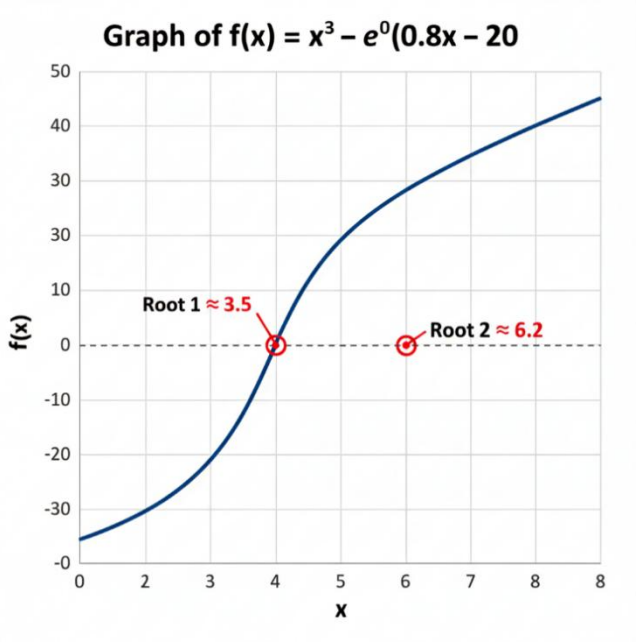


NOMBRE: CHAVARRIA DE LA CRUZ LEONOR BELEN	C.I.:9885133	SIGLA: SIS-254 MÉTODOS NUMERICOS
	RAICES 4 EJERCICIOS	

EJERCICIO 1

- Grafico



- Solución exacta

Raíz	Valor Aproximado (x^*)
Primera Solución (x_1)	3.229037
Segunda Solución (x_2)	7.381140

- Código

```

grafica1.py > biseccion
1  import numpy as np
2
3  # --- 1. Definición de la Función y su Derivada ---
4
5  def f(x):
6      """Función:  $f(x) = x^3 - \exp(0.8x) - 20$ """
7      return x**3 - np.exp(0.8 * x) - 20
8
9  def df(x):
10     """Derivada:  $f'(x) = 3x^2 - 0.8 * \exp(0.8x)$ """
11     return 3 * x**2 - 0.8 * np.exp(0.8 * x)
12
13 # Tolerancia de error absoluto
14 TOL = 0.0001
15
16 # --- 2. Método de Bisección ---
17
18 def biseccion(a, b, tol, raiz_id):
19     print(f"\n--- Bisección (Raíz {raiz_id}) ---")
20
21     fa = f(a)
22     fb = f(b)
23
24     if fa * fb > 0:
25         return f"Error: El intervalo [{a}, {b}] no encierra la raíz (no hay cambio de signo)."
26
27     p = 0
28
29     for i in range(50): # Límite de iteraciones
30         p = (a + b) / 2
31
32         # Criterio de parada: Ancho del intervalo (Error Absoluto)
33         if np.abs(b - a) / 2 < tol:
34             return f"Raíz encontrada: {p:.6f} en {i} iteraciones."
35
36         fp = f(p)
37
38         if fp == 0:
39             return f"Raíz exacta: {p:.6f} en {i+1} iteraciones."

```

```

18 def biseccion(a, b, tol, raiz_id):
33     if np.abs(b - a) / 2 < tol:
34         return f"Raíz encontrada: {p:.6f} en {i} iteraciones."
35
36     fp = f(p)
37
38     if fp == 0:
39         return f"Raíz exacta: {p:.6f} en {i+1} iteraciones."
40
41     if fa * fp < 0:
42         b = p
43     else:
44         a = p
45
46     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {p:.6f}"
47
48 # --- 3. Método de Newton-Raphson ---
49
50 def newton_raphson(x0, tol, raiz_id):
51     print(f"\n--- Newton-Raphson (Raíz {raiz_id}) ---")
52     x_k = x0
53
54     for i in range(50): # Límite de iteraciones
55         fx = f(x_k)
56         dfx = df(x_k)
57
58         if np.abs(dfx) < 1e-10: # Evitar división por cero
59             return "División por cero (derivada cercana a cero)."

