Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Лабораторная работа [illegible]

Определение модуля кручения

Пилюгин Л. С.
Б[illegible]

[illegible] октября [illegible] г.

Аннотация

Цель работы: измерение углов закручивания в зависимости от приложенного момента сил, расчёт модулей кручения и сдвига при статическом закручивании стержня, определение тех же модулей для проволоки по измерениям периодов крутильных колебаний подвешенного на ней маятника(динамическим методом)

Оборудование: в первой части: исследуемый стержень, отсчётная туба со шкалой, рулетка, микрометр, набор грузов; во второй части: проволока из исследуемого материала, грузы, секундомер, микрометр, линейка, рулетка.

Теоритические сведения

При закручивании цилиндрических стержней круглого сечения вдали от мест приложения моментов распределенгие деформаций и напряжений одинаково. Для этих областей можно считать, что каждое поперечное сечение поворачивается как жёсткое. Такое напряжённое состояние называется чистым кручением. Касательные напряжения в поперечном сечении увеличиваются пропорционально расстоянию от оси вращения.

При рассмотрении закручиваемого цилиндра длины l можно заметить, что любая прямая вертикальная линия, проведённая до закручивания превращается в спираль. Сечения на расстоянии l повёрнуты на угол φ.

Касательное напряжение τ связано с углом поворота соотношением

$$\tau = Gr\frac{d\varphi}{dl},$$

где G – модуль сдвига.

Суммарный момент сил, создаваемый касательными напряжениями

$$M = \pi G\frac{R^4}{2}\frac{d\varphi}{dl}$$

Этот момент не меняется по длине цилиндра, поэтому

$$M = \pi G\frac{R^4}{2}\frac{\varphi}{l} = f\varphi,$$

где f – модуль кручения.

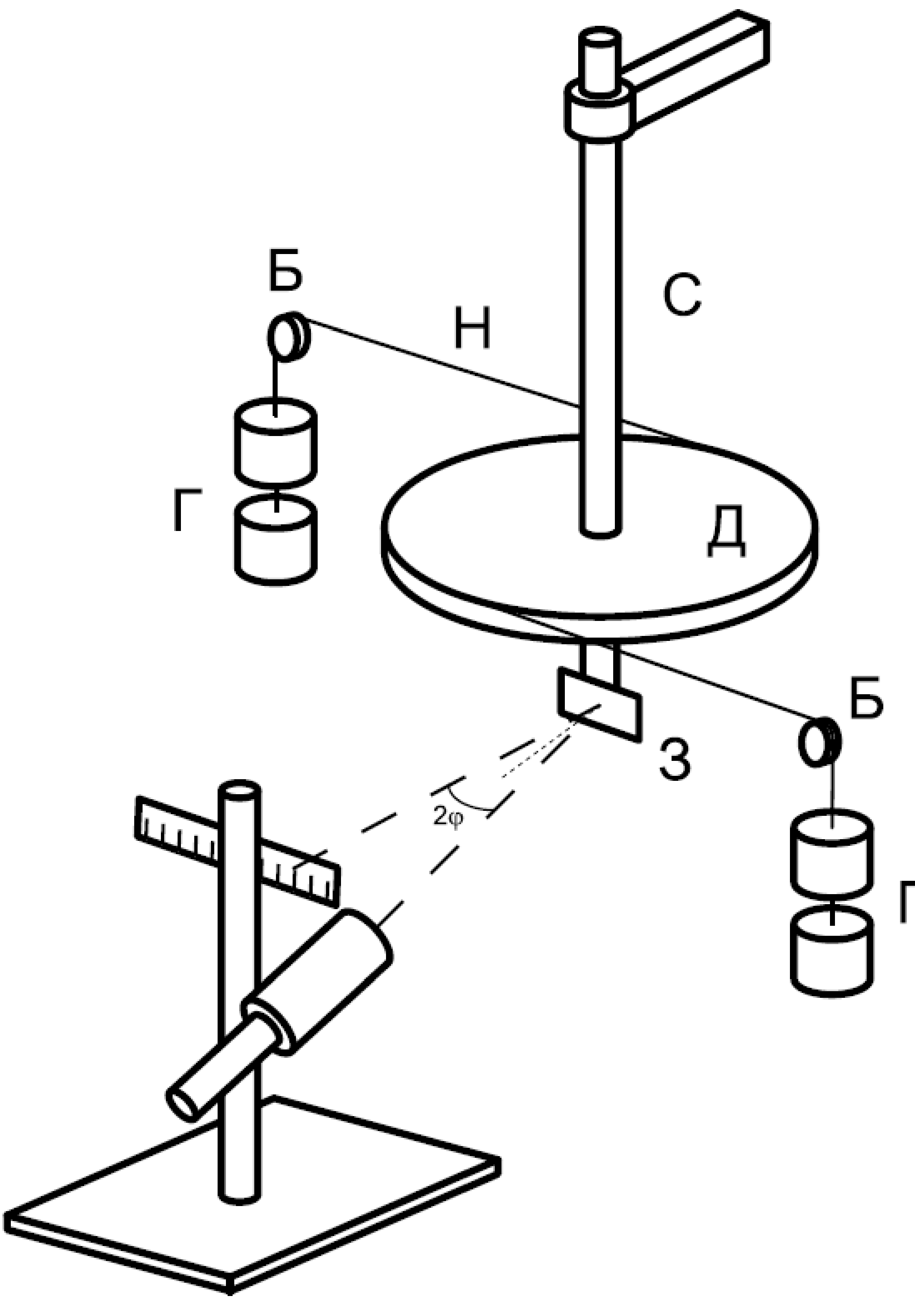
$$G = \frac{2lf}{\pi R^4} = \frac{32lf}{\pi d^4}$$

