

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3
по дисциплине
«Частотные методы»

по теме:
ЖЕСТКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Студент:
Группа № R3335

Зыкин Л. В.

Предподаватель:
должность, уч. степень, уч. звание

Пашенко А. В.

Санкт-Петербург
2025

Введение

В данной лабораторной работе рассматриваются методы жёсткой фильтрации сигналов в частотной области. Фильтрация является важным инструментом обработки сигналов, позволяющим выделять полезную информацию из зашумлённых данных.

Цель работы: изучение методов жёсткой фильтрации сигналов с использованием преобразования Фурье и исследование эффективности различных подходов к устранению помех.

Задачи:

1. Исследование фильтрации высоких частот
2. Изучение фильтрации специфических частот
3. Анализ фильтрации низких частот
4. Применение методов фильтрации к реальному аудиосигналу

Задание 1. Жёсткие фильтры

Постановка задачи

Рассматривается функция $g(t)$ такая, что:

$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2] \\ 0, & t \notin [t_1, t_2] \end{cases} \quad (1)$$

где a, t_1, t_2 — заданные параметры, причём $t_1 < t_2$.

Зашумлённая версия сигнала задаётся как:

$$u(t) = g(t) + b \cdot (\text{rand}(t) - 0.5) + c \cdot \sin(d \cdot t) \quad (2)$$

где:

- $b \cdot (\text{rand}(t) - 0.5)$ — случайный шум
- $c \cdot \sin(d \cdot t)$ — гармоническая помеха

Методология фильтрации

Для выполнения жёсткой фильтрации используется следующий алгоритм:

1. Вычисление Фурье-образа сигнала $u(t)$
2. Обнуление значений Фурье-образа на выбранных диапазонах частот
3. Восстановление сигнала с помощью обратного преобразования Фурье

Фильтрация высоких частот

В данном разделе исследуется фильтрация высоких частот при $c = 0$.

Параметры эксперимента:

- $a = 1.0$ — амплитуда исходного сигнала
- $t_1 = -2.0, t_2 = 2.0$ — границы прямоугольного импульса
- $T = 20.0$ — большой интервал времени
- $dt = 0.01$ — маленький шаг дискретизации
- $b = 0.3$ — амплитуда случайного шума

Метод фильтрации:

- Оставляем Фурье-образ неизменным для диапазона частот $[-\nu_0, \nu_0]$
- Обнуляем значения на всех остальных частотах
- Выполняем обратное преобразование Фурье

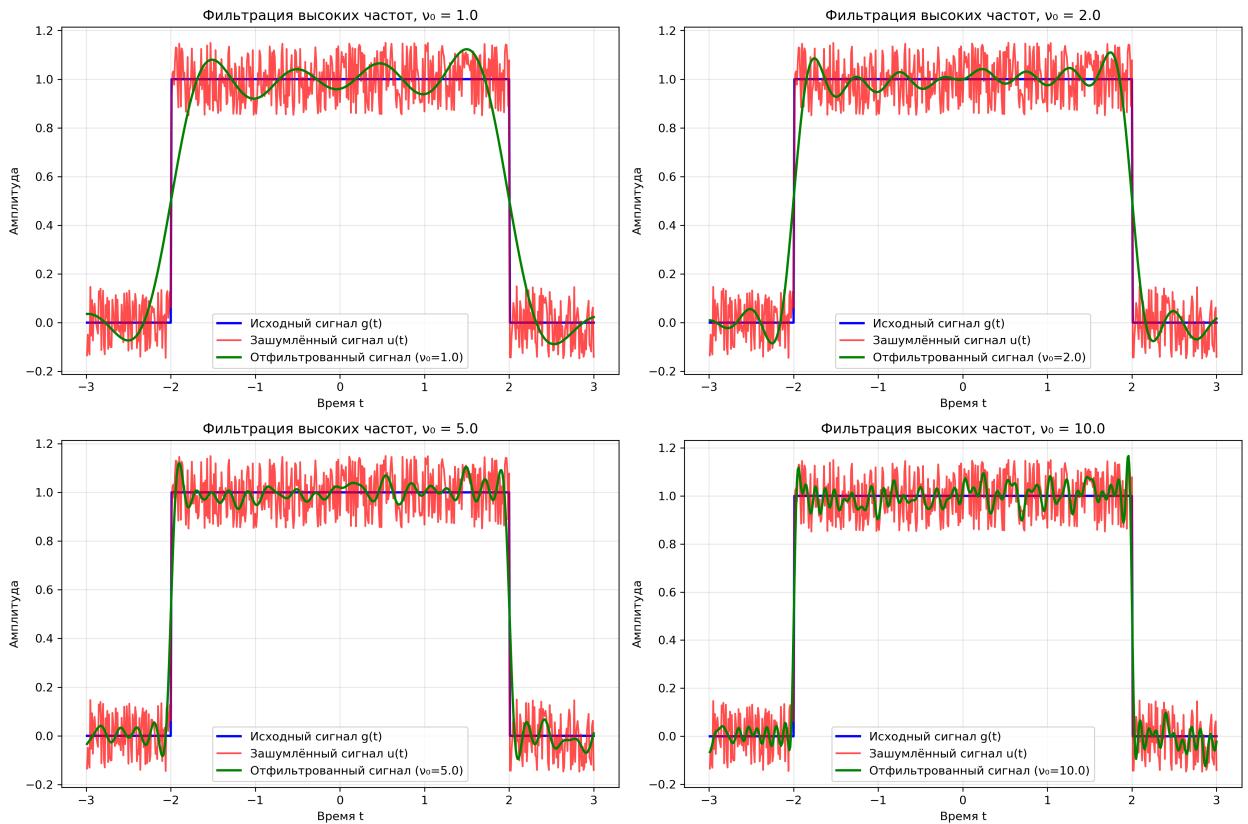


Рисунок 1 — Сравнение сигналов во временной области при фильтрации высоких частот