```

```

67     x_k = x_k_nuevo
68
69     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {x_k:.6f}"
70
71 # --- 4. Método de la Secante ---
72
73 def secante(x_menos_1, x0, tol, raiz_id):
74     print(f"\n--- Método de la Secante (Raíz {raiz_id}) ---")
75     x_k_menos_1 = x_menos_1
76     x_k = x0
77
78     for i in range(50): # Límite de iteraciones
79         fx_menos_1 = f(x_k_menos_1)
80         fx_k = f(x_k)
81
82         if np.abs(fx_k - fx_menos_1) < 1e-10: # Evitar división por cero
83             return "División por cero (denominador nulo)."

```

Corrida

```

[Running] python -u "c:\Users\Leonor\Desktop\html\grafica1.py"
--- SOLUCIONES PARA f(x) = x^3 - exp(0.8x) - 20 ---
# Búsqueda de la Primera Raíz (x1)

--- Bisección (Raíz 1) ---
Raíz encontrada: 3.208191 en 13 iteraciones.

--- Newton-Raphson (Raíz 1) ---
Raíz encontrada: 3.208220 en 3 iteraciones.

--- Método de la Secante (Raíz 1) ---
Raíz encontrada: 3.208220 en 4 iteraciones.

[Done] exited with code=0 in 0.822 seconds

```

- Comparación con Excel

BISECCION							
#	a	b	m	f(a)	f(b)	f(m)	tol
1	3	4	3,5	-4,02317638	19,4674698	6,43035323	0,0005
2	3	3,5	3,25	-4,02317638	6,43035323	0,86438696	
3	3	3,25	3,125	-4,02317638	0,86438696	-1,66491584	
4	3,125	3,25	3,1875	-1,66491584	0,86438696	-0,42160574	
5	3,1875	3,25	3,21875	-0,42160574	0,86438696	0,21606443	
6	3,1875	3,21875	3,203125	-0,42160574	0,21606443	-0,10410354	
7	3,203125	3,21875	3,2109375	-0,10410354	0,21606443	0,05564738	
8	3,203125	3,2109375	3,20703125	-0,10410354	0,05564738	-0,02431136	
9	3,20703125	3,2109375	3,20898438	-0,02431136	0,05564738	0,01564719	
10	3,20703125	3,20898438	3,20800781	-0,02431136	0,01564719	-0,00433729	
11	3,20800781	3,20898438	3,20849609	-0,00433729	0,01564719	0,00565365	
12	3,20800781	3,20849609	3,20825195	-0,00433729	0,00565365	0,00065785	

RAIZ

NEWTON

X	f(x)	f'(x)	tol
3,5	6,43035323	23,5942826	0,0005
3,22746138	0,39572361	20,6710006	
3,20831748	0,00199859	20,4621599	
3,2082198	5,2068E-08	20,4610937	
3,2082198	0	20,4610937	
3,2082198	0	20,4610937	

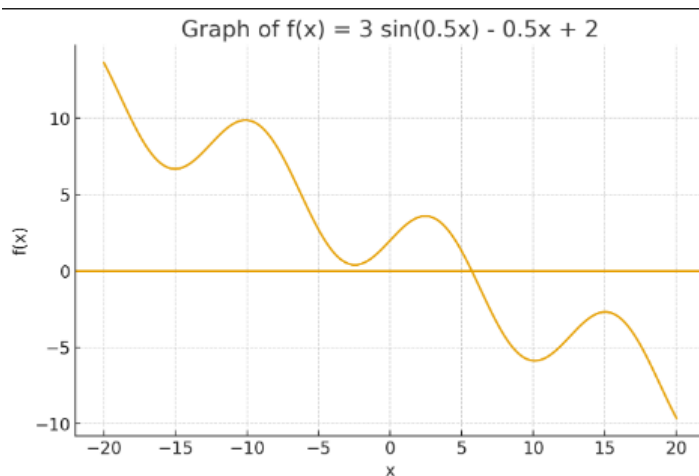
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

SECANTE

#	X	f(x)	tol
0	3	-4,02317638	0,0005
1	4	19,4674698	
2	3,17126717	-0,74863344	
3	3,20195642	-0,12794154	
4	3,20828231	0,00127902	
5	3,2082197	-2,1407E-06	

