

B 方向课程设计终期报告

课 题： 基于介质超透镜阵列的高效光学多
参量探测系统设计

学 院： 光学与电子信息学院

专 业： 光电信息科学与工程

班 级： 光电中法 1801 班

时 间： 2021 年 07 月 04 日

组 长： 陆如斯 U201815532

组 员： 李昊洋 U201811435

肖翔铭 U201811503

目 录

摘要	3
1. 引言	4
2. 理论与数值仿真模型	5
2.1 论文 1 概述及仿真	5
2.2 论文 2 设计及仿真	7
2.3 用论文 2 正交分光的聚焦方法改进论文 1	10
3. 结果分析与讨论	16
3.1 论文 1 结果复现分析	16
3.2 论文 2 结果复现分析	20
3.3 使用论文 2 思路对论文 1 的改进的分析	21
3.4 拓展内容：频率测量	25
4. 结论	30
5. 参考文献	31
附录（小组分工）	33
附录（程序代码）	34

基于介质超透镜阵列的高效光学多参量探测系统设计

摘要：

光可以携带丰富的信息，包括振幅、相位、偏振、频率。传统的光学参量探测系统往往依赖复杂的设备，并且精度受限。有科研人员提出并设计了用人造超表面对光进行调制和分析，用广义哈特曼-夏克阵列实现了对 x 、 y 、 a 、 b 、 r 、 l 六种偏振光的分别聚焦，实现多光学参量的同时探测[1]。另外，有科研人员设计了三组超透镜结构，实现了对一组正交的偏振光的分光聚焦[2]。小组对两组光学参量探测系统设计进行了学习研究，在此基础上展开仿真分析，并且尝试用分光聚焦的方式改进广义哈特曼-夏克阵列，得到了一系列结果与分析。

关键词：

超表面、偏振态检测、数值仿真、相位梯度

1. 引言

人造超表面 (Metasurface) 是指二维人工超材料。相比三维结构其最大的优点就是结构简单、易于加工。2011 年科研人员首次发现, 通过改变结构设计可以控制人造超表面对入射光波前进行任意相位调制, 因此其在光学负折射、超分辨成像、涡旋光束等方面有广泛的应用前景。本次课程设计主要关注用超结构阵列实现对不同偏振光的波前调控, 以实现聚焦, 并高效探测多种光学参量。

最近, 科研人员利用超表面材料设计了一种快速、紧凑的光学多参量检测方法。相比传统方法, 它具有强大的优势。但由于其设计采用的是偏振滤波原理, 因此该系统存在平均 50% 的能量损失。另外, 有科研人员设计了一组超透镜结构, 可以将正交偏振的入射光分别聚焦在 xy 平面的两个位置, 可以高效地利用入射光能量。但其功能单一, 工作波长有局限性。小组用第二组设计的思路改进第一组设计的广义哈特曼-夏克阵列, 使之工作在 1550nm 波段, 兼具高效性和光强、偏振、相位的多探测功能。同时, 关于用超表面方法探测光的频率, 小组进行了一些尝试。经过一系列仿真分析, 小组收获丰富。

我们小组的主要工作都围绕论文 Generalized Hartmann-Shack array of dielectric metalens sub-arrays for polarimetric beam profiling[1]和 Full-Stokes imaging polarimetry using dielectric metasurfaces[2]展开。在接下来的讨论中, 我们将其分别简称为论文 1 和论文 2。

2. 理论与数值仿真模型

2.1 论文 1 概述及仿真

华中科技大学杨振宇教授团队和武汉光电国家研究中心夏金松教授团队推广了哈特曼-夏克透镜阵列的概念，不仅可以测量相位信息，还可以同时绘制偏振图像，从而将超表面这一概念带入了系统的层次。在此，他们提出并实现了一种基于全介电透射模式超透镜的 2×3 子阵列的广义哈特曼-夏克阵列。每个子阵列中的六个不同超透镜可以完全确定阵列中每个像素区域的斯托克斯参数。

根据论文 1 的内容，我们以边长为 $a=1500\text{nm}$ 的正方形二氧化硅基底上的高度为 $h=340\text{nm}$ 的硅椭圆柱为单元结构，用波长为 1550nm 的线偏振光入射，对不同长、短轴长度仿真扫描得到其相位突变并建立数据库。扫描点数定为 61×61 。

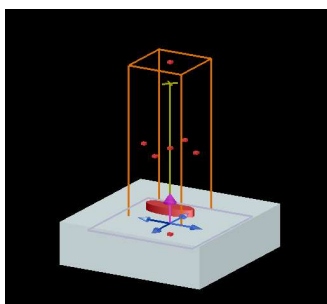


图1 论文 1 单元结构仿真模型

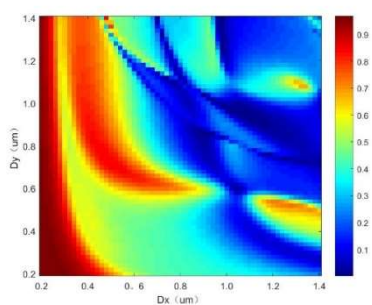


图2 论文 1 透射率扫描结果

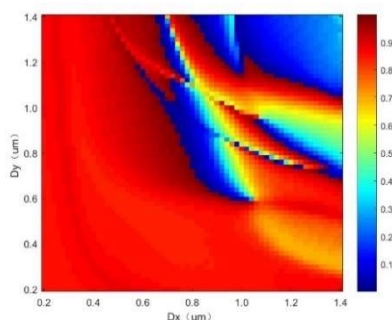


图3 论文 1 相位突变扫描结果

用扫描结果建立数据库后，我们小组计算出设计焦距为 30 μm 的超表面所需的相位突变并针对六种偏振态分别设计了超表面结构，并且编写脚本在 FDTD 中搭建了仿真模型进行实验。

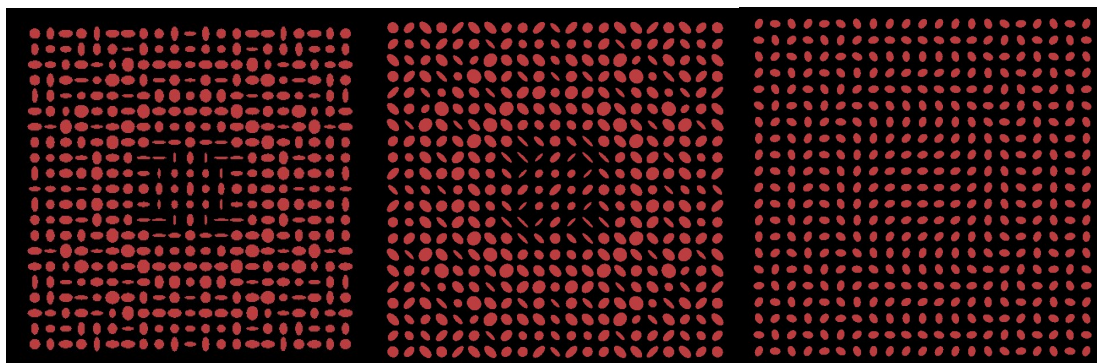


图4 针对"x"、"a"、"r"偏振设计的超表面结构

我们小组根据以上结果重现论文 1 的聚焦。

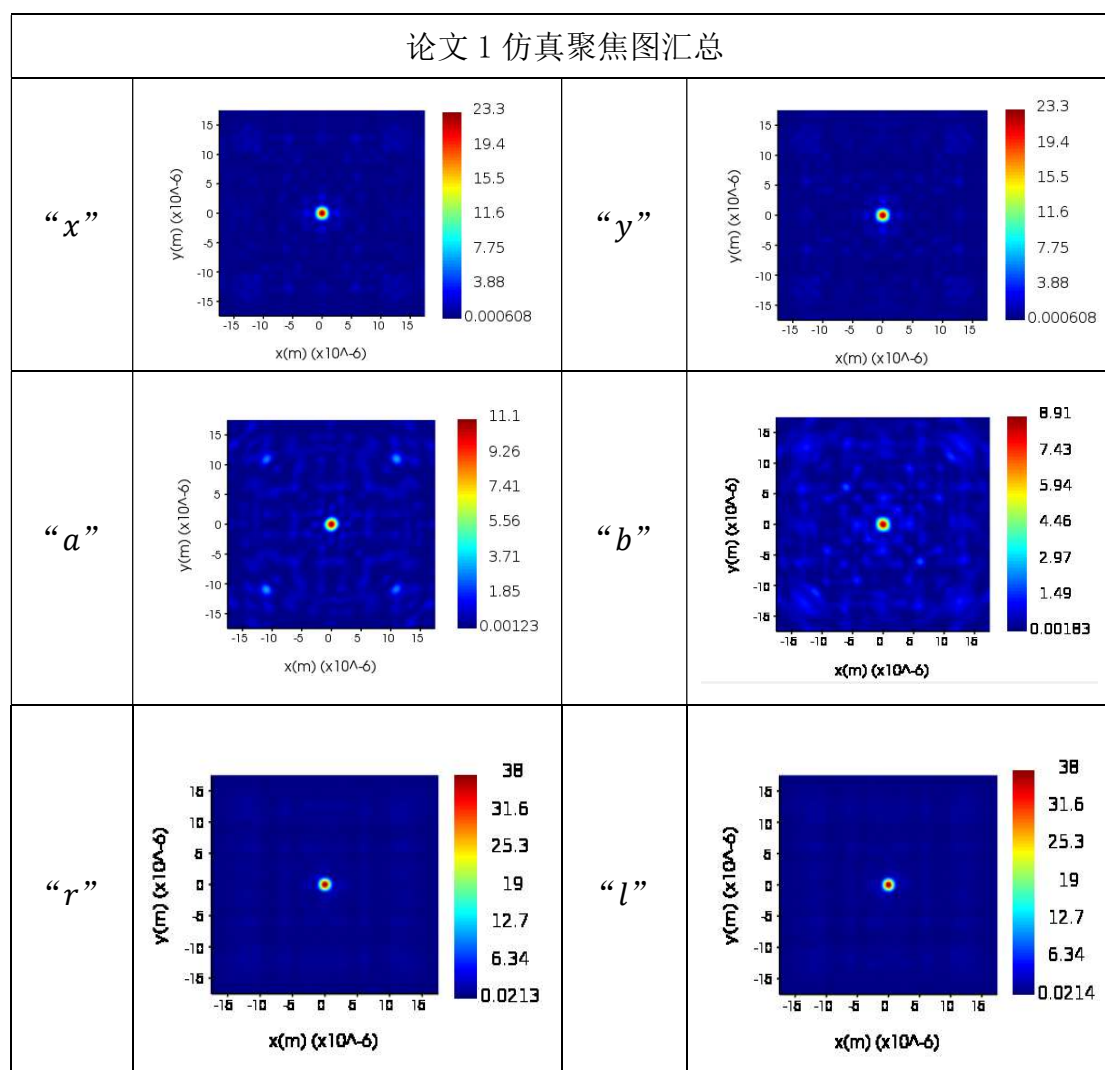


图5 论文 1 仿真聚焦图

2.2 论文 2 设计及仿真

论文 2 中超表面的设计原理与论文 1 相似，都是利用微纳结构引入相位突变来实现对偏振光的聚焦。二者主要的不同之处在于：1. 论文 2 使用的结构与论文 1 不同，实验参数也与论文 1 不同；2. 不同于论文 1 对 6 种偏振态设计了 6 个不同的超表面进行分光聚焦，论文 2 仅设计了 3 个超表面对应 3 组相互正交的偏振态。对于每一个超表面，两种正交的偏振态入射时会分别聚焦于焦平面的左右两处，从而实现更高的聚焦效率。

2.2.1 设计原理及方法

根据论文 2 的内容，我们以边长为 $a=480\text{nm}$ 的正方形二氧化硅基底上的高度为 $h=650\text{nm}$ 的硅矩形柱为单元结构，用波长为 850nm 的线偏振光入射，对不同长、短边长度仿真扫描得到其相位突变并建立数据库。

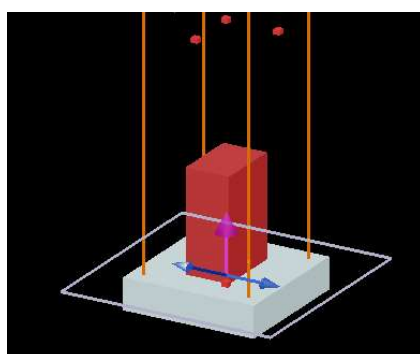


图6 论文 2 单元结构仿真模型

对以上结果进行扫描，我们得到了我们的扫描结果数据。

扫描结果	论文补充说明里的结果
------	------------

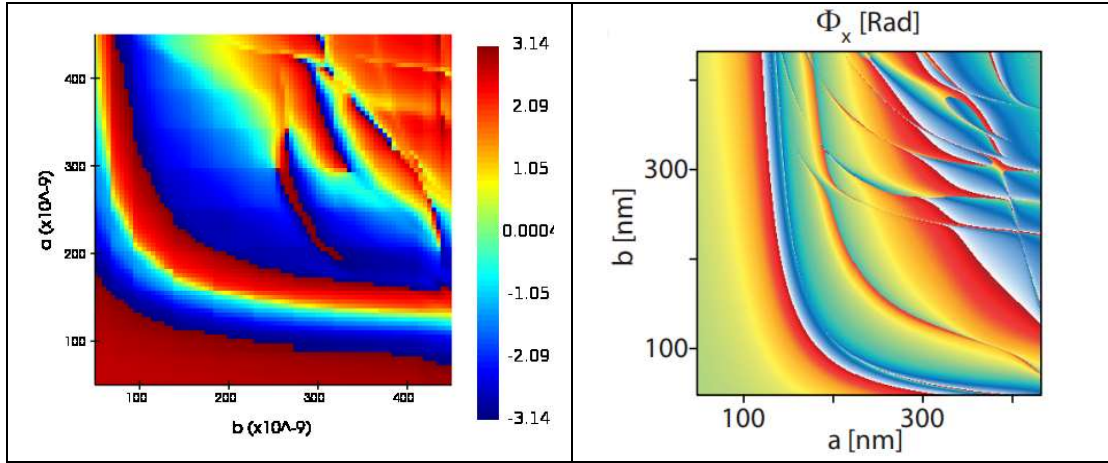


图7 论文 2 单元结构扫描结果对比

2.2.2 总体设计:

