

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ ШКОЛА ФИЗИКИ И ИССЛЕДОВАНИЙ ИМ. ЛАНДАУ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ КРУЧЕНИЯ

ПАВЛОВ А. С.
ВОСЕМНАДЦАТОЕ ОКТЯБРЯ

I АННОТАЦИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА ЗАКРУЧКИВАНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПРИЛОЖЕННОГО МОМЕНТА СИЛ, РАСЧЁТ МОДУЛЕЙ КРУЧЕНИЯ И СДВИГА ПРИ СТАТИЧЕСКОМ ЗАКРУЧКИВАНИИ СТЕРЖНЯ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХ ЖЕ МОДУЛЕЙ ДЛЯ ПРОВОЛОКИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ ПЕРИОДОВ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОДВЕСЕННОГО НА НЕЙ МАЯТНИКА (ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД)

ОБОРУДОВАНИЕ: В ПЕРВОЙ ЧАСТИ: ИССЛЕДУЕМЫЙ СТЕРЖЕНЬ, ОТСЧЁТНАЯ ТУБКА СО ШКАЛОЙ, РУЛЕТКА, МИКРОМЕТР, НАБОР ГРУЗОВ; ВО ВТОРОЙ ЧАСТИ: ПРОВОЛОКА ИЗ ИССЛЕДУЕМОГО МАТЕРИАЛА, ГРУЗЫ, СЕКУНДОМЕР, МИКРОМЕТР, ЛИНЕЙКА, РУЛЕТКА.

II ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

ПРИ ЗАКРУЧКИВАНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ ВДЛЕГ ОТ МЕСТ ПРИЛОЖЕНИЯ МОМЕНТОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ОДИНАКОВО. ДЛЯ ЭТИХ ОБЛАСТЕЙ МОЖНО СЧИТАТЬ, ЧТО КАЖДОЕ ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ ПОВОРACHИВАЕТСЯ КАК ЖЁСТКОЕ. ТАКОЕ НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ НАЗЫВАЕТСЯ ЧИСТЫМ КРУЧЕНИЕМ. КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ УВЕЛИЧИВАЮТСЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО РАССТОЯНИЮ ОТ ОСИ КРУЩЕНИЯ.

ПРИ РАССМОТРЕНИИ ЗАКРУЧКИВАЕМОГО ЦИЛИНДРА ДЛИНЫ l МОЖНО ЗАМЕТИТЬ, ЧТО ЛЮБАЯ ПРЯМАЯ ВЕРТИКАЛЬНАЯ ЛИНИЯ, ПРОВЕДЁННАЯ ДО ЗАКРУЧКИВАНИЯ ПРЕКРАЩАЕТСЯ В СПИРАЛЬ. СЕЧЕНИЯ НА РАССТОЯНИИ l ПОКРЫТЫ НА УГЛ φ .

КАСАТЕЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ τ СВЯЗАНО С УГЛОМ ПОВОРОТА СООТНОШЕНИЕМ

$$\tau = Gr \frac{d\varphi}{dl},$$

ГДЕ G – МОДУЛЬ СДВИГА.

СЛИВАРИНЫЙ МОМЕНТ СИЛ, СОЗДАВАЕМЫЙ КАСАТЕЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

$$M = \pi G \frac{R^4}{2} \frac{d\varphi}{dl}$$

ЭТОТ МОМЕНТ НЕ МЕНЯЕТСЯ ПО ДЛИНЕ ЦИЛИНДРА, ПОЭТОМУ

$$M = \pi G \frac{R^4}{2} \frac{\varphi}{l} = f\varphi,$$

ГДЕ f – МОДУЛЬ КРУЧЕНИЯ.

