

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.2.5**

Исследование прецессии уравновешенного гироскопа

Пилюгин Л. С.  
Б02-212  
10 декабря 2022 г.

# 1 Аннотация

**Цель работы:** исследовать вынужденную прецессию гироскопа; установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующих на ось гироскопа; определить скорость вращения ротора гироскопа и сравнить её со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии.

**Оборудование:** гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

## 2 Теоритические сведения

Уравнения движения твёрдого тела:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$$
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$\vec{L} = \vec{i}I_x\omega_x + \vec{j}I_y\omega_y + \vec{k}I_z\omega_z$$

$I_x, I_y, I_z$  — главные моменты иннерции,  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — компоненты  $\vec{\omega}$ . Для быстро вращающегося тела одна из компонент  $\vec{L}$  значительно превышает остальные.

Угловая скорость прецессии связана с моментом внешних сил и моментом импульса гироскопа:

$$\vec{M} = [\vec{\Omega}, \vec{L}]$$

Скорость прецессии для гироскопа с моментом иннерции  $I$ , угловой скоростью  $\omega$ , грузом массой  $m$  на расстоянии  $l$  от оси вращения

$$\Omega = \frac{mgl}{I\omega_0}$$

## 3 Оборудование и инструментальные погрешности

Уравновешенный гироскоп закреплён в кольцах карданова подвеса. Наружное кольцо А свободно поворачивается вокруг вертикальной оси  $aa$ . Внутреннее кольцо Б связано с кольцом А осью  $bb$ . В кольце Б укреплён гироскоп, ось вращения которого  $vv$  перпендикулярна к оси  $bb$ . Центр масс гироскопа находится на пересечении осей и покоится при вращении.

Ротор гироскопа — ротор высокооборотного электромотора М. Его кожух скреплён с кольцом Б. Оно может вращаться в кольце А вокруг оси  $bb$ , которое вращается в оси  $aa$ .

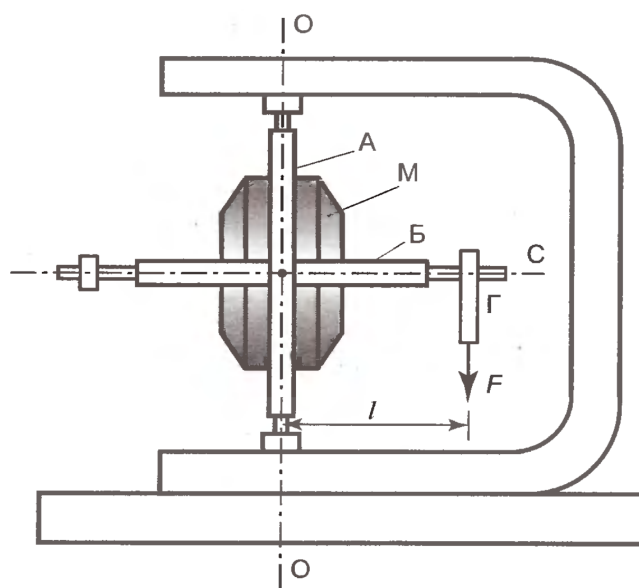
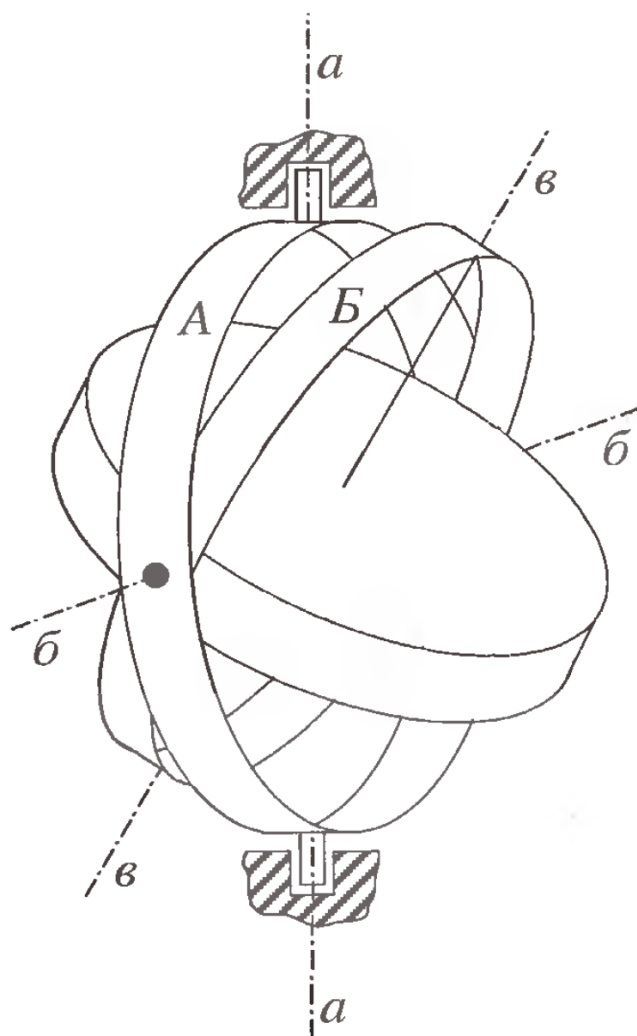
Рычаг С направлен по оси симметрии ротора. На него подвешивают грузы Г.