为了还原论文 2 的结构，我们将纳米柱设计为高度为 $h = 650\text{nm}$ ，周期为 480nm ， 10×20 的阵列（其中共使用 5×20 组数据，上下为对称结构），比较好地完成了“ H/V ”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“ $RHCP/LHCP$ ”三种结构的设计。

首先，为了获得每个矩形柱的长和宽 a 、 b ，我们分析在扫描单个结构中得到矩形硅柱长和宽 a 、 b 的不同取值所对应的不同相移的数据。由论文 2 的结论，每个位置所需的相移 ϕ 由如下公式给出：

$$\phi_{x0} = -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(x + 2.4)^2 + y^2 + f^2} - f \right) + \text{const} \quad (1)$$

$$\phi_{y0} = -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(x - 2.4)^2 + y^2 + f^2} - f \right) + \text{const} \quad (2)$$

其中， λ 是我们的设计自由空间波长为 850nm ，设计透镜焦距 $f = 9.6\mu\text{m}$ 。

因此，结合阵列中每个硅柱的坐标数据，可以计算出每个位置上的硅柱所需的相移大小。在数据处理方面，我们同样利用我们熟悉的 *Python*，通过编写与论文一算法思想相近的程序，实现了从单个结构扫描的相移数据库中找到每个位置上产生所需相移的最佳尺寸并输出。

2.2.3 “ H/V ”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“ $RHCP/LHCP$ ” 结构的设计

我们计算了每个位置的纳米柱对 x 和 y 偏振的理想相位，针对每个位置的纳米柱计算误差值 FOM （我们定义 $FoM = |\phi_{x0} - \phi_x| + |\phi_{y0} - \phi_y|$ ）遍历所有扫描点，找到误差最小的 FOM 对应的结构参数输出。总共设计了 5×20 个纳米柱，

输出了 100 个位置的最佳尺寸。此为“ H/V ”矩形柱阵列。

“ $\pm 45^\circ$ ”矩形柱的阵列与“ H/V ”类似，将每个纳米柱旋转 45° ，作为“ $\pm 45^\circ$ ”矩形柱的阵列。

“ $RHCP/LHCP$ ”的目标相位计算方法有所不同。对于圆偏振态正交分光的聚焦，我们根据琼斯矩阵方法 $E^{out} = TE^{in}$ 进行推导，最终解得：

$$\phi_x = \frac{\Phi_R + \Phi_L}{2} \quad (3)$$

$$\phi_y = \phi_x + \pi \quad (4)$$

$$\theta = \frac{\Phi_L - \Phi_R}{4} \quad (5)$$

通过以上方程，我们可以计算出“ $RHCP/LHCP$ ”中每个纳米柱的目标相位和所需的旋转角度。

得到上述纳米柱的结构尺寸后，我们利用了 *Lumerical Solution Script* 重写了实现排布上下对称阵列的脚本（以横轴为对称轴，用 5×20 组数据得到 10×20 的硅柱阵列）。

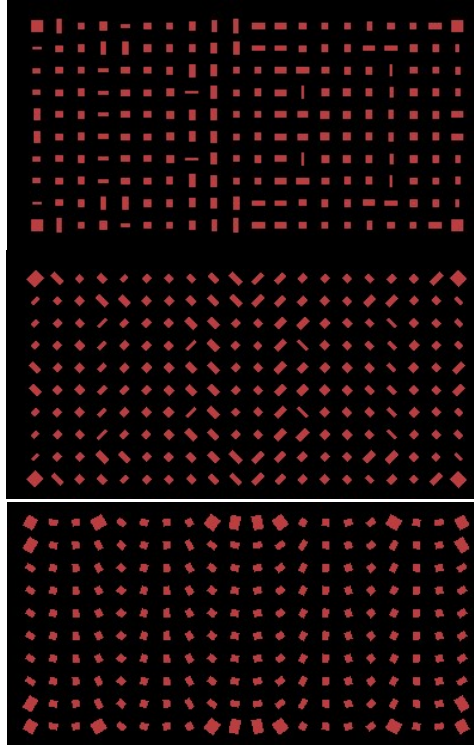


图8 针对三组偏振态设计的三个超表面

2.2.4 “H/V”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“RHCP/LHCP”的仿真聚焦结果

得到上述阵列后，我们加上 SiO_2 衬底，在距离 $\text{Si}-\text{SiO}_2$ 界面 $0.02\mu\text{m}$ 处放置 $40 \times 40\mu\text{m}$ 的平行光光源，监视器大小为 $40 \times 40\mu\text{m}$ ，放置于焦距 $30\mu\text{m}$ 处。利用FDTD扫描分析两个结构，得到论文2的聚焦图。

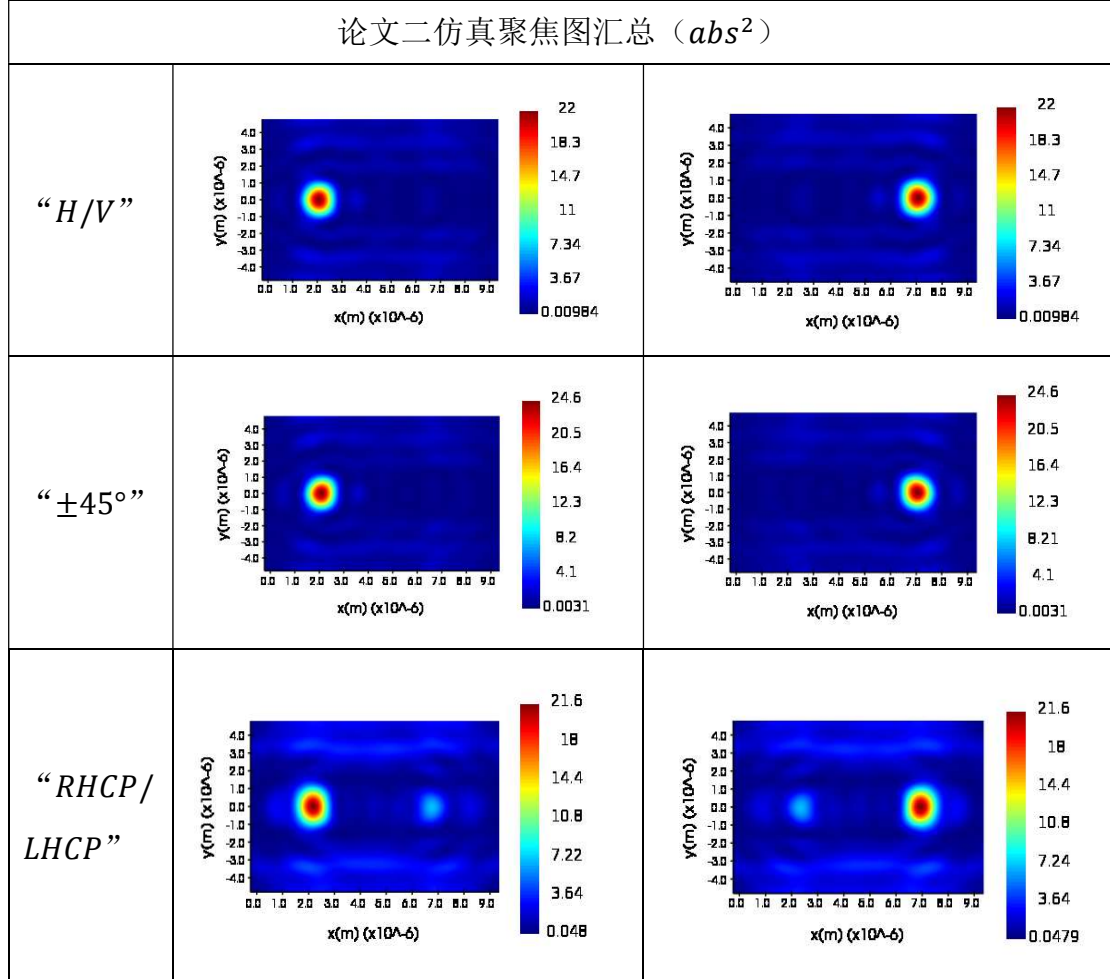


图9 论文二仿真聚焦图

2.3 用论文2 正交分光的聚焦方法改进论文1

2.3.1 椭圆柱的探索与研究

2.3.1.1 α 结构的探索

我们用论文2 正交分光的聚焦方法改进论文1 的结构。设计原理沿用论文2 正交分光的聚焦结构设计新的“H/V”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“RHCP/LHCP”三种结构。为了尽量保持论文1 的结构，我们先探究椭圆纳米柱的各种特性。

对于每个圆柱的半长轴和半短轴宽 D_x 、 D_y ，不同取值所对应的不同相移的数据，由论文 2 的结论，每个位置所需的相移 ϕ 同样由公式(1)和公式(2)给出。不同的是，其中的 λ 是我们的设计自由空间波长为 $1550nm$ ，设计透镜焦距 $f = 30\mu m$ 。

用类似的方法我们得到了第一个改进结构（定义为 α 结构）：

纳米柱设计为高度为 $h = 0.34\mu m$ ，周期为 $1.5\mu m$ ， 10×20 的阵列（其中共使用 5×20 组数据，上下为对称结构），设计了“ H/V ”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“ $RHCP/LHCP$ ”三种结构。

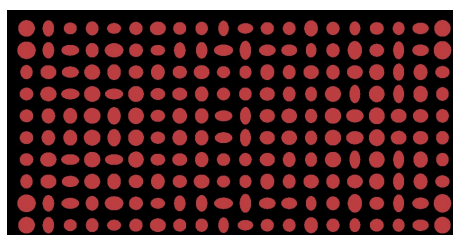


图10 针对 xy 偏振设计的 α 结构（“ H/V ”）

我们先通过扫描的 61×61 个数据进行选取，设计出的结构可以达到分光的效果但聚焦图不够理想。

2.3.1.2 α 结构的“ H/V ”聚焦结果，扫描数据库为 61×61 组数据

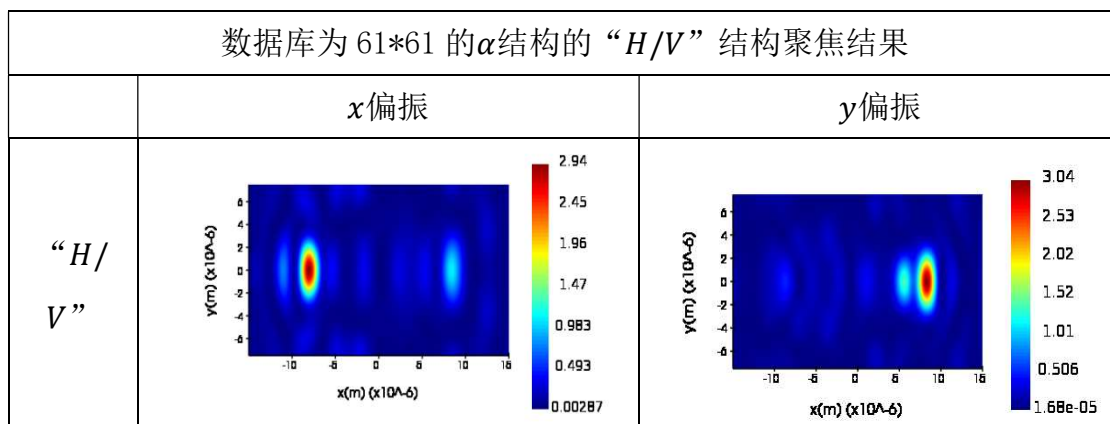


图11 61×61 的 α 结构的“ H/V ”结构聚焦

针对以上结果，我们初步分析是数据库包含的相位不够丰富，因此我们将之前的 $0.1\mu m - 0.7\mu m$ ， 61×61 的数据库换成 $0.35\mu m - 0.65\mu m$ ， 121×121 的数据。

α 结构的“ H/V ”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“ $RHCP/LHCP$ ”的仿真聚焦结果

