

Пояснительная записка

Вычислительные техники решения задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке и приемы работы с решателем SCIP

Подвойский А.О., Глазунова Е.В.

Содержание

1	Ключевые термины и определения	2
2	Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения	2
2.1	Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи	2
2.2	Неединственность релаксированного решения	2
3	Общие сведения	3
3.1	Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах	3
4	Приемы поиска решения	3
4.1	Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении	3
4.2	Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности	4
4.3	Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении	5
5	Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП	6
5.1	Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях <i>без</i> бинарных переменных	6
5.1.1	Сценарий F398266B без бинарных переменных	7
5.1.2	Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных	8
5.1.3	Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных	9
5.1.4	Сценарий CA485A55 без бинарных переменных	10
5.1.5	Сценарий 276 без бинарных переменных	11
5.1.6	Сценарий 337 без бинарных переменных	12
5.1.7	Сценарий 13D686AB без бинарных переменных	12
5.1.8	Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных	13
5.2	Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях <i>с</i> бинарными переменными	14
5.2.1	Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными	16
5.2.2	Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными	17
5.2.3	Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными	18
5.2.4	Сценарий F398266B с бинарными переменными	20

6	Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы MBO	26
7	Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017	26
7.1	Сценарии со статусом «open»	26
7.1.1	Сценарий DLR2	26
7.1.2	Сценарий CVRPA-N64K9VRPI	26
7.2	Сценарии со статусом «hard»	26
7.2.1	Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14	26
7.3	Сценарии со статусом «easy»	26
7.3.1	Сценарий NEOS-4332801-seret	26
	Список иллюстраций	27
	Список таблиц	27
	Список литературы	28

1. Ключевые термины и определения

Задача линейного программирования (LP-задача) – это ...

Задача линейного программирования в частично-целочисленной постановке (MILP-задача) – это ...

2. Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения

2.1. Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи

По состоянию на 18.06.2022 г. решатель SCIP версии 8.0.0 с оберткой PySCIPOpt версий 4.0.0 и 4.2.0 для операционной системы Windows 10 *релаксированную постановку задачи* (т.е. при снятых ограничениях на целочисленность переменных) оценивает как неспособную привести к допустимому решению.

SCIP версии 7.0.3 (PySCIPOpt 3.4.0) как на операционной системе Windows 10, так и на Unix-подобных операционных системах (в частности, MacOS Monterey 12.1 и Linux Centos 7) решает задачу в релаксированной постановке корректно.

2.2. Неединственность релаксированного решения

Если эвристические приемы строятся на базе релаксированного решения задачи, важно помнить, что релаксированные решения, полученные с помощью различных решателей с точки зрения распределения значений переменных могут существенно различаться¹, не смотря на то, что во всех случаях зазор будет нулевым и целевая функция будет иметь одно и тоже значение (с оговоркой на допуск точности решателя).

¹Потому как гиперплоскость целевой функции может касаться политопа не в вершине, а по грани

3. Общие сведения

3.1. Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах

- Вычислительные эксперименты проводились на трех версиях решателя SCIP (7.0.0, 7.0.3, 8.0.0) и трех платформах: Windows 10, MacOS (Monterey 12), Linux (Centos 7). Разброс времени поиска решения для каждой конфигурации решателя оценивается минимум по 3 запускам сценария
- На текущий момент наиболее стабильные и наиболее адекватные результаты получаются
 - для ОС Linux (Centos 7) и ОС MacOS (Monterey12) на решателе SCIP версии 7.0.3 (обертка PySCIPOpt 3.4.0) и платформе Esole версии 0.7.3 , собранных для однопоточной реализации
 - для ОС Windows 10 на решателе SCIP версии 8.0.0 (обертка PySCIPOpt 4.0.0), собранном для однопоточной реализации
- Последняя доступная версия решателя SCIP 8.0.0 (PySCIPOpt 4.1.0) на MacOS (Monterey 12.1) и Linux (Centos 7) при тех же настройках, что и для SCIP версии 7.0.3, как правило, работает значительно медленнее (2.5-2.85 раза) и в большинстве случаев либо не успевает найти решение за отведенное время, либо «просаживает» целевую функцию

4. Приемы поиска решения

4.1. Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении

Часто фиксация целочисленных переменных² в релаксированном решении приводит к приемлемому допустимому целочисленному решению, которое потом можно использовать как «теплый старат» или как базовое решение для других схем фиксации.

```
ZERO = 0.0
...
relax_sol: pd.Series = read_relax_sol(path_to_relax_sol)

model = pyscipopt.Model()
model.readProblem(path_to_lp_file)
model.readParams(path_to_set_file)

all_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = model.getVars()
bin_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, BINARY)
int_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, INTEGER)

all_zero_bin_vars: t.List[
    pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
    relax_sol,
    sub_group_vars=bin_vars,
)
all_zero_int_vars: t.List[
    pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
```

²Вообще говоря, фиксировать можно не только бинарные и целочисленные переменные

```

    relax_sol,
    sub_group_vars=int_vars,
)

for var in all_zero_bin_vars + all_zero_int_vars:
    model.fixVar(var, ZERO)

model.optimize()
...

