

## Пояснительная записка

### Вычислительные техники решения задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке и приемы работы с решателем SCIP

Подвойский А.О., Глазунова Е.В.

## Содержание

<b>1</b>	<b>Ключевые термины и определения</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Ключевые компоненты платформы SCIP</b>	<b>3</b>
2.1	Решатель SCIP. Общие сведения	3
2.1.1	Установка решателя SCIP	3
2.1.2	Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке <code>scip</code>	3
2.1.3	Приемы работы с решателем SCIP через обертку <code>PySCIPOpt</code>	3
2.2	Декомпозиционный решатель GCG. Общие сведения	4
2.2.1	Установка решателя GCG	4
2.2.2	Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке <code>gcg</code>	4
2.2.3	Приемы работы с решателем GCG через обертку <code>PyGCGOpt</code>	5
<b>3</b>	<b>Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения</b>	<b>5</b>
3.1	Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи	5
3.2	Неединственность релаксированного решения	5
3.3	Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах	5
<b>4</b>	<b>Альтернативные решатели с открытым исходным кодом</b>	<b>6</b>
4.1	Решатель HIGHS	6
4.1.1	Установка решателя на Centos 7	6
4.1.2	Приемы работы с решателем	7
4.2	Решатель OPTIMUS (Scala)	7
<b>5</b>	<b>Сжатая сводка результатов вычислительных экспериментов</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Приемы поиска решения</b>	<b>8</b>
6.1	Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении	8
6.2	Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности	10
6.3	Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении	11

<b>7</b>	<b>Методы машинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации</b>	<b>13</b>
7.1	Постановка задачи . . . . .	13
7.2	Концепт матрицы признаков описания бинарных и целочисленных переменных	13
7.3	Стратегии решения задачи . . . . .	14
7.3.1	Стратегия №1. Обнаружение аномалий . . . . .	14
7.3.2	Стратегия №2. Бинарная классификация со слабо выраженным миноритарным классом . . . . .	16
7.4	Трансфер выявленного паттерна. Сценарии группы СОП . . . . .	16
7.4.1	Сценарий tmpfvprqodxw.lp без бинарных переменных . . . . .	16
7.4.2	Синтетический сценарий 1664182546_82382.lp с бинарными переменными	18
7.4.3	Синтетический сценарий 1664182533_1587787.lp с бинарными переменными	19
7.4.4	Синтетический сценарий 1664182480_4326847.lp с бинарными переменными	20
7.4.5	Синтетический сценарий 1664182523_380519.lp с бинарными переменными	22
<b>8</b>	<b>Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП</b>	<b>23</b>
8.1	Поиск решения на сценариях без бинарных переменных. Метаконфигурации SUH, FZBIVSUHPB и ансамбль детекторов аномалий . . . . .	23
8.1.1	Сценарий F398266B без бинарных переменных . . . . .	24
8.1.2	Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных . . . . .	25
8.1.3	Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных . . . . .	26
8.1.4	Сценарий CA485A55 без бинарных переменных . . . . .	28
8.1.5	Сценарий 276 без бинарных переменных . . . . .	29
8.1.6	Сценарий 337 без бинарных переменных . . . . .	31
8.1.7	Сценарий 13D686AB без бинарных переменных . . . . .	31
8.1.8	Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных . . . . .	32
8.1.9	Сценарий 496 (hard) без бинарных переменных . . . . .	34
8.1.10	Сценарий 514 (hard) без бинарных переменных . . . . .	35
8.1.11	Сценарий 519 (hard) без бинарных переменных . . . . .	36
8.2	Поиск решения на сценариях с бинарными переменными. Метаконфигурация FZBIVSUHPB . . . . .	37
8.2.1	Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными . . . . .	39
8.2.2	Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными . . . . .	40
8.2.3	Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными . . . . .	41
8.2.4	Сценарий F398266B с бинарными переменными . . . . .	42
8.2.5	Сценарий 337 с бинарными переменными . . . . .	44
8.3	Поиск решения на базе методов машинного и глубокого обучения . . . . .	45
8.3.1	Простое декартово произведение сценариев с бинарными переменными . . . . .	46
<b>9</b>	<b>Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы МВО</b>	<b>48</b>
<b>10</b>	<b>Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017</b>	<b>48</b>
10.1	Сценарии со статусом «open» . . . . .	48
10.1.1	Сценарий DLR2 . . . . .	48
10.1.2	Сценарий CVRPA-N64K9VRPI . . . . .	48

10.2 Сценарии со статусом «hard» . . . . .	48
10.2.1 Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14 . . . . .	48
10.3 Сценарии со статусом «easy» . . . . .	48
10.3.1 Сценарий NEOS-4332801-seret . . . . .	48
<b>Список иллюстраций</b>	<b>49</b>
<b>Список таблиц</b>	<b>50</b>
<b>Список литературы</b>	<b>50</b>

## 1. Ключевые термины и определения

*Сценарий* – это математическая постановка задачи, описанная в терминах математического программирования (например, линейного)

*Сценарий обучающего поднабора* – это сценарий из коллекции сценариев, которые используются на обучающей фазе алгоритма машинного обучения

*Сценарий тестового поднабора* – это сценарий, который используется для построения прогноза с помощью алгоритма машинного обучения

## 2. Ключевые компоненты платформы SCIP

### 2.1. Решатель SCIP. Общие сведения

SCIP (Solving Constraint Integer Programs) <https://www.scipopt.org/> – решатель, предназначенный для решения задач *линейного* и *нелинейного* программирования в частично-целочисленной постановке.

#### 2.1.1. Установка решателя SCIP

Решатель проще всего установить вместе с оберткой PySCIPOpt <https://github.com/scipopt/PySCIPOpt> с помощью менеджеров `pip` или `conda`

```
# установить последнюю доступную версию SCIP
$ pip install pyscipopt
$ conda install -c conda-forge pyscipopt
# установить заданную версию SCIP
$ conda install -c conda-forge pyscipopt=3.4.0
```

#### 2.1.2. Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке `scip`

#### 2.1.3. Приемы работы с решателем SCIP через обертку PySCIPOpt

Работа над задачей начинается с создания пустого экземпляра модели

```
import pyscipopt

model = pyscipopt.Model()
```

На созданном экземпляре можно вызывать методы чтения модели, конфигурационного файла параметров решателя и т.д.

```
model.readProblem("./problem.lp")
model.readParams("./scip.set")
...
```

## 2.2. Декомпозиционный решатель GCG. Общие сведения

GCG <https://gcg.or.rwth-aachen.de/#about> – это универсальный декомпозиционный решатель для задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке, расширяющий возможности базового решателя SCIP.

Он выявляет структуры в модели, к которым могут быть применены *переформулировка Данцига-Вольфе* или *декомпозиция Бендера*.

Модифицированная постановка задачи (после переформулировки Данцига-Вольфе) решается с помощью обобщения метода ветвей-и-границ, а именно с помощью метода ветвей-штрафов-секущих (branch-price-and-cut), включающего различные механизмы поиска решения – превичные эвристики, стратегии ветвления, стратегии стабилизации, стратегии назначения штрафов и пр.

### 2.2.1. Установка решателя GCG

Проще всего решатель установить вместе с оберткой PyGCGOpt <https://github.com/scipopt/PyGCGOpt> с помощью менеджера пакетов conda

```
$ conda install -c conda-forge pygcgopt
```

### 2.2.2. Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке gcg

Прочитать постановку задачи

```
GCG> read problem.lp
```

Запустить процедуру редуцирования размерности

```
GCG> presolve
```

Запустить процедуру поиска структур в матрице ограничений

```
GCG> detect
```

Записать постановку задачи сниженной размерности для gnuplot

```
GCG> write problem problem_reduced.gp
```

Фрагмент gp-файла

```
set encoding utf8
set terminal pdf
set output "problem_reduced.pdf"
set xrange [-1:506441]
set yrange[347788:-1]
set object 1 rect from 0,0 to 506441,183384 fc rgb "#1340C7"
set object 3 rect from 163304,183384 to 163306,183385 fc rgb "#718CDB"
set object 4 rect from 163306,183385 to 163308,183386 fc rgb "#718CDB"
set object 5 rect from 163308,183386 to 163310,183387 fc rgb "#718CDB"
set object 6 rect from 163310,183387 to 163312,183388 fc rgb "#718CDB"
set object 7 rect from 163312,183388 to 163314,183389 fc rgb "#718CDB"
```

```
set object 8 rect from 163314,183389 to 163316,183390 fc rgb "#718CDB"  
set object 9 rect from 163316,183390 to 163318,183391 fc rgb "#718CDB"  
set object 10 rect from 163318,183391 to 163320,183392 fc rgb "#718CDB"  
set object 11 rect from 163320,183392 to 163322,183393 fc rgb "#718CDB"  
...
```

Создать pdf-файл декомпозиции задачи после шага снижения размерности

```
$ gnuplot problem_reduced.gp
```

### 2.2.3. Приемы работы с решателем GCG через обертку PyGCGOpt

## 3. Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения

### 3.1. Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи

По состоянию на 18.06.2022 г. решатель SCIP версии 8.0.0 с оберткой PySCIPOpt версий 4.0.0 и 4.2.0 для операционной системы Windows 10 *релаксированную постановку задачи* (т.е. при снятых ограничениях на целочисленность переменных) оценивает как неспособную привести к допустимому решению.

SCIP версии 7.0.3 (PySCIPOpt 3.4.0) как на операционной системе Windows 10, так и на Unix-подобных операционных системах (в частности, MacOS Monterey 12.1 и Linux Centos 7) решает задачу в релаксированной постановке корректно.

### 3.2. Неединственность релаксированного решения

Если эвристические приемы строятся на базе релаксированного решения задачи, важно помнить, что релаксированные решения, полученные с помощью различных решателей с точки зрения распределения значений переменных могут существенно различаться<sup>1</sup>, не смотря на то, что во всех случаях зазор будет нулевым и целевая функция будет иметь одно и тоже значение (с оговоркой на допуск точности решателя).

### 3.3. Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах

- Вычислительные эксперименты проводились на трех версиях решателя SCIP (7.0.0, 7.0.3, 8.0.0) и трех платформах: Windows 10, MacOS (Monterey 12), Linux (Centos 7). Разброс времени поиска решения для каждой конфигурации решателя оценивается минимум по 3 запускам сценария
- На текущий момент наиболее стабильные и наиболее адекватные результаты получаются
  - для ОС Linux (Centos 7) и ОС MacOS (Monterey12) на решателе SCIP версии 7.0.3 (обертка PySCIPOpt 3.4.0) и платформе Esole версии 0.7.3, собранных для однопоточной реализации
  - для ОС Windows 10 на решателе SCIP версии 8.0.0 (обертка PySCIPOpt 4.0.0), собранном для однопоточной реализации

---

<sup>1</sup>Потому как гиперплоскость целевой функции может касаться политопа не в вершине, а по грани

- Последняя доступная версия решателя SCIP 8.0.0 (PySCIPOpt 4.1.0) на MacOS (Monterey 12.1) и Linux (Centos 7) при тех же настройках, что и для SCIP версии 7.0.3, как правило, работает значительно медленнее (2.5-2.85 раза) и в большинстве случаев либо не успевает найти решение за отведенное время, либо «просаживает» целевую функцию

## 4. Альтернативные решатели с открытым исходным кодом

### 4.1. Решатель HIGHS

#### 4.1.1. Установка решателя на Centos 7

Установить решатель HIGHS <https://ergo-code.github.io/HiGHS/get-started.html> можно следующим образом

1. Скачать репозиторий проекта

```
$ git clone https://github.com/ERGO-Code/HiGHS.git
```

2. Установить cmake версии >=3.15

```
# https://cmake.org/download/
$ wget https://github.com/Kitware/CMake/releases/download/v3.24.2/cmake-3.24.2.tar.gz
$ tar -xvf cmake-3.24.2.tar.gz
$ cd cmake-3.24.2
$ ./bootstrap --prefix=/usr --datadir=share/cmake --docdir=doc/cmake && make
$ sudo make install
$ cmake --version # cmake version 3.24.2
```

3. Установить альтернативную версию компилятора gcc (например, версии 7) для сборки проекта

```
# https://linuxize.com/post/how-to-install-gcc-compiler-on-centos-7/
$ gcc --version # gcc (GCC) 4.8.5 20150623 (Red Hat 4.8.5-36)
```

Чтобы получить доступ к альтернативной версии компилятора GCC 7, требуется запустить новый сеанс командной оболочки с помощью утилиты scl

```
$ scl enable devtoolset-7 bash
# или для ZSH
# scl enable devtoolset-7 zsh
$ gcc --version # gcc (GCC) 7.3.1 20180303 (Red Hat 7.3.1-5)
```

4. В директории проекта HIGHS создать поддиректорию build и запустить из-под нее утилиту cmake

```
$ cd HiGHS
$ mkdir build
$ cd build
$ cmake -DFAST_BUILD=ON ..
$ cmake --build .
# Чтобы убедиться в том, что сборка прошла успешно, рекомендуется запустить быстрые тесты
$ ctest
```

В результате будет создан исполняемый файл build/bin/highs

5. Добавить путь до утилиты в конфигурационный файл оболочки

.zshrc

```
...
export PATH=${HOME}/Projects/HiGHS/build/bin:$PATH
```

После внесения изменений в конфигурационный файл, можно пересчитать конфигурацию сессии

```
$ source .zshrc
```

#### 4.1.2. Приемы работы с решателем

Для запуска решателя в MILP-режиме требуется только передать путь до \*.lp/\*.mps-файла

```
$ highs /path/to/model.lp  
$ highs --help
```

Для запуска решателя в режиме поиска релаксированного решения требуется параметру `--solver` передать название метода (`simplex` или `ipm`)

```
# LP-задача будет решаться методом внутренней точки  
$ highs --solver ipm --model_file 50197df7_bin.lp
```

Запуск решателя в параллельном MILP-режиме, с шагом снижения размерности задачи и ограничением по времени расчета будет выглядеть так

```
$ highs \  
  --model_file 514.lp \  
  --presolve on \  
  --parallel on \  
  --time_limit 950 \  
  --solution_file highs_514.sol
```

#### 4.2. Решатель OPTIMUS (Scala)

### 5. Сжатая сводка результатов вычислительных экспериментов

Все эксперименты проводились на ОС Linux Centos 7 Intel Core™ i7 (8 CPUs), 3.6GHz; RAM 32Gb. Использовался MILP-решатель SCIP 7.0.3 (Python-обертка PySCIPOpt 3.4.0) и Python 3.8.0.

Развернутая сводка результатов приводится по ссылке [https://docs.google.com/document/d/16p8\\_VjZaHCBdDWo\\_YNZaEpZVFgmLyDi5A6104gX3zK8/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/16p8_VjZaHCBdDWo_YNZaEpZVFgmLyDi5A6104gX3zK8/edit?usp=sharing)

Обозначения

- CBC+DOH – доменно-ориентированные эвристики, работающие поверх решателя CBC.
- CBC+MS - мера подобия релаксированного решения, работающая поверх решателя CBC.
- SCIP(d) – решатель SCIP с настройками по умолчанию.
- SUN – метаконфигурация, работающая поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности.
- FZBIVSUHPB – метаконфигурация, работающая поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности; при ветвлении и разрешении конфликтов решатель отдает предпочтение бинарными переменным; фиксируются нулевые бинарные и целочисленные переменные релаксированного решения.
- EAD(contamination; file\_name) – модель машинного обучения, работающая поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности; при ветвлении и

разрешении конфликтов решатель отдает предпочтение бинарными переменным; частично-заданное решение на фиксации строится на основании прогноза ансамбля детекторов аномалий; `contamination` – доля аномальных экземпляров в наборе данных, `file_name` – имя `lp`-файла математической постановки, на котором обучался ансамбль детекторов аномалий.