数据库为 121×121 的 α 结构的仿真聚焦图汇总（ abs^2 ）

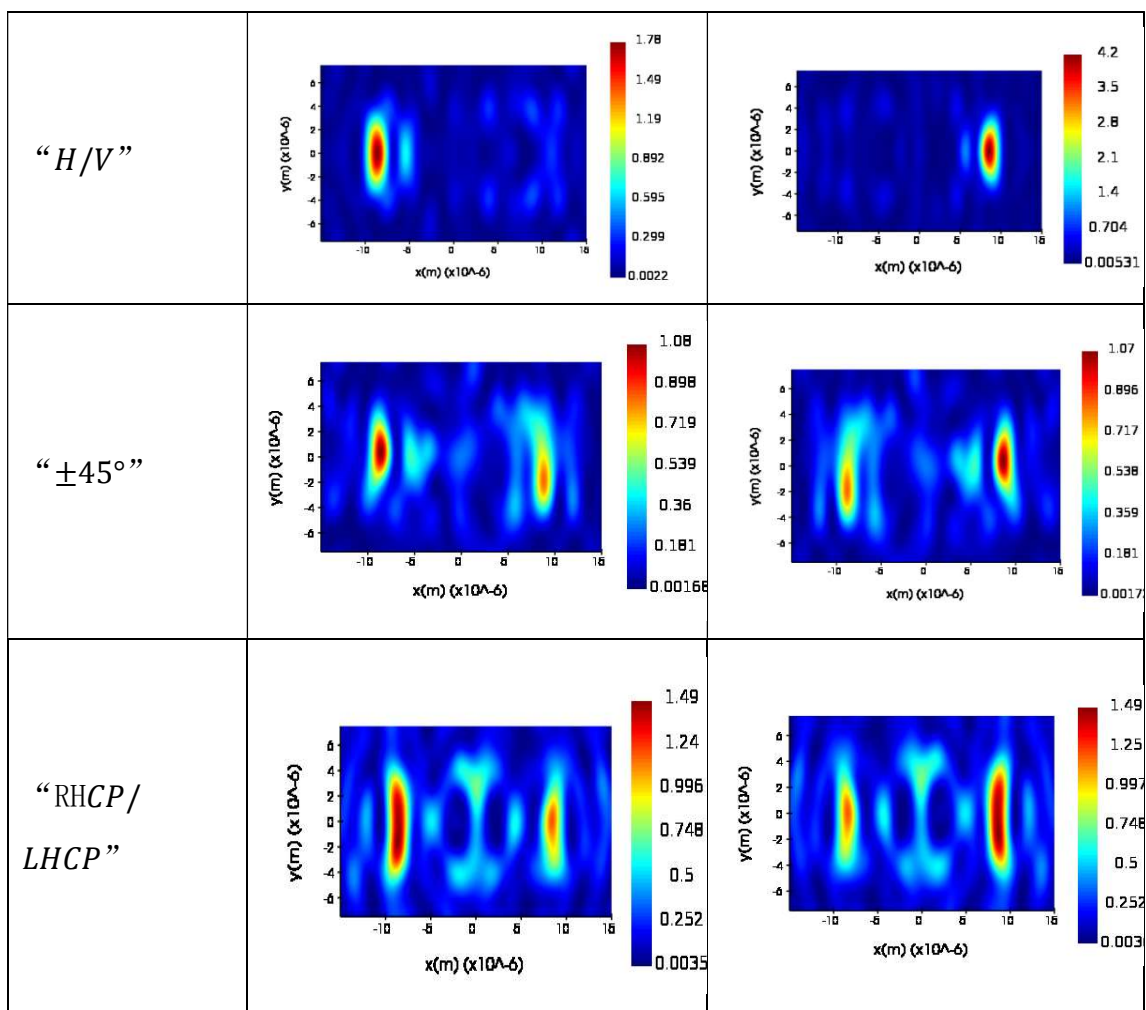


图12 121*121 的 α 结构的“H/V”结构聚焦

2.3.2 β 结构的探索

由于 α 结构的聚焦不理想，我们进一步改进的方向是将面阵数从 10×20 增大为 20×40 。得到了第二个改进结构（定义为 β 结构）：

纳米柱设计为高度为 $h = 0.34\mu\text{m}$ ，周期为 $1.5\mu\text{m}$ ， 20×40 的阵列（其中上下为对称结构）其焦距为 30，设计了“H/V”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“RHCP/LHCP”三种结构。

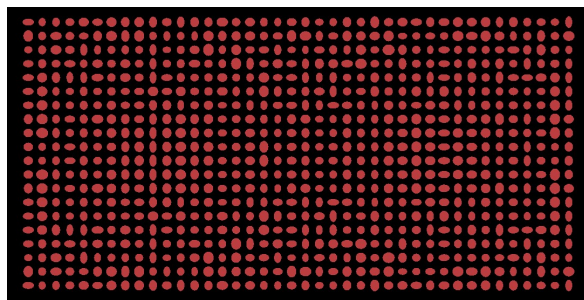


图13 针对 xy 偏振设计的 β 结构（“H/V”）

β 结构的“H/V”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“RHCP/LHCP”的仿真聚焦结果

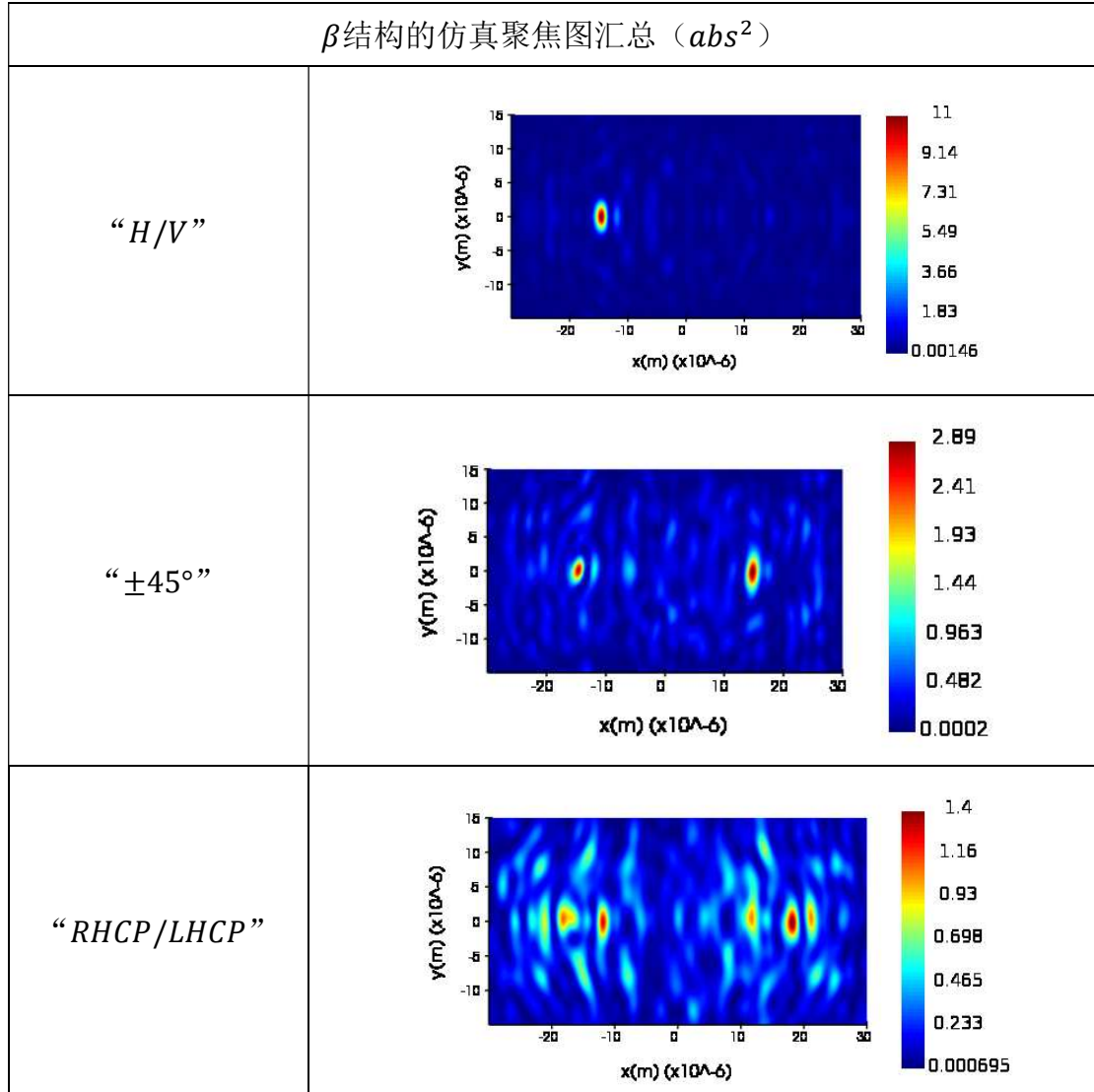


图14 β 结构的仿真聚焦图

在以上对椭圆柱的探索过程中，我们还尝试了一些其他的方法，如把扫描数据混用，以增加待选的点数、减小单个硅柱仿真中长短轴的扫描步长和改变结构周期等，效果都不理想。鉴于我们研究时间的限制，我们决定暂时搁置对椭圆柱的探索，改为对矩形纳米柱的探索与设计。

2.3.3 矩形柱改进论文1的探索与研究

2.3.3.1 γ 结构的探索

用矩形柱做 1550um 的单个结构扫描，结构参数由论文 2 给出的参数，经过由 850um 至 1550um 的近似等比例放大得到（单元结构周期 0.9um，矩形柱高度

1.2um，焦距 17.5um，扫描结构范围边长 0.1-0.6um）。

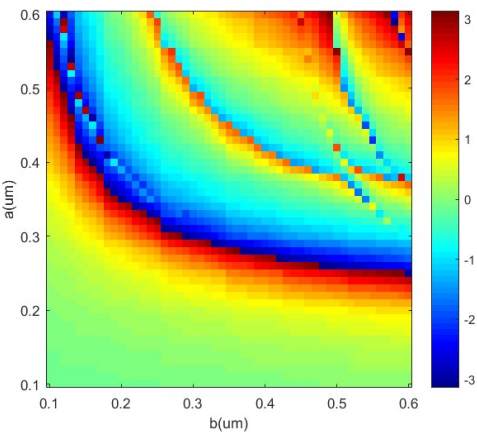


图15 矩形柱相位突变扫描结果

用类似的方法我们得到了第三个改进结构（定义为 γ 结构）：

纳米柱设计为高度为 $h = 0.34\mu\text{m}$ ，周期为 $0.9\mu\text{m}$ ， 10×20 的阵列（其中共使用 5×20 组数据,上下为对称结构）其焦距为 $17.5\mu\text{m}$,设计了“ H/V ”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“ $RHCP/LHCP$ ”三种结构。

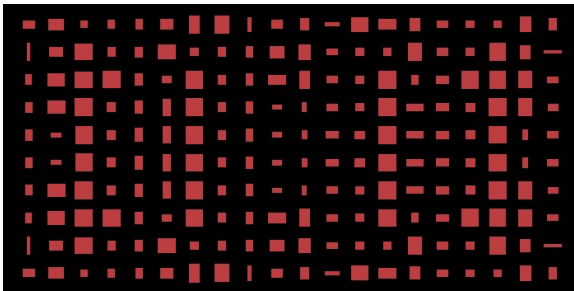


图16 针对 xy 偏振设计的 γ 结构（“H/V”）

γ 结构的“ H/V ”、“ $\pm 45^\circ$ ”、“ $RHCP/LHCP$ ”的仿真聚焦结果(最终设计成果)

	聚焦图（ abs^2 ）入射功率归一化（实际焦距处）	
结构 1 H/V		

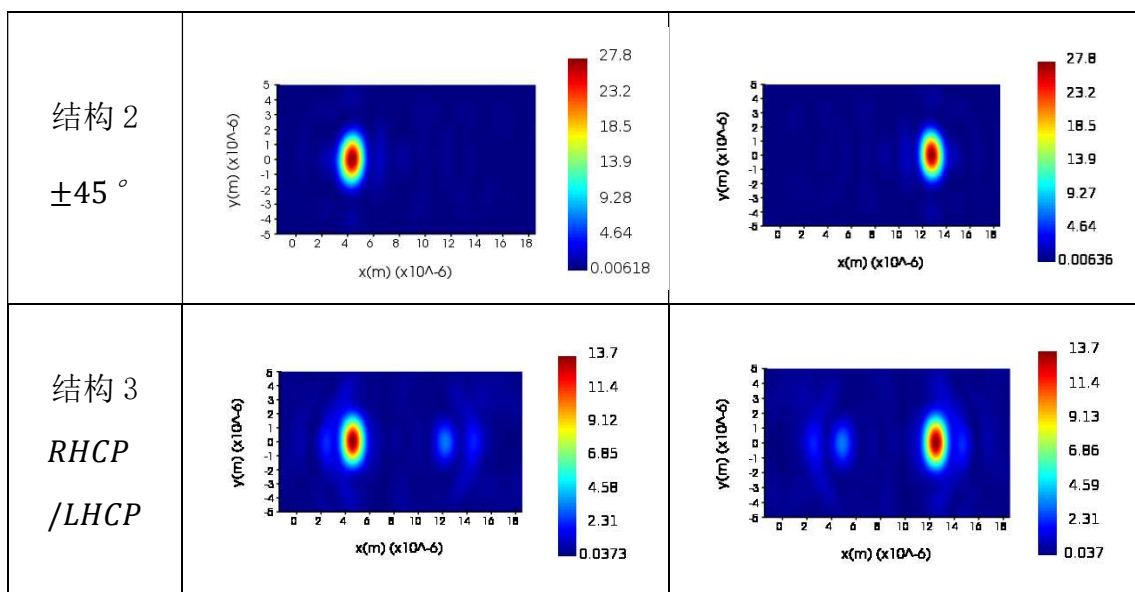


图17 γ 结构的聚焦结果

3. 结果分析与讨论

3.1 论文1 结果复现分析

3.1.1 偏振聚焦效果分析

依据我们分别针对“x”、“y”、“a”、“b”、“r”、“l”六种不同偏振设计的不同超表面结构。在结果分析中我们发现，设计焦距与结构实际聚焦效果最佳的位置有偏差。入射偏振光实际聚焦效果最强的位置在 $z=25\mu\text{m}$ 处。我们得到了六种不同偏振光的实际聚焦效果图。

