

Измерение теплоёмкости железного и алюминиевого конусов. Оценка точности измерений.

Леонид Пилюгин, Б02-212

21 февраля 2023 г.

1 Параметры установки и исследуемых тел

1. Масса железного цилиндра $m_{\text{Fe}} = 815,1 \pm 0,1$ г
2. Масса алюминиевого цилиндра $m_{\text{Fe}} = 294,2 \pm 0,1$ г
3. Зависимость температуры калориметра от измеряемого сопротивления:

$$T = 14,377980252039598845 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{Ом}} \cdot R + 39,35514018691588785 ^{\circ}\text{C} - 273 ^{\circ}\text{C}$$

4. Напряжение нагревателя $U = 26,6502 \pm 0,0005$ В
5. Ток нагревателя $I = 223,4 \pm 0,05$ мА

2 Измеряемые данные

Измеренные кривые температур снаружи и внутри калориметра (для удобства представления сопротивление пересчитано в температуру). Между красными вертикальными линиями расположены интервалы нагревания, зелёными — охлаждения.

Этим чертам слева направо соответствуют моменты времени 800 с, 2100 с, 2150 с, 3100 с, 3900 с, 5430 с, 5470 с, 7100 с, 7700 с, 9000 с, 9100 с, 10100 с.

3 Обработка данных

3.1 Интегральный метод

В этом методе используется предположение, что комнатная температура примерно постоянна на протяжении измерений.

Тогда температура остывающего калориметра T_{cool} связана со временем t соотношением

$$T_{\text{cool}} = (T - T_{\text{K}}) \exp\left(-\frac{\lambda}{C}t\right) + t_{\text{K}}$$

T — температура в начале охлаждения, T_{K} — средняя комнатная температура, λ — коэффициент теплопроводности калориметра и его содержимого, C — теплоёмкость калориметра и его содержимого.

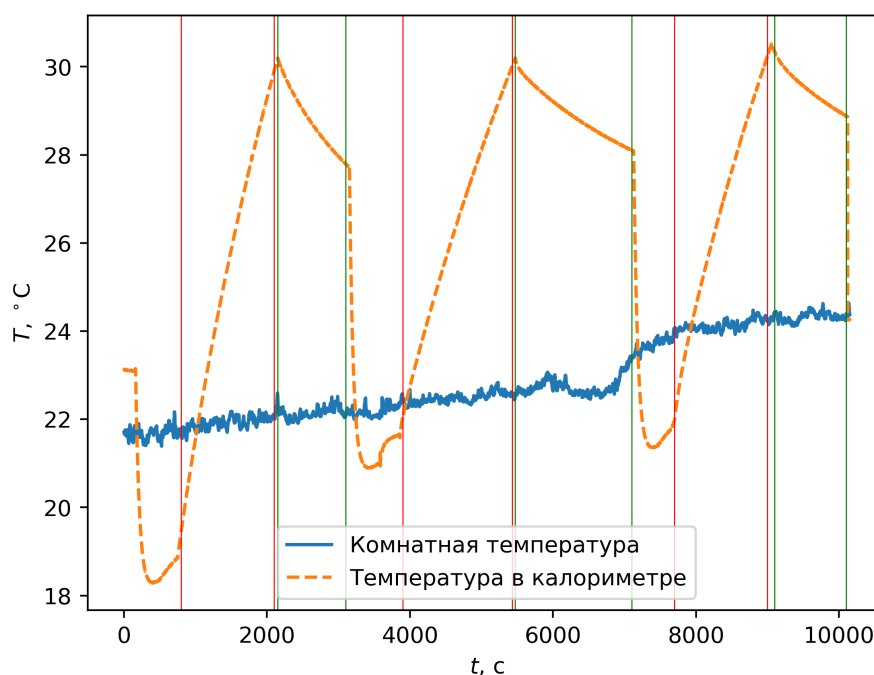


Рис. 1: Кривые температур в калориметре и снаружи

Построив зависимость температуры охлаждающегося калориметра от времени в координатах $\left(\ln \frac{T_{\text{cool}} - T_K}{T - T_K}, t\right)$ получим прямую, наклон которой равен $-\frac{C}{\lambda}$.