```

4.2. Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности

В некоторых случаях отдельные первичные эвристики могут оказаться не способными справиться со своей задачей, не оказывая никакого влияния на процедуру поиска решения, и все же потреблять предоставленные ресурсы.

Такие эвристики – условимся их называть первичными эвристиками низкой эффективности (ПЭНЭ) – можно выявить путем анализа статистической сводки **stat**-файла в разделе Primal Heuristics

Фрагмент файла статистической сводки 337_bin_default.stat

```

...
Primal Heuristics :   ExecTime  SetupTime      Calls      Found      Best
LP solutions      :         0.00         -         -         0         0
relax solutions   :         0.00         -         -         0         0
pseudo solutions  :         0.00         -         -         0         0
...
conflictdiving    :         0.00         0.00         0         0         0
crossover         :         0.00         0.00         0         0         0
dins              :         0.00         0.00         0         0         0
distributiondivin :         0.00         0.00         0         0         0
dualval           :         0.00         0.00         0         0         0
farkasdiving      :        2032.89         0.00         1         0         0  # <- NB
feaspump          :         882.12         0.00         1         0         0  # <- NB
fixandinfer       :         0.00         0.00         0         0         0
...
intdiving         :         0.00         0.00         0         0         0
intshifting       :         52.99         0.00         1         1         1
...

```

В данном случае ПЭНЭ являются **farkasdiving** и **feaspump**. Чтобы подавить эти эвристики при следующем запуске **SCIP**, достаточно включить следующие строки в конфигурационный файл **scip.set**³

scip.set

```

...
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
...

```

Доступ к статистической сводке можно получить либо в сессии **SCIP**, либо через одну из оберток над решателем (например, с помощью **PySCIPOpt**)

³При запуске интерактивной сессии через утилиту командной строки **scip**, решатель ищет этот файл в текущей директории и, если находит, автоматически вычитывает. При работе через **PySCIPOpt** требуется явно передавать путь до файла методу модели **readParams()**

```
...
SCIP> read file.lp
SCIP> opt
SCIP> display stat
```

```
import pyscipopt

model = pyscipopt.Model()
model.readProblem("../")
model.readParams("../")
model.optimize()

model.printStatistics()
```

4.3. Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении

Условимся *фиксацией* называть стратегию инициализации подгруппы переменных x_k (вещественных, бинарных или целочисленных), значения которых задаются на основе каких-либо эвристических соображений, например, касающихся специальных свойств матрицы ограничений, и способных в результате привести к такой постановке задачи, которую, используя механизмы первичных эвристик, сепараторов, пропагаторов и пр. можно развить в *допустимое целочисленное решение*.

Базовая идея построения *фиксации на бинарных переменных* заключается в том, чтобы значения бинарных переменных в релаксированном решении⁴ $\{r x_k^{(b)}\}_{k=1,\dots}$ интерпретировать как *степень уверенности* решателя в том, что рассматриваемую бинарную переменную можно выставить в единицу.

Если значение k -ой бинарной переменной $r x_k^{(b)}$ превосходит некоторый *порог* θ , то переменная выставляется в единицу, в противном случае – в ноль. Порог подбирается итерационно, начиная с некоторого нижнего значения θ_l (по умолчанию $\theta_l = 0$), увеличивая текущее значение порога на величину шага $\Delta\theta$ и заканчивая верхним значением порога θ_u (по умолчанию $\theta_u = 1$).

Для практических целей достаточно остановиться на наименьшем значении порога θ , который отвечает такой фиксации, которую решатель SCIP не отклоняет как неспособную привести к допустимому целочисленному решению.