d – диаметр проволоки.

Оборудование и инструментальные погрешности

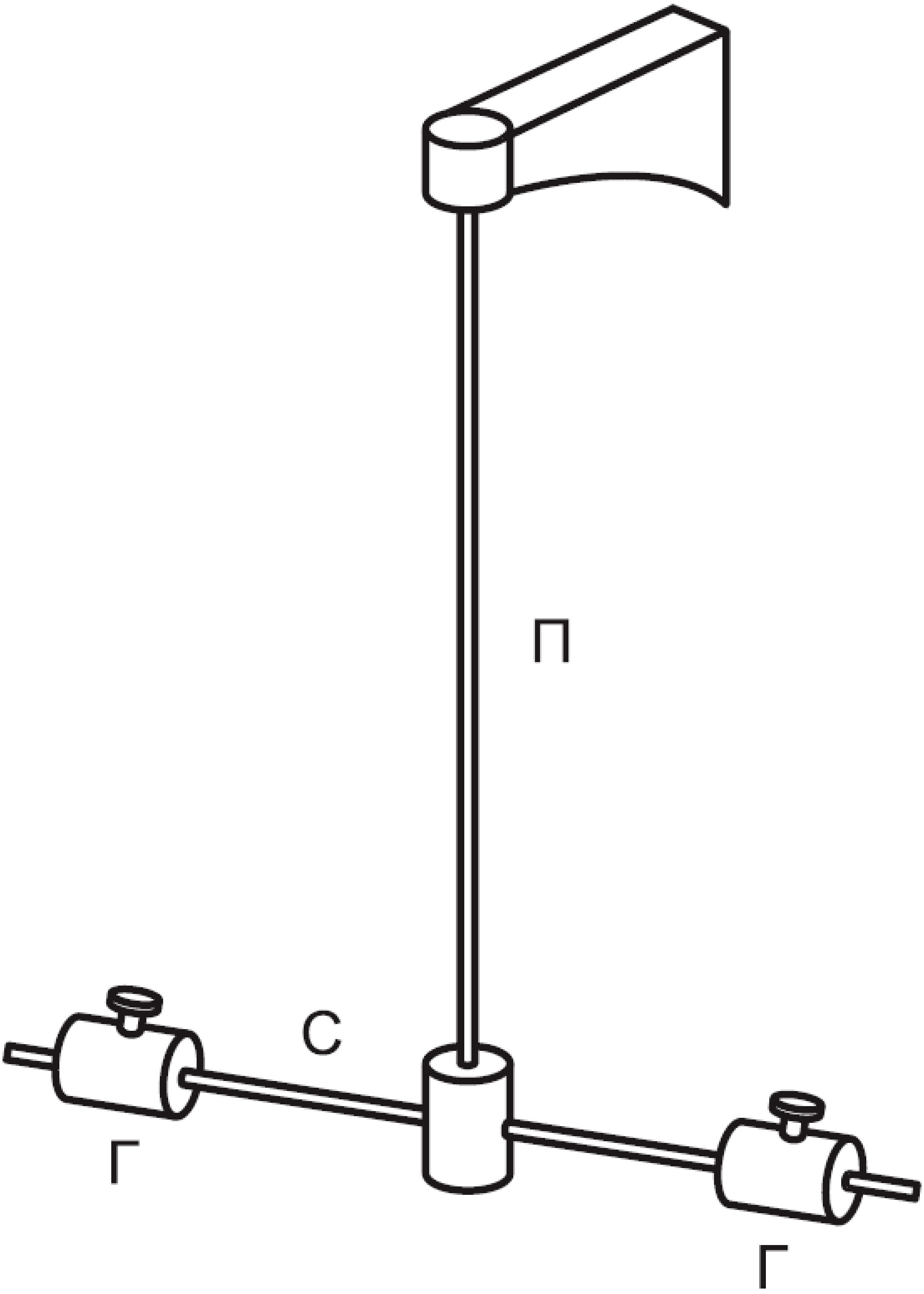
Статический метод

Схема установки приведена на рисунке. Верхний конец стержня С жёстко закреплён на стойке, а нижний соединён с диском Д. Момент создают две нити, навитые на него и перекинутые через блоки Б. К их концам подвешиваются одинаковые грузы Г. Диск сабжён зеркальцем З. Для определения угла закручивания стержня надо направить зрительную трубку на зеркальце и добиться того, чтобы в неё было чётко видно отражение шкалы, укреплённой на том же штативе. Измерение смещения шкалы позволяет определить угол закручивания стержня.



. Метод крутильных колебаний

Схема установки приведена на рисунке. Она состоит длинной висящей проволоки П, к нижнему концу которой прикреплён горизонтальный стержень С с двумя симметрично расположенными грузами Г. Их положение можно фиксировать. Верхний конец проволоки зажат и может поворачиваться вокруг оси. Так можно возбуждать крутильные колебания.



Вращение стержня происходит под действием упругого момента. Это вращение описывается уравнением:

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -M$$

I – момент инерции стержня с грузами относительно оси вращения, φ – угол поворота от положения равновесия, M – момент сил.

$$\omega^2 = \frac{f}{I}$$

тогда

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0$$

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \theta)$$

амплитуда φ_0 и фаза θ опреедляются начальными условиями.

Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}$$

Эти уравнения получены для незатухающий колебаний, поэтому для их применения в работе необходимо убедиться, что колебания затухают слабо (амплитуда уменьшается менее, чем в ` раза за ´ó колебаний). Также надо убедиться, что период колебаний не зависит от начальной амплитуды. Начальную амплитуду необходимо уменьшать пока зависимость от амплитуды не исчезнет.

Момент инерции системы

$$I = I_0 + 2m\left(r + \frac{b}{2}\right)^2$$

I – момент инерции системы без грузов, m – масса одного груза, r – расстояние от ближнего торца груза до проволоки, b – длина груза.

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{f} I_0 + \frac{(2\pi)^2}{f} 2m\left(r + \frac{b}{2}\right)^2$$

График этой зависимости в координатах $T^2\left((r + b/2)^2\right)$ будет линейным с наклоном $k = \frac{8\pi^2 m}{f}$, откуда $f = \frac{8\pi^2 m}{k}$.