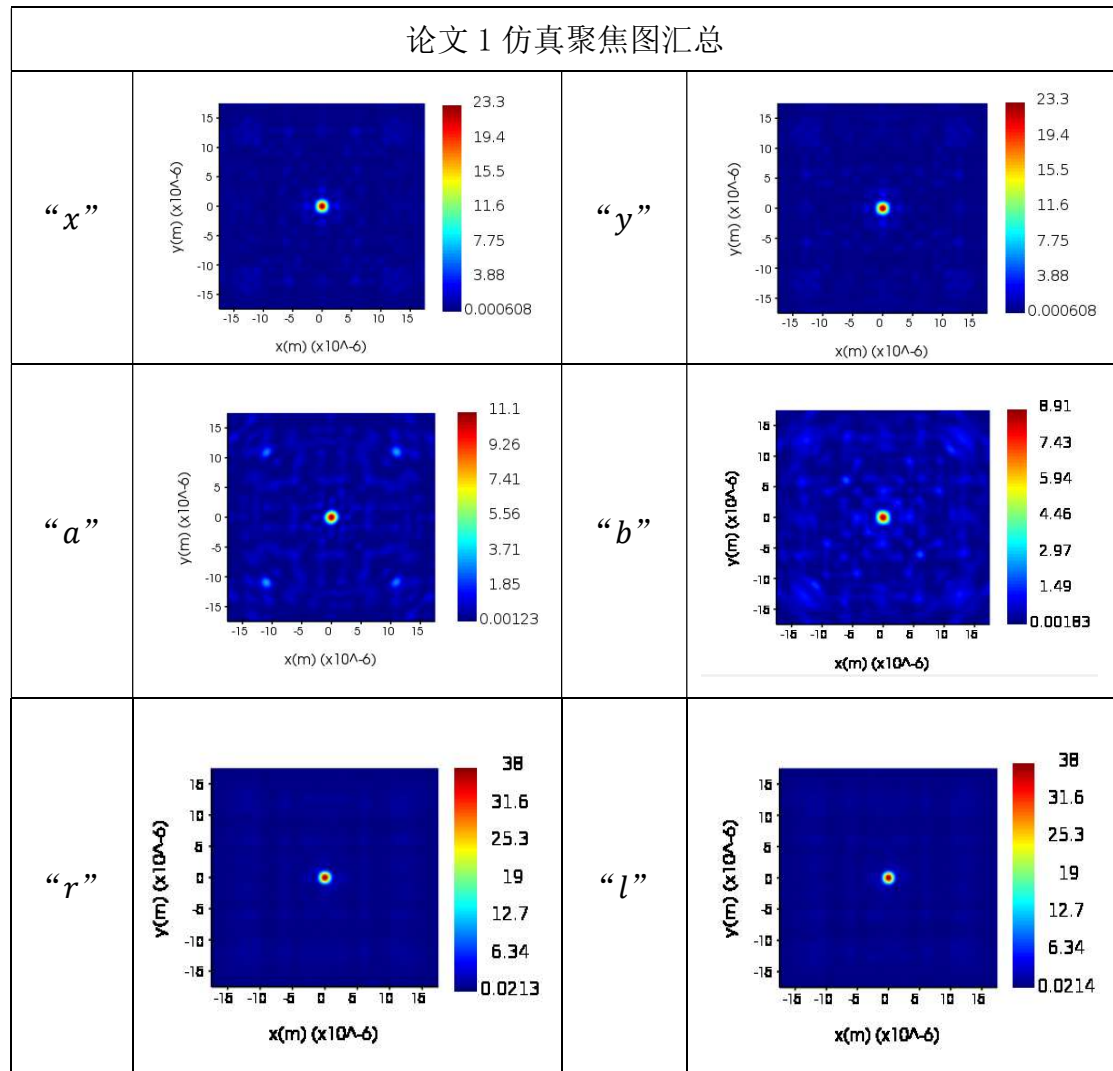


图18 实际聚焦处六种偏振的聚焦效果图

基于得到的聚焦结果，为了进一步分析，我们从得到的聚焦数据中选择最大场强、中心坐标和半高全宽三个方面进行分析。

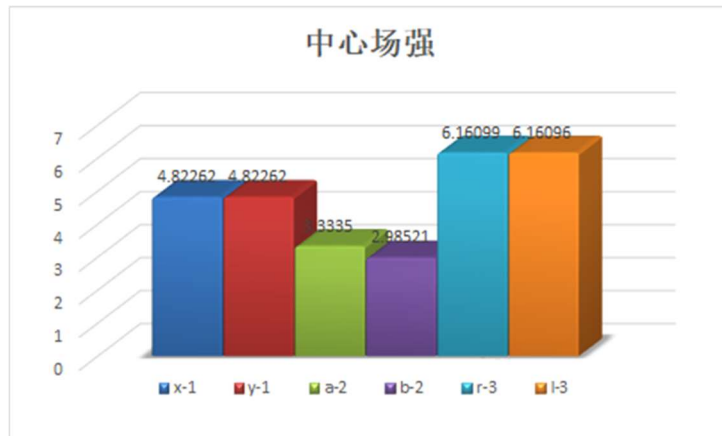


图19 六种偏振光聚焦点中心场强

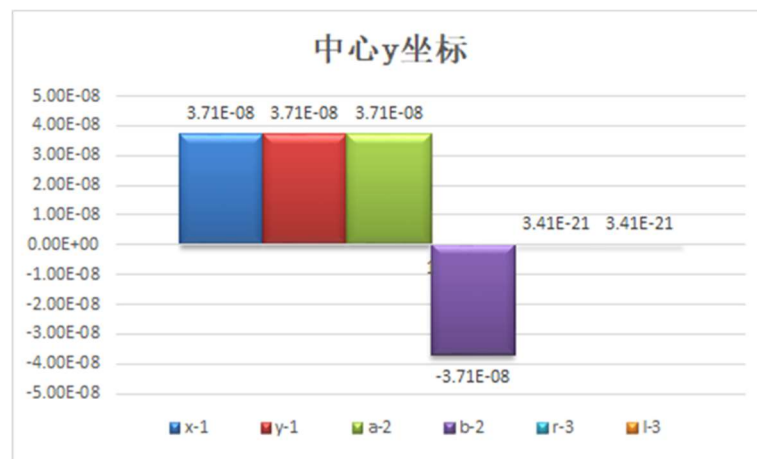
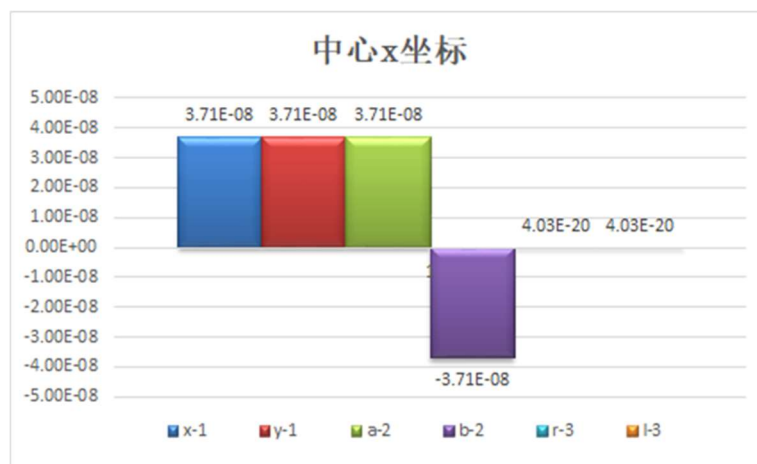


图20 六种偏振光聚焦点中心在 x、y 方向上的坐标

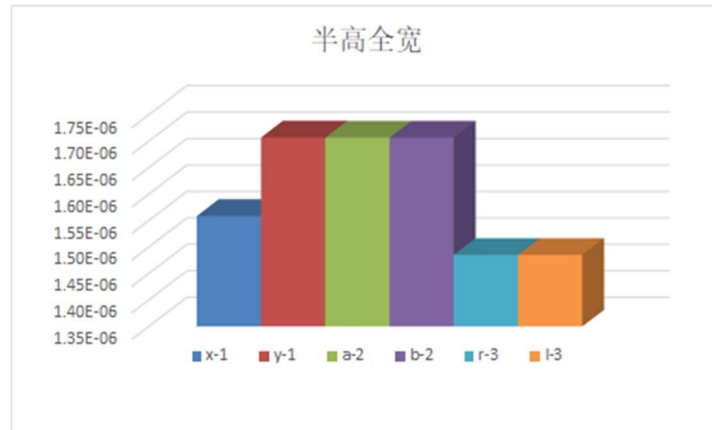


图21 六种偏振光聚焦点中心场强的半高全宽

由以上几图可以看出，r、l 两种偏振的聚焦效果相比之下更好。

我们小组在讨论分析之后认为，聚焦效果与理想结果间的误差主要来源于以下几个方面：

- 1、扫描的透射率和相位图是三个人扫描拼起来的结果；
- 2、扫描的时候相位监视器的高度比较低，透过结构之后不再是理想的平面波，与 $z=30\mu\text{m}$ 的相位分布不能完全等效；
- 3、受限于时间和机器性能，扫描精度较低；
- 4、扫描结构是离散的数据点，选取结构的时候，只能根据公式选择与理论值最接近的结构参数，存在一定偏差；
- 5、结构的透过率低且不完全一致，导致各个位置的透过光强不均匀，影响聚焦效果，因此对比之下用同一个结构参数的圆偏振光聚焦效果更好；
- 6、衍射现象影响了聚焦结果。

3.1.2 波前测量效果分析

我们小组用不同角度入射的平面波对设计结构的波前测量功能进行了仿真实验。我们同样在 $z=25\mu\text{m}$ 、 $z=30\mu\text{m}$ 两个位置进行了仿真。不同倾斜角度 (θ) 的平面波入射下，聚焦点位置的变化如下图所示。

theta	5°	10°	15°
-------	----	-----	-----

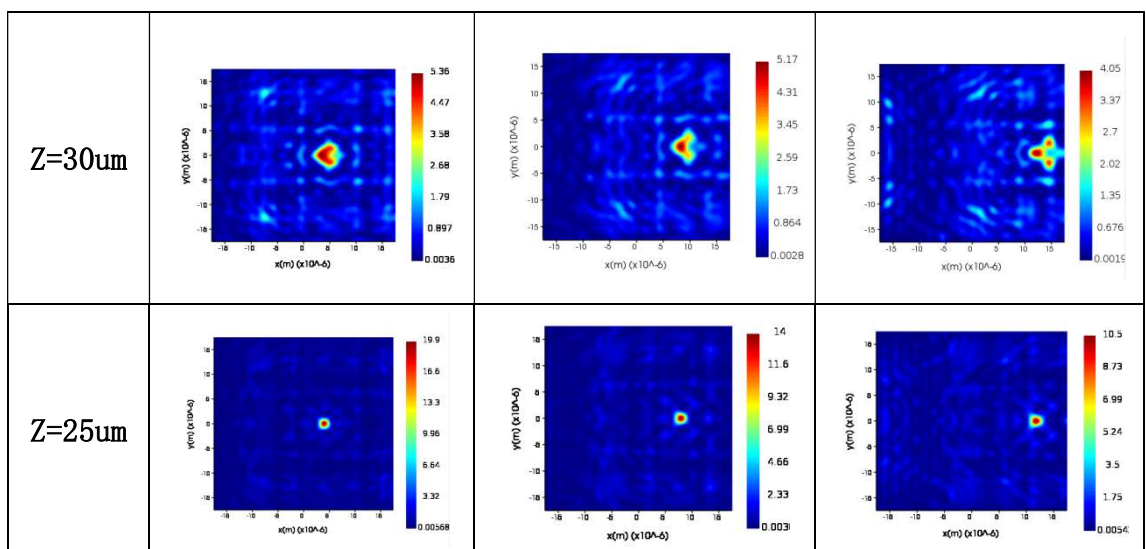


图22 不同入射角度下的设计结构的聚焦效果图

同样可以看出聚焦效果在 $z=25\mu\text{m}$ 处更好。我们针对两个位置的聚焦结果分别进行了分析，计算出了相位梯度。

角度/ $^\circ$	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5
中心位置 / μm	2.1156	4.1644	6.34681	8.17291	10.0584	12.1369	14.5123
相位梯度 / $\text{rad } \mu\text{m}^{-1}$	0.28516	0.55736	0.83902	1.06551	1.28861	1.52027	1.76524

表 1 $z=30\mu\text{m}$ 处聚焦点的坐标偏移量及相位梯度数据

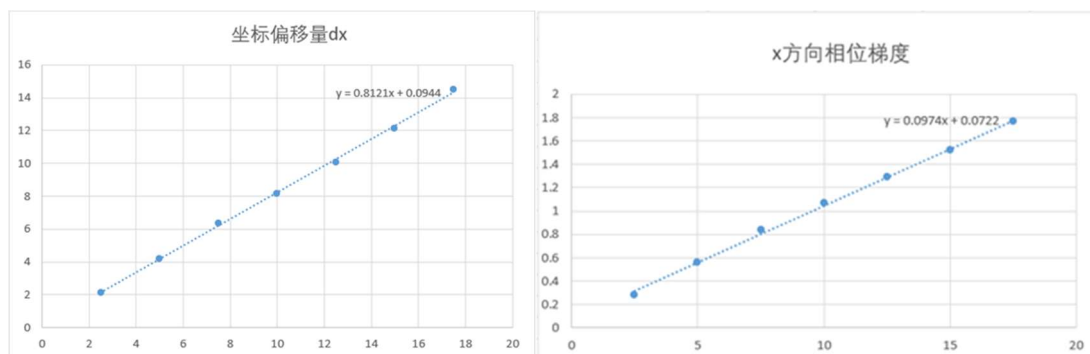


图23 $z=30\mu\text{m}$ 处聚焦点的坐标偏移量及相位梯度拟合曲线图

角度($^\circ$)	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5
中心位置 (μm)	2.04137	3.9714	5.97565	7.90567	9.8357	11.7657	13.9184
相位梯度	0.275198 16	0.531983 444	0.791886 721	1.032967 29	1.262880 577	1.480051 996	1.706019 684

