

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет ИТМО»

Домашняя работа №1
по дисциплине
“Теория функций комплексного переменного”

Студент:
Гребенюк Леонид Сергеевич

Преподаватель:
Краснов Александр Юрьевич

Санкт-Петербург
2025

Исходный код домашнего задания:

<https://github.com/Leonid075/tfcp/blob/main/hw1.ipynb>.

Задание 1.

Определим числа $t_1 = 7$, $t_2 = 15$, $a = 10$, $b = 0.1$, $c = 0.1$, $d = 2$. Построим функции:

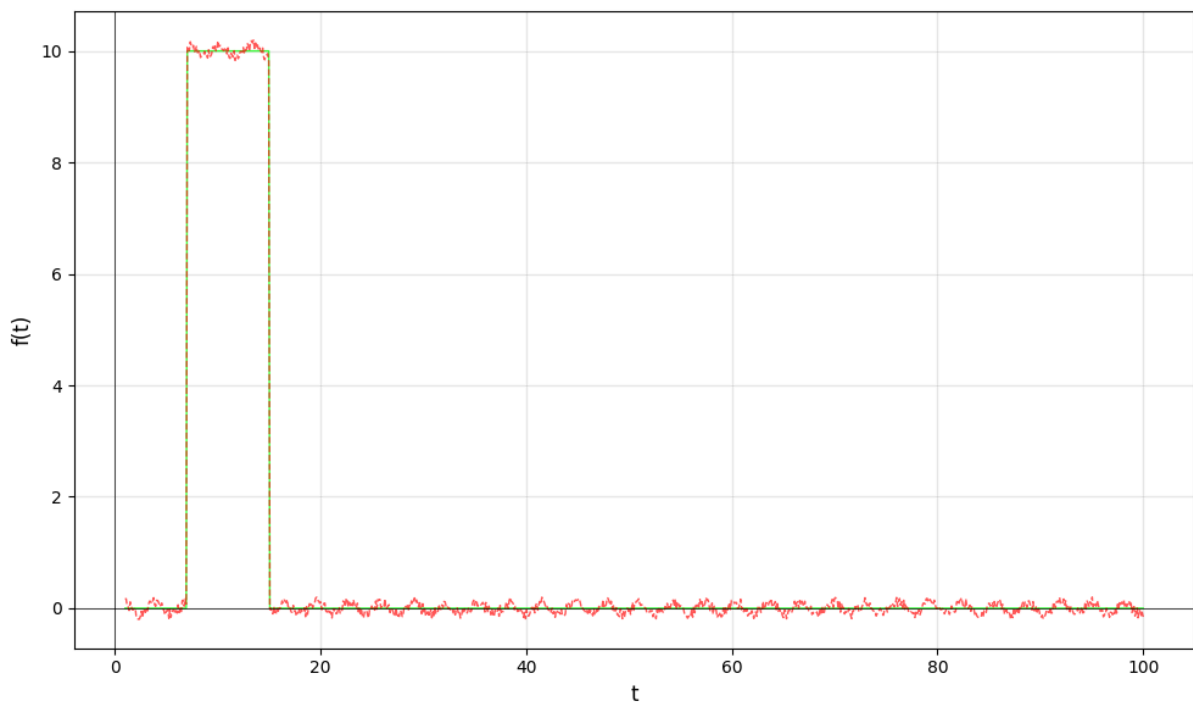
$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2], \\ 0, & t \notin [t_1, t_2]; \end{cases}$$

и зашумленную версию:

$$u(t) = g(t) + b\xi(t) + c \sin(dt),$$

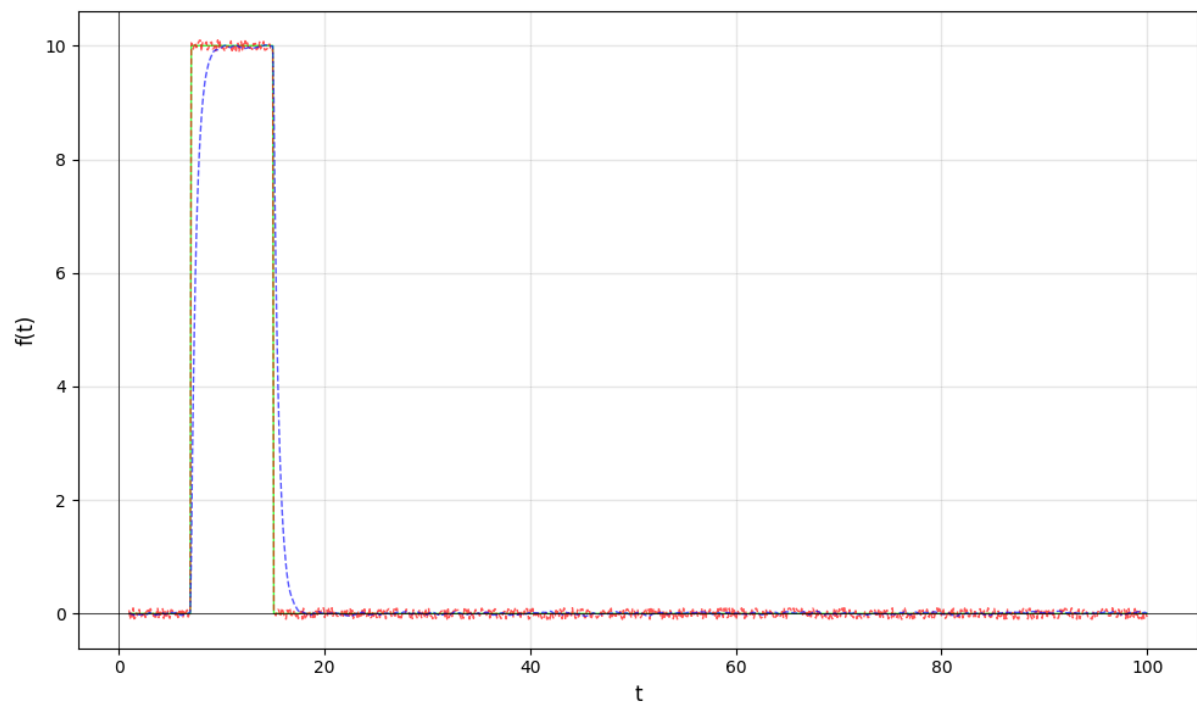
где $\xi(t) \sim U[-1, 1]$ – равномерное распределение.

Построим заданные графики:

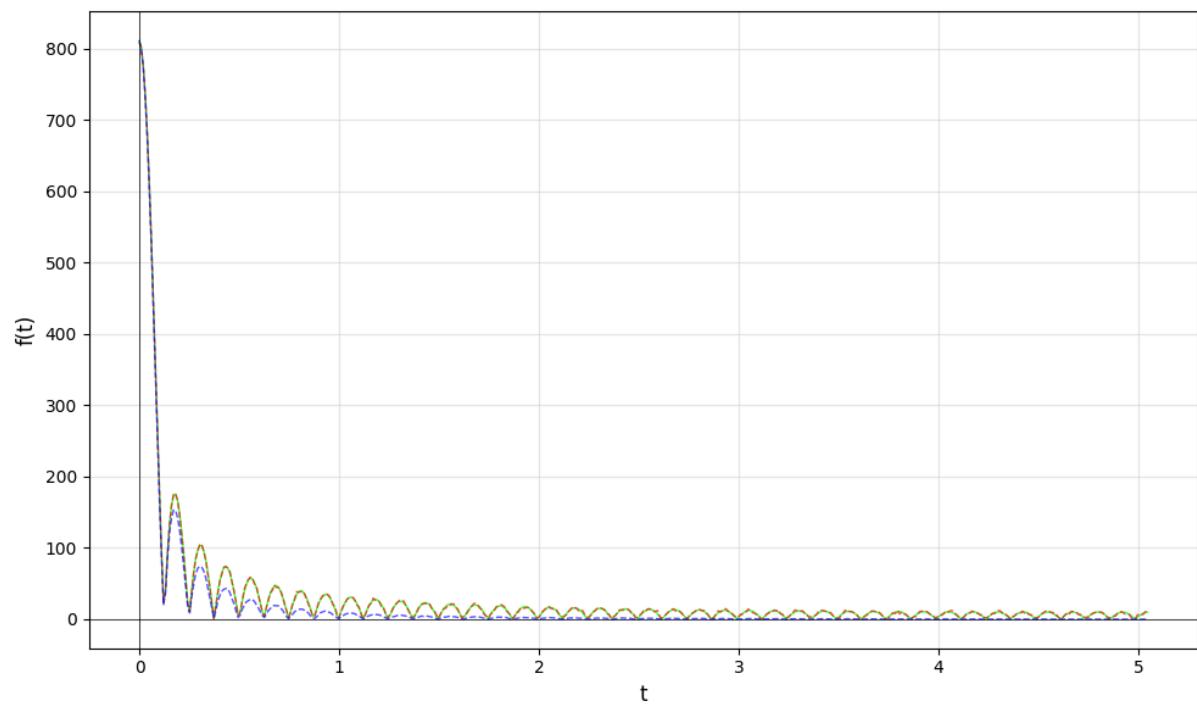


1.1

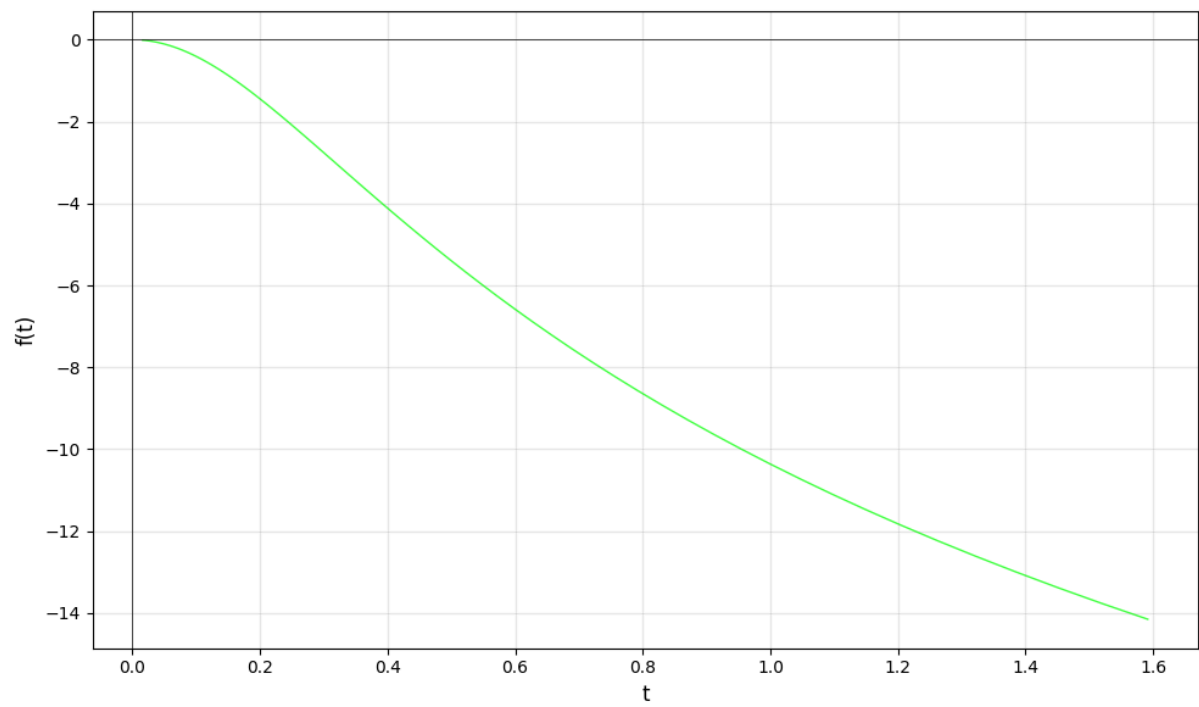
Примем $c = 0$, $T = 0.5$. Пропустим сигнал $u(t)$ через линейный фильтр первого порядка $W_1 = \frac{1}{T_{p+1}}$:



модули фурье-образов сигналов:

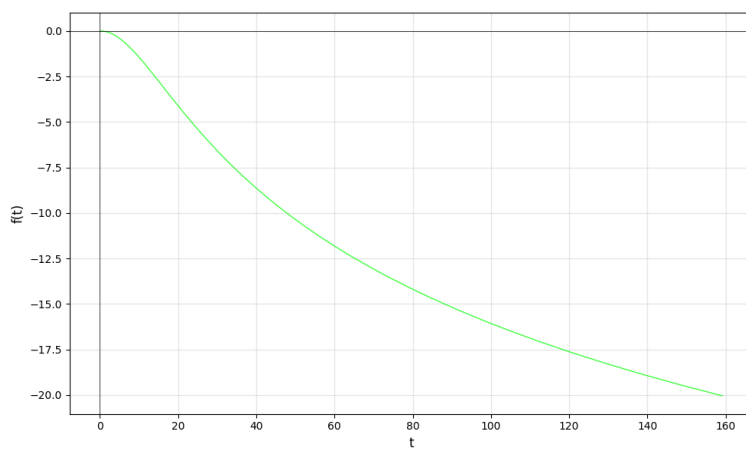
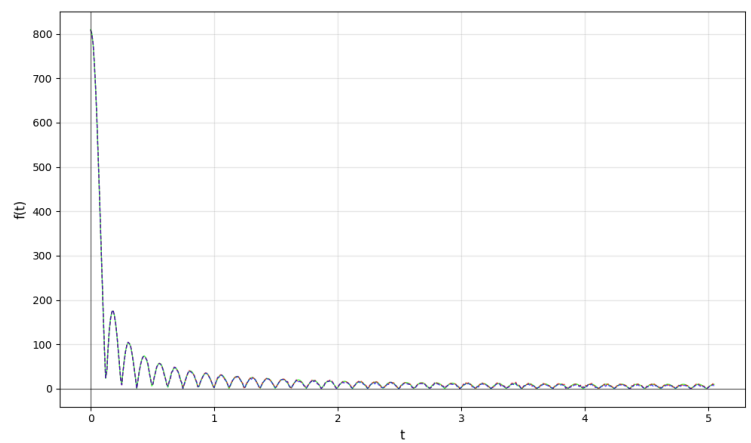
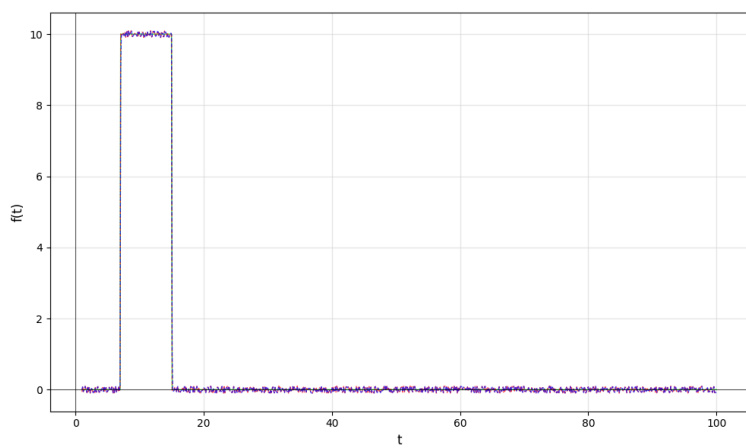