Результаты измерений

Толщина проволоки $d = 1{,}06 \pm 0{,}005$ мм, длина $l = 171 \pm 0{,}5$ см. Масса груза $m = 204{,}4 \pm 0{,}1$ г, длина $b = 41 \pm 0{,}05$ мм.

Показания счётчика записаны в таблице. t_* – время счётчика при $r = *$ мм. Показания счётчика связаны с номером колебания соотношением

$$t = n\tau$$

τ – период колебания.

Таблица [illegible]. Зависимость периода колебаний от r

n	t_{70}, $\pm 0{,}005$ с	t_{85}, $\pm 0{,}005$ с	t_{100}, $\pm 0{,}005$ с	t_{115}, $\pm 0{,}005$ с	t_{130}, $\pm 0{,}005$ с
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

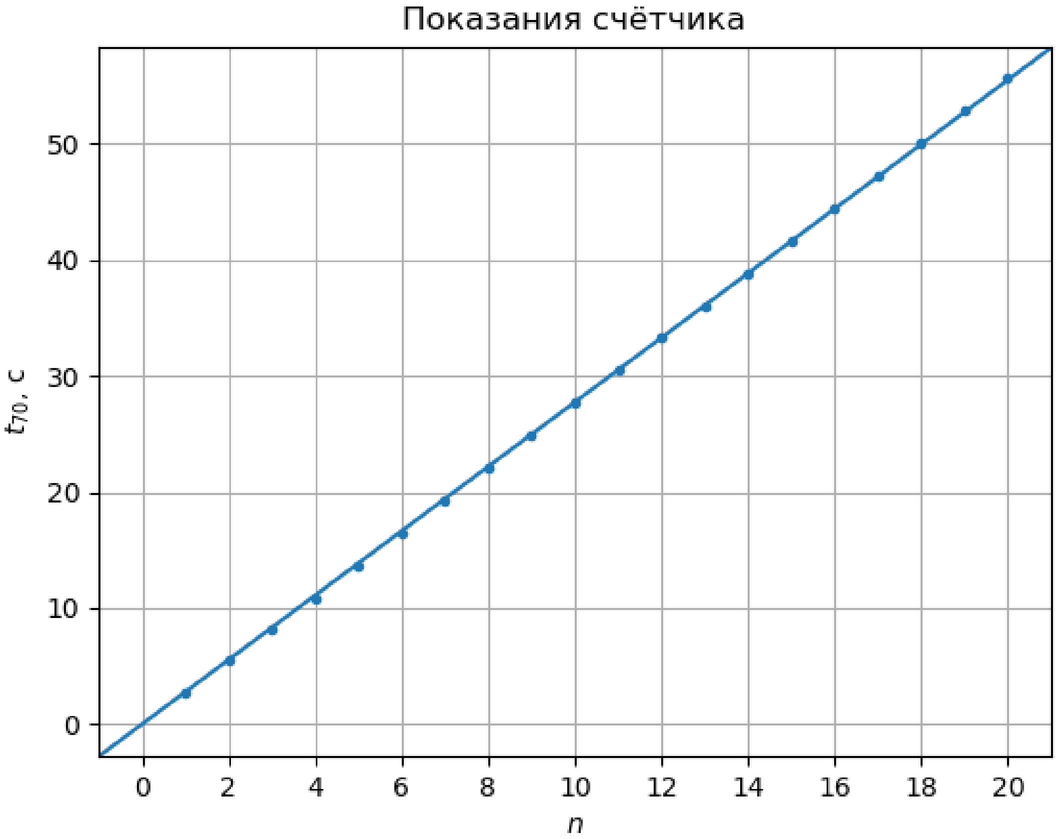
$$\tau_{70} = 2{,}773 \pm 0{,}006 \text{ с}$$
$$\tau_{85} = 3{,}114 \pm 0{,}007 \text{ с}$$
$$\tau_{100} = 3{,}44 \pm 0{,}005 \text{ с}$$
$$\tau_{115} = 3{,}772 \pm 0{,}005 \text{ с}$$
$$\tau_{130} = 4{,}194 \pm 0{,}006 \text{ с}$$

