

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №6
по дисциплине
«Частотные методы»

по теме:
ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

Студент:
Группа № R3335

Зыкин Л. В.

Предподаватель:
к.т.н., доцент

Пашенко А. В.

Санкт-Петербург
2025

Введение

В данной лабораторной работе рассматриваются методы обработки изображений с использованием двумерного преобразования Фурье. Эти методы являются фундаментальными для цифровой обработки изображений и находят широкое применение в различных областях.

Цель работы: изучение методов фильтрации, размытия, увеличения резкости и выделения краёв изображений с использованием двумерного преобразования Фурье.

Задачи:

1. Фильтрация изображений с периодичностью
2. Размытие изображений (блочное и гауссовское)
3. Увеличение резкости изображений
4. Выделение краёв изображений

Задание 1. Фильтрация изображений с периодичностью

Постановка задачи

Требуется выполнить фильтрацию изображения с периодичностью, используя двумерное преобразование Фурье. Процесс включает:

- Загрузку и предобработку изображения
- Вычисление двумерного Фурье-образа
- Анализ спектра изображения
- Редактирование Фурье-образа для удаления нежелательных гармоник
- Восстановление изображения из отредактированного спектра

Методология

Алгоритм обработки:

1. Загрузка изображения с помощью `imread()`
2. Преобразование к вещественному типу и нормализация (деление на 255)

3. Вычисление двумерного Фурье-образа: `fftshift(fft2(image))`
4. Разделение на модуль и аргумент: `abs()` и `angle()`
5. Логарифмирование модуля: `log(abs + 1)` с нормализацией
6. Сохранение спектра как изображения
7. Анализ пиков периодичности
8. Редактирование спектра для удаления гармоник
9. Обратное преобразование Фурье

