МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4.3.2

Дифракция света на ультразвуковой волне в жидкости

Пилюгин Л. С.
Б02-212
7 мая 2024 г.

1 Аннотация

Цель работы: изучение дифракции света на синусоидальной акустической решётке и наблюдение фазовой решётки методом тёмного поля.

Оборудование: оптическая скамья, осветитель, два длиннофокусных объектива, кювета с жидкостью, кварцевый излучатель с микрометрическим винтом, генератор ультразвуковой частоты, линза, вертикальная нить на рейтере, микроскоп.

2 Теоритические сведения

2.1 Дифракция

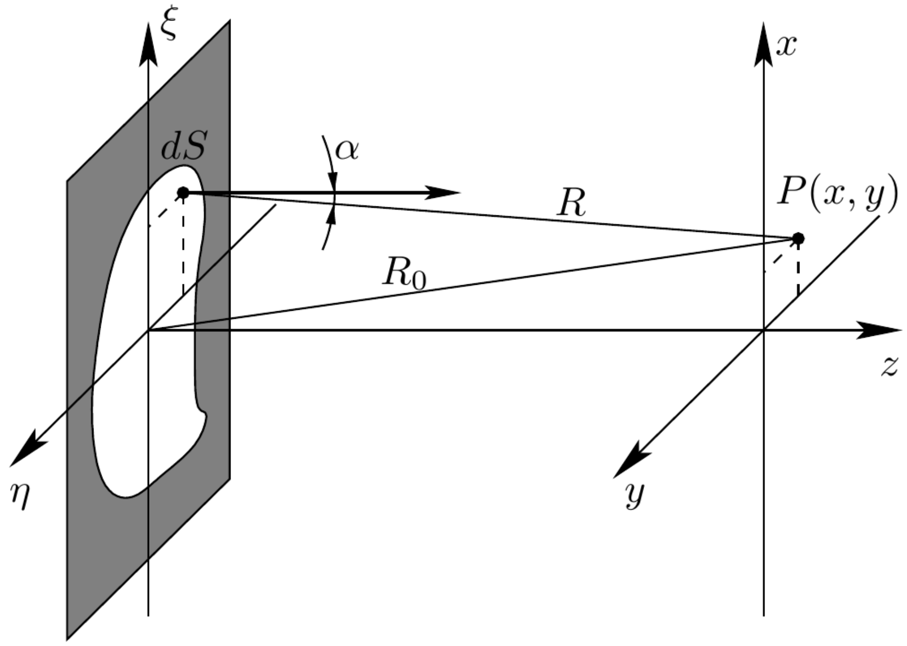
Дифракцией называются отклонения в распространении волн от законов геометрической оптики.

Основными параметрами, определяющими характер дифракционных явлений, является длина волны λ, размер отверстия b и расстояние до плоскости наблюдения z. Характер дифоракции определяется волновым параметром

$$p = \frac{\sqrt{\lambda z}}{b}$$

При $p \ll 1$ выполняются законы геометрической оптики, при $p \approx 1$ происзодит дифракция Френеля, $p \gg 1$ — дифракция Фраунгофера.

2.2 Принцип Гюйгенса-Френеля



Пусть волна света, созданная источниками, расположенными в области $z < 0$, достигла плоскости $z = 0$. Световое поле в этой плоскости нам известно. Пусть его комплексная амплитуда есть

$$f_0(x, y) = a_0(x, y) e^{i\varphi_0(x,y)}$$

где функции $a_0(x,y)$ и $\varphi_0(x,y)$ описывают распределение амплитуд и фаз колебаний в плоскости $z=0$.

Согласно принципу Гюйгенса, каждую точку (ξ,η) плоскости $z=0$, куда пришла волна, можно рассматривать как источник вторичной волны. То есть можно представить себе, что волна возбуждает колебания некоторого фиктивного источника (осциллятора), который и переизлучает вторичную волну. Частота ω этой переизлучённой волны совпадает с частотой исходной монохроматической волны. Френель дополнил принцип Гюйгенса, предложив рассматривать световое колебание в любой точке наблюдения в области $z>0$ как результат интерференции этих вторичных волн.