表 2 $z=25\mu\text{m}$ 处聚焦点的坐标偏移量及相位梯度数据

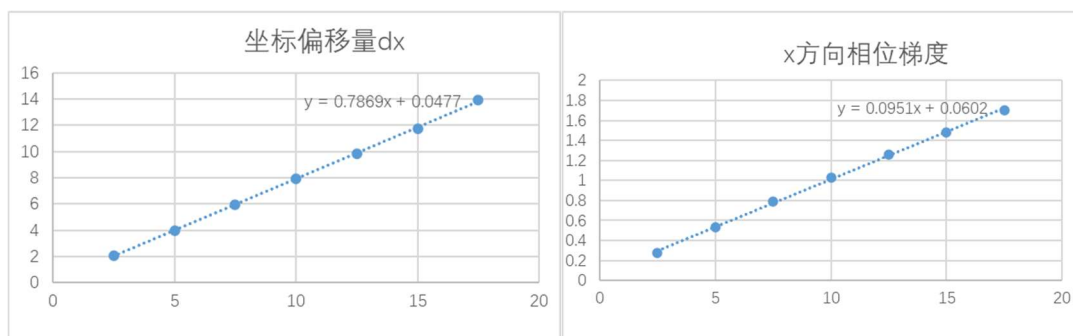


图24 $z=25\mu\text{m}$ 处聚焦点的坐标偏移量及相位梯度拟合曲线图

从图中可以看出，坐标偏移量、相位梯度与入射角度有良好的线性关系，可以建立聚焦点坐标偏移量与入射波前相位梯度的对应关系，实现波前检测的功能。

3.2 论文2 结果复现分析

根据论文2 的内容，我们针对“xy”“ab”“r1”三组偏振设计了三个结构，并使用与之前类似的方法进行了仿真聚焦效果分析。

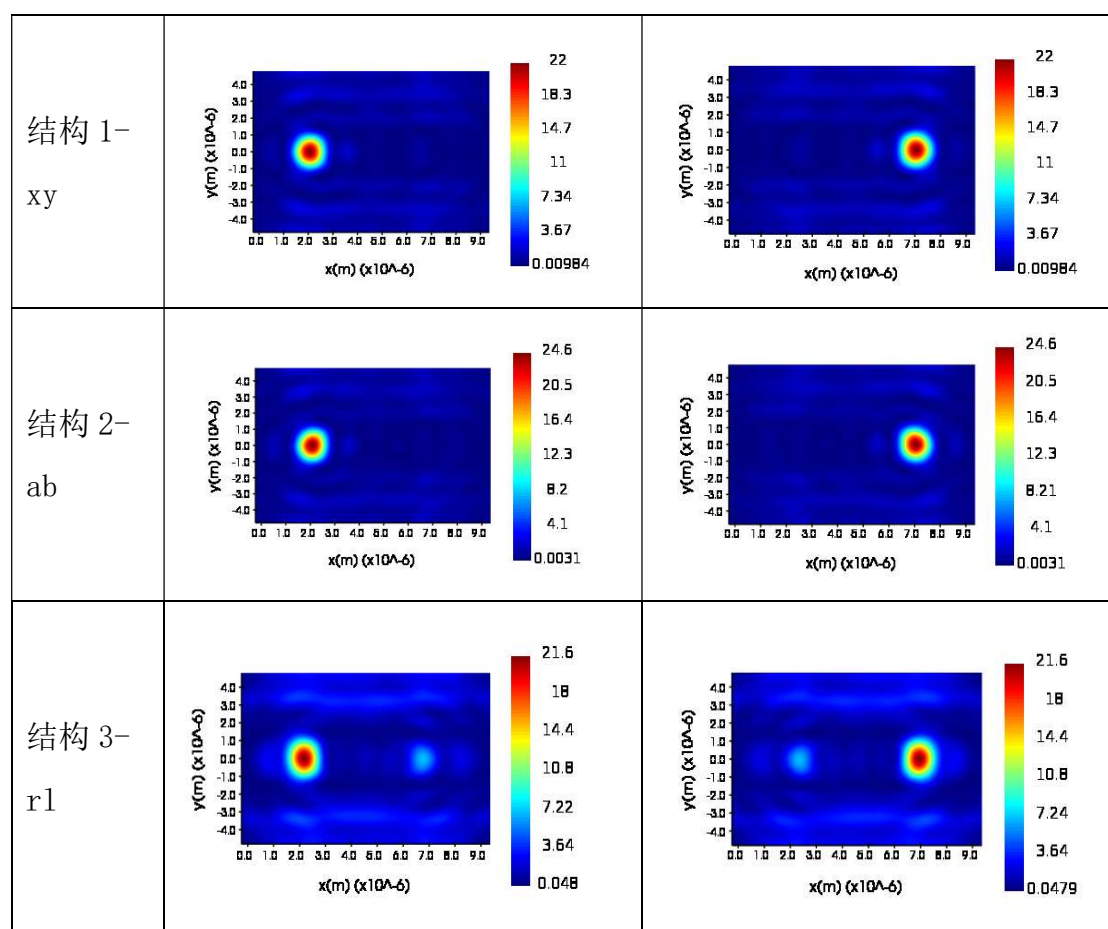


图25 论文 2 结构聚焦效果图，不同颜色代表了焦平面上不同的光强

按照我们的设想，相互正交的两种偏振入射至结构时应分别聚焦在焦平面的左右两侧，从图中可以清晰地看到这一效果。为了进一步分析，我们还对比了同一入射光偏振下两聚焦点的光强，并且计算了对比度。

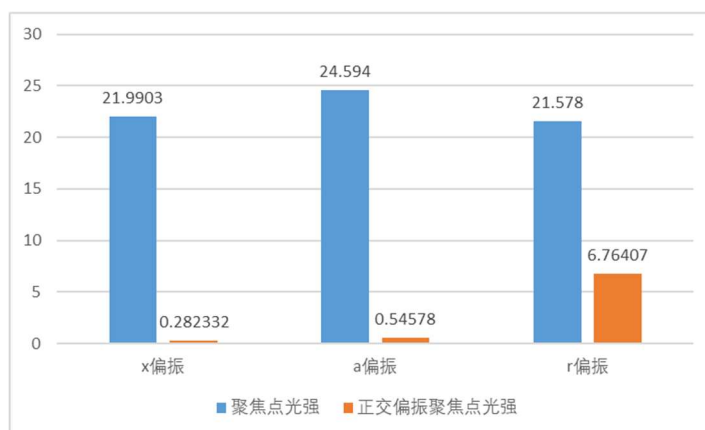


图26 同一入射光偏振下两聚焦点的光强对比图

	聚焦点光强	正交偏振聚焦点光强	对比度
x	21.9903	0.282332	0.97464763
a	24.594	0.54578	0.956580368
r	21.578	6.76407	0.522683417

表 3 两聚焦点光强对比度数据

可以看出对 xy、ab 偏振的区分度比较优秀，对 r1 偏振则略逊一筹。

3.3 使用论文 2 思路对论文 1 的改进的分析

3.3.1 以椭圆柱为基本单元的超透镜

前文提到，论文 1 对 6 种偏振分别设计了结构，而论文 2 仅设计了三个。因此我们小组首先尝试了应用论文 2 的设计方法，使用论文 1 的结构参数和实验条件（单元结构为椭圆柱，尺寸 $a=1500\text{nm}$ ， $h=340\text{nm}$ ，入射光波长 $1.55\mu\text{m}$ ，设计焦距 $30\mu\text{m}$ ）进行聚焦效果仿真，“ α ”结构聚焦结果图见图 11。其中只有“H/V”结构聚焦效果较好，我们仅对“H/V”聚焦结果进行对比度分析。 α 结构的“H/V”聚焦结果，扫描数据库为 61×61 组数据。

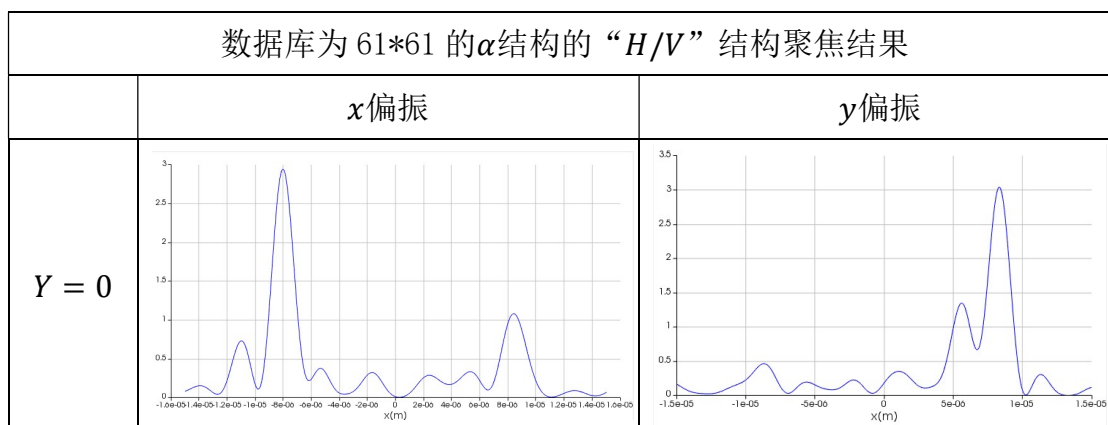


图27 61*61 的 α 结构的“H/V”结构聚焦

对比度分析：

	+1 光强	-1 光强	对比度
x	2.94231	1.08126	0.462537001
y	3.03719	0.418018	0.758035985

表 4 61*61 的 α 结构的“H/V”结构对比度

α 结构的“H/V”聚焦结果，扫描数据库为 121*121 组数据：聚焦结果见图

12。可以看出，仅 xy 偏振聚焦效果较好，其他偏振聚焦效果都较差。

于是我们小组尝试了精细化结构扫描，面阵数由 10*20 增大到 20*40（保持基本单元尺寸不变并等比例放大了超透镜，使设计焦距达到 60um），得到结果如图 5。

可以看出，增大面阵数，仅有 x 方向偏振获得聚焦效果的提升，而 a 偏振和 r 偏振的聚焦效果仍然较差。经过讨论，我们小组认为实验效果较差的原因可能是，椭圆柱形状的棱角不如突出，对轴线方向比其他方向敏感，旋转角 theta 并不能发挥理想的作用。而且整个超透镜阵列的结构是一个长宽相差一倍的矩形，因此椭圆柱不适合矩形超透镜阵列结构需要旋转时的设计。

无论是增大选取的结构尺寸精度，还是增大面阵数，聚焦图都不太理想，并且都呈现出 xy 偏振效果远优于 ab 偏振和 r1 偏振的情况。分析原因之后，我们改变思路，改用矩形柱实现 1550nm 波段的两点聚焦。

3.3.2 以矩形柱为基本单元的实验

为了取得更好的效果，在老师的指导下，小组讨论决定改为使用论文 2 的基本结构（单元结构为矩形柱），但依然使用论文 1 中 1550um 的入射波长。经

过计算，我们设计的单元结构尺寸 $a=900\text{nm}$ ，高度 $h=1200\text{nm}$ ，设计焦距定为 $17.5\mu\text{m}$ 。我们对以上结构进行仿真，并得到了我们的最终设计结果。

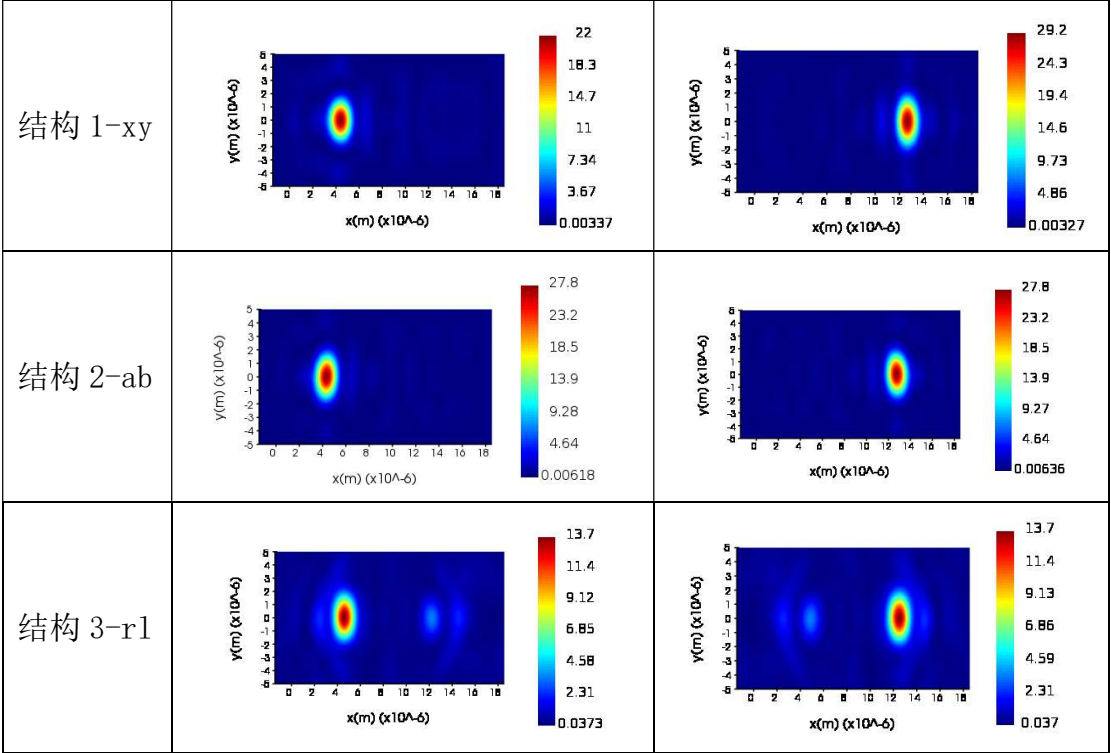
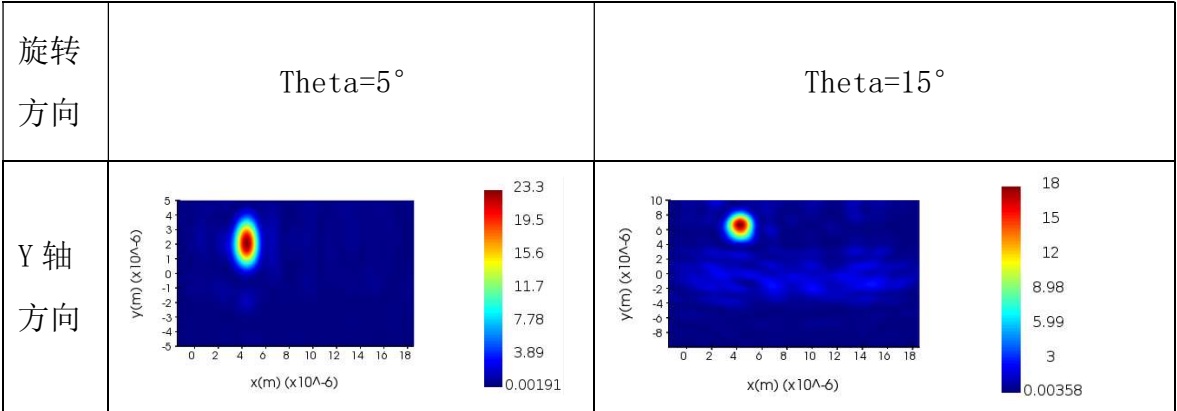


