Пояснительная записка

Вычислительные техники решения задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке и приемы работы с решателем SCIP

Подвойский А.О.

Содержание

| 1 | Кл | ючевы | е термины и определения | 2 | | | |
|---|-----|---|--|----|--|--|--|
| 2 | Кл | ючевы | е компоненты платформы SCIP | 3 | | | |
| | 2.1 | Решат | сель SCIP. Общие сведения | 3 | | | |
| | | 2.1.1 | Установка решателя SCIP | 3 | | | |
| | | 2.1.2 | Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке scip | 3 | | | |
| | | 2.1.3 | Приемы работы с решателем SCIP через обертку PySCIPOpt | 3 | | | |
| | 2.2 | Деком | позиционный решатель GCG. Общие сведения | 3 | | | |
| | | 2.2.1 | Установка решетеля GCG | 4 | | | |
| | | 2.2.2 | Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке gcg | 4 | | | |
| | | 2.2.3 | Приемы работы с решателем GCG через обертку PyGCGOpt | 4 | | | |
| 3 | Вы | явленн | ные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения | 4 | | | |
| | 3.1 | Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи | | | | | |
| | 3.2 | Неединственность релаксированного решения | | | | | |
| | 3.3 | Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных си- | | | | | |
| | | стемах | x | 5 | | | |
| 4 | Прі | иемы г | поиска решения | 5 | | | |
| | 4.1 | Прием | фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении | 5 | | | |
| | 4.2 | Прием | подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности | 6 | | | |
| | 4.3 | Прием | и подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном | | | | |
| | | решен | ии | 7 | | | |
| 5 | Me | годы м | иашинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации | 9 | | | |
| | 5.1 | Поста | новка задачи | 9 | | | |
| | 5.2 | Конце | епт матрицы признакового описания бинарных и целочисленных переменных | 9 | | | |
| | 5.3 | Страт | егии решения задачи | 10 | | | |
| | | 5.3.1 | Стратегия №1. Обнаружение аномалий | 10 | | | |
| | | 5.3.2 | Стратегия №2. Бинарная классификация со слабо выраженным миноритар- | | | | |
| | | | HEIM K Haccom | 19 | | | |

| 6 | Оп | исание | вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП | 12 | | | |
|----|------|---------|--|-----------|--|--|--|
| | 6.1 | Поиск | Поиск решения на сценариях <i>без</i> бинарных переменных. | | | | |
| | | Метак | онфигурация SUH | 12 | | | |
| | | 6.1.1 | Сценарий F398266B без бинарных переменных | 13 | | | |
| | | 6.1.2 | Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных | 14 | | | |
| | | 6.1.3 | Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных | 15 | | | |
| | | 6.1.4 | Сценарий СА485А55 без бинарных переменных | 17 | | | |
| | | 6.1.5 | Сценарий 276 без бинарных переменных | 18 | | | |
| | | 6.1.6 | Сценарий 337 без бинарных переменных | 20 | | | |
| | | 6.1.7 | Сценарий 13D686AB без бинарных переменных | 20 | | | |
| | | 6.1.8 | Сценарий А78СВЕАD без бинарных переменных | 21 | | | |
| | 6.2 | Поиск | решения на сценариях c бинарными переменными. | | | | |
| | | Метак | онфигурация FZBIVSUHPB | 23 | | | |
| | | 6.2.1 | Сценарий А78СВЕАО с бинарными переменными | 24 | | | |
| | | 6.2.2 | Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными | 26 | | | |
| | | 6.2.3 | Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными | 27 | | | |
| | | 6.2.4 | Сценарий F398266B с бинарными переменными | 29 | | | |
| | | 6.2.5 | Сценарий 337 с бинарными переменными | 30 | | | |
| | 6.3 | Поиск | решения на базе методов машинного и глубокого обучения | 36 | | | |
| | | 6.3.1 | Простое декартово произведение сценариев $\it c$ бинарными переменными | 36 | | | |
| 7 | Опі | исание | вычислительных экспериментов на сценариях группы МВО | 36 | | | |
| 8 | Опі | исание | вычислительных экспериментов | | | | |
| | на | сценар | иях MIPLIB 2017 | 36 | | | |
| | 8.1 | Сцена | рии со статусом «open» | 36 | | | |
| | | 8.1.1 | Сценарий DLR2 | 36 | | | |
| | | 8.1.2 | Сценарий CVRPA-N64K9VRPI | 36 | | | |
| | 8.2 | Сцена | рии со статусом «hard» | 37 | | | |
| | | 8.2.1 | Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14 | 37 | | | |
| | 8.3 | Сцена | рии со статусом «easy» | 37 | | | |
| | | 8.3.1 | Сценарий NEOS-4332801-seret | 37 | | | |
| Cı | тисо | к иллк | остраций | 38 | | | |
| Cı | тисо | к таблі | иц | 39 | | | |
| Cı | тисо | к лите | ратуры | 39 | | | |

1. Ключевые термины и определения

Cиенарий — это математическая постановка задачи, описанная в терманах математического программирования (например, линейного)

Cиенарий обучающего nоднабора — это сценарий из коллекции сценариев, которые используются на обучающей фазе алгоритма машинного обучения

Сценарий тестового поднабора — это сценарий, который используется для построения прогноза с помощью алгоритма машинного обучения

2. Ключевые компоненты платформы SCIP

2.1. Решатель SCIP. Общие сведения

SCIP (Solving Constraint Integer Programs) https://www.scipopt.org/ – решатель, предназначенный для решения задач *линейного* и *нелинейного* программирования в частично-целочисленной постановке.

2.1.1. Установка решателя SCIP

Pешатель проще всего установить вместе с оберткой PySCIPOpt https://github.com/scipopt/ PySCIPOpt с помощью менеджеров рір или conda

```
$ pip install pyscipopt
$ conda install -c conda-forge pyscipopt
```

2.1.2. Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке scip

2.1.3. Приемы работы с решателем SCIP через обертку PySCIPOpt

Работа над задачей начинается с создания пустого экземпляра модели

```
import pyscipopt
model = pyscipopt.Model()
```

На созданном экземпляре можно вызывать методы чтения модели, конфигурационного файла параметров решателя и т.д.

```
model.readProblem("./problem.lp")
model.readParams("./scip.set")
...
```

2.2. Декомпозиционный решатель GCG. Общие сведения

GCG https://gcg.or.rwth-aachen.de/#about – это универсальный декомпозиционный решатель для задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке, расширающий возможности базового решателя SCIP.

Он выявляет структуры в модели, к которым могут быть применены *переформулировка Данцига-*Вольфе или декомпозиция Бендера.

Модфицированная постановка задачи (после переформулировки Данцига-Вольфе) решается с помощью обобщения метода ветвей-и-границ, а именно с помощью метода ветвей-штрафовсекущих (branch-price-and-cut), включающего различные механизмы поиска решения – превичные эвристики, стратегии ветвления, стратегии стабилизации, стратегии назначения штрафов и пр.

2.2.1. Установка решетеля GCG

Проще всего решатель установить вместе с обреткой PyGCGOpt https://github.com/scipopt/ PyGCGOpt с помощью мендежера пакетов conda

```
$ conda install -c conda-forge pygcgopt
```

2.2.2. Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке gcg

Прочитать постановку задачи

```
GCG> read problem.lp
```

Запустить процедуру редуцированния размерности

```
GCG> presolve
```

Запустить процедуру поиска структур в матрице ограничений

```
GCG> detect
```

Записать постановку задачи сниженной размерности для gnuplot

GCG> write problem problem_reduced.gp

Фрагмент др-файла

```
set encoding utf8
set terminal pdf
set output "problem_reduced.pdf"
set xrange [-1:506441]
set yrange[347788:-1]
set object 1 rect from 0,0 to 506441,183384 fc rgb "#1340C7"
set object 3 rect from 163304,183384 to 163306,183385 fc rgb "#718CDB"
set object 4 rect from 163306,183385 to 163308,183386 fc rgb "#718CDB"
set object 5 rect from 163308,183386 to 163310,183387 fc rgb "#718CDB"
set object 6 rect from 163310,183387 to 163312,183388 fc rgb "#718CDB"
set object 7 rect from 163312,183388 to 163314,183389 fc rgb "#718CDB"
set object 8 rect from 163314,183389 to 163316,183390 fc rgb "#718CDB"
set object 10 rect from 163318,183391 to 163320,183392 fc rgb "#718CDB"
set object 11 rect from 163320,183392 to 163322,183393 fc rgb "#718CDB"
set object 11 rect from 163320,183392 to 163322,183393 fc rgb "#718CDB"
```

Создать pdf-файл декомпозиции задачи после шага снижения размерности

```
$ gnuplot problem_reduced.gp
```

2.2.3. Приемы работы с решателем GCG через обертку PyGCGOpt

3. Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения

3.1. Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи

По состоянию на 18.06.2022 г. решатель SCIP версии 8.0.0 с оберткой PySCIPOpt версий 4.0.0 и 4.2.0 для операционной системы Windows 10 релаксированную постановку задачи (т.е. при снятых ограничениях на целочисленность переменных) оценивает как неспособную привести к допустимому решению.

SCIP версии 7.0.3 (PySCIPOpt 3.4.0) как на операционной системе Windows 10, так и на Unix-подобных операционных системах (в частности, MacOS Monterey 12.1 и Linux Centos 7) решает задачу в релаксированной постановке корректно.

3.2. Неединственность релаксированного решения

Если эвристические приемы строятся на базе релаксированного решения задачи, важно помнить, что релаксированные решения, полученные с помощью различных решателей с точки зрения распределения значений переменных могут существенно различаться¹, не смотря на то, что во всех случах зазор будет нулевым и целевая функция будет имееть одно и тоже значение (с оговоркой на допуск точности решателя).