Электродвигатель компенсирует силы трения и момент импульса гироскопа не меняется по модулю. Из-за трения в осях ось гироскопа будет опускаться в направлении действия груза.

Для исследования зависимости скорости прецессии от момента силы к рычагу подвешиваются грузы. Скорость прецессии определяется по числу оборотов рычага и времени, которое на это ушло. В начале опыта рычаг надо поднять на 5–6 градусов, закончить, когда он на такой же угол опустится вниз.

Момент иннерции ротора измеряется по крутильным колебаниям на проволоке. Период его колебаний связан с периодом тела известного момента иннерции:

$$I_0 = I \frac{T_0^2}{T^2}$$



Угловая скорость вращения исследуется по частоте генерируемой ЭДС в обмотке.

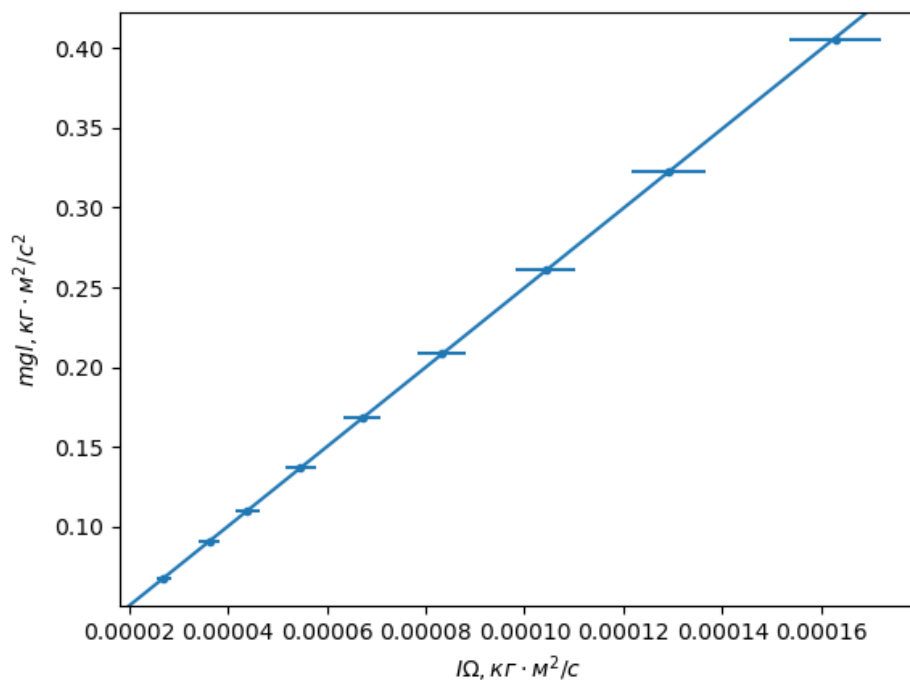
## 4 Результаты измерений

Без приложения внешней силы гироскоп покоится, т.к. все внешние силы и их моменты скомпенсированы. При нажатии на рычаг гироскоп поворачивается в плоскости, перпендикулярной направлению приложенной силы.

Измерим время и угол, на который повернётся ось гироскопа вокруг вертикальной оси, опустившись при этом на 10 градусов.  $l = 121$  мм

| $m, \pm 0,1$ г | $t, \text{с}$ | $\varphi, \pm 2^\circ$ |
|----------------|---------------|------------------------|
| 341.7          | 274.85        | 3270                   |
| 271.9          | 343.38        | 3240                   |
| 219.5          | 378.22        | 2880                   |
| 175.6          | 414.5         | 2520                   |
| 141.7          | 440.16        | 2160                   |
| 115.8          | 465           | 1860                   |
| 92.6           | 448.31        | 1440                   |
| 76.1           | 577.18        | 1530                   |
| 56.7           | 576.59        | 1140                   |

Параметры цилиндра:  $m = 1616,7$  г,  $d = 78,3$  мм. Период колебаний цилиндра  $T_1 = 4,04 \pm 0,05$  с. Период колебаний ротора  $T_1 = 3,21 \pm 0,05$  с. Момент инерции цилиндра  $I_0 = \frac{md^2}{8}$ . Момент инерции цилиндра  $I = I_0 \frac{T_2^2}{T_1^2} = (78 \pm 4) \cdot 10^{-5}$  кг · м<sup>2</sup>.



