

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.4.1

Изучение физического маятника

Пилюгин Л. С.
Б02-212
10 октября 2022 г.

1 Аннотация

Цель работы: Исследовать зависимость периода колебаний физического маятника от его момента инерции.

Оборудование: Физический маятник (однородный стальной стержень), опорная призма, математический маятник, счётчик числа колебаний, линейка, секундомер.

2 Теоритические сведения

Физический маятник — твёрдое тело, которое под действием силы тяжести может свободно качаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. Движение маятника описывается уравнением

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M$$

I — момент инерции, φ — угол отклонения, от положения равновесия, t — время, M — момент сил, действующих на маятник.

Затухающие колебания характеризуются декрементом затухания:

$$\gamma = T \ln \frac{\varphi_0}{\varphi_1}$$

T — период колебаний, φ_0 — амплитуда в начале колебания φ_1 — амплитуда в конце колебания.

$\tau = 1/\gamma$ — время, за которое амплитуда колебаний уменьшается в e раз. Добротностью называется величина

$$Q = \pi \frac{\tau}{T}$$

3 Оборудование и инструментальные погрешности

Схема установки приведена на рисунке. На стержне закрепляется опорная призма, острое ребро которой является осью качания маятника. Призму можно перемещать вдоль стержня, меняя расстояние OC от центра масс до точки опоры, $|OC| = a$.

Момент инерции маятника

$$I = \frac{ml^2}{12} + ma^2,$$

m — масса маятника, l — длина стержня.

Момент силы тяжести

$$M = -mga \sin \varphi \approx -mga\varphi$$

Затухание маятника слабо, поэтому моментом сил трения можно пренебречь.

Уравнение колебаний

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$$

Частота колебаний

$$\omega^2 = \frac{ga}{a^2 + l^2/12}$$

Период

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + l^2/12}{ga}}$$

$l_{\text{пр}} = a + \frac{l^2}{12a}$ — приведённая длина физического маятника. Точка O' на расстоянии $l_{\text{пр}}$ от O называется центром качания. Периоды колебаний при опорах в точках O и O' совпадают.