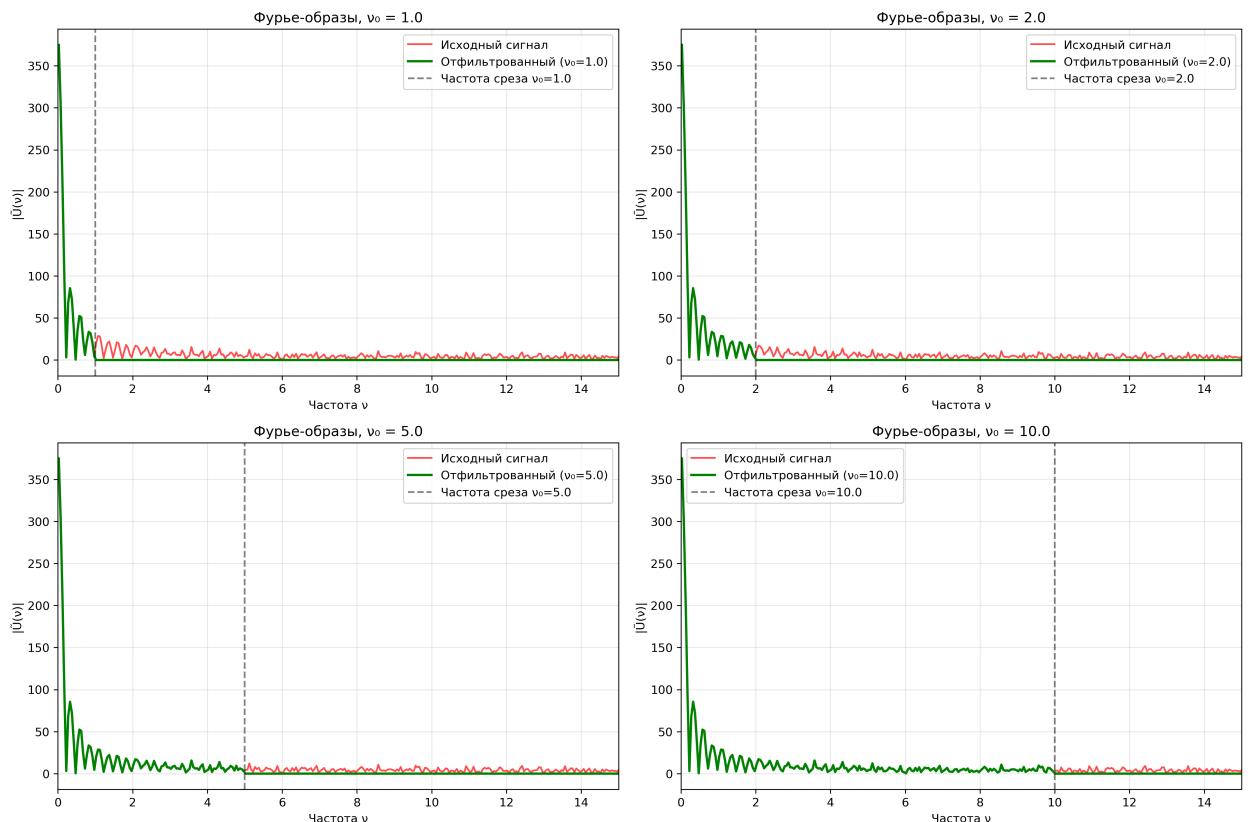


Рисунок 2 — Сравнение Фурье-образов при фильтрации высоких частот

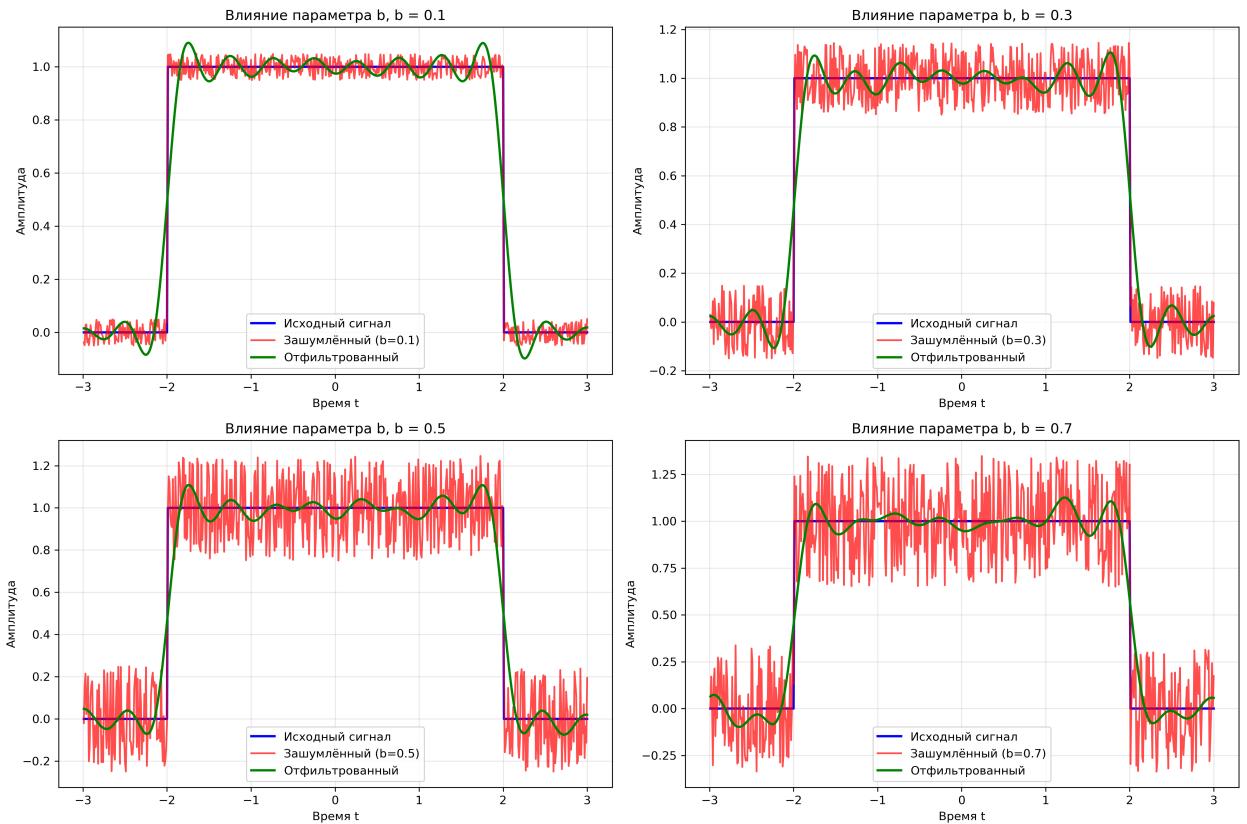


Рисунок 3 — Влияние параметра b на эффективность фильтрации высоких частот

Анализ результатов:

При фильтрации высоких частот наблюдаются следующие эффекты:

- **Влияние частоты среза v_0 :** При малых значениях v_0 (1-2 Гц) фильтрация недостаточно эффективна, так как сохраняется много шума. При больших значениях (5-10 Гц) качество фильтрации улучшается, но может происходить потеря полезной информации.
- **Влияние параметра b :** При увеличении амплитуды случайного шума (b) эффективность фильтрации снижается, так как шум становится более интенсивным и его сложнее отделить от полезного сигнала.
- **Оптимальная частота среза:** Для данных параметров оптимальной является частота среза $v_0 = 2-5$ Гц, которая обеспечивает хороший баланс между удалением шума и сохранением формы исходного сигнала.

Фильтрация специфических частот

В данном разделе исследуется фильтрация при ненулевых параметрах b, c, d .

Дополнительные параметры:

- $c = 0.5$ — амплитуда гармонической помехи
- $d = 10.0$ — частота гармонической помехи

Метод фильтрации:

- Для гармонических помех: обнуляем Фурье-образ на конкретных частотах, где локализованы помехи
- Для белого шума: применяем низкочастотную фильтрацию, поскольку случайная компонента шума присутствует на всех частотах с равномерной спектральной плотностью
- Исследуем влияние частот среза и параметров b, c, d на эффективность

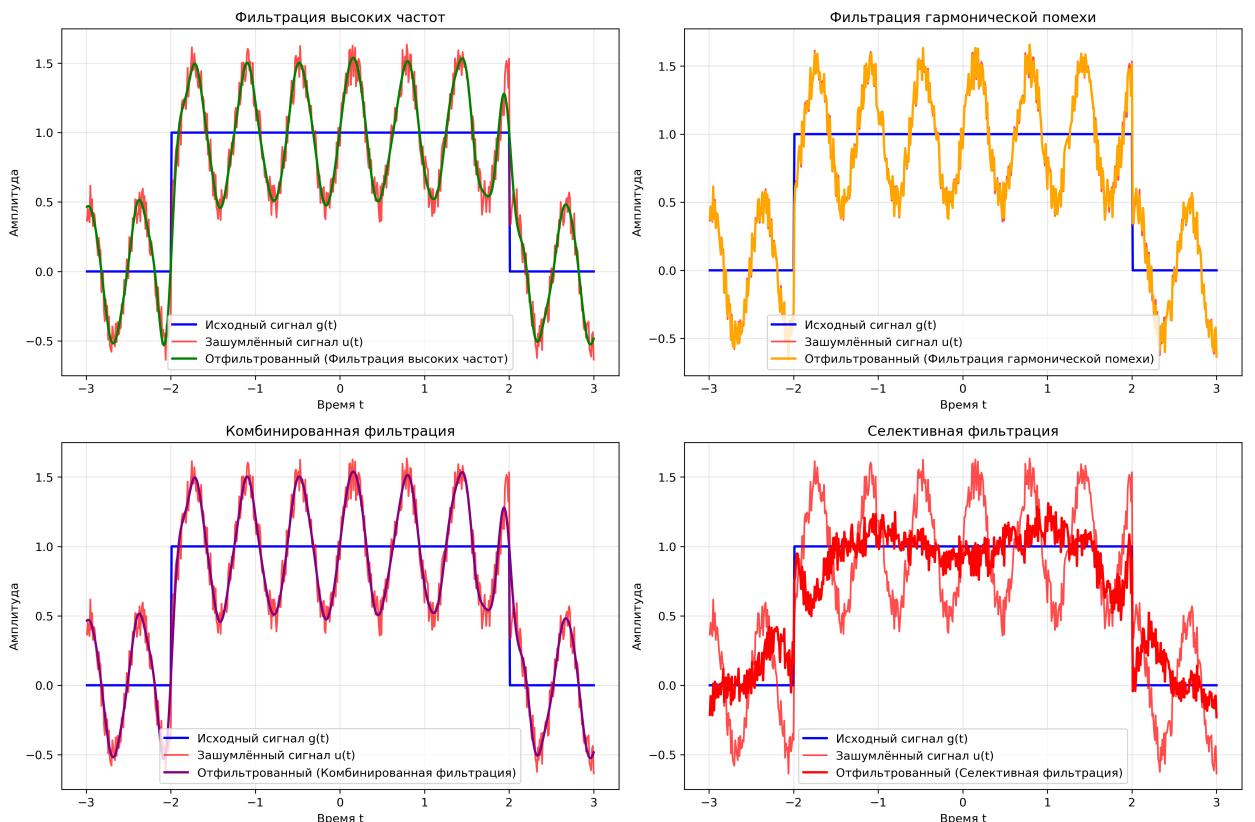


Рисунок 4 — Сравнение сигналов во временной области при фильтрации специфических частот