Фрагмент лога решателя SCIP для случая фиксации, которую невозможно развить в допустимое целочисленное решение

```
...
SCIP Status      : problem is solved [infeasible]
Solving Time (sec) : 3.00
Solving Nodes    : 0
Primal Bound     : +1.0000000000000000e+20 (0 solutions)
Dual Bound      : +1.0000000000000000e+20
Gap              : 0.00 %
original problem has 740251 variables (2666 bin, 147789 int, 0 impl, 589796 cont) and 545350 constraints
```

⁴Верхний левый индекс « r » указывает на релаксированное значение, а верхний правый « (b) » – на то, что речь идет о бинарной переменной

После того как порог θ подобран, бинарные переменные разбиваются на две подгруппы: подгруппу бинарных переменных, выставленных в ноль $\{x_k^{(b_0)}\}$, и подгруппу бинарных переменных, выставленных в единицу $\{x_k^{(b_1)}\}$. Долю бинарных переменных, выставленных в ноль обозначим через δ_{b_0} , долю бинарных переменных, выставленных в единицу – через δ_{b_1} , а целевую функцию, найденную при заданных долях – через $f_\theta(\delta_{b_0}, \delta_{b_1})$.

В результате получаем исследовательский инструмент, который дает возможность управлять решением через подбор долей δ_{b_0} и δ_{b_1} при найденном пороге θ . Часто оказывается эффективным прием управления решением через подбор доли нулевых бинарных переменных δ_{b_0} .

Целевая функция, вычисленная при единичной доле нулевых бинарных переменных $f_\theta(\delta_{b_0} = 1)$, как правило, значительно уступает целевой функции релаксированного решения f_r . Но тем не менее это решение может быть улучшено, сокращением доли δ_{b_0} (см. рис. 1 и рис. 2).

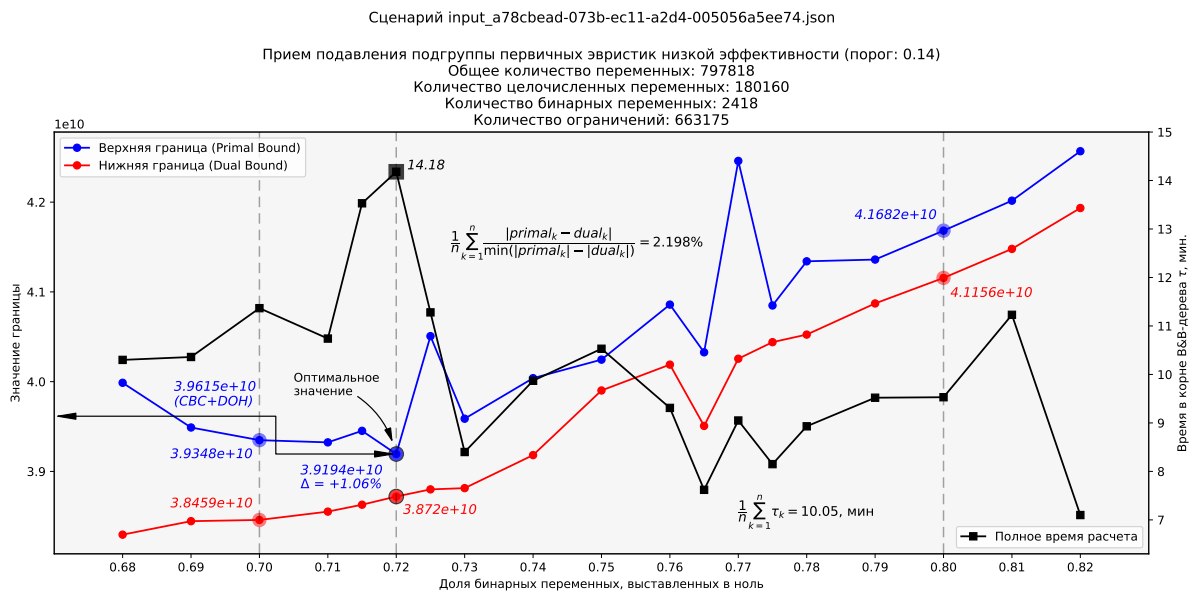


Рис. 1. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий a78cbead

Как видно из графиков, на кривой изменения верхней границы решения существует точка с наименьшим значением целевой функции $f_\theta(\delta_{b_0})$ допустимого целочисленного решения. Эта точка и будет «оптимальной» для рассматриваемого сценария.

5. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП

5.1. Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях без бинарных переменных

Метаконфигурация⁵ SUH (Suppress Useless Heuristics) процедуры поиска решения сводится к приему подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности.

