

Пояснительная записка

Вычислительные техники решения задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке и приемы работы с решателем SCIP

Подвойский А.О., Глазунова Е.В.

Содержание

1	Ключевые термины и определения	3
2	Ключевые компоненты платформы SCIP	3
2.1	Решатель SCIP. Общие сведения	3
2.1.1	Установка решателя SCIP	3
2.1.2	Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке <code>scip</code>	3
2.1.3	Приемы работы с решателем SCIP через обертку <code>PySCIPOpt</code>	3
2.2	Декомпозиционный решатель GCG. Общие сведения	4
2.2.1	Установка решателя GCG	4
2.2.2	Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке <code>gcg</code>	4
2.2.3	Приемы работы с решателем GCG через обертку <code>PyGCGOpt</code>	5
3	Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения	5
3.1	Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи	5
3.2	Неединственность релаксированного решения	5
3.3	Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах	5
4	Альтернативные решатели с открытым исходным кодом	6
4.1	Решатель HIGHS	6
4.1.1	Установка решателя на Centos 7	6
4.1.2	Приемы работы с решателем	7
4.2	Решатель OPTIMUS (Scala)	10
5	Сжатая сводка результатов вычислительных экспериментов	10
6	Приемы поиска решения	12
6.1	Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении	12
6.2	Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности	12
6.3	Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении	13

7	Методы машинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации	15
7.1	Постановка задачи	15
7.2	Концепт матрицы признаков описания бинарных и целочисленных переменных	16
7.3	Стратегии решения задачи	16
7.3.1	Стратегия №1. Обнаружение аномалий	16
7.3.2	Стратегия №2. Бинарная классификация со слабо выраженным миноритарным классом	19
7.4	Трансфер выявленного паттерна. Сценарии группы СОП	19
7.4.1	Сценарий tmpfvprqodxw.lp без бинарных переменных	19
7.4.2	Синтетический сценарий 1664182546_82382.lp с бинарными переменными	20
7.4.3	Синтетический сценарий 1664182533_1587787.lp с бинарными переменными	22
7.4.4	Синтетический сценарий 1664182480_4326847.lp с бинарными переменными	23
7.4.5	Синтетический сценарий 1664182523_380519.lp с бинарными переменными	24
8	Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП	25
8.1	Поиск решения на сценариях без бинарных переменных. Метаконфигурации SUH, FZBIVSUHPB и ансамбль детекторов аномалий	26
8.1.1	Сценарий F398266B без бинарных переменных	27
8.1.2	Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных	27
8.1.3	Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных	29
8.1.4	Сценарий CA485A55 без бинарных переменных	31
8.1.5	Сценарий 276 без бинарных переменных	31
8.1.6	Сценарий 337 без бинарных переменных	33
8.1.7	Сценарий 13D686AB без бинарных переменных	34
8.1.8	Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных	35
8.1.9	Сценарий 496 (hard) без бинарных переменных	37
8.1.10	Сценарий 514 (hard) без бинарных переменных	38
8.1.11	Сценарий 519 (hard) без бинарных переменных	39
8.2	Поиск решения на сценариях с бинарными переменными. Метаконфигурация FZBIVSUHPB	40
8.2.1	Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными	41
8.2.2	Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными	43
8.2.3	Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными	44
8.2.4	Сценарий F398266B с бинарными переменными	46
8.2.5	Сценарий 337 с бинарными переменными	47
8.3	Поиск решения на базе методов машинного и глубокого обучения	48
8.3.1	Простое декартово произведение сценариев с бинарными переменными	48
9	Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы МВО	51
10	Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017	51
10.1	Сценарии со статусом «open»	51
10.1.1	Сценарий DLR2	51
10.1.2	Сценарий CVRPA-N64K9VRPI	51

10.2 Сценарии со статусом «hard»	51
10.2.1 Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14	51
10.3 Сценарии со статусом «easy»	51
10.3.1 Сценарий NEOS-4332801-seret	51
Список иллюстраций	52
Список таблиц	53
Список литературы	53

1. Ключевые термины и определения

Сценарий – это математическая постановка задачи, описанная в терминах математического программирования (например, линейного)

Сценарий обучающего поднабора – это сценарий из коллекции сценариев, которые используются на обучающей фазе алгоритма машинного обучения

Сценарий тестового поднабора – это сценарий, который используется для построения прогноза с помощью алгоритма машинного обучения

2. Ключевые компоненты платформы SCIP

2.1. Решатель SCIP. Общие сведения

SCIP (Solving Constraint Integer Programs) <https://www.scipopt.org/> – решатель, предназначенный для решения задач *линейного* и *нелинейного* программирования в частично-целочисленной постановке.

2.1.1. Установка решателя SCIP

Решатель проще всего установить вместе с оберткой PySCIPOpt <https://github.com/scipopt/PySCIPOpt> с помощью менеджеров `pip` или `conda`

```
# установить последнюю доступную версию SCIP
$ pip install pyscipopt
$ conda install -c conda-forge pyscipopt
# установить заданную версию SCIP
$ conda install -c conda-forge pyscipopt=3.4.0
```

2.1.2. Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке `scip`

2.1.3. Приемы работы с решателем SCIP через обертку PySCIPOpt

Работа над задачей начинается с создания пустого экземпляра модели

```
import pyscipopt

model = pyscipopt.Model()
```

На созданном экземпляре можно вызывать методы чтения модели, конфигурационного файла параметров решателя и т.д.

```
model.readProblem("./problem.lp")
model.readParams("./scip.set")
...
```

2.2. Декомпозиционный решатель GCG. Общие сведения

GCG <https://gcg.or.rwth-aachen.de/#about> – это универсальный декомпозиционный решатель для задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке, расширяющий возможности базового решателя SCIP.

Он выявляет структуры в модели, к которым могут быть применены *переформулировка Данцига-Вольфе* или *декомпозиция Бендера*.

Модифицированная постановка задачи (после переформулировки Данцига-Вольфе) решается с помощью обобщения метода ветвей-и-границ, а именно с помощью метода ветвей-штрафов-секущих (branch-price-and-cut), включающего различные механизмы поиска решения – превичные эвристики, стратегии ветвления, стратегии стабилизации, стратегии назначения штрафов и пр.

2.2.1. Установка решателя GCG

Проще всего решатель установить вместе с оберткой PyGCGOpt <https://github.com/scipopt/PyGCGOpt> с помощью менеджера пакетов conda

```
$ conda install -c conda-forge pygcgopt
```

2.2.2. Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке gcg

Прочитать постановку задачи

```
GCG> read problem.lp
```

Запустить процедуру редуцирования размерности

```
GCG> presolve
```

Запустить процедуру поиска структур в матрице ограничений

```
GCG> detect
```

Записать постановку задачи сниженной размерности для gnuplot

```
GCG> write problem problem_reduced.gp
```

Фрагмент gp-файла

```
set encoding utf8
set terminal pdf
set output "problem_reduced.pdf"
set xrange [-1:506441]
set yrange[347788:-1]
set object 1 rect from 0,0 to 506441,183384 fc rgb "#1340C7"
set object 3 rect from 163304,183384 to 163306,183385 fc rgb "#718CDB"
set object 4 rect from 163306,183385 to 163308,183386 fc rgb "#718CDB"
set object 5 rect from 163308,183386 to 163310,183387 fc rgb "#718CDB"
set object 6 rect from 163310,183387 to 163312,183388 fc rgb "#718CDB"
set object 7 rect from 163312,183388 to 163314,183389 fc rgb "#718CDB"
```

```
set object 8 rect from 163314,183389 to 163316,183390 fc rgb "#718CDB"  
set object 9 rect from 163316,183390 to 163318,183391 fc rgb "#718CDB"  
set object 10 rect from 163318,183391 to 163320,183392 fc rgb "#718CDB"  
set object 11 rect from 163320,183392 to 163322,183393 fc rgb "#718CDB"  
...
```

Создать pdf-файл декомпозиции задачи после шага снижения размерности

```
$ gnuplot problem_reduced.gp
```

2.2.3. Приемы работы с решателем GCG через обертку PyGCGOpt

3. Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения

3.1. Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи

По состоянию на 18.06.2022 г. решатель SCIP версии 8.0.0 с оберткой PySCIPOpt версий 4.0.0 и 4.2.0 для операционной системы Windows 10 *релаксированную постановку задачи* (т.е. при снятых ограничениях на целочисленность переменных) оценивает как неспособную привести к допустимому решению.

SCIP версии 7.0.3 (PySCIPOpt 3.4.0) как на операционной системе Windows 10, так и на Unix-подобных операционных системах (в частности, MacOS Monterey 12.1 и Linux Centos 7) решает задачу в релаксированной постановке корректно.

3.2. Неединственность релаксированного решения

Если эвристические приемы строятся на базе релаксированного решения задачи, важно помнить, что релаксированные решения, полученные с помощью различных решателей с точки зрения распределения значений переменных могут существенно различаться¹, не смотря на то, что во всех случаях зазор будет нулевым и целевая функция будет иметь одно и тоже значение (с оговоркой на допуск точности решателя).

3.3. Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах

- Вычислительные эксперименты проводились на трех версиях решателя SCIP (7.0.0, 7.0.3, 8.0.0) и трех платформах: Windows 10, MacOS (Monterey 12), Linux (Centos 7). Разброс времени поиска решения для каждой конфигурации решателя оценивается минимум по 3 запускам сценария
- На текущий момент наиболее стабильные и наиболее адекватные результаты получаются
 - для ОС Linux (Centos 7) и ОС MacOS (Monterey12) на решателе SCIP версии 7.0.3 (обертка PySCIPOpt 3.4.0) и платформе Esole версии 0.7.3, собранных для однопоточной реализации
 - для ОС Windows 10 на решателе SCIP версии 8.0.0 (обертка PySCIPOpt 4.0.0), собранном для однопоточной реализации

¹Потому как гиперплоскость целевой функции может касаться политопа не в вершине, а по грани

- Последняя доступная версия решателя SCIP 8.0.0 (PySCIPOpt 4.1.0) на MacOS (Monterey 12.1) и Linux (Centos 7) при тех же настройках, что и для SCIP версии 7.0.3, как правило, работает значительно медленнее (2.5-2.85 раза) и в большинстве случаев либо не успевает найти решение за отведенное время, либо «просаживает» целевую функцию

4. Альтернативные решатели с открытым исходным кодом

4.1. Решатель HIGHS

4.1.1. Установка решателя на Centos 7

Установить решатель HIGHS <https://ergo-code.github.io/HiGHS/get-started.html> можно следующим образом

1. Скачать репозиторий проекта

```
$ git clone https://github.com/ERGO-Code/HiGHS.git
```

2. Установить cmake версии >=3.15

```
# https://cmake.org/download/
$ wget https://github.com/Kitware/CMake/releases/download/v3.24.2/cmake-3.24.2.tar.gz
$ tar -xvf cmake-3.24.2.tar.gz
$ cd cmake-3.24.2
$ ./bootstrap --prefix=/usr --datadir=share/cmake --docdir=doc/cmake && make
$ sudo make install
$ cmake --version # cmake version 3.24.2
```

3. Установить альтернативную версию компилятора gcc (например, версии 7) для сборки проекта

```
# https://linuxize.com/post/how-to-install-gcc-compiler-on-centos-7/
$ gcc --version # gcc (GCC) 4.8.5 20150623 (Red Hat 4.8.5-36)
```

Чтобы получить доступ к альтернативной версии компилятора GCC 7, требуется запустить новый сеанс командной оболочки с помощью утилиты scl

```
$ scl enable devtoolset-7 bash
# или для ZSH
# scl enable devtoolset-7 zsh
$ gcc --version # gcc (GCC) 7.3.1 20180303 (Red Hat 7.3.1-5)
```

4. В директории проекта HIGHS создать поддиректорию build и запустить из-под нее утилиту cmake

```
$ cd HiGHS
$ mkdir build
$ cd build
$ cmake -DFAST_BUILD=ON ..
$ cmake --build .
# Чтобы убедиться в том, что сборка прошла успешно, рекомендуется запустить быстрые тесты
$ ctest
```

В результате будет создан исполняемый файл build/bin/highs

5. Добавить путь до утилиты в конфигурационный файл оболочки

.zshrc

```
...
export PATH=${HOME}/Projects/HiGHS/build/bin:$PATH
```

После внесения изменений в конфигурационный файл, можно пересчитать конфигурацию сессии

```
$ source .zshrc
```

4.1.2. Приемы работы с решателем

Для запуска решателя в MILP-режиме требуется только передать путь до *.lp/*.mps-файла

```
$ highs /path/to/model.lp  
$ highs --help
```

Для запуска решателя в режиме поиска релаксированного решения требуется параметру `--solver` передать название метода (на текущий момент поддерживается только симплекс-метод `simplex` и метод внутренней точки `ipm`)

```
# LP-задача будет решаться методом внутренней точки  
$ highs --solver ipm --model_file 50197df7_bin.lp
```

Запуск решателя в параллельном MILP-режиме, с шагом снижения размерности задачи и ограничением по времени расчета будет выглядеть так

```
$ highs \  
    --model_file 514.lp \  
    --presolve on \  
    --parallel on \  
    --time_limit 950 \  
    --solution_file highs_514.sol
```

Список управляющих параметров решателя доступен на странице документации HiGHS для интерфейса Rust <https://www.maths.ed.ac.uk/hall/HiGHS/HighsOptions.html>

```
HiGHS Options  
presolve  
Presolve option: "off", "choose" or "on"  
type: string, advanced: false, default: "choose"  
solver  
Solver option: "simplex", "choose" or "ipm"  
type: string, advanced: false, default: "choose"  
parallel  
Parallel option: "off", "choose" or "on"  
type: string, advanced: false, default: "choose"  
time_limit  
Time limit  
type: double, advanced: false, range: [0, inf], default: inf  
ranging  
Compute cost, bound, RHS and basic solution ranging: "off" or "on"  
type: string, advanced: false, default: "off"  
infinite_cost  
Limit on cost coefficient: values larger than this will be treated as infinite  
type: double, advanced: false, range: [1e+15, inf], default: 1e+20  
infinite_bound  
Limit on |constraint bound|: values larger than this will be treated as infinite  
type: double, advanced: false, range: [1e+15, inf], default: 1e+20  
small_matrix_value  
Lower limit on |matrix entries|: values smaller than this will be treated as zero  
type: double, advanced: false, range: [1e-12, inf], default: 1e-09  
large_matrix_value
```