- `Detector_name(contamination; file_name)` – детектор аномалий, работающий поверх решателя SCIP: подавляется подгруппа первичных эвристик низкой эффективности; при ветвлении и разрешении конфликтов решатель отдает предпочтение бинарными переменным; частично-заданное решение на фиксации строится на основании прогноза детектора аномалий; `contamination` – доля аномальных экземпляров в наборе данных, `file_name` – имя `lp`-файла математической постановки, на котором обучался детектор аномалий.
- RELAX - релаксированное решение, найденное с помощью решателя SCIP.

### Выводы

1. На всех сценариях группы ИКП метаконфигурация FZBIVSUNPB помогает решателю SCIP найти более низкое значение целевой функции и за меньшее время.
2. На всех сценариях группы ИКП (за исключением сценариев `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp`) ансамбль детекторов аномалий без подбора параметра контаминации `EAD(0.10; f398266b_bin.lp)` помогает решателю SCIP найти более низкое значение целевой функции и за меньшее время. На сценариях `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp` прием `EAD` не смог найти решение за отведенное время.
3. На сценариях `514.lp`, `519.lp`, `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp` изолированные детекторы аномалий помогают решателю SCIP найти более низкое значение целевой функции и за меньшее время.
4. На сценариях `514.lp`, `519.lp`, `a78cbead_bin.lp`, `7fac4231_bin.lp` и `50197df7_bin.lp` изолированные детекторы аномалий находят решения, которые по сравнению с решениями, полученными средствами `CBC+DOH(MS)`, оказываются лучше в среднем на 50.73% по временным издержкам и в среднем на 6.32% – по целевой функции.
5. На всех сценариях группы ИКП (за исключением сценариев `514.lp` и `519.lp`) метаконфигурация FZBIVSUNPB находит решения, которые оказываются нехуже решений, полученных с помощью `CBC+DOH(MS)`, как с точки зрения полного времени расчета (среднее улучшение 62.16%), так и с точки зрения целевой функции (среднее улучшение 7.03%). На сценарии `514.lp` метаконфигурация получает решение, которое только по целевой функции (+18.616%) превосходит решение, найденное средствами `CBC+DOH(MS)`. На сценарии `519.lp` решение метаконфигурации уступает решению, найденному с помощью `CBC+DOH(MS)` и по временным издержкам (-14.29%) и по целевой функции (-2.302%).

## 6. Приемы поиска решения

### 6.1. Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении

Часто фиксация целочисленных переменных<sup>2</sup> в релаксированном решении приводит к приемлемому допустимому целочисленному решению, которое потом можно использовать как «теплый старат» или как базовое решение для других схем фиксации.

---

<sup>2</sup>Вообще говоря, фиксировать можно не только бинарные и целочисленные переменные



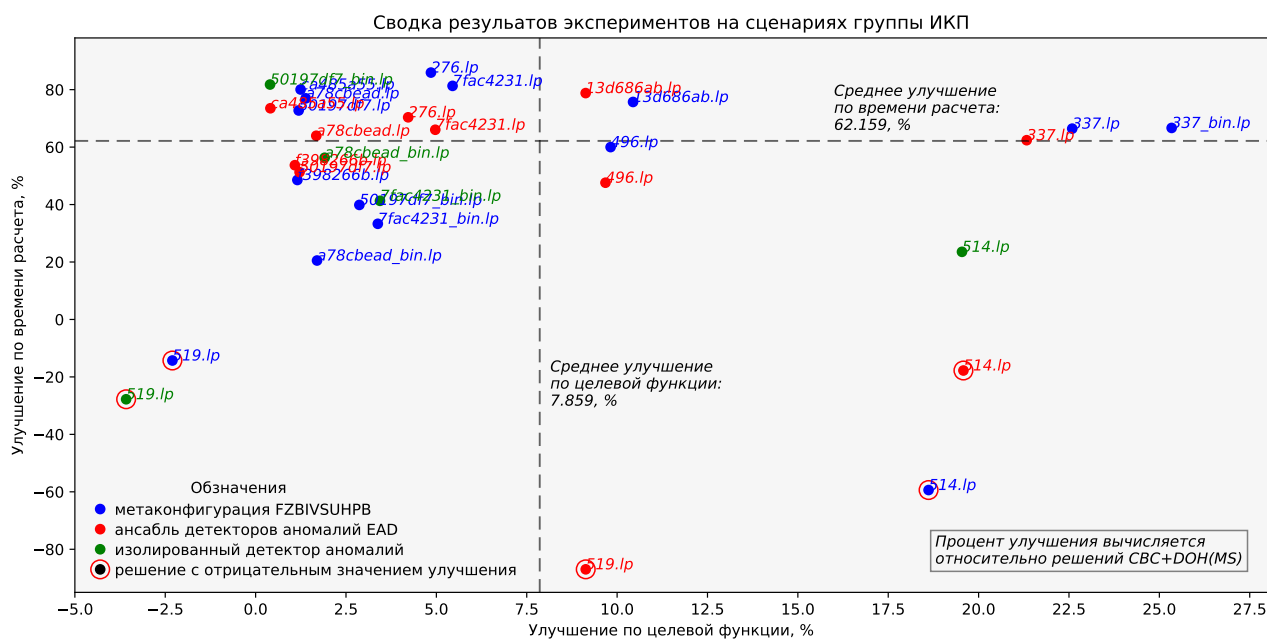


Рис. 1. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП

```

ZERO = 0.0
...
relax_sol: pd.Series = read_relax_sol(path_to_relax_sol)

model = pyscipopt.Model()
model.readProblem(path_to_lp_file)
model.readParams(path_to_set_file)

all_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = model.getVars()
bin_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, BINARY)
int_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, INTEGER)

all_zero_bin_vars: t.List[
    pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
    relax_sol,
    sub_group_vars=bin_vars,
)
all_zero_int_vars: t.List[
    pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
    relax_sol,
    sub_group_vars=int_vars,
)

for var in all_zero_bin_vars + all_zero_int_vars:
    model.fixVar(var, ZERO)

model.optimize()
...

```

## 6.2. Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности

В некоторых случаях отдельные первичные эвристики могут оказаться не способными справиться со своей задачей, не оказывая никакого влияния на процедуру поиска решения, и все же потреблять предоставленные ресурсы.

Такие эвристики – условимся их называть первичными эвристиками низкой эффективности (ПЭНЭ) – можно выявить путем анализа статистической сводки `stat`-файла в разделе `Primal Heuristics`

Фрагмент файла статистической сводки `337_bin_default.stat`

```
...
Primal Heuristics :   ExecTime  SetupTime      Calls      Found      Best
LP solutions      :         0.00         -         -         0         0
relax solutions   :         0.00         -         -         0         0
pseudo solutions  :         0.00         -         -         0         0
...
conflictdiving    :         0.00         0.00         0         0         0
crossover         :         0.00         0.00         0         0         0
dins              :         0.00         0.00         0         0         0
distributiondivin :         0.00         0.00         0         0         0
dualval           :         0.00         0.00         0         0         0
farkasdiving      :       2032.89         0.00         1         0         0 # <- NB
feaspump          :         882.12         0.00         1         0         0 # <- NB
fixandinfer       :         0.00         0.00         0         0         0
...
intdiving         :         0.00         0.00         0         0         0
intshifting       :         52.99         0.00         1         1         1
...
```

В данном случае ПЭНЭ являются `farkasdiving` и `feaspump`. Чтобы подавить эти эвристики при следующем запуске `SCIP`, достаточно включить следующие строки в конфигурационный файл `scip.set`<sup>3</sup>

`scip.set`

```
...
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
...
```

Доступ к статистической сводке можно получить либо в сессии `SCIP`, либо через одну из оберток над решателем (например, с помощью `PySCIPOpt`)

Фрагмент сессии `scip`. Получение статистической сводки

```
...
SCIP> read file.lp
SCIP> opt
SCIP> display stat
```

Получение статистической сводки через обертку `PySCIPOpt`

```
import pyscipopt
```

<sup>3</sup>При запуске интерактивной сессии через утилиту командной строки `scip`, решатель ищет этот файл в текущей директории и, если находит, автоматически вычитывает. При работе через `PySCIPOpt` требуется явно передавать путь до файла методу модели `readParams()`

```

model = pycscipopt.Model()
model.readProblem("...")
model.readParams("...")
model.optimize()

model.printStatistics()

```

### 6.3. Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении

Условимся *фиксацией* называть стратегию инициализации подгруппы переменных  $x_k$  (вещественных, бинарных или целочисленных), значения которых задаются на основе каких-либо эвристических соображений, например, касающихся специальных свойств матрицы ограничений, и способных в результате привести к такой постановке задачи, которую, используя механизмы первичных эвристик, сепараторов, пропагаторов и пр. можно развить в *допустимое целочисленное решение*.

Базовая идея построения *фиксации на бинарных переменных* заключается в том, чтобы значения бинарных переменных в релаксированном решении<sup>4</sup>  $\{^r x_k^{(b)}\}_{k=1,\dots}$  интерпретировать как *степень уверенности* решателя в том, что рассматриваемую бинарную переменную можно выставить в единицу.

Если значение  $k$ -ой бинарной переменной  $^r x_k^{(b)}$  превосходит некоторый *порог*  $\theta$ , то переменная выставляется в единицу, в противном случае – в ноль. Порог подбирается итерационно, начиная с некоторого нижнего значения  $\theta_l$  (по умолчанию  $\theta_l = 0$ ), увеличивая текущее значение порога на величину шага  $\Delta\theta$  и заканчивая верхним значением порога  $\theta_u$  (по умолчанию  $\theta_u = 1$ ).

Для практических целей достаточно остановиться на наименьшем значении порога  $\theta$ , который отвечает такой фиксации, которую решатель SCIP не отклоняет как неспособную привести к допустимому целочисленному решению.

Фрагмент лога решателя SCIP для случая фиксации, которую невозможно развить в допустимое целочисленное решение

```

...
SCIP Status      : problem is solved [infeasible]
Solving Time (sec) : 3.00
Solving Nodes    : 0
Primal Bound     : +1.0000000000000000e+20 (0 solutions)
Dual Bound      : +1.0000000000000000e+20
Gap              : 0.00 %
original problem has 740251 variables (2666 bin, 147789 int, 0 impl, 589796 cont) and 545350
constraints
...

```

После того как порог  $\theta$  подобран, бинарные переменные разбиваются на две подгруппы: подгруппу бинарных переменных, выставленных в ноль  $\{x_k^{(b_0)}\}$ , и подгруппу бинарных переменных, выставленных в единицу  $\{x_k^{(b_1)}\}$ . Долю бинарных переменных, выставленных в ноль обозначим через  $\delta_{b_0}$ , долю бинарных переменных, выставленных в единицу – через  $\delta_{b_1}$ , а целевую функцию, найденную при заданных долях – через  $f_\theta(\delta_{b_0}, \delta_{b_1})$ .

<sup>4</sup>Верхний левый индекс « $r$ » указывает на релаксированное значение, а верхний правый « $(b)$ » – на то, что речь идет о бинарной переменной

В результате получаем исследовательский инструмент, который дает возможность управлять решением через подбор долей  $\delta_{b_0}$  и  $\delta_{b_1}$  при найденном пороге  $\theta$ . Часто оказывается эффективным прием управления решением через подбор доли нулевых бинарных переменных  $\delta_{b_0}$ .

Целевая функция, вычисленная при единичной доле нулевых бинарных переменных  $f_\theta(\delta_{b_0} = 1)$ , как правило, значительно уступает целевой функции релаксированного решения  $f_r$ . Но тем не менее это решение может быть улучшено, сокращением доли  $\delta_{b_0}$  (см. рис. 2 и рис. 3).

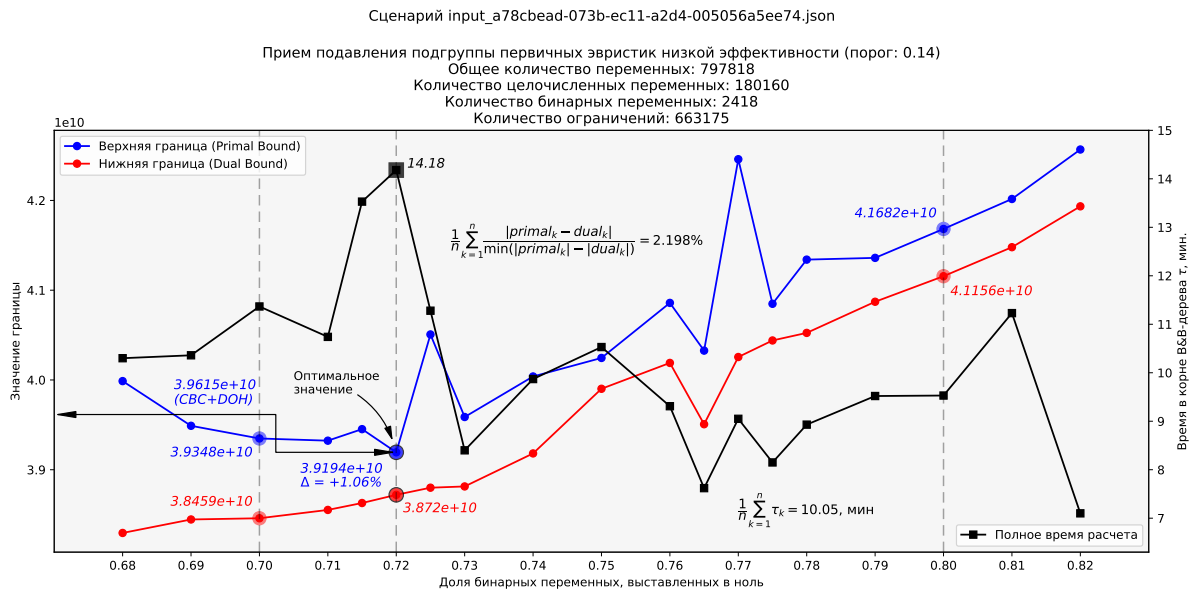


Рис. 2. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий a78cbead

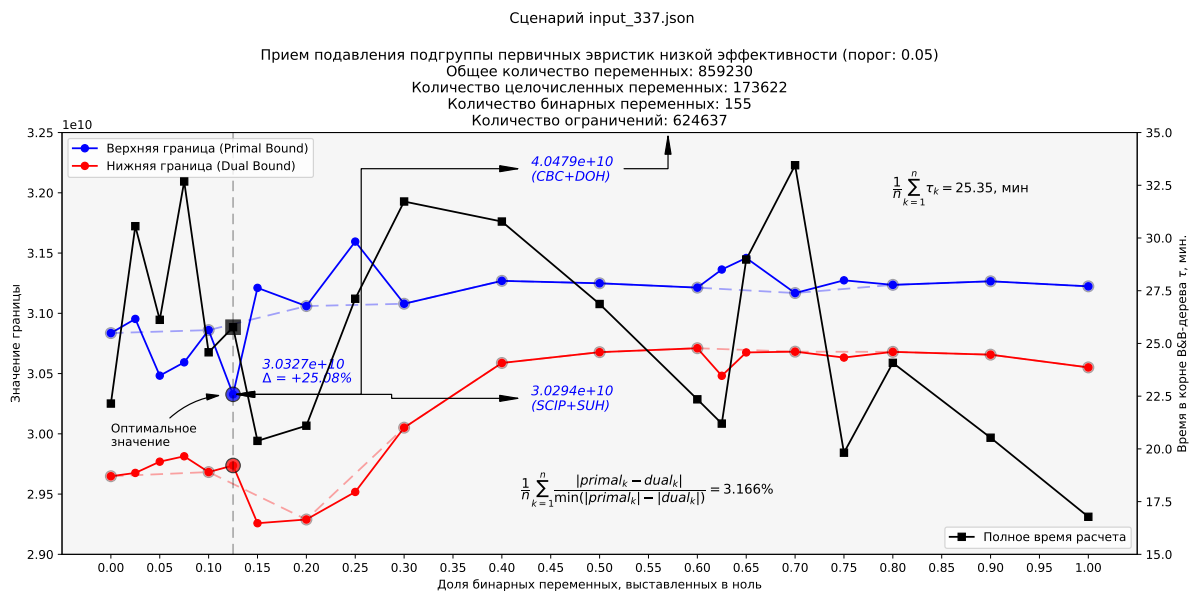


Рис. 3. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий 337

Как видно из графиков, на кривой изменения верхней границы решения существует точка с наименьшим значением целевой функции  $f_\theta(\delta_{b_0})$  допустимого целочисленного решения. Эта точка и будет «оптимальной» для рассматриваемого сценария.