Предполагается, что амплитуда излучения вторичного источника пропорциональна амплитуде $a_0(\xi,\eta)$ колебания, созданного реальной волной, пришедшей к площадке ds. Фаза колебания также задаётся фазой $\varphi(\xi,\eta)$ пришедшей к элементу ds волны.

Далее предполагается, что маленькая площадка ds переизлучает, подобно точечному источнику, сферическую волну, т. е. для вычисления вклада, который даёт эта площадка в суммарное колебание в точке наблюдения P, нужно учесть ослабление амплитуды и набег фазы e^{ikR}/R. Наконец, предполагается, что амплитуда колебания пропорциональна видимой из точки наблюдения площади элемента ds, т.е. пропорциональна $ds\cos\alpha$. Таким образом, вклад элемента ds пропорционален величине

$$f_0(\xi,\eta)\frac{e^{ikR}}{R}\cos\alpha\cdot d\xi d\eta$$

Полное световое колебание $g(x,y)$ есть результат интерференции всех вторичных волн, посылаемых всеми площадками ds, расположенными в области отверстия:

$$g(x,y)=\frac{1}{i\lambda}\iint_S f_0(\xi,\eta)\frac{e^{ikR}}{R}\cos\alpha d\xi d\eta$$

При условии, что размер препятствия мал по сравнению с расстоянием R_0 до точки наблюдения, амплитудный множитель $\frac{1}{R}$, учитывающий уменьшение амплитуды в сферической волне по мере удаления от вторичного источника ds, можно заменить постоянной величиной $\frac{1}{R_0}$. Множитель наклона $\cos\alpha$ также считаем приблизительно одинаковым (и равным единице) для всех вторичных источников, расположенных в области отверстия. Тогда в этом приближении принцип Гюйгенса—Френеля приобретает следующий вид:

$$g(x,y)=\frac{1}{i\lambda R_0}\iint f_0(\xi,\eta)e^{ikR}d\xi d\eta$$

$$R\approx z+\frac{(x-\xi)^2}{2z}+\frac{(y-\eta)^2}{2z}$$

Тогда

$$g(x,y)=\frac{e^{ikz}}{i\lambda z}\iint f_0(\xi,\eta)e^{i\frac{k}{2z}\left((x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right)}d\xi d\eta$$

Если отверстиеосвещается плоской волной, то $f_0(\xi,\eta)=A_0$.

2.3 Дифракция Фраунгофера

Рассмотрим дифракцию на отверстии в плоском экране, находящемся в плоскости $z=0$. Пусть точка наблюдения имеет координаты $P(x,y,z)$. Расстояние R от площадки ds в точке экрана (ξ,η) до точки P равно

$$R=\sqrt{z^2+(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}\approx R_0-\frac{x\xi+y\eta}{R_0}+\frac{\xi^2+\eta^2}{2R_0}$$

$R_0 = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ — расстояние от начала координат O до точки наблюдения.

$$\xi^2 + \eta^2 \le b^2 \ll \lambda R_0$$

Тогда последним слагаемым в R можно пренебречь и

$$R \approx R_0 - \frac{x\xi}{R_0} - \frac{y\eta}{R_0}$$

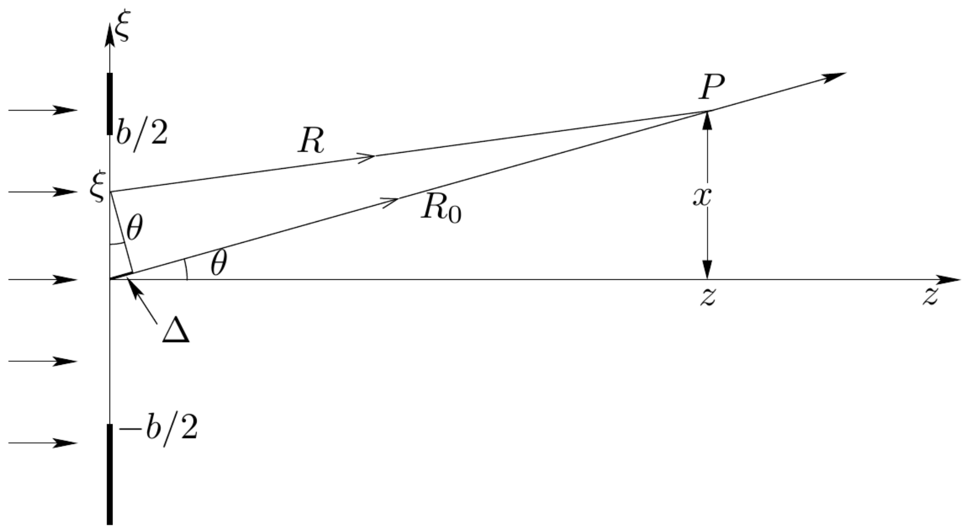
Тогда принцип Гюйгенса-Френеля запишется в виде

