

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3.2.2

Резонанс напряжений в последовательном контуре

Пилюгин Л. С.
Б02-212
15 сентября 2023 г.

1 Аннотация

Цель работы: исследование резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, определение основных параметров контура.

Оборудование: генератор сигналов, источник напряжения, нагрузкой которого является последовательный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухканальный осциллограф, цифровые вольтметры.

2 Оборудование

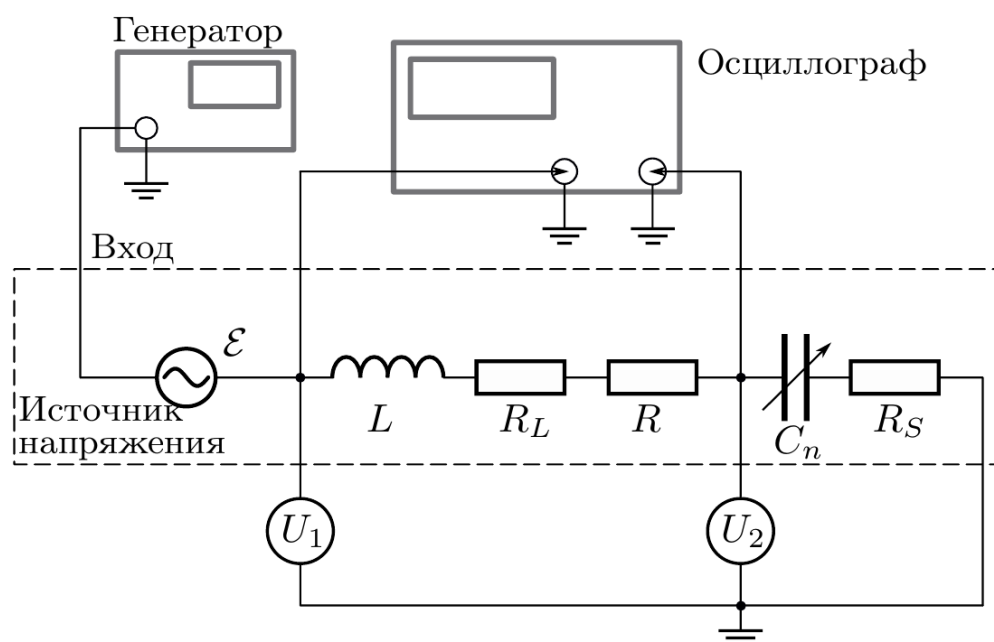


Схема установки приведена на рисунке.

Синусоидальный сигнал от генератора поступает на вход управляемого напряжением источника напряжения, собранного на операционном усилителе, питание которого осуществляется встроенным блоком-выпрямителем от сети. Источник напряжения обеспечивает с высокой точностью постоянство амплитуды сигнала $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ на меняющейся по величине нагрузке (последовательном колебательном контуре).

Источник напряжения, колебательный контур и блок питания заключены в отдельный корпус, отмеченный на рисунке штриховой линией. На корпусе имеются коаксиальные разъёмы и «Вход», « U_1 » и « U_2 », а также переключатель магазина ёмкостей C_n с указателем номера. Величины ёмкостей указаны на установке. Напряжение ε на контуре через разъём « U_1 » попадает одновременно на канал 1 осциллографа и вход 1-го цифрового вольтметра. Напряжение на конденсаторе U_C подаётся через разъём « U_2 » одновременно на канал 2 осциллографа и вход 2-го цифрового вольтметра.

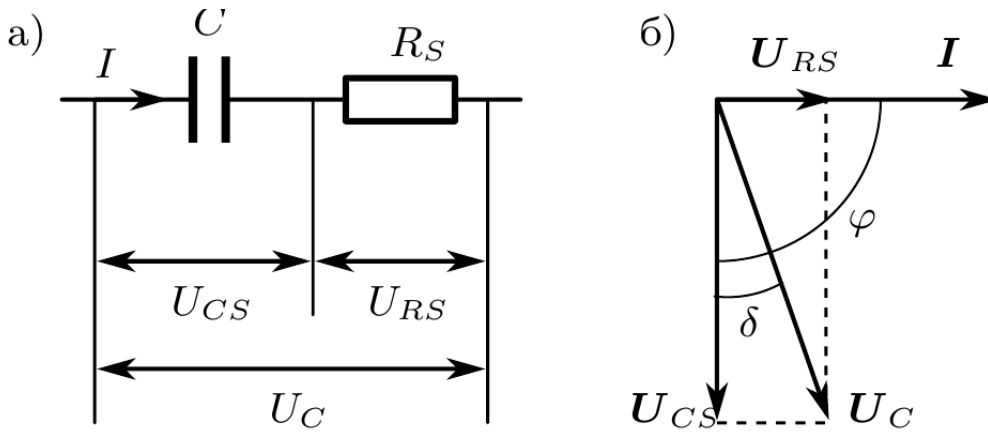
Особенности реальных элементов цепи. Колебательный контур собран из стандартных элементов, используемых в современных радиоэлектронных цепях. Известно, что в реальных конденсаторах и особенно в катушках индуктивности происходят необратимые потери энергии. К ним относятся: утечки и диэлектрические потери в конденсаторах, вихревые токи и потери на перемагничивание в сердечниках катушек индуктивности, омические потери в проводниках, растущие с частотой за счёт скин-эффекта и т.д. Рост потерь