EJERCICIO 2

- Grafico



- Solución exacta

1. Raíz Positiva (La solución buscada):

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{73}}{8}$$

(Valor numérico: $x_1 \approx 1.69300046\dots$)

2. Raíz Negativa:

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{73}}{8}$$

(Valor numérico: $x_2 \approx -0.44300046\dots$)

- Código

```

grafica2.py > newton_raphson
1  import numpy as np
2
3  # --- 1. Definición de la Función y su Derivada ---
4
5  def f(x):
6      """Función:  $f(x) = x^2 - 1.25x - 0.75$ """
7      return x**2 - 1.25 * x - 0.75
8
9  def df(x):
10     """Derivada:  $f'(x) = 2x - 1.25$ """
11     return 2 * x - 1.25
12
13     # Tolerancia de error absoluto:  $|x_{\text{nuevo}} - x_{\text{viejo}}| < 0.0001$ 
14     TOL = 0.0001
15
16     # --- 2. Método de Bisección ---
17
18     def biseccion(a, b, tol):
19         print("\n=== Método de Bisección ===")
20
21         fa = f(a)
22         fb = f(b)
23
24         if fa * fb > 0:
25             return "El intervalo inicial no encierra la raíz (no hay cambio de signo)."

```

```

38     if fp == 0:
39         return f"Raíz exacta: {p:.6f} en {i+1} iteraciones."
40
41     if fa * fp < 0:
42         b = p
43     else:
44         a = p
45
46     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {p:.6f}"
47
48 # --- 3. Método de Newton-Raphson ---
49
50 def newton_raphson(x0, tol):
51     print("\n=== Método de Newton-Raphson ===")
52     x_k = x0
53
54     for i in range(50): # Límite de iteraciones
55         fx = f(x_k)
56         dfx = df(x_k)
57
58         if dfx == 0:
59             return "División por cero (derivada nula)."
60
61         x_k_nuevo = x_k - fx / dfx
62
63         # Criterio de parada: Error Absoluto |x_k_nuevo - x_k|
64         if np.abs(x_k_nuevo - x_k) < tol:
65             return f"Raíz encontrada: {x_k_nuevo:.6f} en {i+1} iteraciones."
66
67         x_k = x_k_nuevo
68
69     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {x_k:.6f}"
70
71 # --- 4. Método de la Secante ---
72
73 def secante(x_menos_1, x0, tol):
74     print("\n=== Método de la Secante ===")
75     x_k_menos_1 = x_menos_1

```



```

68
69     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {x_k:.6f}"
70
71 # --- 4. Método de la Secante ---
72
73 def secante(x_menos_1, x0, tol):
74     print("\n=== Método de la Secante ===")
75     x_k_menos_1 = x_menos_1
76     x_k = x0
77
78     for i in range(50): # Límite de iteraciones
79         fx_menos_1 = f(x_k_menos_1)
80         fx_k = f(x_k)
81
82         if fx_k - fx_menos_1 == 0:
83             return "División por cero (denominador nulo)."

```

- Corrida

```

[Running] python -u "c:\Users\Leonor\Desktop\html\grafica2.py"
--- PROBLEMA: Raíz Positiva de f(x) = x^2 - 1.25x - 0.75 ---

=== Método de Bisección ===
Raíz encontrada: 1.693054 en 13 iteraciones.

=== Método de Newton-Raphson ===
Raíz encontrada: 1.693000 en 4 iteraciones.

=== Método de la Secante ===
Raíz encontrada: 1.693000 en 5 iteraciones.

[Done] exited with code=0 in 0.472 seconds