## 7. Методы машинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации

### 7.1. Постановка задачи

Цель: Разработать процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях для сценариев с матрицей ограничений произвольной структуры.

Вход: произвольная матрица ограничений<sup>5</sup>.

Выход: набор бинарных и целочисленных переменных, фиксация которых в ноль с высокой вероятностью приведет к допустимому целочисленному решению.

База: частично-заданное решение, построенное на фиксациях нулевых бинарных и целочисленных переменных в релаксированном решении.

### 7.2. Концепт матрицы признакового описания бинарных и целочисленных переменных

В качестве признаков бинарно-целочисленных переменных предлагается использовать:

1. *важный признак* Значение переменной  $x_i$  в «усредненном» релаксированном решении<sup>6</sup>,
2. Модифицированную Z-оценку на «усредненном» релаксированном решении,
3. *бесполезный признак* Дробную часть значения переменной  $x_i$  в «усредненном» релаксированном решении,
4. *важный признак* Пороги бинаризации на «усредненном» релаксированном решении (каждый порог это отдельный признак),
5. *важный признак* Число ограничений  $n_i$ , в которые входит рассматриваемая переменная  $x_i$ ,
6. *важный признак* Число положительных  $n_i^+$  и отрицательных  $n_i^-$  коэффициентов в ограничениях, ассоциированных с рассматриваемой переменной  $x_i$ ,
7. Булев маркер удаления переменной  $x_i$  после шага снижения размерности задачи,
8. *важный признак* Коэффициент  $c_i$  при переменной  $x_i$  в целевой функции  $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$ ,
9. *бесполезный признак* Вероятность<sup>7</sup> того, что  $i$ -ая бинарная или целочисленная переменная  $x_i$  будет выставлена в 1 (индекс « $-i$ » означает без учета  $i$ -ой переменной)

$$\mathbf{P}(x_i = 1) = \sigma\left(\frac{1}{t} (\mathbf{c}^T \mathbf{x})_{-i}\right),$$

где  $\sigma$  – логистический сигмоид,  $t$  – «температура» (чем выше температура, тем случайнее выход),  $\mathbf{c}$  – вектор коэффициентов целевой функции,  $\mathbf{x}$  – вектор значений переменных в релаксированном решении.

10. Важность  $x_i$  переменной с точки зрения пресолверов.

---

<sup>5</sup>Предполагается, что матрица ограничений имеет низкую меру обусловленности

<sup>6</sup>Задача линейного программирования в релаксированной постановке решается с использованием различных методов (двойственный симплекс-метод, метод внутренней точки и т.д.), а затем полученные решения усредняются

<sup>7</sup>Идея построения признака основана на способе вычисления вероятности единичного выхода нейрона в машинах Больцмана [2, стр. 653]

## 7.3. Стратегии решения задачи

### 7.3.1. Стратегия №1. Обнаружение аномалий

Задачу построения частично-заданного решения на фиксациях предлагается свести к задаче обнаружения аномалий в данных. Бинарные и целочисленные переменные, которые как ожидается примут *нулевые значения* в допустимом целочисленном решении будем считать «штатным» режимом, а бинарные и целочисленные переменные, которые как ожидается примут *ненулевые значения* в допустимом целочисленном решении – аномалиями. Такие «аномальные» экземпляры остаются без рекомендуемого значения для фиксации, а оставшиеся нулевые «штатные» бинарные и целочисленные переменные фиксируются в ноль и на этом процедура построения частично-заданного решения считается завершенной.

Для повышения надежности прогноза предлагается использовать ансамбль детекторов аномалий. Решение о фиксации бинарной или целочисленной переменной в ноль принимается на основании большинства голосов ансамбля детекторов.

Набор данных представляет собой неупорядоченную коллекцию матриц признакового описания, ассоциированных с соответствующими *lp/mps*-файлами математической постановки задачи (условимся называть их *сценариями*).

Ансамбль детекторов аномалий обучается по роторной схеме:

- На *i*-ой итерации все *матрицы признакового описания* (всего в наборе *S* матриц/сценариев) кроме *i*-ой матрицы используются для обучения детекторов, а на *i*-ой матрице признакового описания строится прогноз аномальных экземпляров, которые помечаются как «-1». В результате получается коллекция бинарных и целочисленных переменных, помеченных либо как «0», либо как «-1». Построенное решение сравнивается с допустимым целочисленным решением с помощью различных метрик качества (параметрическое гармоническое среднее, капша Коэна, коэффициент корреляции Метьюса и т.д.). Вычисленные для *i*-ой матрицы метрики качества и построенное частично-заданное решение на фиксациях сохраняются в директории результатов,
- Затем описанный шаг повторяется для оставшихся матриц признакового описания объекта.

По окончании процедуры для каждого сценария:

- будут вычислены метрики качества,
- будет построено частично-заданное решение на фиксациях,

Полученные частично-заданные решения на фиксациях подаются на вход решателю SCIP. Если SCIP удалось найти решение, обозначаемое как *s<sub>ML</sub>*, то оно сравнивается с решением *s<sub>FZB</sub>*, полученным с помощью метаконфигурации FZBIVSUNPB (см. подраздел 8.2), по времени работы и по значению верхней границы решения.

---

#### Замечание

Как правило, в задачах обнаружения аномалий не выполняют подбор гиперпараметров детектора, но в данном случае кажется полезным изучить поведение детектора хотя бы в зависимости от параметра контаминации. Дело в том, что на практике эффективность детектора может существенно изменяться в зависимости от значений управляющих параметров

---

На всех сценариях группы ИКП (см. раздел 8) обнаруживается серьезный дисбаланс экземпляров положительного («аномалии», ненулевые значения переменных) и отрицательного

(«штатные» экземпляры, нулевые значения переменных) классов. Ожидается, что эффективность модели машинного обучения главным образом будет зависеть от способности модели выявлять аномальные экземпляры.

Действительно, *ошибка первого рода* (ложное срабатывание, т.е. когда отрицательный «штатный» экземпляр принимается за «аномальный» положительный) приводит к тому, что нулевая переменная *не будет* зафиксирована в ноль в частично-заданном решении, что с высокой вероятностью снизит производительность решателя SCIP.

Тогда как *ошибка второго рода* (пропуск объекта, т.е. когда «аномальный» положительный экземпляр принимается за «штатный» отрицательный) приводит к тому, что ненулевая переменная в частично-заданном решении будет зафиксирована в ноль. Это сделает частично-заданное решение не способным развиваться в допустимое целочисленное, что значительно хуже.

Таким образом, кажется разумным сосредоточить усилия на том, чтобы минимизировать ошибку второго рода, и в результате свести к минимуму число пропусков аномалий.

Проще всего оценить качество модели с учетом большего влияния ошибок второго рода с помощью  *$F_\beta$ -меры* при значениях параметра  $\beta > 1$

$$F_\beta = (1 + \beta^2) \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\beta^2 \text{precision} + \text{recall}},$$

где precision – точность, recall – полнота.

---

#### Замечание

Провести анализ приема подбора порога бинаризации. И проработать схему подбора гиперпараметров детекторов

---

**Анализ производительности методов обнаружения аномалий** Рекомендуемые значения некоторых гиперпараметров для детекторов некоторых семейств звучат следующим образом [3]:

- для KNN (k Nearest Neighbors<sup>8</sup>) и LOF (Local Outlier Factor):  $k = \max(10; 0.03 |D|)$ , где  $|D|$  – число экземпляров в наборе данных,
- для HBOS (Histogram-based Outlier Score):  $\text{n\_bins} = \sqrt{|D|}$ ,
- для IForest (Isolation Forest): число деревьев  $\text{n\_estimators}=100$  и число экземпляров на дерево  $\text{max\_samples}=256$ ,
- для CBLOF (Clustering-Based Local Outlier Factor):  $\alpha = 0.90$ ,  $\beta = 5$  и  $k = 10$ ,
- для OCSVM (One-Class Support Vector Machines): ядро RFB( $\nu = 0.5$ ,  $\gamma = 1/m$ ), где  $m$  – число признаков в наборе данных  $D$ .

Перечисленные ниже детекторы показали крайне низкую производительность на сценариях группы ИКП:

- KNN,
- Feature Bagging,
- ABOD (Angle-Based Outlier Detection using approximation)/FastABOD,
- LOCI (Fast outlier detection using the local correlation integral),
- CBLOF (Clustering-Based Local Outlier Factor): достаточно быстрый, но результаты отвратительные (очень низкие значения ключевых метрик качества),

---

<sup>8</sup>Расстояние от  $k$ -ого ближайшего соседа рассматривается как мера аномальности экземпляра

- XGBOOST<sup>9</sup> (Extreme Boosting Based Outlier Detection): безумно медленный<sup>10</sup>,
- R-Graph (Outlier detection by R-graph).

Главный детектор аномалий предлагается строить с помощью агрегатора SUOD<sup>11</sup> (Accelerating Large-scale Unsupervised Heterogeneous Outlier Detection) на следующих базовых детекторах:

- ECOD (Unsupervised Outlier Detection Using Empirical Cumulative Distribution Functions),
- COPOD (Copula-Based Outlier Detection),
- IForest (Isolation Forest),
- HBOS (Histogram-based Outlier Score).

### 7.3.2. Стратегия №2. Бинарная классификация со слабо выраженным миноритарным классом

Задачу построения частично-заданного решения на фиксациях предлагается свести к задаче бинарной классификации со слабо выраженным миноритарным классом (данные с сильным дисбалансом).

*Раздел в разработке ...*

## 7.4. Трансфер выявленного паттерна. Сценарии группы СОП

Условимся *трансфером выявленного паттерна* (или просто *трансфером паттерна*) называть явление, состоящее в том, что модель, обученная на сценариях одной группы (сценарии обучающего поднабора), оказывается способной строить корректные прогнозы на сценариях другой группы (сценарии тестового поднабора), обладающих четкими дискриминирующими атрибутами (структурные особенности матрицы ограничений и пр.), которые позволяют с высокой степенью уверенности отделять сценарии обучающего поднабора от сценариев тестового поднабора.

Другими словами, в отличие от классической постановки машинного обучения – в которой экземпляры обучающего и тестового поднаборов данных должны быть похожи друг на друга – в данном случае модель машинного обучения предлагается обучать и тестировать на сценариях, которые значимо отличаются друг от друга по каким-то ключевым атрибутам.

### 7.4.1. Сценарий tmpfvprqodxw.lp без бинарных переменных

Исследование вопроса о трансфере паттерна начнем с рассмотрения простого сценария группы СОП tmpfvprqodxw.lp <https://disk.yandex.ru/d/K7bvClpltotqlg>, а обучать модель машинного обучения будем в соответствии со стратегией №1 (стр. 14).

В случае сценария tmpfvprqodxw.lp для простоты можно ограничиться рассмотрением только детектора HBOS (без агрегации прогнозов других детекторов с помощью обертки SUOD) и обучать его на сценарии группы ИКП f398266b\_bin.lp (см. раздел 8.2.4).

Для того чтобы использовать не ансамбль детекторов аномалий, а лишь какой-то конкретный детектор, достаточно в конфигурационном файле `main_config.yaml` передать полю `use` детектора значение `False`

`main_config.yaml`. Использовать только детектор HBOS

...

<sup>9</sup>Требуется разметка

<sup>10</sup>В <https://github.com/yzhao062/pyod/issues/152> рекомендуется использовать SUOD

<sup>11</sup><https://www.andrew.cmu.edu/user/yuezhao2/papers/21-mlsys-suod.pdf>



```

detector_config:
# Строит ансамбль детекторов аномалий
SUOD: # Scalable Unsupervised Outlier Detection https://www.andrew.cmu.edu/user/yuezhao2/papers/21-mlsys-suod.pdf
use: !!bool False # <--- NB
# Допустимые значения 'combination': average, maximization
combination: !!str average # стратегия агрегации прогнозов ансамбля детекторов
contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
a (0.0; 0.5)
n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
verbose: !!bool True # флаг подробного вывода информации о построении модели
# Перечень детекторов для SUOD-ансамбля. Если SUOD.use=True, то перечисленные ниже детекторы,
# у которых
# атрибут DETECTOR.use=True, будут добавлены в список SUOD().base_estimators.
# Если SUOD.use=False, то поиск аномалий будет выполняться с помощью одного из приведенных ниже
# детекторов,
# у которого атрибут DETECTOR.use=True
COPOD: # Copula Based Outlier Detector
use: !!bool False # <--- NB
contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
a (0.0; 0.5)
n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
ECOD: # Unsupervised Outlier Detection Using Empirical Cumulative Distribution Functions
use: !!bool False # <--- NB
contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
a (0.0; 0.5)
n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
IForest: # Wrapper of scikit-learn Isolation Forest with more functionalities
use: !!bool False # <--- NB
n_estimators: !!int 250 # число деревьев принятия решений в лесе
contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
a (0.0; 0.5)
n_jobs: -1 # число параллельно выполняемых задач
HBOS: # Histogram-based outlier detection
use: !!bool True # <--- NB
n_bins: !!int 10 # число бинов для построения гистограммы
alpha: !!float 0.05 # параметр регуляризации
contamination: !!float 0.10 # доля выбросов в наборе данных; принимает значения из диапазон
a (0.0; 0.5)

```

Приведенный на рис. 4 график показывает, что

- настройки решателя SCIP, ответственные за выбор переменных при ветвлении<sup>12</sup> и разрешении конфликтов<sup>13</sup>, а также прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности помогают снизить временные издержки при незначительном ухудшении целевой функции (зеленая кривая) относительно решения, полученного с помощью решателя SCIP с настройками по умолчанию (красная кривая),
- дополнительное снижение временных затрат можно получить подбором гиперпараметров детектора<sup>14</sup> (синяя кривая).

Детектору аномалий HBOS с подбором параметра контаминации (`contamination=0.04`)<sup>15</sup> удалось снизить количество бинарных переменных – на 98, ограничений – на 177, а временные издержки снизились в 2.38 раза.