приводит к увеличению действительных частей комплексных сопротивлений элементов контура и, значит, к изменению его резонансных свойств, в частности, к уменьшению добротности.

Потери в элементах контура зависят как от частоты, так и от амплитуды тока (напряжения), температуры и ряда других факторов. В общем случае зависят индуктивность L , ёмкость C и суммарное сопротивление R_Σ .

В контуре катушка индуктивности L обладает малым сопротивлением по постоянному току и высокой собственной резонансной частотой $\nu_{L0} > 1,3$ МГц. Помимо индуктивности каждая катушка характеризуется собственной ёмкостью C_L и активным сопротивлением R_L . Принимается, что эти величины сосредоточены в отдельных элементах схемы, образующих с индуктивностью замкнутую колебательную цепь с собственной резонансной частотой $\nu_{L0} = 1/2\pi\sqrt{LC_L}$. Вследствие влияния ёмкости C_L при измерении на частоте ν определяется не истинная индуктивность L , а эффективное значение индуктивности $L_{\text{эфф}} = L/(1 - \nu^2/\nu_0^2)$, которое может заметно отличаться от истинной величины L .

В этой работе $\nu \ll \nu_0$, поэтому индуктивность представлена последовательным соединением L и R_L .



Конденсаторы C_n имеют пренебрежимо малые собственные индуктивности и относительно малые активные потери. Для оценки вклада активных потерь можно представить конденсатор как последовательное соединение конденсатора C и сопротивления R_S . Из рисунка видно, что активные потери в конденсаторе, пропорциональные косинусу угла φ , убывают с ростом φ . Потери в конденсаторе принято характеризовать величиной $\text{tg } \delta$, $\delta = \frac{\pi}{2} - \varphi$.

$$R_S = \frac{U_{RS}}{I} = \frac{U_{RS}}{\omega C U_{CS}} = \frac{\text{tg } \delta}{\omega C}$$

В работе $\text{tg } \delta < 10^{-3}$.

Свойства колебательного контура. В колебательный контур добавлен постоянный резистор R , снижающий его добротность.

$$R_\Sigma = R + R_L + R_S$$

$$Q = \frac{\rho}{R_\Sigma} = \frac{\omega_0 L}{R_\Sigma} = \frac{1}{\omega_0 C R_\Sigma} \gg 1$$

Для импедансов ёмкости Z_C и индуктивности Z_L и последовательного контура $Z = Z_L + R + Z_C$ верны выражения

$$Z_C = R_S - \frac{i}{\omega C}$$

$$\begin{aligned}
Z_L &= R_L + i\omega L \\
Z &= R_\Sigma + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \\
I &= \frac{U_R}{R} = \frac{\varepsilon_0}{R_\Sigma} \frac{1}{1 + iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \\
U_C &= -iQ\varepsilon_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{1 + i \operatorname{tg} \delta}{1 + iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \\
U_L &= iQ\varepsilon_0 \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1 - iR_L/\rho}{1 + iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}
\end{aligned}$$

При $Q \gg 1$ и $\operatorname{tg} \delta < 10^{-3}$ мнимыми добавками к потере можно пренебречь. Но нужно оценить их вклад вблизи резонанса, равный примерно $R_L + \rho \operatorname{tg} \delta$.