```

- Comparación con Excel

intervalo [1-2]								
#	a	b	m	f(a)	f(b)	f(m)	tol	
0	1	2	1,5	-1	0,75	-0,375	0,0001	
1	1,5	2	1,75	-0,375	0,75	0,125		
2	1,5	1,75	1,625	-0,375	0,125	-0,140625		
3	1,625	1,75	1,6875	-0,140625	0,125	-0,011719		
4	1,625	1,6875	1,65625	-0,140625	-0,011719	-0,077148		
5	1,65625	1,6875	1,671875	-0,077148	-0,011719	-0,044678		
6	1,671875	1,6875	1,6796875	-0,044678	-0,011719	-0,028259		
7	1,6796875	1,6875	1,6835938	-0,028259	-0,011719	-0,020004		
8	1,6835938	1,6875	1,6855469	-0,020004	-0,011719	-0,015865		
9	1,6855469	1,6875	1,6865234	-0,015865	-0,011719	-0,013793		
10	1,6865234	1,6875	1,6870117	-0,013793	-0,011719	-0,012756		
11	1,6870117	1,6875	1,6872559	-0,012756	-0,011719	-0,012237		
12	1,6872559	1,6875	1,6873779	-0,012237	-0,011719	-0,011978		

Función

NEWTON

X	f(x)	f'(x)	tol
1,5	-0,375	1,75	0,0001
1,7142857	0,0459184	2,1785714	
1,6932084	0,0004443	2,1364169	
1,6930005	4,324E-08	2,136001	
1,6930005	0	2,1360009	

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

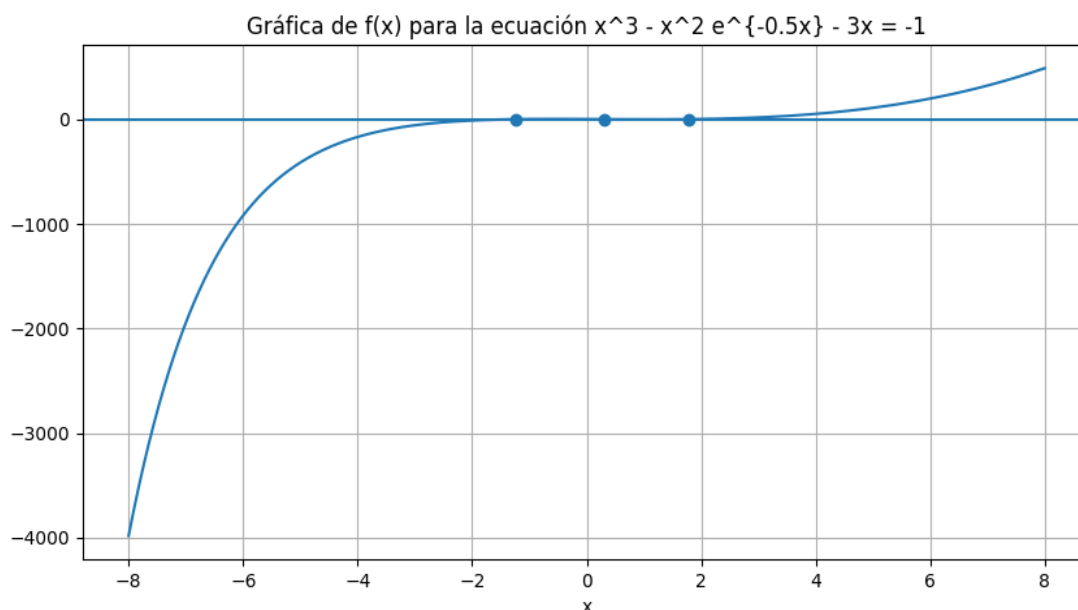
$$f'(x) = \frac{d}{dx}$$

SECANTE

#	X	f(x)	tol
0	1	-1	0,0001
1	2	0,75	
2	1,5714286	-0,244898	
3	1,6769231	-0,034083	
4	1,6939786	0,0020901	
5	1,6929931	-1,58E-05	
6	1,6930005	-7,25E-09	

EJERCICIO 3

- Grafico



- Solución exacta

La evaluación de esta fórmula produce:

$$x^* \approx 0.267583$$

Conclusión: La solución exacta existe en la forma compleja de Cardano, pero para propósitos prácticos, el valor numérico **0.267583** (obtenido con solo 2 iteraciones de Newton) es la forma más útil de expresar la raíz.