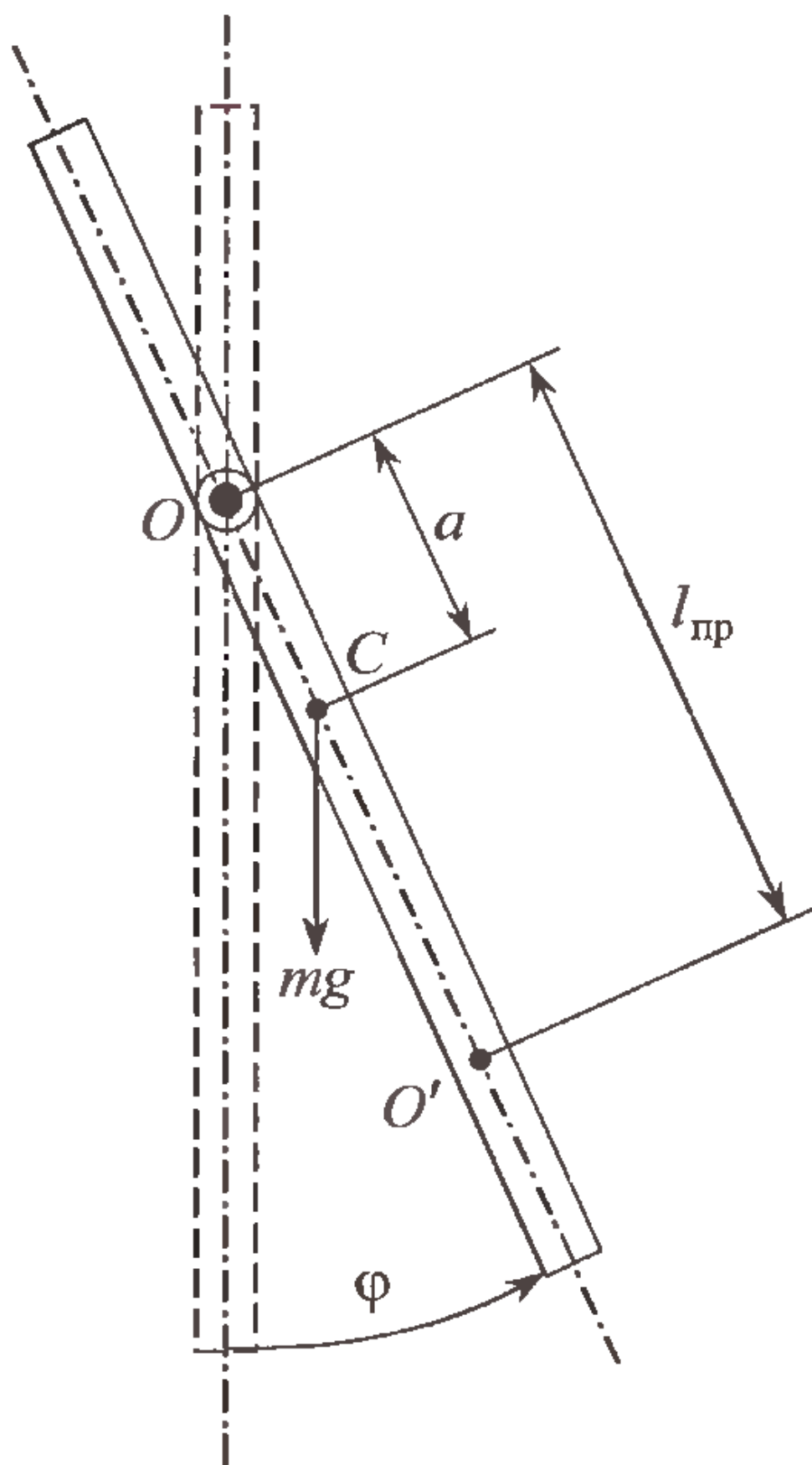


Таблица 1. Погрешности оборудования

Оборудование	σ	ε
Штангенциркуль	0,05 мм	$5 \cdot 10^{-5}$
Линейка	0,5 мм	$2,5 \cdot 10^{-3}$
Секундомер	0,005 с	$1,7 \cdot 10^{-4}$ (за 20 колебаний)
Весы	0,05 г	$6,6 \cdot 10^{-4}$

Определим вклад инструментальных погрешностей в ответ.

$$g = 4\pi \frac{a^2 + l^2/12}{t^2 a}$$

$$\varepsilon_g = \sqrt{(2\varepsilon_a)^2 + (2\varepsilon_l)^2 + (\varepsilon_a)^2 (2\varepsilon_t)^2} = \sqrt{(\sqrt{5}\varepsilon_a)^2 + (2\varepsilon_l)^2 + (2\varepsilon_t)^2}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{5}\varepsilon_a &\approx 5 \cdot 10^{-3} \\ 2\varepsilon_l &\approx 10^{-4}\end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned}2\varepsilon_t &\approx 5 \cdot 10^{-3}/2 \\ \varepsilon_t &\approx 10^{-3}\end{aligned}$$

4 Результаты измерений

Длина стержня $l = 0,9998 \pm 5 \cdot 10^{-5}$ м ($\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5}$), масса стержня $m_c = 868,4 \pm 0,05$ г ($\varepsilon = 6 \cdot 10^{-5}$), масса призмы $m_c = 75,7 \pm 0,05$ г ($\varepsilon = 7 \cdot 10^{-4}$), масса груза $m_c = 376,2 \pm 0,05$ г ($\varepsilon = 1,3 \cdot 10^{-4}$).

Уравновесивая стержень на призме, получим, что центр масс находится посередине.

Таблица 2. Измерения на установке А

$a, \pm 0,05$ см	$x_c, \pm 0,05$ см	$t, \pm 0,005$ с	$T, \pm 2,5 \cdot 10^{-4}$ с	$g, \text{м/с}^2$
48	43.8	32.5	1.625	9.77
40	36.5	31.33	1.5665	9.79
37	33.8	31.2	1.56	9.65
32.5	29.7	30.76	1.538	9.7
30	27.7	30.57	1.5285	9.76
28.6	26.2	30.52	1.526	9.79
23.6	24.5	30.97	1.5485	9.7
20.3	18.8	31.57	1.5785	9.71
17.3	15.8	32.63	1.6315	9.7
14.2	13.1	34.47	1.7235	9.68
11.2	10.2	37.17	1.8585	9.78
9.7	8.5	40.1	2.005	9.39
7.2	6.8	44.32	2.216	9.88

Колебания при $a = 30$ с при троекратном измерении совпали, поэтому случайной погрешностью можно пренебречь.