⁵Под метаконфигурацией понимается совокупность конфигурации решателя и набора эвристических приемов

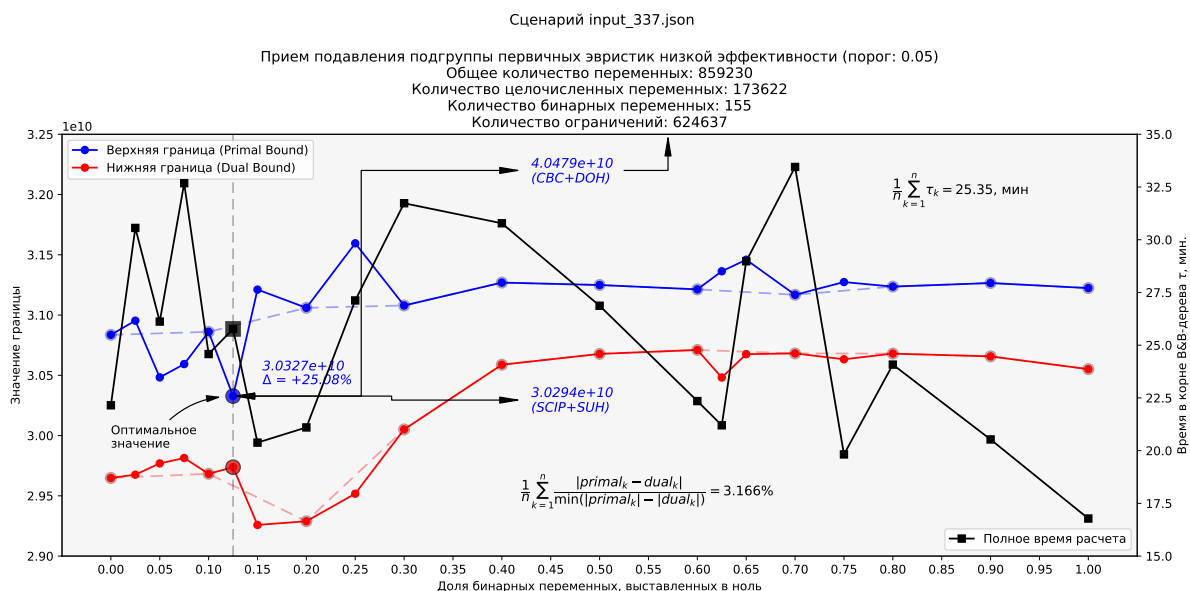


Рис. 2. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий 337

Замечание

Решение получено без доменно-ориентированных эвристик, «теплого» старта и подбора параметров решателя

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (без бинарных переменных) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП без бинарных переменных

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

5.1.1. Сценарий F398266В без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 774901

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 650263

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/o_eAb9475u5ueg

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/URRnZ8soTaJEgQ>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/N2tfhj1N6RczzA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.063% лучше в смысле целевой функции и на 10.20% – в смысле временных издержек (рис. 3).