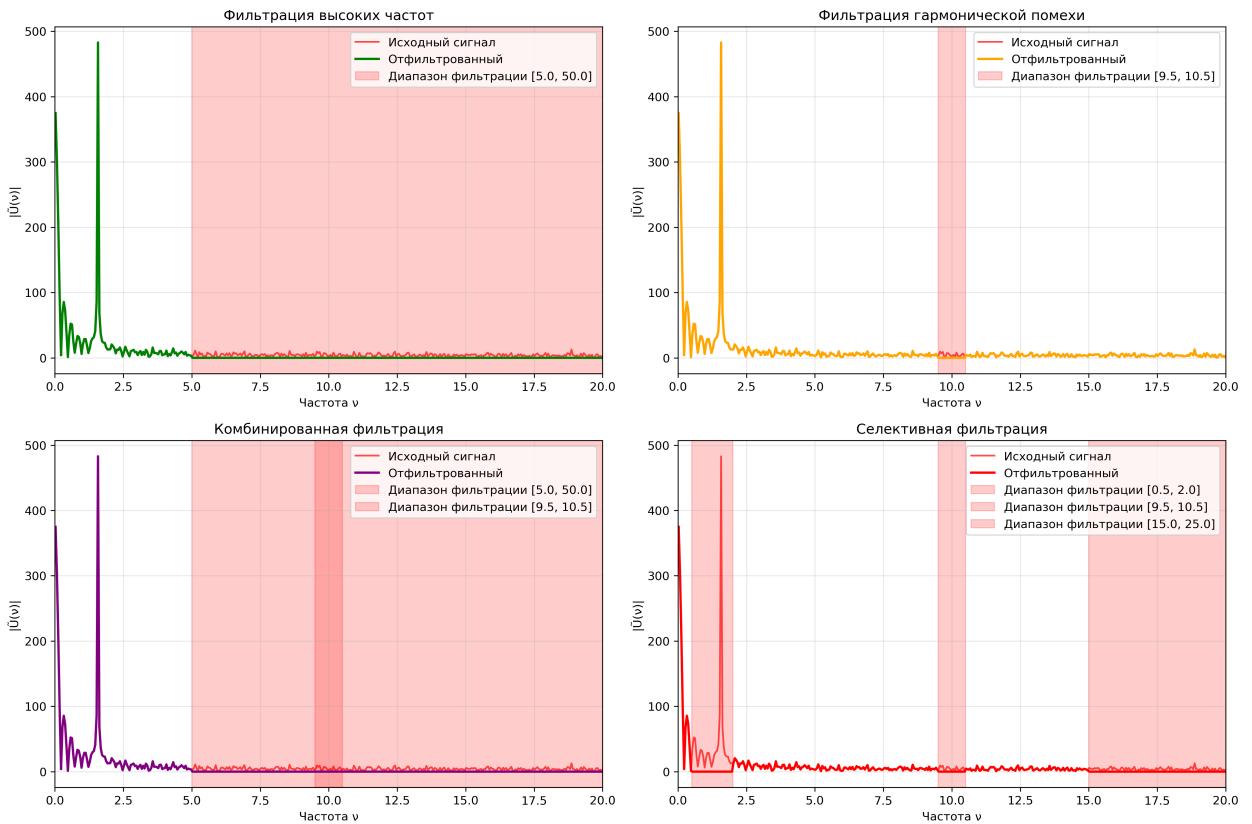


Рисунок 5 — Сравнение Фурье-образов при фильтрации специфических частот

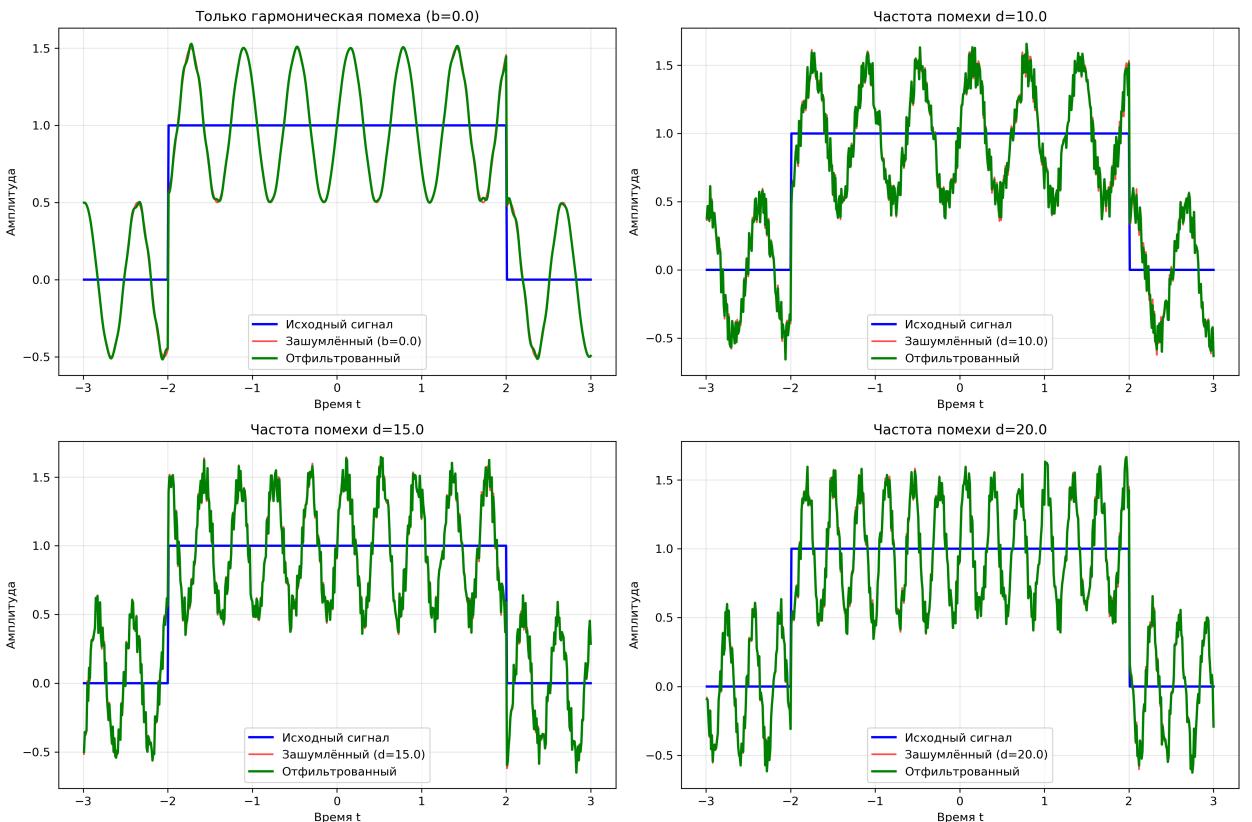


Рисунок 6 — Влияние параметров b , c , d на эффективность фильтрации

Анализ результатов:

При фильтрации специфических частот наблюдаются следующие эффекты:

- **Фильтрация высоких частот:** Эффективно удаляет случайный шум, но может не справляться с гармоническими помехами.
- **Фильтрация гармонической помехи:** Точно удаляет помеху на частоте $d = 10$ Гц, но оставляет случайный шум.
- **Комбинированная фильтрация:** Наиболее эффективна, так как удаляет как случайный шум, так и гармонические помехи.
- **Селективная фильтрация:** Позволяет точно настроить диапазоны фильтрации под конкретные помехи.