<sup>12</sup>Параметр `branching/preferbinary`

<sup>13</sup>Параметр `conflict/preferbinar`

<sup>14</sup>В данном случае подбирались только гиперпараметры контаминации

<sup>15</sup>В библиотеке PyOD все детекторы аномалий имеют контаминацию уровня 0.10

Сценарий tmpfvpqodxw.lp (обучение на f398266b\_bin.lp)

Общее количество переменных: 5308  
Количество целочисленных переменных: 1197  
Количество бинарных переменных: 0  
Количество ограничений: 13065

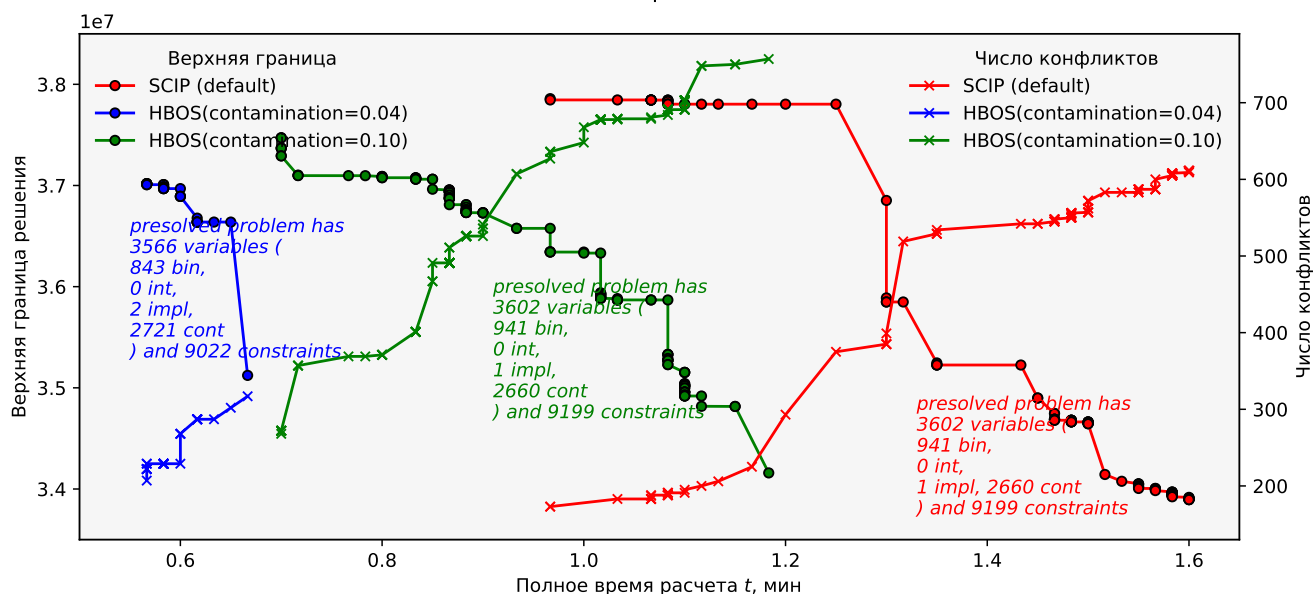


Рис. 4. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП tmpfvpqodxw.lp

#### 7.4.2. Синтетический сценарий 1664182546\_82382.lp с бинарными переменными

##### Статистика<sup>16</sup>

Общее количество переменных: 5100 (4123)

Количество целочисленных переменных: 0 (0)

Количество бинарных переменных: 1768 (1132)

Количество ограничений: 11193 (10461)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/FuEBWt4zvFIseEA>

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182546\_82382.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

На рис. 5 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию, ii) решателя SCIP на частично-заданном решении, полученном с помощью

<sup>16</sup>В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

ансамбля детекторов аномалий, и iii) решателя SCIP на фиксации, подготовленной с помощью изолированного детектора HBOS.

Как видно из рисунка, решатель SCIP с настройками по умолчанию (синяя кривая) первое допустимое целочисленное решение с адекватным зазором находит гораздо позже схемы на частично-заданном решении, полученном с помощью ансамбля детекторов (красная кривая). Однако, спустя некоторое время схема с настройками по умолчанию быстрее выходит на конкурентное значение целевой функции (41389.75 против 41557.30).

Схема с подбором гиперпараметра контаминации изолированного детектора HBOS, несмотря на то, что размерность задачи снижается, приводит к очень слабому решению.

**Вывод по сценарию:** принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b\_bin.lp группы ИКП.

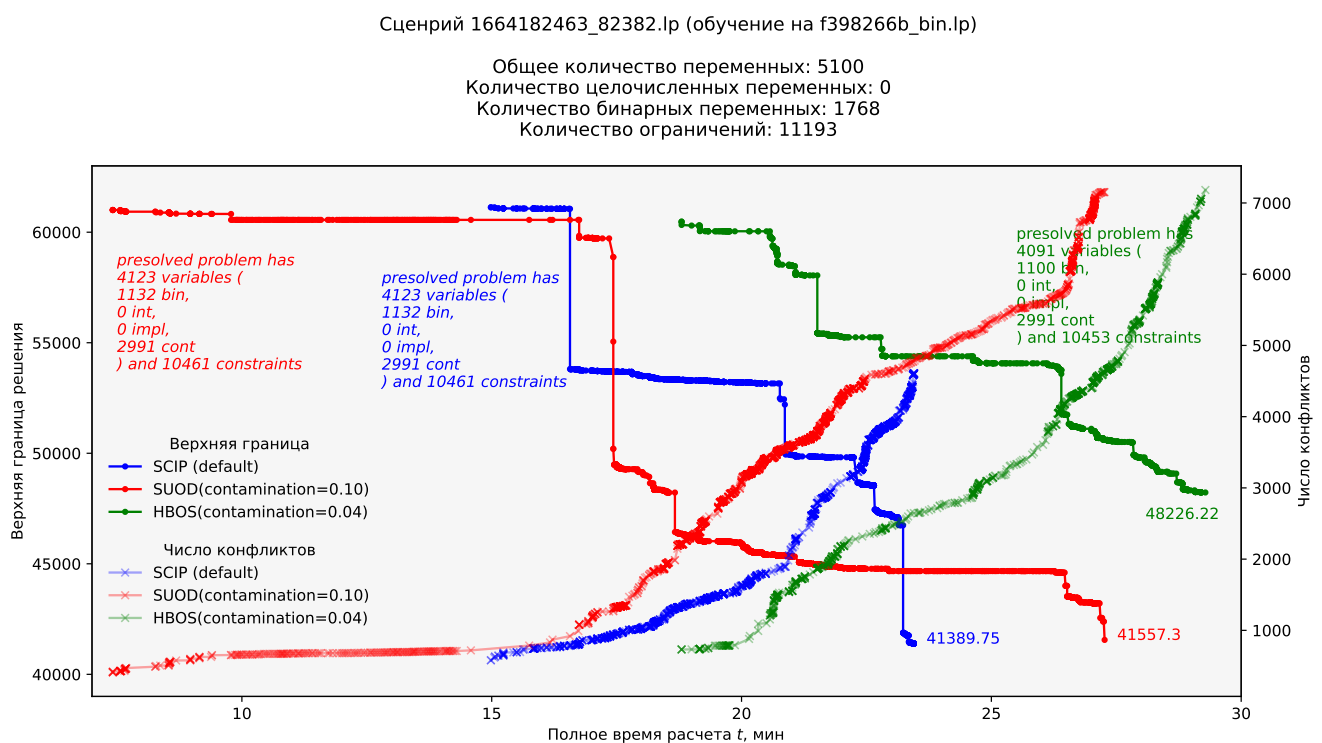


Рис. 5. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182546\_82382.lp

### 7.4.3. Синтетический сценарий 1664182533\_1587787.lp с бинарными переменными

#### Статистика<sup>17</sup>

Общее количество переменных: 4759 (3780)

Количество целочисленных переменных: 0 (0)

Количество бинарных переменных: 1701 (1063)

Количество ограничений: 10307 (9581)

<sup>17</sup>В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/n0Dqn6pr6GK9mg>

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182533\_1587787.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

На рис. 6 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию, ii) решателя SCIP на частично-заданном решении, полученном с помощью ансамбля детекторов аномалий, и iii) решателя SCIP на фиксации, подготовленной с помощью изолированного детектора HBOS.

Здесь схема с настройками по умолчанию проигрывает схеме на частично-заданном решении, построенном с помощью ансамбля детекторов аномалий, и по времени расчета, и по значению целевой функции. Подбор параметра контаминации детектора HBOS как и в предыдущем случае не позволяет улучшить решение – кривая «замирает» на асимптоте 52070.46.

Таким образом, в данном случае ансамбль детекторов аномалий с обретенкой SUOD снижает временные издержки на получение решения и одновременно улучшает целевую функцию.

**Вывод по сценарию:** принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b\_bin.lp группы ИКП.

#### 7.4.4. Синтетический сценарий 1664182480\_4326847.lp с бинарными переменными

##### Статистика<sup>18</sup>

Общее количество переменных: 7123 (6445)

Количество целочисленных переменных: 0 (0)

Количество бинарных переменных: 1548 (1324)

Количество ограничений: 17696 (16805)

lp-файл: [https://disk.yandex.ru/d/f\\_6GH9mzzxAGQg](https://disk.yandex.ru/d/f_6GH9mzzxAGQg)

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182480\_4326847.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
```

<sup>18</sup>В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

Сценарий 1664182533\_1587787.lp (обучение на f398266b\_bin.lp)

Общее количество переменных: 4759  
Количество целочисленных переменных: 0  
Количество бинарных переменных: 1701  
Количество ограничений: 10307

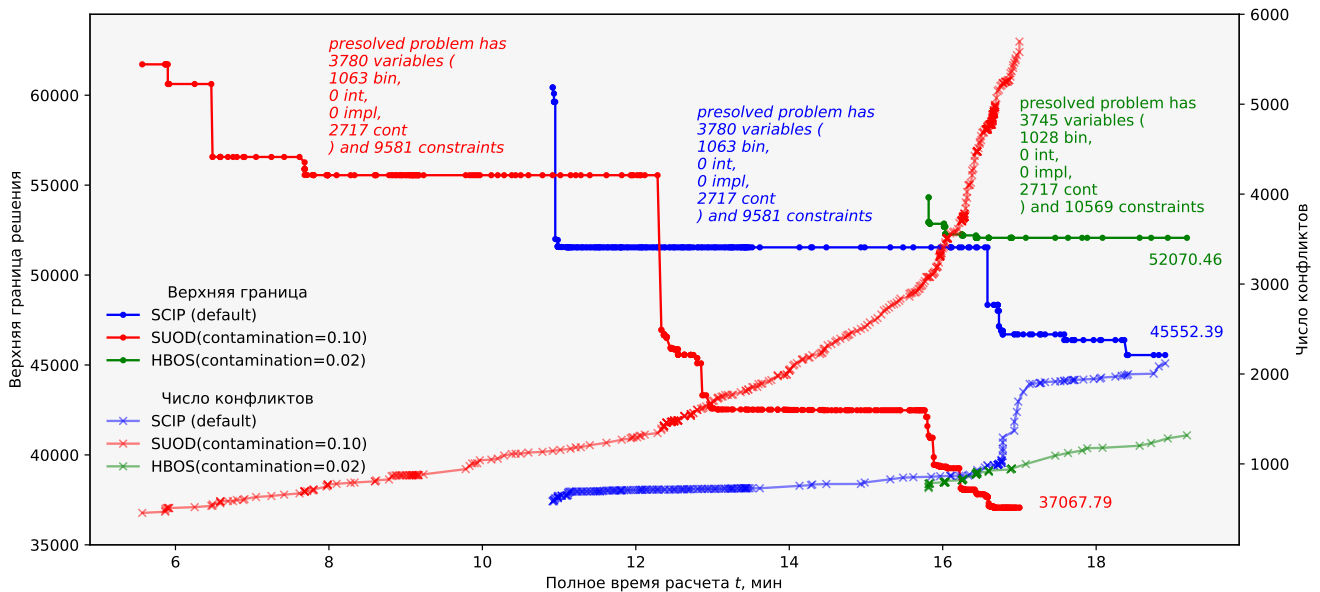


Рис. 6. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182533\_1587787.lp

```
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

На рис. 7 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию и ii) решателя SCIP на фиксации, подготовленной с помощью изолированного детектора HBOS.

На рассматриваемом сценарии получить решение с помощью ансамбля детекторов аномалий за отведенное для поиска время не удалось, однако, изолированный детектор HBOS с подобранным параметром контаминации смог выйти на значение целевой функции 53682.08. Это решение проигрывает решению, полученному с помощью SCIP базовой конфигурации (47245.97), но тем не менее указывает жизнеспособность концепции использования стратегии обнаружения аномалий для построения частично-заданного решения на фиксациях с подбором параметра контаминации детекторов.

**Вывод по сценарию:** принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b\_bin.lp группы ИКП.

Сценарий 1664182480\_4326847.lp (обучение на f398266b\_bin.lp)

Общее количество переменных: 7123  
Количество целочисленных переменных: 0  
Количество бинарных переменных: 1548  
Количество ограничений: 17696

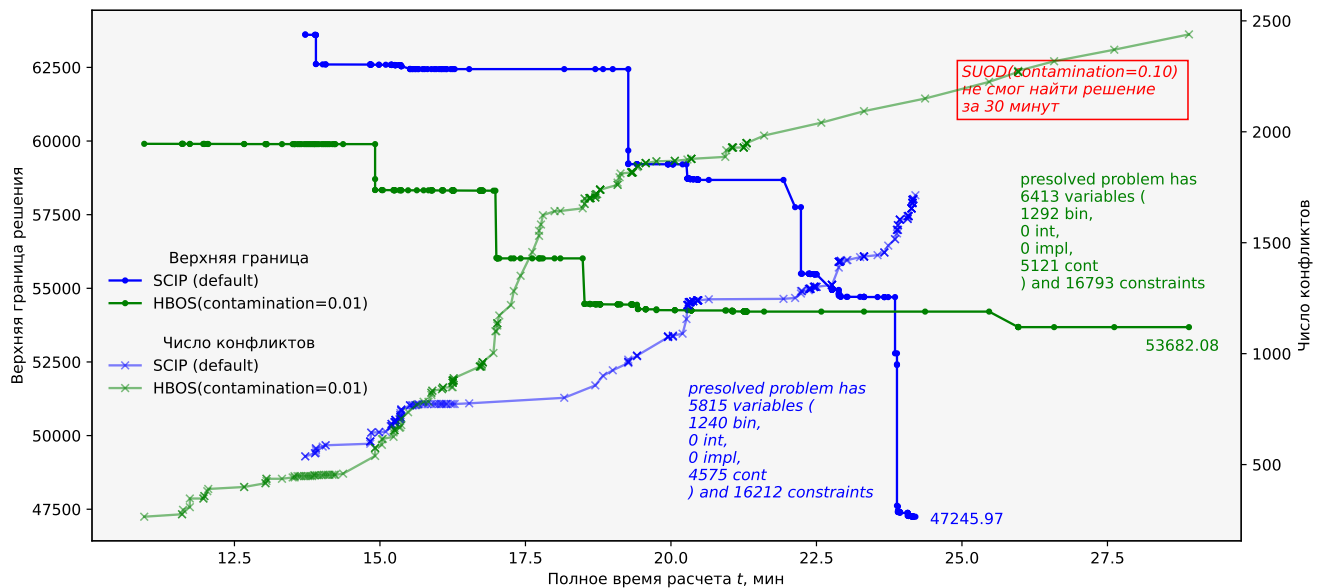


Рис. 7. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182480\_4326847.lp

#### 7.4.5. Синтетический сценарий 1664182523\_380519.lp с бинарными переменными

##### Статистика<sup>19</sup>

Общее количество переменных: 4578

Количество целочисленных переменных: 0

Количество бинарных переменных: 1331

Количество ограничений: 10722

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/i-FhZ9LD8ToeXg>

Блок подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности конфигурационного файла SCIP

Фрагмент файла scip.set. Сценарий 1664182523\_380519.lp

```
...
heuristics/adaptivediving/freq = -1
heuristics/fracdiving/freq = -1
heuristics/linesearchdiving/freq = -1
heuristics/objpscostdiving/freq = -1
heuristics/pscostdiving/freq = -1
heuristics/rootsoldiving/freq = -1
heuristics/veclendiving/freq = -1
```

На рис. 8 приведены результаты сравнительного анализа запусков i) решателя SCIP с настройками по умолчанию, и ii) решателя SCIP на частично-заданном решении, полученном с помощью ансамбля детекторов аномалий.

<sup>19</sup>В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

Здесь ансамбль детекторов аномалий выигрывает 2.78 минуты при целевой функции, значение которой практически не отличается от значения целевой функции в решении, полученном с помощью решателя SCIP базовой конфигурации.