Upper limit on |matrix entries|: values larger than this will be treated as infinite
type: double, advanced: false, range: [1, inf], default: 1e+15

primal_feasibility_tolerance
Primal feasibility tolerance
type: double, advanced: false, range: [1e-10, inf], default: 1e-07

dual_feasibility_tolerance
Dual feasibility tolerance
type: double, advanced: false, range: [1e-10, inf], default: 1e-07

ipm_optimality_tolerance
IPM optimality tolerance
type: double, advanced: false, range: [1e-12, inf], default: 1e-08

objective_bound
Objective bound for termination
type: double, advanced: false, range: [-inf, inf], default: inf

objective_target
Objective target for termination
type: double, advanced: false, range: [-inf, inf], default: -inf

random_seed
random seed used in HiGHS
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 0

threads
number of threads used by HiGHS (0: automatic)
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 0

highs_debug_level
Debugging level in HiGHS
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 3}, default: 0

highs_analysis_level
Analysis level in HiGHS
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 63}, default: 0

simplex_strategy
Strategy for simplex solver
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 4}, default: 1

simplex_scale_strategy
Simplex scaling strategy: off / choose / equilibration / forced equilibration / max value 0 / max value 1 (0/1/2/3/4/5)
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 5}, default: 1

simplex_crash_strategy
Strategy for simplex crash: off / LTSSF / Bixby (0/1/2)
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 9}, default: 0

simplex_dual_edge_weight_strategy
Strategy for simplex dual edge weights: Choose / Dantzig / Devex / Steepest Edge (-1/0/1/2)
type: HighsInt, advanced: false, range: {-1, 3}, default: -1

simplex_primal_edge_weight_strategy
Strategy for simplex primal edge weights: Choose / Dantzig / Devex (-1/0/1)
type: HighsInt, advanced: false, range: {-1, 1}, default: -1

simplex_iteration_limit
Iteration limit for simplex solver
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 2147483647

simplex_update_limit
Limit on the number of simplex UPDATE operations
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 5000

ipm_iteration_limit
Iteration limit for IPM solver
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 2147483647

simplex_min_concurrency
Minimum level of concurrency in parallel simplex
type: HighsInt, advanced: false, range: {1, 8}, default: 1

simplex_max_concurrency
Maximum level of concurrency in parallel simplex
type: HighsInt, advanced: false, range: {1, 8}, default: 8


```

output_flag
Enables or disables solver output
type: bool, advanced: false, range: {false, true}, default: true
log_to_console
Enables or disables console logging
type: bool, advanced: false, range: {false, true}, default: true
solution_file
Solution file
type: string, advanced: false, default: ""
log_file
Log file
type: string, advanced: false, default: "Highs.log"
write_solution_to_file
Write the primal and dual solution to a file
type: bool, advanced: false, range: {false, true}, default: false
write_solution_style
Write the solution in style: 0=>Raw (computer-readable); 1=>Pretty (human-readable)
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 1}, default: 0
mip_detect_symmetry
Whether symmetry should be detected
type: bool, advanced: false, range: {false, true}, default: true
mip_max_nodes
MIP solver max number of nodes
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 2147483647
mip_max_stall_nodes
MIP solver max number of nodes where estimate is above cutoff bound
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 2147483647
mip_max_leaves
MIP solver max number of leave nodes
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 2147483647
mip_lp_age_limit
maximal age of dynamic LP rows before they are removed from the LP relaxation
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 32767}, default: 10
mip_pool_age_limit
maximal age of rows in the cutpool before they are deleted
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 1000}, default: 30
mip_pool_soft_limit
soft limit on the number of rows in the cutpool for dynamic age adjustment
type: HighsInt, advanced: false, range: {1, 2147483647}, default: 10000
mip_pscost_minreliable
minimal number of observations before pseudo costs are considered reliable
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2147483647}, default: 8
mip_report_level
MIP solver reporting level
type: HighsInt, advanced: false, range: {0, 2}, default: 1
mip_feasibility_tolerance
MIP feasibility tolerance
type: double, advanced: false, range: [1e-10, inf], default: 1e-06
mip_heuristic_effort
effort spent for MIP heuristics
type: double, advanced: false, range: [0, 1], default: 0.05

```

TODO: При запуске решателя в режиме поиска релаксированного решения процесс зависает, если заданы параметры, управляющие подробностью вывода

- `highs_debug_level = 2`,
- `mip_report_level = 2`

Задать значения управляющих параметров можно в set-файле HiGHS

highs.set

```
time_limit = 7200
simplex_iteration_limit = 10000
ipm_iteration_limit = 5000
...
```

Теперь для запуска решателя в специфицированном режиме остается только передать путь до файла настроек параметру `--options_file`

```
$ highs --model_file 496.lpl --options_file highs.set
```

4.2. Решатель OPTIMUS (Scala)

5. Сжатая сводка результатов вычислительных экспериментов

Все эксперименты проводились на ОС Linux Centos 7 Intel Core™ i7 (8 CPUs), 3.6GHz; RAM 32Gb. Использовался MILP-решатель SCIP 7.0.3 (Python-обертка PySCIPOpt 3.4.0) и Python 3.8.0.

Развернутая сводка результатов приводится по ссылке https://docs.google.com/document/d/16p8_VjZaHCBdWo_YNZaEpZVFgmLyDi5A6104gX3zK8/edit?usp=sharing

Обозначения

- CBC+DOH – доменно-ориентированные эвристики, работающие поверх решателя CBC.
- CBC+MS - мера подобия релаксированного решения, работающая поверх решателя CBC.
- SCIP(d) – решатель SCIP с настройками по умолчанию.
- SUN – метаконфигурация, работающая поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности.
- FZBIVSUNPB – метаконфигурация, работающая поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности; при ветвлении и разрешении конфликтов решатель отдает предпочтение бинарными переменным; фиксируются нулевые бинарные и целочисленные переменные релаксированного решения.
- EAD(contamination; file_name) – модель машинного обучения, работающая поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности; при ветвлении и разрешении конфликтов решатель отдает предпочтение бинарными переменным; частично-заданное решение на фиксациях строится на основании прогноза ансамбля детекторов аномалий; contamination – доля аномальных экземпляров в наборе данных, file_name – имя lp-файла математической постановки, на котором обучался ансамбль детекторов аномалий.
- Detector_name(contamination; file_name) – детектор аномалий, работающий поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности; при ветвлении и разрешении конфликтов решатель отдает предпочтение бинарными переменным; частично-заданное решение на фиксациях строится на основании прогноза детектора аномалий; contamination – доля аномальных экземпляров в наборе данных, file_name – имя lp-файла математической постановки, на котором обучался детектор аномалий.
- RELAX - релаксированное решение, найденное с помощью решателя SCIP.

Выводы

1. На всех сценариях группы ИКП метаконфигурация FZBIVSUNPB помогает решателю SCIP найти более низкое значение целевой функции и за меньшее время.

2. На всех сценариях группы ИКП (за исключением сценариев `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp`) ансамбль детекторов аномалий без подбора параметра контаминации `EAD(0.10; f398266b_bin.lp)` помогает решателю SCIP найти более низкое значение целевой функции и за меньшее время. На сценариях `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp` прием EAD не смог найти решение за отведенное время.
3. На сценариях `514.lp`, `519.lp`, `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp` изолированные детекторы аномалий помогают решателю SCIP найти более низкое значение целевой функции и за меньшее время.
4. На сценариях `514.lp`, `519.lp`, `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp` изолированные детекторы аномалий находят решения, которые по сравнению с решениями, полученными средствами `CBC+DOH(MS)`, оказываются лучше в среднем на 50.73% по временным издержкам и в среднем на 6.32% – по целевой функции.
5. На всех сценариях группы ИКП (за исключением сценариев `514.lp` и `519.lp`) метаконфигурация `FZBIVSUNPB` находит решения, которые оказываются нехуже решений, полученных с помощью `CBC+DOH(MS)`, как с точки зрения полного времени расчета (среднее улучшение 62.16%), так и с точки зрения целевой функции (среднее улучшение 7.03%). На сценарии `514.lp` метаконфигурация получает решение, которое только по целевой функции (+18.616%) превосходит решение, найденное средствами `CBC+DOH(MS)`. На сценарии `519.lp` решение метаконфигурации уступает решению, найденному с помощью `CBC+DOH(MS)` и по временным издержкам (-14.29%) и по целевой функции (-2.302%).

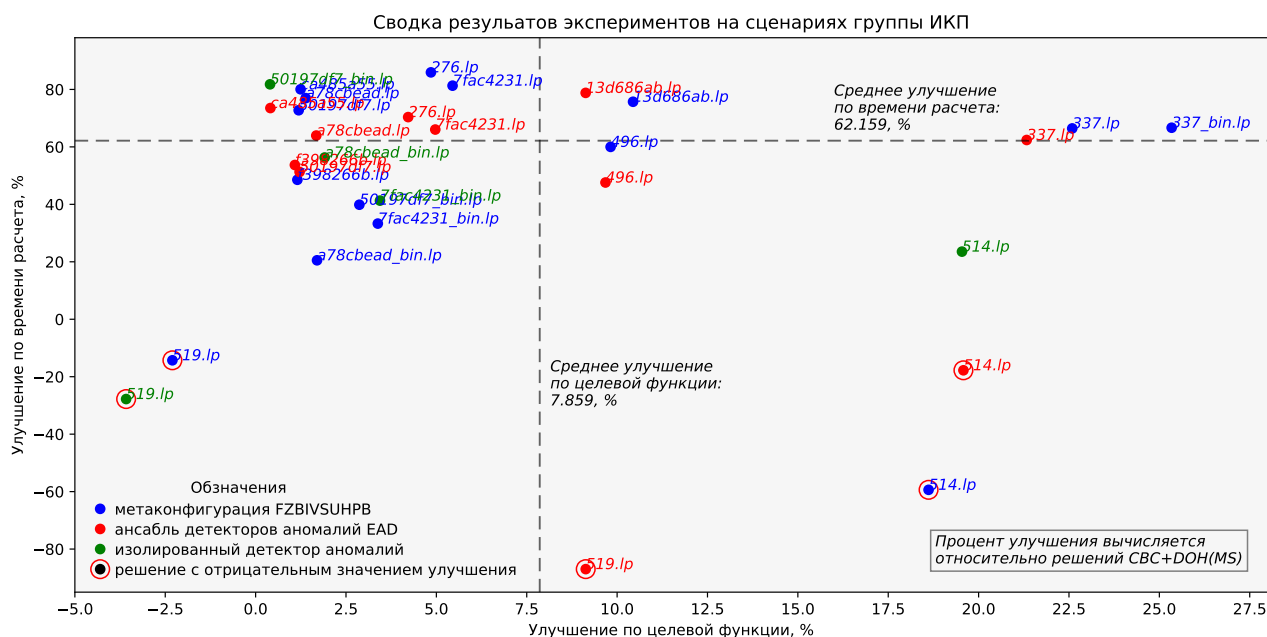


Рис. 1. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП

6. Приемы поиска решения

6.1. Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении

Часто фиксация целочисленных переменных² в релаксированном решении приводит к приемлемому допустимому целочисленному решению, которое потом можно использовать как «теплый старат» или как базовое решение для других схем фиксации.

```
ZERO = 0.0
...
relax_sol: pd.Series = read_relax_sol(path_to_relax_sol)

model = pycscipopt.Model()
model.readProblem(path_to_lp_file)
model.readParams(path_to_set_file)

all_vars: t.List[pycscipopt.scip.Variable] = model.getVars()
bin_vars: t.List[pycscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, BINARY)
int_vars: t.List[pycscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, INTEGER)

all_zero_bin_vars: t.List[
    pycscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
    relax_sol,
    sub_group_vars=bin_vars,
)
all_zero_int_vars: t.List[
    pycscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
    relax_sol,
    sub_group_vars=int_vars,
)

for var in all_zero_bin_vars + all_zero_int_vars:
    model.fixVar(var, ZERO)

model.optimize()
...
```

6.2. Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности

В некоторых случаях отдельные первичные эвристики могут оказаться не способными справиться со своей задачей, не оказывая никакого влияния на процедуру поиска решения, и все же потреблять предоставленные ресурсы.

Такие эвристики – условимся их называть первичными эвристиками низкой эффективности (ПЭНЭ) – можно выявить путем анализа статистической сводки **stat**-файла в разделе Primal Heuristics

Фрагмент файла статистической сводки 337_bin_default.stat

...						
Primal Heuristics	:	ExecTime	SetupTime	Calls	Found	Best
LP solutions	:	0.00	-	-	0	0
relax solutions	:	0.00	-	-	0	0

²Вообще говоря, фиксировать можно не только бинарные и целочисленные переменные

```

pseudo solutions :      0.00      -      -      0      0
...
conflictdiving   :      0.00      0.00      0      0      0
crossover        :      0.00      0.00      0      0      0
dins             :      0.00      0.00      0      0      0
distributiondivin:      0.00      0.00      0      0      0
dualval          :      0.00      0.00      0      0      0
farkasdiving     :    2032.89      0.00      1      0      0  # <- NB
feaspump         :      882.12      0.00      1      0      0  # <- NB
fixandinfer      :      0.00      0.00      0      0      0
...
intdiving        :      0.00      0.00      0      0      0
intshifting      :      52.99      0.00      1      1      1
...

```

В данном случае ПЭНЭ являются `farkasdiving` и `feaspump`. Чтобы подавить эти эвристики при следующем запуске `SCIP`, достаточно включить следующие строки в конфигурационный файл `scip.set`³

scip.set

```

...
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
...

```

Доступ к статистической сводке можно получить либо в сессии `SCIP`, либо через одну из оберток над решателем (например, с помощью `PySCIPOpt`)

Фрагмент сессии `scip`. Получение статистической сводки

```

...
SCIP> read file.lp
SCIP> opt
SCIP> display stat

```

Получение статистической сводки через обертку `PySCIPOpt`

```

import pysciptopt

model = pysciptopt.Model()
model.readProblem("...")
model.readParams("...")
model.optimize()

model.printStatistics()

```

6.3. Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении

Условимся *фиксацией* называть стратегию инициализации подгруппы переменных x_k (вещественных, бинарных или целочисленных), значения которых задаются на основе каких-либо эвристических соображений, например, касающихся специальных свойств матрицы ограничений, и

³При запуске интерактивной сессии через утилиту командной строки `scip`, решатель ищет этот файл в текущей директории и, если находит, автоматически вычитывает. При работе через `PySCIPOpt` требуется явно передавать путь до файла методу модели `readParams()`

способных в результате привести к такой постановке задачи, которую, используя механизмы первичных эвристик, сепараторов, пропагаторов и пр. можно развить в *допустимое целочисленное решение*.

Базовая идея построения *фиксации на бинарных переменных* заключается в том, чтобы значения бинарных переменных в релаксированном решении⁴ $\{r x_k^{(b)}\}_{k=1,\dots}$ интерпретировать как *степень уверенности* решателя в том, что рассматриваемую бинарную переменную можно выставить в единицу.

Если значение k -ой бинарной переменной $r x_k^{(b)}$ превосходит некоторый *порог* θ , то переменная выставляется в единицу, в противном случае – в ноль. Порог подбирается итерационно, начиная с некоторого нижнего значения θ_l (по умолчанию $\theta_l = 0$), увеличивая текущее значение порога на величину шага $\Delta\theta$ и заканчивая верхним значением порога θ_u (по умолчанию $\theta_u = 1$).

Для практических целей достаточно остановится на наименьшем значении порога θ , который отвечает такой фиксации, которую решатель SCIP не отклоняет как неспособную привести к допустимому целочисленному решению.

Фрагмент лога решателя SCIP для случая фиксации, которую невозможно развить в допустимое целочисленное решение

```
...
SCIP Status      : problem is solved [infeasible]
Solving Time (sec) : 3.00
Solving Nodes    : 0
Primal Bound     : +1.0000000000000000e+20 (0 solutions)
Dual Bound      : +1.0000000000000000e+20
Gap              : 0.00 %
original problem has 740251 variables (2666 bin, 147789 int, 0 impl, 589796 cont) and 545350
constraints
...
```

После того как порог θ подобран, бинарные переменные разбиваются на две подгруппы: подгруппу бинарных переменных, выставленных в ноль $\{x_k^{(b_0)}\}$, и подгруппу бинарных переменных, выставленных в единицу $\{x_k^{(b_1)}\}$. Долю бинарных переменных, выставленных в ноль обозначим через δ_{b_0} , долю бинарных переменных, выставленных в единицу – через δ_{b_1} , а целевую функцию, найденную при заданных долях – через $f_\theta(\delta_{b_0}, \delta_{b_1})$.

В результате получаем исследовательский инструмент, который дает возможность управлять решением через подбор долей δ_{b_0} и δ_{b_1} при найденном пороге θ . Часто оказывается эффективным прием управления решением через подбор доли нулевых бинарных переменных δ_{b_0} .

Целевая функция, вычисленная при единичной доле нулевых бинарных переменных $f_\theta(\delta_{b_0} = 1)$, как правило, значительно уступает целевой функции релаксированного решения f_r . Но тем не менее это решение может быть улучшено, сокращением доли δ_{b_0} (см. рис. 2 и рис. 3).

Как видно из графиков, на кривой изменения верхней границы решения существует точка с наименьшим значением целевой функции $f_\theta(\delta_{b_0})$ допустимого целочисленного решения. Эта точка и будет «оптимальной» для рассматриваемого сценария.