3.3. Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах

- Вычислительные эксперименты проводились на трех версиях решателя SCIP (7.0.0, 7.0.3, 8.0.0) и трех платформах: Windows 10, MacOS (Monterey 12), Linux (Centos 7). Разброс времени поиска решения для каждой конфигурации решателя оценивается минимум по 3 запускам сценария
- На текущий момент наиболее стабильные и наиболее адекватные результаты получаются
 - -для OC Linux (Centos 7) и OC MacOS (Monterey12) на решателе SCIP версии 7.0.3 (обертка PySCIPOpt 3.4.0) и платформе Ecole версии 0.7.3 , собранных для однопоточной реализации
 - -для ОС Windows 10 на решателе SCIP версии 8.0.0 (обертка PySCIPOpt 4.0.0), собранном для однопоточной реализации
- Последняя доступная версия решателя SCIP 8.0.0 (PySCIPOpt 4.1.0) на MacOS (Monterey 12.1) и Linux (Centos 7) при тех же настройках, что и для SCIP версии 7.0.3, как правило, работает значительно медленнее (2.5-2.85 раза) и в большинстве случаев либо не успевает найти решение за отведенное время, либо «просаживает» целевую функцию

4. Приемы поиска решения

4.1. Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении

Часто фиксация целочисленных переменных 2 в релаксированном решении приводит к приемлемому допустимому целочисленному решению, которое потом можно использовать как «теплый старат» или как базовое решение для других схем фиксации.

```
ZERO = 0.0
...
relax_sol: pd.Series = read_relax_sol(path_to_relax_sol)

model = pyscipopt.Model()
model.readProblem(path_to_lp_file)
model.readParams(path_to_set_file)
```

 $^{^{1}}$ Потому как гиперплоскость целевой функции может касаться политопа не в вершине, а по грани

²Вообще говоря, фиксировать можно не только бинарные и целочисленные переменные

```
all_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = model.getVars()
bin_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, BINARY)
int_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, INTEGER)
all_zero_bin_vars: t.List[
 pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
 relax_sol,
 sub_group_vars=bin_vars,
all_zero_int_vars: t.List[
 pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
 relax_sol,
 sub_group_vars=int_vars,
for var in all_zero_bin_vars + all_zero_int_vars:
 model.fixVar(var, ZERO)
model.optimize()
. . .
```

4.2. Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности

В некоторых случаях отдельные первичные эвристики могут оказаться не способными справится со своей задачей, не оказывая никакого влияния на процедуру поиска решения, и все же потреблять предоставленные ресурсы.

Такие эвристики – условимся их называть первичными эвристиками низкой эффективности (ПЭНЭ) – можно выявить путем анализа статистической сводки stat-файла в разделе Primal Heuristics

Фрагмент файла статистической сводки 337 bin default.stat

| Primal Heuristics | : | ExecTime | SetupTime | Calls | Found | Best | |
|-------------------|------|----------|-----------|-------|-------|------|-------|
| LP solutions | : | 0.00 | - | - | 0 | 0 | |
| relax solutions | : | 0.00 | - | - | 0 | 0 | |
| pseudo solution | .s : | 0.00 | - | - | 0 | 0 | |
| | | | | | | | |
| conflictdiving | : | 0.00 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | |
| crossover | : | 0.00 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | |
| dins | : | 0.00 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | |
| distributiondiv | in: | 0.00 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | |
| dualval | : | 0.00 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | |
| farkasdiving | : | 2032.89 | 0.00 | 1 | 0 | 0 # | <- NB |
| feaspump | : | 882.12 | 0.00 | 1 | 0 | O # | <- NB |
| fixandinfer | : | 0.00 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | |
| intdiving | : | 0.00 | 0.00 | 0 | 0 | 0 | |
| intshifting | : | 52.99 | 0.00 | 1 | 1 | 1 | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

В данном случае ПЭНЭ являются farkasdiving и feaspump. Чтобы подавить эти эвристики при следующем запуске SCIP, достаточно включить следующие строки в конфигурационный файл scip.set³

scip.set

```
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
...
```

Доступ к статистической сводке можно получить либо в сессии SCIP, либо через одну из оберток над решателем (например, с помощью PySCIPOpt)

Фрагмент сессии scip. Получение статистической сводки

```
...
SCIP> read file.lp
SCIP> opt
SCIP> display stat
```

Получение статистической сводки через обертку PySCIPOpt

```
import pyscipopt

model = pyscipopt.Model()
model.readProblem("...")
model.readParams("...")
model.optimize()

model.printStatistics()
```

4.3. Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении

Условимся ϕ иксацией называть стратегию инициализации подгруппы переменных x_k (вещественных, бинарных или целочисленных), значения которых задаются на основе каких-либо эврестических соображений, например, касающихся специальных свойств матрицы ограничений, и способных в результате привести к такой постановке задачи, которую, используя механизмы первичных эвристик, сепараторов, пропагаторов и пр. можно развить в ϕ 0 опустимое целочисленное решение.

Базовая идея построения ϕ иксации на бинарных переменных заключается в том, чтобы значения бинарных переменных в релаксированном решении ${rx_k^{(b)}}_{k=1,\dots}$ интерпретировать как степень уверенности решателя в том, что рассматриваемую бинарную переменную можно выставить в единицу.

Если значение k-ой бинарной переменной ${}^rx_k^{(b)}$ превосходит некоторый $nopor\ \theta$, то переменная выставляется в единицу, в противном случае – в ноль. Порог подбирается итерационно, начиная с некоторого нижнего значения θ_l (по умолчанию $\theta_l=0$), увеличивая текущее значение порога на величину шага $\Delta\theta$ и заканчивая верхним значением порога θ_u (по умолчанию $\theta_u=1$).

 $^{^3}$ При запуске интерактивной сесии через утилиту командной строки scip, решатель ищет этот файл в текущей директории и, если находит, автоматически вычитывает. При работе через PySCIPOpt требуется явно передавать путь до файла методу модели readParams()

 $^{^4}$ Верхний левый индекс «r» указывает на релаксированное значение, а верхний правый «(b)» – на то, что речь идет о бинарной переменной

Для практических целей достаточно остановится на наименьшем значении порога θ , который отвечает такой фиксации, которую решатель SCIP не отклоняет как неспособную привести к допустимому целочисленному решению.

Фрагмент лога решателя SCIP для случая фиксации, которую невозможно развить в допустимое целочисленное решение

После того как порог θ подобран, бинарные переменные разбиваются на две подгруппы: подгруппу бинарных переменных, выставленных в ноль $\{x_k^{(b_0)}\}$, и подгруппу бинарных переменных, выставленных в единицу $\{x_k^{(b_1)}\}$. Долю бинарных переменных, выставленных в ноль обозначим через δ_{b_0} , долю бинарных переменных, выставленных в единицу – через δ_{b_1} , а целевую функцию, найденную при заданных долях – через $f_{\theta}(\delta_{b_0}, \delta_{b_1})$.

В результате получаем исследовательский инструмент, который дает возможность управлять решением через подбор долей δ_{b_0} и δ_{b_1} при найденном пороге θ . Часто оказывается эффективным прием управления решением через подбор доли нулевых бинарных переменных δ_{b_0} .

Целевая функция, вычисленная при единичной доле нулевых бинарных переменных $f_{\theta}(\delta_{b_0}=1)$, как правило, значительно уступает целевой функции релаксированного решения f_r . Но тем неменее это решение может быть улучшено, сокращением доли δ_{b_0} (см. рис. 1 и рис. 2).

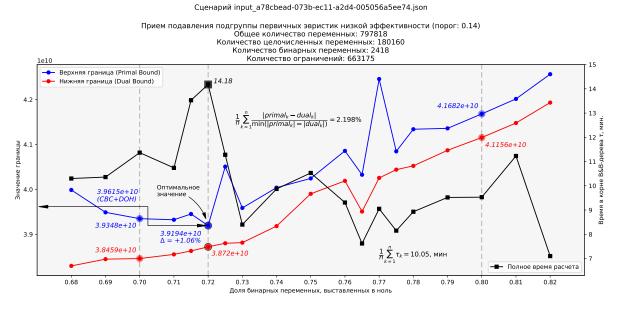


Рис. 1. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий a78cbead

Как видно из графиков, на кривой изменения верхней границы решения существует точка с наименьшим значением целевой функции $f_{\theta}(\delta_{b_0})$ допустимого целочисленного решения. Эта точка и будет «оптимальной» для рассматриваемого сценария.

Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности (порог: 0.05) Общее количество переменных: 859230 Количество целочисленных переменных: 173622 Количество бинарных переменных: 155 Количество ограничений: 624637 Верхняя граница (Primal Bound) 4.0479e+10 (CBC+DOH) Нижняя граница (Dual Bound) $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\tau_{k}=25.35$, мин 3.0294e+10 (SCIP+SUH) 3.00 20.0 $|primal_k - dual_k|$ $\sum_{k=1} \frac{|primal_k - aual_k|}{\min(|primal_k| - |dual_k|)} = 3.166\%$ 2.95 0.45 0.50 0.55 0.60 0.65

Рис. 2. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий **337**

5. Методы машинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации

5.1. Постановка задачи

Цель: Разработать процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях для сценариев с матрицей ограничений произольной структуры.

Вход: произвольная матрица ограничений⁵.

Выход: набор бинарных и целочисленных переменных, фиксация которых в ноль с высокой вероятностью приведет к допустимому целочисленному решению.