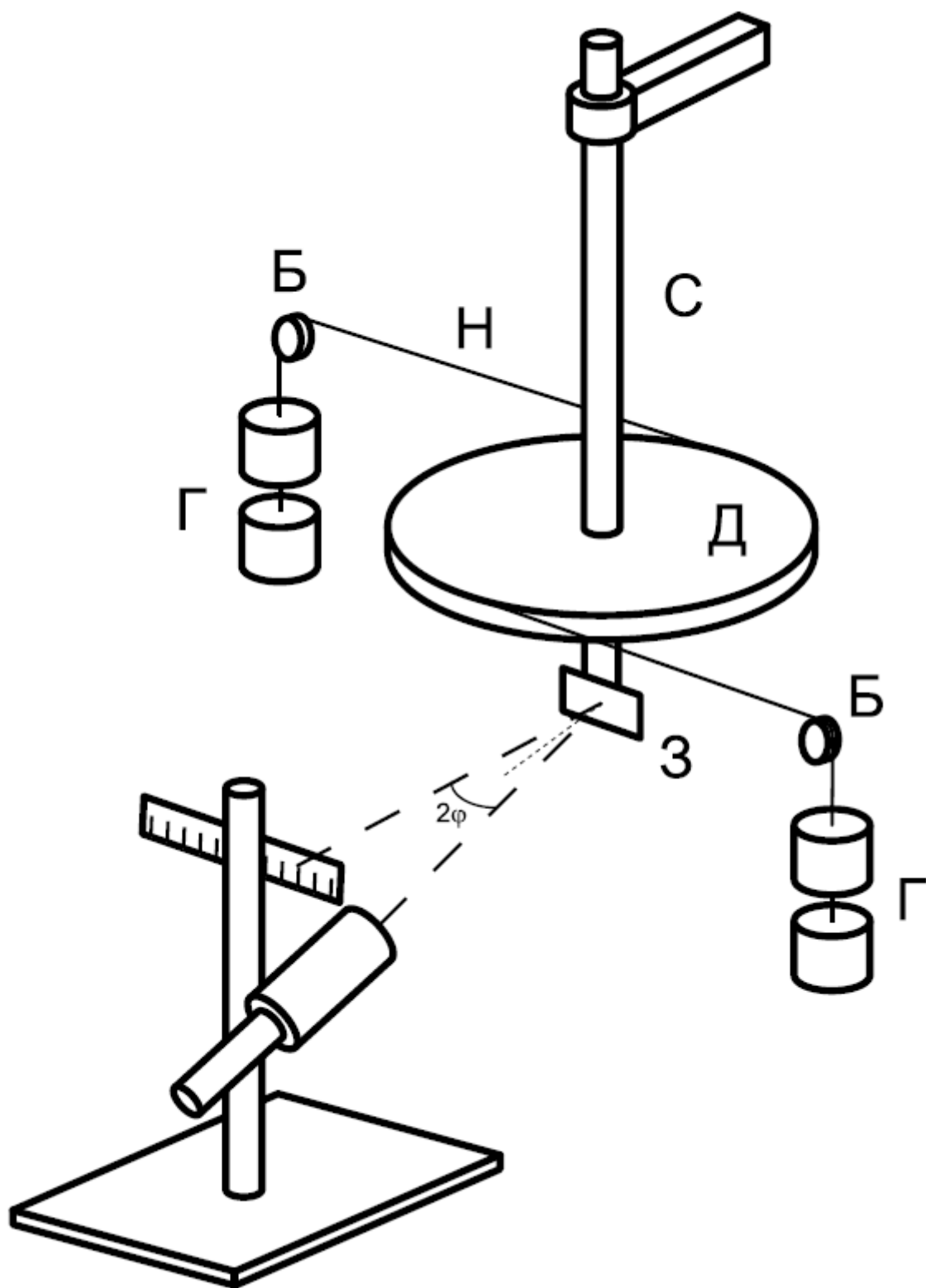
$$G = \frac{2lf}{\pi R^4} = \frac{32lf}{\pi d^4}$$

d – ДИАМЕТР ПРОВОЛОКИ.

III ОБОРУДОВАНИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

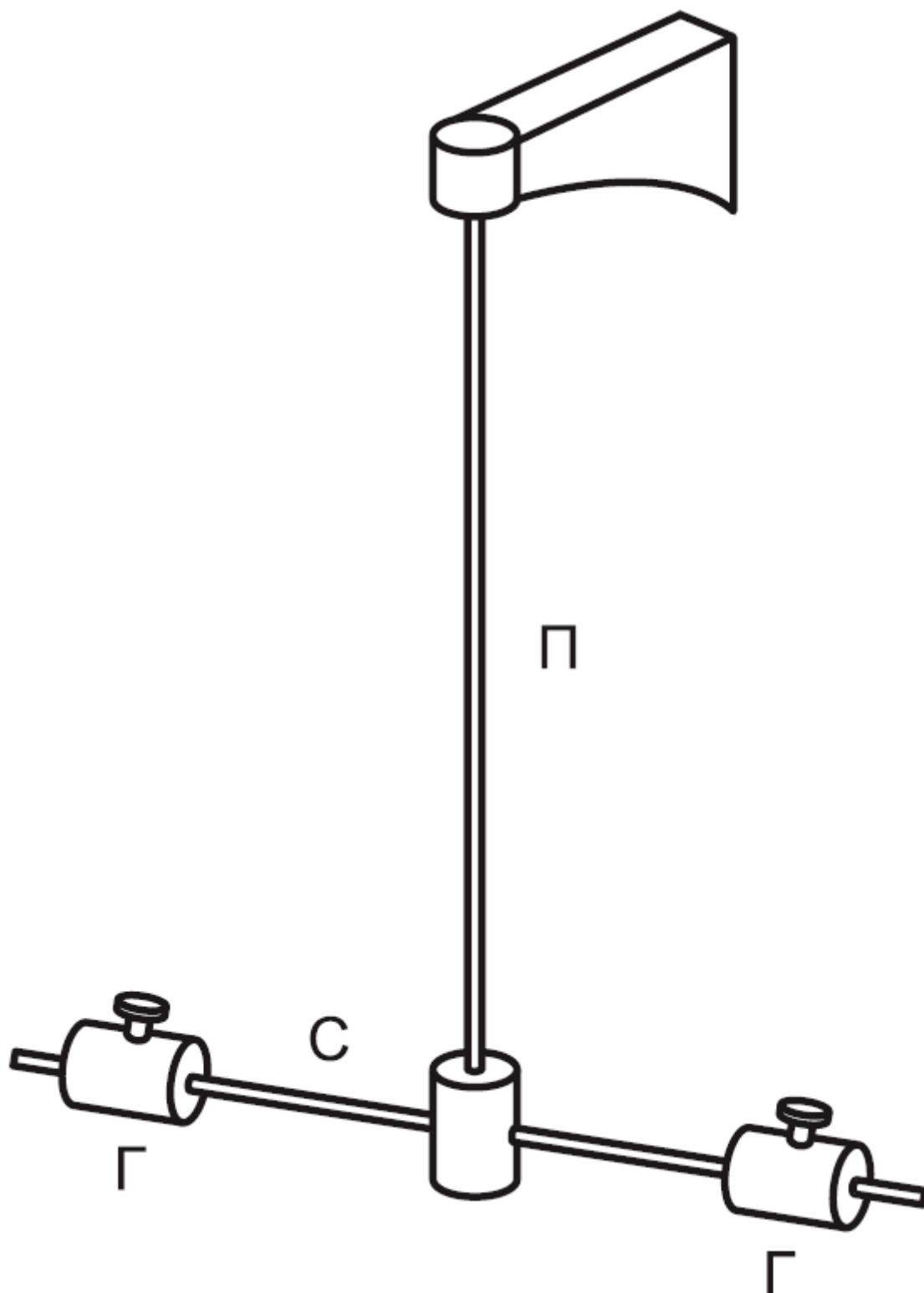
I СТАТИЧЕСКИЙ МЕТОД

СХЕМА УСТАНОВКИ ПРИВЕДЕНА НА РИСУНКЕ. ВЕРХНИЙ КОНЕЦ СТЕРЖНЯ С ЖЁСТКО ЗАКРЕПЛЁН НА СТОЙКЕ, А НИЖНИЙ СОЕДИНЁН С ДИСКОМ Д. МОМЕНТ СОЗДАЮТ ДВЕ НИТИ, НАВЯТЫЕ НА НЕГО И ПЕРЕКИНУТЫЕ ЧЕРЕЗ БЛОКИ Б. К ИХ КОНЦАМ ПОДВЕСИВАЮТСЯ ОДИНАКОВЫЕ ГРУЗЫ Г. ДИСК СВЯЗАН ЗЕРКАЛЬЦЕМ З. ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛА ЗАКРУЧКИВАНИЯ СТЕРЖНЯ НАДО НАПРАВЛИТЬ ЗРИТЕЛЬНУЮ ТРУБКУ НА ЗЕРКАЛЬЦЕ И ДОБИТЬСЯ ТОГО, ЧТОБЫ В НЕЁ БЫЛО ЧЁТКО ВИДНО ОТРАЖЕНИЕ ШКАЛЫ, УКРЕПЛЁННОЙ НА ТОМ ЖЕ ШТАТИВЕ. ИЗМЕРЕНИЕ СМЕЩЕНИЯ ШКАЛЫ ПОЗВОЛЯЕТ ОПРЕДЕЛИТЬ УГЛ ЗАКРУЧКИВАНИЯ СТЕРЖНЯ.