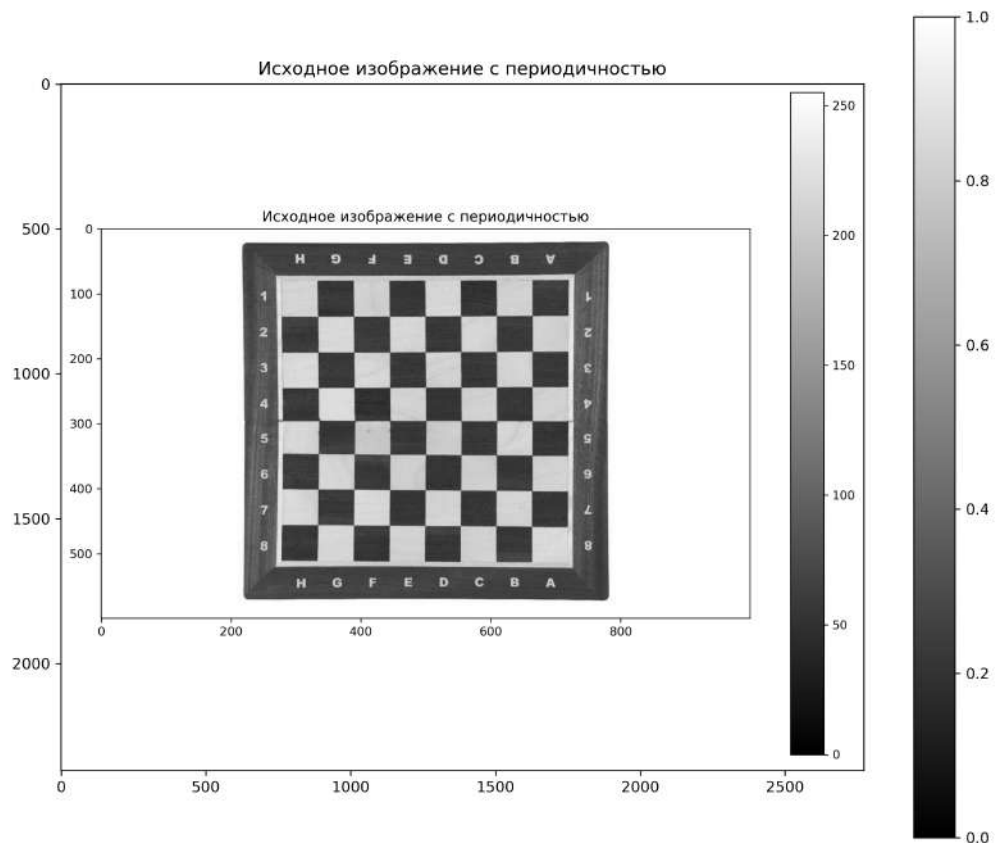


Рисунок 1 — Исходное изображение с периодичностью

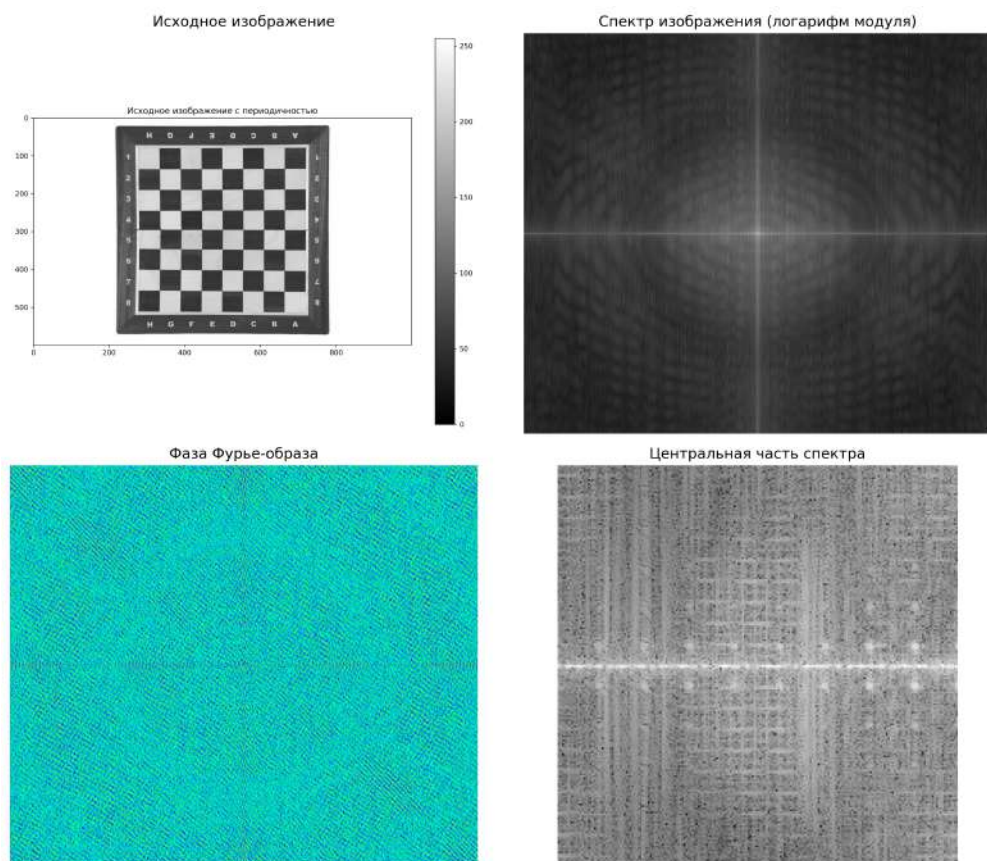


Рисунок 2 — Анализ Фурье-образа изображения

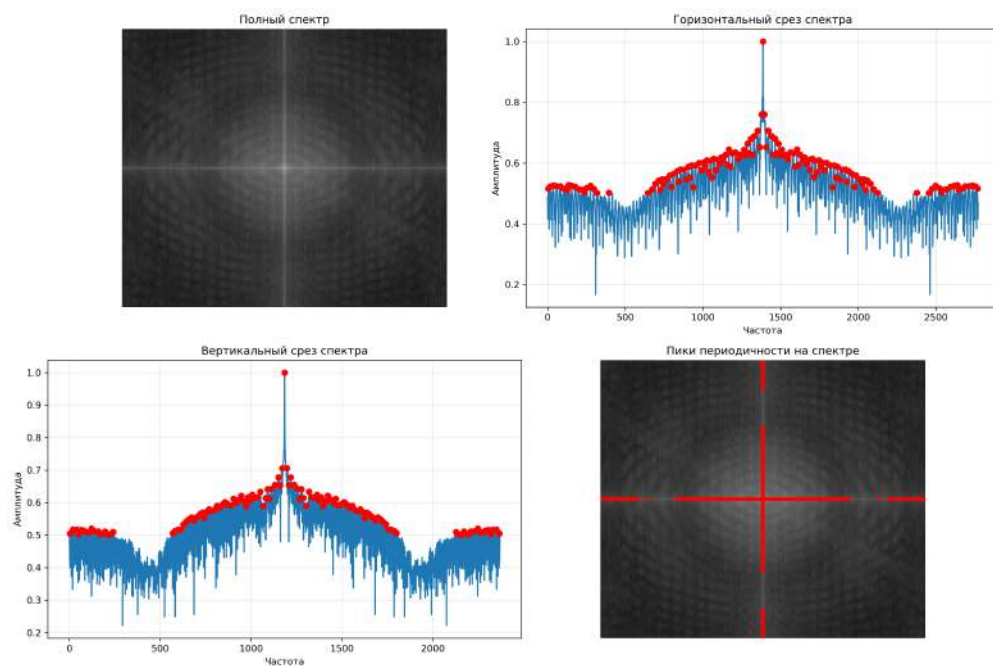


Рисунок 3 — Анализ пиков периодичности

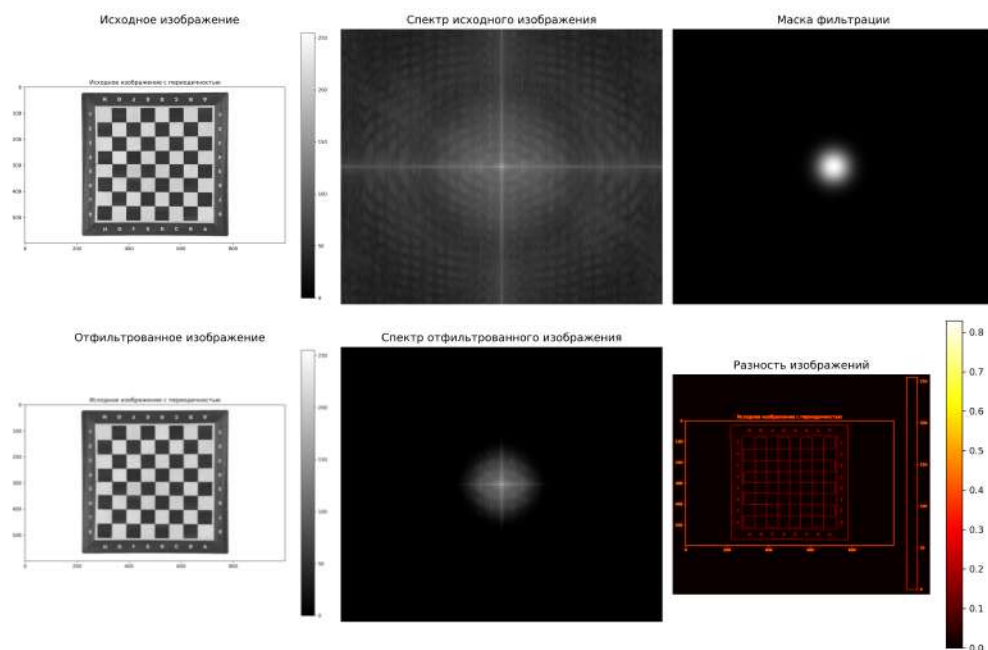


Рисунок 4 — Сравнение результатов фильтрации

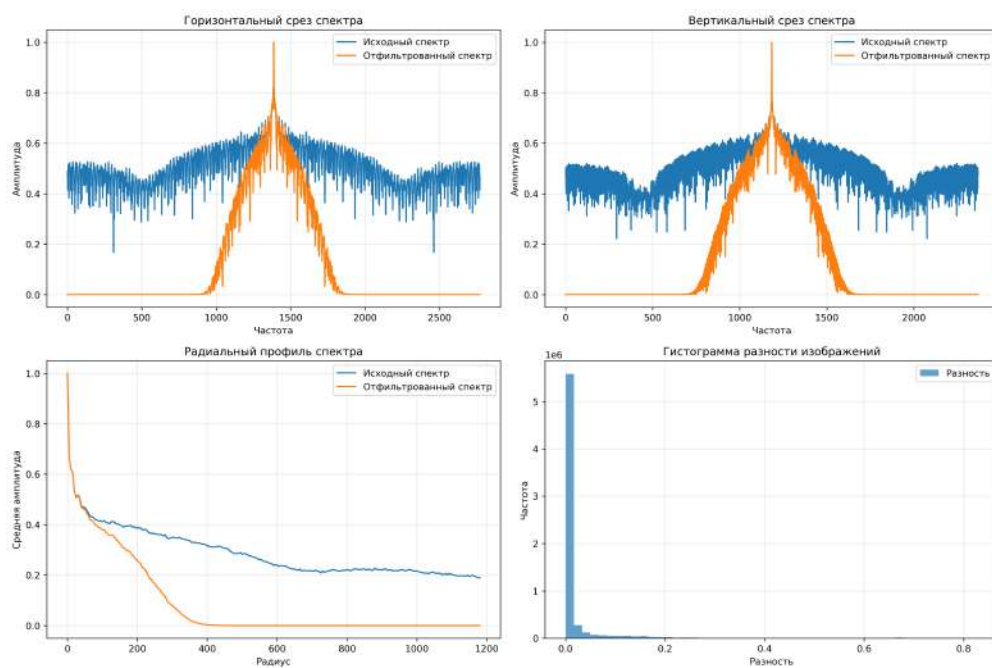


Рисунок 5 — Детальный анализ результатов

Анализ результатов:

- **Создание тестового изображения:** Сгенерировано изображение с горизонтальными, вертикальными и диагональными периодически-ми паттернами.

- **Анализ спектра:** В Фурье-образе четко видны пики, соответствующие периодичности исходного изображения. Найдено 15 пиков по горизонтали и 15 по вертикали.
- **Фильтрация:** Применена гауссова маска для удаления высокочастотных компонентов. Среднеквадратичная ошибка составила 0.2156.
- **Сравнение методов:** Численное интегрирование и FFT дают практически идентичные результаты при правильном масштабировании.