图28 矩形柱 1550um 分光聚焦效果图

可以看到对比椭圆柱聚焦效果有了明显改善。

依据这一实验结果，我们对设计结构的波前测量效果也做了分析。我们以入射平面波波前法线的旋转方向表示波前的倾斜方向。



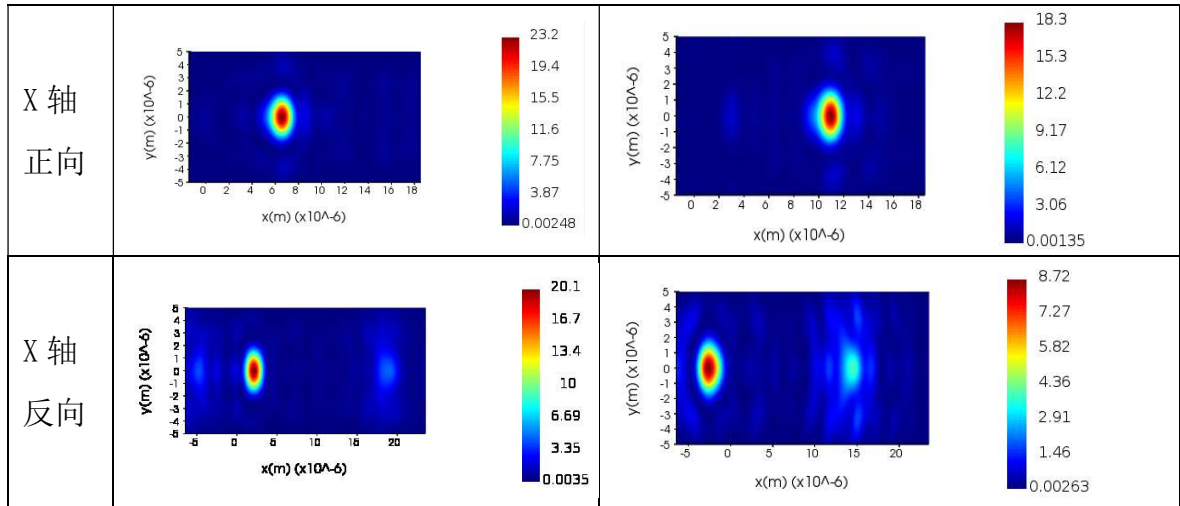
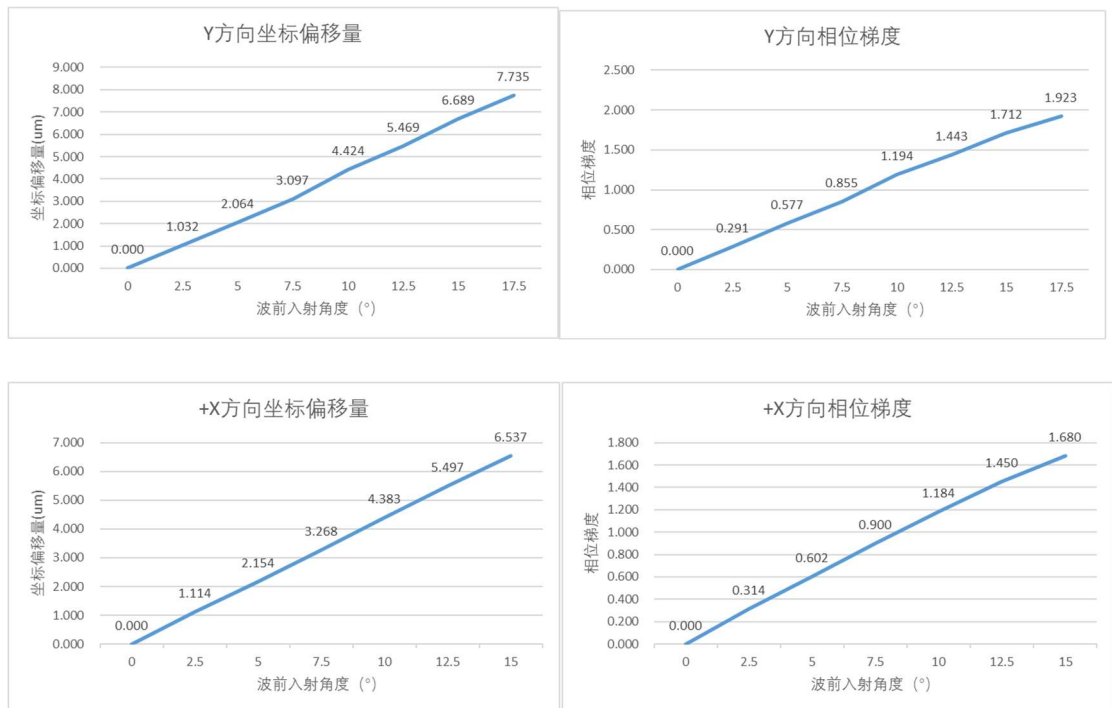


图29 改进后结构波前测量效果图

Y方向角度	0	2.5	5	7.5	10	12.5	15	17.5
中心位置(y)(um)	0.000	1.032	2.064	3.097	4.424	5.469	6.689	7.735
相位梯度	0.000	0.291	0.577	0.855	1.194	1.443	1.712	1.923

X方向角度	-15	-12.5	-10	-7.5	-5	-2.5	0	2.5	5	7.5	10	12.5	15
中心位置(x)(um)	-2.571	-1.513	-0.205	0.984	2.098	3.286	4.401	5.515	6.555	7.669	8.783	9.897	10.937
坐标偏移量	-6.972	-5.914	-4.606	-3.417	-2.303	-1.114	0.000	1.114	2.154	3.268	4.383	5.497	6.537
相位梯度	-1.771	-1.544	-1.238	-0.939	-0.642	-0.314	0.000	0.314	0.602	0.900	1.184	1.450	1.680

表 6 改进后结构波前测量聚焦点的坐标偏移量及相位梯度数据



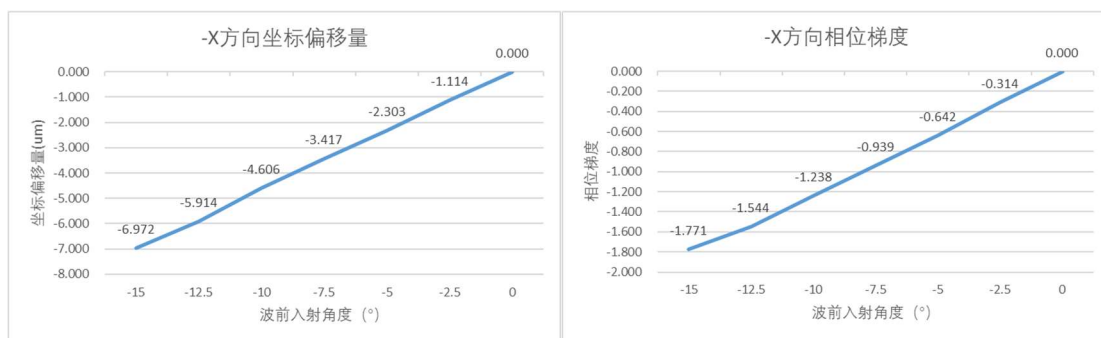


图30 改进后结构波前测量聚焦点的坐标偏移量及相位梯度曲线图

从图中可以看出，坐标偏移量、相位梯度与入射角度有良好的线性关系，可以建立聚焦点坐标偏移量与入射波前相位梯度的对应关系。据此我们认为设计结构可以实现波前检测的功能。

3.4 拓展内容：频率测量

3.4.1 人工增大色散频率探测

目前已经有一些利用超表面进行频率测量的尝试。比如，有学者提出可以用超透镜实现衍射光栅和聚焦的功能，让不同波长的光聚焦在不同位置[16]。考虑到与我们已经设计的探测器件的兼容性，我们小组首先尝试了以下思路：利用超透镜本身的色散效应，将入射光的频率信息转化为聚焦点的位置信息，从而实现对入射光的频率测量。为此，我们参考了论文 A broadband achromatic metalens for focusing and imaging in the visible[6]中的结果，使用特别设计的超表面结构对入射光聚焦并增大其色散，便于测量。

我们小组分析了论文中增大色散($n=2$)所需的群时延分布信息，用曲线拟合的方式将其扩充到了整个平面上。

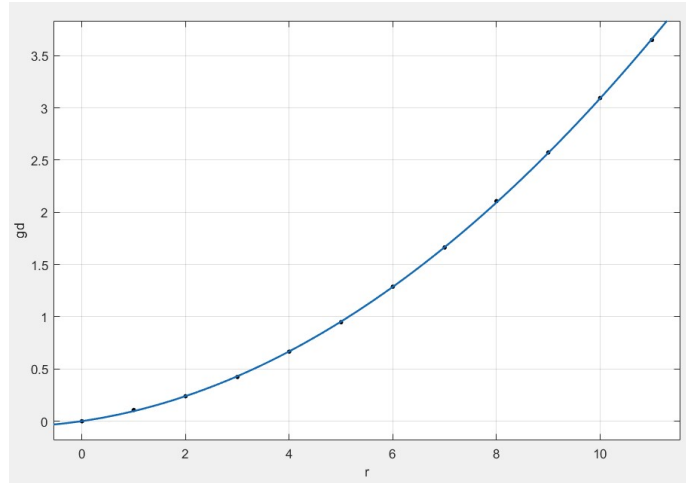


图31 群时延与坐标关系数据拟合曲线

使用多项式拟合的数据GD(fs)													
y/x	0.2	0.6	1	1.4	1.8	2.2	2.6	3	3.4	3.8	4.2	4.6	5
0.2	0.023685	0.056534	0.099681	0.150911	0.209889	0.27652	0.350766	0.432611	0.522044	0.61906	0.723656	0.835829	0.955578
0.6	0.056534	0.079727	0.117836	0.183112	0.317324	0.377532	0.362723	0.443996	0.532989	0.629655	0.733966	0.845903	0.965454
1	0.099681	0.117836	0.150911	0.211631	0.341731	0.400939	0.386349	0.466576	0.554744	0.650747	0.754514	0.865997	0.985162
1.4	0.150911	0.166358	0.195766	0.252183	0.377532	0.435463	0.421158	0.500012	0.58707	0.68216	0.785165	0.896004	1.01462
1.8	0.209889	0.223699	0.250536	0.303373	0.424027	0.480567	0.466576	0.543888	0.629655	0.723656	0.825736	0.935783	1.053713
2.2	0.27652	0.289244	0.314238	0.36421	0.480567	0.535718	0.522044	0.597769	0.68216	0.77497	0.876016	0.985162	1.102303
2.6	0.350766	0.362723	0.386349	0.434038	0.546606	0.600438	0.58707	0.661247	0.744252	0.835829	0.935783	1.043959	1.160239
3	0.432611	0.443996	0.466576	0.512429	0.621712	0.674331	0.661247	0.733966	0.815623	0.905973	1.004814	1.111987	1.227361
3.4	0.522044	0.532989	0.554744	0.599104	0.705553	0.757076	0.744252	0.815623	0.896004	0.985162	1.082903	1.189064	1.303514
3.8	0.61906	0.629655	0.650747	0.693873	0.797878	0.848419	0.835829	0.905973	0.985162	1.073185	1.169857	1.275022	1.388547
4.2	0.723656	0.733966	0.754514	0.796609	0.898498	0.948162	0.935783	1.004814	1.082903	1.169857	1.265508	1.369705	1.482319
4.6	0.835829	0.845903	0.865997	0.907218	1.007267	1.05615	1.043959	1.111987	1.189064	1.275022	1.369705	1.472973	1.584703
5	0.955578	0.965454	0.985162	1.025636	1.124075	1.17226	1.160239	1.227361	1.303514	1.388547	1.482319	1.584703	1.695581

表 5 根据曲线计算的群时延与坐标关系数据

另一方面，我们在 FDTD 中搭建了论文中使用的 5 组单元结构，并分别仿真得到了他们的波长-相移关系曲线。对曲线进行拟合得到的斜率应该就能代表该结构引入的群延时。

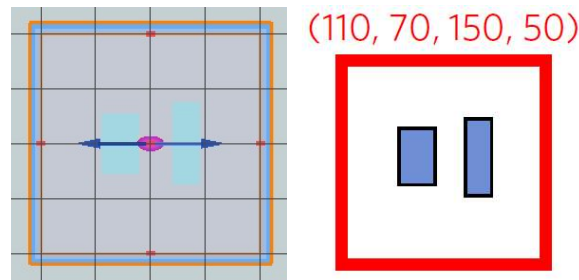


图32 FDTD 仿真模型与论文结构对比

结构参数与实验条件和论文中一致，扫描范围 470nm-600nm，得到的波长-相移关系曲线如下：

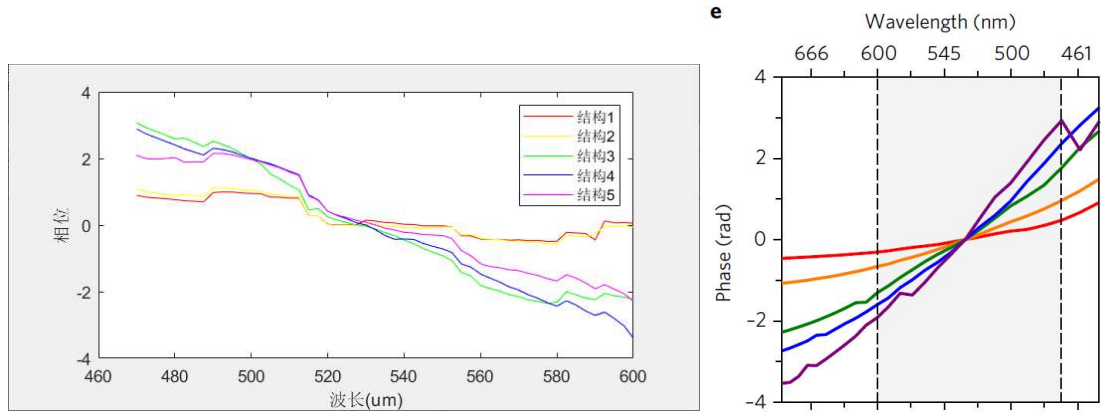


图33 波长-相移曲线与论文结果对比

效果并不是很理想，推测原因为仿真精度较低。实际上，论文中 5 组结构的选取是按照消色差透镜 ($n=1$) 的设计要求进行的，而我们为了取得更好的增大色散的效果，应该多仿真几组结构并寻找符合 $n=2$ 群时延的结构。受限于方案可行性和项目剩余的时间，我们没有再进行下一步实验。