$$g(x,y) = \frac{e^{ikR_0}}{i\lambda R_0} \iint f_0(\xi,\eta) e^{-i\left(\frac{kx}{R_0}\xi + \frac{ky}{R_0}\eta\right)} d\xi d\eta$$

В одномерном случае

$$g(x) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(\xi) e^{-\frac{ikx\xi}{R_0}} d\xi$$

$u = \frac{kx}{R_0}$, а картина дифракции Фраунгофера представляет собой преобразование Фурье граничного поля $f_0(\xi)$.



Определим разность хода волн Δ, приходящих к удалённой точке наблюдения от двух вторичных источников, один из которых находится в точке с координатой ξ, а второй — в точке $\xi = 0$. Удалённость точки P позволяет считать направления волн, идущих из этих точек практически параллельными, следовательно, разность их хода равна

$$\Delta = \xi \sin\theta$$

Соответственно разность фаз колебаний равна $\varphi = -k\xi \sin\theta$, где θ — направление на удалённую точку наблюдения, имеющую координату x:

$$k\sin\theta = \frac{kx}{R_0} = u$$

Таким образом

$$g(u) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(\xi) e^{-ik\sin\theta\xi} d\xi$$

Эта формула — полный аналог преобразования Фурье для $f_0(t)$

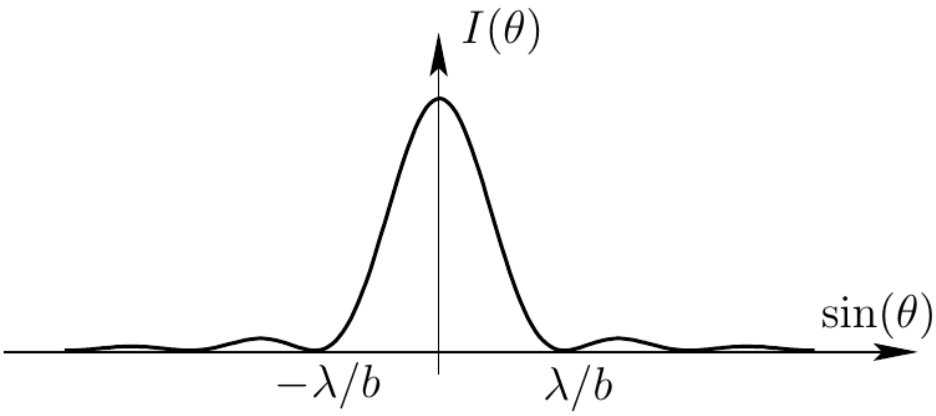
$$C(\omega) = \int f_0(t) e^{-i\omega t} dt$$

Эта аналлогия позволяет назвать величину $u = k\sin\theta$ пространственной частотой. Распределение $I(\theta) \approx g(\theta)$ называется диаграммой направленности.