База: частично-заданное решение, построенное на фиксациях нулевых бинарных и целочисленных переменных в релаксированном решении.

5.2. Концепт матрицы признакового описания бинарных и целочисленных переменных

В качестве признаков бинарно-целочисленных переменных предлагается использовать:

- 1. 6ажсный признак Значение переменной x_i в «усредненном» релаксированном решении 6 ,
- 2. Модифицированную Z-оценку на «усредненном» релаксированном решении,
- 3. $\underline{\textit{бесполезный признак}}$ Дробную часть значения переменной x_i в «усредненном» релаксированном решении,
- 4. *важный признак* Пороги бинаризации на «усредненном» релаксированном решении (каждый порог это отдельный принак),
- 5. 6ажный признак Число ограничений n_i , в которые входит рассматриваемая переменная x_i ,
- 6. важный признак Число положительных n_i^+ и отрицательных n_i^- коэффициентов в ограничениях, ассоциированных с рассматриваемой переменной x_i ,

 $^{^{5}}$ Предполагается, что матрица ограничений имеет низкую меру обусловленности

⁶Задача линейного программирования в релаксированной постановке решается с использованием различных методов (двойственный симплекс-метод, метод внутренней точки и т.д.), а затем полученные решения усредняются

- 7. Булев маркер удаления переменной x_i после шага снижения размерности задачи,
- 8. важный признак Коэффицент c_i при переменной x_i в целевой функции $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$,
- 9. $\frac{\textit{бесполезный признак}}{\textit{признак}}$ Вероятность того, что i-ая бинарная или целочисленная переменная x_i будет выставлена в 1 (индекс «-i» означает без учета i-ой переменной)

$$\mathbf{P}(x_i = 1) = \sigma\left(\frac{1}{t} (\mathbf{c}^T \mathbf{x})_{-i}\right),\,$$

где σ — логистический сигмоид, t — «температура» (чем выше температура, тем случайнее выход), \mathbf{c} — вектор коэффициентов целевой функции, \mathbf{x} — вектор значений переменных в релаксированном решении.

10. Важность x_i переменной с точки зрения пресолверов.

5.3. Стратегии решения задачи

5.3.1. Стратегия №1. Обнаружение аномалий

Задачу построения частично-заданного решения на фиксациях предлагается свести к задаче обнаружения аномалий в данных. Бинарные и целочисленные переменные, которые как ожидается примут нулевые значения в допустимом целочисленном решении будем считать «штатным» режимом, а бинарные и целочисленные переменные, которые как ожидается примут ненулевые значения в допустимом целочисленном решении — аномалиями. Такие «аномальные» экзмепляры остаются без рекомендуемого значения для фиксации, а оставшиеся нулевые «штатные» бинарные и целочисленные переменные фиксируются в ноль и на этом процедура построения частично-заданного решения считается завершенной.

Для повышения надежности прогноза предлагается использовать ансамбль детекторов аномалий. Решение о фиксации бинарной или целочисленной переменной в ноль принимается на основании большинства голосов ансамбля детекторов.

Набор данных представляет собой неупорядоченную коллекцию матриц признакового описания, ассоциированных с соответствующими lp/mps-файлами математической постановки задачи (условимся называть их *сценариями*).

Ансамбль детекторов аномалий обучается по роторной схеме:

- \circ На i-ой итерации все mampuyы npuзнакового описания (всего в наборе S матриц/сценариев) кроме i-ой матрицы используются для обучения детекторов, а на i-ой матрице признакового описания строится прогноз аномальных экземпляров, которые помечаются как «-1». В результате получается коллекция бинарных и целочисленных переменных, помеченных либо как «0», либо как «-1». Построенное решение сравнивается с допустимым целочисленным решением с помощью различных метрик качества (параметрическое гармоническое среднее, каппа Коэна, коэффициент корреляции Метьюса и т.д.). Вычисленные для i-ой матрицы метрики качества и построенное частично-заданное решение на фиксациях сохраняются в директории результатов,
- Затем описанный шаг повторяется для оставшихся матриц признакового описания объекта.
 По окончании процедуры для каждого сценария:
- о будут вычислены метрики качества,

 $^{^{7}}$ Идея построения признака основана на способе вычисления вероятности единичного выхода нейрона в машинах Больцмана [2, стр. 653]

о будет построенно частично-заданное решение на фиксациях,

Полученные частично-заданные решения на фиксациях подаются на вход решателю SCIP. Если SCIP удалось найти решение, обозначаемое как $s_{\rm ML}$, то оно сравнивается с решением $s_{\rm FZB}$, полученным с помощью метаконфигурации FZBIVSUHPB (см. подраздел 6.2), по времени работы и по значению верхней гранцы решения.

Замечание

Как правило, в задачах обнаружения аномалий не выполняют подбор гиперпараметров детектора, но в данном случае кажется полезным изучить поведение детектора хотя бы в зависимости от параметра контаминации. Дело в том, что на практике эффективность детектора может существенно изменяться в зависимости от значений управляющих параметров

На всех сценариях группы ИКП (см. раздел 6) обнаруживается серьезный дисбаланс экземпляров положительного («аномалии», ненулевые значения переменных) и отрицательного («штатные» экземпляры, нулевые значения переменных) классов. Ожидается, что эффективность модели машинного обучения главным образом будет зависеть от способности модели выявлять аномальные экземплеры.

Действительно, *ошибка первого рода* (ложное срабатывание, т.е. когда отрицательный «штатный» экземпляр принимается за «аномальный» положительный) приводит к тому, что нулевая переменная *не будет* зафиксирована в ноль в частично-заданном решении, что с высокой вероятностью снизит производительность решателя SCIP.

Тогда как *ошибка второго рода* (пропуск объекта, т.е. когда «аномальный» положительный экземпляр принимается за «штатный» отрицательный) приводит к тому, что ненулевая переменная в частично-заданном решении будет зафиксирована в ноль. Это сделает частично-заданное решение не способным развиться в допустимое целочисленное, что значительно хуже.

Таким образом, кажется разумным сосредоточить усилия на том, чтобы минимизировать ошибку второго рода, и в результате свести к минимуму число пропусков аномалий.

Проще всего оценить качество модели с учетом большего влияния ошибок второго рода с помощью F_{β} -меры при значениях параметра $\beta>1$

$$F_{\beta} = (1 + \beta^2) \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\beta^2 \text{ precision} + \text{recall}},$$

где precision – точность, recall – полнота.

Замечание

Провести анализ приема подбора порога бинаризации. И проработать схему подбора гиперпараметров детекторов

Анализ производительности методов обнаружения аномалий Рекомендуемые значения некотрых гиперпараметров для детекторов некоторых семейств звучат следующим образом [3]:

- \circ для KNN (k Nearest Neighbors⁸) и LOF (Local Outlier Factor): $k = \max(10; 0.03 |D|)$, где |D|
 - число экземпляров в наборе данных,
- \circ для HBOS (Histogram-based Outlier Score): n_bins = $\sqrt{|D|}$,
- о для IForest (Isolation Forest): число деревьев n_estimators=100 и число экземпляров на дерево max_samples=256,

 $^{^{8}}$ Расстояние от k-ого ближайшего соседа рассматривается как мера аномальности экземпляра

- \circ для CBLOF (Clustering-Based Local Outlier Factor): $\alpha = 0.90, \beta = 5$ и k = 10,
- \circ для OCSVM (One-Class Support Vector Machines): ядро RFB($\nu=0.5, \gamma=1/m$), где m число признаков в наборе данных D.

Перечисленные ниже детекторы показали крайне низкую производительность на сценариях группы ИКП:

- o KNN,
- Feature Bagging,
- ABOD (Angle-Based Outlier Detection using approximation)/FastABOD,
- LOCI (Fast outlier detection using the local correlation integral),
- CBLOF (Clustering-Based Local Outlier Factor): достаточно быстрый, но результаты отвратительные (очень низкие значения ключевых метрик качества),
- XGBOOD⁹ (Extreme Boosting Based Outlier Detection): безумно медленный ¹⁰,
- R-Graph (Outlier detection by R-graph).

Главный детектор аномалий предлагается строить с помощью агрегатора $SUOD^{11}$ (Accelerating Large-scale Unsupervised Heterogeneous Outlier Detection) на следующих базовых детекторах:

- ECOD (Unsupervised Outlier Detection Using Empirical Cumulative Distribution Functions),
- o COPOD (Copula-Based Outlier Detection),
- IForest (Isolation Forest),
- HBOS (Histogram-based Outlier Score).

5.3.2. Стратегия №2. Бинарная классификация со слабо выраженным миноритарным классом

Задачу построения частично-заданного решения на фиксациях предлагатеся свести к задаче бинарной классификации со слабо выраженным миноритарным классом (данные с сильным дисбалансом).

6. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП

На всех сценариях группы ИКП (как с бинарными переменными, так и без них) решения удавалось найти с помощью *метаконфигурации* (см. раздел 6.2), включающей прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности и процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях (для нулевых бинарных и целочисленных переменных).

6.1. Поиск решения на сценариях $\it без$ бинарных переменных. Метаконфигурация $\it SUH$

Метаконфигурация 12 SUH (Suppress Useless Heuristics) процедуры поиска решения сводится к приему подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности.

⁹Требует разметки

¹⁰B https://github.com/yzhao062/pyod/issues/152 рекомендуется использовать SUOD

¹¹https://www.andrew.cmu.edu/user/yuezhao2/papers/21-mlsys-suod.pdf

 $^{^{12}}$ Под метаконфигурацией понимается совокупность конфигурации решателя и набора эвристических приемов

Замечание

Решение получено без доменно-ориентированных эвристик, «теплого» старта и подбора параметров решателя

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (без бинарных переменных) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП без бинарных переменных

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing.