⁴Верхний левый индекс «г» указывает на релаксированное значение, а верхний правый «(b)» – на то, что речь идет о бинарной переменной

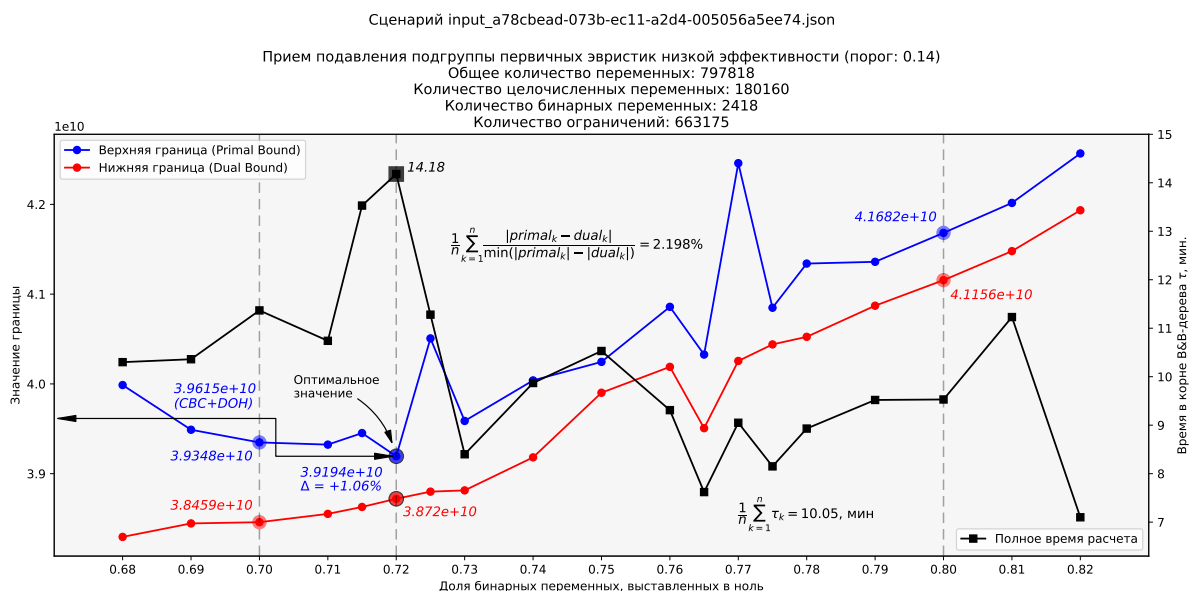


Рис. 2. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий a78cbead

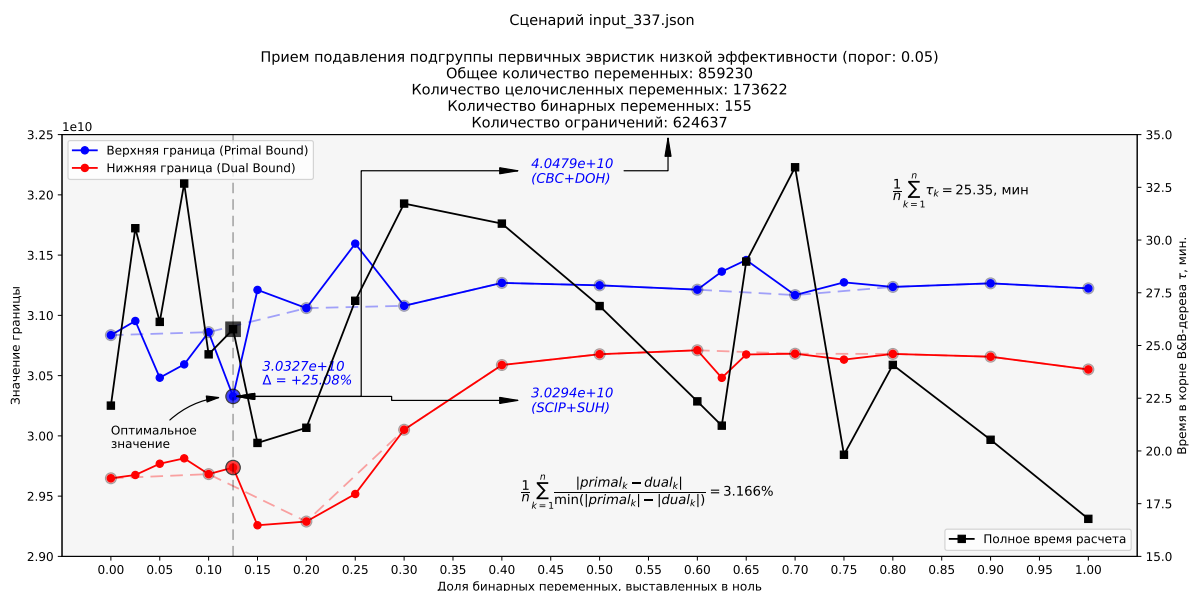


Рис. 3. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий 337

7. Методы машинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации

7.1. Постановка задачи

Цель: Разработать процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях для сценариев с матрицей ограничений произвольной структуры.

Вход: произвольная матрица ограничений⁵.

Выход: набор бинарных и целочисленных переменных, фиксация которых в ноль с высокой вероятностью приведет к допустимому целочисленному решению.

⁵Предполагается, что матрица ограничений имеет низкую меру обусловленности

База: частично-заданное решение, построенное на фиксациях нулевых бинарных и целочисленных переменных в релаксированном решении.

7.2. Концепт матрицы признакового описания бинарных и целочисленных переменных

В качестве признаков бинарно-целочисленных переменных предлагается использовать:

1. *важный признак* Значение переменной x_i в «усредненном» релаксированном решении⁶,
2. Модифицированную Z-оценку на «усредненном» релаксированном решении,
3. *бесполезный признак* Дробную часть значения переменной x_i в «усредненном» релаксированном решении,
4. *важный признак* Пороги бинаризации на «усредненном» релаксированном решении (каждый порог это отдельный признак),
5. *важный признак* Число ограничений n_i , в которые входит рассматриваемая переменная x_i ,
6. *важный признак* Число положительных n_i^+ и отрицательных n_i^- коэффициентов в ограничениях, ассоциированных с рассматриваемой переменной x_i ,
7. Булев маркер удаления переменной x_i после шага снижения размерности задачи,
8. *важный признак* Коэффициент c_i при переменной x_i в целевой функции $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$,
9. *бесполезный признак* Вероятность⁷ того, что i -ая бинарная или целочисленная переменная x_i будет выставлена в 1 (индекс « $-i$ » означает без учета i -ой переменной)

$$\mathbf{P}(x_i = 1) = \sigma\left(\frac{1}{t} (\mathbf{c}^T \mathbf{x})_{-i}\right),$$

где σ – логистический сигмоид, t – «температура» (чем выше температура, тем случайнее выход), \mathbf{c} – вектор коэффициентов целевой функции, \mathbf{x} – вектор значений переменных в релаксированном решении.

10. Важность x_i переменной с точки зрения пресолверов.

7.3. Стратегии решения задачи

7.3.1. Стратегия №1. Обнаружение аномалий

Задачу построения частично-заданного решения на фиксациях предлагается свести к задаче обнаружения аномалий в данных. Бинарные и целочисленные переменные, которые как ожидается примут *нулевые значения* в допустимом целочисленном решении будем считать «штатным режимом», а бинарные и целочисленные переменные, которые как ожидается примут *ненулевые значения* в допустимом целочисленном решении – аномалиями. Такие «аномальные» экземпляры остаются без рекомендуемого значения для фиксации, а оставшиеся нулевые «штатные» бинарные и целочисленные переменные фиксируются в ноль и на этом процедура построения частично-заданного решения считается завершённой.

Для повышения надежности прогноза предлагается использовать ансамбль детекторов аномалий. Решение о фиксации бинарной или целочисленной переменной в ноль принимается на основании большинства голосов ансамбля детекторов.

⁶Задача линейного программирования в релаксированной постановке решается с использованием различных методов (двойственный симплекс-метод, метод внутренней точки и т.д.), а затем полученные решения усредняются

⁷Идея построения признака основана на способе вычисления вероятности единичного выхода нейрона в машинах Больцмана [2, стр. 653]

Набор данных представляет собой неупорядоченную коллекцию матриц признакового описания, ассоциированных с соответствующими lp/mps -файлами математической постановки задачи (условимся называть их *сценариями*).

Ансамбль детекторов аномалий обучается по роторной схеме:

- На i -ой итерации все *матрицы признакового описания* (всего в наборе S матриц/сценариев) кроме i -ой матрицы используются для обучения детекторов, а на i -ой матрице признакового описания строится прогноз аномальных экземпляров, которые помечаются как «-1». В результате получается коллекция бинарных и целочисленных переменных, помеченных либо как «0», либо как «-1». Построенное решение сравнивается с допустимым целочисленным решением с помощью различных метрик качества (параметрическое гармоническое среднее, капша Козна, коэффициент корреляции Метьюса и т.д.). Вычисленные для i -ой матрицы метрики качества и построенное частично-заданное решение на фиксациях сохраняются в директории результатов,
- Затем описанный шаг повторяется для оставшихся матриц признакового описания объекта.

По окончании процедуры для каждого сценария:

- будут вычислены метрики качества,
- будет построено частично-заданное решение на фиксациях,

Полученные частично-заданные решения на фиксациях подаются на вход решателю SCIP. Если SCIP удалось найти решение, обозначаемое как s_{ML} , то оно сравнивается с решением s_{FZB} , полученным с помощью метаконфигурации FZBIVSUNPB (см. подраздел 8.2), по времени работы и по значению верхней границы решения.

Замечание

Как правило, в задачах обнаружения аномалий не выполняют подбор гиперпараметров детектора, но в данном случае кажется полезным изучить поведение детектора хотя бы в зависимости от параметра контаминации. Дело в том, что на практике эффективность детектора может существенно изменяться в зависимости от значений управляющих параметров

На всех сценариях группы ИКП (см. раздел 8) обнаруживается серьезный дисбаланс экземпляров положительного («аномалии», ненулевые значения переменных) и отрицательного («штатные» экземпляры, нулевые значения переменных) классов. Ожидается, что эффективность модели машинного обучения главным образом будет зависеть от способности модели выявлять аномальные экземпляры.

Действительно, *ошибка первого рода* (ложное срабатывание, т.е. когда отрицательный «штатный» экземпляр принимается за «аномальный» положительный) приводит к тому, что нулевая переменная *не будет* зафиксирована в ноль в частично-заданном решении, что с высокой вероятностью снизит производительность решателя SCIP.

Тогда как *ошибка второго рода* (пропуск объекта, т.е. когда «аномальный» положительный экземпляр принимается за «штатный» отрицательный) приводит к тому, что ненулевая переменная в частично-заданном решении будет зафиксирована в ноль. Это сделает частично-заданное решение не способным развиваться в допустимое целочисленное, что значительно хуже.

Таким образом, кажется разумным сосредоточить усилия на том, чтобы минимизировать ошибку второго рода, и в результате свести к минимуму число пропусков аномалий.

Проще всего оценить качество модели с учетом большего влияния ошибок второго рода с помощью F_β -меры при значениях параметра $\beta > 1$

$$F_\beta = (1 + \beta^2) \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\beta^2 \text{precision} + \text{recall}},$$

где precision – точность, recall – полнота.

Замечание

Провести анализ приема подбора порога бинаризации. И проработать схему подбора гиперпараметров детекторов

Анализ производительности методов обнаружения аномалий Рекомендуемые значения некоторых гиперпараметров для детекторов некоторых семейств звучат следующим образом [3]:

- для KNN (k Nearest Neighbors⁸) и LOF (Local Outlier Factor): $k = \max(10; 0.03 |D|)$, где $|D|$ - число экземпляров в наборе данных,
- для HBOS (Histogram-based Outlier Score): $n_bins = \sqrt{|D|}$,
- для IForest (Isolation Forest): число деревьев $n_estimators=100$ и число экземпляров на дерево $max_samples=256$,
- для CBLOF (Clustering-Based Local Outlier Factor): $\alpha = 0.90$, $\beta = 5$ и $k = 10$,
- для OCSVM (One-Class Support Vector Machines): ядро RFB($\nu = 0.5$, $\gamma = 1/m$), где m - число признаков в наборе данных D .

Перечисленные ниже детекторы показали крайне низкую производительность на сценариях группы ИКП:

- KNN,
- Feature Bagging,
- ABOD (Angle-Based Outlier Detection using approximation)/FastABOD,
- LOCI (Fast outlier detection using the local correlation integral),
- CBLOF (Clustering-Based Local Outlier Factor): достаточно быстрый, но результаты отвратительные (очень низкие значения ключевых метрик качества),
- XGBOOST⁹ (Extreme Boosting Based Outlier Detection): безумно медленный¹⁰,
- R-Graph (Outlier detection by R-graph).

Главный детектор аномалий предлагается строить с помощью агрегатора SUOD¹¹ (Accelerating Large-scale Unsupervised Heterogeneous Outlier Detection) на следующих базовых детекторах:

- ECOD (Unsupervised Outlier Detection Using Empirical Cumulative Distribution Functions),
- COPOD (Copula-Based Outlier Detection),
- IForest (Isolation Forest),
- HBOS (Histogram-based Outlier Score).

⁸Расстояние от k -ого ближайшего соседа рассматривается как мера аномальности экземпляра

⁹Требует разметки

¹⁰В <https://github.com/yzhao062/pyod/issues/152> рекомендуется использовать SUOD

¹¹<https://www.andrew.cmu.edu/user/yuezhao2/papers/21-mlsys-suod.pdf>

7.3.2. Стратегия №2. Бинарная классификация со слабо выраженным миноритарным классом

Задачу построения частично-заданного решения на фиксациях предлагается свести к задаче бинарной классификации со слабо выраженным миноритарным классом (данные с сильным дисбалансом).

Раздел в разработке ...

7.4. Трансфер выявленного паттерна. Сценарии группы СОП

Условимся *трансфером выявленного паттерна* (или просто *трансфером паттерна*) называть явление, состоящее в том, что модель, обученная на сценариях одной группы (сценарии обучающего поднабора), оказывается способной строить корректные прогнозы на сценариях другой группы (сценарии тестового поднабора), обладающих четкими дискриминирующими атрибутами (структурные особенности матрицы ограничений и пр.), которые позволяют с высокой степенью уверенности отделять сценарии обучающего поднабора от сценариев тестового поднабора.

Другими словами, в отличие от классической постановки машинного обучения – в которой экземпляры обучающего и тестового поднаборов данных должны быть похожи друг на друга – в данном случае модель машинного обучения предлагается обучать и тестировать на сценариях, которые значительно отличаются друг от друга по каким-то ключевым атрибутам.

7.4.1. Сценарий tmpfvprqodxw.lp без бинарных переменных

Исследование вопроса о трансфере паттерна начнем с рассмотрения простого сценария группы СОП tmpfvprqodxw.lp <https://disk.yandex.ru/d/K7bvClpltotqlg>, а обучать модель машинного обучения будем в соответствии со стратегией №1 (стр. 16).

В случае сценария tmpfvprqodxw.lp для простоты можно ограничиться рассмотрением только детектора HBOS (без агрегации прогнозов других детекторов с помощью обертки SUOD) и обучать его на сценарии группы ИКП f398266b_bin.lp (см. раздел 8.2.4).

Для того чтобы использовать не ансамбль детекторов аномалий, а лишь какой-то конкретный детектор, достаточно в конфигурационном файле main_config.yaml передать полю use детектора значение False

main_config.yaml. Использовать только детектор HBOS

```
...
detector_config:
  # Строит ансамбль детекторов аномалий
  SUOD: # Scalable Unsupervised Outlier Detection https://www.andrew.cmu.edu/user/yuezhao2/
    papers/21-mlsys-suod.pdf
    use: !!bool False # <--- NB
    # Допустимые значения 'combination': average, maximization
    combination: !!str average # стратегия агрегации прогнозов ансамбля детекторов
    contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
    а (0.0; 0.5)
    n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
    verbose: !!bool True # флаг подробного вывода информации о построении модели
  # Перечень детекторов для SUOD-ансамбля. Если SUOD.use=True, то перечисленные ниже детекторы,
  у которых
  # атрибут DETECTOR.use=True, будут добавлены в список SUOD().base_estimators.
  # Если SUOD.use=False, то поиск аномалий будет выполняться с помощью одного из приведенных ниж
  е детекторов,
```

```

# у которого атрибут DETECTOR.use=True
COPOD: # Copula Based Outlier Detector
  use: !!bool False # <--- NB
  contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
  а (0.0; 0.5)
  n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
ECOD: # Unsupervised Outlier Detection Using Empirical Cumulative Distribution Functions
  use: !!bool False # <--- NB
  contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
  а (0.0; 0.5)
  n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
IForest: # Wrapper of scikit-learn Isolation Forest with more functionalities
  use: !!bool False # <--- NB
  n_estimators: !!int 250 # число деревьев принятия решений в лесе
  contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
  а (0.0; 0.5)
  n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
HBOS: # Histogram-based outlier detection
  use: !!bool True # <--- NB
  n_bins: !!int 10 # число бинов для построения гистограммы
  alpha: !!float 0.05 # параметр регуляризации
  contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
  а (0.0; 0.5)

```

Приведенный на рис. 4 график показывает, что

- о настройки решателя SCIP, ответственные за выбор переменных при ветвлении¹² и разрешении конфликтов¹³, а также прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности помогают снизить временные издержки при незначительном ухудшении целевой функции (зеленая кривая) относительно решения, полученного с помощью решателя SCIP с настройками по умолчанию (красная кривая),
- о дополнительное снижение временных затрат можно получить подбором гиперпараметров детектора¹⁴ (синяя кривая).