АЧХ фильтр:

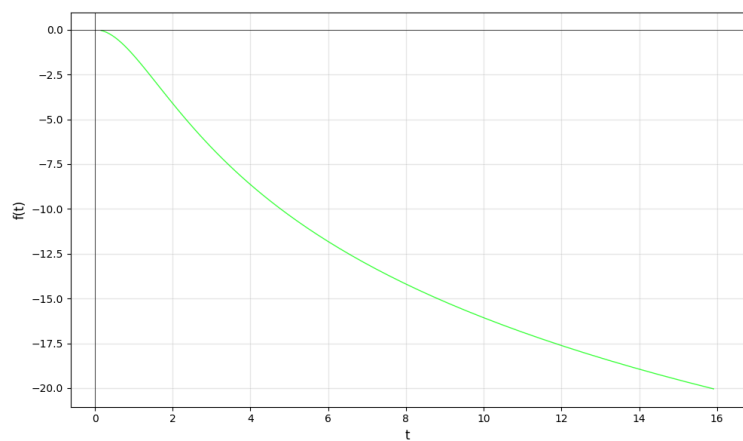
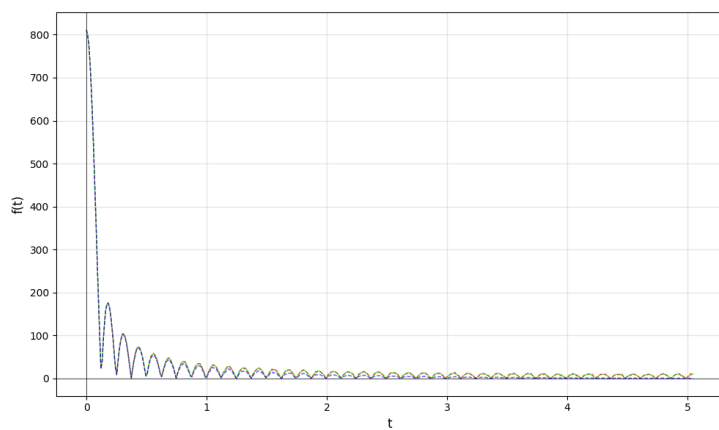
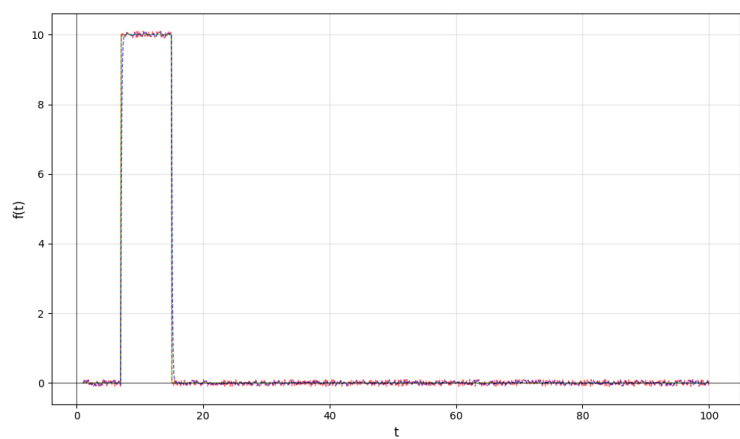


Зафиксируем значение $a = 10$ и будем изменять T . Рассмотрим значения 0.01, 0.1, 1, 2:

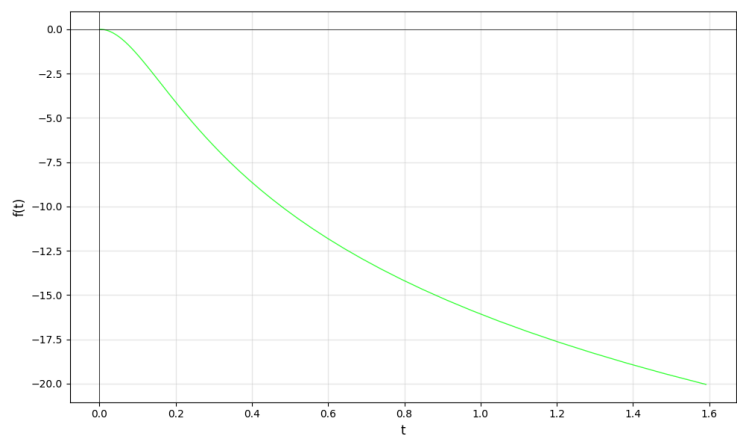
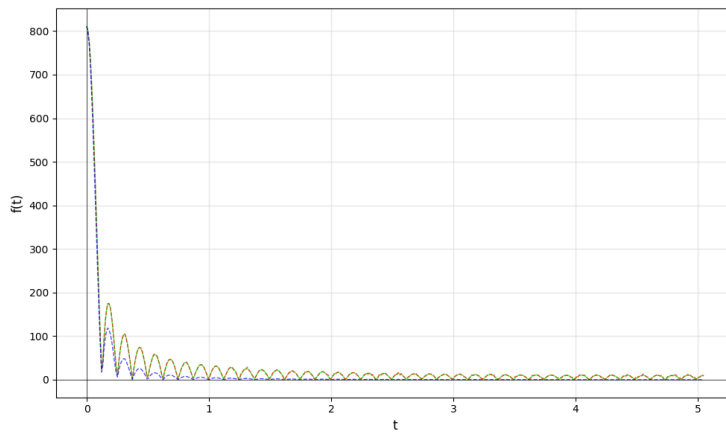
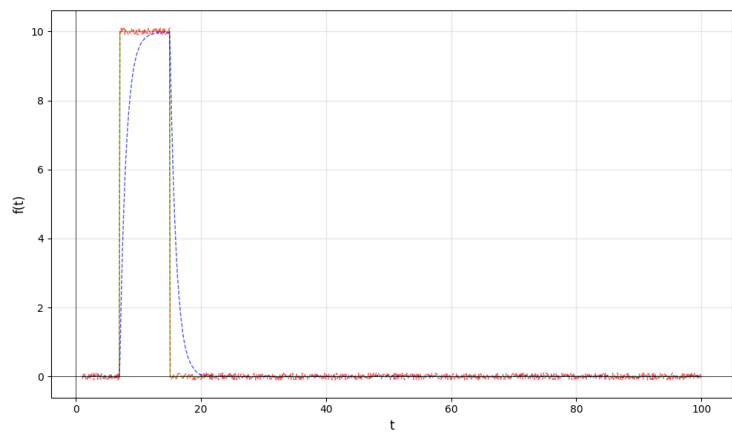
- $T = 0.01$:



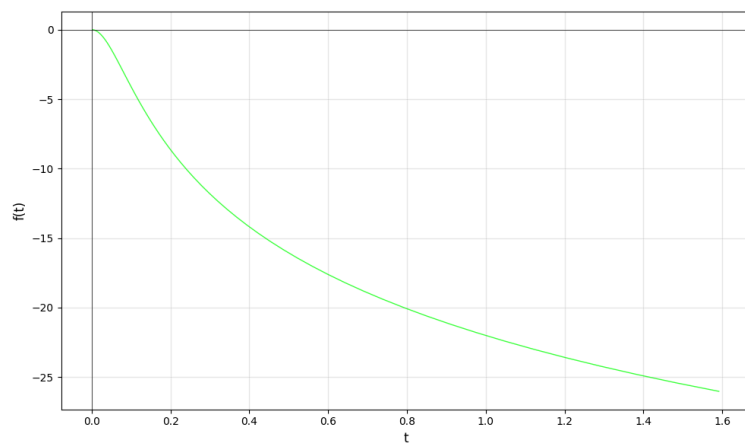
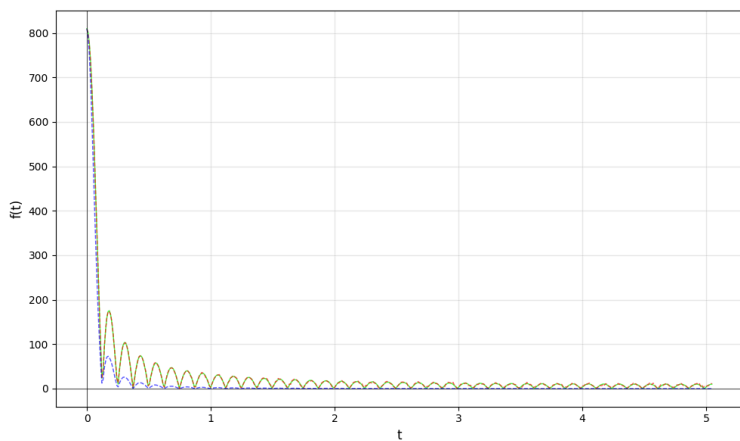
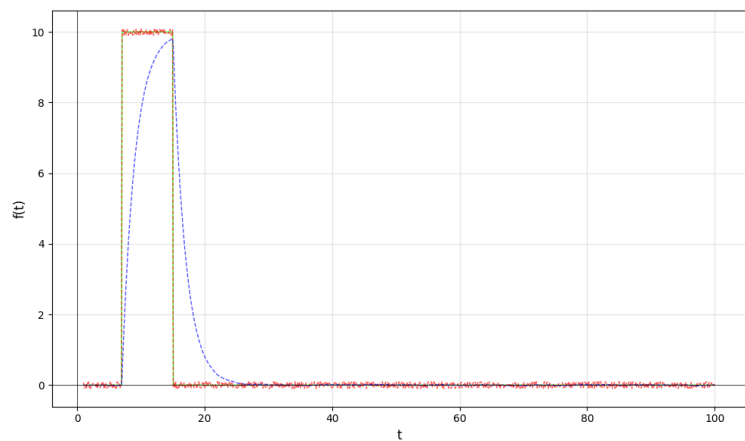
- $T = 0.1$:



• $T = 1$:

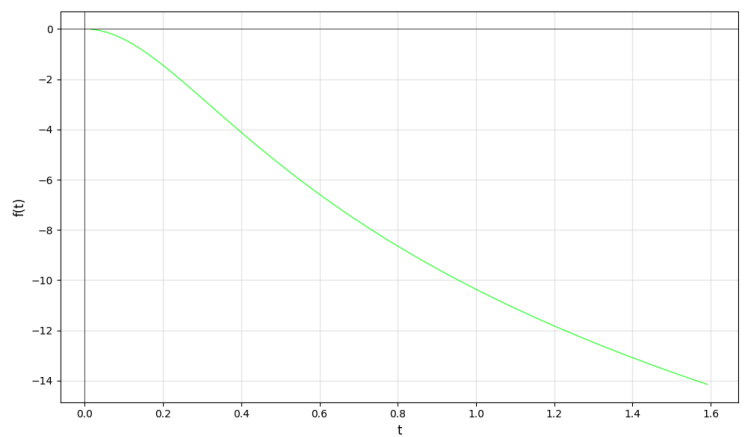
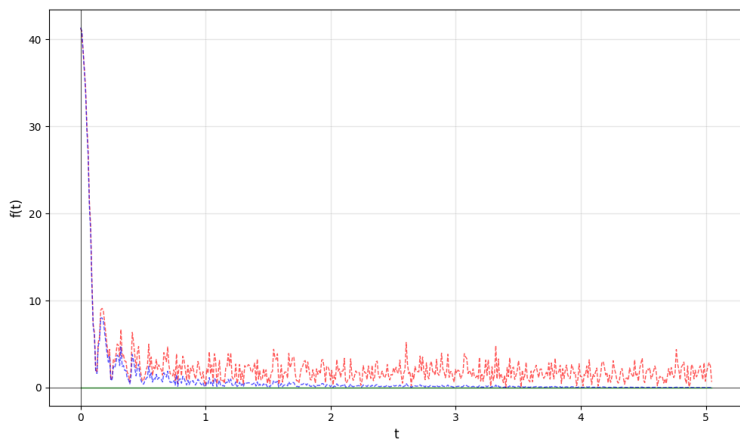
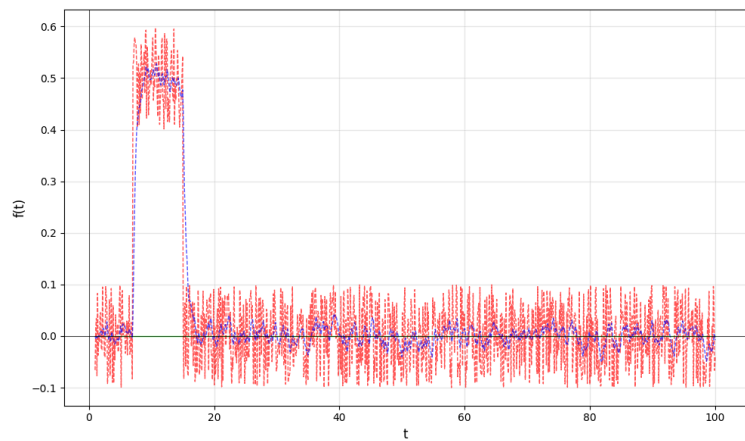


• $T = 2$:

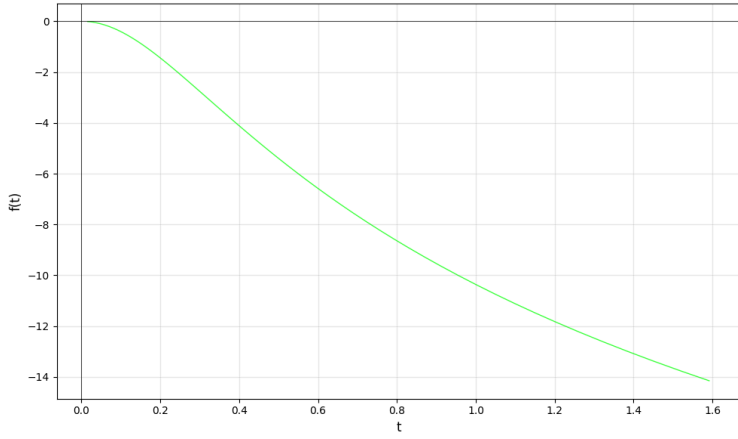
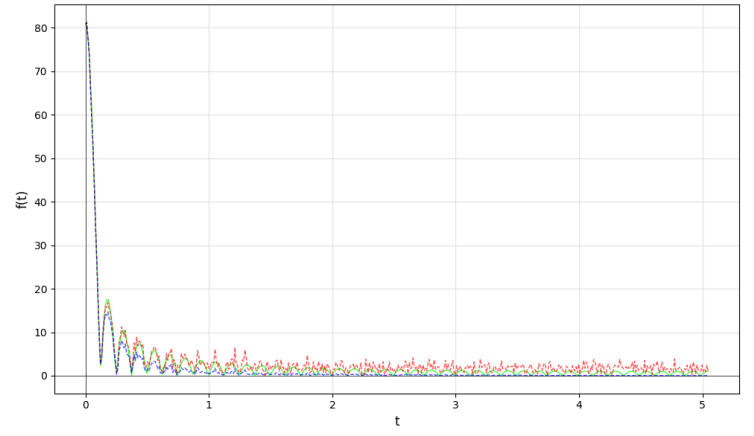
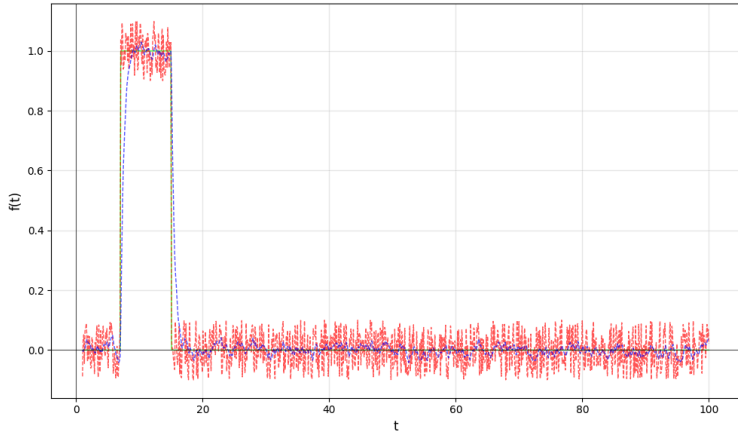