6.1.1. Сценарий F398266В без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 774901

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 650263

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/o_eAb9475u5ueg

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING.
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/URRnZ8soTaJEgQ

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/N2tfhj1N6RczzA

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/-y7p5FyJyYirkw

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/1JaMC9aFjubDbA

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.063% лучше в смысле целевой функции и на 10.20% – в смысле временных издержек (рис. 3).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.155% лучше в смысле целевой функции и на 65.27% – в смысле временных издержек (табл. 1).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 1. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|---------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 21.38 | 5.905048 |
| SCIP+SUH | 19.27 + 9.87% | 5.842154 +1.065% |
| SCIP+FZB | 9.43 +55.89% | 5.836815 +1.155% |

Сценарий input_f398266b-093b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json

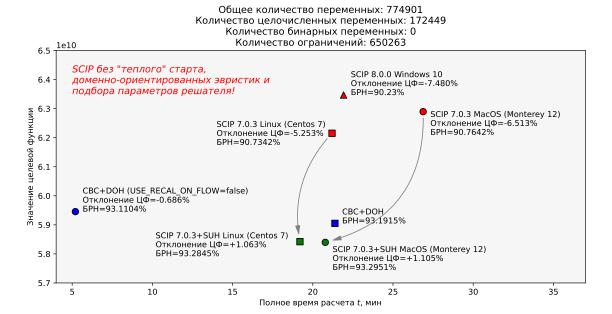


Рис. 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий **f398266b** без бинарных переменных

6.1.2. Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718464

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 595797

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/KO_xj9dkgUdcog

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

• INTSHIFING,

• RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/R4B1fkTx-nE3tg

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/BLvUmZ43vtMFKg

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/yMFLr-6mLfdPAw

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/XiRSvteL9xC4pg

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.25% лучше в смысле целевой функции и на 46.43% – в смысле временных издержек (рис. 4).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.191% лучше в смысле целевой функции и на 82.13% – в смысле временных издержек (табл. 2).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 2. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|-----------------------------|-------------------|----------------------------|
| | чета, мин | решения, ×10 ¹⁰ |
| $\mathrm{CBC}\mathrm{+DOH}$ | 18.35 | 3.585532 |
| SCIP+SUH | 9.83 +46.43% | 3.540567 + 1.252% |
| SCIP+FZB | 3.28 + 82.13% | 3.542843 +1.191% |

6.1.3. Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 737585

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 540018

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/qiZAmraUNK1Peg

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/20NeMuQ7NF_ccA

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/QxE0HoREHzgHQQ

Сценарий input 50197df7-ff50-ec11-a2d7-005056a5ee74.json

Общее количество переменных: 718464 Количество целочисленных переменных: 159332 Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 595797 SCIP без "теплого" старта CBC+DOH (USE_RECAL_ON_FLOW=false) доменно-ориентированных эвристик и Отклонение $U\Phi = -0.72\%$ подбора параметров решателя! CBC+DOH ■ 5PH=97.5855%

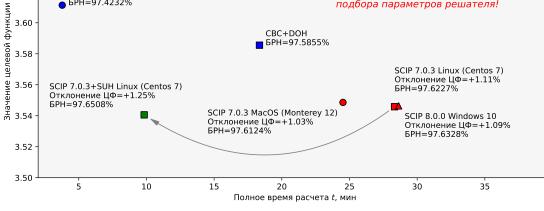


Рис. 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk. yandex.ru/d/FHZGj_Kyg8dDiw

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https: //disk.yandex.ru/d/8H1vw6zkQS7DAg

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (OC Linux Centos 7) на 5.22% лучше в смысле целевой функции и на 27.10% – в смысле временных издержек (рис. 5).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 5.452% лучше в смысле целевой функции и на 90.16% – в смысле временных издержек (табл. 3).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

1e10

БРН=97.4232%

3.64

3.62

Таблица 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|---------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 16.05 | 1.087609 |
| SCIP+SUH | 11.67 + 27.29% | 1.030866 + 5.222% |
| SCIP+FZB | 3.58 +77.69% | 1.028349 + 5.452% |

Сценарий input 7fac4231-5951-ec11-a2d7-005056a5ee74.json

Общее количество переменных: 737585 Количество целочисленных переменных: 147789 Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 540018

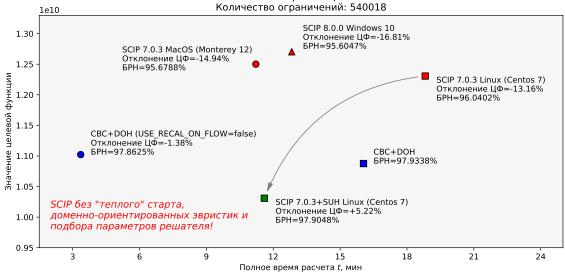


Рис. 5. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

6.1.4. Сценарий СА485А55 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718601

Количество целочисленных переменных: 140858

Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 514229

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/iSP6xrh4K_wHEQ

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING.
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/_WzkmgoueNb2Bg

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/sLUW5IxmpMBpcw

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/3Ls6QrAWVUMdZw

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (OC Linux Centos 7) на 0.683% лучше в смысле целевой функции и на 46.48% – в смысле временных издержек (рис. 6).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.244% лучше в смысле целевой функции и на 88.53% – в смысле временных издержек (табл. 4).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий са485а55 без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | 1 , |
|---------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 20.05 | 4.597048 |
| SCIP+SUH | 10.73 +46.48% | 4.565579 + 0.683% |
| SCIP+FZB | 4.34 + 78.35% | 4.539819 + 1.244% |

Сценарий input_ca485a55-0485-ec11-a2db-005056a5ee74.json



Рис. 6. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий ca485a55 без бинарных переменных

6.1.5. Сценарий 276 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 809224

Количество целочисленных переменных: 162562

Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 602190

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/QaS5kd7VRZQ66A

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

• INTSHIFING,

• RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/M2V88djiiGM5PA

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/G0ustAVT619CeA

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/YBXB5GCECJiBIA

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (OC Linux Centos 7) на 3.67% лучше в смысле целевой функции и на 51.56% — в смысле временных издержек (рис. 7).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 4.86% лучше в смысле целевой функции и на 78.35% – в смысле временных издержек (табл. 5).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 5. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 276 без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|---------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | $peшения, \times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 29.87 | 1.430789 |
| SCIP+SUH | 14.47 + 51.56% | 1.378299 + 3.669% |
| SCIP+FZB | 3.95 + 78.35% | 1.361368 + 4.857% |

Сценарий input_276.json

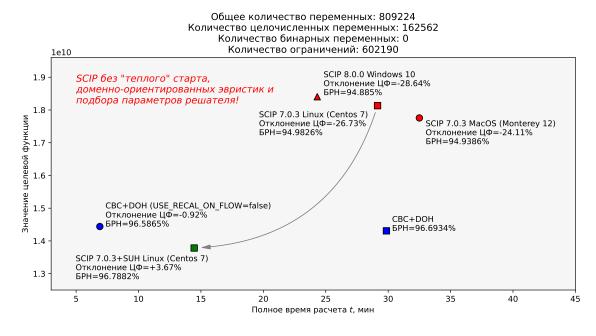


Рис. 7. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 276 без бинарных переменных

6.1.6. Сценарий 337 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 859075

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 624327

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/keyQLAagsD7Sbw

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING.
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/ZUIEo3dDq77FjA

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/0nUXIrIKuzqZlw

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/U0NCnMQN1akHUA

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 22.12% лучше в смысле целевой функции и на 18.32% – в смысле временных издержек (рис. 8).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 22.59% лучше в смысле целевой функции и на 70.84% – в смысле временных издержек (табл. 6).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 6. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий **337** без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|---------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | $peшения, \times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 20.85 | 3.825042 |
| SCIP+SUH | 17.03 +18.32% | 2.978782 + 22.123% |
| SCIP+FZB | 6.08 +70.84% | 2.961019 + 22.588% |

6.1.7. Сценарий 13D686AB без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 786020

Количество целочисленных переменных: 168857

Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 598414

Сценарий input_337.json

Общее количество переменных: 859075

Количество целочисленных переменных: 173622 Количество бинарных переменных: 0 Количество ограничений: 624327 1e10 **4** 0 CBC+DOH (USE RECAL ON FLOW=false) SCIP 7.0.3 Linux (Centos 7) Отклонение ЦФ=-0.11% БРН=91.413% SCIP 8.0.0 Windows 10 Отклонение ЦФ=+1.73% БРН=89.8608% Отклонение ЦФ=+1.92% 3.8 БРН=89.894% CBC+DOH БРН=91.4849% Значение целевой функции SCIP 7.0.3 MacOS (Monterey 12) Отклонение ЦФ=+2.23% 3.6 БРН=89.8154% SCIP без "теплого" старта, доменно-ориентированных эвристик и подбора параметров решателя! SCIP 7.0.3+SUH Linux (Centos 7) Отклонение ЦФ=+22.12% БРН=92.1124% 3.0 10 15 35 40 45 20 25 30

Рис. 8. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 337 без бинарных переменных

Полное время расчета t, мин

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/3KkYKzNl3PjGdg

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING.
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/EXylMeX6Ytz4tg

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/dXUMVbSWRbqeDQ

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/Knavj89muxGw-w

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 9.40% лучше в смысле целевой функции и на 33.03% — в смысле временных издержек (рис. 9).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 10.44% лучше в смысле целевой функции и на 75.82% – в смысле временных издержек (табл. 7).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