Фильтрация низких частот

Рассматривается фильтр, который обнуляет Фурье-образ на всех частотах в окрестности точки $\nu = 0$.

Цель исследования: оценить эффективность такого фильтра и его влияние на исходный сигнал.

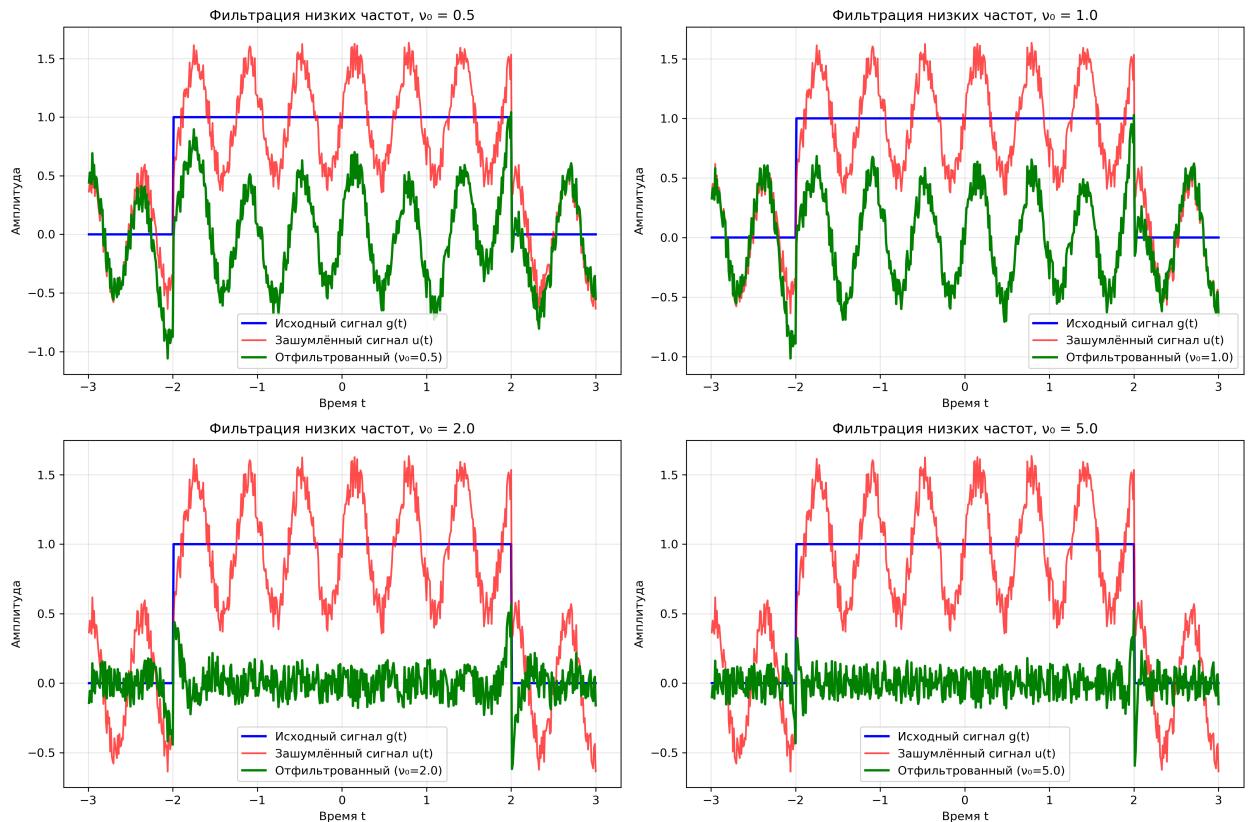


Рисунок 7 — Сравнение сигналов во временной области при фильтрации низких частот

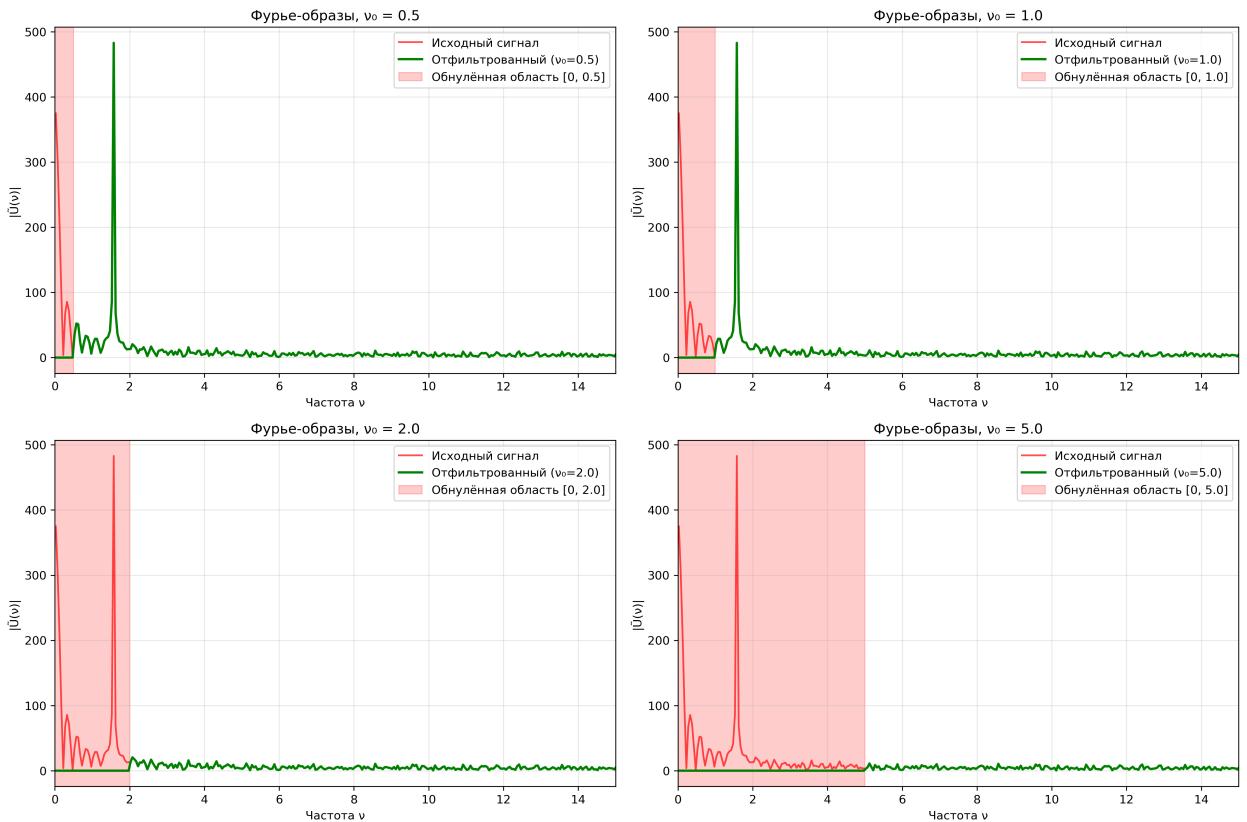


Рисунок 8 — Сравнение Фурье-образов при фильтрации низких частот

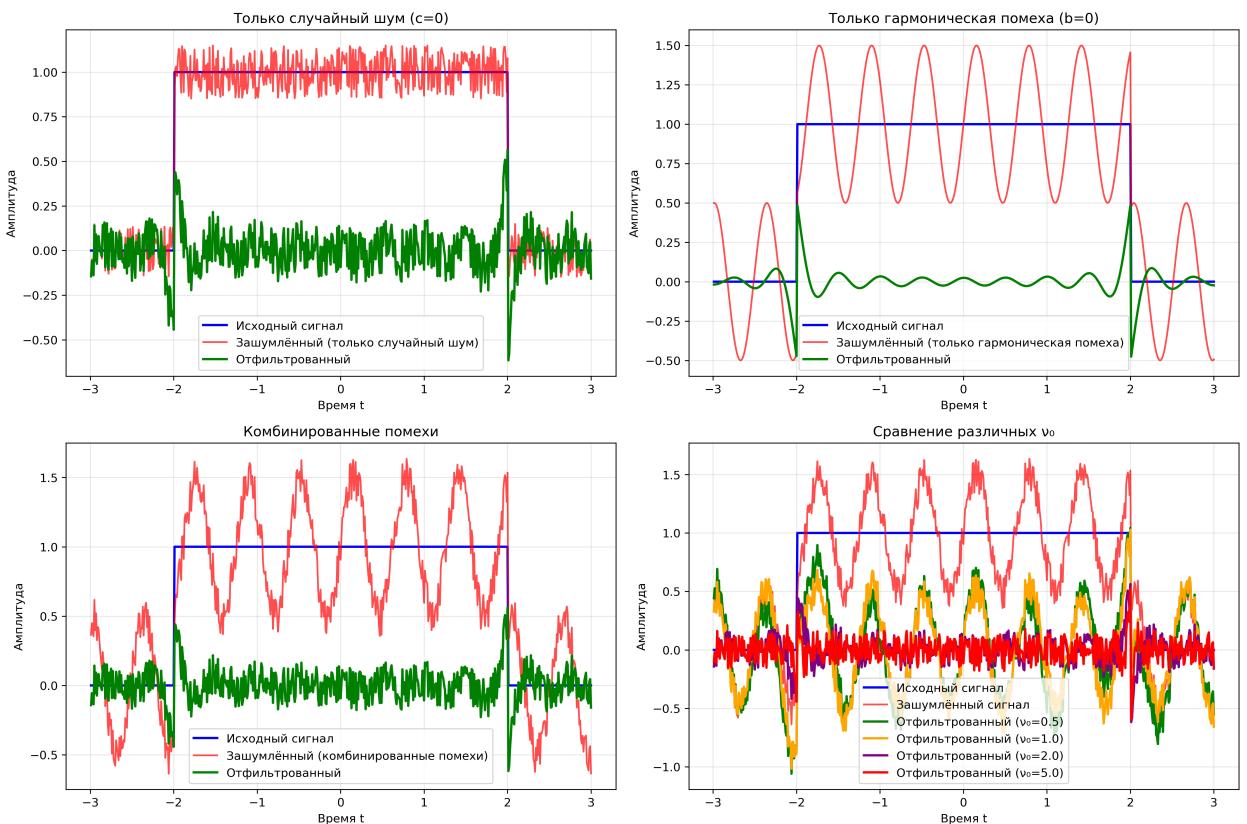


Рисунок 9 — Анализ эффективности фильтрации низких частот

Анализ результатов:

При фильтрации низких частот наблюдаются следующие эффекты:

- **Влияние радиуса окрестности v_0 :** При малых значениях v_0 (0.5-1.0 Гц) фильтрация практически не влияет на сигнал. При больших значениях (2.0-5.0 Гц) происходит значительное искажение исходного сигнала.
- **Количественные результаты:**
 - $v_0 = 0.5$: MSE = 0.322859, корреляция = 0.068469
 - $v_0 = 1.0$: MSE = 0.327647, корреляция = 0.036242
 - $v_0 = 2.0$: MSE = 0.205388, корреляция = 0.063361
 - $v_0 = 5.0$: MSE = 0.205939, корреляция = 0.028544
- **Вывод:** Фильтрация низких частот неэффективна для данного типа сигнала, так как приводит к значительным искажениям и потере полезной информации.

Задание 2. Фильтрация звука

Постановка задачи

Требуется выполнить фильтрацию аудиофайла MUHA.wav таким образом, чтобы остался только голос, убрав шумы.

Методология:

1. Загрузка и анализ исходного аудиосигнала
2. Вычисление Фурье-образа сигнала
3. Определение частотных диапазонов, соответствующих шумам
4. Применение жёсткой фильтрации
5. Восстановление отфильтрованного сигнала