II МЕТОД КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Схема установки приведена на рисунке. Она состоит из длинной вислицей проволоки *п*, к нижнему концу которой прикреплен горизонтальный стержень *с* с двумя симметрично расположенными грузами *г*. Их положение можно фиксировать. Верхний конец проволоки зажат и может поворачиваться вокруг оси. Так можно возбуждать крутильные колебания.



Вращение стержня происходит под действием упругого момента. Это вращение описывается уравнением:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -M$$

I – момент инерции стержня с грузами относительно оси вращения, φ – угол поворота от положения равновесия, M – момент сил.

$$\omega^2 = \frac{f}{I}$$

тогда

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0$$

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \theta)$$

амплитуда φ_0 и фаза θ определяются начальными условиями.
период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}$$

Эти выражения получены для незатухающих колебаний, поэтому для их применения в работе необходимо убедиться, что колебания затухают слабо (амплитуда уменьшается не более чем в 2 раза за 10 колебаний). Также надо убедиться, что период колебаний не зависит от начальной амплитуды. Начальную амплитуду необходимо уменьшать пока зависимость от амплитуды не исчезнет.

момент инерции системы

$$I = I_0 + 2m \left(r + \frac{b}{2} \right)^2$$

I – момент инерции системы без груза, m – масса одного груза, r – расстояние от ближнего торца груза до проволоки, b – длина груза.

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{f} I_0 + \frac{(2\pi)^2}{f} 2m \left(r + \frac{b}{2} \right)^2$$

График этой зависимости в координатах $T^2 \left(\left(r + b/2 \right)^2 \right)$ будет линейным с наклоном $k = \frac{8\pi^2 m}{f}$, откуда $f = \frac{8\pi^2 m}{k}$.

IV РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Толщина проволоки $d = 1,06 \pm 0,005$ мм, длина $l = 171 \pm 0,5$ см. масса груза $m = 204,4 \pm 0,1$ г, длина $b = 41 \pm 0,05$ мм.

Показания счётчика записаны в таблице. t_* – время счётчика при $r = *$ мм. Показания счётчика связаны с номером колебания соотношением

$$t = n\tau$$

τ – период колебания.

Таблица 1. Зависимость периода колебаний от r

n	$t_{70}, \pm 0,005 \text{ с}$	$t_{85}, \pm 0,005 \text{ с}$	$t_{100}, \pm 0,005 \text{ с}$	$t_{115}, \pm 0,005 \text{ с}$	$t_{130}, \pm 0,005 \text{ с}$
1	2,78	3,19	3,44	3,80	4,20
2	5,55	6,30	6,89	7,53	8,45
3	8,20	9,35	10,31	11,34	12,59
4	10,90	12,42	13,76	15,07	16,81
5	13,69	15,59	17,20	18,88	21,04
6	16,50	18,76	20,63	22,60	25,18
7	19,31	21,83	24,08	26,42	29,42
8	22,11	24,88	27,52	30,14	33,63
9	24,91	27,99	30,95	33,96	37,78
10	27,70	31,18	34,40	37,96	42,03
11	30,48	34,31	37,84	41,50	46,23
12	33,25	37,36	41,27	45,24	50,38
13	36,02	40,43	44,72	49,03	54,64
14	38,80	43,58	48,16	52,78	58,81
15	41,58	46,76	51,59	56,57	62,99
16	44,38	49,84	55,04	60,32	67,25
17	47,19	52,89	58,48	64,10	71,40
18	50,00	55,99	61,92	67,87	75,60
19	52,80	59,18	65,37	71,63	79,85
20	55,60	62,31	68,80	75,41	82,98

$$\tau_{70} = 2,773 \pm 0,006 \text{ с}$$

$$\tau_{85} = 3,114 \pm 0,007 \text{ с}$$

$$\tau_{100} = 3,44 \pm 0,005 \text{ с}$$

$$\tau_{115} = 3,772 \pm 0,005 \text{ с}$$

$$\tau_{130} = 4,194 \pm 0,006 \text{ с}$$

$$k = 674 \pm 2 \text{ с}^2/\text{м}^2$$

$$G = \frac{32lf}{\pi d^4} = \frac{256\pi ml}{kd^4} = (3,3 \pm 0,06) \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^3$$

та не имеет такого значения G в таблице.

V Вывод

Методом колебаний был измерен модуль сдвига проволоки.