6.1.8. Сценарий А78СВЕАD без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 795400

Количество целочисленных переменных: 180160

Таблица 7. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|---------------|-------------------|------------------------|
| | чета, мин | $peшeнus, \times 10^9$ |
| CBC+DOH | 28.82 | 8.774743 |
| SCIP+SUH | 19.30 +33.03% | 7.949568 + 9.403% |
| SCIP+FZB | 6.97 + 75.82% | 7.858548 + 10.441% |

Сценарий input 13d686ab-9e77-ec11-a2da-005056a5ee74.json

Общее количество переменных: 786020 Количество целочисленных переменных: 168857 Количество бинарных переменых: 0

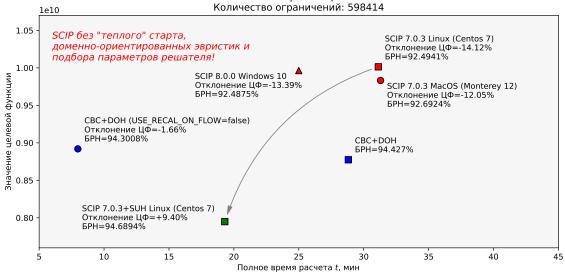


Рис. 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 658339

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/vTPPa1H3VFD7tA

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/fARVcHb66ToHxQ

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/0XC17sTce8feHQ

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/vn1K834mY5MEng

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.57% лучше в смысле целевой функции и на 23.30% — в смысле временных издержек (рис. 10).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 6.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.39% лучше в смысле целевой функции и на 81.04% – в смысле временных издержек (табл. 8).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 8. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий **a78cbead** без бинарных переменных

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|---------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 26.05 | 3.801546 |
| SCIP+SUH | 19.98 + 23.30% | 3.741685 + 1.576% |
| SCIP+FZB | 4.94 +81.04% | 3.748890 +1.386% |

Сценарий input_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json

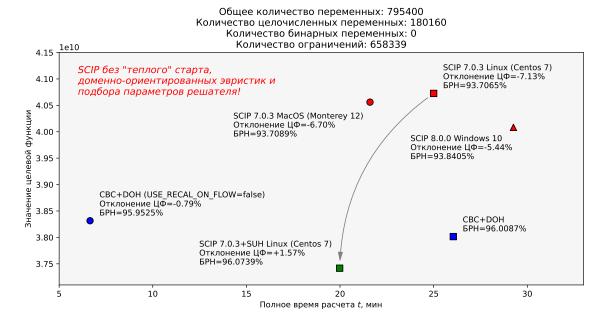


Рис. 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий a78cbead без бинарных переменных

6.2. Поиск решения на сценариях c бинарными переменными. Метаконфигурация FZBIVSUHPB

На ранних стадиях изучения проблемы высокоразмерных сценариев с бинарными переменными, поиск решения осуществлялся в семь шагов:

- 1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности (см. раздел 4.2),
- 2. При разрешении конфликтов и ветвлении¹³ отдавать предпочтение бинарным переменным,
- 3. Найти релаксированное решение задачи,
- 4. Подобрать порог бинаризации на релаксированном решении для бинарных переменных (см. раздел 4.3),

 $^{^{13}{}m K}$ сожалению, на сценариях группы ИКП с бинарными переменными решателю SCIP не удается найти решение в корне дерева

- 5. Зафиксировать *нулевые* 0-bin и *единичные* 1-bin *бинарные переменные*; подать фиксацию решателю,
- 6. В решении, найденном на предыдущей итерации, зафиксировать *нулевые целочисленные* 0-int и *единичные бинарные* 1-bin *переменные*; полученную фиксацию подать на вход решателю,
- 7. В решении, полученном на предыдущей итерации, зафиксировать *нулевые бинарные* 0-bin и *целочисленные* 0-int *переменные*; фиксацию подать на вход решателю.

Процедура поиска оказалась чувствительной к параметру autorestartnodes. Графическая интерпретация результатов вычислительных экспериментов с разверткой процедуры поиска верхней границы решения во времени приведена на рис. 11, 12, 13 и 14.

Позже описанную процедуру удалось упростить и свести к следующей метаконфигурации FZBIVSUHPB (Fixed Zero Binary and Integer Variables, Suppress Useless Heuristics, Prefer Binary):

- 1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности,
- 2. При разрешении конфликтов и ветвлении отдавать предпочтение бинарным переменным,
- 3. Зафиксировать *нулевые бинарные* 0-bin и *нулевые целочисленные* 0-int *переменные* в релаксированном решении (см. раздел 4.1).

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (с бинарными переменными) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП с бинарными переменными

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/autorestartnodes = -1
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# управление стратегиями анализа конфликтов и ветвления
conflict/preferbinary = True
branching/preferbinary = True

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Все эксперименты проводились на виртуальной машине Linux (Centos 7) Intel Core[™] i7 (8 CPUs), $3.6 \mathrm{GHz}$, RAM $16 \mathrm{Gb}$.

 $\label{lem:composition} Cводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке \ https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing.$

Кодовая база решения доступна по ссылке https://gitdp.zyfra.com/ds_and_math_users/ml-dl-in-operations-reaseearches.git

6.2.1. Сценарий А78СВЕАО с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 797818

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 2418

Количество ограничений: 663175

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/JbT3KR5Yi1ZomQ

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING,
- o ONEOPT,
- o GINS.

Фргамент лога сессии SCIP

```
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt | vars | cons | rows | cuts | sepa|confs|strbr|
    dualbound
                | primalbound | gap
                                       | compl.
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distribu| 93 | 50k|
                                                           43k|
                                                                 43k|
                                                                        0 | 1 | 385 | 3585 |
   3.757279e+10 | 3.894342e+10 |
                                           7.70%
                                  3.65%|
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distribu| 93 |
                                                           43k|
                                                                 43k|
                                                                        0 | 1 | 385 | 3585 |
                                                     50k|
   3.757279e+10 | 3.894341e+10 |
                                  3.65%
                                           7.70%
i1792s| 1882 | 1667 | 1011k| 297.0 | oneopt| 93 |
                                                     50k|
                                                           43k|
                                                                 43k|8612 | 0 | 385 |3585 |
   3.757279e+10 | 3.893993e+10 |
                                  3.64%
                                           7.70%
1796s | 1900 | 1687 | 1016k | 297.0 | 3669M | 93 |
                                                    50k|
                                                          43k|
                                                                43k | 8644 | 1 | 387 | 3585 |
   3.757279e+10 | 3.893993e+10 |
                                  3.64%|
                                           2.82%
L1902s| 1982 | 1769 | 1090k| 313.4 |
                                                           43k| 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
                                         gins| 93 |
                                                     50k|
   3.757279e+10 | 3.875897e+10 |
                                  3.16%|
                                           2.83%
                                         gins| 93 |
L1912s| 1982 | 1769 | 1090k| 313.4 |
                                                     50k|
                                                           43k|
                                                                 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
   3.757279e+10 | 3.864257e+10 |
                                  2.85%|
                                           2.83%
i1920s| 1982 | 1769 | 1099k| 316.2 | oneopt| 93 |
                                                     50k|
                                                           43k|
                                                                 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
                                  2.85%
   3.757279e+10 | 3.864241e+10 |
                                           2.83%
1954s| 2000 | 1787 | 1133k| 325.5 | 3731M | 93 | 50k| 43k| 43k|9004 | 1 | 398 | 3591 |
   3.757279e+10 | 3.864241e+10 |
                                  2.85%
                                           2.83%
```

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/6FPE-S5VupA6iw
Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/9G-v54ywEK1TJA

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.46% лучше в смысле целевой функции и на 19.64% — в смысле временных издержек (табл. 9).

В табл. 9 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее nepsomy допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее nocnednemy допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий a78cbead с бинарными переменными

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|--------------------------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 39.82 | 3.961502 |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(a)}$ | 29.83 + 25.09% | 3.894342 +1.70% |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(b)}$ | 32.00 +19.64% | 3.864241 + 2.46% |