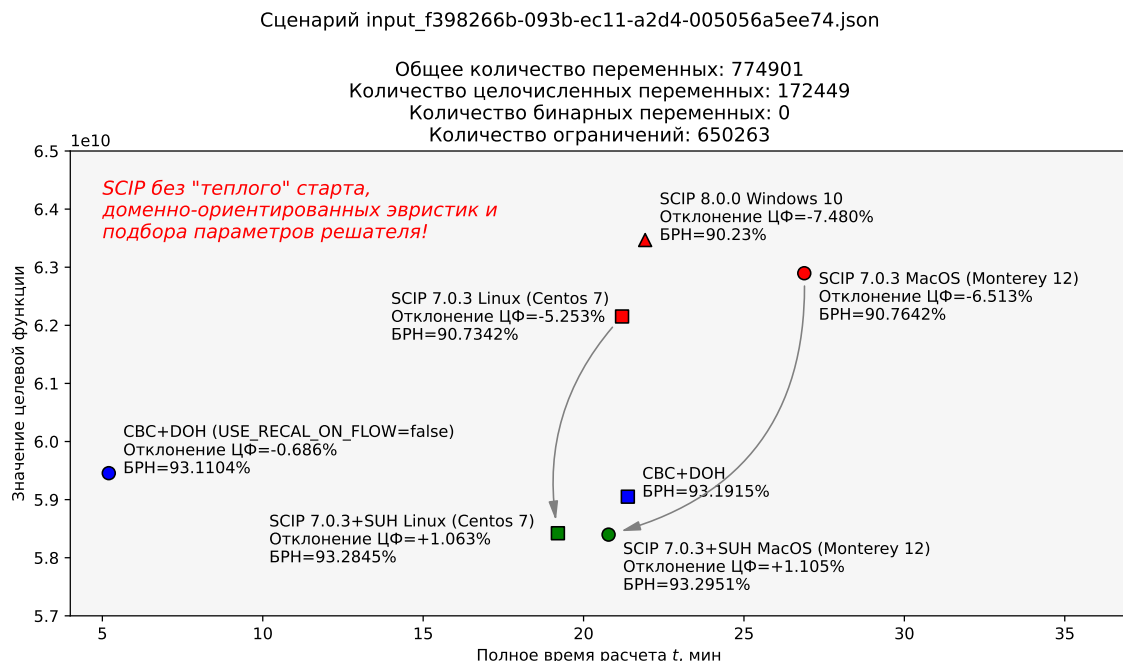


Рис. 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий f398266b без бинарных переменных

5.1.2. Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718464

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 595797

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/K0_xj9dkgUdcog

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/R4B1fkTx-nE3tg>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/BLvUmZ43vtMFKg>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.25% лучше в смысле целевой функции и на 46.43% – в смысле временных издержек (рис. 4).

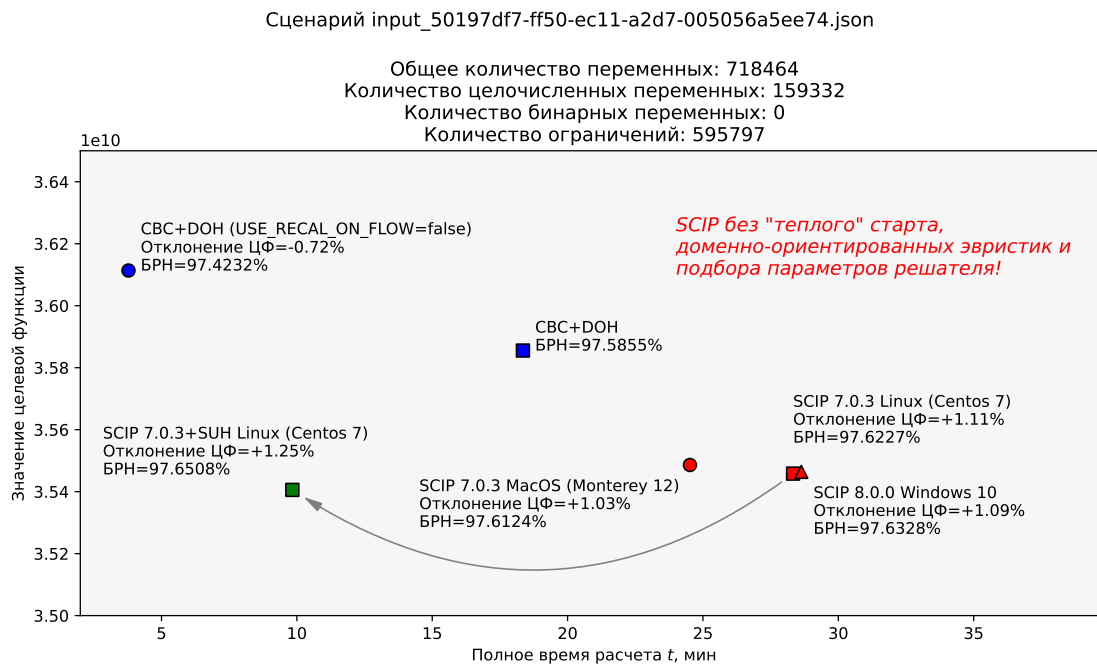


Рис. 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN.
Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

5.1.3. Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 737585

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 540018

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qiZAmraUNK1Peg>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/20NeMuQ7NF_ccA

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/QxE0HoREHzgHQQ>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 5.22% лучше в смысле целевой функции и на 27.10% – в смысле временных издержек (рис. 5).