Детектору аномалий HBOS с подбором параметра контаминации (`contamination=0.04`)¹⁵ удалось снизить количество бинарных переменных – на 98, ограничений – на 177, а временные издержки снизились в 2.38 раза.

7.4.2. Синтетический сценарий 1664182546_82382.lp с бинарными переменными

Статистика¹⁶

Общее количество переменных: 5100 (4123)

Количество целочисленных переменных: 0 (0)

Количество бинарных переменных: 1768 (1132)

Количество ограничений: 11193 (10461)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/FuEBWt4zvFIseA>

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

¹²Параметр `branching/preferbinary`

¹³Параметр `conflict/preferbinar`

¹⁴В данном случае подбирался только гиперпараметр контаминации

¹⁵В библиотеке PyOD все детекторы аномалий имеют контаминацию уровня 0.10

¹⁶В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

Сценарий tmpfvpqodxw.lp (обучение на f398266b_bin.lp)

Общее количество переменных: 5308
Количество целочисленных переменных: 1197
Количество бинарных переменных: 0
Количество ограничений: 13065

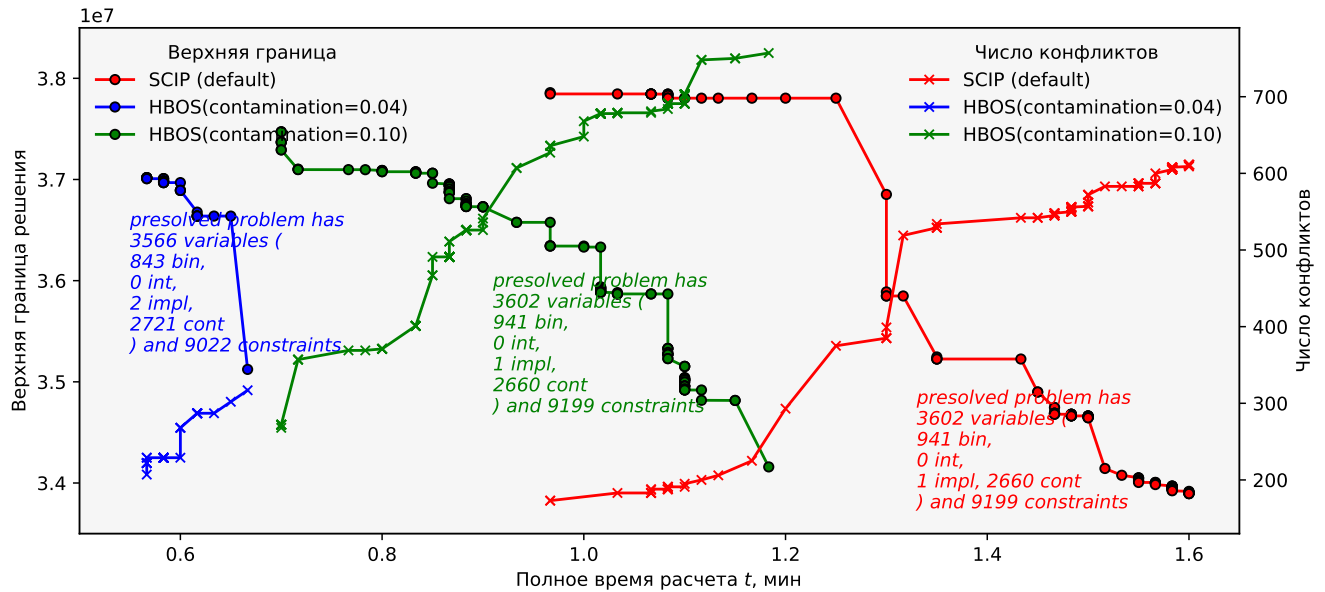


Рис. 4. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП tmpfvpqodxw.lp

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182546_82382.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

На рис. 5 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию, ii) решателя SCIP на частично-заданном решении, полученном с помощью ансамбля детекторов аномалий, и iii) решателя SCIP на фиксации, подготовленной с помощью изолированного детектора HBOS.

Как видно из рисунка, решатель SCIP с настройками по умолчанию (синяя кривая) первое допустимое целочисленное решение с адекватным зазором находит гораздо позже схемы на частично-заданном решении, полученном с помощью ансамбля детекторов (красная кривая). Однако, спустя некоторое время схема с настройками по умолчанию быстрее выходит на конкурентное значение целевой функции (41389.75 против 41557.30).

Схема с подбором гиперпараметра контаминации изолированного детектора HBOS, несмотря на то, что размерность задачи снижается, приводит к очень слабому решению.

Вывод по сценарию: принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился

прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b_bin.lp группы ИКП.

Сценарий 1664182463_82382.lp (обучение на f398266b_bin.lp)

Общее количество переменных: 5100
Количество целочисленных переменных: 0
Количество бинарных переменных: 1768
Количество ограничений: 11193

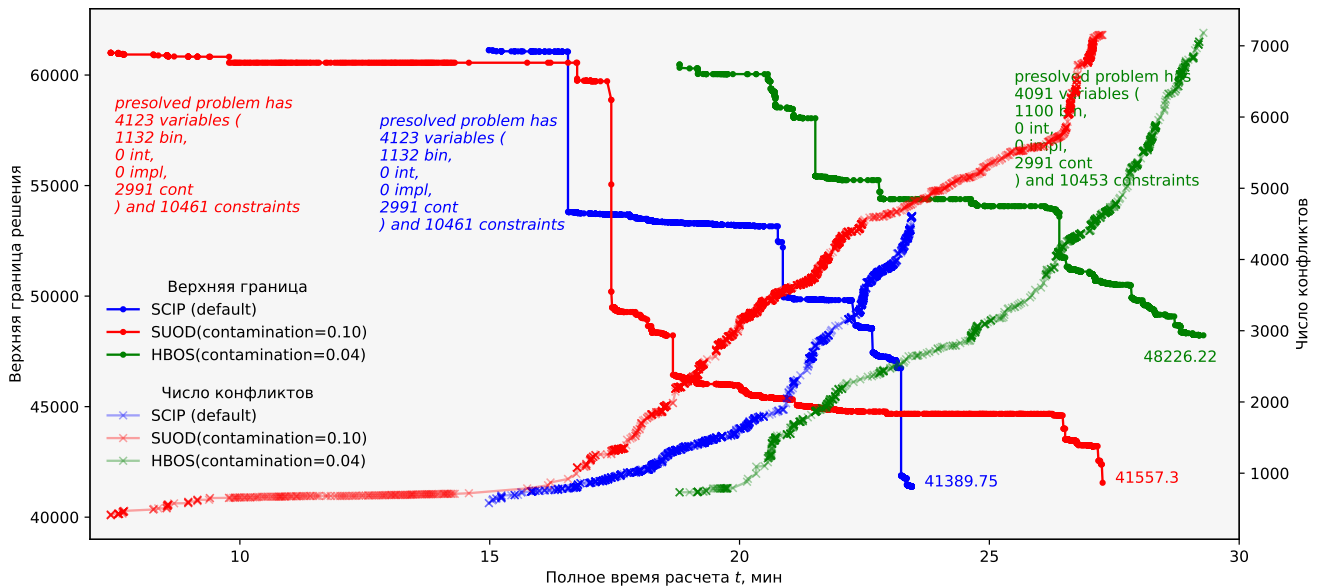


Рис. 5. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182546_82382.lp

7.4.3. Синтетический сценарий 1664182533_1587787.lp с бинарными переменными

Статистика¹⁷

Общее количество переменных: 4759 (3780)

Количество целочисленных переменных: 0 (0)

Количество бинарных переменных: 1701 (1063)

Количество ограничений: 10307 (9581)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/n0Dqn6pr6GK9mg>

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182533_1587787.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

¹⁷В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

На рис. 6 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию, ii) решателя SCIP на частично-заданном решении, полученном с помощью ансамбля детекторов аномалий, и iii) решателя SCIP на фиксации, подготовленной с помощью изолированного детектора HBOS.

Здесь схема с настройками по умолчанию проигрывает схеме на частично-заданном решении, построенном с помощью ансамбля детекторов аномалий, и по времени расчета, и по значению целевой функции. Подбор параметра контаминации детектора HBOS как и в предыдущем случае не позволяет улучшить решение – кривая «замирает» на асимптоте 52070.46.

Таким образом, в данном случае ансамбль детекторов аномалий с обретенкой SUOD снижает временные издержки на получение решения и одновременно улучшает целевую функцию.

Вывод по сценарию: принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b_bin.lp группы ИКП.

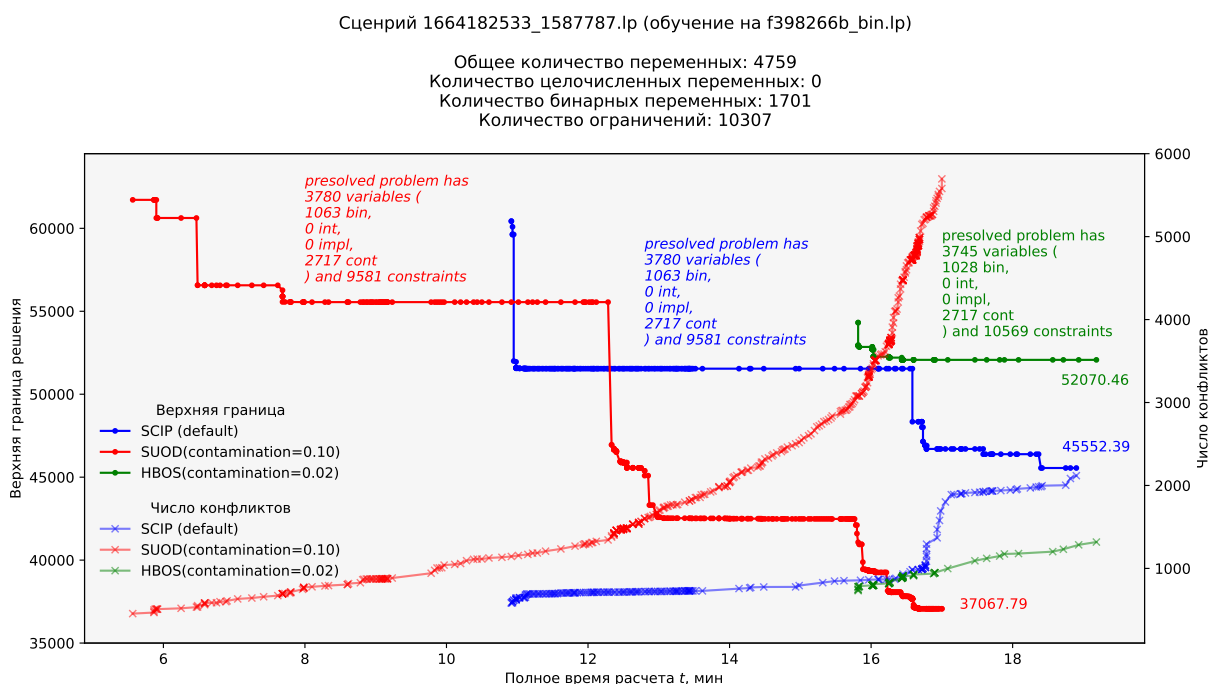


Рис. 6. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182533_1587787.lp

7.4.4. Синтетический сценарий 1664182480_4326847.lp с бинарными переменными

Статистика¹⁸

Общее количество переменных: 7123 (6445)

Количество целочисленных переменных: 0 (0)

Количество бинарных переменных: 1548 (1324)

Количество ограничений: 17696 (16805)

¹⁸В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/f_6GH9mzzxAGQg

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182480_4326847.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

На рис. 7 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию и ii) решателя SCIP на фиксации, подогнотенной с помощью изолированного детектора HBOS.

На рассматриваемом сценарии получить решение с помощью ансамбля детекторов аномалий за отведенное для поиска время не удалось, однако, изолированный детектор HBOS с подобранным параметром контаминации смог выйти на значение целевой функции 53682.08. Это решение проигрывает решению, полученному с помощью SCIP базовой конфигурации (47245.97), но тем не менее указывает жизнеспособность концепции использования стратегии обнаружения аномалий для построения частично-заданного решения на фиксациях с подбором параметра контаминации детекторов.

Вывод по сценарию: принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b_bin.lp группы ИКП.

7.4.5. Синтетический сценарий 1664182523_380519.lp с бинарными переменными

Статистика¹⁹

Общее количество переменных: 4578

Количество целочисленных переменных: 0

Количество бинарных переменных: 1331

Количество ограничений: 10722

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/i-FhZ9LD8ToeXg>

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182523_380519.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
```

¹⁹В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

Сценарий 1664182480_4326847.lp (обучение на f398266b_bin.lp)

Общее количество переменных: 7123
Количество целочисленных переменных: 0
Количество бинарных переменных: 1548
Количество ограничений: 17696

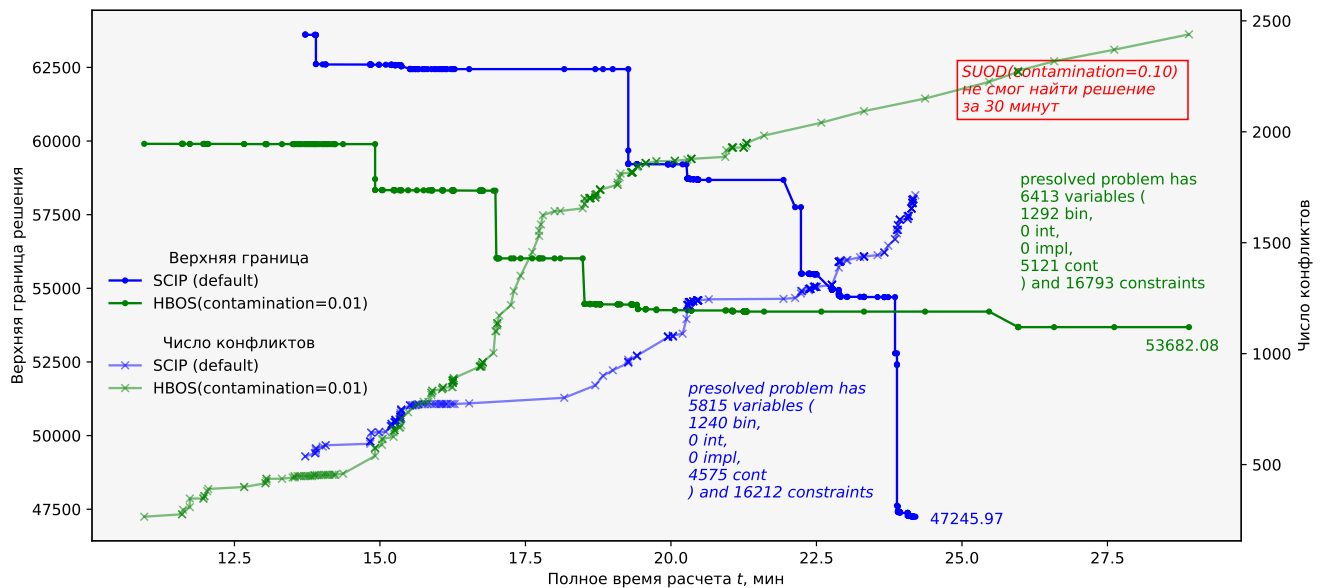


Рис. 7. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182480_4326847.lp

```
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

На рис. 8 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию, и ii) решателя SCIP на частично-заданном решении, полученном с помощью ансамбля детекторов аномалий.

Здесь ансамбль детекторов аномалий выигрывает 2.78 минуты при целевой функции, значение которой практически не отличается от значения целевой функции в решении, полученном с помощью решателя SCIP базовой конфигурации.

Вывод по сценарию: принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b_bin.lp группы ИКП.

8. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП

На всех сценариях группы ИКП (как с бинарными переменными, так и без них) решения удавалось найти с помощью *метакофигурации* (см. раздел 8.2), включающей прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности и процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях (для нулевых бинарных и целочисленных переменных).