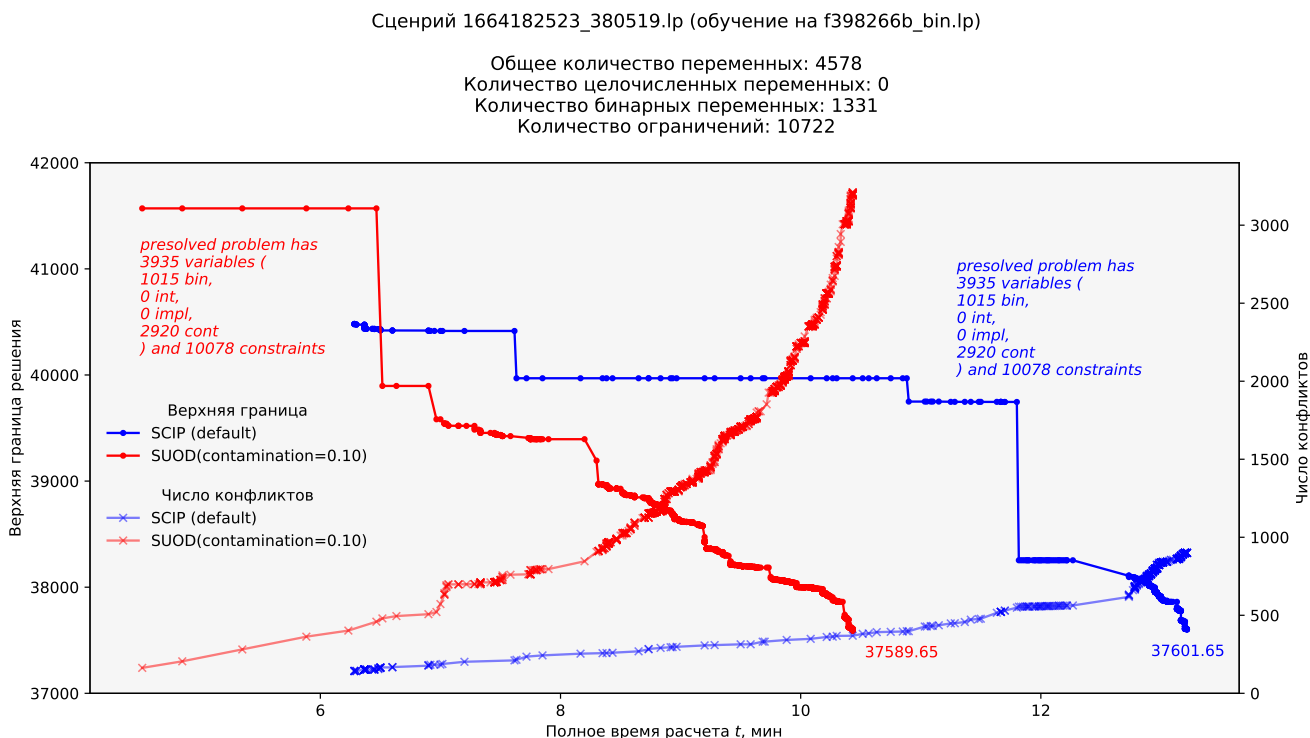


Рис. 8. Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП 1664182523\_380519.lp

**Вывод по сценарию:** принимая во внимание, что ансамбль детекторов аномалий обучался лишь на одном сценарии группы ИКП, который существенно и с точки зрения размерности, и с точки зрения структуры матрицы ограничений отличается от сценария, на котором строился прогноз модели, допустимо говорить о трансфере/переносе шаблона, выявленного на сценарии f398266b\_bin.lp группы ИКП.

## 8. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП

На всех сценариях группы ИКП (как с бинарными переменными, так и без них) решения удавалось найти с помощью *метаконфигурации* (см. раздел 8.2), включающей прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности и процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях (для нулевых бинарных и целочисленных переменных).

### 8.1. Поиск решения на сценариях без бинарных переменных.

**Метаконфигурации SUN, FZBIVSUNPB и ансамбль детекторов аномалий**

Метаконфигурация<sup>20</sup> SUN (Suppress Useless Heuristics) процедуры поиска решения сводится к приему подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности.

<sup>20</sup>Под метаконфигурацией понимается совокупность конфигурации решателя и набора эвристических приемов



---

### Замечание

Решение получено без доменно-ориентированных эвристик, «теплого» старта и подбора параметров решателя

---

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (без бинарных переменных) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП без бинарных переменных

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

#### 8.1.1. Сценарий F398266B без бинарных переменных

##### Статистика

Общее количество переменных: 774901

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 650263

lp-файл: [https://disk.yandex.ru/d/o\\_eAb9475u5ueg](https://disk.yandex.ru/d/o_eAb9475u5ueg)

##### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- o RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/URRnZ8soTaJEgQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/N2tfhj1N6Rczza>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/-y7p5FyJyYirkw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/1JaMC9aFjubDbA>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE\_RECALCULATION\_ON\_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.063% лучше в смысле целевой функции и на 10.20% – в смысле временных издержек (рис. 9).



Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.155% лучше в смысле целевой функции и на 65.27% – в смысле временных издержек (табл. 1).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 1. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	21.38	5.905048
SCIP+SUH	19.27 +9.87%	5.842154 +1.065%
SCIP+FZB...	9.43 +55.89%	5.836815 +1.155%

Сценарий input\_f398266b-093b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json

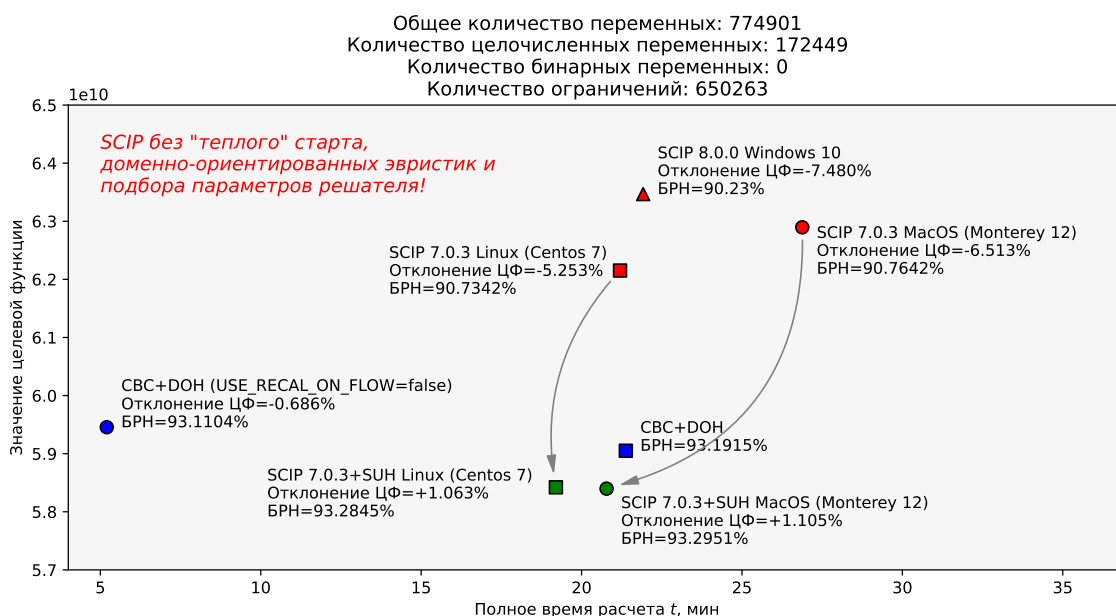


Рис. 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий f398266b без бинарных переменных

### 8.1.2. Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных

#### Статистика

Общее количество переменных: 718464

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 595797

lp-файл: [https://disk.yandex.ru/d/K0\\_xj9dkgUdcog](https://disk.yandex.ru/d/K0_xj9dkgUdcog)

#### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,

- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/R4B1fkTx-nE3tg>

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/BLvUmZ43vtMFKg>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/yMFLr-6mLfdPAw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/XiRSvteL9xC4pg>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (`USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true`) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.25% лучше в смысле целевой функции и на 46.43% – в смысле временных издержек (рис. 10).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.191% лучше в смысле целевой функции и на 82.13% – в смысле временных издержек (табл. 2).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 2. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

<i>Способ</i>	<i>Полное время рас- чета, мин</i>	<i>Верхняя граница решения, <math>\times 10^{10}</math></i>
CBC+DOH	18.35	3.585532
SCIP+SUH	9.83 +46.43%	3.540567 +1.252%
SCIP+FZB...	3.28 +82.13%	3.542843 +1.191%

### 8.1.3. Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных

#### Статистика

Общее количество переменных: 737585

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 540018

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qiZAmraUNK1Peg>

#### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке [https://disk.yandex.ru/d/20NeMuQ7NF\\_ccA](https://disk.yandex.ru/d/20NeMuQ7NF_ccA)

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/QxE0HoREHzgHQQ>

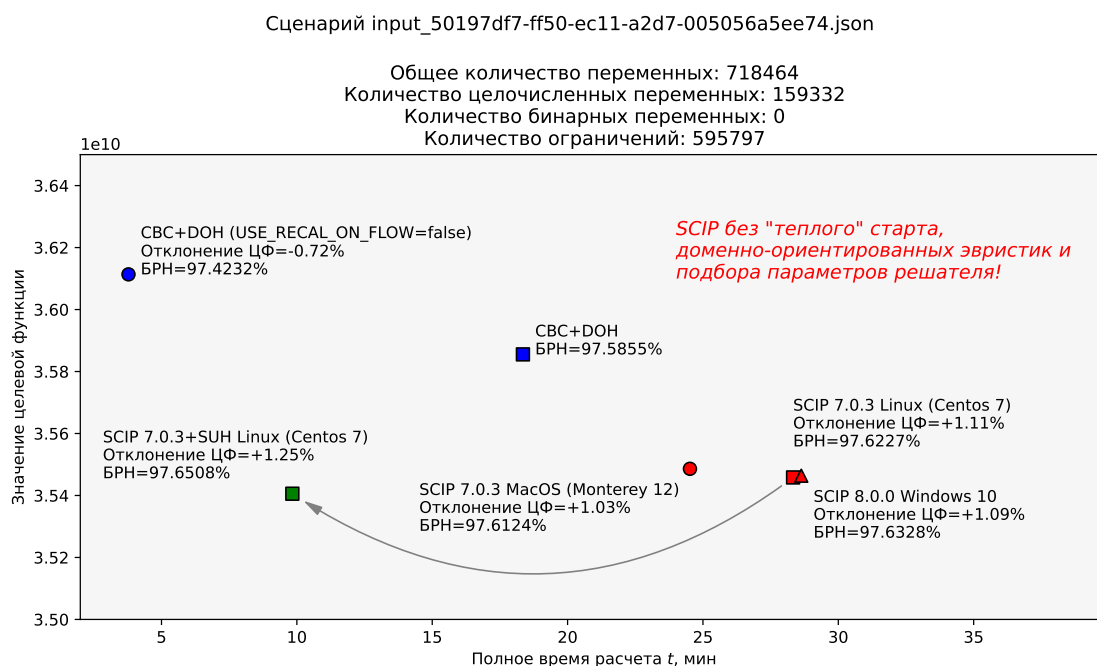


Рис. 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN.  
Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке [https://disk.yandex.ru/d/FHZGj\\_Kyg8dDiw](https://disk.yandex.ru/d/FHZGj_Kyg8dDiw)

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/8H1vw6zkQS7DAg>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (`USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true`) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 5.22% лучше в смысле целевой функции и на 27.10% – в смысле временных издержек (рис. 11).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 5.452% лучше в смысле целевой функции и на 90.16% – в смысле временных издержек (табл. 3).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	16.05	1.087609
SCIP+SUN	11.67 +27.29%	1.030866 +5.222%
SCIP+FZB...	3.58 +77.69%	1.028349 +5.452%

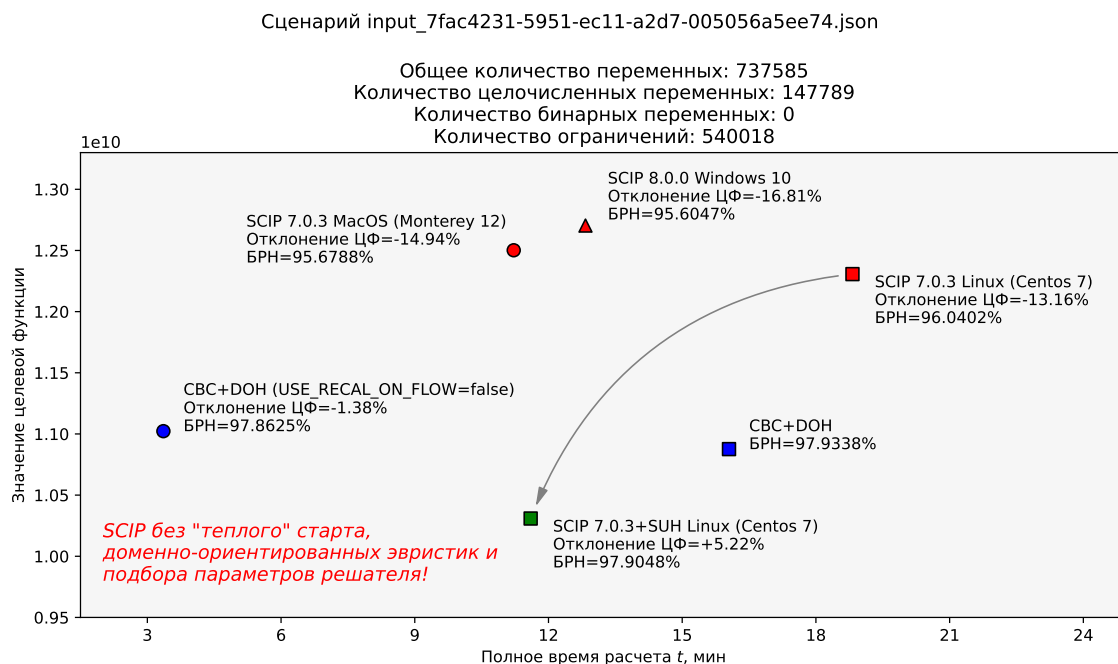


Рис. 11. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.  
Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

#### 8.1.4. Сценарий CA485A55 без бинарных переменных

##### Статистика

Общее количество переменных: 718601

Количество целочисленных переменных: 140858

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 514229

lp-файл: [https://disk.yandex.ru/d/iSP6xrh4K\\_wHEQ](https://disk.yandex.ru/d/iSP6xrh4K_wHEQ)

##### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке [https://disk.yandex.ru/d/\\_WzkmgoueNb2Bg](https://disk.yandex.ru/d/_WzkmgoueNb2Bg)

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/sLUW5IxmpMBpcw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/3Ls6QrAWVUMdZw>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE\_RECALCULATION\_ON\_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 0.683% лучше в смысле целевой функции и на 46.48% – в смысле временных издержек (рис. 12).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.244% лучше в смысле целевой функции и на 88.53% – в смысле временных издержек (табл. 4).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий ca485a55 без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	20.05	4.597048
SCIP+SUH	10.73 +46.48%	4.565579 +0.683%
SCIP+FZB...	4.34 +78.35%	4.539819 +1.244%

Сценарий input\_ca485a55-0485-ec11-a2db-005056a5ee74.json

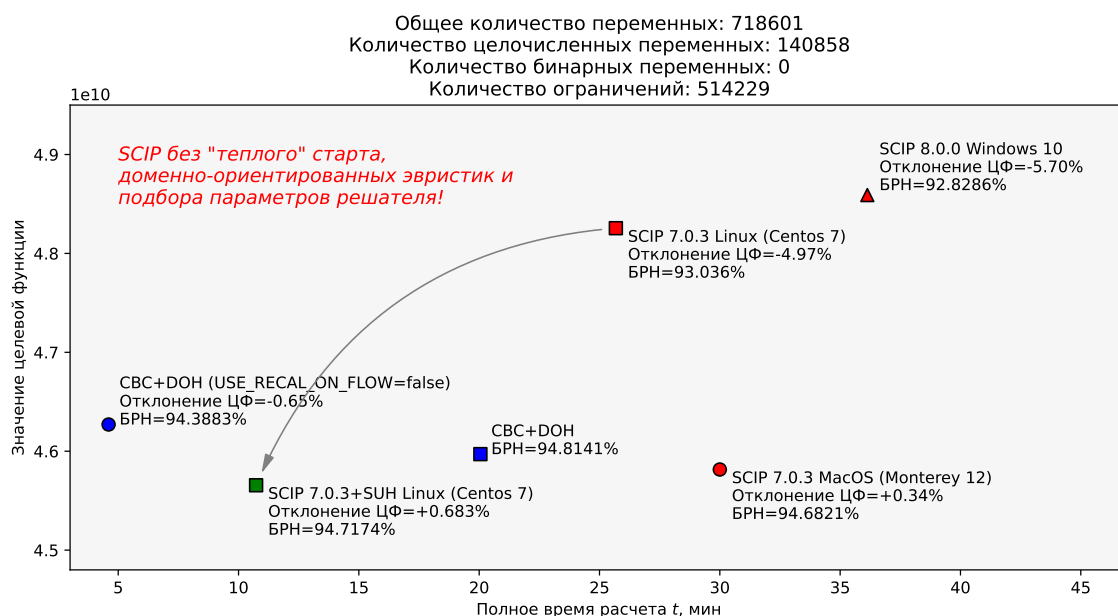


Рис. 12. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий ca485a55 без бинарных переменных