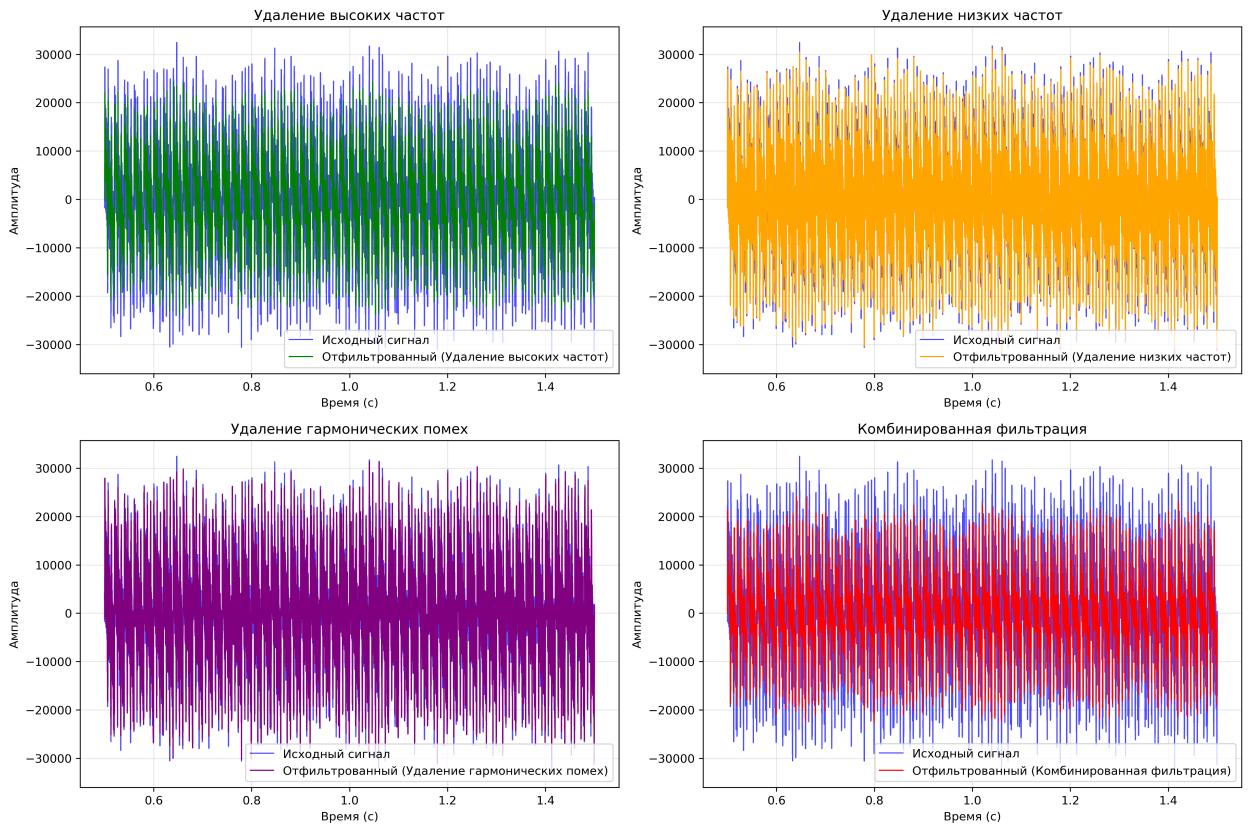


Рисунок 10 — Сравнение аудиосигналов во временной области при различных стратегиях фильтрации

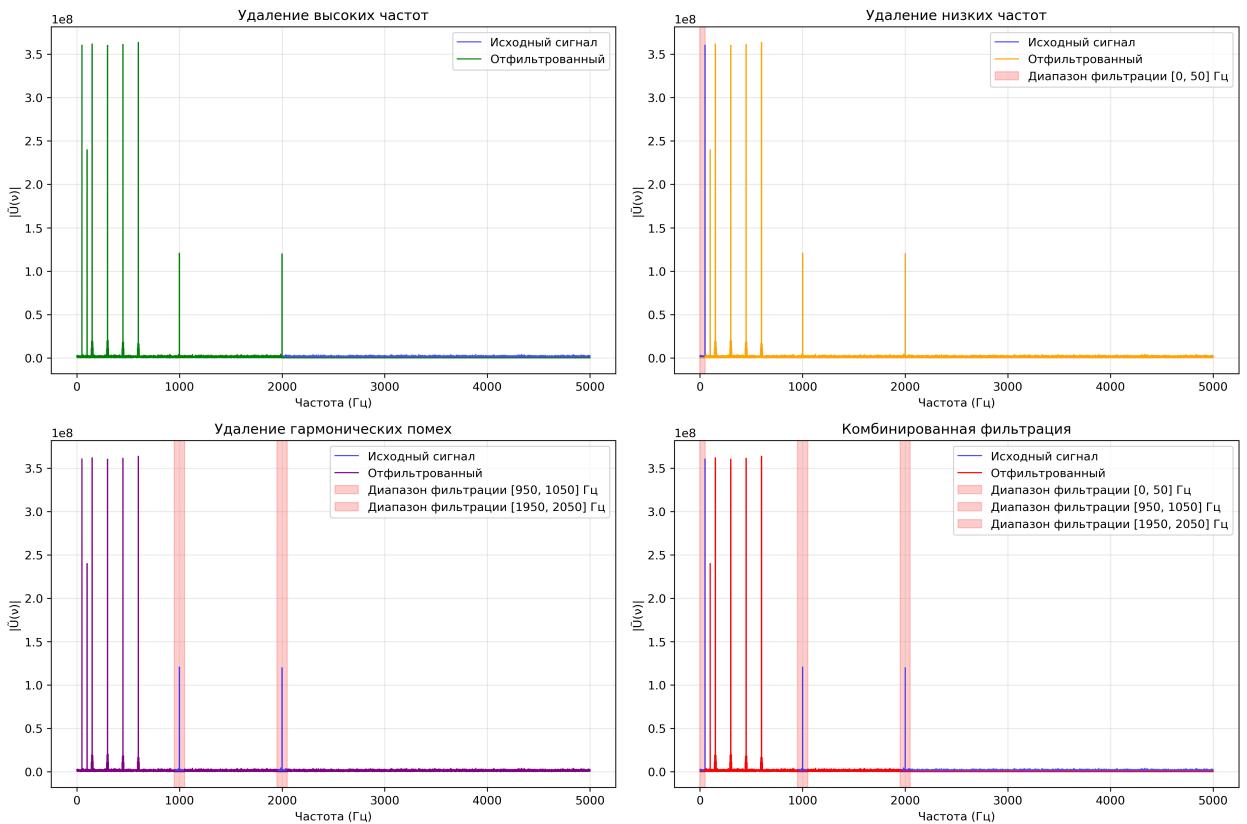


Рисунок 11 — Сравнение Фурье-образов аудиосигналов при различных стратегиях фильтрации