Зафиксируем значение $T = 0.5$ и будем изменять a . Рассмотрим значения 0.5, 1, 20:

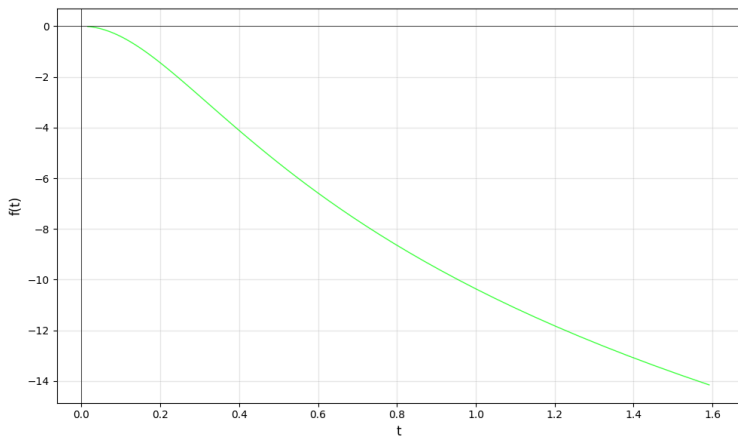
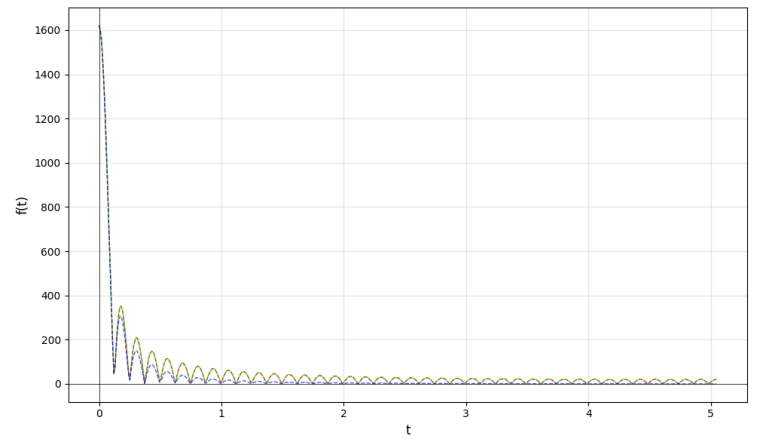
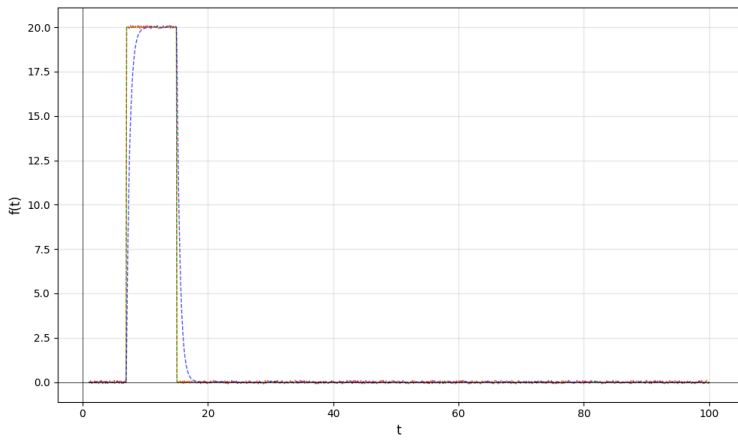
- $a = 0.5$:



• $a = 1$:



• $a = 20$:



Как видно из полученных графиков, чем больше значение T , тем сильнее график сглаживается фильтром, при этом положительный эффект от сглаживания видно даже на графике с сильным шумом, относительно сигнала ($a = 0.5$).

1.2

Примем $a = 20$, $b = 0$, $c = 1$, $d = 2$. Пропустим сигнал через режекторный полосовой фильтр $W_2 = \frac{p^2 + a_1 p + a_2}{p^2 + b_1 p + b_2}$. Подберем коэффициенты для соответствия условиям.

1. Для нижних частот $\omega \rightarrow 0$ $\frac{p^2 + a_1 p + a_2}{p^2 + b_1 p + b_2} = 1 \Rightarrow \frac{a_2}{b_2} = 1 \Rightarrow a_2 = b_2$

Для верхних частот $\omega \rightarrow \infty$ $\frac{p^2 + a_1 p + a_2}{p^2 + b_1 p + b_2} = 1$ выполняется всегда

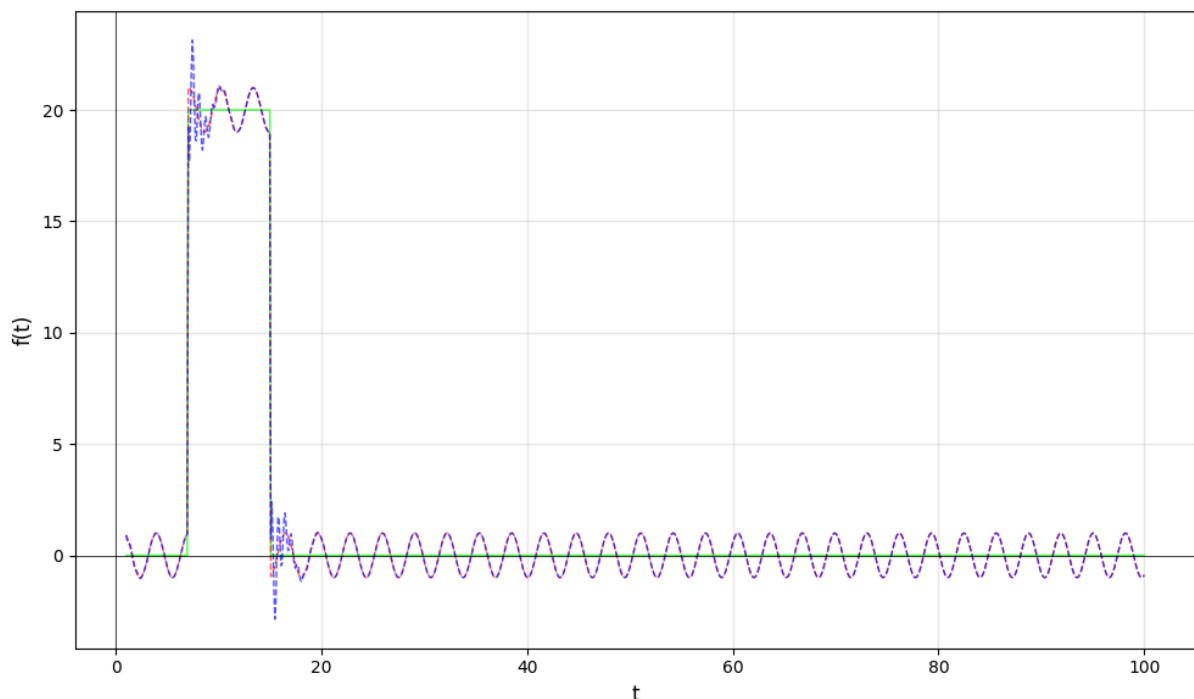
2. Для частоты ω_0 числитель должен обращаться в 0. $p = i\omega_0$