#### 8.1.5. Сценарий 276 без бинарных переменных

##### Статистика

Общее количество переменных: 809224

Количество целочисленных переменных: 162562

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 602190

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/QaS5kd7VRZQ66A>

##### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,

○ RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUN) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/M2V88djiiGM5PA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/G0ustAVT6I9CeA>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/YBXB5GCECJiBIA>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE\_RECALCULATION\_ON\_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 3.67% лучше в смысле целевой функции и на 51.56% – в смысле временных издержек (рис. 13).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 4.86% лучше в смысле целевой функции и на 78.35% – в смысле временных издержек (табл. 5).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 5. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий 276 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	29.87	1.430789
SCIP+SUN	14.47 <b>+51.56%</b>	1.378299 <b>+3.669%</b>
SCIP+FZB...	3.95 <b>+78.35%</b>	1.361368 <b>+4.857%</b>

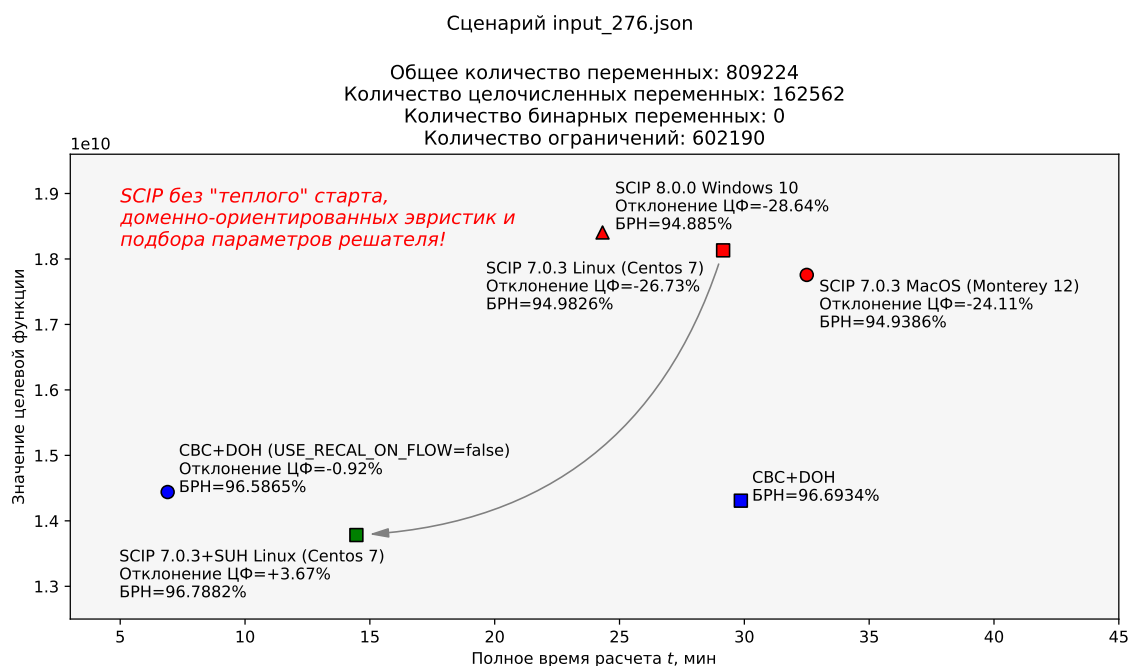


Рис. 13. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий 276 без бинарных переменных

### 8.1.6. Сценарий 337 без бинарных переменных

#### Статистика

Общее количество переменных: 859075

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 624327

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/keyQLAagsD7Sbw>

#### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/ZUIEo3dDq77FjA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/0nUXIrIKuzqZlw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/UONCnMQN1akHUA>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE\_RECALCULATION\_ON\_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 22.12% лучше в смысле целевой функции и на 18.32% – в смысле временных издержек (рис. 14).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 22.59% лучше в смысле целевой функции и на 70.84% – в смысле временных издержек (табл. 6).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 6. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 337 без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	20.85	3.825042
SCIP+SUH	17.03 +18.32%	2.978782 +22.123%
SCIP+FZB...	6.08 +70.84%	2.961019 +22.588%

### 8.1.7. Сценарий 13D686AB без бинарных переменных

#### Статистика

Общее количество переменных: 786020

Количество целочисленных переменных: 168857

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 598414

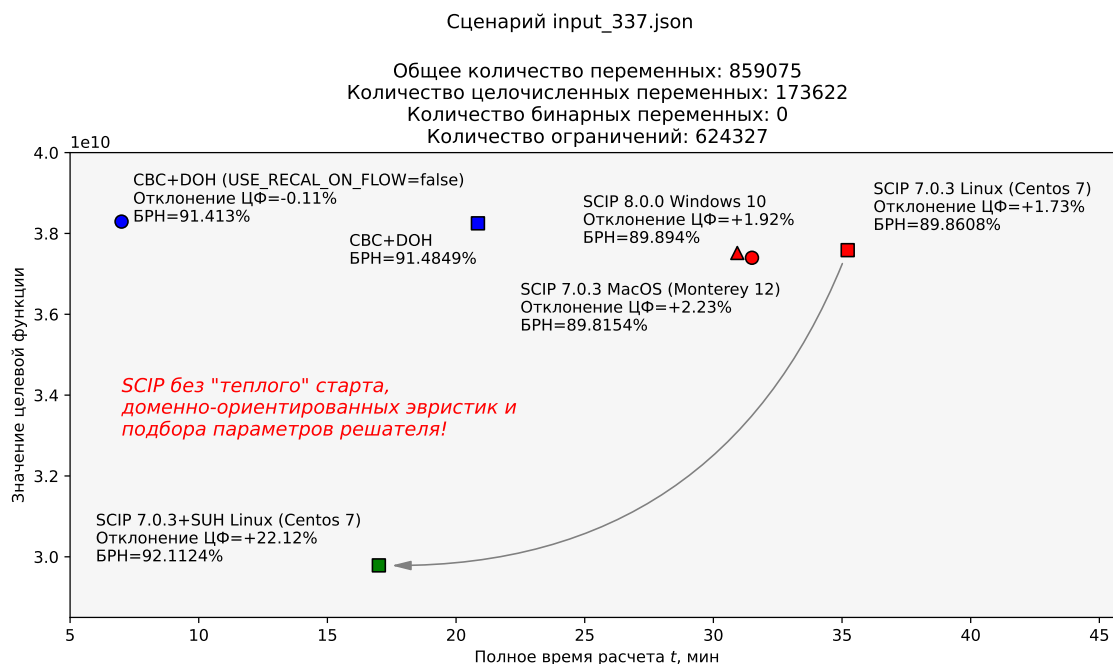


Рис. 14. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.  
Сценарий 337 без бинарных переменных

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/3KkYKzNl3PjGdg>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/EXylMeX6Ytz4tg>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/dXUMVbSWRbqeDQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/Knavj89muxGw-w>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE\_RECALCULATION\_ON\_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (OC Linux Centos 7) на 9.40% лучше в смысле целевой функции и на 33.03% – в смысле временных издержек (рис. 15).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 10.44% лучше в смысле целевой функции и на 75.82% – в смысле временных издержек (табл. 7).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

#### 8.1.8. Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных

##### Статистика

Общее количество переменных: 795400

Количество целочисленных переменных: 180160



Таблица 7. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^9$
CBC+DOH	28.82	8.774743
SCIP+SUN	19.30 +33.03%	7.949568 +9.403%
SCIP+FZB...	6.97 +75.82%	7.858548 +10.441%

Сценарий input\_13d686ab-9e77-ec11-a2da-005056a5ee74.json

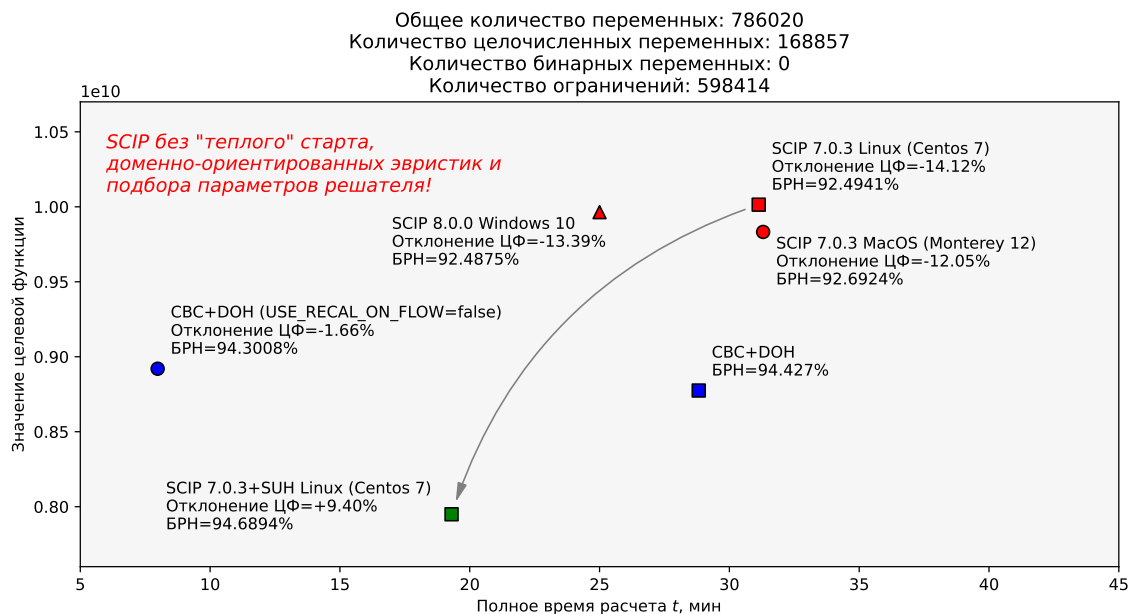


Рис. 15. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 658339

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/vTPPa1H3VFD7tA>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUN) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/fARVcHb66ToHxQ>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUNPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/4DIeEZTja77cog>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUNPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/vn1K834mY5MEng>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к приему на доменно-ориентированных эвристиках (USE\_RECALCULATION\_ON\_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.57% лучше в смысле целевой функции и на 23.30% – в смысле временных издержек (рис. 16).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему построения решения на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.39% лучше в смысле целевой функции и на 81.04% – в смысле временных издержек (табл. 8).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 8. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий a78cbead без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	26.05	3.801546
SCIP+SUH	19.98 +23.30%	3.741685 +1.576%
SCIP+FZB...	4.94 +81.04%	3.748890 +1.386%

Сценарий input\_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json

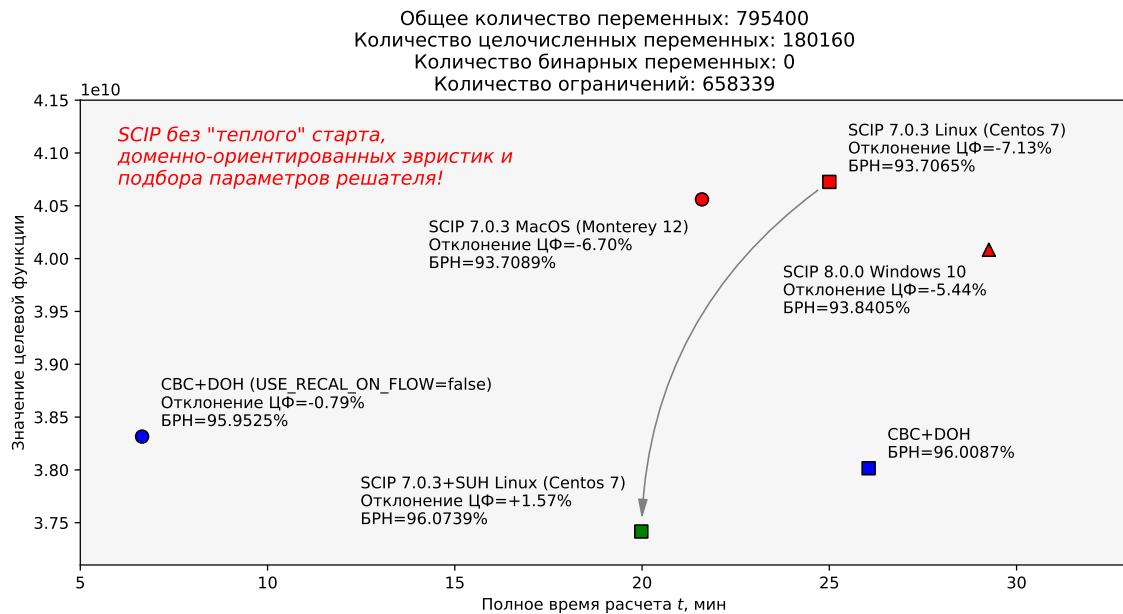


Рис. 16. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий a78cbead без бинарных переменных

### 8.1.9. Сценарий 496 (hard) без бинарных переменных

#### Статистика<sup>21</sup>

Общее количество переменных: 864743 (48862) (90762)

Количество целочисленных переменных: 177365 (5008) (25872)

Количество бинарных переменных: 0 (332) (27)

Количество ограничений: 610819 (25438) (39119)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/CUA7wSn35k7Gbw>

Решение задачи было найдено с помощью первичной эвристики INTSHIFTING.

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/tbMiAbYmaA0rhg>

<sup>21</sup>В первых скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией FZBIVSUHPB, а во вторых – с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUNPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/AQptE3s3NF4bug>

Файл решения задачи (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/VMZLFWoT80ftXA>

Файл статистической сводки (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/KckqXgoKfv2fyQ>

Решение SCIP+ML получено с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов.

**Вывод по сценарию:** метаконфигурация FZBIVSUNPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему на доменно-ориентированных эвристиках CBC+MS (measure of similarity) дает решение задачи, которое на 9.823% лучше в смысле целевой функции и на 69.13% – в смысле временных издержек (табл. 9).

Решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий, обученного на сценарии f398266b\_bin.lp, на 9.678% превосходит CBC+MS в смысле целевой функции и на 71.82% – в смысле временных издержек.

SCIP+ML(0.10)f – решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора параметра контаминации при первом запуске приложения, SCIP+ML(0.10)e – то же самое, при запуске приложения в «исследовательском режиме» (матрица ограничений обучающего поднабора данных и релаксированные решения не вычисляются повторно).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUNPB и ансамбля детекторов аномалий.  
Сценарий 496 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^7$
CBC+MS*	5.00	6.536728
Gurobi 9.12	5.22 <span style="color: red;">-0.04%</span>	5.834197 <span style="color: blue;">+10.747%</span>
SCIP 7.0.3d**	15.42 <span style="color: red;">-66.15%</span>	10.66377 <span style="color: red;">-38.702%</span>
SCIP+FZB...	1.54 <span style="color: blue;">+69.13%</span>	5.894658 <span style="color: blue;">+9.823%</span>
SCIP+ML(0.10)f	4.56 <span style="color: blue;">+8.8%</span>	5.904120 <span style="color: blue;">+9.678%</span>
SCIP+ML(0.10)e	1.51 <span style="color: blue;">+69.76%</span>	5.904120 <span style="color: blue;">+9.678%</span>

\* – опорное решение

\*\* – решение было прервано

#### 8.1.10. Сценарий 514 (hard) без бинарных переменных

##### Статистика<sup>22</sup>

Общее количество переменных: 775879 (77367) (120764)

Количество целочисленных переменных: 145292 (5817) (32895)

Количество бинарных переменных: 0 (30) (14)

Количество ограничений: 541040 (45892) (61074)

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/jQqSqBKb6iG-vw>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,

<sup>22</sup>В первых скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией FZBIVSUNPB, а во вторых – с фиксацией, полученной с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов

- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/1N2FdsqwEQcVTQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/iIdbACgh59EpVg>

Файл решения задачи (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/5kRyOUsIOatHsQ>

Файл статистической сводки (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/rNUU8HmeBGLFRQ>

Решение SCIP+ML получено с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гиперпараметров детекторов.