6.2.2. Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 740251

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 2666

Количество ограничений: 545350

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/3NbbjfLW5zhejQ

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING.
- o ONEOPT,
- o GINS,
- CROSSOVER,
- o ALNS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt | vars | cons | rows | cuts | sepa|confs|strbr|
                | primalbound | gap
    dualbound
                                       | compl.
                 341 | 91171 | 102.3 | intshift | 309 | 41k | 33k | 34k | 2788 | 5 | 57 | 3711 |
r 454s|
         372 |
   1.053077e+10 | 1.309195e+10 | 24.32%|
                                           0.78%
         373 | 340 | 91171 | 102.0 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|2788 | 0 | 57 |3711 |
i 454sl
                                           0.78%
   1.053077e+10 | 1.308634e+10 | 24.27%|
       400 | 369 | 93623 | 101.3 | 2493M | 309 | 41k | 33k | 34k | 2950 | 1 | 57 | 3761 |
   1.053077e+10 | 1.308634e+10 | 24.27% | 0.29%
         473 | 442 | 106991 | 113.9 | gins | 309 | 41k | 33k | 34k | 3084 | 1 | 57 | 3813 |
L 507sl
    1.053077e+10 | 1.297515e+10 | 23.21%| 0.29%
                                       gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
L 512sl
        473 | 442 | 106991 | 113.9 |
   1.053077e+10 | 1.292548e+10 | 22.74%|
                                          0.29%
                                         gins | 309 | 41k | 33k | 34k | 3084 | 1 | 57 | 3813 |
L 522s | 473 | 442 | 106991 | 113.9 |
   1.053077e+10 | 1.289283e+10 | 22.43%|
                                           0.29%
                                         gins| 309 | 41k|
        473 | 442 | 106991 | 113.9 |
                                                            33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
I. 525sl
   1.053077e+10 | 1.286340e+10 | 22.15%|
                                           0.29%
i 529sl
        473 l
               442 | 112279 | 125.1 | oneopt | 309 | 41k |
                                                            33k|
                                                                 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
   1.053077e+10 | 1.285668e+10 | 22.09%|
                                           0.29%
                                                            33k| 34k|3084 | 1 | 58 |3813 |
        474 | 443 | 120630 | 142.5 | intshift | 309 | 41k |
   1.053077e+10 | 1.197786e+10 | 13.74%|
                                           0.29%
i 532sl
        474 | 373 | 124926 | 151.6 | oneopt | 309 | 41k | 33k | 34k | 3084 | 1 | 58 | 3813 |
   1.053077e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%|
                                           0.29%
             399 | 126496 | 146.9 | 2579M | 309 | 41k | 33k | 34k | 3181 | 1 | 58 | 3822 |
536s| 500 |
   1.053077e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%|
                                           0.29%
             499 | 158520 | 175.8 | 2613M | 309 | 41k | 33k | 34k | 3641 | 1 | 60 | 3933 |
567sl
       600 |
   1.053095e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%|
                                           0.29%
                                         gins| 309 | 41k| 33k| 34k|4060 | 1 | 62 |3978 |
         659 l
                554 | 189783 | 207.6 |
   1.053095e+10 | 1.191898e+10 | 13.18%|
                                           0.29%
                555 | 198453 | 220.4 | oneopt | 309 | 41k | 33k | 34k | 4060 | 1 | 62 | 3981 |
         660 |
   1.053095e+10 | 1.191889e+10 | 13.18%|
                                          0.30%
794s1
       700 l
             595 | 236166 | 261.7 | 2689M | 309 | 41k | 33k | 34k | 4418 | 1 | 62 | 4010 |
   1.053095e+10 | 1.191889e+10 | 13.18%|
                                         0.32%
       800 |
               695 | 277232 | 280.4 | 2728M | 309 | 41k | 33k | 34k | 4757 | 1 | 64 | 4027 |
836s1
   1.053219e+10 | 1.191889e+10 | 13.17%|
                                          0.32%
         860 | 693 | 295017 | 281.5 | crossove | 309 | 41k | 33k | 34k | 5000 | 1 | 64 | 4059 |
L 967sl
    1.053219e+10 | 1.154287e+10 | 9.60% | 0.32%
```

```
i 968s | 860 | 693 | 300734 | 288.1 | oneopt | 309 | 41k | 33k | 34k | 5000 | 1 | 64 | 4059 |
   1.053219e+10 | 1.154284e+10 | 9.60%| 0.32%
990s| 900 | 733 | 312921 | 288.9 | 2793M | 309 | 41k | 33k | 34k | 5288 | 1 | 64 | 4139 |
   1.053219e+10 | 1.154284e+10 | 9.60%| 0.33%
1042s| 1000 | 823 | 346085 | 293.2 | 2816M | 309 | 41k| 33k| 34k|5725 | 1 | 65 | 4281 |
   1.053219e+10 | 1.154284e+10 | 9.60%| 0.33%
L1083s| 1003 | 826 |347173 | 293.4 | alns| 309 | 41k| 33k| 34k|5747 | 2 | 65 |4284 |
   1.053219e+10 | 1.153273e+10 | 9.50%| 0.33%
i1084s| 1004 | 827 |352908 | 298.8 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|5747 | 1 | 65 |4284 |
   1.053219e+10 | 1.118743e+10 | 6.22% | 0.33%
1113s| 1100 | 699 | 373504 | 291.4 | 2860M | 309 | 41k| 33k| 34k|6055 | 3 | 65 | 4323 |
   1.053219e+10 | 1.118743e+10 | 6.22%| 0.44%
1140s | 1 | 0 |419115 | - | 3039M |
                                             0 | 41k| 34k| 34k|
                                                                   0 | 0 | 65 |4323 |
   1.053219e+10 | 1.118743e+10 | 6.22% | unknown
```

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/TmA6hqFV87eGTg
Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/CsGV_oal40Tx0Q

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 3.38% лучше в смысле целевой функции и на 33.07% – в смысле временных издержек (табл. 10).

В табл. 10 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее nepвomy допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее nocnedhemy допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 с бинарными переменными

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|---------------------------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 27.00 | 1.157865 |
| $\overline{\text{SCIP+MC }(a)}$ | 18.05 +33.15% | 1.153273 +0.40% |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(b)}$ | 18.07 + 33.07% | 1.118743 + 3.38% |

6.2.3. Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 720954

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 2490

Количество ограничений: 600777

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/qWeSKb2WEs6kQA

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

• INTSHIFTING,

- o ONEOPT,
- o GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt | vars | cons | rows | cuts | sepa|confs|strbr|
    dualbound
                | primalbound | gap
                                       | compl.
                 948 | 155676 | 53.5 | intshift | 409 | 41k | 34k |
                                                                  35k|4367 | 1 | 69 |7354 |
   3.554610e+10 | 3.676991e+10 | 3.44% | unknown
                947 | 155676 | 53.5 | oneopt | 409 | 41k | 34k |
         964 |
                                                                  35k|4367 | 0 | 69 |7354 |
   3.554610e+10 | 3.676497e+10 | 3.43% | unknown
              985 | 157559 | 53.4 | 2577M | 409 | 41k | 34k | 35k | 4396 | 1 | 69 | 7444 |
846sl 1000 l
   3.554610e+10 | 3.676497e+10 |
                                  3.43% | unknown
L 885s | 1064 | 1049 | 157869 | 50.5 |
                                          gins | 409 | 41k | 34k | 35k | 4397 | 1 | 69 | 7484 |
   3.554610e+10 | 3.659894e+10 |
                                   2.96% | unknown
L 931s| 1064 | 1049 |157869 | 50.5 |
                                          gins| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7484 |
   3.554610e+10 | 3.656967e+10 |
                                   2.88%| unknown
i 962s| 1064 | 1049 | 161589 | 54.0 | oneopt| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 | 7484 |
   3.554610e+10 | 3.656967e+10 |
                                  2.88% | unknown
969s | 1100 | 1085 | 161769 | 52.4 | 2620M | 409 | 41k | 34k | 35k | 4397 | 1 | 69 | 7532 |
   3.554610e+10 | 3.656967e+10 |
                                  2.88% | unknown
L 988s | 1164 | 1149 | 161992 | 49.7 |
                                          gins| 409 |
                                                      41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7557 |
   3.554610e+10 | 3.630031e+10 |
                                  2.12% | unknown
                                          gins| 409 |
L 993s | 1164 | 1149 | 161992 | 49.7 |
                                                      41k|
                                                            34k|
                                                                  35k|4397 | 1 | 69 |7557 |
   3.554610e+10 | 3.625804e+10 |
                                  2.00% unknown
                                                                  35k|4397 | 1 | 69 |7557 |
L1000s| 1164 | 1149 | 161992 | 49.7 |
                                                            34k|
                                          gins| 409 |
                                                      41k|
   3.554610e+10 | 3.623675e+10 |
                                   1.94% | unknown
```

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/2_FDqS70q0UBqA Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/SkRLoRYzQDI-Aw

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.87% лучше в смысле целевой функции и на 36.08% — в смысле временных издержек (табл. 11).

В табл. 11 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 11. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 с бинарными переменными

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|--------------------------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 28.27 | 3.730552 |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(a)}$ | 13.93 +50.73% | 3.676991 + 1.44% |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(b)}$ | 18.07 + 36.08% | 3.623675 + 2.87% |

6.2.4. Сценарий F398266В с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 777271