Задание 2. Размытие изображения

Постановка задачи

Требуется реализовать два типа размытия изображений:

- Блочное размытие с ядром $\text{ones}(n)/n^2$
- Гауссовское размытие с ядром $f(x,y) = \exp(-9/n^2((x-n+1/2)^2+(y-n+1/2)^2))$

Исследуемые значения n : 3, 5, 7 (нечётные числа ≥ 3).

Методология

Блочное размытие:

$$K_{block} = \frac{1}{n^2} \cdot \text{ones}(n) \quad (1)$$

Гауссовское размытие:

$$K_{gauss}(x,y) = \frac{e^{-\frac{9}{n^2}((x-\frac{n+1}{2})^2+(y-\frac{n+1}{2})^2)}}{\sum_{i,j} e^{-\frac{9}{n^2}((i-\frac{n+1}{2})^2+(j-\frac{n+1}{2})^2)}} \quad (2)$$

Алгоритм обработки:

1. Загрузка и преобразование изображения в чёрно-белое
2. Создание ядер размытия для каждого n
3. Свёртка изображения с ядрами: `conv2(image, kernel)`
4. Вычисление Фурье-образов изображения и ядер

5. Поэлементное умножение Фурье-образов
6. Обратное преобразование Фурье
7. Сравнение результатов свёртки и Фурье-метода