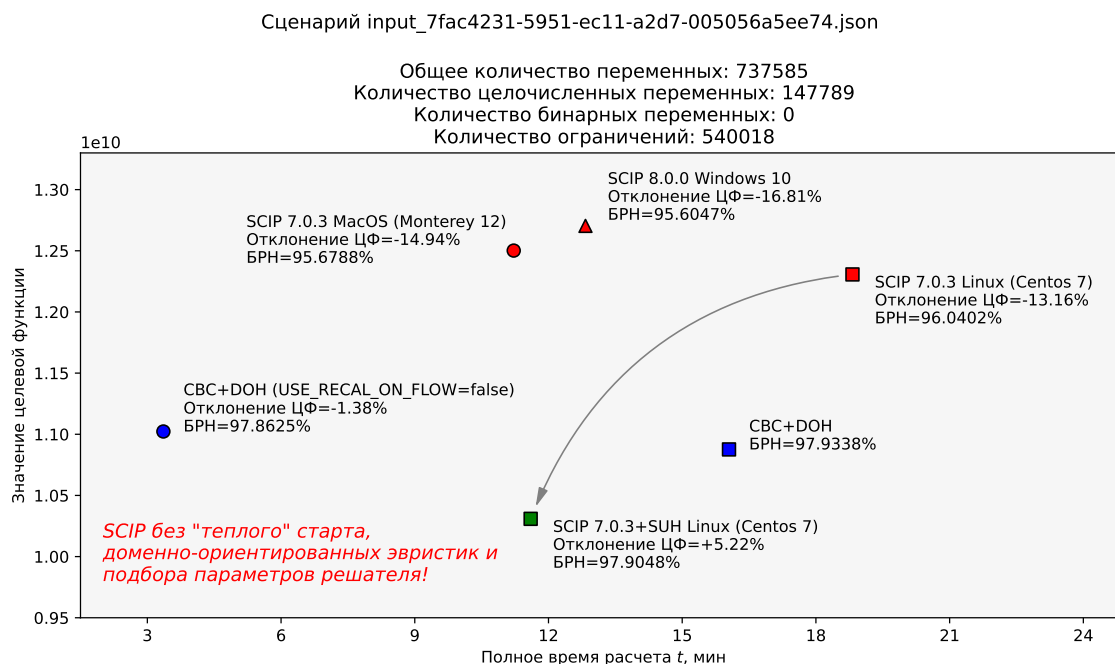


Рис. 5. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN.
Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

5.1.4. Сценарий CA485A55 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718601

Количество целочисленных переменных: 140858

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 514229

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/iSP6xrh4K_wHEQ

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/_Wzkm goueNb2Bg

Файл статистической сводки доступен по ссылке

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках

(USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 0.683% лучше в смысле целевой функции и на 46.48% – в смысле временных издержек (рис. 6).

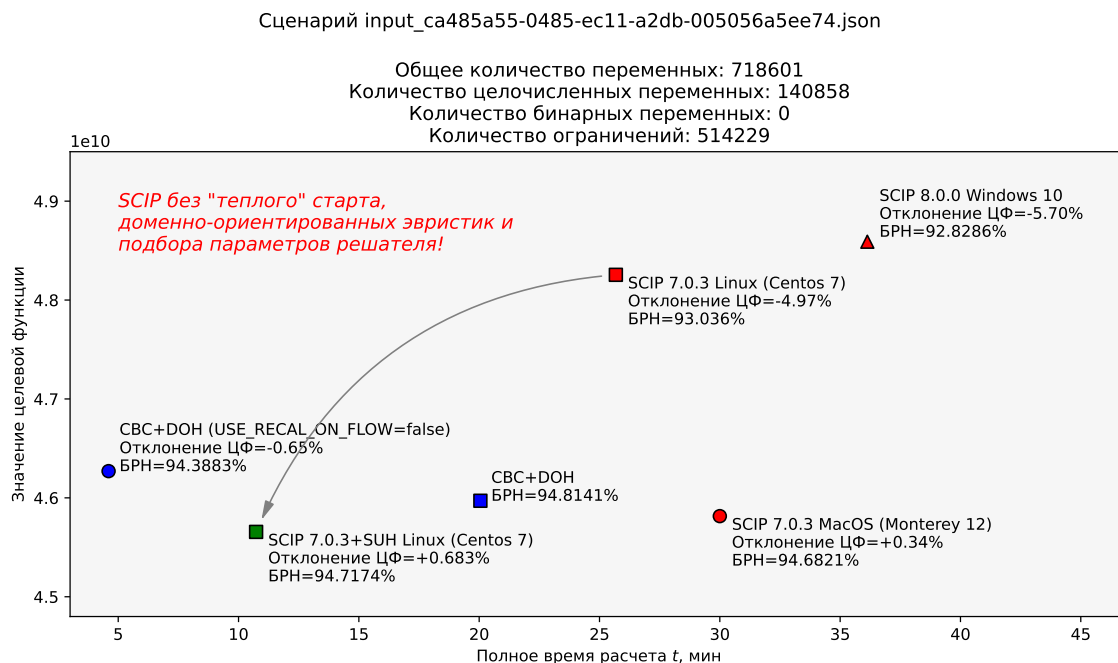


Рис. 6. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN.
 Сценарий ca485a55 без бинарных переменных

5.1.5. Сценарий 276 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 809224

Количество целочисленных переменных: 162562

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 602190

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/QaS5kd7VRZQ66A>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/M2V88djiiGM5PA>

Файл статистической сводки доступен по ссылке

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 3.67% лучше в смысле целевой функции и на 51.56% – в смысле временных издержек (рис. 7).