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 2370

Количество ограничений: 655003

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/4YFYJSB1I1wsmQ

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING.
- o ONEOPT,
- CROSSOVER.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt | vars | cons | rows | cuts | sepa|confs|strbr|
                | primalbound | gap
                                       | compl.
                                                                       0 | 1 | 17 |1387 |
                434 |462507 | 790.8 |distribu| 51 | 59k| 48k| 49k|
d1163sl
         433 |
   5.857793e+10 | 6.054807e+10 |
                                  3.36% | unknown
       433 | 434 |462644 | 791.1 |distribu| 51 | 59k|
                                                          48k|
                                                                49k|
                                                                       0 | 1 | 17 | 1387 |
   5.857793e+10 | 6.054779e+10 |
                                  3.36% | unknown
                                                                       0 | 1 | 17 |1387 |
d1164sl
        433 | 434 |462746 | 791.3 |distribu| 51 | 59k|
                                                          48k|
                                                                49k|
   5.857793e+10 | 6.054778e+10 | 3.36% unknown
                                                          48k|
                                                                       0 | 1 | 17 | 1387 |
d1164s| 433 | 434 |462780 | 791.4 |distribu| 51 |
                                                     59k l
                                                                49k|
   5.857793e+10 | 6.054776e+10 |
                                  3.36% unknown
                                                                       0 | 1 | 17 | 1387 |
d1164s| 433 | 434 |462801 | 791.4 |distribu| 51 |
                                                     59k|
                                                           48k|
                                                                49k|
   5.857793e+10 | 6.054776e+10 | 3.36% | unknown
d1165s| 433 | 434 |462836 | 791.5 |distribu| 51 |
                                                                       0 | 1 | 17 | 1387 |
                                                          48k|
                                                                49k|
                                                     59k|
   5.857793e+10 | 6.054776e+10 |
                                  3.36% unknown
d1165s| 433 | 434 |462856 | 791.6 |distribu| 51 |
                                                           48k|
                                                                       0 | 1 | 17 | 1387 |
                                                     59k|
                                                                49k|
   5.857793e+10 | 6.054774e+10 |
                                  3.36% | unknown
i1167s| 434 | 433 |463020 | 790.1 | oneopt| 51 | 59k| 48k| 49k|4333 | 0 | 17 |1387 |
   5.857793e+10 | 6.053918e+10 |
                                  3.35% | unknown
1250s | 500 | 501 | 531180 | 822.2 | 3321M | 51 | 59k | 48k | 49k | 4529 | 1 | 26 | 1402 |
   5.857793e+10 | 6.053918e+10 | 3.35% unknown
                                                         48k| 49k|5175 | 1 | 36 |1426 |
        600 | 601 | 663342 | 905.6 | 3398M | 51 |
                                                    59k|
   5.857932e+10 | 6.053918e+10 |
                                  3.35% unknown
               635 |704819 | 922.5 |crossove| 55 | 59k|
                                                          48k | 49k | 5448 | 2 | 41 | 1433 |
L1892sl
        634 |
   5.858028e+10 | 6.021605e+10 | 2.79% | unknown
                                                          48k | 49k | 5448 | 2 | 41 | 1433 |
i1895s| 634 | 635 |715376 | 939.1 | oneopt| 55 |
                                                    59k|
   5.858028e+10 | 6.021603e+10 | 2.79% | unknown
        700 | 701 | 770566 | 929.4 | 3457M | 63 | 59k | 48k | 49k | 5644 | 1 | 50 | 1442 |
1952sl
   5.858050e+10 | 6.021603e+10 |
                                  2.79% unknown
        800 | 801 | 879949 | 950.0 | 3489M | 65 | 59k | 48k | 49k | 5964 | 1 | 62 | 1476 |
   5.858065e+10 | 6.021603e+10 |
                                  2.79% | unknown
```

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/KXzdrUx6TZbXEw
Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/FERoaFsr5zbkjA

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 0.97% лучше в смысле целевой функции и на 56.24% – в смысле временных издержек (табл. 12).

В табл. 12 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 12. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b с бинарными переменными

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | Верхняя граница |
|--------------------------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 72.17 | 6.080841 |
| SCIP+MC (a) | 19.38 + 73.15% | 6.054807 + 0.43% |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(b)}$ | 31.58 + 56.24% | 6.021603 + 0.97% |

6.2.5. Сценарий 337 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 859230

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 155

Количество ограничений: 624637

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/Kc11p9v7D-kxYA

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- RENS.
- o ONEOPT.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt | vars | cons | rows | cuts | sepa|confs|strbr|
   dualbound
               | primalbound | gap
                                     | compl.
r 107s|
                  0 | 55407 |
                                 - |intshift|
                                                0 | 56k| 43k| 45k|1799 | 13 |
           1 |
   2.947544e+10 | 4.344720e+10 | 47.40% | unknown
L 247s|
           1 |
                  0 | 55407 |
                                 - |
                                        rens
                                               0 | 56k|
                                                          43k| 45k|1799 | 13 |
   2.947544e+10 | 3.022206e+10 |
                                 2.53% unknown
249s|
         1 |
                0 | 55407 |
                              - | 2785M |
                                              0 | 56k| 43k|
                                                             45k|1799 | 13 |
   2.947544e+10 | 3.022206e+10 | 2.53% unknown
           1 |
                  0 | 58839 |
                                 - | oneopt|
                                                0 | 56k| 43k| 45k|1799 | 13 |
i 250sl
   2.947544e+10 | 3.022205e+10 |
                                 2.53% unknown
                                                 56k| 43k| 45k|1799 | 13 |
250s|
         1 |
                0 | 58839 |
                               - | 2809M |
                                              0 |
   2.947544e+10 | 3.022205e+10 | 2.53% | unknown
                                                  56k| 43k| 45k|1820 | 14 |
                                                                              0 |
251s|
                                              0 |
                                                                                    0 |
         1 l
                0 | 58891 |
                               - | 2813M |
   2.947544e+10 | 3.022205e+10 | 2.53% unknown
         1 | 0 | 58900 |
                             - | 2813M |
                                              0 | 56k| 43k| 44k|1824 | 15 |
                                                                               0 |
251sl
   2.947544e+10 | 3.022205e+10 |
                                 2.53% unknown
253s|
         1 | 0 | 59074 | - | 2816M |
                                              0 | 56k| 43k| 44k|1824 | 15 |
                                                                               0 | 12 |
   2.947544e+10 | 3.022205e+10 |
                                 2.53% | unknown
               0 | 59236 |
                                             0 | 56k| 43k| 44k|1918 | 16 |
254s|
         1 |
                             - | 2821M |
                                                                               0 | 12 |
   2.948327e+10 | 3.022205e+10 | 2.51%| unknown
```

```
254s|
                  0 | 59300 |
                                  - | 2821M |
                                                       56k | 43k | 44k | 1945 | 17 |
                                                                                      0 | 12 |
          1 |
    2.948327e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.51% unknown
255s|
          1 |
                  0 | 59321 |
                                   - |
                                       2821M |
                                                  0 |
                                                       56k|
                                                             43k|
                                                                   44k|1945 | 17 |
                                                                                      0 |
                                                                                         19 |
    2.948327e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.51% unknown
256s|
          1 l
                  0 | 59349 |
                                  - | 2825M |
                                                  0 |
                                                       56k|
                                                             43k|
                                                                   44k|1959 | 18 |
                                                                                      0 |
                                                                                          19 |
    2.948327e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.51% unknown
                  0 | 59352 |
                                   - | 2825M |
                                                       56k|
                                                             43k|
                                                                   44k|1964 | 19 |
                                                                                          19 |
256sl
                                                  0 |
    2.948327e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.51% unknown
                                                             43k|
                                                                  44k|1964 | 19 |
                                                                                      0 |
                                                                                          35 I
258s1
          1 |
                  0 | 59368 |
                                  - |
                                       2825M |
                                                  0 |
                                                       56k|
    2.957927e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.17% | unknown
                                                             43k|
                                                                   44k|2014 | 20 |
                                                                                           35 I
259s|
          1 |
                  0 | 59451 |
                                  - 1
                                       2829M |
                                                  0 |
                                                       56k|
    2.957927e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.17% | unknown
                                                             43k|
                                                                   44k|2024 | 21 |
                                                                                      0 |
                                                                                           35 I
259s|
          1 |
                  0 | 59466 |
                                  - |
                                       2829M |
                                                  0 |
                                                       56k|
    2.957927e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.17% | unknown
259s1
          1 |
                  2 | 59466 |
                                       2829M |
                                                  0 |
                                                       56k|
                                                             43k|
                                                                   44k|2024 | 21 |
                                                                                      0 |
                                                                                           35 I
                                  - |
    2.957927e+10 | 3.022205e+10 |
                                    2.17% | unknown
```

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/zwVhKYKEMlMlQw Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/T9sAbRH6uWh4Uw

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на ...% лучше в смысле целевой функции и на ...% – в смысле временных издержек (табл. 13).

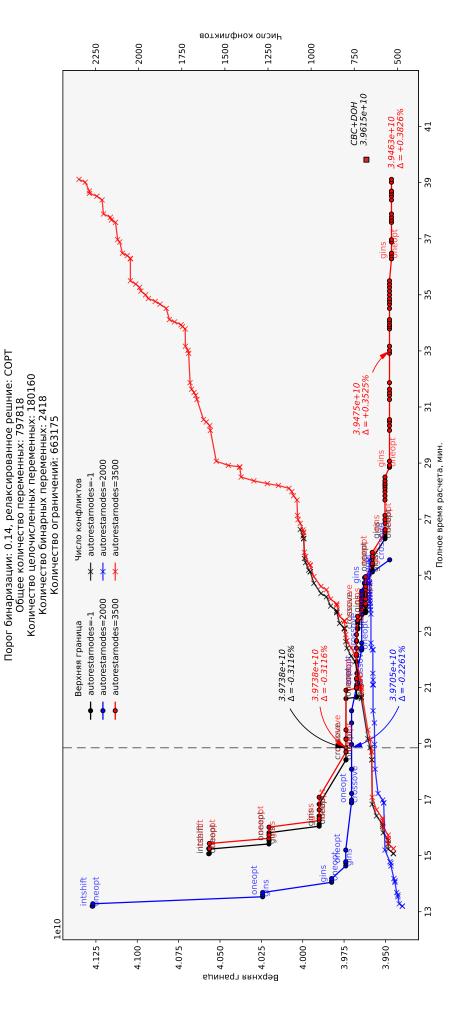
В табл. 13 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее nepsomy допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее nocnednemy допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