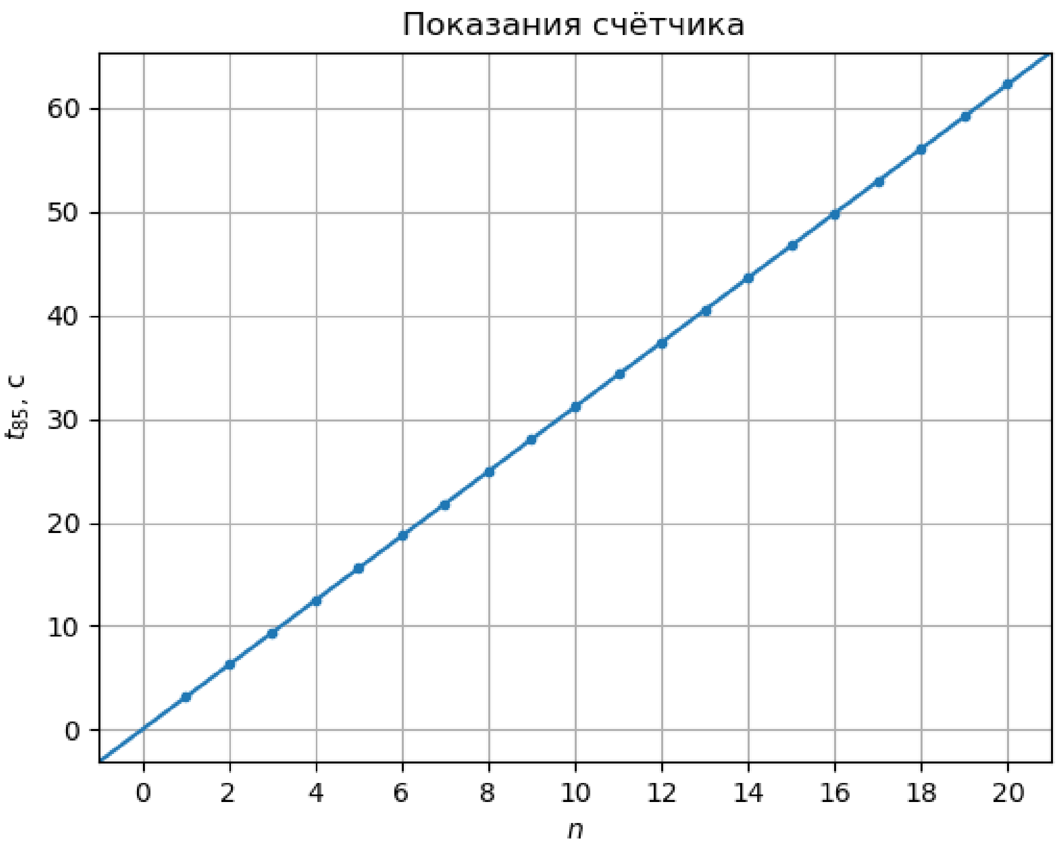
$$k = 674 \pm 2 \text{ с}^2/\text{м}^2$$
$$G = \frac{32lf}{\pi d^4} = \frac{256\pi ml}{kd^4} = (3{,}3 \pm 0{,}06) \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