2.4 Дифракция Фраунгофера на щели

Пусть щель шириной b освещается слева плоской нормально падающей волной. Граничное поле $f_0(x)$, возникающее в плоскости $z = 0$, примыкающей к непрозрачному экрану со щелью справа, имеет вид прямоугольного выступа шириной b. Тогда

$$g(\theta) \approx \int_{-b/2}^{b/2} e^{ikx\sin\theta} dx \approx \frac{\frac{kb}{2}\sin\theta}{\frac{kb}{2}\sin\theta}$$



Почти вся интенсивность $I(\theta) \approx g(\theta)^2$ сосредоточена в области

$$|\sin\theta| \le \frac{\lambda}{b}$$

2.5 Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Рядом со щелью, дифракцию на которой мы рассмотрели выше, расположим параллельно ещё одну щель на расстоянии d от первой.

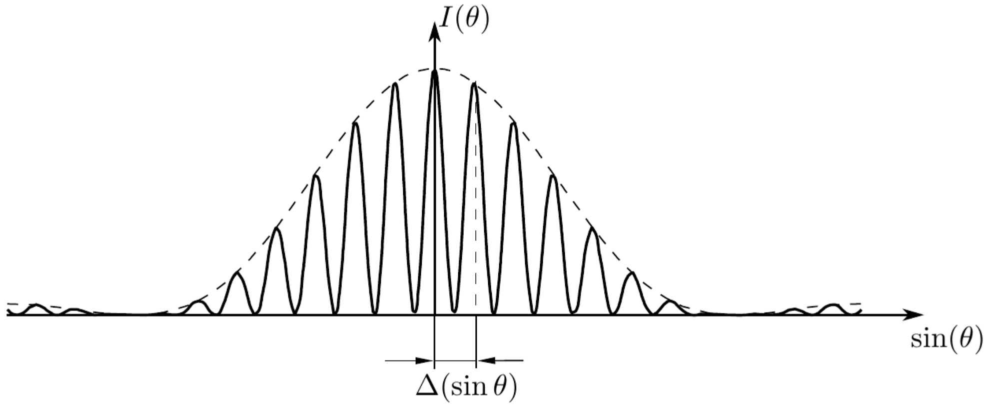
Расстояние от второй щели до точки наблюдения на величину $\Delta = d\sin\theta$ меньше расстояния между первой щелью и точкой наблюдения. Соответствующая фаза колебания отличается на величину

$$\alpha = -k\Delta = -kd\sin\theta$$

Поэтому колебательный процесс, созданный второй щелью в точке наблюдения, описывается функцией $g(\theta)e^{i\alpha}$. Волны, посылаемые в точку наблюдения двумя щелями, интерферируют. Амплитуда суммарного колебательного процесса в точке наблюдения есть $g(\theta) + g(\theta)e^{i\alpha}$.

Картина интенсивности

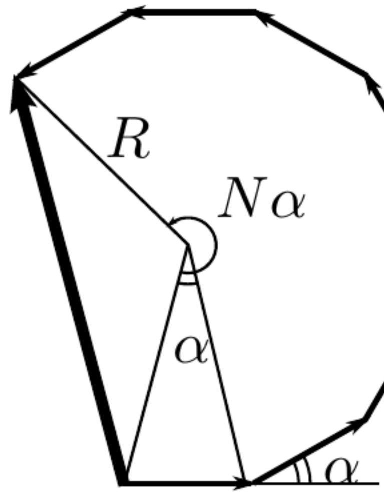
$$I(\theta) \approx |g(\theta)|^2 \left(1 + \cos\left(kd\sin\theta\right)\right)^2$$



2.6 Дифракция Фраунгофера на решётке

Рассмотрим периодическую структуру одинаковых щелей с периодом d. По аналогии с дифракцией на двух щелях запишем суммарный колебательный процесс в точке наблюдений как сумму колебаний от каждой щели с учётом сдвига фазы. Фаза колебаний от щели номер m на $\alpha_m = m\alpha = -mkd\sin\theta$ отличается от фазы колебаний начальной щели. Если всего решётка имеет N щелей, суммарное колебание в точке наблюдения есть