Сценарий 1664182523_380519.lp (обучение на f398266b_bin.lp)

Общее количество переменных: 4578
Количество целочисленных переменных: 0
Количество бинарных переменных: 1331
Количество ограничений: 10722

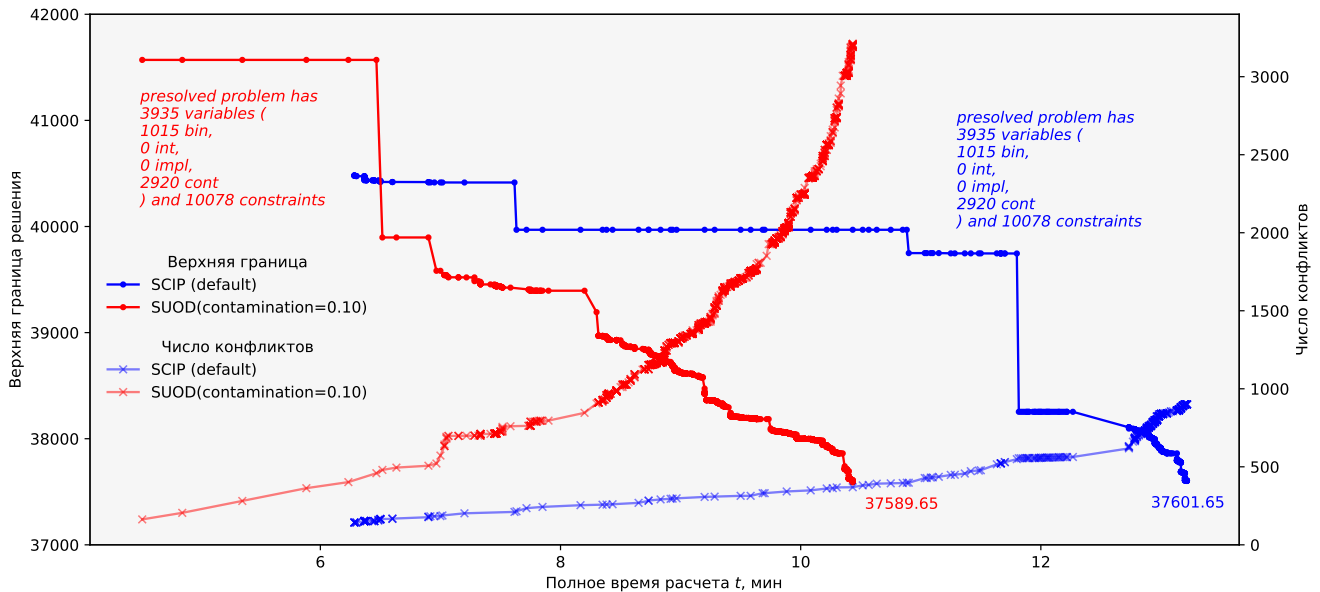


Рис. 8. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182523_380519.lp

8.1. Поиск решения на сценариях без бинарных переменных.

Метаконфигурации SUH, FZBIVSUHPB и ансамбль детекторов аномалий

Метаконфигурация²⁰ SUH (Suppress Useless Heuristics) процедуры поиска решения сводится к приему подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности.

Замечание

Решение получено без доменно-ориентированных эвристик, «теплого» старта и подбора параметров решателя

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (без бинарных переменных) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП без бинарных переменных

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

²⁰Под метаконфигурацией понимается совокупность конфигурации решателя и набора эвристических приемов

8.1.1. Сценарий F398266B без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 774901

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 650263

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/o_eAb9475u5ueg

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- о INTSHIFING,
- о RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/URRnZ8soTaJEgQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/N2tfhj1N6RczzA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/-y7p5FyJyYirkw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/1JaMC9aFjubDbA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.063% лучше в смысле целевой функции и на 10.20% – в смысле временных издержек (рис. 9).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.155% лучше в смысле целевой функции и на 65.27% – в смысле временных издержек (табл. 1).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 1. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	21.38	5.905048
SCIP+SUH	19.27 +9.87%	5.842154 +1.065%
SCIP+FZB...	9.43 +55.89%	5.836815 +1.155%

8.1.2. Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718464

Количество целочисленных переменных: 159332

Сценарий input_f398266b-093b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json

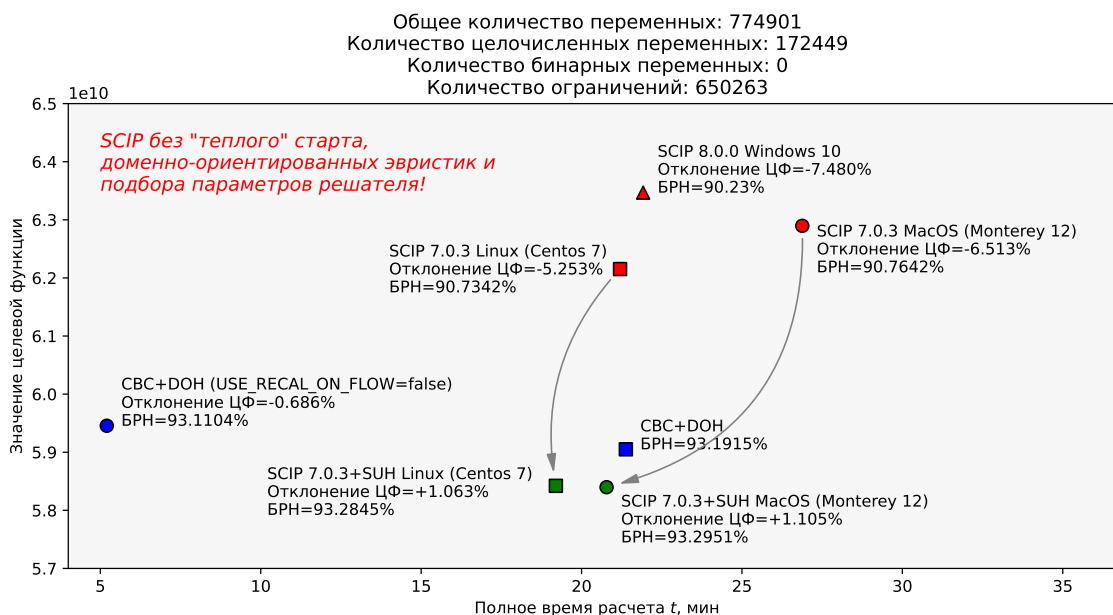


Рис. 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий f398266b без бинарных переменных

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 595797

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/K0_xj9dkgUdcog

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- o RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/R4B1fkTx-nE3tg>

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/BLvUmZ43vtMFKg>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/yMFLr-6mLfdPAw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/XiRSvteL9xC4pg>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.25% лучше в смысле целевой функции и на 46.43% – в смысле временных издержек (рис. 10).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.191% лучше в смысле целевой функции и на 82.13% – в смысле временных издержек (табл. 2).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 2. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	18.35	3.585532
SCIP+SUH	9.83 +46.43%	3.540567 +1.252%
SCIP+FZB...	3.28 +82.13%	3.542843 +1.191%

Сценарий input_50197df7-ff50-ec11-a2d7-005056a5ee74.json

Общее количество переменных: 718464
Количество целочисленных переменных: 159332
Количество бинарных переменных: 0
Количество ограничений: 595797

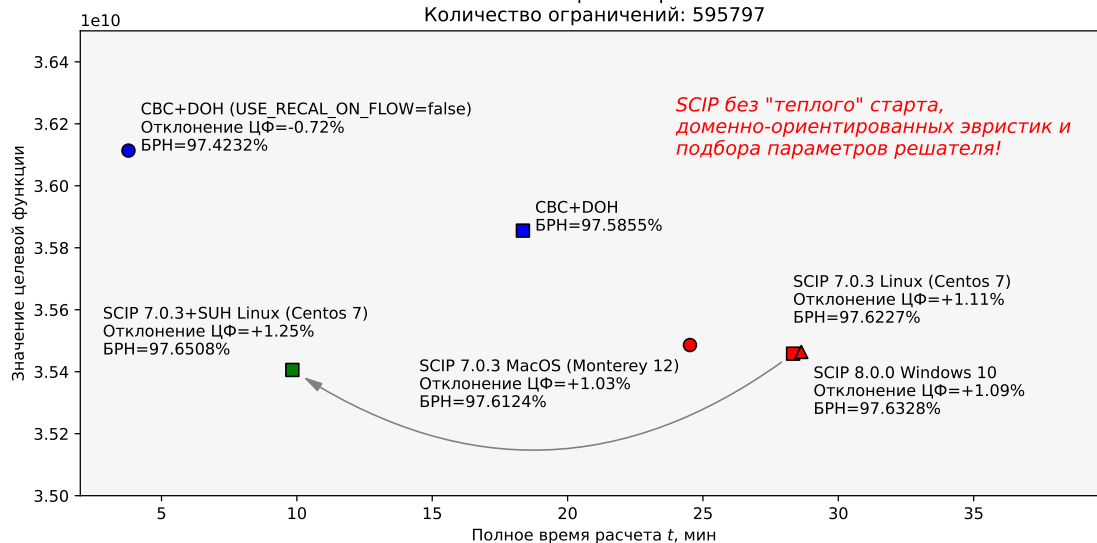


Рис. 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

8.1.3. Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 737585

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 540018

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qiZAmraUNK1Peg>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- o RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/20NeMuQ7NF_ccA

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/QxE0HoREHzgHQQ>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/FHZGj_Kyg8dDiw

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/8H1vw6zkQS7DAg>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (`USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true`) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 5.22% лучше в смысле целевой функции и на 27.10% – в смысле временных издержек (рис. 11).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 5.452% лучше в смысле целевой функции и на 90.16% – в смысле временных издержек (табл. 3).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	16.05	1.087609
SCIP+SUN	11.67 +27.29%	1.030866 +5.222%
SCIP+FZB...	3.58 +77.69%	1.028349 +5.452%

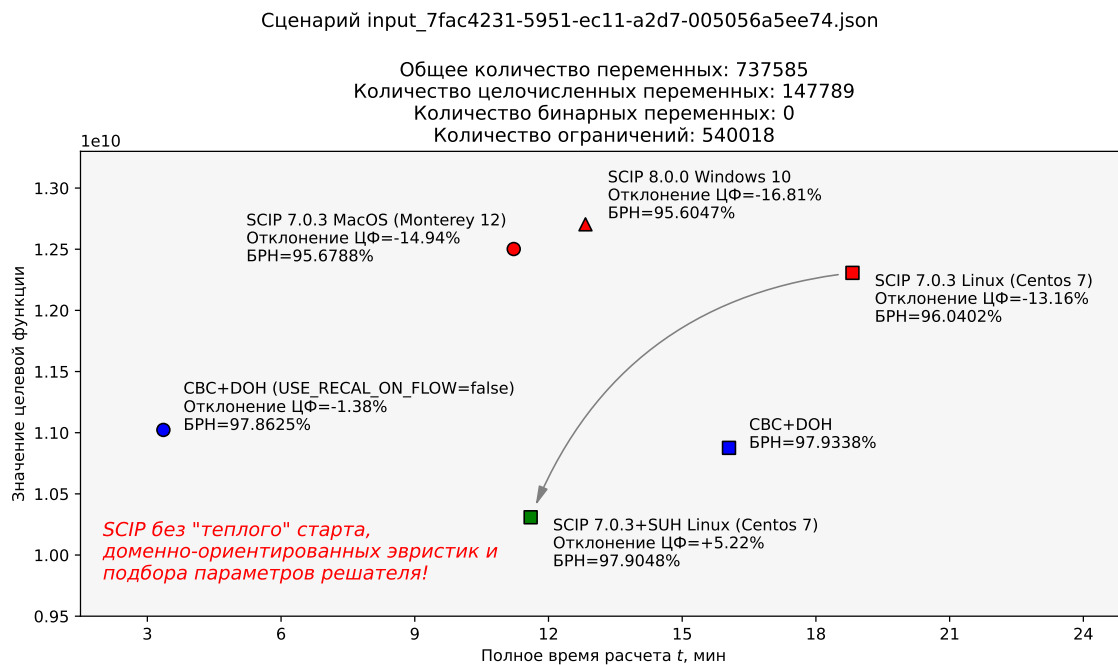


Рис. 11. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

8.1.4. Сценарий SA485A55 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718601

Количество целочисленных переменных: 140858

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 514229

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/iSP6xrh4K_wHEQ

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUN) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/_WzkmgoueNb2Bg

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/sLUW5IxmPMBpcw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/3Ls6QrAWVUMdZw>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 0.683% лучше в смысле целевой функции и на 46.48% – в смысле временных издержек (рис. 12).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.244% лучше в смысле целевой функции и на 88.53% – в смысле временных издержек (табл. 4).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий sa485a55 без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	20.05	4.597048
SCIP+SUN	10.73 +46.48%	4.565579 +0.683%
SCIP+FZB...	4.34 +78.35%	4.539819 +1.244%

8.1.5. Сценарий 276 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 809224

Количество целочисленных переменных: 162562

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 602190

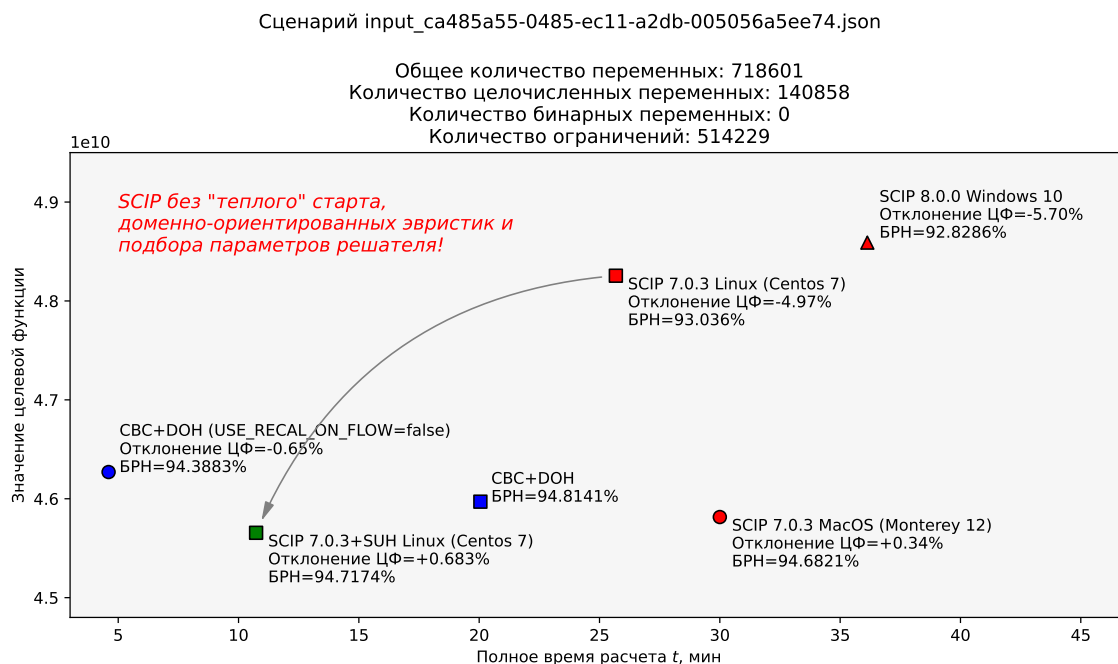


Рис. 12. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий ca485a55 без бинарных переменных

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/QaS5kd7VRZQ66A>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- o RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/M2V88djiiGM5PA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/G0ustAVT6I9CeA>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/YBXB5GCECJiBIA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 3.67% лучше в смысле целевой функции и на 51.56% – в смысле временных издержек (рис. 13).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 4.86% лучше в смысле целевой функции и на 78.35% – в смысле временных издержек (табл. 5).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 5. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 276 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	29.87	1.430789
SCIP+SUH	14.47 +51.56%	1.378299 +3.669%
SCIP+FZB...	3.95 +78.35%	1.361368 +4.857%