3.4.2 级联超表面改变色散

为了贴近我们之前结构的设计思想，我们还研究了使用矩形柱通过级联两个超表面进行改变色散的结构。论文 At-will chromatic dispersion by prescribing light trajectories with cascaded metasurfaces[7]提出将光学系统的色散与光通过它的轨迹联系起来的基本关系，并表明即使在衍射系统中，也可以通过指定特定的轨迹来实现对色散的任意控制。使用级联超表面沿预定轨迹引导光，设计出具有任意色散的光束偏转器。根据示意图和公式：

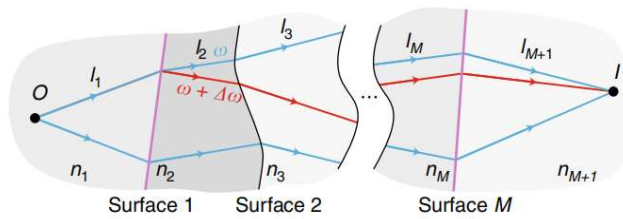


图34 光线经过多个表面聚焦过程示意图

$$l_g = \sum_{m=1}^{M+1} n_{m_g} l_m + \sum_{m=1}^M c \phi'_m \quad (6)$$

其中， $n_{m_g} = \frac{d(\omega n_\omega)}{d\omega}$ 是第 n 段材料的参数， $\phi'_m = \frac{d(\Phi_m)}{d\omega}$ 是第 n 个界面的参

数，合理选择结构控制 l_g ，使其对不同波长光都有相同的值，即可实现消色差。

同理，可以实现增大色差，或者反向色差。

由于时间关系，我们只进行了初步探索。

为了使对不同波长光，都有相同的 l_g 值，可以控制光的轨迹根据离轴距离和波长而改变，由此设计级联超表面结构。有两个表面，第一个表面定义为输入表面，将光线进行 ϕ_1 角度偏转，第二个表面定义为输出表面，将偏转光线进一步偏转 ϕ_2 角度。离轴近的入射光线沿着角向偏折较大的角度，来补偿从输出表面到聚焦点的短距离。针对这个结构，通过设计可以使超透镜对 520–580nm 的光有几乎相同的焦距。级联超表面示意图如下。

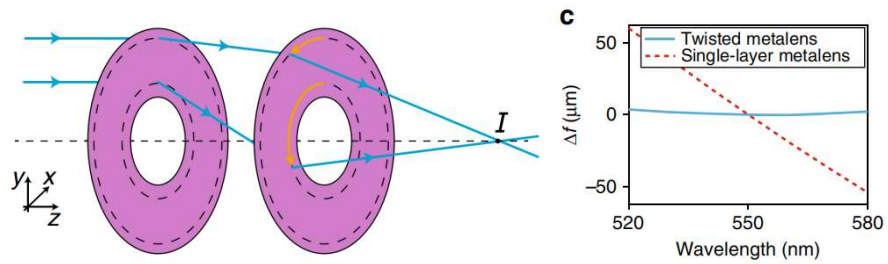


图35 级联超表面示意图及焦距函数

另外，如图 27，论文给出了控制光线偏折轨迹的进一步应用，即设计超表面光栅、超色散、正色散。还可以引入反射层，使双层的超表面结构放在同一侧，用单层实现原来的功能，进一步缩小体积。其中，超色散可以作为频率探测的参考方案。

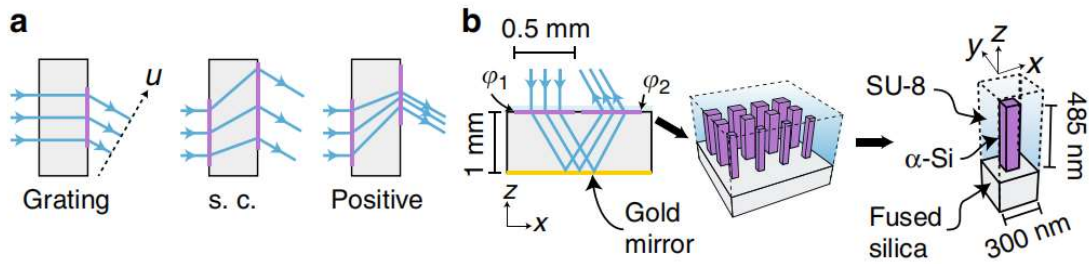


图36 (a)光栅光线偏振器（左）、超色散（中）、正色散（右）

(b)引入金反射层“折叠”级联超表面结构示意图

按照对论文的理解，我们设计矩形柱尺寸的长宽相等，并进行多组排列。初步得到输入表面的结构。

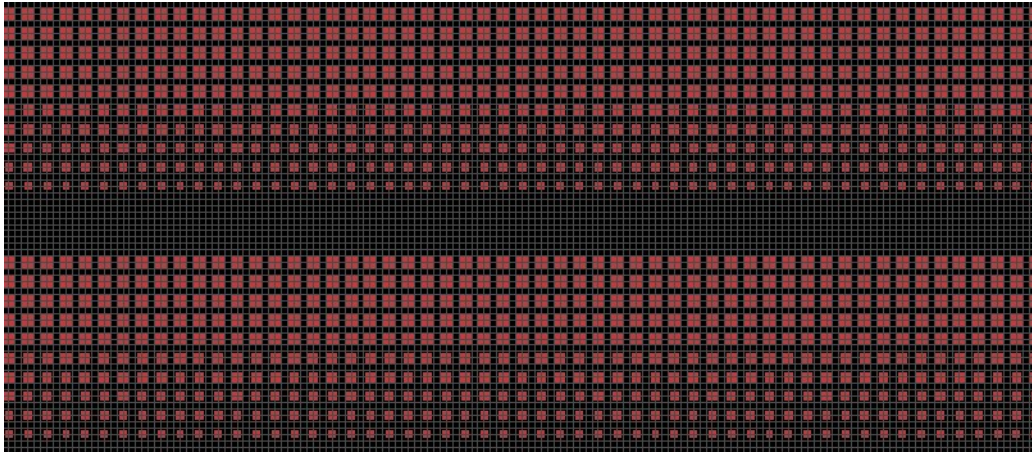


图37 XY view

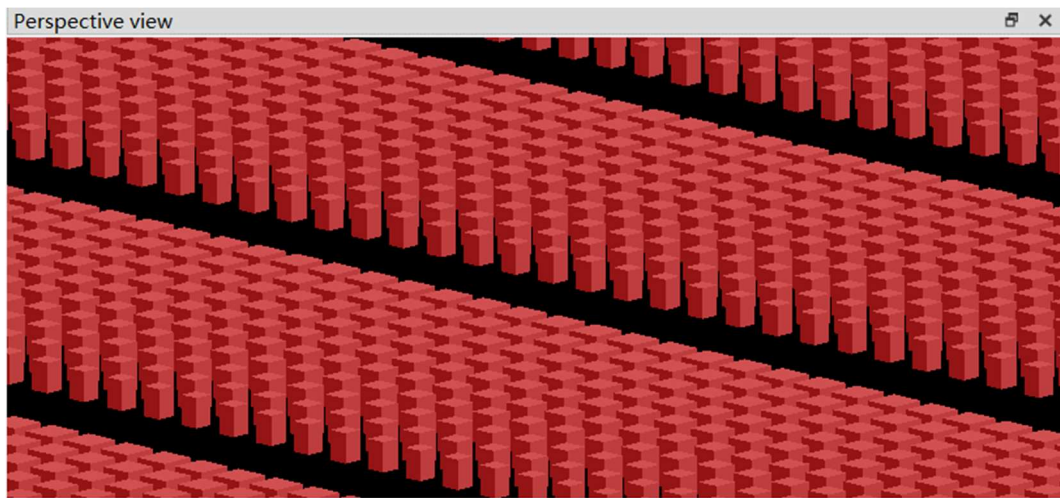


图38 对级联超表面论文的仿真尝试 Perspective View

根据论文中的结果，我们认为此思路可以作为频率探测的方案。但由于研究时间有限，我们暂未得到理想的输出结构。

4. 结论

经过仔细阅读文献，学习相关知识，在此基础上进行一系列仿真和分析，我们深入理解了参考论文并实现了对两篇论文的再现，掌握了用超表面结构设计聚焦透镜的基本方法。参考论文 1，通过合理选择和排列椭圆柱微结构，可以精细调控各个位置的波前参量，实现对不同偏振态的入射光的独立聚焦。参考论文 2，运用分光聚焦的原理，可以实现对三组正交偏振光的同时两点聚焦。用论文 2 的思路改进论文 1 过程中，小组尝试了直接用椭圆柱设计、加大椭圆柱结构参数精度、增大面阵数、改用矩形柱等方法，进行了对比分析。由仿真结果看，在此应用上，矩形柱比椭圆柱有着更优的性能，更容易获得比较小的聚焦光斑和比较少的光损耗。从不同偏振光的聚焦对比上看，论文 1 方法的聚焦中圆偏振的聚焦效果最好，论文 2 方法中 ab 偏振光的聚焦效果最好，即用结构参数的设计维度越少，聚焦效果越好。总之，可以用分光聚焦的方法改进广义哈特曼-夏克阵列，使之工作在 1550nm 波段，兼具高效性和光强、偏振、相位的多探测功能。

5. 参考文献

- [1] Zhenyu Yang, Zhaokun Wang, Yuxi Wang, Xing Feng, Ming Zhao, Zhujun Wan, Liangqiu Zhu, Jun Liu, Yi Huang, Jinsong Xia and Martin Wegener. Generalized Hartmann-Shack array of dielectric metalens sub-arrays for polarimetric beam profiling. *Nature Communications*. 9(4607):1-7(2018).
- [2] Arbabi, E., Kamali, S., Arbabi, A. & Faraon, A. Full-Stokes imaging polarimetry using dielectric metasurfaces. *ACS Photonics* 5, 3132–3140 (2018).
- [3] N. Yu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J.-P. Tetienne, F. Capasso, and Z. Gaburro, "Light Propagation with Phase Discontinuities: Generalized Laws of Reflection and Refraction," *Science* 334, 333-337 (2011).
- [4] T. Lepetit and B. Kanté, "Metasurfaces: Simultaneous Stokes parameters", *Nature Photonics* 9, 709 (2015).
- [5] Anders Pors, Michael G. Nielsen, and Sergey I. Bozhevolnyi, "Plasmonic metagratings for simultaneous determination of Stokes parameters," *Optica* 2, 716-723 (2015)
- [6] Chen, W.T., Zhu, A.Y., Sanjeev, V. et al. A broadband achromatic metalens for focusing and imaging in the visible. *Nature Nanotech* 13, 220–226 (2018).
- [7] McClung, A., Mansouree, M. & Arbabi, A. At-will chromatic dispersion by prescribing light trajectories with cascaded metasurfaces. *Light Sci Appl* 9, 93 (2020).
- [8] Arbabi, A., Horie, Y., Bagheri, M. et al. Dielectric metasurfaces for complete control of phase and polarization with subwavelength spatial resolution and high transmission. *Nature Nanotech* 10, 937–943 (2015).
- [9] M. Khorasaninejad et al., "Metalenses at visible wavelengths: Diffraction-limited focusing and subwavelength resolution imaging," *Science* 352, 1190 (2016)
- [10] Shuwen Wei; Zhenyu Yang; Ming Zhao. Design of ultracompact polarimeters based on dielectric metasurfaces. *Optics Letters*, 42(8): 1580-1583 (2017)
- [11] Erez Hasman, Vladimir Kleiner, Gabriel Biener, and Avi Niv. "Polarization dependent focusing lens by use of quantized Pancharatnam–Berry phase diffractive optics", *Applied Physics Letters*, 82, 328 (2003).
- [12] Ben C. Platt, Roland Shack, *History and Principles of Shack-Hartmann Wavefront Sensing*, *Journal of Refractive Surgery*, (2001)
- [13] F. Aieta, P. Genevet, M. A. Kats, N. Yu et al. "Aberration-Free Ultrathin Flat Lenses and Axicons at Telecom Wavelengths Based on Plasmonic Metasurfaces" *Nano Lett.* 12, 4932-4936 (2012).
- [14] Mu Ku Chen, Yongfeng Wu, Lei Feng, Qingbin Fan, Minghui Lu, Ting Xu, and Din Ping Tsai, Principles, Functions, and Applications of Optical Meta-Lens, *Adv. Optical Mater*, 2001414 (2021).
- [15] Liu, S., Vabishchevich, P.P., Vaskin, A. et al. An all-dielectric metasurface as a broadband optical frequency mixer. *Nat Commun* 9, 2507 (2018).
- [16] Faraji-Dana, M., Arbabi, E., Arbabi, A. et al. Compact folded metasurface spectrometer. *Nat Commun* 9, 4196 (2018).
- [17] E. Arbabi, A. Arbabi, S. M. Kamali, Yu Horie, and A. Faraon. "Controlling the sign of chromatic dispersion in diffractive optics with dielectric metasurfaces", *Optica* Vol. 4, Issue 6, 625-632 (2017).
- [18] Yu, N., Capasso, F. Flat optics with designer metasurfaces. *Nature Mater* 13, 139–150 (2014).

[19] Wang, S., Wu, P.C., Su, V.C. et al. A broadband achromatic metalens in the visible. *Nature Nanotech* 13, 227–232 (2018).