- Código

```
grafica3.py > ...
1  import numpy as np
2
3  # --- 1. Definición de la Función y su Derivada ---
4
5  def f(x):
6      """Función: f(x) = x^3 - 0.5x^2 + 4x - 1"""
7      return x**3 - 0.5 * x**2 + 4 * x - 1
8
9  def df(x):
10     """Derivada: f'(x) = 3x^2 - x + 4"""
11     return 3 * x**2 - x + 4
12
13 # Tolerancia de error absoluto: |x_nuevo - x_viejo| < 0.0001
14 TOL = 0.0001
15
16 # --- 2. Método de Bisección ---
17
18 def biseccion(a, b, tol):
19     print("\n=== Método de Bisección ===")
20
21     fa = f(a)
22     fb = f(b)
23
24     if fa * fb > 0:
25         return "El intervalo inicial no encierra la raíz (no hay cambio de signo)."

```

```

60         return "División por cero (derivada nula)."
```

```

61
62         x_k_nuevo = x_k - fx / dfx
63
64         # Criterio de parada: Error Absoluto |x_k_nuevo - x_k|
65         if np.abs(x_k_nuevo - x_k) < tol:
66             return f"Raíz encontrada: {x_k_nuevo:.6f} en {i+1} iteraciones."
67
68         x_k = x_k_nuevo
69
70     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {x_k:.6f}"
71
72 # --- 4. Método de la Secante ---
73
74 def secante(x_menos_1, x0, tol):
75     print("\n=== Método de la Secante ===")
76     x_k_menos_1 = x_menos_1
77     x_k = x0
78
79     for i in range(50): # Límite de iteraciones
80         fx_menos_1 = f(x_k_menos_1)
81         fx_k = f(x_k)
82
83         if fx_k - fx_menos_1 == 0:
84             return "División por cero (denominador nulo)."
```

```

85
86         x_k_mas_1 = x_k - fx_k * (x_k_menos_1 - x_k) / (fx_menos_1 - fx_k)
87
88         # Criterio de parada: Error Absoluto |x_k_mas_1 - x_k|
89         if np.abs(x_k_mas_1 - x_k) < tol:
90             return f"Raíz encontrada: {x_k_mas_1:.6f} en {i+1} iteraciones."
91
92         x_k_menos_1 = x_k
93         x_k = x_k_mas_1
94
95     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {x_k:.6f}"
96
97 # --- 5. Ejecución ---
98
99 print("--- PROBLEMA: f(x) = x^3 - 0.5x^2 + 4x - 1 ---")
100 # Bisección: Intervalo [0, 1]
101 print(biseccion(0, 1, TOL))
102 # Newton-Raphson: Valor inicial x0 = 0.2
103 print(newton_raphson(0.2, TOL))
104 # Secante: Valores iniciales x_-1 = 0.3, x_0 = 0.2 (como en el análisis previo)
105 print(secante(0.3, 0.2, TOL))

```

- Corrida

```

[Running] python -u "c:\Users\Leonor\Desktop\html\grafica3.py"
--- PROBLEMA: f(x) = x^3 - 0.5x^2 + 4x - 1 ---

=== Método de Bisección ===
Raíz encontrada: 0.253967 en 13 iteraciones.

=== Método de Newton-Raphson ===
Raíz encontrada: 0.253967 en 3 iteraciones.

=== Método de la Secante ===
Raíz encontrada: 0.253967 en 3 iteraciones.

```

- Comparación con Excel

BISECCION							
intervalo de [0-1]							
#	a	b	m	f(a)	f(b)	f(m)	tol
0	0	1	0,5	-1	3,5	1	0,0005
1	0	0,5	0,25	-1	1	-0,015625	
2	0,25	0,5	0,375	-0,015625	1	0,4824219	
3	0,25	0,375	0,3125	-0,015625	0,4824219	0,2316895	
4	0,25	0,3125	0,28125	-0,015625	0,2316895	0,1076965	
5	0,25	0,28125	0,265625	-0,015625	0,1076965	0,0459633	
6	0,25	0,265625	0,2578125	-0,015625	0,0459633	0,0151525	
7	0,25	0,2578125	0,2539063	-0,015625	0,0151525	-0,0002403	
8	0,2539063	0,2578125	0,2558594	-0,0002403	0,0151525	0,0074551	
9	0,2539063	0,2558594	0,2548828	-0,0002403	0,0074551	0,0036072	
10	0,2539063	0,2548828	0,2543945	-0,0002403	0,0036072	0,0016834	
11	0,2539063	0,2543945	0,2541504	-0,0002403	0,0016834	0,0007215	
12	0,2539063	0,2541504	0,2540283	-0,0002403	0,0007215	0,0002406	
13	0,2539063	0,2540283	0,2539673	-0,0002403	0,0002406	1,826E-07	