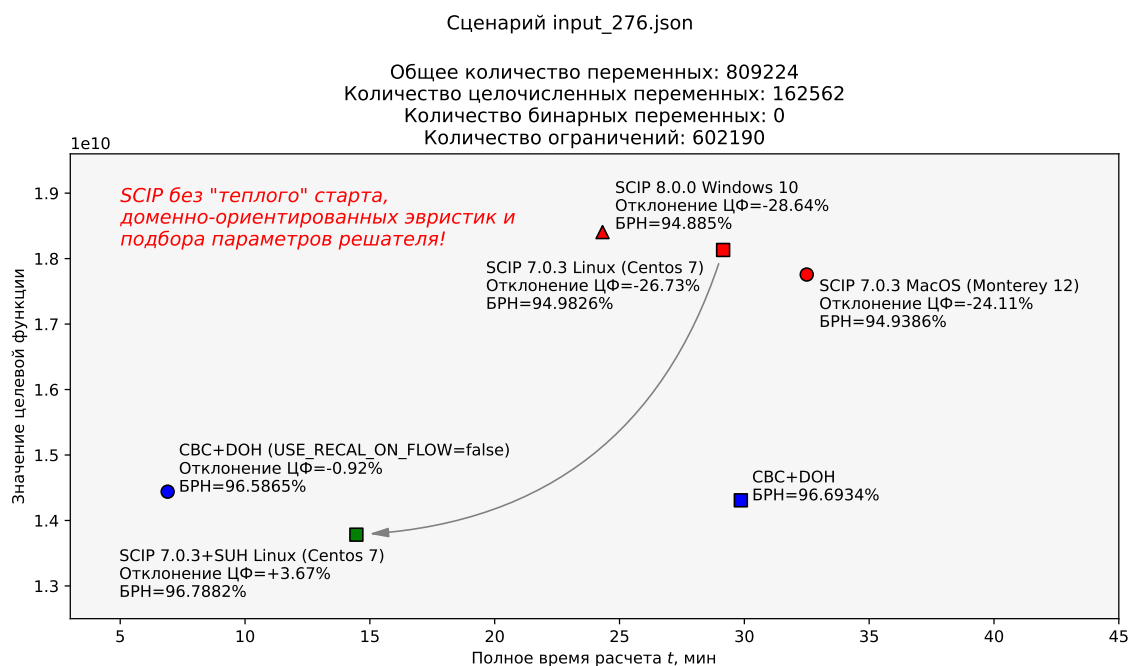


Рис. 13. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 276 без бинарных переменных

8.1.6. Сценарий 337 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 859075

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 624327

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/keyQLAagsD7Sbw>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- o RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/ZUIEo3dDq77FjA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/OnUXIrIKuzqZlw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/UONCnMQN1akHUA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 22.12% лучше в смысле целевой функции и на 18.32% – в смысле временных издержек (рис. 14).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 22.59% лучше в смысле целевой функции и на 70.84% – в смысле временных издержек (табл. 6).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 6. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий 337 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	20.85	3.825042
SCIP+SUN	17.03 +18.32%	2.978782 +22.123%
SCIP+FZB...	6.08 +70.84%	2.961019 +22.588%

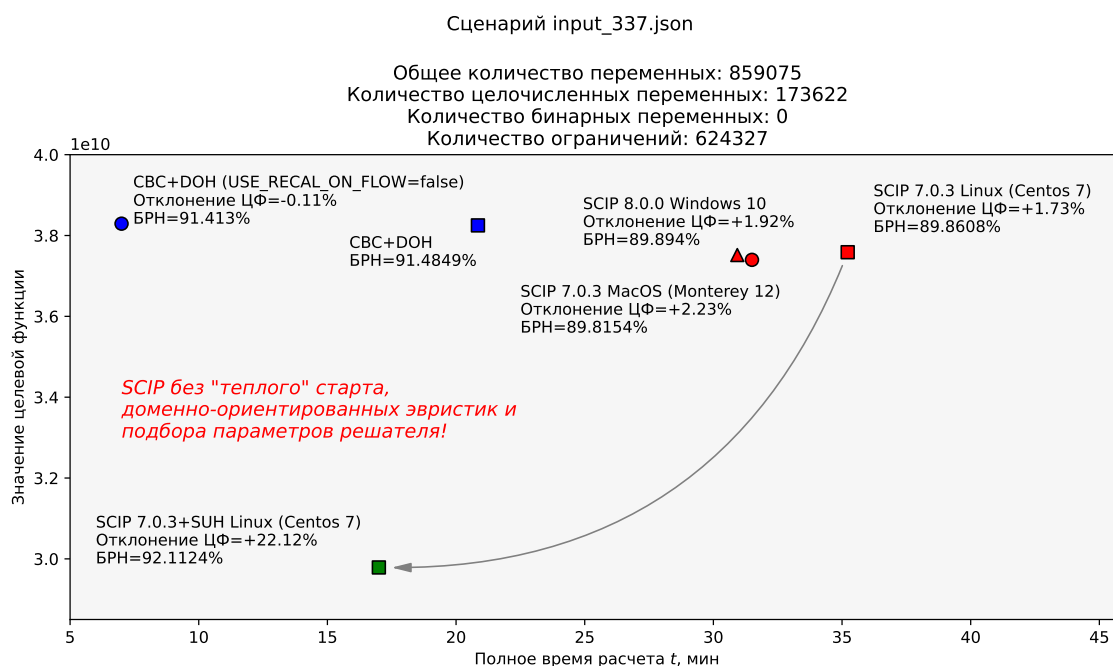


Рис. 14. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий 337 без бинарных переменных

8.1.7. Сценарий 13D686AB без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 786020

Количество целочисленных переменных: 168857

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 598414

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/3KkYKzNl3PjGdg>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/EXylMeX6Ytz4tg>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/dXUMVbSWRbqeDQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/Knavj89muxGw-w>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 9.40% лучше в смысле целевой функции и на 33.03% – в смысле временных издержек (рис. 15).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 10.44% лучше в смысле целевой функции и на 75.82% – в смысле временных издержек (табл. 7).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 7. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^9$
CBC+DOH	28.82	8.774743
SCIP+SUH	19.30 +33.03%	7.949568 +9.403%
SCIP+FZB...	6.97 +75.82%	7.858548 +10.441%

8.1.8. Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 795400

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 658339

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/vTPPa1H3VFD7tA>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/fARVcHb66ToHxQ>

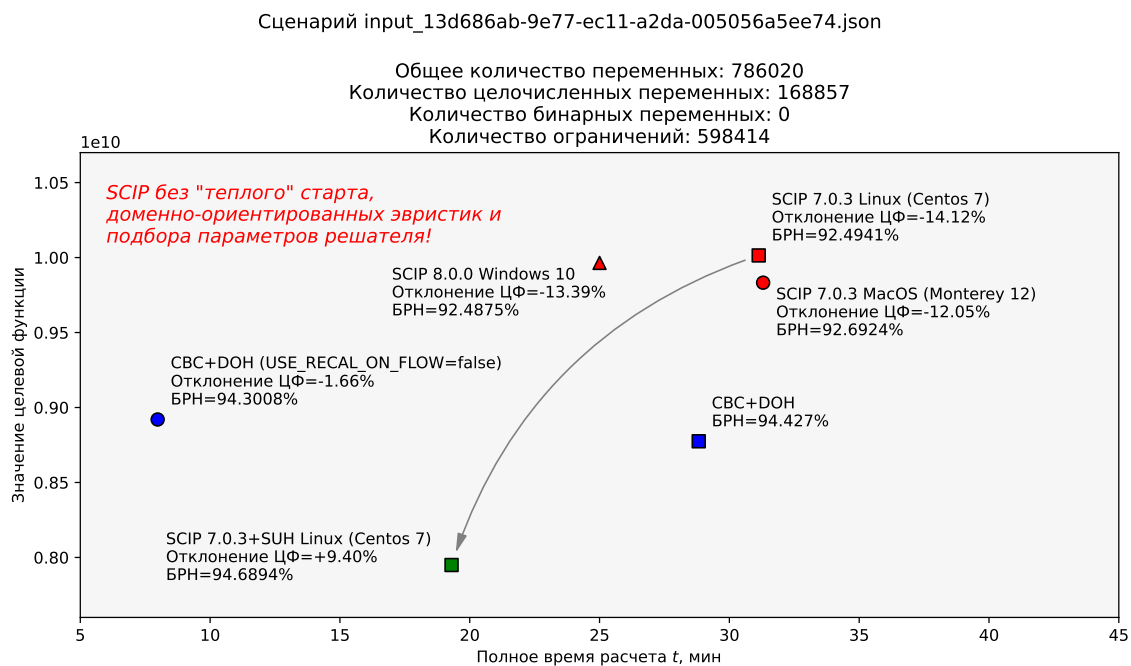


Рис. 15. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN.
Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/4DIteZTja77cog>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/vn1K834mY5MEng>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к приему на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.57% лучше в смысле целевой функции и на 23.30% – в смысле временных издержек (рис. 16).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему построения решения на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.39% лучше в смысле целевой функции и на 81.04% – в смысле временных издержек (табл. 8).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 8. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий a78cbead без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	26.05	3.801546
SCIP+SUH	19.98 +23.30%	3.741685 +1.576%
SCIP+FZB...	4.94 +81.04%	3.748890 +1.386%

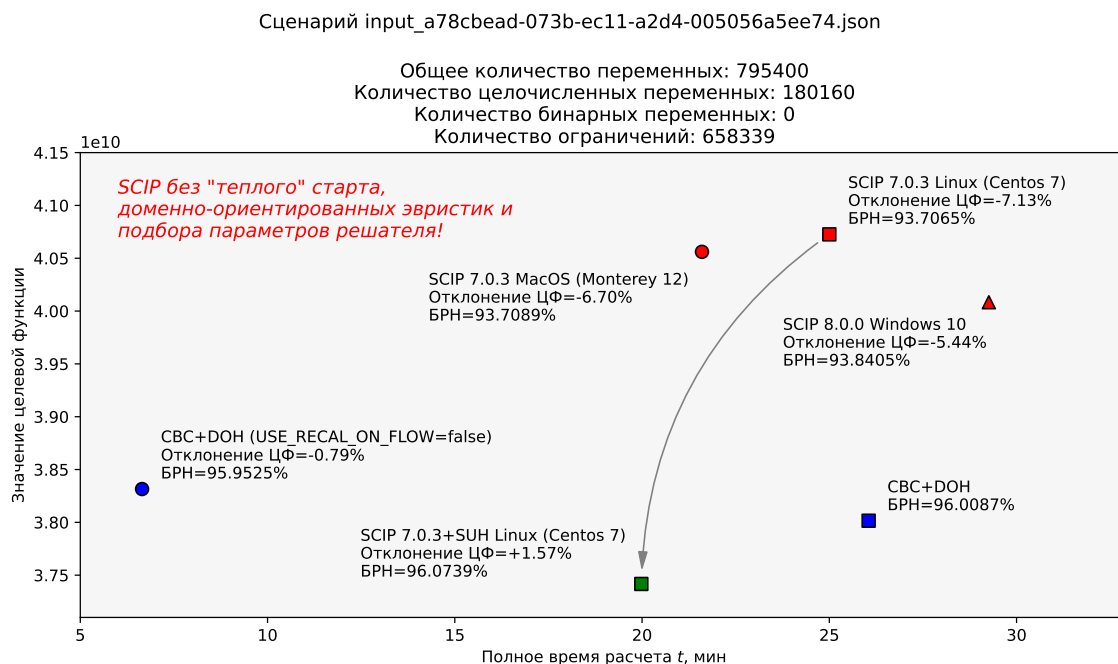


Рис. 16. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий a78cbead без бинарных переменных

8.1.9. Сценарий 496 (hard) без бинарных переменных

Статистика²¹

Общее количество переменных: 864743 (48862) (90762)

Количество целочисленных переменных: 177365 (5008) (25872)

Количество бинарных переменных: 0 (332) (27)

Количество ограничений: 610819 (25438) (39119)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/CUA7wSn35k7Gbw>

Решение задачи было найдено с помощью первичной эвристики INTSHIFTING.

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/tbMiAbYmaA0rhg>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/AQptE3s3NF4bug>

Файл решения задачи (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/VMZLFWoT80ftXA>

Файл статистической сводки (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/KckqXgoKfv2fyQ>

Решение SCIP+ML получено с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов.

Вывод по сценарию: метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему на доменно-ориентированных эвристиках CBC+MS (measure of similarity) дает решение задачи, которое на 9.823% лучше в смысле целевой функции и на 69.13% – в смысле временных издержек (табл. 9).

²¹ В первых скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией FZBIVSUHPB, а во вторых – с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

Решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий, обученного на сценарии f398266b_bin.lp, на 9.678% превосходит CBC+MS в смысле целевой функции и на 71.82% – в смысле временных издержек.

SCIP+ML(0.10)f – решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора параметра контаминации при первом запуске приложения, SCIP+ML(0.10)e – то же самое, при запуске приложения в «исследовательском режиме» (матрица ограничений обучающего поднабора данных и релаксированные решения не вычисляются повторно).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий.
Сценарий 496 без бинарных переменных

<i>Способ</i>	<i>Полное время рас- чета, мин</i>	<i>Верхняя граница решения, $\times 10^7$</i>
CBC+MS*	5.00	6.536728
Gurobi 9.12	5.22 -0.04%	5.834197 +10.747%
SCIP 7.0.3d**	15.42 -66.15%	10.66377 -38.702%
SCIP+FZB...	1.54 +69.13%	5.894658 +9.823%
SCIP+ML(0.10)f	4.56 +8.8%	5.904120 +9.678%
SCIP+ML(0.10)e	1.51 +69.76%	5.904120 +9.678%

* – опорное решение

** – решение было прервано

8.1.10. Сценарий 514 (hard) без бинарных переменных

Статистика²²

Общее количество переменных: 775879 (77367) (120764)

Количество целочисленных переменных: 145292 (5817) (32895)

Количество бинарных переменных: 0 (30) (14)

Количество ограничений: 541040 (45892) (61074)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/jQqSqBKb6iG-vw>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/1N2FdsqwEQcVTQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/iIdbACgh59EpVg>

Файл решения задачи (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/5kRyOUsIOatHsQ>

Файл статистической сводки (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/rNUU8HmeBGLFRQ>

²²В первых скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией FZBIVSUHPB, а во вторых – с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

Решение SCIP+ML получено с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гипер-параметров детекторов.

Вывод по сценарию: метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему построения решения с помощью меры подобия CBC+MS (measure of similarity) дает решение задачи, которое на 18.616% лучше в смысле целевой функции и на 51.82% хуже в смысле временных издержек (табл. 10).

Решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий²³, обученного на сценарии f398266b_bin.lp, на 19.562% превосходит CBC+MS в смысле целевой функции и на 6.31% – в смысле временных издержек.

SCIP+ML(0.10)f – решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора параметра контаминации при первом запуске приложения, SCIP+ML(0.10)e – то же самое, при запуске приложения в «исследовательском режиме» (матрица ограничений обучающего поднабора данных и релаксированные решения не вычисляются повторно).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах, а красным – проигрыш.

Таблица 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий.
Сценарий 514 без бинарных переменных

<i>Способ</i>	<i>Полное время рас- чета, мин</i>	<i>Верхняя граница решения, $\times 10^9$</i>
CBC+MS*	13.00	5.243829
Gurobi 9.12	11.(6) +10.31	4.239092 +19.160%
SCIP 7.0.3d**	60.32 -79.47%	47.82659 -89.036%
SCIP+FZB...	26.98 -51.82%	4.267692 +18.616%
SCIP+ML(0.10)f	12.171 +6.38%	4.217134 +19.580%
SCIP+ML(0.10)e	6.53 +49.77%	4.217134 +19.580%

* – опорное решение

** – решение было прервано

8.1.11. Сценарий 519 (hard) без бинарных переменных

Статистика²⁴

Общее количество переменных: 684412 (75034)

Количество целочисленных переменных: 159200 (5424)

Количество бинарных переменных: 0 (44)

Количество ограничений: 447182 (44735)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/MMvnnYXK4J4Xxw>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- ONEOPT,
- VECLENDI,
- LINESEARCH,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/25B3mUiRYdid3A>

²³Решение принудительно останавливалось на 350 секунде (параметр limits/softtime = 350)

²⁴В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией FZBIVSUHPB

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/L3TyaXp56rZjCA>

Файл решения задачи (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке

Файл статистической сводки (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке

Решение SCIP+ML получено с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов.

Вывод по сценарию: метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему построения решения на доменно-ориентированных эвристиках CBC+MS (measure of similarity) дает решение задачи, которое на % лучше в смысле целевой функции и на % хуже в смысле временных издержек (табл. 11).