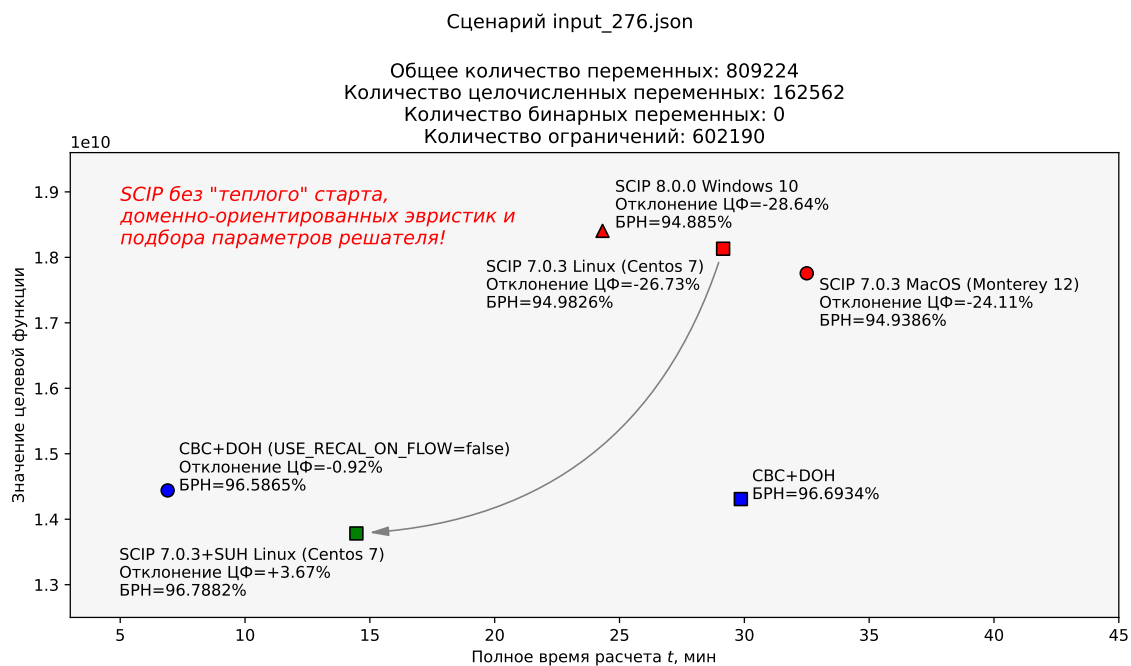


Рис. 7. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий 276 без бинарных переменных

5.1.6. Сценарий 337 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 859075

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 624327

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/keyQLAagsD7Sbw>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- o RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/ZUIEo3dDq77FjA>

Файл статистической сводки доступен по ссылке

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (OC Linux Centos 7) на 22.12% лучше в смысле целевой функции и на 18.32% – в смысле временных издержек (рис. 8).

5.1.7. Сценарий 13D686AB без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 786020