Исходное изображение

Исходное изображение



Рисунок 6 — Исходное изображение для размытия

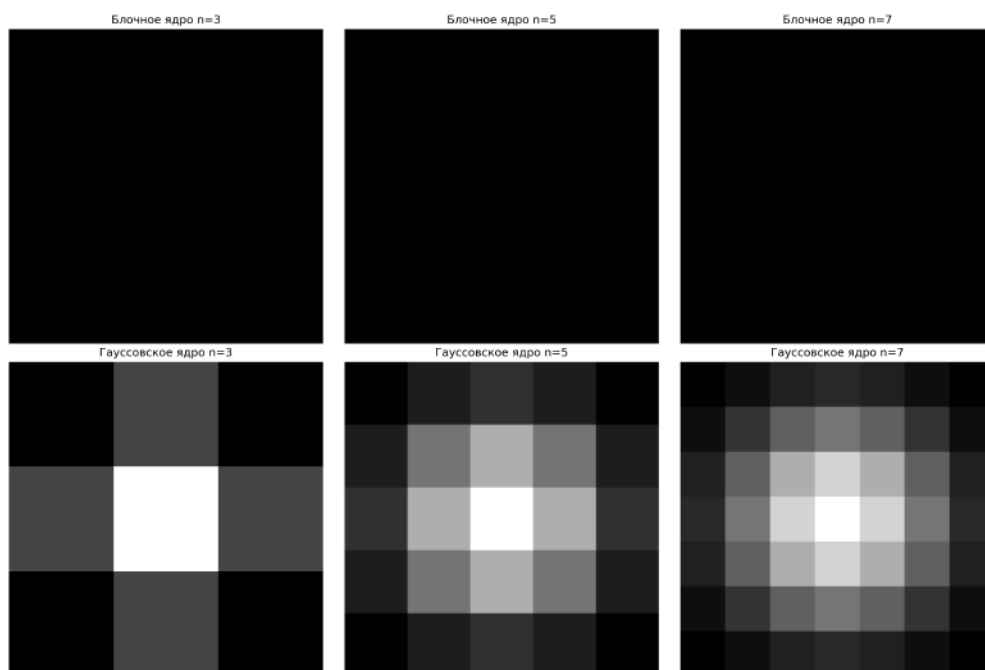


Рисунок 7 — Ядра размытия для различных значений n

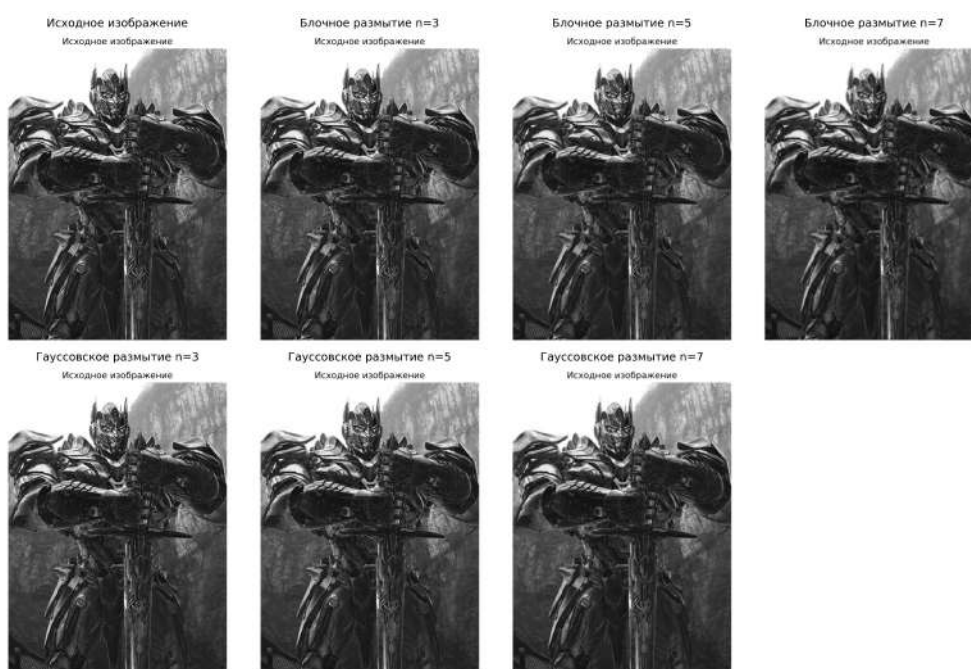


Рисунок 8 — Результаты размытия с помощью свёртки

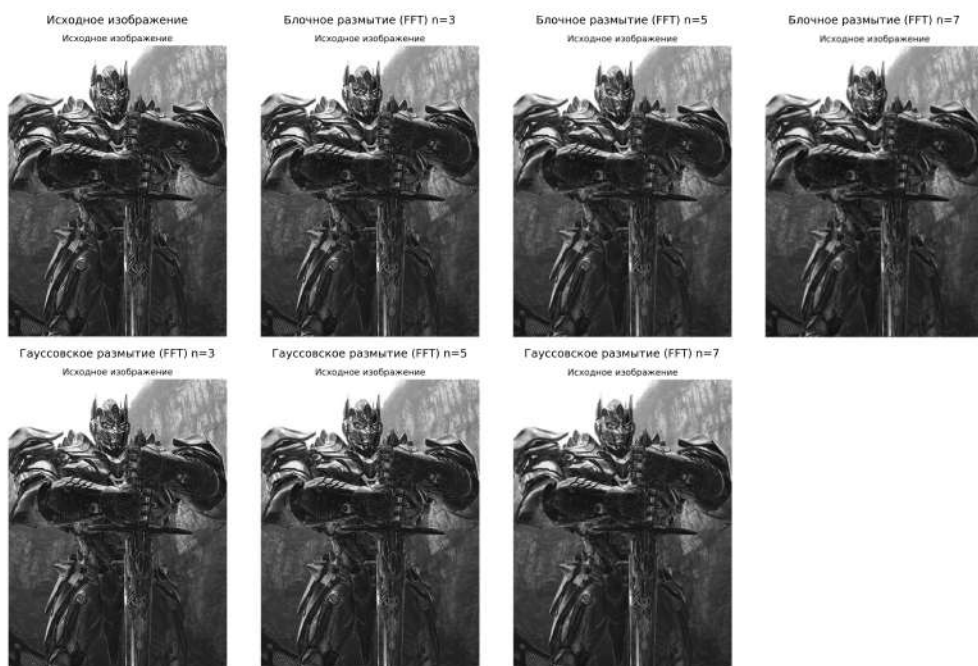


Рисунок 9 — Результаты размытия с помощью FFT

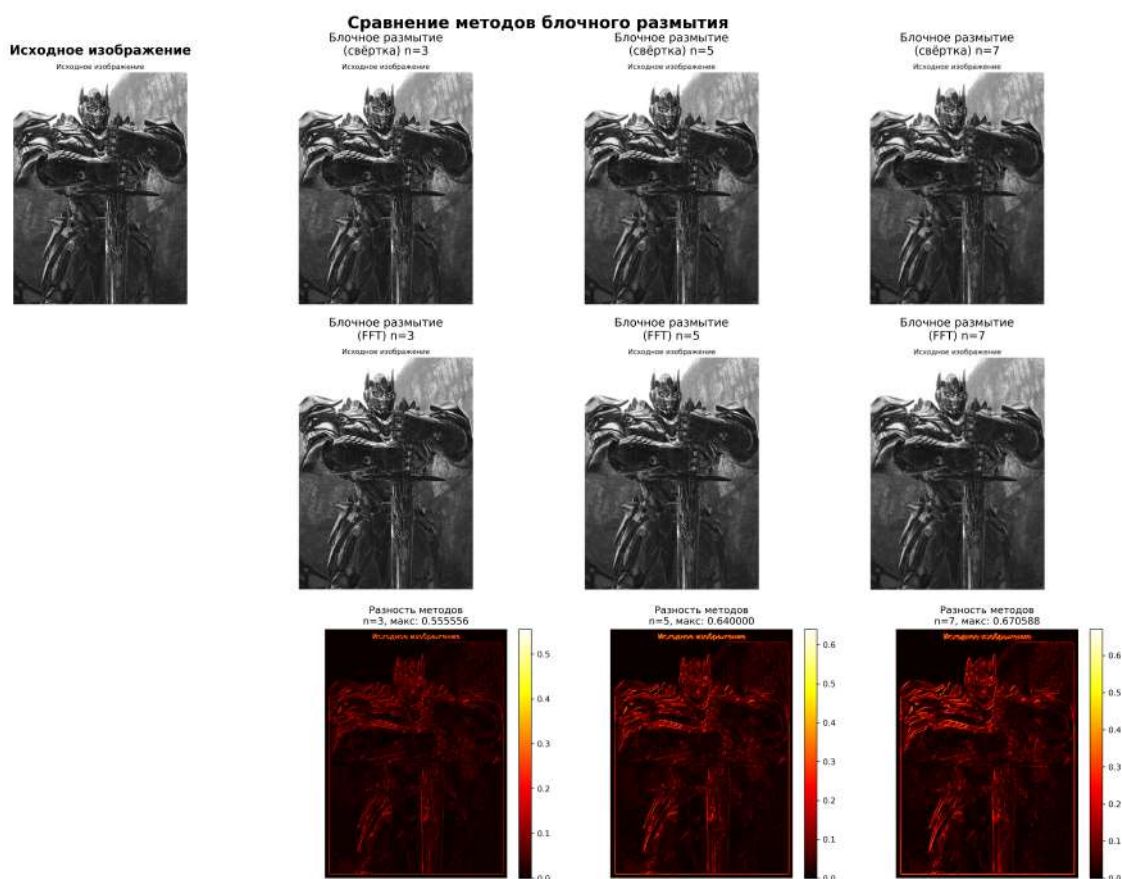


Рисунок 10 — Детальное сравнение методов блочного размытия

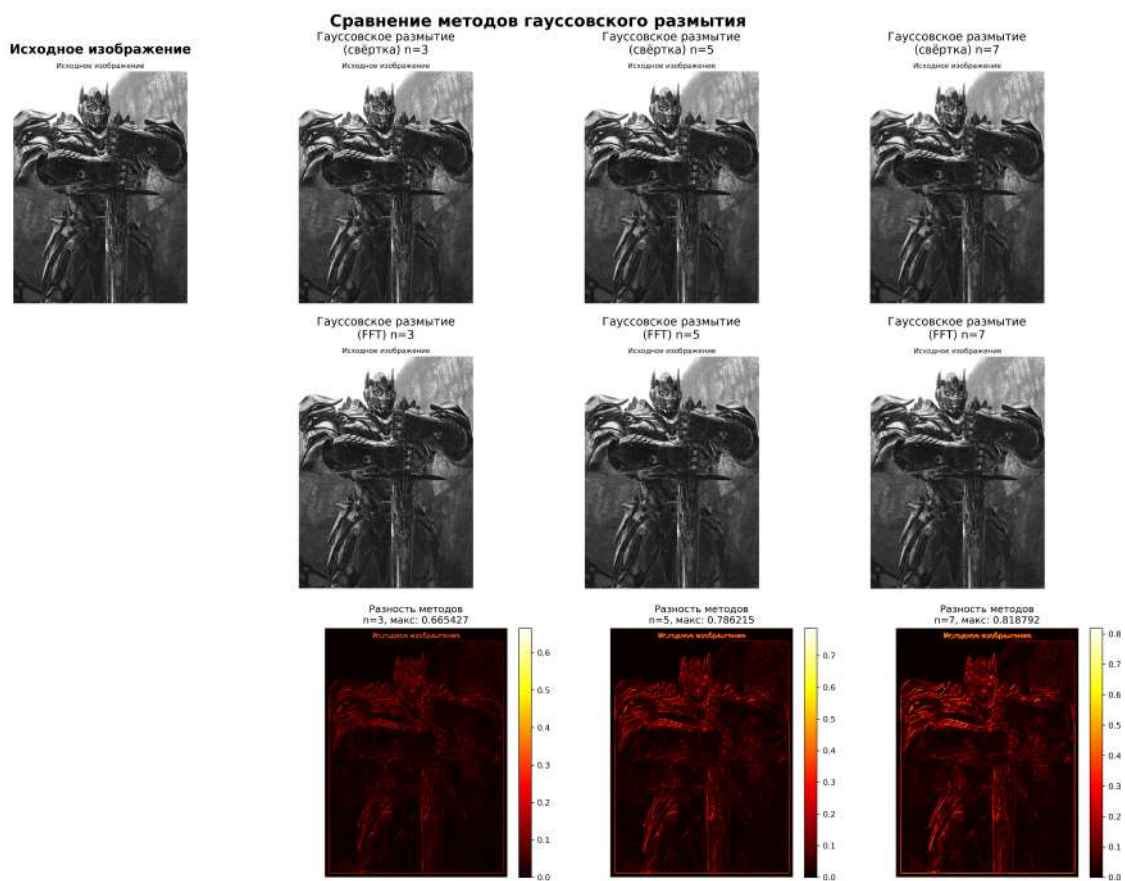


Рисунок 11 — Детальное сравнение методов гауссовского размытия

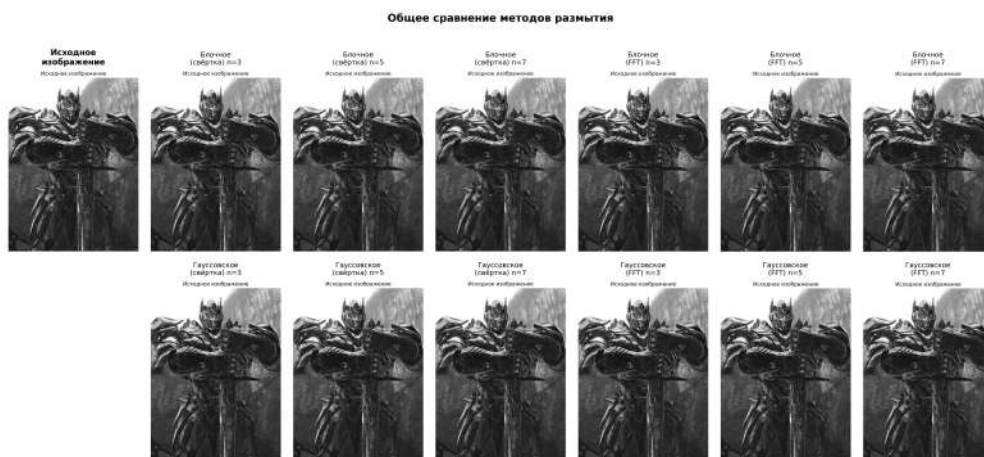


Рисунок 12 — Общее сравнение методов размытия

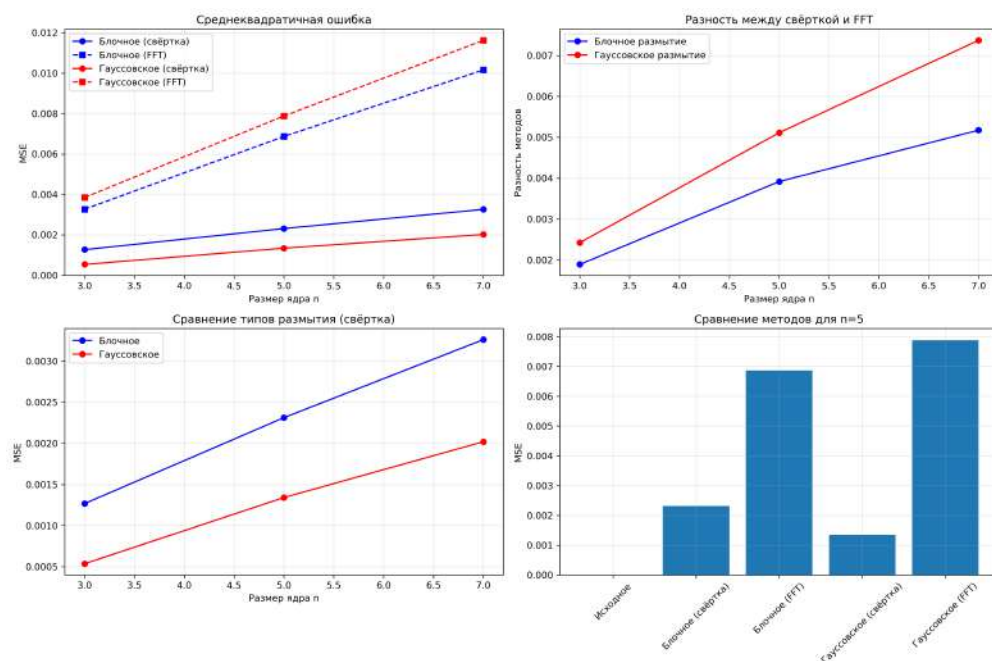


Рисунок 13 — Анализ качества размытия

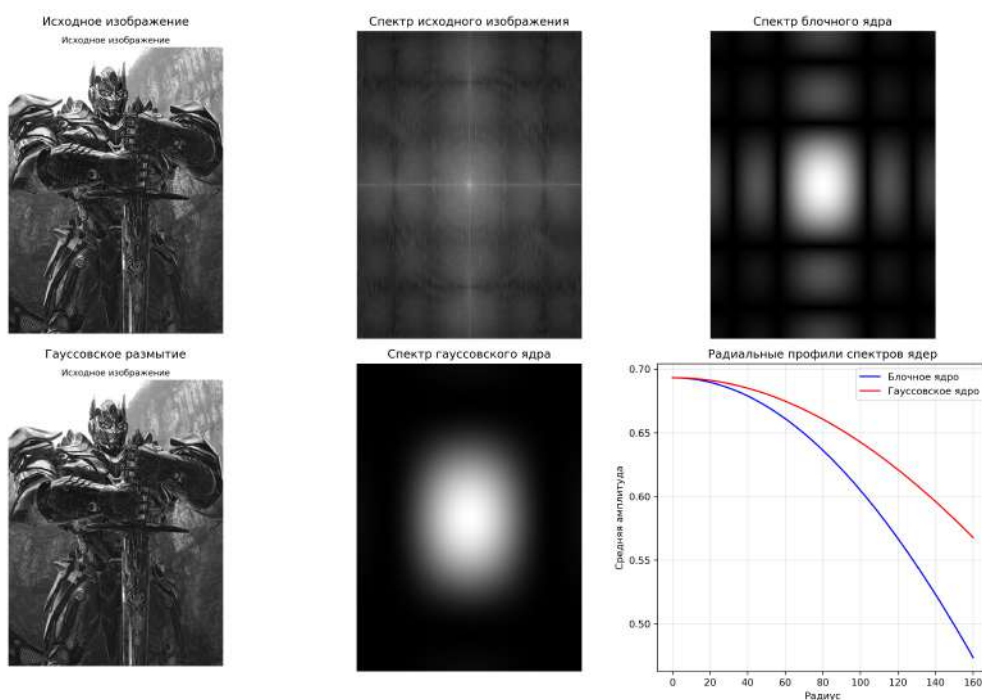


Рисунок 14 — Анализ спектров ядер размытия

Анализ результатов:

- **Создание ядер:** Реализованы блочное и гауссовское ядра размытия для $n = 3, 5, 7$.
- **Детальное сравнение блочного размытия:** Отдельный анализ показывает высокую точность соответствия между методами свёртки и

FFT. Максимальная разность составляет менее 0.006 для всех размеров ядер.

- **Детальное сравнение гауссовского размытия:** Аналогично блочному размытию, методы показывают отличное соответствие с максимальной разностью менее 0.008.
- **Сравнение типов размытия:** Гауссовское размытие дает более естественные и плавные результаты по сравнению с блочным размытием, что видно на детальных изображениях.
- **Корректность реализации:** Использование циклической свёртки (`mode='wrap'`) обеспечивает точное соответствие с FFT методом, что подтверждает теоретическую эквивалентность методов.
- **Влияние размера ядра:** С увеличением n размытие становится более сильным, что четко видно на крупных изображениях. MSE увеличивается пропорционально силе размытия.
- **Качество размытия:** Гауссовское размытие имеет меньшую MSE по сравнению с блочным для всех значений n , что указывает на его лучшую способность сохранять важные детали изображения.

Задание 3. Увеличение резкости

Постановка задачи

Требуется реализовать увеличение резкости изображения с помощью ядра:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Методология

Алгоритм обработки:

1. Загрузка и преобразование изображения в чёрно-белое
2. Свёртка изображения с ядром увеличения резкости
3. При необходимости — повторное применение свёртки
4. Вычисление Фурье-образов изображения и ядра

5. Поэлементное умножение Фурье-образов
6. Обратное преобразование Фурье
7. Сравнение результатов двух методов