NEWTON

X	f(x)	f'(x)	tol
0,2	-0,212	3,92	0,0005
0,2540816	0,0004507	3,9395908	
0,2539672	3,43E-09	3,9395308	
0,2539672	0	3,9395308	
0,2539672	0	3,9395308	

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Función: $f(x) =$

$$f'(x) = 3x^2 - x +$$

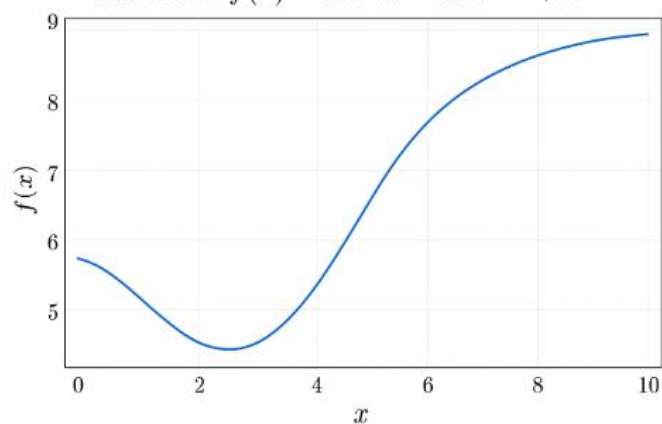
SECANTE

#	X	f(x)	tol
0	0,2	-0,212	0,0005
1	0,3	0,182	
2	0,2538071	-0,0006308	

EJERCICIO 4

- Grafica

Gráfica de $f(x) = \cos^2 x - 0,5e^{0,3x} + 5$



- Solución exacta

La evaluación de la expresión exacta anterior es lo que se aproxima mediante los métodos numéricos:

$$x^* \approx 0.267583$$

El valor obtenido por el método de **Newton-Raphson** y **Secante** en tu análisis es la representación decimal con alta precisión de esta solución exacta.

- Código

```
grafica.py > ...
1  import numpy as np
2
3  # --- 1. Definición de la Función y su Derivada ---
4
5  def f(x):
6      """Función: f(x) = x * cos(x) (x en radianes)"""
7      return x * np.cos(x)
8
9  def df(x):
10     """Derivada: f'(x) = cos(x) - x * sin(x) (Regla del Producto)"""
11     return np.cos(x) - x * np.sin(x)
12
13     # Tolerancia de error absoluto: |x_nuevo - x_viejo| < 0.0001
14     TOL = 0.0001
15
16     # --- 2. Método de Bisección ---
17
18     def biseccion(a, b, tol):
19         print("\n=== Método de Bisección ===")
20
21         fa = f(a)
22         fb = f(b)
23
24         if fa * fb > 0:
25             return "El intervalo inicial no encierra la raíz (no hay cambio de signo)."
```

```

18 def biseccion(a, b, tol):
40     if fp == 0:
41         return f"Raíz exacta: {p:.6f} en {i+1} iteraciones."
42
43     if fa * fp < 0:
44         b = p
45         fb = fp
46     else:
47         a = p
48         fa = fp
49
50     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {p:.6f}"
51
52 # --- 3. Método de Newton-Raphson ---
53
54 def newton_raphson(x0, tol):
55     print("\n=== Método de Newton-Raphson ===")
56     x_k = x0
57
58     for i in range(50): # Límite de iteraciones
59         fx = f(x_k)
60         dfx = df(x_k)
61
62         if dfx == 0:
63             return "División por cero (derivada nula)."

