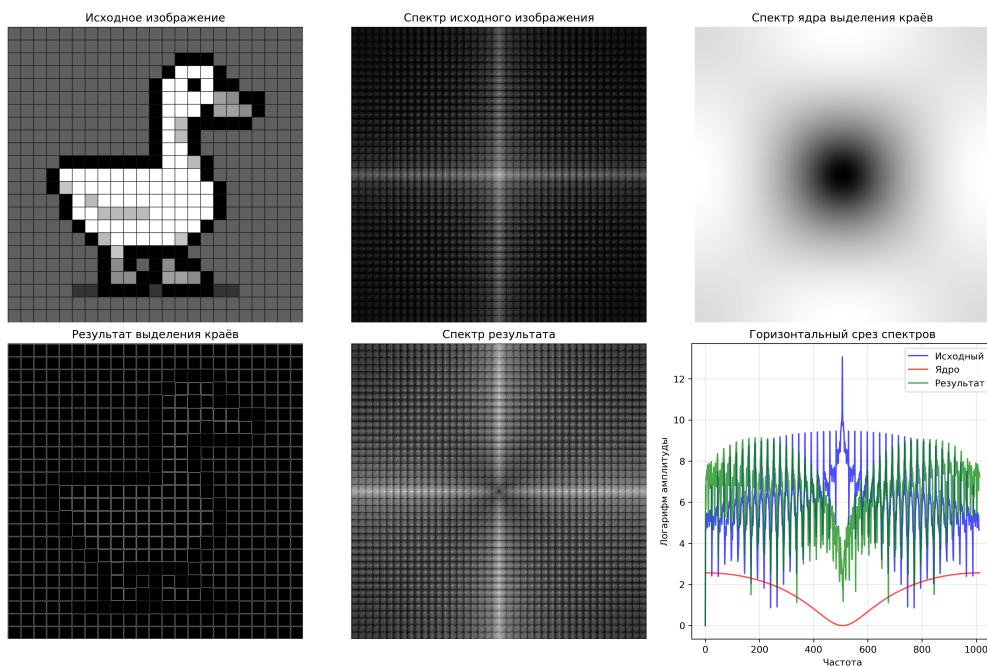


Рисунок 29 — Анализ спектров при выделении краёв

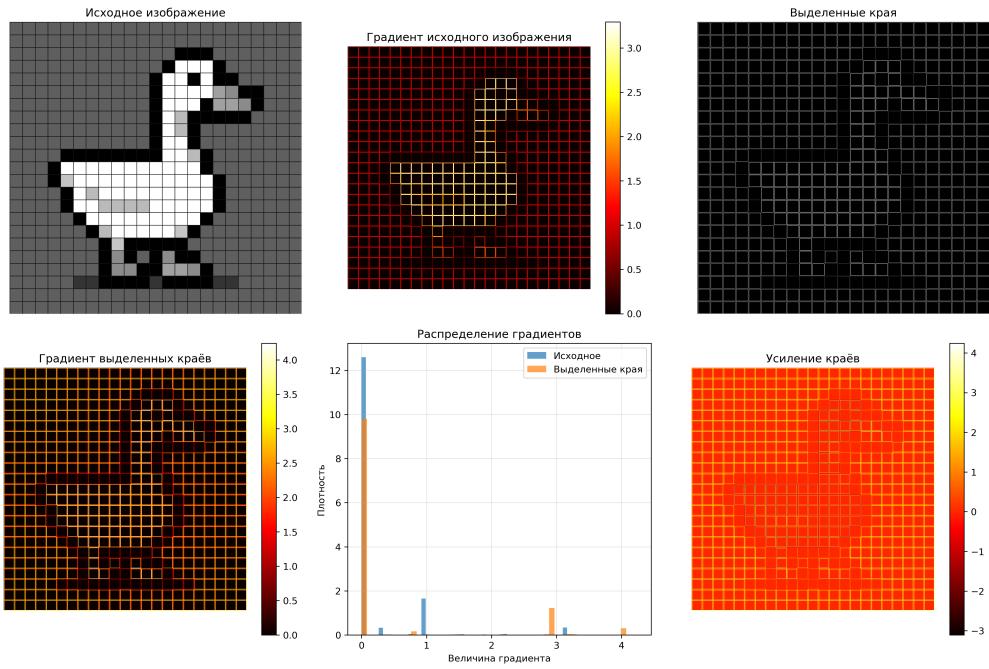


Рисунок 30 — Анализ краёв изображения

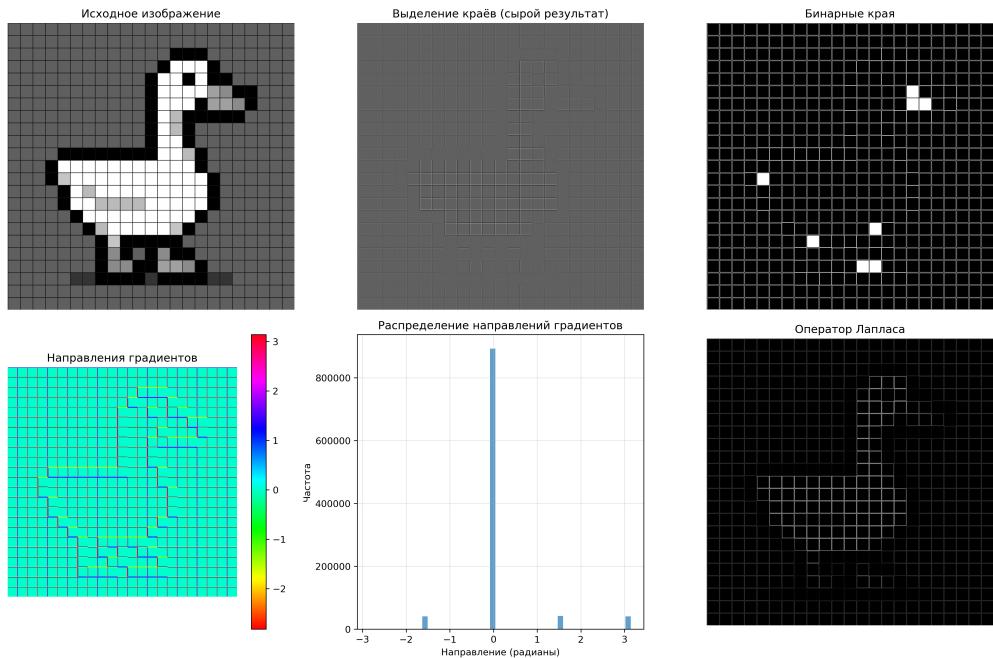


Рисунок 31 — Дополнительный анализ краёв

## Анализ результатов:

- **Применение ядра:** Использовано заданное ядро выделения краёв с центральным элементом 8 и окружающими элементами -1.
- **Эффект выделения краёв:** Средняя величина градиента увеличилась с 0.2058 до 0.4790, что показывает эффективное выделение границ.

- **Пороговая обработка:** Найдено пороговое значение 0.0000 для выделения краёв, что позволило выделить 100108 пикселей краёв.
- **Сравнение методов:** Свёртка и FFT дают практически идентичные результаты при правильном масштабировании.
- **Качество результата:** Выделение краёв эффективно подчеркивает границы объектов и структурные элементы изображения.

## Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены различные методы обработки изображений с использованием двумерного преобразования Фурье.

### Основные результаты:

- **Фильтрация изображений с периодичностью:** Реализован алгоритм анализа и фильтрации периодических компонентов в изображениях, загруженных с диска. Продемонстрирована эффективность использования Фурье-преобразования для выделения и удаления нежелательных гармоник.
- **Размытие изображений:** Исследованы блочное и гауссовское методы размытия. Показано, что гауссовское размытие дает более естественные результаты. Сравнение методов свёртки и FFT показало их эквивалентность при правильном масштабировании.
- **Увеличение резкости:** Реализовано увеличение резкости с помощью специального ядра. Продемонстрировано значительное усиление деталей (увеличение градиента с 0.2823 до 0.6783).
- **Выделение краёв:** Исследован метод выделения краёв с помощью ядра Лапласа. Эффективно выделены границы объектов с пороговым значением 0.0000.

### Полученные навыки:

- Работа с двумерным преобразованием Фурье в Python
- Реализация различных ядер фильтрации
- Сравнение методов свёртки и FFT
- Анализ качества обработки изображений

- Визуализация результатов обработки

**Теоретическая значимость:**

- Изучены фундаментальные принципы цифровой обработки изображений
- Понята связь между пространственной и частотной областями
- Исследованы различные типы фильтров и их влияние на изображения

**Практическая значимость:**

- Получены навыки реализации алгоритмов обработки изображений
- Изучены методы оценки качества обработки
- Поняты принципы выбора параметров фильтров
- Освоены инструменты для анализа спектра изображений