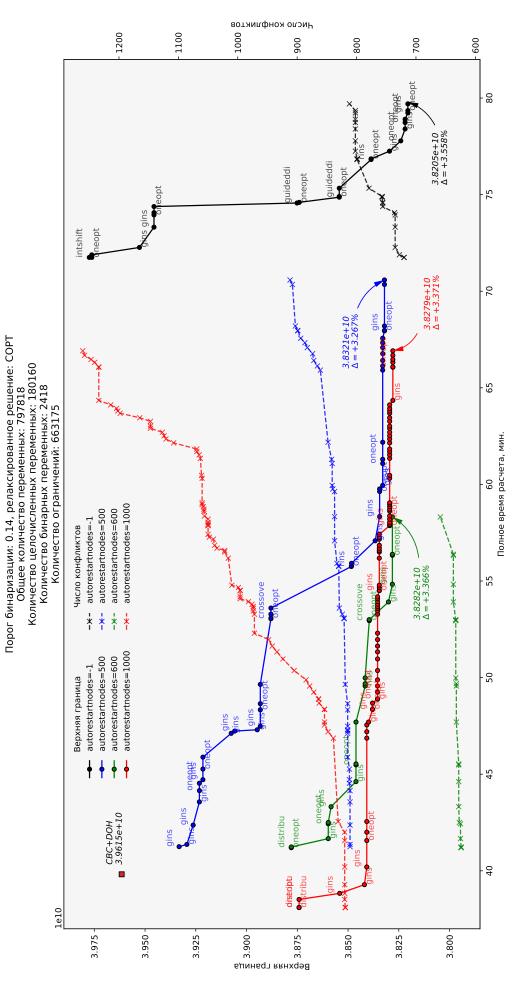
Таблица 13. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 337 с бинарными переменными

| $Cnoco\delta$ | Полное время рас- | 1 , |
|--------------------------------|-------------------|---------------------------|
| | чета, мин | решения, $\times 10^{10}$ |
| CBC+DOH | 18.00 | 4.047865 |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(a)}$ | 4.12 +77.11% | 3.022206 +25.34% |
| $\overline{\text{SCIP+MC}(b)}$ | 4.30 + 76.11% | 3.022205 +25.34% |

Сценарий input_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json (1-ая и 2-ая фазы поиска решения)

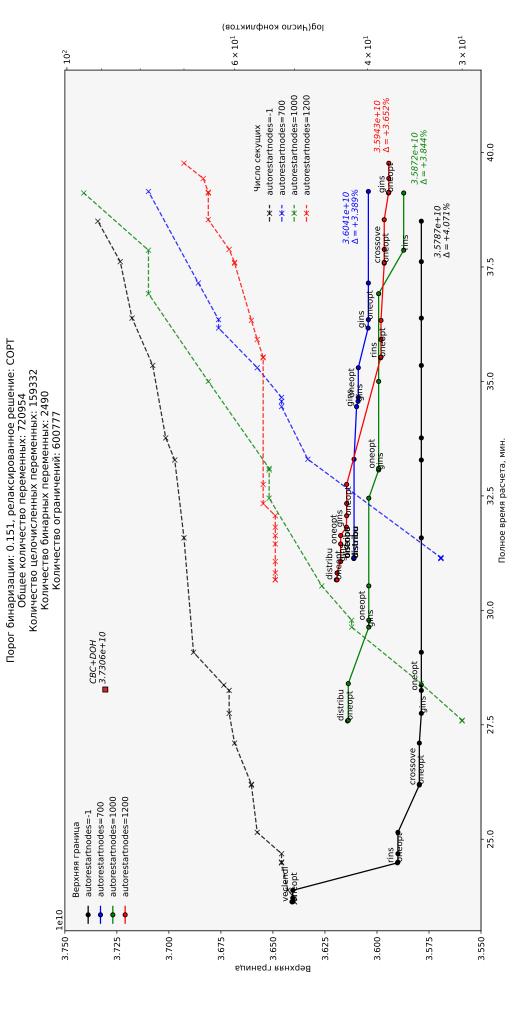


от значения параметра autorestartnodes. Сценарий input_a78cbead. Первая и вторая фазы поиска решения Рис. 11. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости



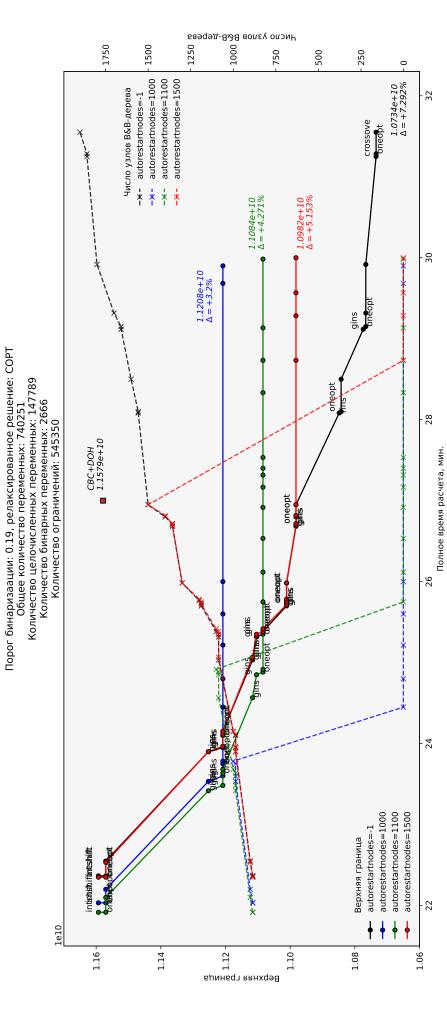
Сценарий input_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

Рис. 12. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий a78cbead. Третья фаза поиска решения



Сценарий input_50197df7-ff50-ec11-a2d7-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

Рис. 13. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 50197df7. Третья фаза поиска решения



Сценарий input_7fac4231-5951-ес11-a2d7-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

Рис. 14. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 7fac4231. Третья фаза поиска решения

6.3. Поиск решения на базе методов машинного и глубокого обучения

Условимся *сценарием обучающего поднабора* называть сценарий (математическую постановку задачи, описанную в терманах математического программирования) из коллекции сценариев, которые используются на *обучающей фазе* модели машинного обучения.

Сценарием тестового поднабора условимся называть сценарий, который используется для построения прогноза с помощью модели машинного обучения.

6.3.1. Простое декартово произведение сценариев c бинарными переменными

Рассмотрим *некоммутативные* пары вида «сценарий обучающего поднабора – сценарий тестового поднабора» подгруппы сценариев с бинарными переменными (см. раздел 6.2):

- o 7fac4231_bin.lp,
- o a78cbead_bin.lp,
- o f398266b_bin.lp,
- o 50197df7_bin.lp,
- o 337_bin.lp.

Если коллекция сценариев содержит n сценариев, то существует n(n-1) возможных некоммутативных пар.

обучение на сценарии 7fac4231_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp ... обучение на сценарии f398266b_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp ... обучение на сценарии 337_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp ...провал обучение на сценарии 7fac4231_bin.lp, тестирование на сценарии 50197df7_bin.lp

7. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы MBO

8. Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017

- 8.1. Сценарии со статусом «open»
- 8.1.1. Сценарий DLR2

https://miplib.zib.de/WebData/instances/dlr2.mps.gz

8.1.2. Сценарий СVRPA-N64К9VRPI

https://miplib.zib.de/WebData/instances/cvrpa-n64k9vrpi.mps.gz

8.2. Сценарии со статусом «hard»

8.2.1. Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14

https://miplib.zib.de/WebData/instances/cryptanalysiskb128n5obj14.mps.gz

8.3. Сценарии со статусом «easy»

8.3.1. Сценарий NEOS-4332801-seret

https://miplib.zib.de/WebData/instances/neos-4332801-seret.mps.gz

Список иллюстраций

| 1 | Эависимость верхней границы решения от доли ойнарных переменных, выставлен- |
|------------------|---|
| | ных в ноль. Сценарий a78cbead |
| 2 | Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставлен- |
| | ных в ноль. Сценарий 337 |
| 3 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий |
| | f398266b без бинарных переменных |
| 4 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий |
| | 50197df7 без бинарных переменных |
| 5 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий |
| | 7fac4231 без бинарных переменных |
| 6 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий |
| | са485а55 без бинарных переменных |
| 7 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 276 |
| | без бинарных переменных |
| 8 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 337 |
| | без бинарных переменных |
| 9 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий |
| | 13d686ab без бинарных переменных |
| 10 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий |
| | a78cbead без бинарных переменных |
| 11 | Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в |
| | зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий input_a78cbead. |
| | Первая и вторая фазы поиска решения |
| 12 | Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в |
| | зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий a78cbead. Третья |
| 10 | фаза поиска решения |
| 13 | Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в |
| | зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 50197df7. Третья |
| 3.4 | фаза поиска решения |
| 14 | Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в |
| | зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 7fac4231. Третья |
| | фаза поиска решения |
| \boldsymbol{C} | |
| Спис | сок таблиц |
| 1 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. |
| | Сценарий f398266b без бинарных переменных |
| 2 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. |
| | Сценарий 50197df7 без бинарных переменных |
| 3 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. |
| | Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных |
| 4 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. |
| | Сценарий са485а55 без бинарных переменных |

| 5 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. | |
|----|---|----|
| | Сценарий 276 без бинарных переменных | 19 |
| 6 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. | |
| | Сценарий 337 без бинарных переменных | 20 |
| 7 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. | |
| | Сценарий 13d686ab без бинарных переменных | 22 |
| 8 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. | |
| | Сценарий a78cbead без бинарных переменных | 23 |
| 9 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сце- | |
| | нарий a78cbead с бинарными переменными | 25 |
| 10 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сце- | |
| | нарий 7fac4231 с бинарными переменными | 27 |
| 11 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сце- | |
| | нарий 50197df7 с бинарными переменными | 28 |
| 12 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сце- | |
| | нарий f398266b с бинарными переменными | 30 |
| 13 | Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сце- | |
| | нарий 337 с бинарными переменными | 31 |

Список литературы

- 1. Иванов Конспект по обучению с подкреплением, 2022
- 2. Жерон, О. Прикладное машинное обучение с помощью Scikit-Learn и TensorFlow: конецепции, инструменты и техники для создания интеллектуальных систем. СПб.: ООО «Альфакнига», 2018.-688 с.
- 3. Soenen J. etc. The Effect of Hyperparameter Tuning on the Comparative Evaluation of Unsupervised Anomaly Detection Methods, 2021