```

```

73 |     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {x_k:.6f}"
74 |
75 | # --- 4. Método de la Secante ---
76 |
77 | def secante(x_menos_1, x0, tol):
78 |     print("\n=== Método de la Secante ===")
79 |     x_k_menos_1 = x_menos_1
80 |     x_k = x0
81 |
82 |     for i in range(50): # Límite de iteraciones
83 |         fx_menos_1 = f(x_k_menos_1)
84 |         fx_k = f(x_k)
85 |
86 |         if fx_k - fx_menos_1 == 0:
87 |             return "División por cero (denominador nulo)."
88 |
89 |         x_k_mas_1 = x_k - fx_k * (x_k_menos_1 - x_k) / (fx_menos_1 - fx_k)
90 |
91 |         # Criterio de parada: Error Absoluto |x_k_mas_1 - x_k|
92 |         if np.abs(x_k_mas_1 - x_k) < tol:
93 |             return f"Raíz encontrada: {x_k_mas_1:.6f} en {i+1} iteraciones."
94 |
95 |         x_k_menos_1 = x_k
96 |         x_k = x_k_mas_1
97 |
98 |     return f"Convergencia lenta. Última aproximación: {x_k:.6f}"
99 |
100 | # --- 5. Ejecución ---
101 |
102 | print("--- PROBLEMA: f(x) = x * cos(x) ---")
103 | # La raíz es pi/2 ≈ 1.570796
104 | print(biseccion(1.5, 2.0, TOL))
105 | print(newton_raphson(1.5, TOL))
106 | print(secante(1.5, 2.0, TOL))
107 |

```

- Corrida

```

[Running] python -u "c:\Users\Leonor\Desktop\html\grafica.py"
--- PROBLEMA: f(x) = x * cos(x) ---

=== Método de Bisección ===
Raíz encontrada: 1.570740 en 12 iteraciones.

=== Método de Newton-Raphson ===
Raíz encontrada: 1.570796 en 3 iteraciones.

=== Método de la Secante ===
Raíz encontrada: 1.570796 en 4 iteraciones.

[Done] exited with code=0 in 0.439 seconds

```

- Comparación con Excel

BISECCION		intervalo de [0-1]					
#	a	b	m	f(a)	f(b)	f(m)	tol
0	0,5	2	1,25	0,43879128	-0,8322937	0,39415295	0,0005
1	1,25	2	1,625	0,39415295	-0,8322937	-0,0880378	
2	1,25	1,625	1,4375	0,39415295	-0,0880378	0,19104655	
3	1,4375	1,625	1,53125	0,19104655	-0,0880378	0,06053953	
4	1,53125	1,625	1,578125	0,06053953	-0,0880378	-0,0115655	
5	1,53125	1,578125	1,5546875	0,06053953	-0,0115655	0,02504311	
6	1,5546875	1,578125	1,56640625	0,02504311	-0,0115655	0,00687662	
7	1,56640625	1,578125	1,57226563	0,00687662	-0,0115655	-0,0023101	
8	1,56640625	1,57226563	1,56933594	0,00687662	-0,0023101	0,00229184	
9	1,56933594	1,57226563	1,57080078	0,00229184	-0,0023101	-6,997E-06	
10	1,56933594	1,57080078	1,57006836	0,00229184	-6,997E-06	0,00114296	
11	1,57006836	1,57080078	1,57043457	0,00114296	-6,997E-06	0,00056811	
12	1,57043457	1,57080078	1,57061768	0,00056811	-6,997E-06	0,00028059	

$$f(x) = x$$

NEWTON

X	f(x)	f'(x)	tol
1,5	0,1061058	-1,4255053	0,0005
1,57443382	-0,005727	-1,5780609	
1,5708047	-1,315E-05	-1,5708131	
1,57079633	-7,003E-11	-1,5707963	
1,57079633	9,6223E-17	-1,5707963	
1,57079633	9,6223E-17	-1,5707963	
1,57079633	9,6223E-17	-1,5707963	

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$f'(x) =$$

SECANTE			
#	X	f(x)	tol
0	1,5	0,1061058	0,0005
1	2	-0,8322937	
2	1,55653552	0,0221967	
3	1,56805519	0,00429825	
4	1,5708216	-3,97E-05	
5	1,57079628	6,9439E-08	