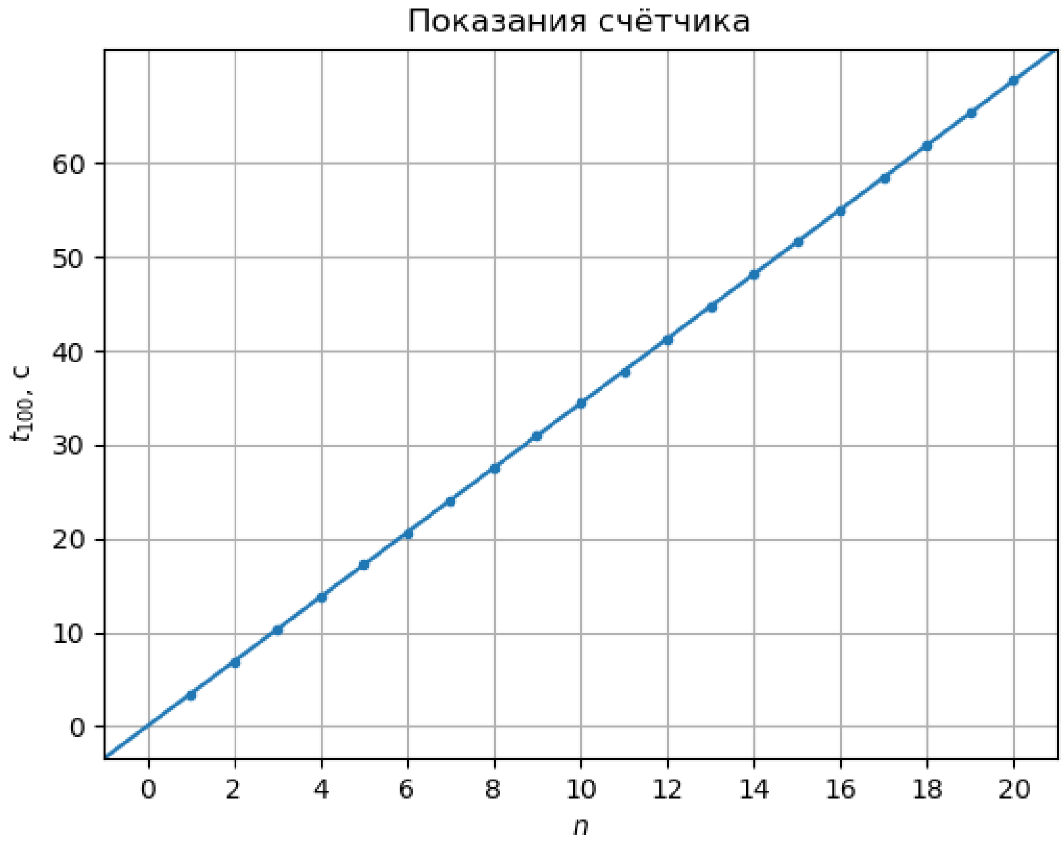
Я не нашёл такого значения G в таблице.