Наибольший практический интерес представляет случай, когда

$$|\omega - \omega_0| = |\Delta\omega| \ll \omega_0$$

При этом в первом порядке малости по $\Delta\omega/\omega_0$

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$$

Это позволяет представить вещественные части комплексных амплитуд в виде

$$\begin{aligned}
I &= \frac{\varepsilon_0}{R_\Sigma} \frac{\cos(\omega t - \psi_I)}{\sqrt{1 + (\tau\Delta\omega)^2}} \\
\psi_I &= \operatorname{arctg}(\tau\Delta\omega) \\
U_C &= Q\varepsilon_0 \frac{\omega_0}{\omega} \frac{\cos(\omega t - \psi_C)}{\sqrt{1 + (\tau\Delta\omega)^2}} \\
\psi_C &= \psi_I + \frac{\pi}{2} - \delta \\
U_L &= Q\varepsilon_0 \frac{\omega}{\omega_0} \frac{\cos(\omega t - \psi_L)}{\sqrt{1 + (\tau\Delta\omega)^2}} \\
\psi_L &= \psi_I - \frac{\pi}{2} + \frac{R_L}{\rho} \\
\tau &= \frac{2L}{R}
\end{aligned}$$

τ — время затухания.

В резонансе модули комплексных амплитуд принимают вид

$$\begin{aligned}
I(\omega_0) &= \frac{U_R}{R} \\
U_C(\omega_0) &= Q\varepsilon_0 \\
U_L(\omega_0) &= Q\varepsilon_0
\end{aligned}$$

В резонансе контур становится чисто активным и $I_{max} = \varepsilon_0/R_\Sigma$. Напряжения U_L и U_C на частоте ω_0 находятся почти в противофазе и в Q раз по амплитуде превышают ε внешней ЭДС (с поправкой порядка Q^{-2}).

При таком отклонении, что

$$\tau\Delta\omega = \pm 1$$

амплитуда тока I уменьшается в $\sqrt{2}$ раз относительно резонансной величины, а фаза ψ_I меняется на угол $\pm\pi/4$. В этой же точке происходят аналогичные изменения амплитуд U_C , U_L и фаз ψ_C и ψ_L напряжений на ёмкости и индуктивности: амплитуды уменьшаются в $\sqrt{2}$ раз, а фазы меняются на угол $\pm\pi/4$ по отношению к своим резонансным значениям.

Величина $\delta\omega = 2|\Delta\omega| = 2/\tau$ является шириной резонансной кривой $U_C(\omega)$ на уровне $U_C(\omega_0)/\sqrt{2}$, по которой можно определить время затухания $\tau = 2/\delta\omega$ и найти добротность контура $Q = \omega_0/\delta\omega$.

Эти же параметры можно определить по фазово-частотной характеристике: расстояние по оси ω между точками, в которых фаза φ_C меняется от $-\pi/4$ до $3\pi/4$ равно 2τ , а тангенс угла наклона функции $\varphi_C(\omega)$ в точке резонанса определяет время затухания.

В работе резонансные явления в последовательном колебательном контуре исследуются по напряжению на контуре ε и напряжению на ёмкости U_C , а также по фазовым сдвигам между ними.

3 Результаты измерений

Таблица 1. Задание 7

C_n , нФ	ν , КГц	U_C , В	\mathcal{E} , В	Q	R_Σ , Ом	I , А	L , мкГн	ρ , Ом	R_{Smax} , Ом	R_L , Ом	R_{Smax}/R_Σ
$24,8 \pm 0,05$	$(32353,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,57 \pm 0,08$	$(100 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$25,6 \pm 1,1$	$7,8 \pm 0,3$	$(129 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$975,8 \pm 2,0$	$198,4 \pm 0,4$	$(1984 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$7,6 \pm 0,3$	$(25,6 \pm 1,1) \cdot 10^{-3}$
$33,2 \pm 0,05$	$(28010,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,26 \pm 0,07$	$(100 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$22,6 \pm 1,0$	$7,6 \pm 0,3$	$(132 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$972,5 \pm 1,5$	$171,1 \pm 0,3$	$(1711 \pm 3) \cdot 10^{-4}$	$7,4 \pm 0,3$	$(22,6 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$
$47,6 \pm 0,05$	$(23379,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,95 \pm 0,06$	$(100 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$19,5 \pm 0,8$	$7,3 \pm 0,3$	$(136 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$973,6 \pm 1,0$	$143,02 \pm 0,15$	$(1430,2 \pm 1,5) \cdot 10^{-4}$	$7,2 \pm 0,3$	$(19,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$
$57,5 \pm 0,05$	$(21352,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,78 \pm 0,05$	$(100 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$17,8 \pm 0,8$	$7,3 \pm 0,3$	$(137 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$966,3 \pm 0,8$	$129,63 \pm 0,11$	$(1296,3 \pm 1,1) \cdot 10^{-4}$	$7,2 \pm 0,3$	$(17,8 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$
$68,0 \pm 0,05$	$(19502,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,67 \pm 0,05$	$(100 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$16,7 \pm 0,7$	$7,2 \pm 0,3$	$(139 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$979,4 \pm 0,7$	$120,01 \pm 0,09$	$(12001 \pm 9) \cdot 10^{-5}$	$7,0 \pm 0,3$	$(16,7 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$
$102,8 \pm 0,05$	$(15939,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,39 \pm 0,04$	$(100 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$13,9 \pm 0,6$	$7,0 \pm 0,3$	$(143 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$969,9 \pm 0,5$	$97,13 \pm 0,05$	$(9713 \pm 5) \cdot 10^{-5}$	$6,9 \pm 0,3$	$(13,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-3}$