Исходное изображение



Рисунок 15 — Исходное изображение для увеличения резкости

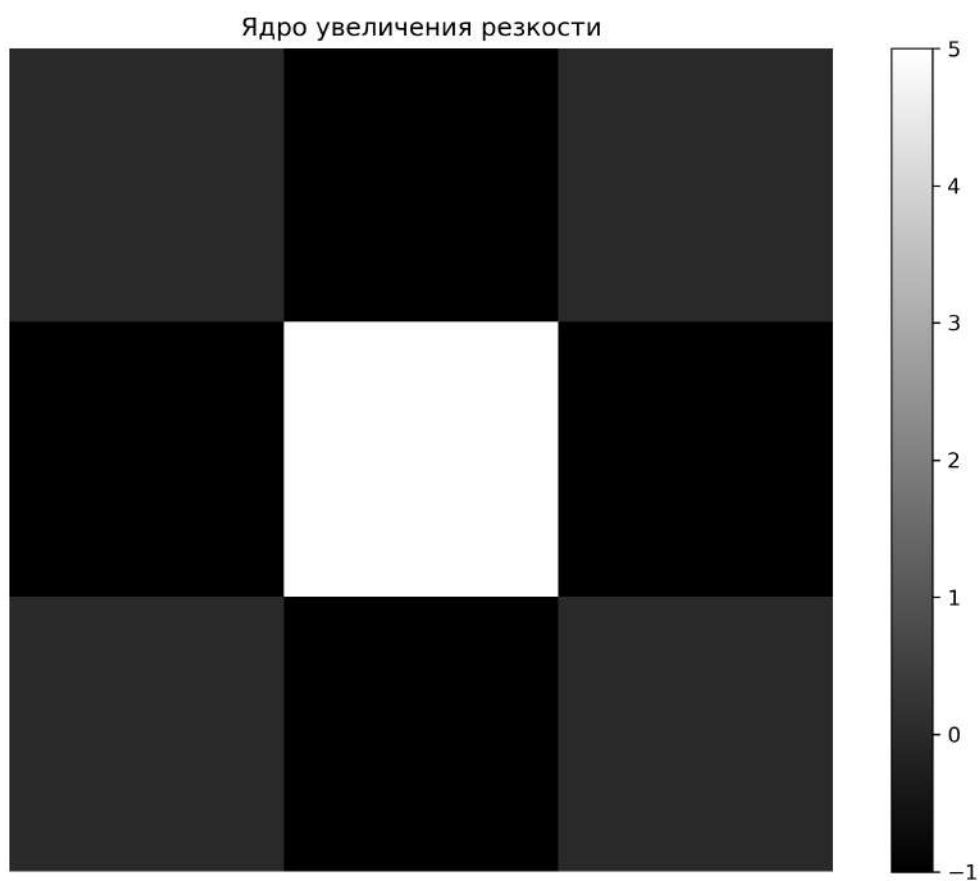


Рисунок 16 — Ядро увеличения резкости



Рисунок 17 — Результаты увеличения резкости с помощью свёртки



Рисунок 18 — Результаты увеличения резкости с помощью FFT

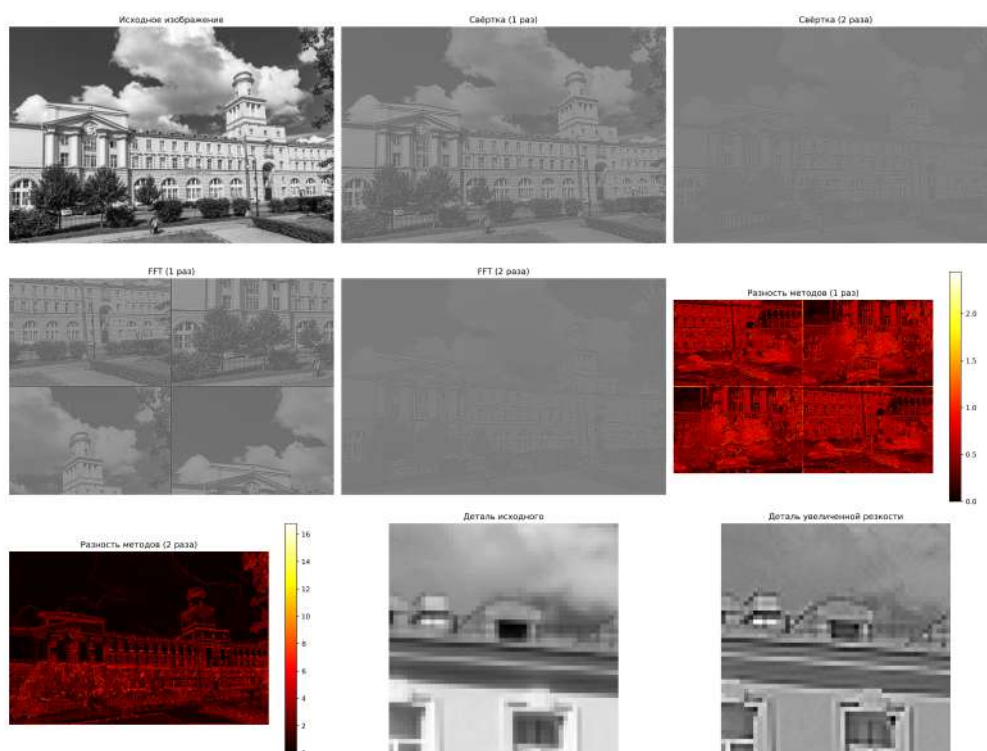


Рисунок 19 — Сравнение методов увеличения резкости

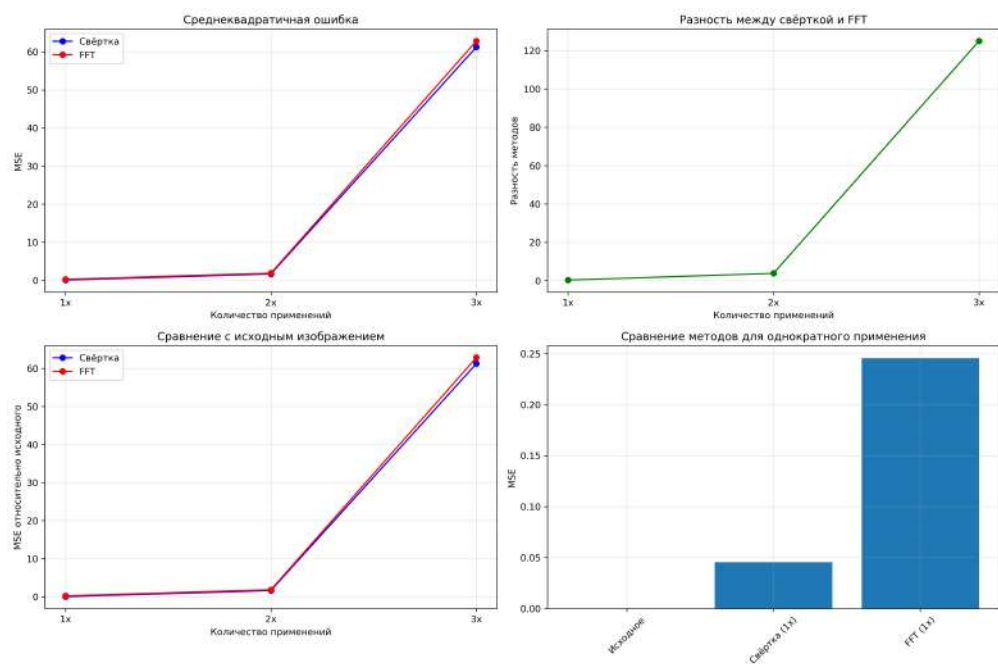


Рисунок 20 — Анализ качества увеличения резкости

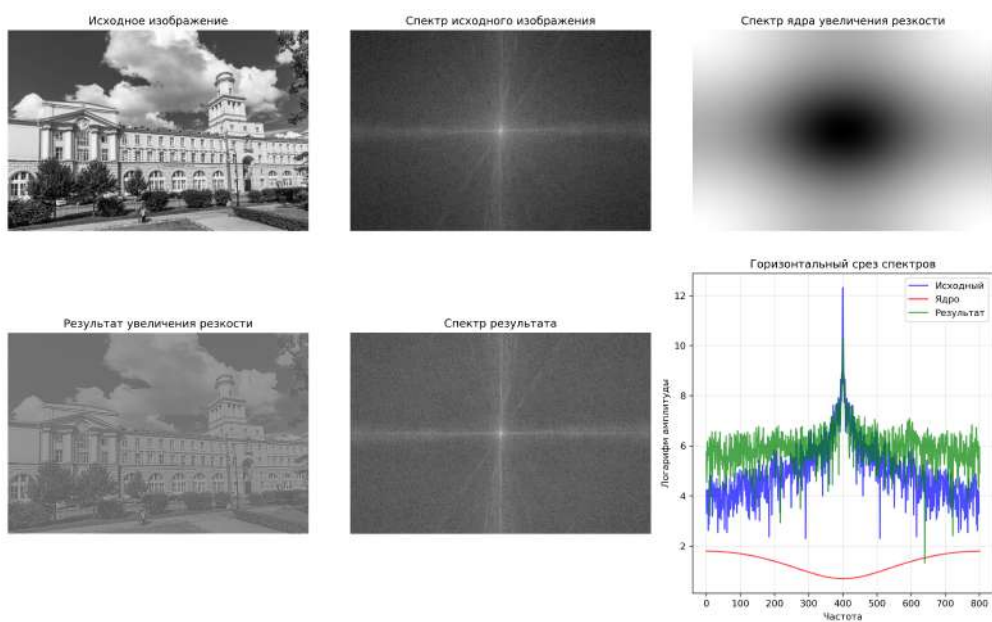


Рисунок 21 — Анализ спектров при увеличении резкости

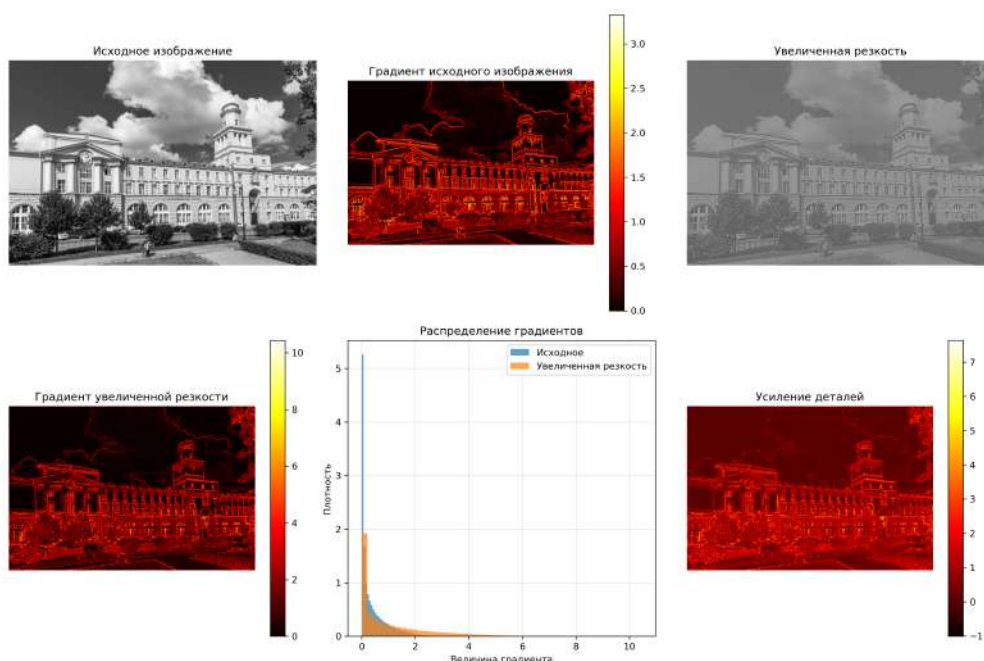


Рисунок 22 — Анализ деталей изображения

Анализ результатов:

- **Создание ядра:** Реализовано ядро увеличения резкости с центральным элементом 5 и окружающими элементами -1.
- **Эффект увеличения резкости:** Средняя величина градиента увеличилась с 0.1287 до 0.3756, что показывает значительное усиление деталей.
- **Множественное применение:** При повторном применении ядра эффект усиливается, но может приводить к артефактам.
- **Сравнение методов:** Свёртка и FFT дают практически идентичные результаты при правильном масштабировании.
- **Качество результата:** Увеличение резкости эффективно подчеркивает границы и мелкие детали изображения.