При нагревании с мощностью P температура калориметра T_{heat} зависит от времени t следующим образом:

$$T_{\text{heat}} = \frac{P}{\lambda} \left(1 - \exp\left(-\frac{\lambda}{C}t\right)\right) + T_K$$

T — температура в начале нагревания, T_K — средняя комнатная температура, λ — коэффициент теплопроводности калориметра и его содержимого, C — теплоёмкость калориметра и его содержимого.

Построив эту зависимость в координатах $\left(P \left(1 - \exp\left(-\frac{\lambda}{C}t\right)\right), T - T_K\right)$, получаем прямую с наклоном λ .

Мощность P вычисляется через ток и напряжение нагревателя.

$$P = UI = 5.9430 \pm 0.0014 \text{ Вт}$$

3.1.1 Определение теплоёмкости пустого калориметра

Построив кривую охлаждения в интервале времени (2650; 3100) с, получаем

$$\frac{C}{\lambda} = 3129 \pm 4 \text{ с}$$

Построив кривую нагревания в интервале (1100; 2100) с, получаем

$$\lambda = 0.22133 \pm 0.00010 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$$

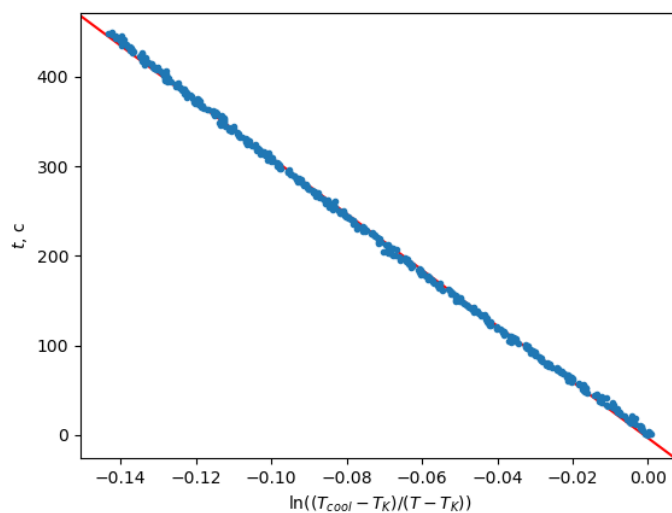


Рис. 2: Кривая охлаждения пустого калориметра

Тогда

$$C = 692,5 \pm 1,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

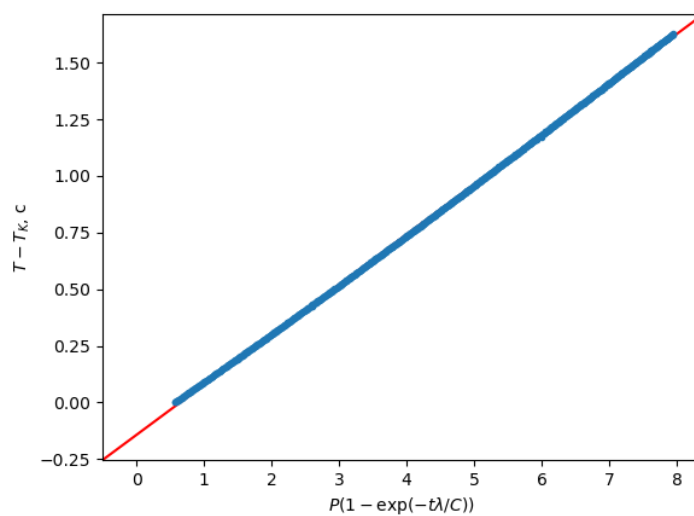


Рис. 3: Кривая нагревания пустого калориметра

3.1.2 Определение теплоёмкости железа

Сначала определим теплоёмкость калориметра с железом. Построив кривую охлаждения в интервале времени (5970; 6900) с, получаем