$$-\omega_0^2 + ia_1\omega_0 + a_2 = 0$$

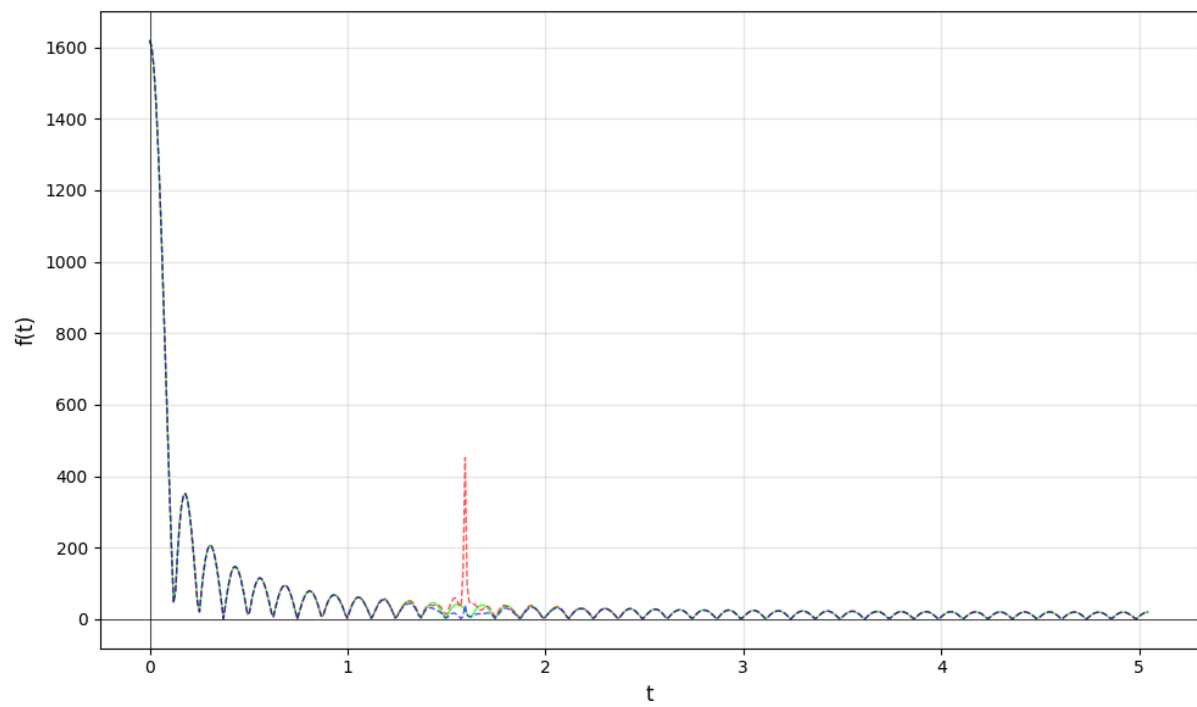
$$a_1\omega_0 = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \text{ и } \omega_0^2 = a_2$$

3. Корни полинома знаменателя должны иметь строго отрицательную вещественную часть $\Rightarrow b_1 > 0$ и $b_2 > 0$.

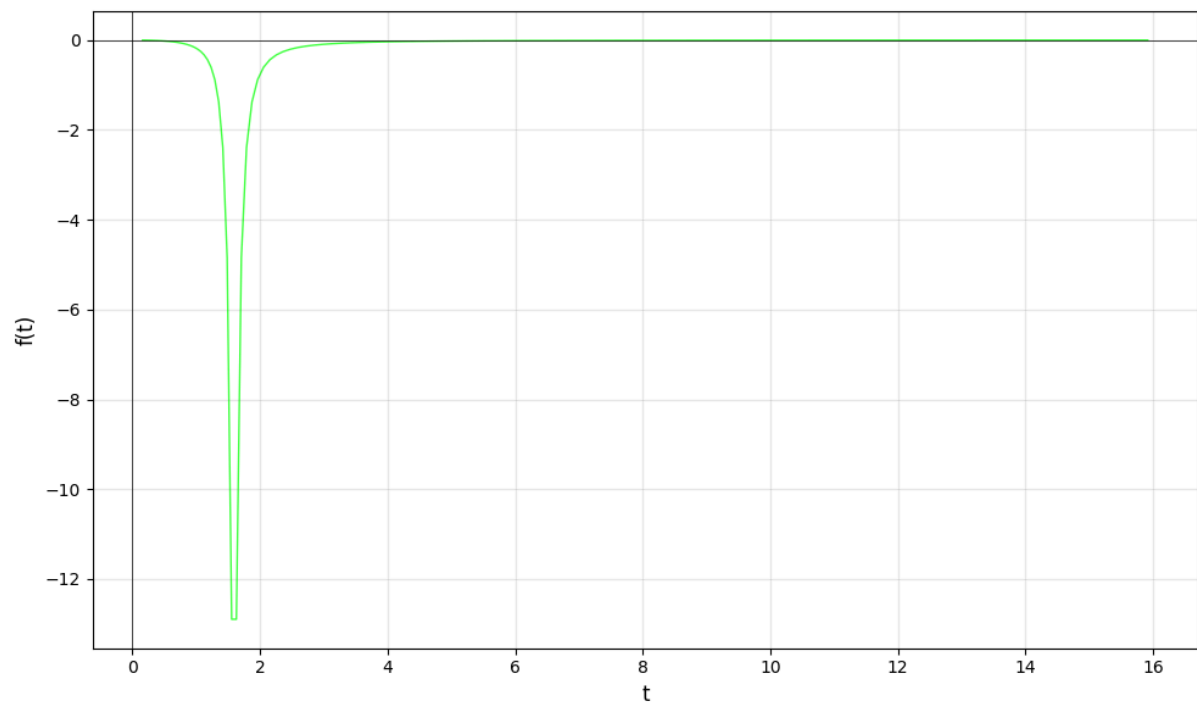
Возьмём $a_1 = 0$, $a_2 = b_2 = 100$ ($\omega_0 = 10$), $b_1 = 2$:



модули фурие-образов сигналов:



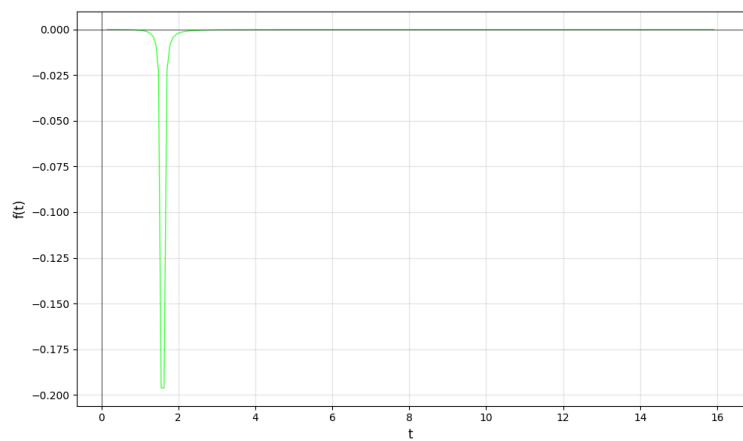
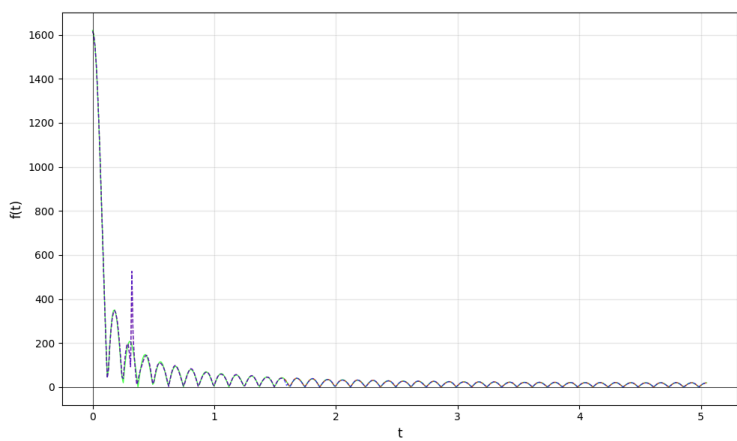
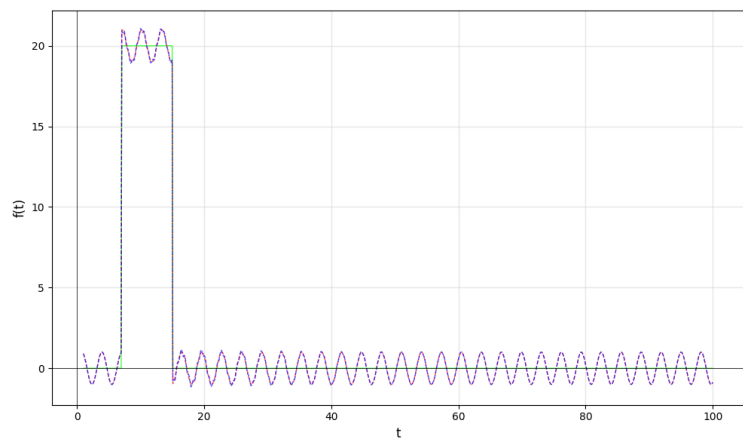
АЧХ фильтр:



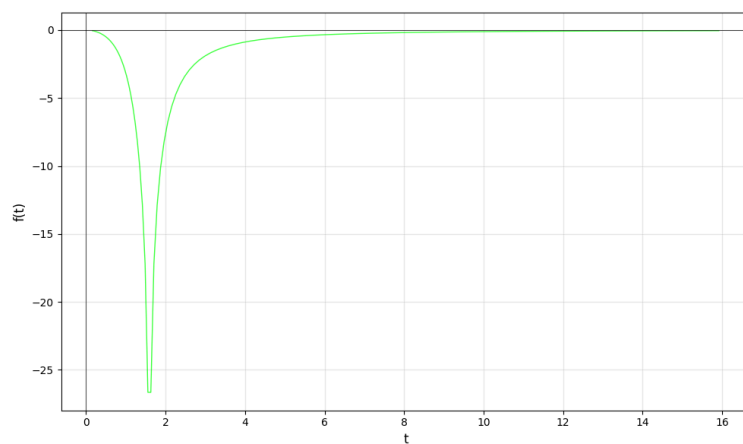
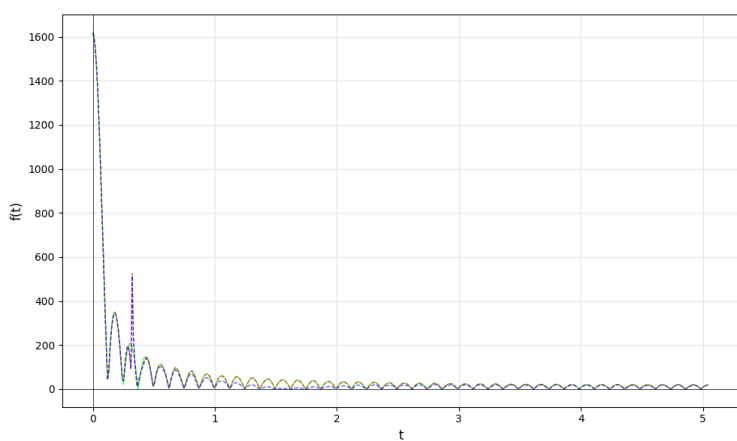
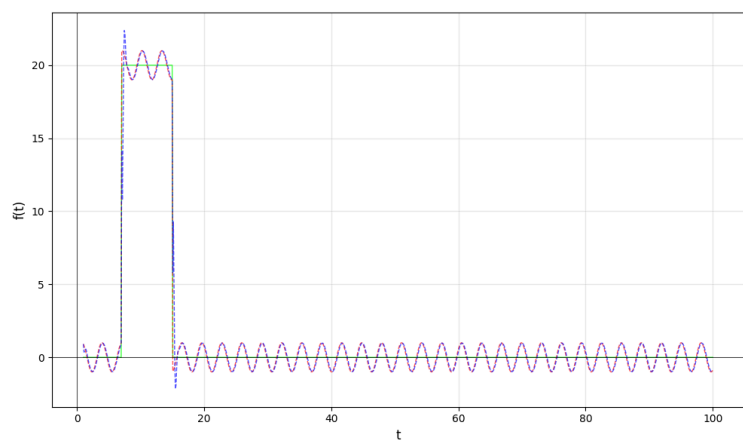
Зафиксируем значение $d = 2$ и будем изменять b_1 . Рассмотрим значения

0.1, 10:

- $b_1 = 0.1$:



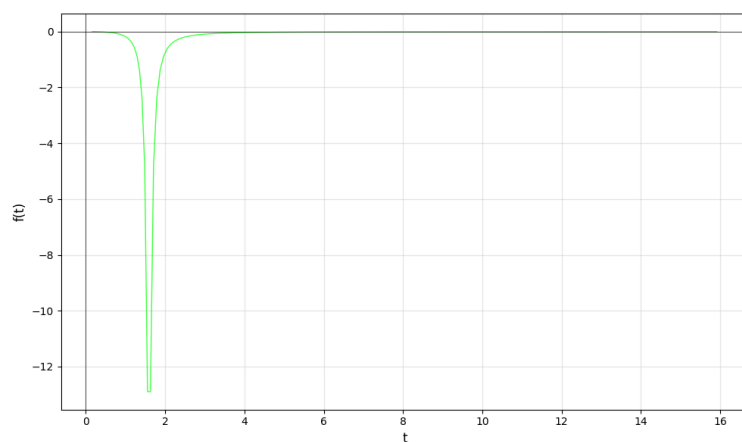
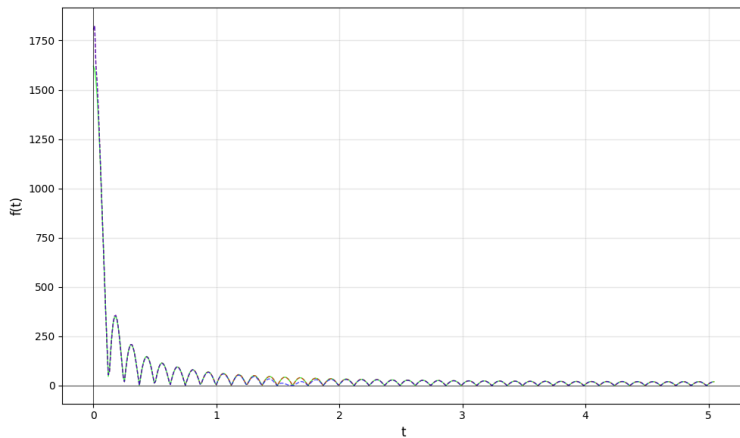
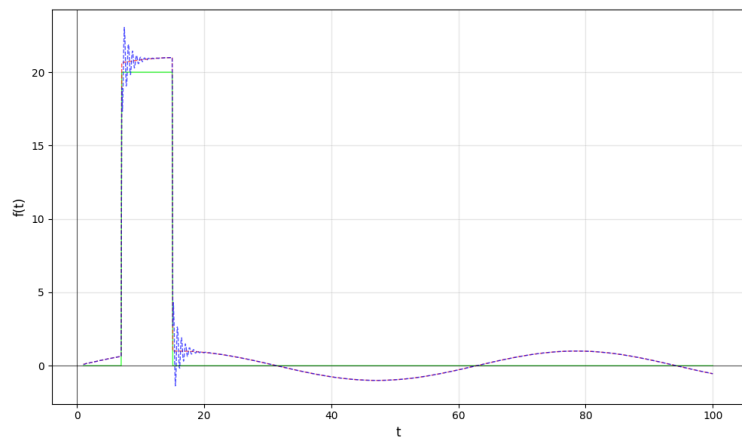
• $b_1 = 10$:



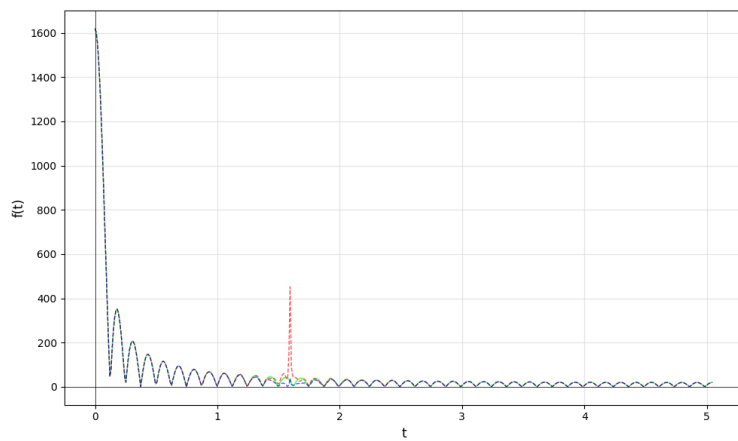
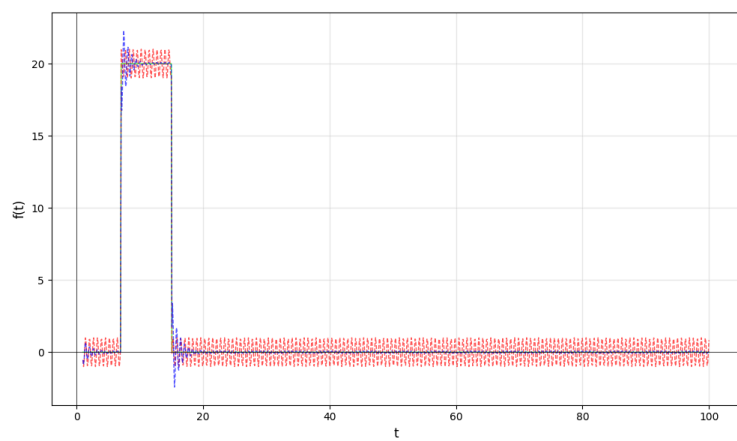
Зафиксируем значение $b_1 = 2$ и будем изменять d . Рассмотрим значения

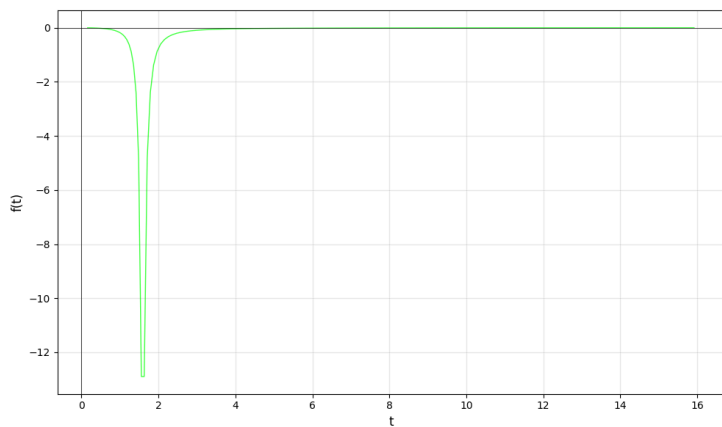
0.1, 10:

• $d = 0.1$:



• $d = 10$:





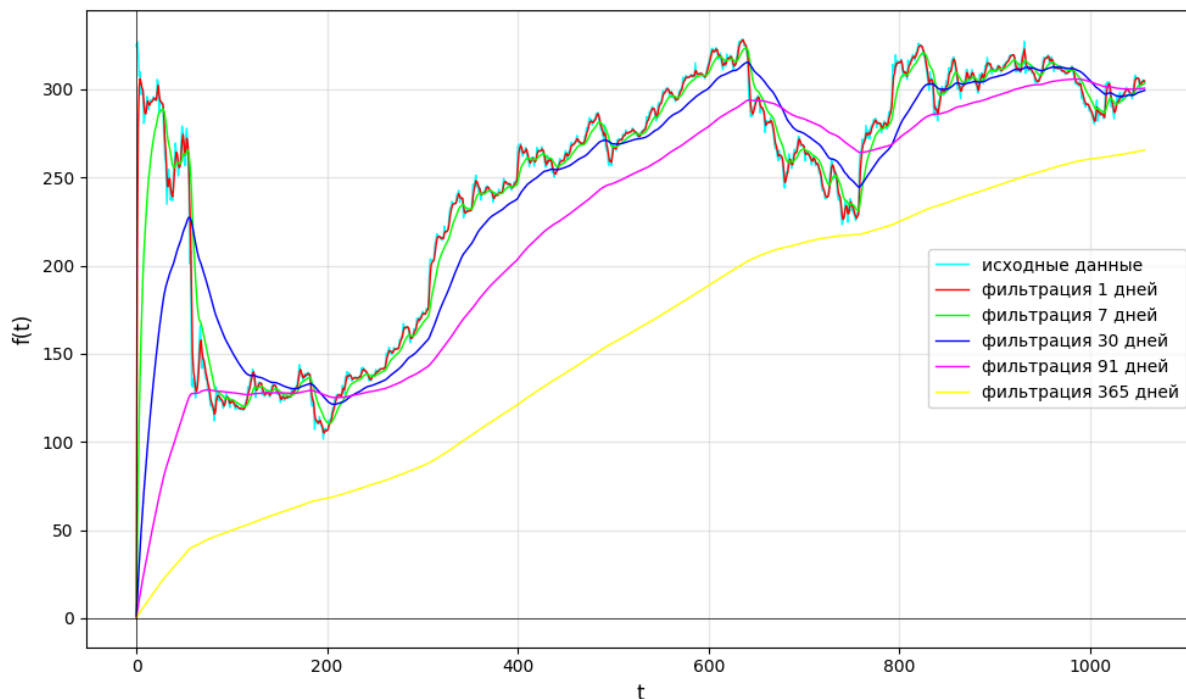
Эффективную работу режекторного полосового фильтра можно наблюдать на последнем графике ($d = 10$), то есть при достаточно высокой частоте шума. На графике фурье-образов при этом видно пик шума, на выходном графике он сглажен фильтром.

Задание 2.

Для задания 2 возьмём данные о стоимости акциях Сбербанка за период 01.12.2021 – 01.12.2025 с периодичностью в день.

	<TICKER>	<PER>	<DATE>	<TIME>	<CLOSE>
0	SBER	D	211201	0	324.40
1	SBER	D	211202	0	326.80
2	SBER	D	211203	0	320.66
3	SBER	D	211206	0	307.50
4	SBER	D	211207	0	309.79

Отфильтруем биржевые данные:



На графике разными цветами обозначены сглаженные графики с различными параметрами фильтра. Как можно наблюдать, чем больше значение T , тем менее детальным и более обобщенным получается график.