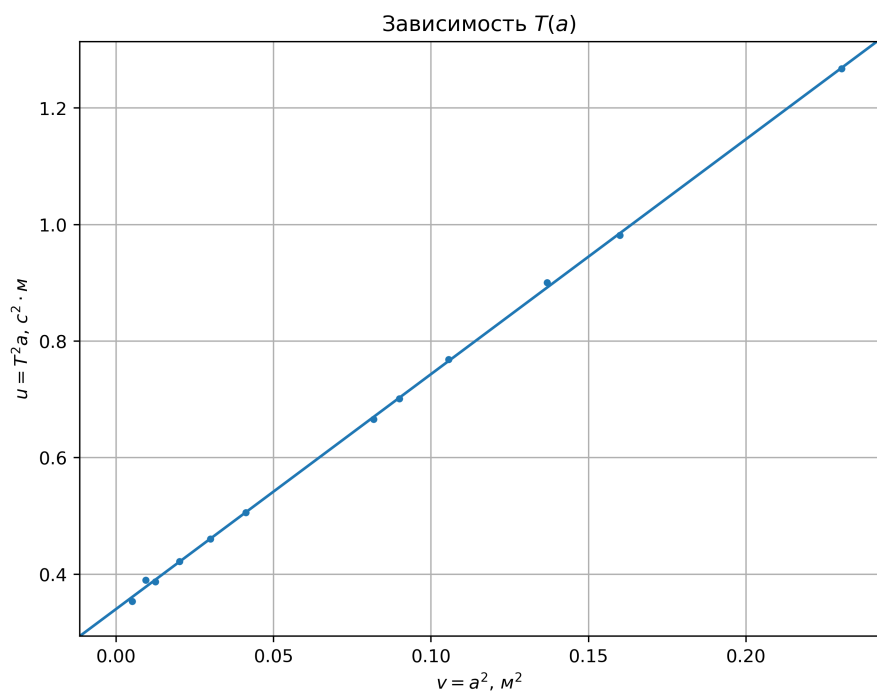
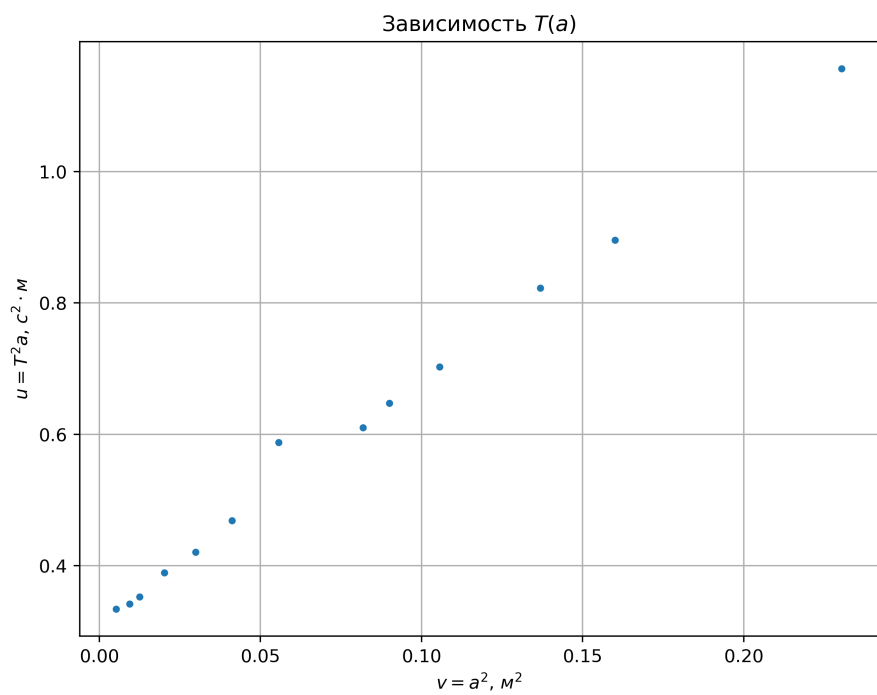


Таблица 3. Измерения на установке Б

$x_c, \pm 0,05 \text{ см}$	$t, \pm 0,005 \text{ с}$	$T, \pm 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$
40.7	32.62	1.631
40.1	32.29	1.6145
39.4	31.93	1.5965
38.5	31.57	1.5785
37.9	31.22	1.5161
37.2	30.92	1.546
36.1	30.49	1.5245
35.8	30.32	1.516
34.7	30.03	1.5015

По результатам таблицы $g = 9,72 \pm 0,03 \text{ м/с}^2$.

Из графика $T_{min} \approx 1,53 \text{ с}$, $a_{min} \approx 0,29 \text{ м}$ Теоретическое значение $a_{min} = a/\sqrt{12} \approx 289 \text{ мм}$, что совпадает с полученным значением.

Параметры прямой на графике (исключая выбросную точку) $k = 4,03 \pm 0,02 \text{ с/м}$, $b = 0,3402 \pm 0,0014 \text{ м} \cdot \text{с}^2$.

$$g = \frac{4\pi^2}{k}$$
$$g = 9,79 \pm 0,06 \text{ м/с}^2$$

Погрешности измерений a и T очень малы ($\varepsilon_a \approx 0,002$ на большинстве точек, $\varepsilon_T < 0,001$), ими можно пренебречь по сравнению со случайной погрешностью $\varepsilon_k \approx 0,005$.

Расчёт по графику предпочтительнее, т.к. позволяет исключить выбросные точки.

Амплитуда маятника уменьшилась в 2 раза за $t = 330,02 \text{ с}$, совершив при этом 221 колебание. Тогда $\gamma = \ln 2/t \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1/\gamma \approx 476 \text{ с}$, $Q = \pi \cdot n / \ln 2 \approx 1000$.

5 Вывод

Была исследована зависимость периода колебаний физического маятника и по ней вычислено значение g при помощи графика и таблицы экспериментальных данных.