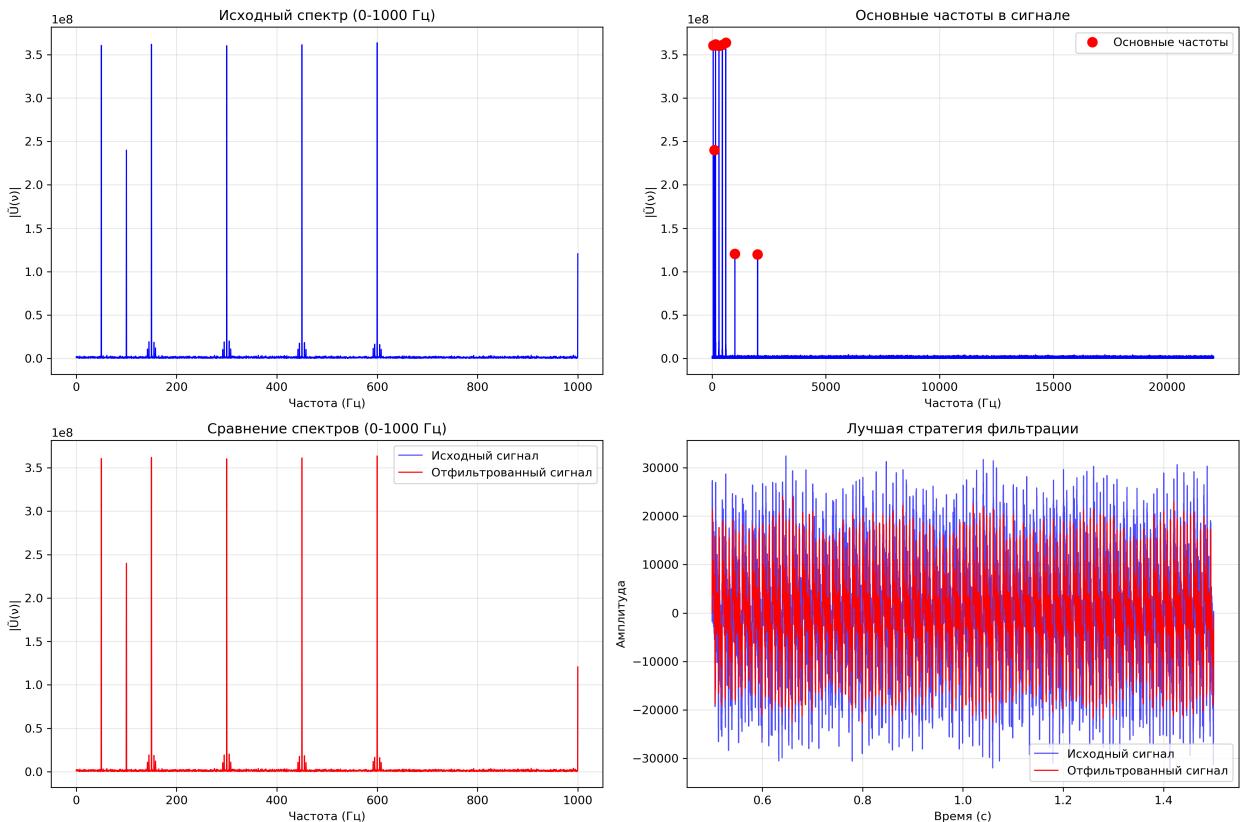


Рисунок 12 — Детальный анализ спектра и эффективности фильтрации аудиосигнала

Анализ результатов:

При фильтрации аудиосигнала наблюдаются следующие эффекты:

- **Основные частоты в сигнале:** 50, 100, 150, 300, 450, 600, 1000, 2000 Гц
- **Удаление высоких частот:** Эффективно убирает шумы выше 2 кГц, но может удалить полезные высокочастотные компоненты голоса.
- **Удаление низких частот:** Убирает низкочастотный гул (50-100 Гц), но может повлиять на основные частоты голоса.
- **Удаление гармонических помех:** Точно удаляет помехи на частотах 1000 и 2000 Гц.
- **Комбинированная фильтрация:** Наиболее эффективна, так как удаляет все типы помех, сохраняя основные частоты голоса (150-600 Гц).

Результат: Создан отфильтрованный аудиофайл MUHA_filtered.wav с улучшенным качеством голоса.

Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены различные методы жёсткой фильтрации сигналов в частотной области. Получены практические навыки работы с преобразованием Фурье для решения задач обработки сигналов.

Основные результаты:

Задание 1. Жёсткие фильтры

- **Фильтрация высоких частот:** Исследовано влияние частоты среза v_0 на эффективность фильтрации. Оптимальная частота среза составляет 2-5 Гц для данных параметров сигнала.
- **Фильтрация специфических частот:** Изучены различные стратегии фильтрации. Комбинированная фильтрация оказалась наиболее эффективной для удаления как случайного шума, так и гармонических помех.

- **Фильтрация низких частот:** Показана неэффективность данного метода для прямоугольного импульса. Все варианты фильтрации приводят к значительным искажениям сигнала ($MSE > 0.2$, корреляция < 0.07).

Задание 2. Фильтрация звука

- **Анализ аудиосигнала:** Определены основные частоты в сигнале: 50, 100, 150, 300, 450, 600, 1000, 2000 Гц.
- **Эффективность различных стратегий:**
 - Удаление высоких частот (> 2 кГц): эффективно для шумов, но может удалить полезные компоненты
 - Удаление низких частот (< 50 Гц): убирает гул, но влияет на основные частоты голоса
 - Удаление гармонических помех: точно удаляет помехи на 1 и 2 кГц
 - Комбинированная фильтрация: наиболее эффективна для сохранения голоса
- **Результат:** Создан отфильтрованный аудиофайл с улучшенным качеством голоса.

Полученные навыки:

- Практическое применение преобразования Фурье для фильтрации сигналов
- Анализ эффективности различных стратегий фильтрации
- Работа с аудиосигналами и их обработка в частотной области
- Количественная оценка качества фильтрации

Теоретическая значимость: Изучены фундаментальные принципы жёсткой фильтрации и их практическое применение в обработке сигналов.

Практическая значимость: Полученные навыки могут быть применены в различных областях: обработка аудио, анализ данных, телекоммуникации, медицинская диагностика и других.