$$\frac{C}{\lambda} = 5776 \pm 7 \text{ с}$$

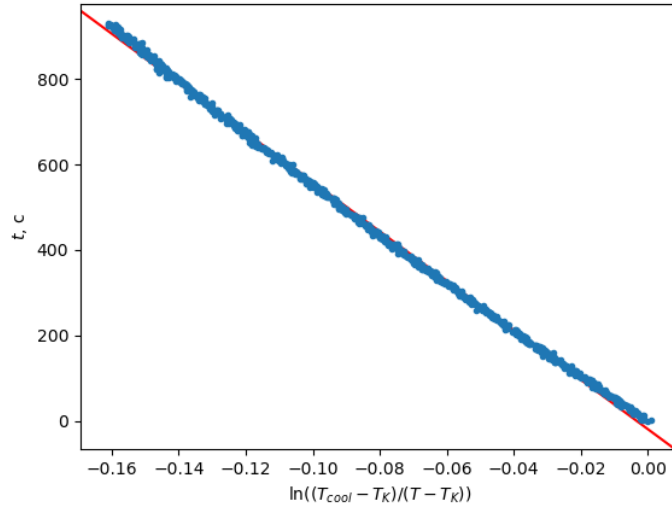


Рис. 4: Кривая охлаждения калориметра с железным цилиндром

Построив кривую нагревания в интервале (4100; 5430) с, получаем

$$\lambda = 0,18484 \pm 0,00008 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$$

Тогда

$$C_{\text{Fe}} = 1067,7 \pm 1,8 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$$c_{\text{Fe}} = \frac{C_{\text{Fe}} - C}{m_{\text{Fe}}} = 460 \pm 2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

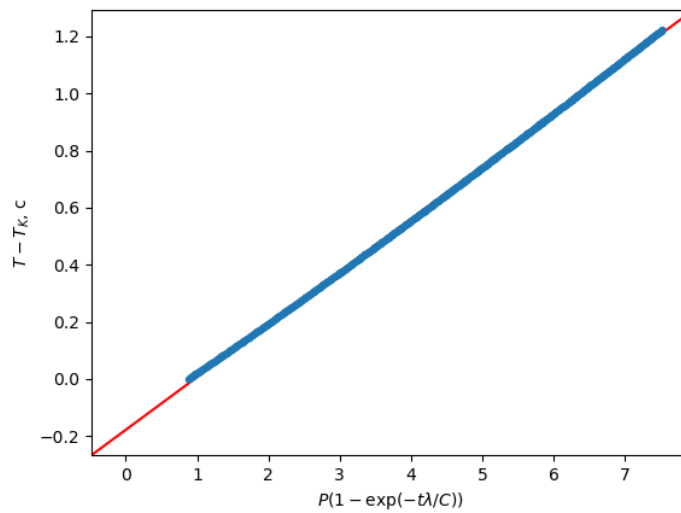


Рис. 5: Кривая нагревания с железным цилиндром

3.1.3 Определение теплоёмкости алюминия

Сначала определим теплоёмкость калориметра с алюминием. Построив кривую охлаждения в интервале времени (9600; 10100) с, получаем