**Вывод по сценарию:** метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему построения решения с помощью меры подобия CBC+MS (measure of similarity) дает решение задачи, которое на 18.616% лучше в смысле целевой функции и на 51.82% хуже в смысле временных издержек (табл. 10).

Решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий<sup>23</sup>, обученного на сценарии f398266b\_bin.lp, на 19.562% превосходит CBC+MS в смысле целевой функции и на 6.31% – в смысле временных издержек.

SCIP+ML(0.10)f – решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора параметра контаминации при первом запуске приложения, SCIP+ML(0.10)e – то же самое, при запуске приложения в «исследовательском режиме» (матрица ограничений обучающего поднабора данных и релаксированные решения не вычисляются повторно).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах, а красным – проигрыш.

Таблица 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий.  
Сценарий 514 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^9$
CBC+MS*	13.00	5.243829
Gurobi 9.12	11.(6) <span style="color: blue;">+10.31</span>	4.239092 <span style="color: blue;">+19.160%</span>
SCIP 7.0.3d**	60.32 <span style="color: red;">-79.47%</span>	47.82659 <span style="color: red;">-89.036%</span>
SCIP+FZB...	26.98 <span style="color: red;">-51.82%</span>	4.267692 <span style="color: blue;">+18.616%</span>
SCIP+ML(0.10)f	12.171 <span style="color: blue;">+6.38%</span>	4.217134 <span style="color: blue;">+19.580%</span>
SCIP+ML(0.10)e	6.53 <span style="color: blue;">+49.77%</span>	4.217134 <span style="color: blue;">+19.580%</span>

\* – опорное решение

\*\* – решение было прервано

#### 8.1.11. Сценарий 519 (hard) без бинарных переменных

##### Статистика<sup>24</sup>

Общее количество переменных: 684412 (75034)

Количество целочисленных переменных: 159200 (5424)

Количество бинарных переменных: 0 (44)

Количество ограничений: 447182 (44735)

<sup>23</sup>Решение принудительно останавливалось на 350 секунде (параметр `limits/softtime = 350`)

<sup>24</sup>В скобках указана размерность задачи после шага пресолвинга с фиксацией FZBIVSUHPB

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/MMvnnYXK4J4Xxw>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- ONEOPT,
- VECLENDI,
- LINESEARCH,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/25B3mUiRYdid3A>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/L3TyaXp56rZjCA>

Файл решения задачи (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке

Файл статистической сводки (ансамбль детекторов аномалий) доступен по ссылке

Решение SCIP+ML получено с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора гипер-параметров детекторов.

**Вывод по сценарию:** метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 8.2) по отношению к приему построения решения на доменно-ориентированных эвристиках CBC+MS (measure of similarity) дает решение задачи, которое на % лучше в смысле целевой функции и на % хуже в смысле временных издержек (табл. 11).

Решение, полученное с помощью отдельного детектора аномалий, обученного на сценарии f398266b\_bin.lp, на % превосходит CBC+MS в смысле целевой функции и на % – в смысле временных издержек.

SCIP+ML(0.10)f – решение, полученное с помощью ансамбля детекторов аномалий без подбора параметра контаминации при первом запуске приложения, SCIP+ML(0.10)e – то же самое, при запуске приложения в «исследовательском режиме» (матрица ограничений обучающего поднабора данных и релаксированные решения не вычисляются повторно).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах, а красным – проигрыш.

Таблица 11. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий.  
Сценарий 519 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^7$
CBC+MS*	6.00	7.719212
Gurobi 9.12	3.48 +42.00%	7.062839 +8.503%
SCIP 7.0.3d**	41.92 -91.70%	31.59748 +77.647%
SCIP+FZB (a)	5.23 +12.83%	7.901148 -2.302%
SCIP+FZB (b)	28.83 -79.19%	7.374810 +4.462%
SCIP+ML(0.10)f	42.07 -85.74 %	7.014369 +9.130%

\* – опорное решение

\*\* – решение было прервано

## 8.2. Поиск решения на сценариях с бинарными переменными.

### Метаконфигурация FZBIVSUHPB

На ранних стадиях изучения проблемы высокоразмерных сценариев с бинарными переменными, поиск решения осуществлялся в семь шагов:

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности (см. раздел 6.2),
2. При разрешении конфликтов и ветвлении<sup>25</sup> отдавать предпочтение бинарным переменным,
3. Найти релаксированное решение задачи,
4. Подобрать порог бинаризации на релаксированном решении для бинарных переменных (см. раздел 6.3),
5. Зафиксировать *нулевые 0-bin и единичные 1-bin бинарные переменные*; подать фиксацию решателю,
6. В решении, найденном на предыдущей итерации, зафиксировать *нулевые целочисленные 0-int и единичные бинарные 1-bin переменные*; полученную фиксацию подать на вход решателю,
7. В решении, полученном на предыдущей итерации, зафиксировать *нулевые бинарные 0-bin и целочисленные 0-int переменные*; фиксацию подать на вход решателю.

Процедура поиска оказалась чувствительной к параметру `autorestartnodes`. Графическая интерпретация результатов вычислительных экспериментов с разверткой процедуры поиска верхней границы решения во времени приведена на рис. 17, 18, 19 и 20.

Позже описанную процедуру удалось упростить и свести к следующей *метаконфигурации* FZBIVSUNPB (Fixed Zero Binary and Integer Variables, Suppress Useless Heuristics, Prefer Binary):

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности,
2. При разрешении конфликтов и ветвлении отдавать предпочтение *бинарным* переменным,
3. Зафиксировать *нулевые бинарные 0-bin и нулевые целочисленные 0-int переменные* в релаксированном решении (см. раздел 6.1).

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (с бинарными переменными) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП с бинарными переменными

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/autorestartnodes = -1
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# управление стратегиями анализа конфликтов и ветвления
conflict/preferbinary = True
branching/preferbinary = True

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Все эксперименты проводились на виртуальной машине Linux (Centos 7) Intel Core™ i7 (8 CPUs), 3.6GHz, RAM 16Gb.

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

Кодовая база решения доступна по ссылке [https://gitdp.zyfra.com/ds\\_and\\_math\\_users/ml-dl-in-operations-reaseearches.git](https://gitdp.zyfra.com/ds_and_math_users/ml-dl-in-operations-reaseearches.git)

<sup>25</sup>К сожалению, на сценариях группы ИКП с бинарными переменными решателю SCIP не удается найти решение в корне дерева