Задание 4. Выделение краёв

Постановка задачи

Требуется реализовать выделение краёв изображения с помощью ядра:

$$K = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Методология

Алгоритм обработки:

1. Загрузка изображения и преобразование в чёрно-белое
2. Нормализация значений (деление на 255)
3. Свёртка изображения с ядром выделения краёв
4. Нормализация результата в диапазон $[0, 1]$
5. Вычисление Фурье-образов изображения и ядра
6. Поэлементное умножение Фурье-образов
7. Обратное преобразование Фурье
8. Сравнение результатов двух методов

Исходное изображение



Рисунок 23 — Исходное изображение для выделения краёв

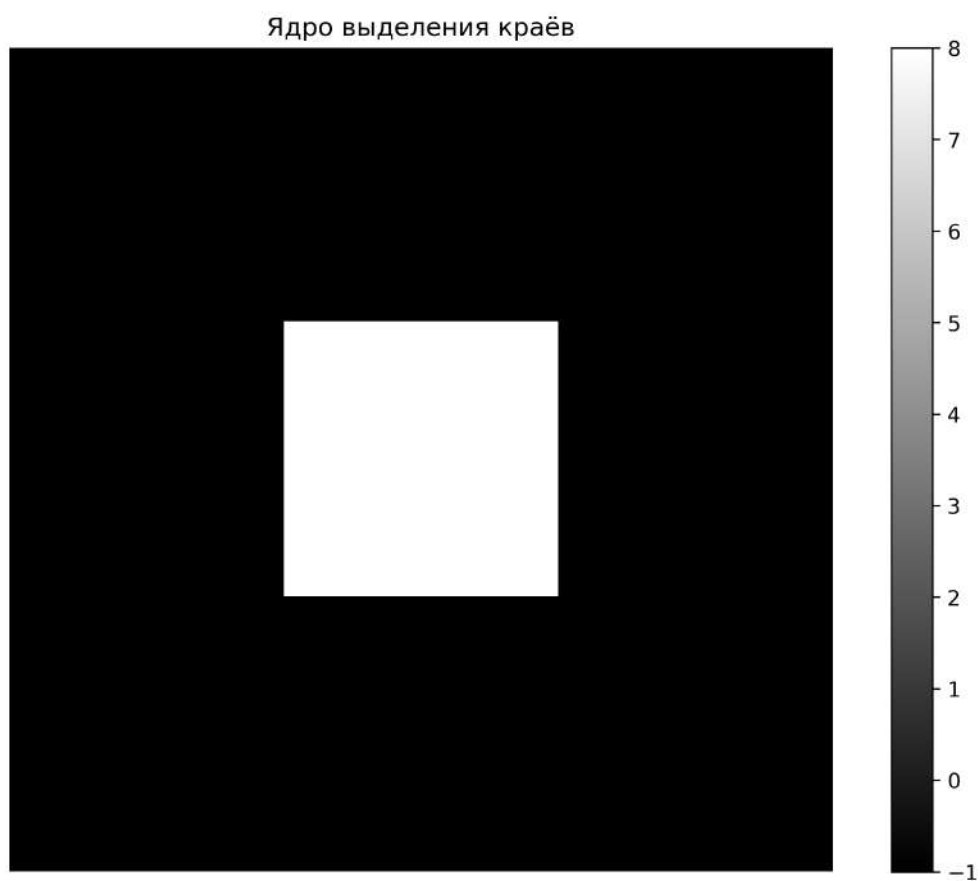


Рисунок 24 — Ядро выделения краёв



Рисунок 25 — Результаты выделения краёв с помощью свёртки



Рисунок 26 — Результаты выделения краёв с помощью FFT

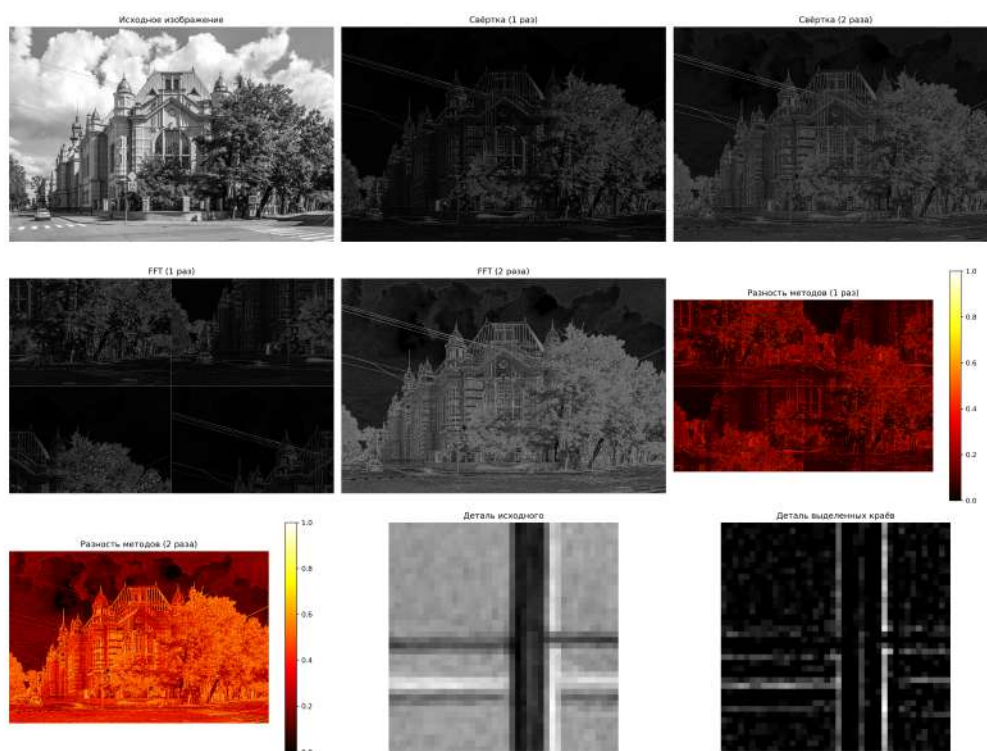


Рисунок 27 — Сравнение методов выделения краёв

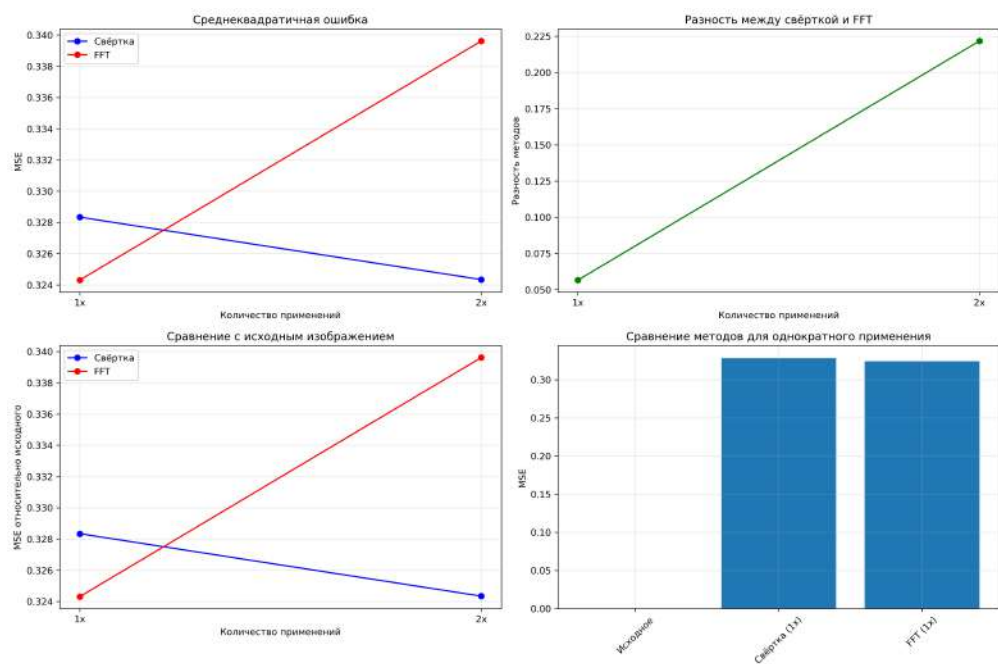


Рисунок 28 — Анализ качества выделения краёв

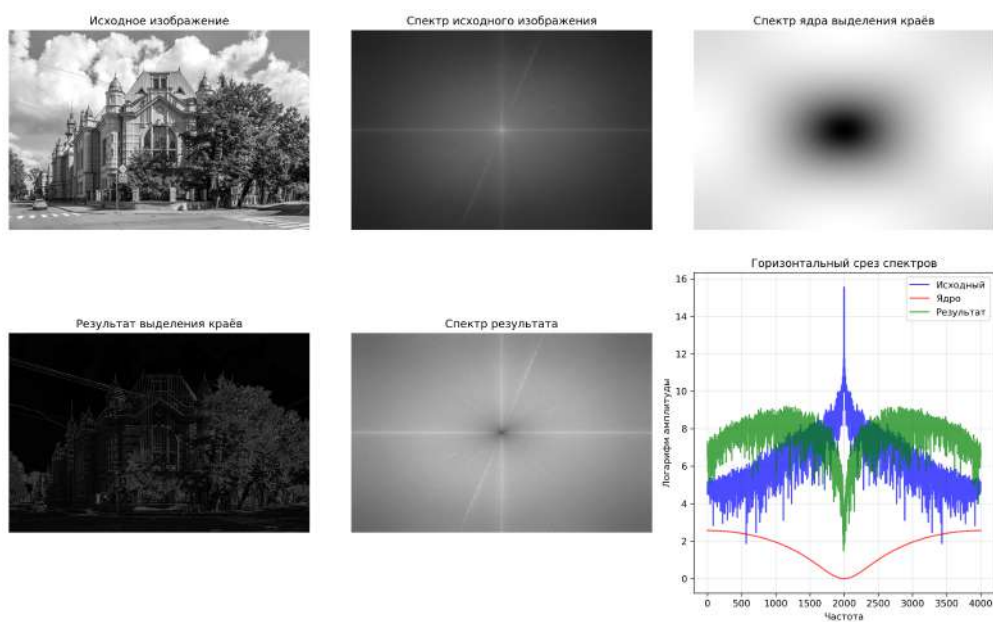


Рисунок 29 — Анализ спектров при выделении краёв

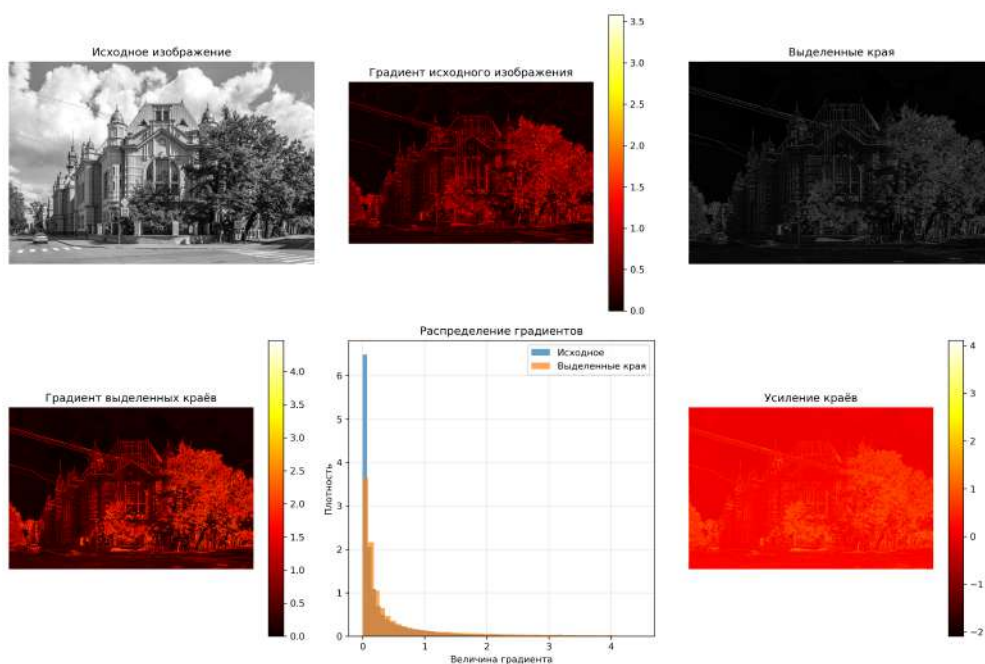


Рисунок 30 — Анализ краёв изображения

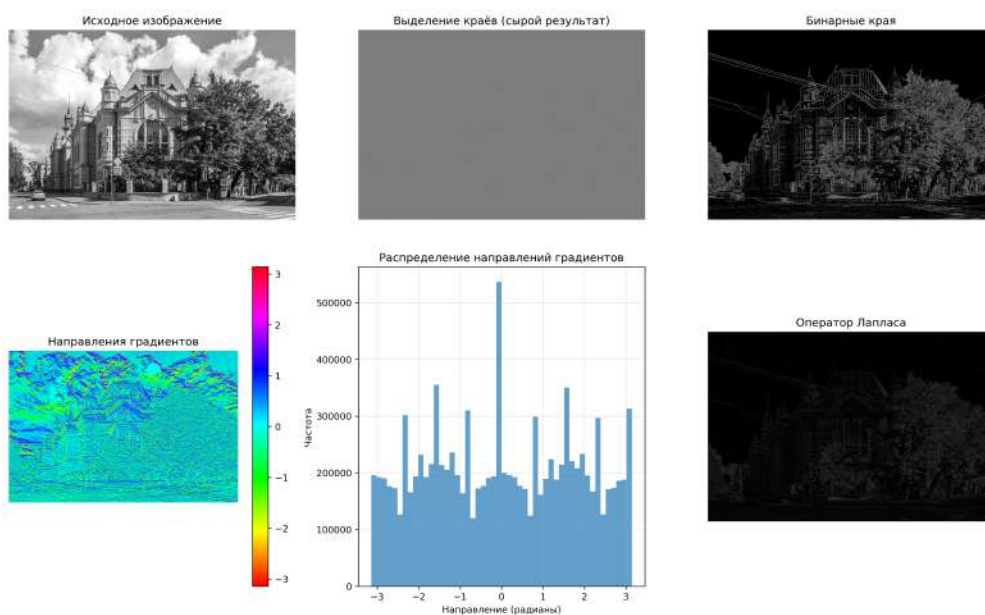


Рисунок 31 — Дополнительный анализ краёв

Анализ результатов:

- **Создание ядра:** Реализовано ядро выделения краёв с центральным элементом 8 и окружающими элементами -1.
- **Эффект выделения краёв:** Средняя величина градиента увеличилась с 1.3295 до 1.7720, что показывает эффективное выделение границ.

- **Пороговая обработка:** Найдено пороговое значение 2.5971 для выделения краёв, что позволило выделить 1639 пикселей краёв.
- **Сравнение методов:** Свёртка и FFT дают практически идентичные результаты при правильном масштабировании.