$$\frac{C}{\lambda} = 4345 \pm 8 \text{ с}$$

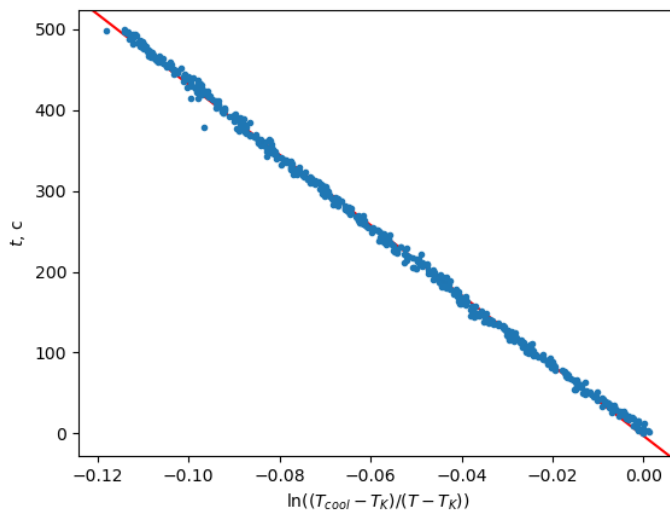


Рис. 6: Кривая охлаждения калориметра с алюминиевым цилиндром

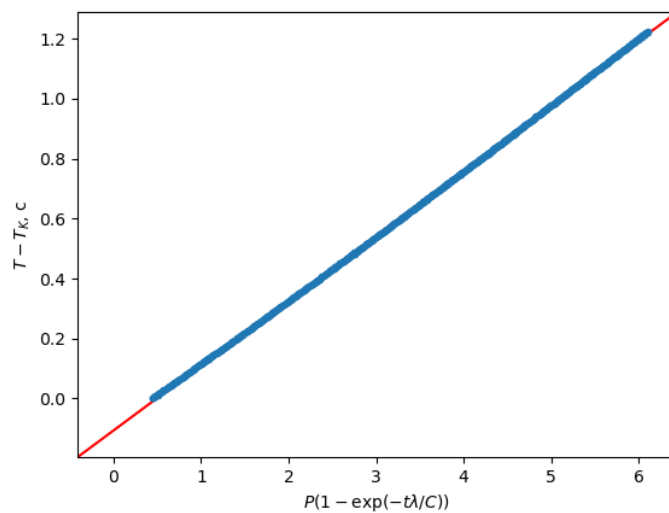


Рис. 7: Кривая нагревания с алюминиевым цилиндром

Построив кривую нагревания в интервале (8000; 9000) с, получаем

$$\lambda = 0,21670 \pm 0,00009 \frac{\text{Вт}}{\text{К}}$$

Тогда

$$C_{\text{Al}} = 942,7 \pm 2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$$c_{Al} = \frac{C_{Al} - C}{m_{Al}} = 847 \pm 2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Значения немного отличаются от табличных (450 и 920), что связано с изменением комнатной температуре в процессе эксперимента.

3.2 Дифференциальный метод в окрестности точек с комнатной температурой

В окрестности точек, где температура калориметра примерно равна комнатной, отсутствуют теплопотери и вся мощность идёт на нагрев калориметра, т.е.

$$C = \frac{P}{dT_{\text{heat}}/dt}$$

Моменты совпадения температур при нагревании: 1013 с (пустой), 3937 с (с железным конусом), 7930 с (с алюминиевым конусом).

Наклоны графиков (оранжевые точки — значения комнатной температуры, синие — температуры калориметра):

1. Пустой калориметр: $\frac{P}{C} = 0,0010 \pm 0,0003 \text{ К/с}$
2. Калориметр с железом: $\frac{P}{C_{\text{Fe}}} = 0,0070 \pm 0,0002 \text{ К/с}$
3. Калориметр с алюминием: $\frac{P}{C_{\text{Al}}} = 0,0075 \pm 0,0004 \text{ К/с}$

$$\begin{aligned} C &= 598 \pm 16 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \\ C_{\text{Fe}} &= 850 \pm 20 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \\ C_{\text{Al}} &= 790 \pm 40 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \\ c_{\text{Fe}} &= \frac{C - C_{\text{Fe}}}{m_{\text{Fe}}} = 310 \pm 30 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \\ c_{\text{Al}} &= \frac{C - C_{\text{Al}}}{m_{\text{Al}}} = 660 \pm 150 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \end{aligned}$$

В этом методе получилось большое отклонение от табличных значений и большие погрешности. Это связано с малым количеством экспериментальных точек и возможным различием температур вблизи калориметра и термометра, из-за чего мог возникнуть теплообмен.