### 8.2.1. Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными

#### Статистика

Общее количество переменных: 797818

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 2418

Количество ограничений: 663175

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/JbT3KR5Yi1ZomQ>

#### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING,
- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
...
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt |vars |cons |rows |cuts |sepa|confs|strbr|
      |      |      | primalbound | gap | compl.
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distrib| 93 | 50k| 43k| 43k| 0 | 1 | 385 |3585 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.894342e+10 | 3.65%| 7.70%
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distrib| 93 | 50k| 43k| 43k| 0 | 1 | 385 |3585 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.894341e+10 | 3.65%| 7.70%
i1792s| 1882 | 1667 | 1011k| 297.0 | oneopt| 93 | 50k| 43k| 43k|8612 | 0 | 385 |3585 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.893993e+10 | 3.64%| 7.70%
1796s| 1900 | 1687 | 1016k| 297.0 | 3669M | 93 | 50k| 43k| 43k|8644 | 1 | 387 |3585 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.893993e+10 | 3.64%| 2.82%
L1902s| 1982 | 1769 | 1090k| 313.4 | gins| 93 | 50k| 43k| 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.875897e+10 | 3.16%| 2.83%
L1912s| 1982 | 1769 | 1090k| 313.4 | gins| 93 | 50k| 43k| 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.864257e+10 | 2.85%| 2.83%
i1920s| 1982 | 1769 | 1099k| 316.2 | oneopt| 93 | 50k| 43k| 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.864241e+10 | 2.85%| 2.83%
1954s| 2000 | 1787 | 1133k| 325.5 | 3731M | 93 | 50k| 43k| 43k|9004 | 1 | 398 |3591 |
      |      |      | 3.757279e+10 | 3.864241e+10 | 2.85%| 2.83%
```

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/6FPE-S5VupA6iw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/9G-v54ywEK1TJA>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.46% лучше в смысле целевой функции и на 19.64% – в смысле временных издержек (табл. 12).

В табл. 12 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.



Таблица 12. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий a78cbead с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин		Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$	
CBC+DOH	39.82		3.961502	
SCIP+MC (a)	29.83	+25.09%	3.894342	+1.70%
SCIP+MC (b)	32.00	+19.64%	3.864241	+2.46%

### 8.2.2. Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными

#### Статистика

Общее количество переменных: 740251

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 2666

Количество ограничений: 545350

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/3NbbjflW5zhejq>

#### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- ONEOPT,
- GINS,
- CROSSOVER,
- ALNS.

Фрагмент лога сессии SCIP

...														
time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr	
	dualbound		primalbound		gap		compl.							
r 454s	372	341	91171	102.3	intshift	309	41k	33k	34k	2788	5	57	3711	
	1.053077e+10	1.309195e+10	24.32%	0.78%										
i 454s	373	340	91171	102.0	oneopt	309	41k	33k	34k	2788	0	57	3711	
	1.053077e+10	1.308634e+10	24.27%	0.78%										
463s	400	369	93623	101.3	2493M	309	41k	33k	34k	2950	1	57	3761	
	1.053077e+10	1.308634e+10	24.27%	0.29%										
L 507s	473	442	106991	113.9	gins	309	41k	33k	34k	3084	1	57	3813	
	1.053077e+10	1.297515e+10	23.21%	0.29%										
L 512s	473	442	106991	113.9	gins	309	41k	33k	34k	3084	1	57	3813	
	1.053077e+10	1.292548e+10	22.74%	0.29%										
L 522s	473	442	106991	113.9	gins	309	41k	33k	34k	3084	1	57	3813	
	1.053077e+10	1.289283e+10	22.43%	0.29%										
L 525s	473	442	106991	113.9	gins	309	41k	33k	34k	3084	1	57	3813	
	1.053077e+10	1.286340e+10	22.15%	0.29%										
i 529s	473	442	112279	125.1	oneopt	309	41k	33k	34k	3084	1	57	3813	
	1.053077e+10	1.285668e+10	22.09%	0.29%										
r 531s	474	443	120630	142.5	intshift	309	41k	33k	34k	3084	1	58	3813	
	1.053077e+10	1.197786e+10	13.74%	0.29%										
i 532s	474	373	124926	151.6	oneopt	309	41k	33k	34k	3084	1	58	3813	
	1.053077e+10	1.197230e+10	13.69%	0.29%										
536s	500	399	126496	146.9	2579M	309	41k	33k	34k	3181	1	58	3822	
	1.053077e+10	1.197230e+10	13.69%	0.29%										
567s	600	499	158520	175.8	2613M	309	41k	33k	34k	3641	1	60	3933	
	1.053095e+10	1.197230e+10	13.69%	0.29%										



L 739s	659	554  189783	207.6	gins	309	41k	33k	34k 4060	1	62  3978
	1.053095e+10	1.191898e+10	13.18%	0.29%						
i 741s	660	555  198453	220.4	oneopt	309	41k	33k	34k 4060	1	62  3981
	1.053095e+10	1.191889e+10	13.18%	0.30%						
794s	700	595  236166	261.7	2689M	309	41k	33k	34k 4418	1	62  4010
	1.053095e+10	1.191889e+10	13.18%	0.32%						
836s	800	695  277232	280.4	2728M	309	41k	33k	34k 4757	1	64  4027
	1.053219e+10	1.191889e+10	13.17%	0.32%						
L 967s	860	693  295017	281.5	crossove	309	41k	33k	34k 5000	1	64  4059
	1.053219e+10	1.154287e+10	9.60%	0.32%						
i 968s	860	693  300734	288.1	oneopt	309	41k	33k	34k 5000	1	64  4059
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.32%						
990s	900	733  312921	288.9	2793M	309	41k	33k	34k 5288	1	64  4139
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.33%						
1042s	1000	823  346085	293.2	2816M	309	41k	33k	34k 5725	1	65  4281
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.33%						
L1083s	1003	826  347173	293.4	alns	309	41k	33k	34k 5747	2	65  4284
	1.053219e+10	1.153273e+10	9.50%	0.33%						
i1084s	1004	827  352908	298.8	oneopt	309	41k	33k	34k 5747	1	65  4284
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	0.33%						
1113s	1100	699  373504	291.4	2860M	309	41k	33k	34k 6055	3	65  4323
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	0.44%						
1140s	1	0  419115	-	3039M	0	41k	34k	34k  0   0	65  4323	
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	unknown						

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/TmA6hqFV87eGTg>

Файл статистической сводки доступен по ссылке [https://disk.yandex.ru/d/CsGV\\_oal40Tx0Q](https://disk.yandex.ru/d/CsGV_oal40Tx0Q)

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 3.38% лучше в смысле целевой функции и на 33.07% – в смысле временных издержек (табл. 13).

В табл. 13 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 13. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	27.00	1.157865
SCIP+MC (a)	18.05 <span style="color: blue;">+33.15%</span>	1.153273 <span style="color: blue;">+0.40%</span>
SCIP+MC (b)	18.07 <span style="color: blue;">+33.07%</span>	1.118743 <span style="color: blue;">+3.38%</span>

### 8.2.3. Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными

#### Статистика

Общее количество переменных: 720954

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 2490

Количество ограничений: 600777

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qWeSKb2WEs6kQA>

### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

...														
time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr	
dualbound			primalbound		gap		compl.							
r 836s	963	948	155676	53.5	intshift	409	41k	34k	35k	4367	1	69	7354	
3.554610e+10			3.676991e+10		3.44%		unknown							
i 836s	964	947	155676	53.5	oneopt	409	41k	34k	35k	4367	0	69	7354	
3.554610e+10			3.676497e+10		3.43%		unknown							
846s	1000	985	157559	53.4	2577M	409	41k	34k	35k	4396	1	69	7444	
3.554610e+10			3.676497e+10		3.43%		unknown							
L 885s	1064	1049	157869	50.5	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484	
3.554610e+10			3.659894e+10		2.96%		unknown							
L 931s	1064	1049	157869	50.5	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484	
3.554610e+10			3.656967e+10		2.88%		unknown							
i 962s	1064	1049	161589	54.0	oneopt	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484	
3.554610e+10			3.656967e+10		2.88%		unknown							
969s	1100	1085	161769	52.4	2620M	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7532	
3.554610e+10			3.656967e+10		2.88%		unknown							
L 988s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557	
3.554610e+10			3.630031e+10		2.12%		unknown							
L 993s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557	
3.554610e+10			3.625804e+10		2.00%		unknown							
L1000s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557	
3.554610e+10			3.623675e+10		1.94%		unknown							

Файл решения задачи доступен по ссылке [https://disk.yandex.ru/d/2\\_FDqS70q0UBqA](https://disk.yandex.ru/d/2_FDqS70q0UBqA)

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/SkRLorYzQDI-Aw>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.87% лучше в смысле целевой функции и на 36.08% – в смысле временных издержек (табл. 14).

В табл. 14 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

#### 8.2.4. Сценарий F398266B с бинарными переменными

##### Статистика

Общее количество переменных: 777271

Таблица 14. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин		Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$	
CBC+DOH	28.27		3.730552	
SCIP+MC (a)	13.93	+50.73%	3.676991	+1.44%
SCIP+MC (b)	18.07	+36.08%	3.623675	+2.87%

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 2370

Количество ограничений: 655003

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/4YFYJSB1I1wsmQ>

### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING,
- ONEOPT,
- CROSSOVER.

Фрагмент лога сессии SCIP

...														
time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr	
dualbound			primalbound	gap	compl.									
d1163s	433	434	462507	790.8	distribu	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387	
	5.857793e+10	6.054807e+10	3.36%	unknown										
d1164s	433	434	462644	791.1	distribu	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387	
	5.857793e+10	6.054779e+10	3.36%	unknown										
d1164s	433	434	462746	791.3	distribu	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387	
	5.857793e+10	6.054778e+10	3.36%	unknown										
d1164s	433	434	462780	791.4	distribu	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387	
	5.857793e+10	6.054776e+10	3.36%	unknown										
d1164s	433	434	462801	791.4	distribu	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387	
	5.857793e+10	6.054776e+10	3.36%	unknown										
d1165s	433	434	462836	791.5	distribu	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387	
	5.857793e+10	6.054776e+10	3.36%	unknown										
d1165s	433	434	462856	791.6	distribu	51	59k	48k	49k	0	1	17	1387	
	5.857793e+10	6.054774e+10	3.36%	unknown										
i1167s	434	433	463020	790.1	oneopt	51	59k	48k	49k	4333	0	17	1387	
	5.857793e+10	6.053918e+10	3.35%	unknown										
1250s	500	501	531180	822.2	3321M	51	59k	48k	49k	4529	1	26	1402	
	5.857793e+10	6.053918e+10	3.35%	unknown										
1579s	600	601	663342	905.6	3398M	51	59k	48k	49k	5175	1	36	1426	
	5.857932e+10	6.053918e+10	3.35%	unknown										
L1892s	634	635	704819	922.5	crossove	55	59k	48k	49k	5448	2	41	1433	
	5.858028e+10	6.021605e+10	2.79%	unknown										
i1895s	634	635	715376	939.1	oneopt	55	59k	48k	49k	5448	2	41	1433	
	5.858028e+10	6.021603e+10	2.79%	unknown										
1952s	700	701	770566	929.4	3457M	63	59k	48k	49k	5644	1	50	1442	
	5.858050e+10	6.021603e+10	2.79%	unknown										
2095s	800	801	879949	950.0	3489M	65	59k	48k	49k	5964	1	62	1476	
	5.858065e+10	6.021603e+10	2.79%	unknown										

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/KXzdrUx6TZbXEw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/FEroaFsr5zbkjA>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 0.97% лучше в смысле целевой функции и на 56.24% – в смысле временных издержек (табл. 15).

В табл. 15 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 15. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	72.17	6.080841
SCIP+MC (a)	19.38 +73.15%	6.054807 +0.43%
SCIP+MC (b)	31.58 +56.24%	6.021603 +0.97%

#### 8.2.5. Сценарий 337 с бинарными переменными

##### Статистика

Общее количество переменных: 859230

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 155

Количество ограничений: 624637

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/Kc11p9v7D-kxYA>

##### Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- RENS,
- ONEOPT.

Фрагмент лога сессии SCIP

time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr
		dualbound	primalbound	gap	compl.								
r 107s	1	0	55407	-	intshift	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	4.344720e+10	47.40%	unknown								
L 247s	1	0	55407	-	rens	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022206e+10	2.53%	unknown								
249s	1	0	55407	-	2785M	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022206e+10	2.53%	unknown								
i 250s	1	0	58839	-	oneopt	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown								
250s	1	0	58839	-	2809M	0	56k	43k	45k	1799	13	0	0
		2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown								

251s	1	0	58891	-	2813M	0	56k	43k	45k	1820	14	0	0
	2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown									
251s	1	0	58900	-	2813M	0	56k	43k	44k	1824	15	0	0
	2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown									
253s	1	0	59074	-	2816M	0	56k	43k	44k	1824	15	0	12
	2.947544e+10	3.022205e+10	2.53%	unknown									
254s	1	0	59236	-	2821M	0	56k	43k	44k	1918	16	0	12
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown									
254s	1	0	59300	-	2821M	0	56k	43k	44k	1945	17	0	12
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown									
255s	1	0	59321	-	2821M	0	56k	43k	44k	1945	17	0	19
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown									
256s	1	0	59349	-	2825M	0	56k	43k	44k	1959	18	0	19
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown									
256s	1	0	59352	-	2825M	0	56k	43k	44k	1964	19	0	19
	2.948327e+10	3.022205e+10	2.51%	unknown									
258s	1	0	59368	-	2825M	0	56k	43k	44k	1964	19	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown									
259s	1	0	59451	-	2829M	0	56k	43k	44k	2014	20	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown									
259s	1	0	59466	-	2829M	0	56k	43k	44k	2024	21	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown									
259s	1	2	59466	-	2829M	0	56k	43k	44k	2024	21	0	35
	2.957927e+10	3.022205e+10	2.17%	unknown									

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/zwVhKYKEMlMlQw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/T9sAbRH6uWh4Uw>

**Вывод по сценарию:** описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на ...% лучше в смысле целевой функции и на ...% – в смысле временных издержек (табл. 16).

В табл. 16 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 16. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий 337 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DON	18.00	4.047865
SCIP+MC (a)	4.12 +77.11%	3.022206 +25.34%
SCIP+MC (b)	4.30 +76.11%	3.022205 +25.34%

### 8.3. Поиск решения на базе методов машинного и глубокого обучения

Условимся *сценарием обучающего поднабора* называть сценарий (математическую постановку задачи, описанную в терминах математического программирования) из коллекции сценариев, которые используются на *обучающей фазе* модели машинного обучения.

Сценарий input\_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json (1-ая и 2-ая фазы поиска решения)

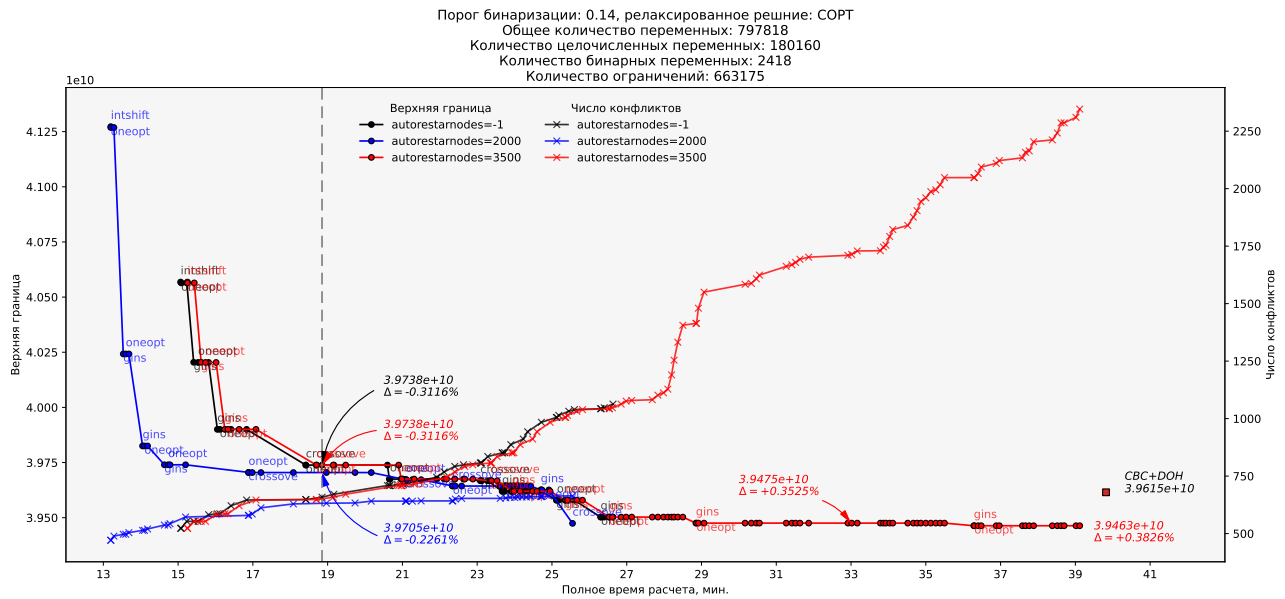


Рис. 17. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий input\_a78cbead. Первая и вторая фазы поиска решения

Сценарий input\_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

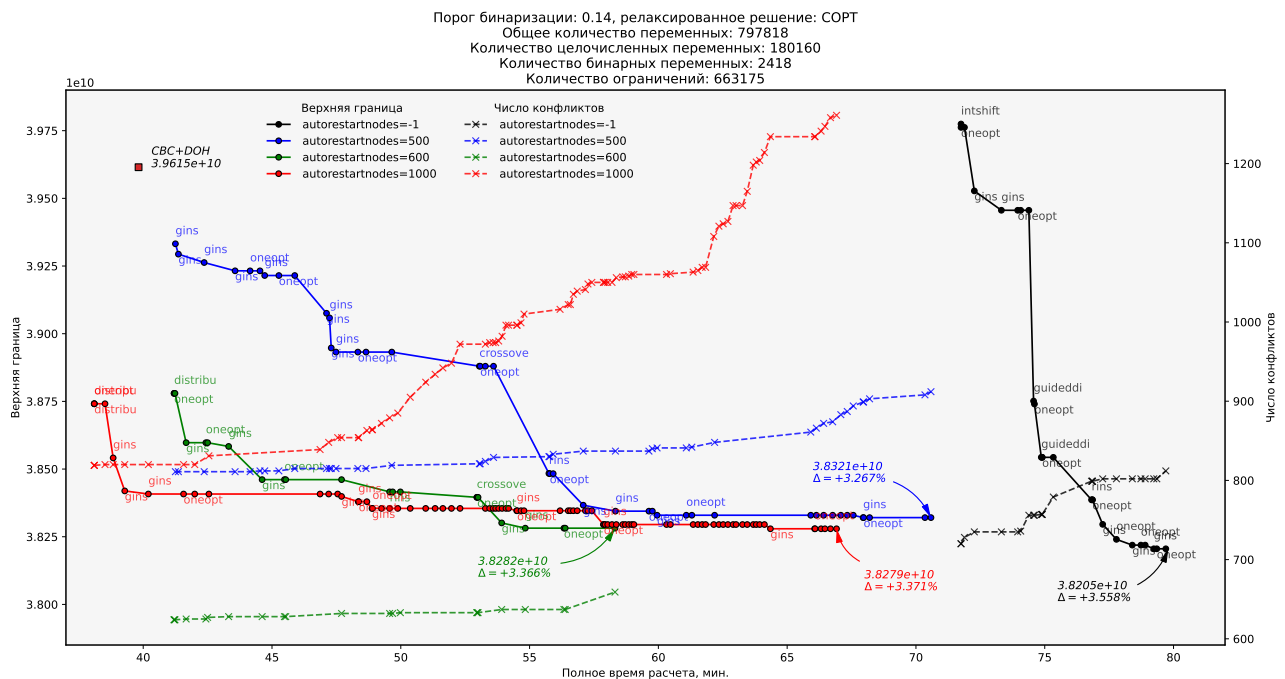


Рис. 18. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий a78cbead. Третья фаза поиска решения

Сценарием тестового поднабора условимся называть сценарий, который используется для построения прогноза с помощью модели машинного обучения.

### 8.3.1. Простое декартово произведение сценариев с бинарными переменными

Рассмотрим некоммутативные пары вида «сценарий обучающего поднабора – сценарий тестового поднабора» подгруппы сценариев с бинарными переменными (см. раздел 8.2):





обучение на сценарии 7fac4231\_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7\_bin.lp ...  
обучение на сценарии a78cbead\_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7\_bin.lp ...  
обучение на сценарии f398266b\_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7\_bin.lp ...  
обучение на сценарии 337\_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7\_bin.lp ...провал  
обучение на сценарии 7fac4231\_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7\_bin.lp

## **9. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы MBO**

## **10. Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017**

### **10.1. Сценарии со статусом «open»**

#### **10.1.1. Сценарий DLR2**

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/dlr2.mps.gz>

#### **10.1.2. Сценарий CVRPA-N64K9VRPI**

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cvrpa-n64k9vrpi.mps.gz>

### **10.2. Сценарии со статусом «hard»**

#### **10.2.1. Сценарий CRYPTANALYSISKB128N5OBJ14**

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cryptanalysiskb128n5obj14.mps.gz>

### **10.3. Сценарии со статусом «easy»**

#### **10.3.1. Сценарий NEOS-4332801-seret**

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/neos-4332801-seret.mps.gz>



## Список иллюстраций

1	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП . . . . .	9
2	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставлен- ных в ноль. Сценарий <code>a78cbead</code> . . . . .	12
3	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставлен- ных в ноль. Сценарий <code>337</code> . . . . .	12
4	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>tmpfvpqodxw.lp</code> . . . . .	18
5	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182546_82382.lp</code> . . . . .	19
6	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182533_1587787.1</code> . . . . .	21
7	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182480_4326847.1</code> . . . . .	22
8	Сводка результатов вычислительных экспериментов на сценарии группы СОП <code>1664182523_380519.1</code> . . . . .	23
9	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>f398266b</code> без бинарных переменных . . . . .	25
10	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>50197df7</code> без бинарных переменных . . . . .	27
11	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>7fac4231</code> без бинарных переменных . . . . .	28
12	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>ca485a55</code> без бинарных переменных . . . . .	29
13	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>276</code> без бинарных переменных . . . . .	30
14	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>337</code> без бинарных переменных . . . . .	32
15	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>13d686ab</code> без бинарных переменных . . . . .	33
16	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>a78cbead</code> без бинарных переменных . . . . .	34
17	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>input_a78cbead</code> . Первая и вторая фазы поиска решения . . . . .	46
18	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>a78cbead</code> . Третья фаза поиска решения . . . . .	46
19	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>50197df7</code> . Третья фаза поиска решения . . . . .	47
20	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>7fac4231</code> . Третья фаза поиска решения . . . . .	47

## Список таблиц

1	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>f398266b</b> без бинарных переменных . . . . .	25
2	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>50197df7</b> без бинарных переменных . . . . .	26
3	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>7fac4231</b> без бинарных переменных . . . . .	27
4	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>ca485a55</b> без бинарных переменных . . . . .	29
5	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>276</b> без бинарных переменных . . . . .	30
6	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>337</b> без бинарных переменных . . . . .	31
7	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>13d686ab</b> без бинарных переменных . . . . .	33
8	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий <b>a78cbead</b> без бинарных переменных . . . . .	34
9	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий. Сценарий <b>496</b> без бинарных переменных . . . . .	35
10	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий. Сценарий <b>514</b> без бинарных переменных . . . . .	36
11	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций FZBIVSUHPB и ансамбля детекторов аномалий. Сценарий <b>519</b> без бинарных переменных . . . . .	37
12	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <b>a78cbead</b> с бинарными переменными . . . . .	40
13	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <b>7fac4231</b> с бинарными переменными . . . . .	41
14	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <b>50197df7</b> с бинарными переменными . . . . .	43
15	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <b>f398266b</b> с бинарными переменными . . . . .	44
16	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий <b>337</b> с бинарными переменными . . . . .	45

## Список литературы

1. *Иванов* Конспект по обучению с подкреплением, 2022
2. *Жерон, О.* Прикладное машинное обучение с помощью Scikit-Learn и TensorFlow: концепции, инструменты и техники для создания интеллектуальных систем. – СПб.: ООО «Альфа-книга», 2018. – 688 с.
3. *Soenen J. etc.* The Effect of Hyperparameter Tuning on the Comparative Evaluation of Unsupervised Anomaly Detection Methods, 2021