Решение, полученное с помощью отдельного детектора аномалий, обученного на сценарии f398266b_bin.lp, на % превосходит CBC+MS в смысле целевой функции и на % – в смысле временных издержек.

SCIP+ML(0.10)f – решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора параметра контаминации при первом запуске приложения, SCIP+ML(0.10)e – то же самое, при запуске приложения в «исследовательском режиме» (матрица ограничений обучающего поднабора данных и релаксированные решения не вычисляются повторно).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах, а красным – проигрыш.

Таблица 11. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий.
Сценарий 519 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^7$
CBC+MS*	6.00	7.719212
Gurobi 9.12	3.48 +42.00%	7.062839 +8.503%
SCIP 7.0.3d**	41.92 -91.70%	31.59748 +77.647%
SCIP+FZB (a)	5.23 +12.83%	7.901148 -2.302%
SCIP+FZB (b)	28.83 -79.19%	7.374810 +4.462%
SCIP+ML(0.10)f	42.07 -85.74 %	7.014369 +9.130%

* – опорное решение ** – решение было прервано

8.2. Поиск решения на сценариях с бинарными переменными.

Метаконфигурация FZBIVSUHPB

На ранних стадиях изучения проблемы высокоразмерных сценариев с бинарными переменными, поиск решения осуществлялся в семь шагов:

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности (см. раздел 6.2),
2. При разрешении конфликтов и ветвлении²⁵ отдавать предпочтение бинарным переменным,
3. Найти релаксированное решение задачи,
4. Подобрать порог бинаризации на релаксированном решении для бинарных переменных (см. раздел 6.3),
5. Зафиксировать нулевые 0-bin и единичные 1-bin бинарные переменные; подать фиксацию решателю,

²⁵К сожалению, на сценариях группы ИКП с бинарными переменными решателю SCIP не удастся найти решение в корне дерева

6. В решении, найденном на предыдущей итерации, зафиксировать *нулевые целочисленные 0-int* и *единичные бинарные 1-bin переменные*; полученную фиксацию подать на вход решателю,
7. В решении, полученном на предыдущей итерации, зафиксировать *нулевые бинарные 0-bin* и *целочисленные 0-int переменные*; фиксацию подать на вход решателю.

Процедура поиска оказалась чувствительной к параметру `autorestartnodes`. Графическая интерпретация результатов вычислительных экспериментов с разверткой процедуры поиска верхней границы решения во времени приведена на рис. 17, 18, 19 и 20.

Позже описанную процедуру удалось упростить и свести к следующей *метаконфигурации* FZBIVSUNPB (Fixed Zero Binary and Integer Variables, Suppress Useless Heuristics, Prefer Binary):

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности,
2. При разрешении конфликтов и ветвлении отдавать предпочтение *бинарным* переменным,
3. Зафиксировать *нулевые бинарные 0-bin* и *нулевые целочисленные 0-int переменные* в релаксированном решении (см. раздел 6.1).

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (с бинарными переменными) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП с бинарными переменными

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/autorestartnodes = -1
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# управление стратегиями анализа конфликтов и ветвления
conflict/preferbinary = True
branching/preferbinary = True

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Все эксперименты проводились на виртуальной машине Linux (Centos 7) Intel Core™ i7 (8 CPUs), 3.6GHz, RAM 16Gb.

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

Кодовая база решения доступна по ссылке https://gitdp.zyfra.com/ds_and_math_users/ml-dl-in-operations-reaseearches.git

8.2.1. Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 797818

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 2418

Количество ограничений: 663175

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/JbT3KR5Yi1ZomQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING,
- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
...
time | node | left | LP iter | LP it/n | mem/heur | mdpt | vars | cons | rows | cuts | sepa | confs | strbr |
dualbound | primalbound | gap | compl.
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k | 296.9 | distribu | 93 | 50k | 43k | 43k | 0 | 1 | 385 | 3585 |
3.757279e+10 | 3.894342e+10 | 3.65% | 7.70%
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k | 296.9 | distribu | 93 | 50k | 43k | 43k | 0 | 1 | 385 | 3585 |
3.757279e+10 | 3.894341e+10 | 3.65% | 7.70%
i1792s| 1882 | 1667 | 1011k | 297.0 | oneopt | 93 | 50k | 43k | 43k | 8612 | 0 | 385 | 3585 |
3.757279e+10 | 3.893993e+10 | 3.64% | 7.70%
1796s| 1900 | 1687 | 1016k | 297.0 | 3669M | 93 | 50k | 43k | 43k | 8644 | 1 | 387 | 3585 |
3.757279e+10 | 3.893993e+10 | 3.64% | 2.82%
L1902s| 1982 | 1769 | 1090k | 313.4 | gins | 93 | 50k | 43k | 43k | 8935 | 1 | 398 | 3590 |
3.757279e+10 | 3.875897e+10 | 3.16% | 2.83%
L1912s| 1982 | 1769 | 1090k | 313.4 | gins | 93 | 50k | 43k | 43k | 8935 | 1 | 398 | 3590 |
3.757279e+10 | 3.864257e+10 | 2.85% | 2.83%
i1920s| 1982 | 1769 | 1099k | 316.2 | oneopt | 93 | 50k | 43k | 43k | 8935 | 1 | 398 | 3590 |
3.757279e+10 | 3.864241e+10 | 2.85% | 2.83%
1954s| 2000 | 1787 | 1133k | 325.5 | 3731M | 93 | 50k | 43k | 43k | 9004 | 1 | 398 | 3591 |
3.757279e+10 | 3.864241e+10 | 2.85% | 2.83%
```

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/6FPE-S5VupA6iw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/9G-v54ywEK1TJA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.46% лучше в смысле целевой функции и на 19.64% – в смысле временных издержек (табл. 12).

В табл. 12 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 12. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий a78cbead с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	39.82	3.961502
SCIP+MC (a)	29.83 +25.09%	3.894342 +1.70%
SCIP+MC (b)	32.00 +19.64%	3.864241 +2.46%

8.2.2. Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 740251

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 2666

Количество ограничений: 545350

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/3NbbjflW5zhejQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- ONEOPT,
- GINS,
- Crossover,
- ALNS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
...
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt |vars |cons |rows |cuts |sepa|confs|strbr|
dualbound | primalbound | gap | compl.
r 454s| 372 | 341 | 91171 | 102.3 |intshift| 309 | 41k| 33k| 34k|2788 | 5 | 57 |3711 |
1.053077e+10 | 1.309195e+10 | 24.32%| 0.78%
i 454s| 373 | 340 | 91171 | 102.0 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|2788 | 0 | 57 |3711 |
1.053077e+10 | 1.308634e+10 | 24.27%| 0.78%
463s| 400 | 369 | 93623 | 101.3 | 2493M | 309 | 41k| 33k| 34k|2950 | 1 | 57 |3761 |
1.053077e+10 | 1.308634e+10 | 24.27%| 0.29%
L 507s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.297515e+10 | 23.21%| 0.29%
L 512s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.292548e+10 | 22.74%| 0.29%
L 522s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.289283e+10 | 22.43%| 0.29%
L 525s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.286340e+10 | 22.15%| 0.29%
i 529s| 473 | 442 |112279 | 125.1 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.285668e+10 | 22.09%| 0.29%
r 531s| 474 | 443 |120630 | 142.5 |intshift| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 58 |3813 |
1.053077e+10 | 1.197786e+10 | 13.74%| 0.29%
i 532s| 474 | 373 |124926 | 151.6 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 58 |3813 |
1.053077e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%| 0.29%
536s| 500 | 399 |126496 | 146.9 | 2579M | 309 | 41k| 33k| 34k|3181 | 1 | 58 |3822 |
1.053077e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%| 0.29%
567s| 600 | 499 |158520 | 175.8 | 2613M | 309 | 41k| 33k| 34k|3641 | 1 | 60 |3933 |
1.053095e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%| 0.29%
L 739s| 659 | 554 |189783 | 207.6 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|4060 | 1 | 62 |3978 |
1.053095e+10 | 1.191898e+10 | 13.18%| 0.29%
i 741s| 660 | 555 |198453 | 220.4 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|4060 | 1 | 62 |3981 |
1.053095e+10 | 1.191889e+10 | 13.18%| 0.30%
794s| 700 | 595 |236166 | 261.7 | 2689M | 309 | 41k| 33k| 34k|4418 | 1 | 62 |4010 |
1.053095e+10 | 1.191889e+10 | 13.18%| 0.32%
836s| 800 | 695 |277232 | 280.4 | 2728M | 309 | 41k| 33k| 34k|4757 | 1 | 64 |4027 |
1.053219e+10 | 1.191889e+10 | 13.17%| 0.32%
L 967s| 860 | 693 |295017 | 281.5 |crossove| 309 | 41k| 33k| 34k|5000 | 1 | 64 |4059 |
1.053219e+10 | 1.154287e+10 | 9.60%| 0.32%
```

i 968s	860	693 300734	288.1	oneopt	309	41k	33k	34k 5000	1	64 4059
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.32%						
990s	900	733 312921	288.9	2793M	309	41k	33k	34k 5288	1	64 4139
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.33%						
1042s	1000	823 346085	293.2	2816M	309	41k	33k	34k 5725	1	65 4281
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.33%						
L1083s	1003	826 347173	293.4	alns	309	41k	33k	34k 5747	2	65 4284
	1.053219e+10	1.153273e+10	9.50%	0.33%						
i1084s	1004	827 352908	298.8	oneopt	309	41k	33k	34k 5747	1	65 4284
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	0.33%						
1113s	1100	699 373504	291.4	2860M	309	41k	33k	34k 6055	3	65 4323
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	0.44%						
1140s	1	0 419115	-	3039M	0	41k	34k	34k 0 0	65 4323	
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	unknown						

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/TmA6hqFV87eGTg>

Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/CsGV_oal40Tx0Q

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 3.38% лучше в смысле целевой функции и на 33.07% – в смысле временных издержек (табл. 13).

В табл. 13 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 13. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	27.00	1.157865
SCIP+MC (a)	18.05 +33.15%	1.153273 +0.40%
SCIP+MC (b)	18.07 +33.07%	1.118743 +3.38%

8.2.3. Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 720954

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 2490

Количество ограничений: 600777

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qWeSKb2WEs6kQA>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFTING,

- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```

...
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt |vars |cons |rows |cuts |sepa|confs|strbr|
dualbound | primalbound | gap | compl.
r 836s| 963 | 948 |155676 | 53.5 |intshift| 409 | 41k| 34k| 35k|4367 | 1 | 69 |7354 |
3.554610e+10 | 3.676991e+10 | 3.44%| unknown
i 836s| 964 | 947 |155676 | 53.5 | oneopt| 409 | 41k| 34k| 35k|4367 | 0 | 69 |7354 |
3.554610e+10 | 3.676497e+10 | 3.43%| unknown
846s| 1000 | 985 |157559 | 53.4 | 2577M | 409 | 41k| 34k| 35k|4396 | 1 | 69 |7444 |
3.554610e+10 | 3.676497e+10 | 3.43%| unknown
L 885s| 1064 | 1049 |157869 | 50.5 | gins| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7484 |
3.554610e+10 | 3.659894e+10 | 2.96%| unknown
L 931s| 1064 | 1049 |157869 | 50.5 | gins| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7484 |
3.554610e+10 | 3.656967e+10 | 2.88%| unknown
i 962s| 1064 | 1049 |161589 | 54.0 | oneopt| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7484 |
3.554610e+10 | 3.656967e+10 | 2.88%| unknown
969s| 1100 | 1085 |161769 | 52.4 | 2620M | 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7532 |
3.554610e+10 | 3.656967e+10 | 2.88%| unknown
L 988s| 1164 | 1149 |161992 | 49.7 | gins| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7557 |
3.554610e+10 | 3.630031e+10 | 2.12%| unknown
L 993s| 1164 | 1149 |161992 | 49.7 | gins| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7557 |
3.554610e+10 | 3.625804e+10 | 2.00%| unknown
L1000s| 1164 | 1149 |161992 | 49.7 | gins| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7557 |
3.554610e+10 | 3.623675e+10 | 1.94%| unknown

```

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/2_FDqS70q0UBqA

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/SkRLoRYzQDI-Aw>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.87% лучше в смысле целевой функции и на 36.08% – в смысле временных издержек (табл. 14).

В табл. 14 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 14. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	28.27	3.730552
SCIP+MC (a)	13.93 +50.73%	3.676991 +1.44%
SCIP+MC (b)	18.07 +36.08%	3.623675 +2.87%

8.2.4. Сценарий F398266B с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 777271

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 2370

Количество ограничений: 655003

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/4YFYJSB1I1wsmQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING,
- ONEOPT,
- CROSSOVER.

Фрагмент лога сессии SCIP

...														
time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr	
dualbound			primalbound		gap		compl.							
d1163s	433		434	462507	790.8	distrib	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387
5.857793e+10			6.054807e+10		3.36%		unknown							
d1164s	433		434	462644	791.1	distrib	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387
5.857793e+10			6.054779e+10		3.36%		unknown							
d1164s	433		434	462746	791.3	distrib	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387
5.857793e+10			6.054778e+10		3.36%		unknown							
d1164s	433		434	462780	791.4	distrib	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387
5.857793e+10			6.054776e+10		3.36%		unknown							
d1164s	433		434	462801	791.4	distrib	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387
5.857793e+10			6.054776e+10		3.36%		unknown							
d1165s	433		434	462836	791.5	distrib	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387
5.857793e+10			6.054776e+10		3.36%		unknown							
d1165s	433		434	462856	791.6	distrib	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387
5.857793e+10			6.054774e+10		3.36%		unknown							
i1167s	434		433	463020	790.1	oneopt	51	59k	48k	49k	4333	0	17	1387
5.857793e+10			6.053918e+10		3.35%		unknown							
1250s	500		501	531180	822.2	3321M	51	59k	48k	49k	4529	1	26	1402
5.857793e+10			6.053918e+10		3.35%		unknown							
1579s	600		601	663342	905.6	3398M	51	59k	48k	49k	5175	1	36	1426
5.857932e+10			6.053918e+10		3.35%		unknown							
L1892s	634		635	704819	922.5	crossove	55	59k	48k	49k	5448	2	41	1433
5.858028e+10			6.021605e+10		2.79%		unknown							
i1895s	634		635	715376	939.1	oneopt	55	59k	48k	49k	5448	2	41	1433
5.858028e+10			6.021603e+10		2.79%		unknown							
1952s	700		701	770566	929.4	3457M	63	59k	48k	49k	5644	1	50	1442
5.858050e+10			6.021603e+10		2.79%		unknown							
2095s	800		801	879949	950.0	3489M	65	59k	48k	49k	5964	1	62	1476
5.858065e+10			6.021603e+10		2.79%		unknown							

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/KXzdrUx6TZbXEw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/FEroaFsr5zbkja>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 0.97% лучше в смысле целевой функции и на 56.24% – в смысле временных издержек (табл. 15).

В табл. 15 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 15. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	72.17	6.080841
SCIP+MC (a)	19.38 +73.15%	6.054807 +0.43%
SCIP+MC (b)	31.58 +56.24%	6.021603 +0.97%

8.2.5. Сценарий 337 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 859230

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 155

Количество ограничений: 624637

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/Kc11p9v7D-kxYA>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- RENS,
- ONEOPT.

Фрагмент лога сессии SCIP

time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr
		dualbound	primalbound	gap	compl.								
r 107s	1	0	55407	-	intshift	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	4.344720e+10	47.40%	unknown								
L 247s	1	0	55407	-	rens	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022206e+10	2.53%	unknown								
249s	1	0	55407	-	2785M	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022206e+10	2.53%	unknown								
i 250s	1	0	58839	-	oneopt	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown								
250s	1	0	58839	-	2809M	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown								
251s	1	0	58891	-	2813M	0	56k	43k	45k	1820	14	0	0
		2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown								
251s	1	0	58900	-	2813M	0	56k	43k	44k	1824	15	0	0
		2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown								
253s	1	0	59074	-	2816M	0	56k	43k	44k	1824	15	0	12
		2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown								
254s	1	0	59236	-	2821M	0	56k	43k	44k	1918	16	0	12
		2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown								

254s	1	0	59300	-	2821M	0	56k	43k	44k 1945	17	0	12
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown								
255s	1	0	59321	-	2821M	0	56k	43k	44k 1945	17	0	19
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown								
256s	1	0	59349	-	2825M	0	56k	43k	44k 1959	18	0	19
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown								
256s	1	0	59352	-	2825M	0	56k	43k	44k 1964	19	0	19
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown								
258s	1	0	59368	-	2825M	0	56k	43k	44k 1964	19	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown								
259s	1	0	59451	-	2829M	0	56k	43k	44k 2014	20	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown								
259s	1	0	59466	-	2829M	0	56k	43k	44k 2024	21	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown								
259s	1	2	59466	-	2829M	0	56k	43k	44k 2024	21	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown								

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/zwVhKYKEM1M1Qw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/T9sAbRH6uWh4Uw>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на ...% лучше в смысле целевой функции и на ...% – в смысле временных издержек (табл. 16).

В табл. 16 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 16. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий 337 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	18.00	4.047865
SCIP+MC (a)	4.12 +77.11%	3.022206 +25.34%
SCIP+MC (b)	4.30 +76.11%	3.022205 +25.34%

8.3. Поиск решения на базе методов машинного и глубокого обучения

Условимся *сценарием обучающего поднабора* называть сценарий (математическую постановку задачи, описанную в терманах математического программирования) из коллекции сценариев, которые используются на *обучающей фазе* модели машинного обучения.

Сценарием тестового поднабора условимся называть сценарий, который используется для построения прогноза с помощью модели машинного обучения.

8.3.1. Простое декартово произведение сценариев с бинарными переменными

Рассмотрим *некоммутативные* пары вида «сценарий обучающего поднабора – сценарий тестового поднабора» подгруппы сценариев с бинарными переменными (см. раздел 8.2):

Сценарий input_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json (1-ая и 2-ая фазы поиска решения)

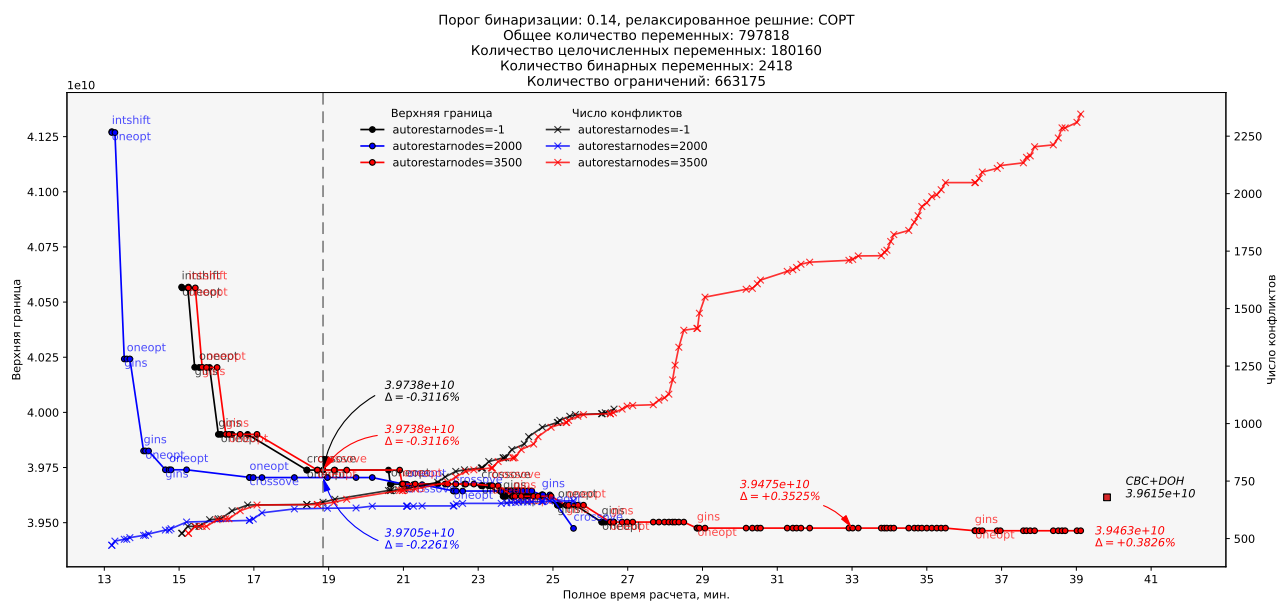


Рис. 17. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий input_a78cbead. Первая и вторая фазы поиска решения

Сценарий input_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

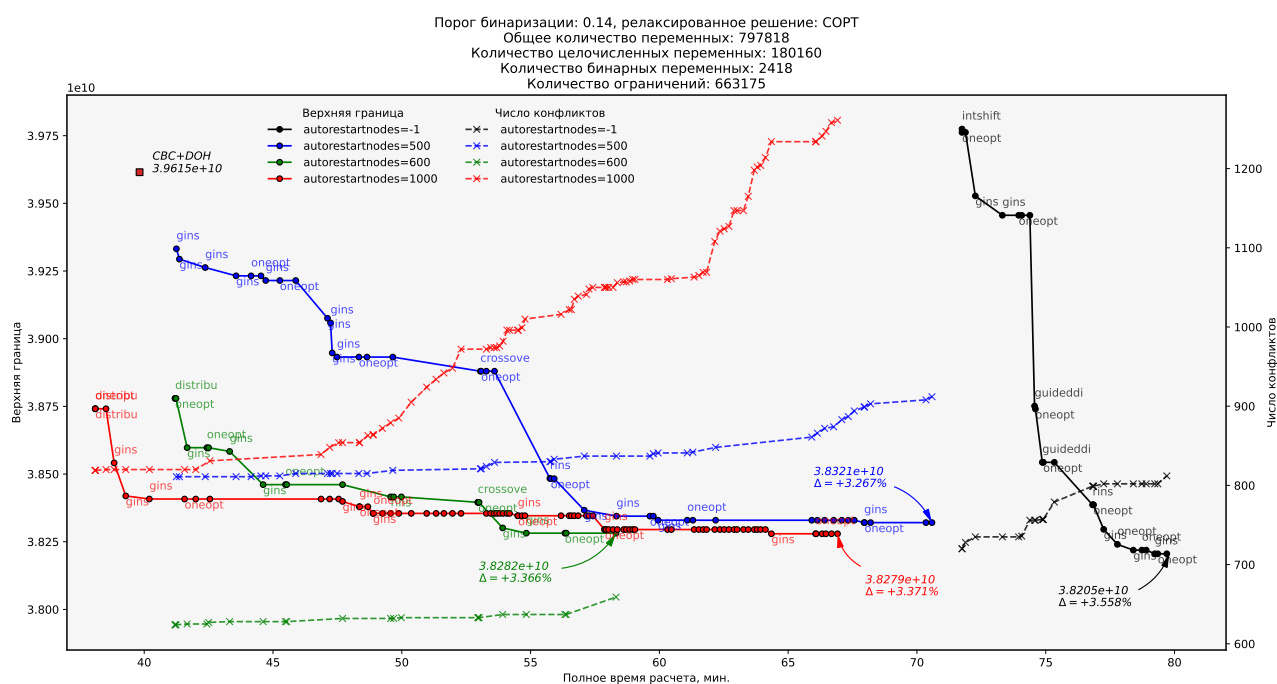


Рис. 18. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий a78cbead. Третья фаза поиска решения

- 7fac4231_bin.lp,
- a78cbead_bin.lp,
- f398266b_bin.lp,
- 50197df7_bin.lp,
- 337_bin.lp.

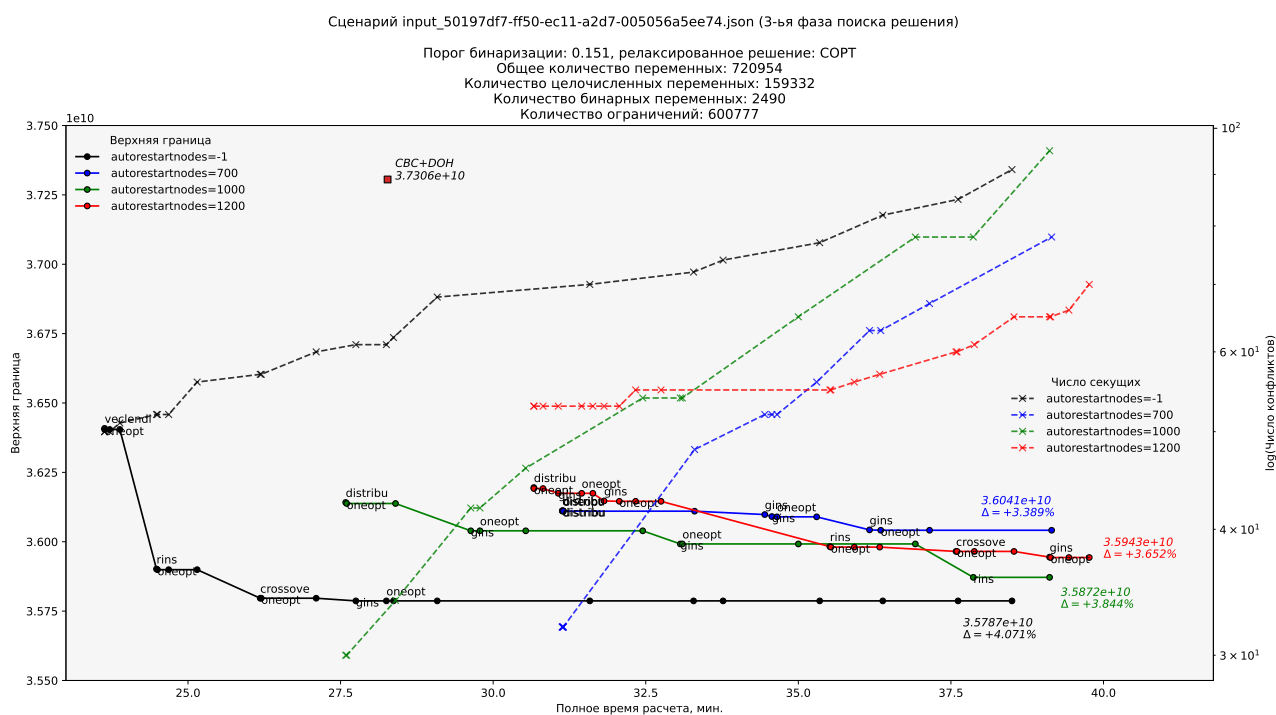


Рис. 19. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 50197df7. Третья фаза поиска решения

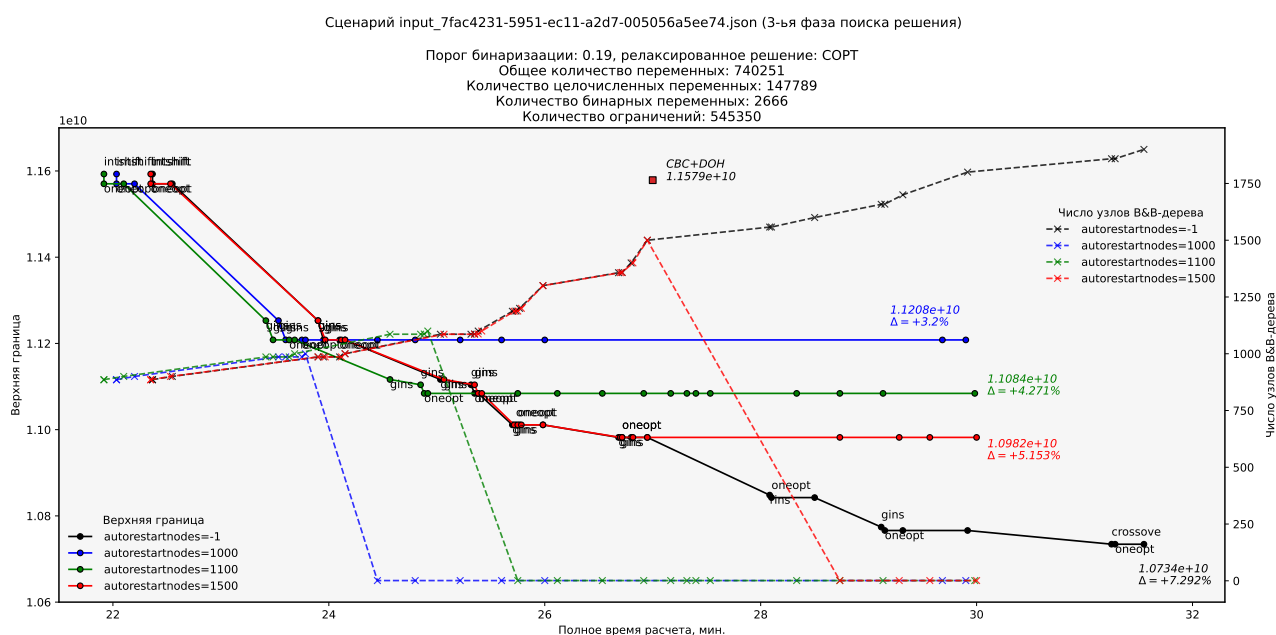


Рис. 20. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 7fac4231. Третья фаза поиска решения

Если коллекция сценариев содержит n сценариев, то существует $n(n - 1)$ возможных неомутативных пар.

обучение на сценарии 7fac4231_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp ...

обучение на сценарии a78cbead_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp ...

обучение на сценарии f398266b_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp ...

обучение на сценарии 337_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp ...провал

обучение на сценарии 7fac4231_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp

9. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы МВО

10. Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017

10.1. Сценарии со статусом «open»

10.1.1. Сценарий DLR2

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/dlr2.mps.gz>

10.1.2. Сценарий CVRPA-N64K9VRPI

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cvrpa-n64k9vrpi.mps.gz>

10.2. Сценарии со статусом «hard»

10.2.1. Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cryptanalysiskb128n5obj14.mps.gz>

10.3. Сценарии со статусом «easy»

10.3.1. Сценарий NEOS-4332801-seret

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/neos-4332801-seret.mps.gz>

Список иллюстраций

1	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП .	11
2	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставлен- ных в ноль. Сценарий <code>a78cbead</code>	15
3	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставлен- ных в ноль. Сценарий <code>337</code>	15
4	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>tmpfvpqodxw.lp</code>	21
5	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182546_82382.lp</code>	22
6	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182533_1587787.1</code>	23
7	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182480_4326847.1</code>	25
8	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182523_380519.1p</code>	26
9	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>f398266b</code> без бинарных переменных	28
10	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>50197df7</code> без бинарных переменных	29
11	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>7fac4231</code> без бинарных переменных	30
12	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>ca485a55</code> без бинарных переменных	32
13	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>276</code> без бинарных переменных	33
14	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>337</code> без бинарных переменных	34
15	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>13d686ab</code> без бинарных переменных	36
16	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>a78cbead</code> без бинарных переменных	37
17	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>input_a78cbead</code> . Первая и вторая фазы поиска решения	49
18	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>a78cbead</code> . Третья фаза поиска решения	49
19	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>50197df7</code> . Третья фаза поиска решения	50
20	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>7fac4231</code> . Третья фаза поиска решения	50

Список таблиц

1	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>f398266b</code> без бинарных переменных	27
2	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>50197df7</code> без бинарных переменных	29
3	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>7fac4231</code> без бинарных переменных	30
4	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>ca485a55</code> без бинарных переменных	31
5	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>276</code> без бинарных переменных	33
6	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>337</code> без бинарных переменных	34
7	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>13d686ab</code> без бинарных переменных	35
8	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <code>a78cbead</code> без бинарных переменных	36
9	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий. Сценарий <code>496</code> без бинарных переменных	38
10	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий. Сценарий <code>514</code> без бинарных переменных	39
11	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий. Сценарий <code>519</code> без бинарных переменных	40
12	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <code>a78cbead</code> с бинарными переменными	42
13	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <code>7fac4231</code> с бинарными переменными	44
14	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <code>50197df7</code> с бинарными переменными	45
15	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <code>f398266b</code> с бинарными переменными	47
16	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <code>337</code> с бинарными переменными	48

Список литературы

1. *Иванов* Конспект по обучению с подкреплением, 2022
2. *Жерон, О.* Прикладное машинное обучение с помощью Scikit-Learn и TensorFlow: концепции, инструменты и техники для создания интеллектуальных систем. – СПб.: ООО «Альфа-книга», 2018. – 688 с.
3. *Soenen J. etc.* The Effect of Hyperparameter Tuning on the Comparative Evaluation of Unsupervised Anomaly Detection Methods, 2021