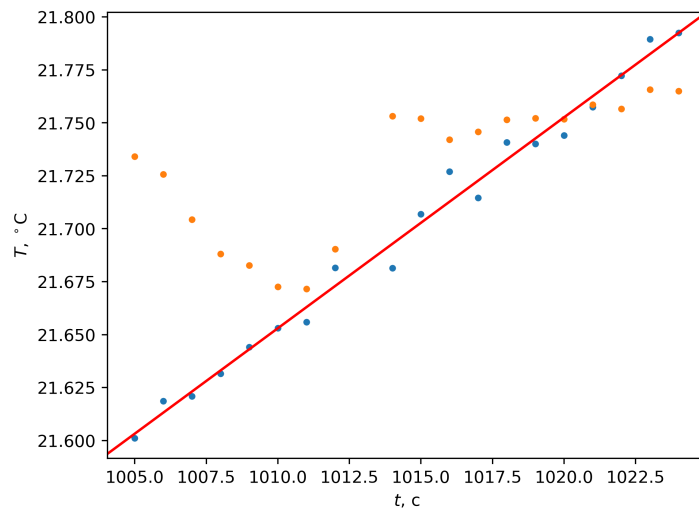


Рис. 8: Касательная к кривой нагрева пустого калориметра

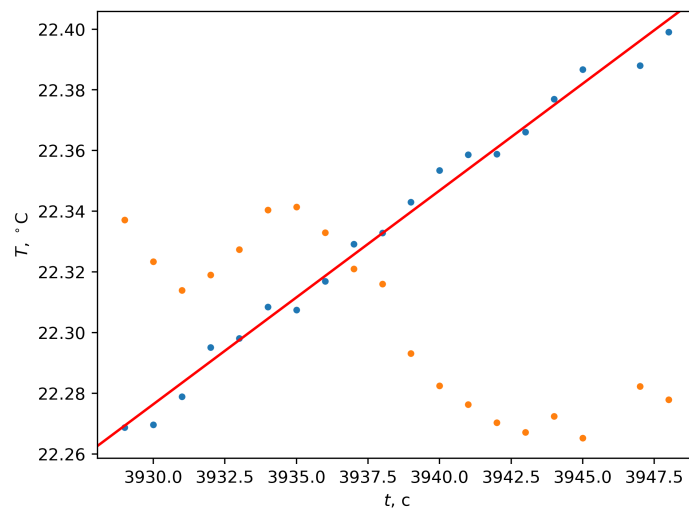


Рис. 9: Касательная к кривой нагрева калориметра с железным конусом

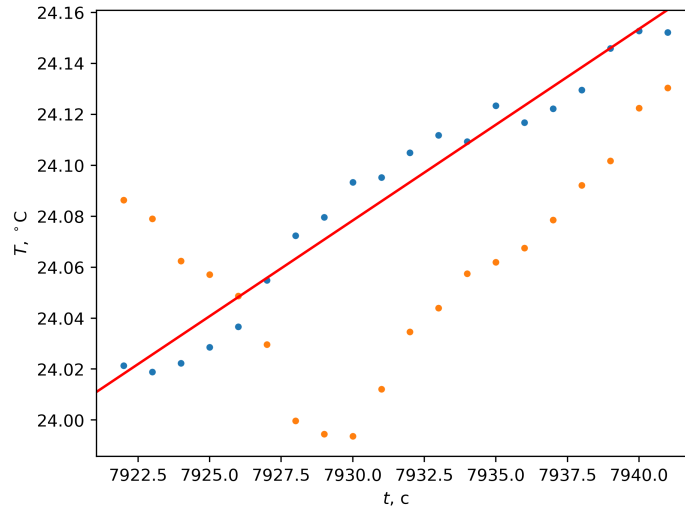


Рис. 10: Касательная к кривой нагрева калориметра с алюминиевым конусом

3.3 Дифференциальный метод в окрестности точек с одинаковой температурой

Вблизи точек с одинаковой температурой можно определить теплоемкость C :

$$C = \frac{P}{A - B + A \frac{T_{K_1} - T_{K_2}}{T - T_{K_1}}}$$

$$A = \left(\frac{dT}{dt} \right)_{\text{heat}}$$

$$B = \left(\frac{dT}{dt} \right)_{\text{cool}}$$

T — температура, вблизи которой строятся касательные, T_{K_1} — комнатная температура в момент охлаждения, T_{K_2} — комнатная температура в момент нагревания.

Рассмотрим $T = 29^\circ\text{C}$.

Необходимо строить касательные в моменты времени:

1. 1955 с и 2510 с для пустого калориметра

$$T_{K_1} = 21,97 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$T_{K_2} = 22,11 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$T = 29,01 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$A = 0,0064 \pm 0,0002 \frac{\text{K}}{\text{с}}$$

$$B = -0,0025 \pm 0,0002 \frac{\text{K}}{\text{с}}$$

$$C = 680 \pm 20 \frac{\text{Дж}}{\text{K}}$$

2. 5195 с и 6175 с для калориметра с железом

$$T_{K_1} = 22,70 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$T_{K_2} = 23,00 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$T = 29,00 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$A_{\text{Fe}} = 0,0042 \pm 0,0002 \frac{\text{K}}{\text{с}}$$

$$B_{\text{Fe}} = -0,0011 \pm 0,0002 \frac{\text{K}}{\text{с}}$$

$$C_{\text{Fe}} = 1180 \pm 60 \frac{\text{Дж}}{\text{K}}$$

$$c_{\text{Fe}} = 610 \pm 80 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