6. 附录

小组分工

陆如斯	1、文献调研，重点阅读文献[3][4][5][6][9][11][19] 2、论文 1 的 FDTD 仿真及分析 3、单个结构扫描的扫描范围拆分和数据整理汇总 4、论文 2 及论文 2 改论文 1 的目标相位计算和 FDTD 脚本 5、论文 2、论文 2 改 1 的 FDTD 仿真优化 6、色散论文和频率探测原理分析 7、答辩 ppt、终期报告的收尾部分 8、组织小组讨论和任务分配、平时例会及三次答辩
肖翔铭	1、文献调研，重点阅读文献[2][7][8][16][17][10] 2、论文 1 的 FDTD 仿真及分析 3、论文 1、论文 2、论文 2 改 1 单个结构扫描 4、用 Python 程序输出论文 2 及论文 2 改论文 1 的结构尺寸 5、FDTD 仿真脚本 6、论文 2、论文 2 改 1 的 FDTD 仿真优化 7、终期报告的“理论与数值仿真模型”部分 8、级联超表面色散论文的探索和仿真
李昊洋	1、文献调研，重点阅读文献[1][12][13][14][15][18] 2、论文 1 的 FDTD 仿真及分析 3、论文 1、论文 2、论文 2 改 1 单个结构扫描 4、论文 2、论文 2 改 1 的 FDTD 仿真优化 5、论文 2 改论文 1 的斜入射仿真 6、聚焦效果分析、波前分析、偏振态分析 7、终期报告的“结果分析与讨论”部分 8、增大色散探测偏振态论文的探索和仿真

程序代码

1、Lumerical Solution Script 实现改进结构设计

实现排布对称的 5×20 矩形硅柱阵列，并设置 SiO₂ 衬底、光源、仿真区域及监视器等

```
selectall;
```

```
delete;
```

```
nm=1e-9;#纳米单位
```

```
um=1e-6;#微米单位
```

```
N=5;M=20;#循环数
```

```
S=0.9*um;
```

```
L=1.2*um;
```

```
# 矩形柱长宽数据
```

```
r1=[
```

```
0.36,0.24;
```

```
0.17,0.35;
```

```
0.59,0.56;
```

```
0.32,0.29;
```

```
0.45,0.26;
```

```
0.57,0.25;
```

```
0.58,0.58;
```

```
0.33,0.28;
```

```
0.42,0.25;
```

```
0.19,0.3;
```

```
0.3,0.19;
```

```
0.25,0.42;
```

```
0.28,0.33;
```

```
0.58,0.58;
```

```
0.25,0.57;
```

```
0.26,0.45;
```

```
0.29,0.32;
```

```
0.56,0.59;
```

```
0.35,0.17;
```

```
0.24,0.36];
```

```
r2=[
```

```
0.35,0.23;
```

```
0.44,0.59;
```

```
0.6,0.59;
```

```
0.32,0.29;
```

```
0.44,0.26;
```

```
0.56,0.25;
```

```
0.58,0.58;
```

```
0.32,0.28;
```

```
0.4,0.25;
```

```
0.16,0.32;
```

```
0.32,0.16;
```

0.25 , 0.4 ;
 0.28 , 0.32 ;
 0.58 , 0.58 ;
 0.25 , 0.56 ;
 0.26 , 0.44 ;
 0.29 , 0.32 ;
 0.59 , 0.6 ;
 0.59 , 0.44 ;
 0.23 , 0.35];
 r3=[
 0.36 , 0.21 ;
 0.44 , 0.56 ;
 0.55 , 0.59 ;
 0.57 , 0.59 ;
 0.41 , 0.26 ;
 0.23 , 0.32 ;
 0.58 , 0.57 ;
 0.32 , 0.27 ;
 0.39 , 0.24 ;
 0.33 , 0.59 ;
 0.59 , 0.33 ;
 0.24 , 0.39 ;
 0.27 , 0.32 ;
 0.58 , 0.57 ;
 0.32 , 0.23 ;
 0.26 , 0.41 ;
 0.59 , 0.57 ;
 0.59 , 0.55 ;
 0.56 , 0.44 ;
 0.21 , 0.36];
 r4=[
 0.6 , 0.12 ;
 0.33 , 0.45 ;
 0.53 , 0.58 ;
 0.31 , 0.27 ;
 0.36 , 0.26 ;
 0.47 , 0.58 ;
 0.28 , 0.28 ;
 0.31 , 0.26 ;
 0.37 , 0.22 ;
 0.39 , 0.5 ;
 0.5 , 0.39 ;
 0.22 , 0.37 ;
 0.26 , 0.31 ;

```

0.28 , 0.28 ;
0.58 , 0.47 ;
0.26 , 0.36 ;
0.27 , 0.31 ;
0.58 , 0.53 ;
0.45 , 0.33 ;
0.12 , 0.6 ];
r5=[
0.27 , 0.41 ;
0.38 , 0.51 ;
0.25 , 0.25 ;
0.31 , 0.25 ;
0.36 , 0.24 ;
0.36 , 0.43 ;
0.6 , 0.36 ;
0.59 , 0.48 ;
0.49 , 0.13 ;
0.31 , 0.39 ;
0.39 , 0.31 ;
0.13 , 0.49 ;
0.48 , 0.59 ;
0.36 , 0.6 ;
0.43 , 0.36 ;
0.24 , 0.36 ;
0.25 , 0.31 ;
0.25 , 0.25 ;
0.51 , 0.38 ;
0.41 , 0.27 ];
r = randmatrix(5,20,2);
r(1,.,:)=r1;
r(2,.,:)=r2;
r(3,.,:)=r3;
r(4,.,:)=r4;
r(5,.,:)=r5;
# "RHCP/LHCP"结构的矩形柱旋转角度
Theta=[
-44.509573328268964 ,
-24.509162084013273 ,
-3.4388672765760964 ,
-71.34861170833172 ,
-48.31108999196472 ,
-24.422152148628477 ,
0.19991223426267357 ,
-64.58372432397881 ,

```

-38.92935136723974 ,
-13.006588059269642 ,
13.006588059269642 ,
38.92935136723974 ,
64.58372432397881 ,
-0.19991223426267357 ,
24.422152148628477 ,
48.31108999196472 ,
71.34861170833172 ,
3.4388672765760964 ,
24.509162084013273 ,
44.509573328268964 ;
-44.04750189910452 ,
-24.073521454023574 ,
-3.035650403397059 ,
-70.98384208891086 ,
-47.990622361378406 ,
-24.151455043301425 ,
0.41597887466700456 ,
-64.42632742398327 ,
-38.83365695052855 ,
-12.974477380175962 ,
12.974477380175962 ,
38.83365695052855 ,
64.42632742398327 ,
-0.41597887466700456 ,
24.151455043301425 ,
47.990622361378406 ,
70.98384208891086 ,
3.035650403397059 ,
24.073521454023574 ,
44.04750189910452 ;
-43.13195963148322 ,
-23.210615847635914 ,
-2.2371997671765875 ,
-70.26171558293247 ,
-47.356348682391385 ,
-23.615796122024314 ,
0.8434634279147102 ,
-64.11495954291102 ,
-38.64436723463202 ,
-12.910963133628815 ,
12.910963133628815 ,
38.64436723463202 ,

64.11495954291102 ,
-0.8434634279147102 ,
23.615796122024314 ,
47.356348682391385 ,
70.26171558293247 ,
2.2371997671765875 ,
23.210615847635914 ,
43.13195963148322 ;
-41.77970291887844 ,
-21.936750066496444 ,
-1.059044246343902 ,
-69.19664168511922 ,
-46.4212104853806 ,
-22.826311669250185 ,
1.4733431740202385 ,
-63.656267940115335 ,
-38.36555423730063 ,
-12.817416878214662 ,
12.817416878214662 ,
38.36555423730063 ,
63.656267940115335 ,
-1.4733431740202385 ,
22.826311669250185 ,
46.4212104853806 ,
69.19664168511922 ,
1.059044246343902 ,
21.936750066496444 ,
41.77970291887844 ;
49.98520073672271 ,
-20.27531139924051 ,
0.4765696377855222 ,
22.190760021061084 ,
-45.20370829989572 ,
-21.798908025399896 ,
2.292739545736807 ,
26.940264401045248 ,
-38.00302505388594 ,
-12.695794244233017 ,
12.695794244233017 ,
38.00302505388594 ,
-26.940264401045248 ,
-2.292739545736807 ,
21.798908025399896 ,
45.20370829989572 ,

```

-22.190760021061084 ,
-0.4765696377855222 ,
20.27531139924051 ,
-49.98520073672271];
# 以下脚本命令将创建[M,N]个矩形柱
#上半区
for (i=1:N){
for(j=1:M){
    x = (j-1)*S; y=(i-1)*S+0.45*um;
    addrect;
    name = "rect"+num2str(i)+"_"+num2str(j);
    set("name",name);#名称
    set("material","Si (Silicon) - Palik");#材料
    set("x",x);          #设置 x 中心点坐标
    set("y",y);          #设置 y 中心点坐标
    set("x span",r(i,j,1)*um );#设置 x 方向宽度
    set("y span",r(i,j,2)*um );#设置 y 方向宽度
    set("z min",0);
    set("z max",L);
## 旋转操作
#  $\pm 45^\circ$  结构使用
#    set("first axis","z");#设置第一转轴
#    set("rotation 1",45);#设置第一旋转角
# "RHCP/LHCP"结构使用
#    set("first axis","z");    # 指定旋转轴为 z 轴
#    set("rotation 1",Theta(i,j)); # 旋转 Theta 角 (degree)
    hang = "hang_"+num2str(i);
    addtogroup("surface");
    addtogroup("surface_1");
    addtogroup(hang);
}
}
# 下半区
for(i=1:N){
for(j=1:M){
    x = 1*(j-1)*S; y=-1*(i-1)*S-0.45*um;
    addrect;
    name = "rect"+num2str(i)+"_"+num2str(j);
    set("name",name);#名称
    set("material","Si (Silicon) - Palik");#材料
    set("x",x);          #设置 x 中心点坐标
    set("y",y);          #设置 y 中心点坐标
    set("x span",r(i,j,1)*um );#设置 x 方向宽度
    set("y span",r(i,j,2)*um );#设置 y 方向宽度

```

```

        set("z min",0);
        set("z max",L);
        ## 旋转操作
#  $\pm 45^\circ$  结构使用
#     set("first axis","z");#设置第一转轴
#     set("rotation 1",45);#设置第一旋转角
# "RHCP/LHCP"结构使用
#     set("first axis","z");    # 指定旋转轴为 z 轴
#     set("rotation 1",Theta(i,j)); # 旋转 Theta 角 (degree)
    hang = "hang_"+num2str(i);
    addtogroup("surface");
    addtogroup("surface_4");
    addtogroup(hang);
}
}

#-----添加其他结构-----
#-----

# SiO2 长方体衬底 Rectangle
addrect;
set("name","Rectangle");#名称
set("material","SiO2 (Glass) - Palik");#材料
set("x",8.55*um);#设置 x 中心点坐标
set("y",0);#设置 y 中心点坐标
set("x span",22*um);#设置 x 方向宽度
set("y span",12*um);#设置 y 方向宽度
set("z max",0);#设置 z 方向最大值
set("z min",-0.2*um);#设置 z 方向最小值

# FDTD 仿真区域
addfdd;
set("dimension",2);#三维仿真区域
set("simulation time",3e-11);#30000fs
set("x",8.55*um);
set("y",0);
set("z min",-0.5*um);
set("z max",20*um);
set("x span",20*um);
set("y span",10*um);
#set("x min bc","periodic");#设置 x 方向周期边界条件
#set("y min bc","periodic");#设置 y 方向周期边界条件

```



```
#set("Mesh type","auto non-uniform");#仿真网格为自动精度
set("Mesh accuracy",1);#低精度
```

```
# Source (Plane wave)
addplane;
#set("injection axis","z");#基准轴
#set("direction","backward");#入射方向
set("x",8.55*um);
set("x span",22*um);
set("y",0);
set("y span",12*um);
set("z",-0.02*um);
set("wavelength start",1.55*um);#起始波长
set("wavelength stop",1.55*um);#截止波长
#set("angle theta",30);#入射角 theta
#set("angle phi",0);#入射角 phi
#set("polarization angle",90);#偏振角
```

```
#Monitor Frequency-domain field profile
addprofile;
set("name","z=17.5");
set("monitor type","2D Z-normal");#xy 面监视器
set("x",8.55*um);
set("x span",22*um);
set("y",0);
set("y span",12*um);
set("z",17.5*um);
```

```
addprofile;
set("name","z=14.3565");
set("monitor type","2D Z-normal");#xy 面监视器
set("x",8.55*um);
set("x span",22*um);
set("y",0);
set("y span",12*um);
set("z",14.3565*um);
```

```
addprofile;
set("name","y=0");
set("monitor type","2D Y-normal");#xz 面监视器
set("x",8.55*um);
set("x span",22*um);
```

```
set("y",0);
set("z min",-1*um);
set("z max",22*um);
```

2、寻找最佳矩形柱长宽 Python 程序。

目标相位为"Phix.xlsx"和"Phiy.xlsx"。扫描得到的数据为"Phi.xlsx"。

程序执行结果保存在"Rect.xlsx"

%% 导入 Python 程序依赖包

```
import pandas as pd
```

```
import numpy as np
```

%% 读取数据

```
x0 = pd.read_excel('Phix.xlsx')
```

```
y0 = pd.read_excel('Phiy.xlsx')
```

```
phix = pd.read_excel('Phi.xlsx')
```

```
phix = np.array(phix)
```

```
x0 = np.array(x0)
```

```
y0 = np.array(y0)
```

```
phiy = phix.T
```

%% 遍历目标相位，在扫描相位中找最接近的尺寸输出

```
data = []
```

```
a = []
```

```
b = []
```

```
for w in range(5):
```

```
    for z in range(20):
```

```
        FoM = np.zeros((51, 51))
```

```
        for m in range(51):
```

```
            for n in range(51):
```

```
                FoM[m, n] = abs(phix[m, n]-x0[w, z])+abs(phiy[m, n]-y0[w, z])
```

```
# minnum = min(min(num) for num in FoM)
```

```
    min = FoM[0][0]
```

```
    p = 0
```

```
    q = 0
```

```
    for x in range(51):
```

```
        for y in range(51):
```

```
            if FoM[x, y] < min:
```

```
                p = x
```

```
                q = y
```

```
                min = FoM[x, y]
```

```
    a.append(p)
```

```
    b.append(q)
```

```
    data.append(min)
```

```
# %% 保存执行结果到"Rect.xlsx"
xl = np.array(b)
x0length = (xl)*0.01+0.1
yl = np.array(a)
y0length = (yl)*0.01+0.1
doc = pd.DataFrame([data, x0length, y0length]).T
doc.columns = ['min', 'RECTxength', 'RECTyength']
doc.to_excel('Rect.xlsx')
```