$$\omega_0 = \frac{k}{2\pi} = 400 \pm 20 \text{ Гц.}$$

Измерения осциллографом дают  $\omega_0 \approx 390$  Гц

Трение в вертикальной оси можно оценить из времени опускания оси рычага:

$$M = \frac{\varphi_0}{2\pi t} I \omega_0$$

$$\varphi_0 = 10^\circ$$

| $m, \pm 0,1 \text{ г}$ | $M, \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ |
|------------------------|--|
| 341.7                  | $1.8 \pm 0.1$                              |
| 271.9                  | $1.5 \pm 0.1$                              |
| 219.5                  | $1.4 \pm 0.1$                              |
| 175.6                  | $1.3 \pm 0.1$                              |
| 141.7                  | $1.16 \pm 0.09$                            |
| 115.8                  | $1.1 \pm 0.09$                             |
| 92.6                   | $1.14 \pm 0.09$                            |
| 76.1                   | $0.89 \pm 0.07$                            |
| 56.7                   | $0.89 \pm 0.07$                            |

Момент сил трения в оси ротора пропорционален угловой скорости, т.к. в смазке возникает вязкое трение.

$$M = k\omega$$

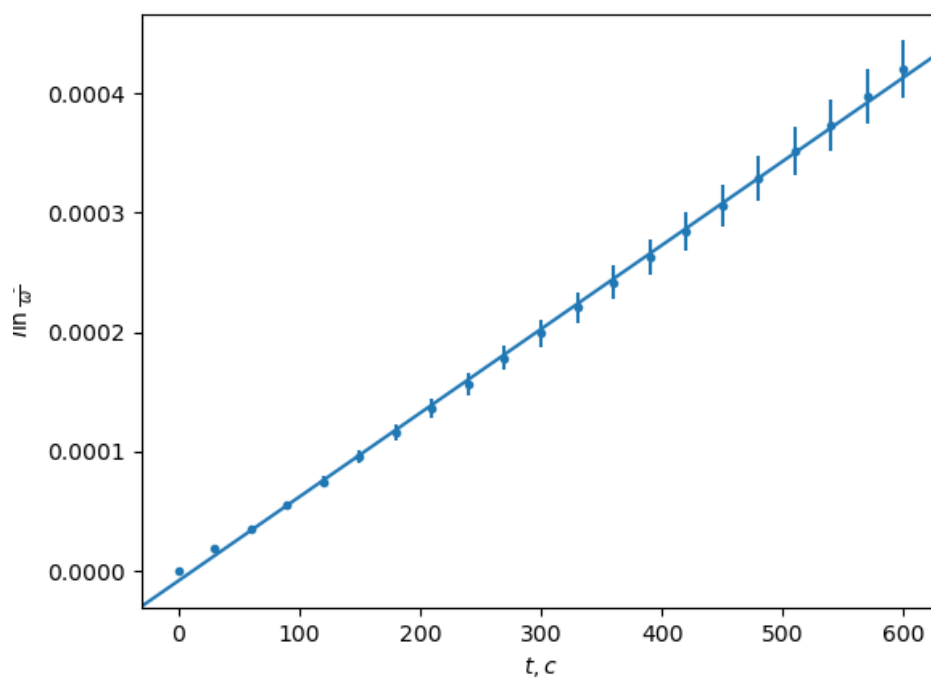
Измерим зависимость частоты вращения от времени после выключения тока.

| $\nu, \text{Гц}$ | $t, \text{с}$ |
|------------------|---------------|
| 390.4            | 0             |
| 381.2            | 30            |
| 373.3            | 60            |
| 364              | 90            |
| 354.9            | 120           |
| 345.7            | 150           |
| 336.8            | 180           |
| 328.1            | 210           |
| 319.7            | 240           |
| 311              | 270           |
| 302.7            | 300           |
| 294.7            | 330           |
| 286.8            | 360           |
| 279.2            | 390           |
| 271.5            | 420           |
| 264.1            | 450           |
| 256.7            | 480           |
| 249.4            | 510           |
| 242.4            | 540           |
| 235.3            | 570           |
| 228.5            | 600           |

$$k = \frac{I \ln \frac{\nu_0}{\nu}}{t}$$

$$k = (703 \pm 4) \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$$

$$M = k\omega_0 = (1725 \pm 99) \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$$



## 5 Вывод

Была рассчитана скорость вращения ротора гироскопа при помощи измерения зависимости скорости прецессии от момента сил и осциллографа. Также измерены моменты сил трения в оси гироскопа и вертикальной оси.