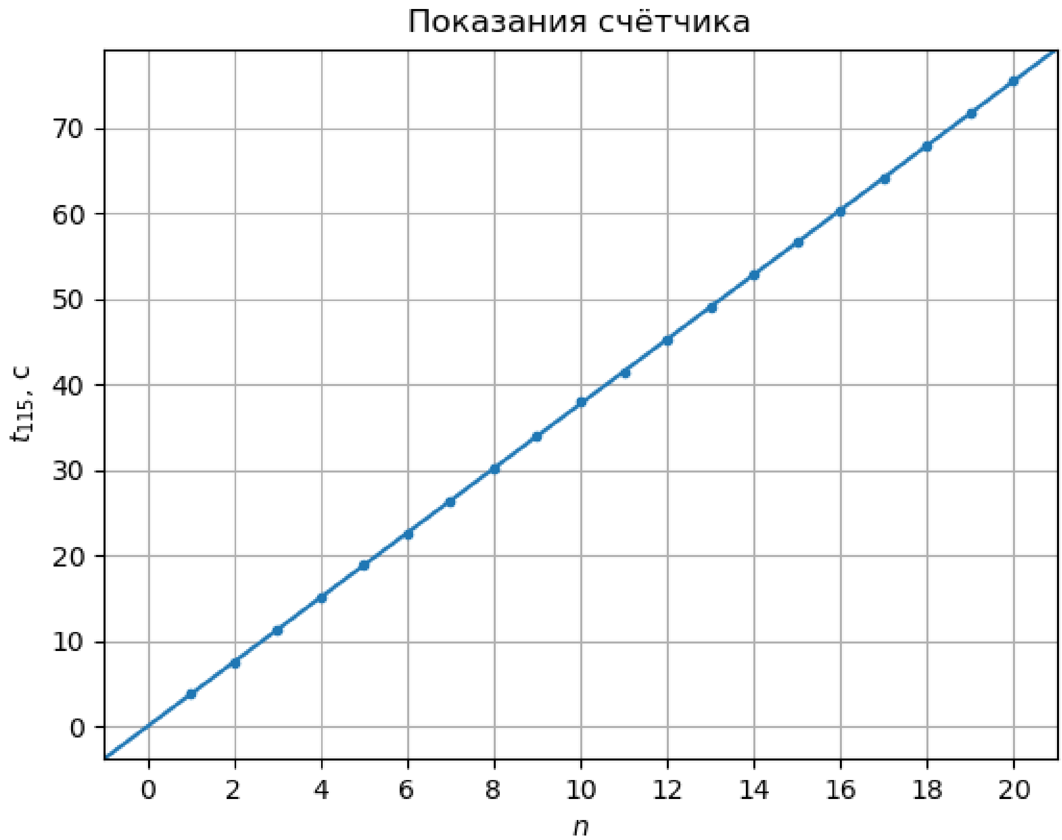
[illegible] Вывод

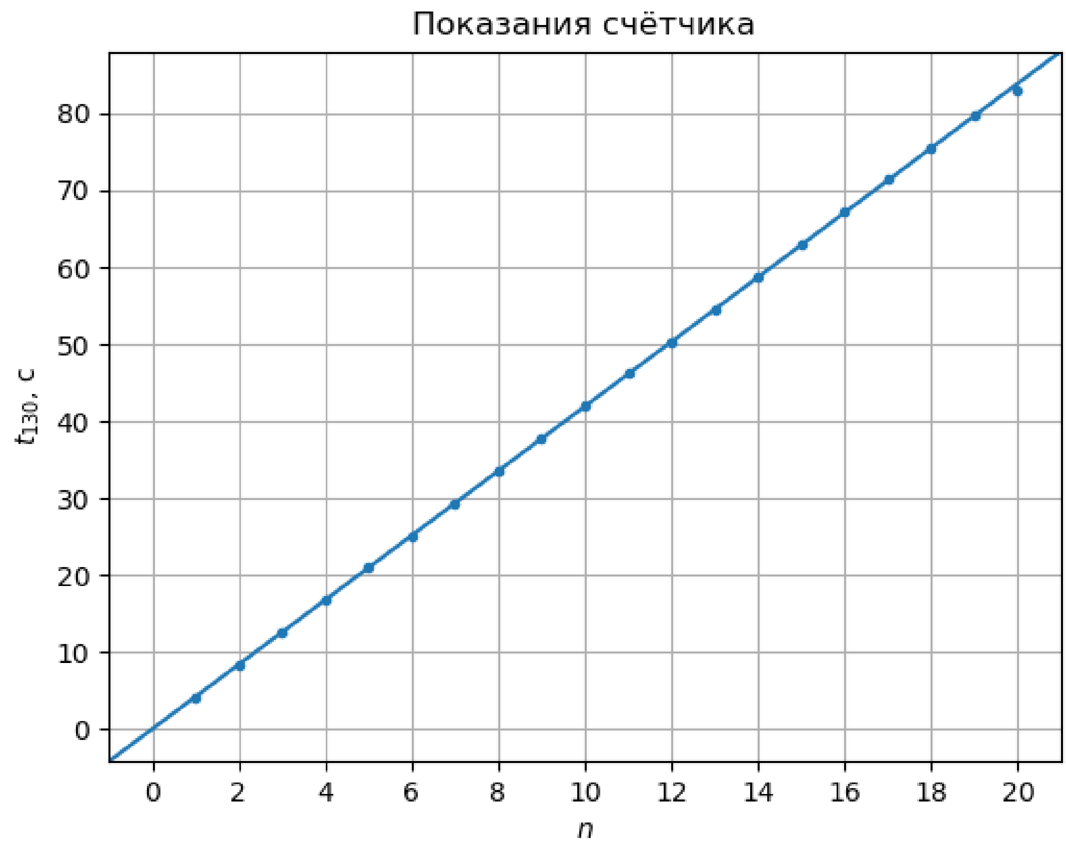
Методом колебаний был измерен модуль сдвига проволоки.