$$g_N(\theta) = g(\theta)\sum_{m=0}^{N-1} e^{im\alpha}$$



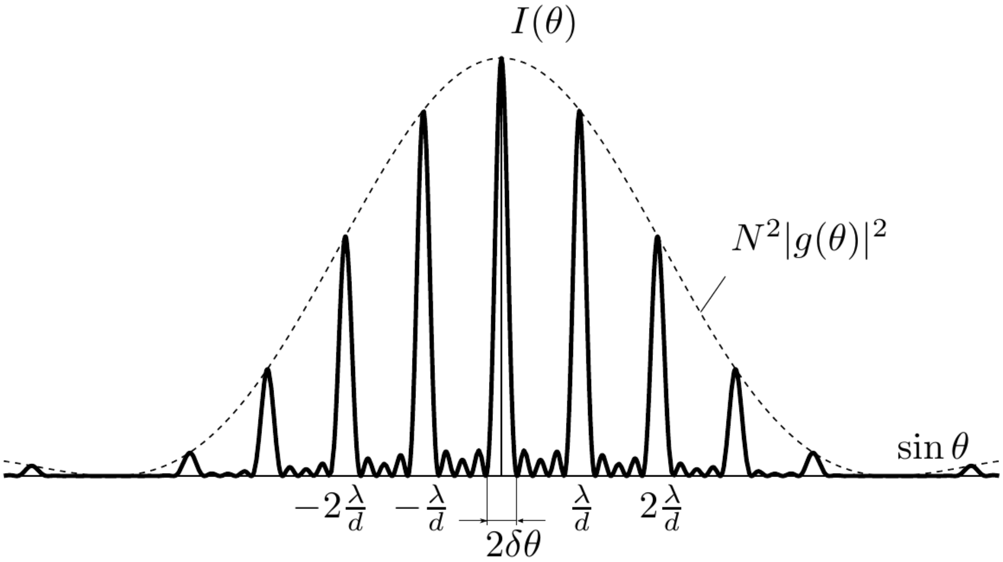
Найдём сумму, построив векторную диаграмму. Каждое слагаемое $e^{im\alpha}$ изобразим вектором единичной длины, угол поворота которого относительно горизонтальной оси равен $m\alpha$. Получим цепочку вектором, показанную на рисунке. Суммарное колебание изображается вектором, соединяющим начало и конец цепочки. Радиус окружности, в которую вписана цепочка векторов, равен $R = \frac{1}{2|\sin\alpha/2|}$, длина результирующего вектора равна $2R\,|\sin N\alpha/2|$. Отсюда получаем амплитуду колебания в точке наблюдения:

$$|g_N(\theta)| = |g(\theta)| \cdot \left|\frac{\sin\frac{Nkd\sin\theta}{2}}{\sin\frac{kd\sin\theta}{2}}\right|$$

Распределение интенсивности $I(\theta) = |g_N(\theta)|^2$ по углам описывается формулой

$$I(\theta) = |g(\theta)|^2 \left| \frac{\sin \frac{Nkd\sin\theta}{2}}{\sin \frac{kd\sin\theta}{2}} \right|^2$$

Здесь первый сомножитель описывает картину дифракции на отдельной щели, а второй связан с интерференцией волн от разных щелей.



Характерной особенностью решётки является наличие узких максимумов, в которые идёт подавляющая доля общего потока энергии. Их положения определяются условием

$$d\sin\theta_m = m\lambda,$$

означающим, что идущие в направлении θ_m волны от всех щелей складываются в одной фазе, так как при этом $-\alpha_m = kd\sin\theta_m = 2\pi m$. Поскольку фазы вкладов от всех щелей одинаковы, амплитуда колебаний в максимумах в N раз больше амплитуды от одной щели, а интенсивность — в N^2.

Угловую полуширину максимумов $\delta\theta$ оценим, найдя ближайшую к какому-либо θ_m точку $\theta = \theta_m + \delta\theta$, в которой функция обращается в нуль. Такая точка соответствует приращению аргумента синуса в числителе на π, то есть

$$\delta(kd\sin\theta) = \frac{2\pi}{N}$$

Для небольших углов оценка угловой полуширины главных дифракционных максимумов есть

$$\delta\theta \approx \frac{\lambda}{Nd}$$

Целое число m называется порядком главного максимума. Максимальное значение m ограничено величиной d/λ. Реально же заметными являются максимумы $m \le d/b$.

3 Оборудование

4 Результаты измерений

5 Вывод