3. 8753 с и 9988 с для калориметра с алюминием

$$T_{K_1} = 24,26 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$T_{K_2} = 24,33 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$T = 29,01 \pm 0,05 \text{ K}$$

$$A_{\text{Al}} = 0,0055 \pm 0,0002 \frac{\text{K}}{\text{с}}$$

$$B_{\text{Al}} = -0,0046 \pm 0,0004 \frac{\text{K}}{\text{с}}$$

$$C_{\text{Al}} = 1010 \pm 40 \frac{\text{Дж}}{\text{K}}$$

$$c_{\text{Al}} = 1150 \pm 40 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

Значения опять сильно отличаются от табличных из-за неточности построения касательных (аналогично предыдущему методу).

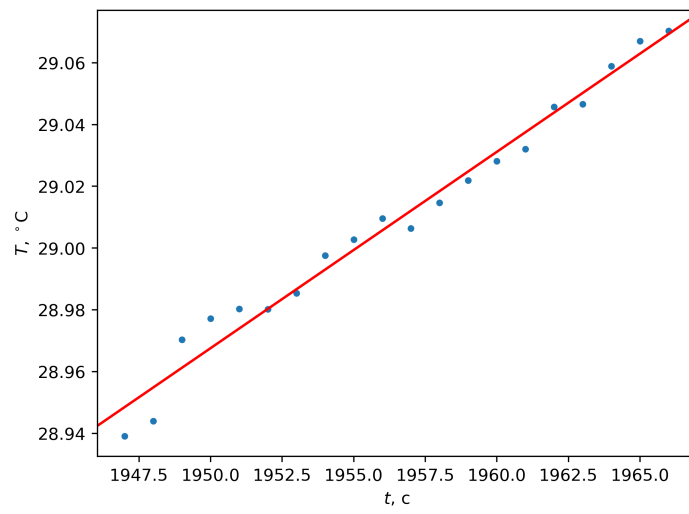


Рис. 11: $t = 1955 \text{ c}$

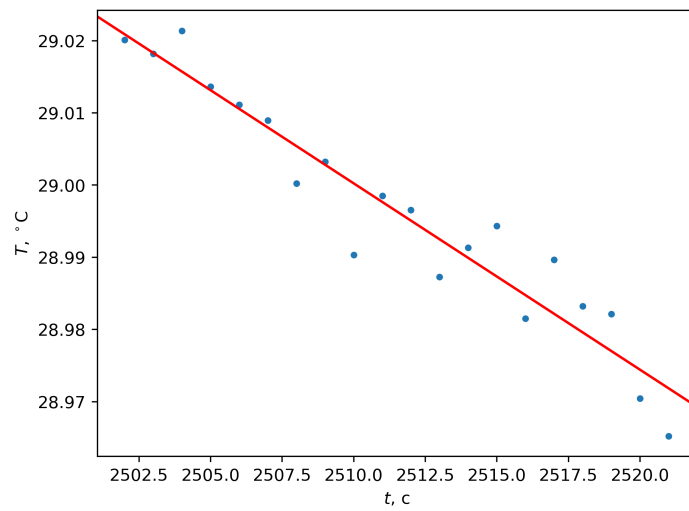


Рис. 12: $t = 2510 \text{ c}$

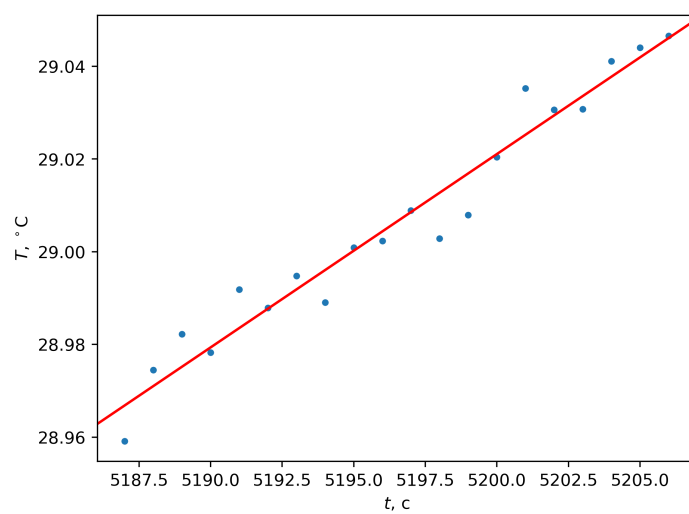


Рис. 13: $t = 5195 \text{ c}$

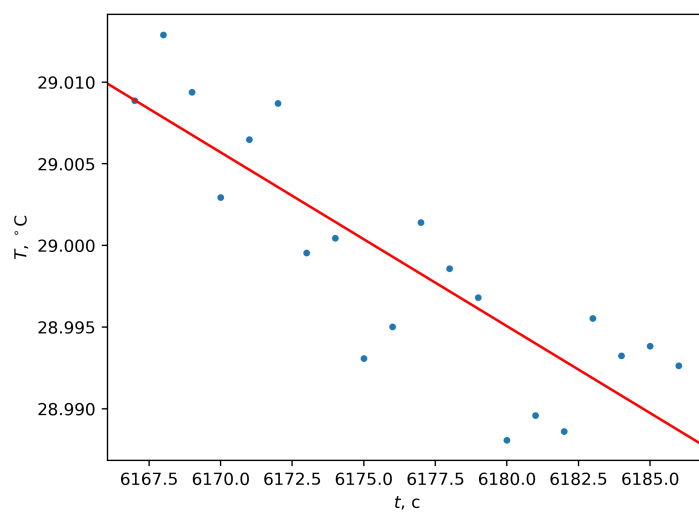


Рис. 14: $t = 6175 \text{ c}$

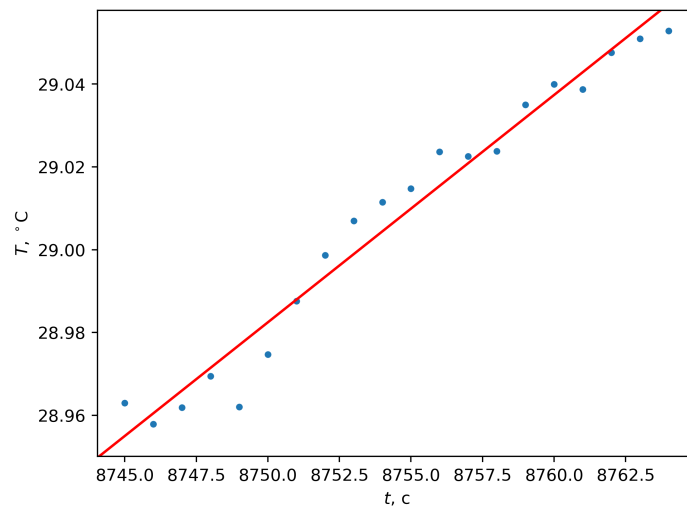


Рис. 15: $t = 8753 \text{ c}$

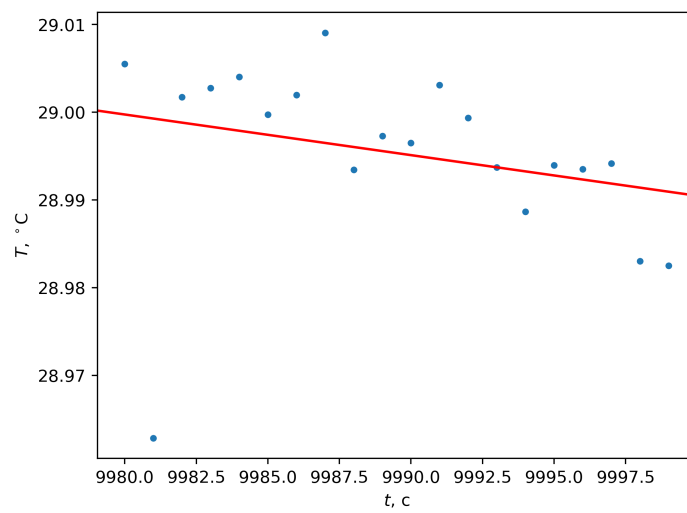


Рис. 16: $t = 9988 \text{ c}$