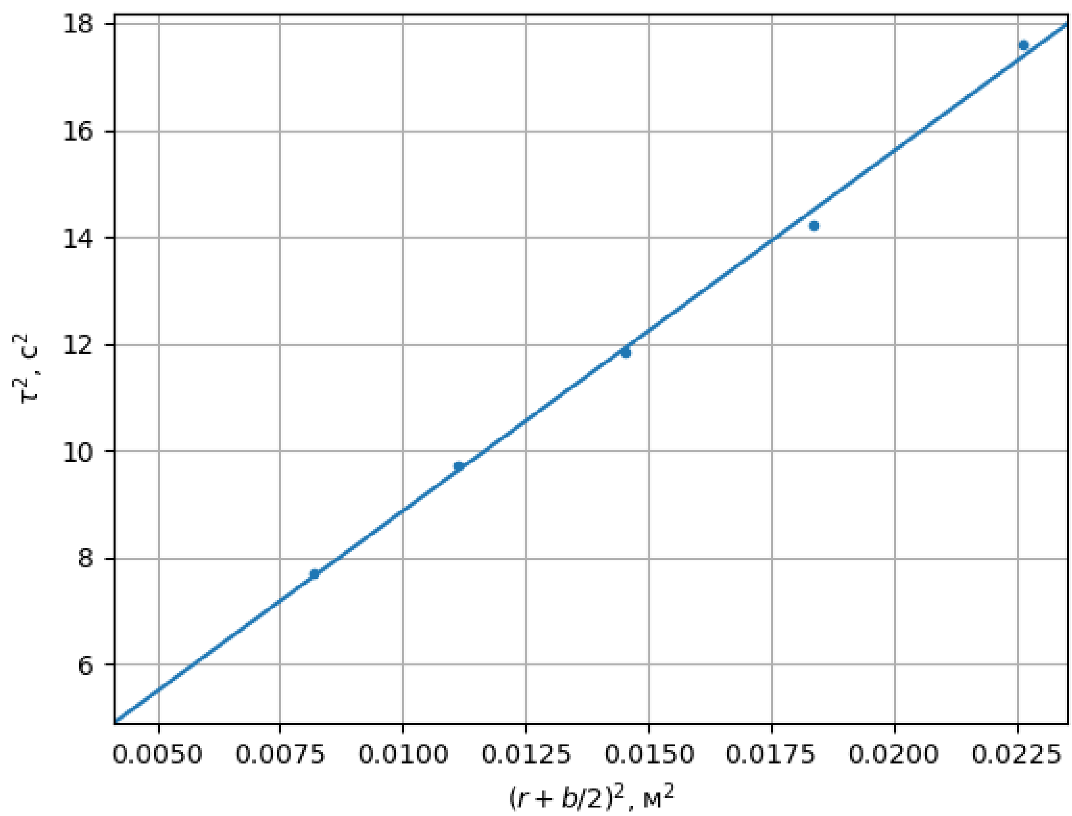

Показания счётчика
t_{70}, с
0
10
20
30
40
50
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
n


Показания счётчика
t_{85}, с
0
10
20
30
40
50
60
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
n


Показания счётчика
t_{100}, с
0
10
20
30
40
50
60
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20
n


Показания счётчика
t_{115}, с
0
10
20
30
40
50
60
70
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20
n


Показания счётчика
t_{130}, с
n
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
0
10
20
30
40
50
60
70
80


τ^2, с^2
$(r + b/2)^2$, м^2
0.0050
0.0075
0.0100
0.0125
0.0150
0.0175
0.0200
0.0225
6
8
10
12
14
16
18