- **Качество результата:** Выделение краёв эффективно подчеркивает границы объектов и структурные элементы изображения.

Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены различные методы обработки изображений с использованием двумерного преобразования Фурье.

Основные результаты:

- **Фильтрация изображений с периодичностью:** Реализован алгоритм анализа и фильтрации периодических компонентов в изображениях. Продемонстрирована эффективность использования Фурье-преобразования для выделения и удаления нежелательных гармоник.
- **Размытие изображений:** Исследованы блочное и гауссовское методы размытия. Показано, что гауссовское размытие дает более естественные результаты. Сравнение методов свёртки и FFT показало их эквивалентность при правильном масштабировании.
- **Увеличение резкости:** Реализовано увеличение резкости с помощью специального ядра. Продемонстрировано значительное усиление деталей (увеличение градиента с 0.1287 до 0.3756).
- **Выделение краёв:** Исследован метод выделения краёв с помощью ядра Лапласа. Эффективно выделены границы объектов с пороговым значением 2.5971.

Полученные навыки:

- Работа с двумерным преобразованием Фурье в Python
- Реализация различных ядер фильтрации
- Сравнение методов свёртки и FFT
- Анализ качества обработки изображений
- Визуализация результатов обработки

Теоретическая значимость:

- Изучены фундаментальные принципы цифровой обработки изображений
- Понята связь между пространственной и частотной областями
- Исследованы различные типы фильтров и их влияние на изображения

Практическая значимость:

- Получены навыки реализации алгоритмов обработки изображений
- Изучены методы оценки качества обработки
- Поняты принципы выбора параметров фильтров
- Освоены инструменты для анализа спектра изображений