$$\langle L \rangle = 973 \pm 4 \text{ мкГн}$$

$$\langle R_L \rangle = 7,2 \pm 0,2 \text{ Ом}$$

$$R_{Smax}/R_\Sigma \approx 0,02$$

Погрешности приборов примерно равны погрешностям средних. Поэтому их влияние значительно.

Частоты и напряжения АЧХ1 больше, чем АЧХ2. Из-за того, что напряжения больше, контур 1 добротнее, чем контур 2.

$$Q_1 = \frac{1}{x_1 - x_2} = 26 \pm 2$$

$$Q_2 = \frac{1}{x_1 - x_2} = 23 \pm 2$$

$$Q_1 = \frac{1}{x_1 - x_2} = 28 \pm 2$$

$$Q_2 = \frac{1}{x_1 - x_2} = 22 \pm 2$$

Изменение сопротивления может быть связано с токами Фуко в сердечнике и скин-эффектом.

Таблица 2. АЧХ1

C , нФ	ν , КГц	U_C , В
$24,8 \pm 0,05$	$(31568,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,52 \pm 0,05$
$24,8 \pm 0,05$	$(31811,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,9 \pm 0,06$
$24,8 \pm 0,05$	$(32014,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,25 \pm 0,07$
$24,8 \pm 0,05$	$(32265,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,54 \pm 0,08$
$24,8 \pm 0,05$	$(32110,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,4 \pm 0,07$
$24,8 \pm 0,05$	$(31689,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,71 \pm 0,05$
$24,8 \pm 0,05$	$(31866,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,99 \pm 0,06$
$24,8 \pm 0,05$	$(31878,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,02 \pm 0,06$
$24,8 \pm 0,05$	$(33214,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,55 \pm 0,05$
$24,8 \pm 0,05$	$(33043,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,76 \pm 0,05$
$24,8 \pm 0,05$	$(32749,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,17 \pm 0,07$
$24,8 \pm 0,05$	$(32479,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,49 \pm 0,07$
$24,8 \pm 0,05$	$(32579,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,39 \pm 0,07$
$24,8 \pm 0,05$	$(32884,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,98 \pm 0,06$
$24,8 \pm 0,05$	$(32622,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,34 \pm 0,07$
$24,8 \pm 0,05$	$(33127,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,66 \pm 0,05$

Таблица 3. АЧХ2

C , нФ	ν , КГц	U_C , В
$33,2 \pm 0,05$	$(27101,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,27 \pm 0,04$
$33,2 \pm 0,05$	$(27243,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,43 \pm 0,04$
$33,2 \pm 0,05$	$(27678,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,07 \pm 0,06$
$33,2 \pm 0,05$	$(27430,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,69 \pm 0,05$
$33,2 \pm 0,05$	$(27782,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,19 \pm 0,07$
$33,2 \pm 0,05$	$(27522,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,83 \pm 0,05$
$33,2 \pm 0,05$	$(27889,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,25 \pm 0,07$
$33,2 \pm 0,05$	$(28058,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,22 \pm 0,07$
$33,2 \pm 0,05$	$(28882,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,28 \pm 0,04$
$33,2 \pm 0,05$	$(28724,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,44 \pm 0,04$
$33,2 \pm 0,05$	$(28371,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,88 \pm 0,06$
$33,2 \pm 0,05$	$(28115,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$2,18 \pm 0,07$
$33,2 \pm 0,05$	$(28411,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,82 \pm 0,05$
$33,2 \pm 0,05$	$(28479,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,73 \pm 0,05$
$33,2 \pm 0,05$	$(28662,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,51 \pm 0,05$
$33,2 \pm 0,05$	$(28798,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-3}$	$1,36 \pm 0,04$

4 Вывод

Проведено исследование колебаний напряжений в последовательном контуре. Несколькими методами определена добротность контура. Результаты неплохо согласуются.