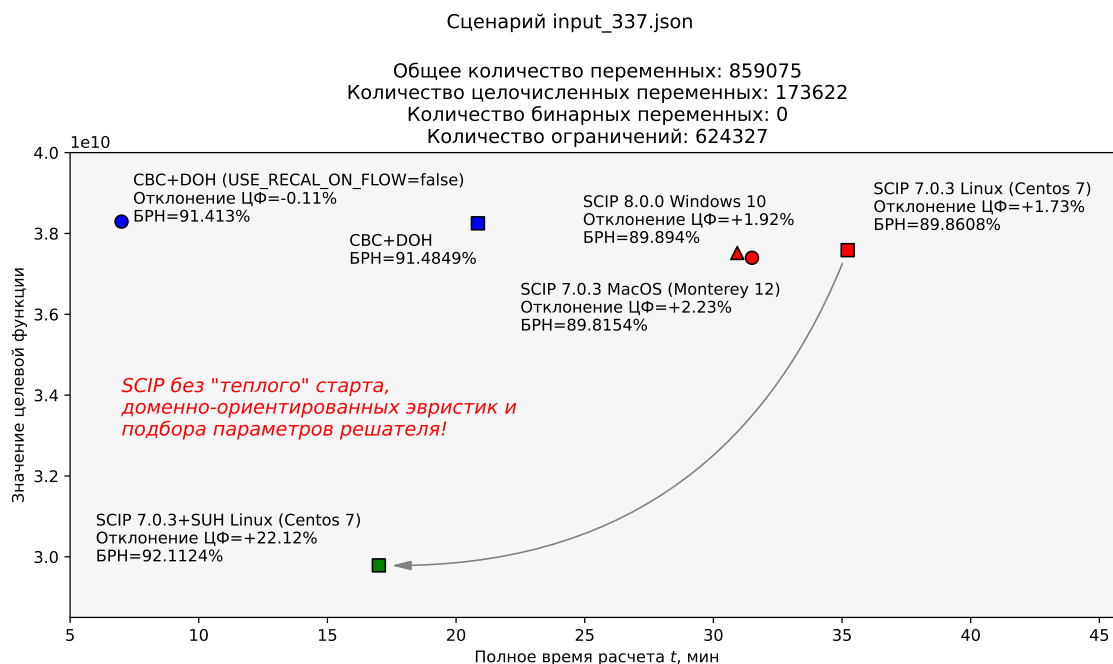


Рис. 8. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий 337 без бинарных переменных

Количество целочисленных переменных: 168857

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 598414

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/3KkYKzNl3PjGdg>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/EXylMeX6Ytz4tg>

Файл статистической сводки доступен по ссылке

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 9.40% лучше в смысле целевой функции и на 33.03% – в смысле временных издержек (рис. 9).

5.1.8. Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 795400

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 658339

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/vTPPa1H3VFD7tA>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,

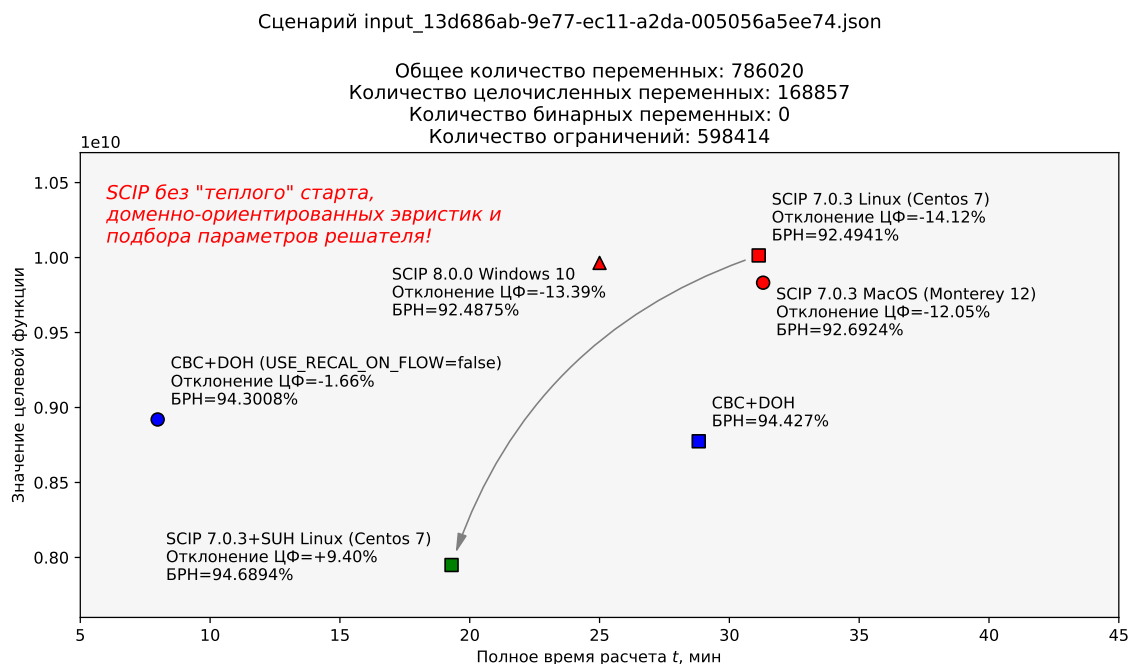


Рис. 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
 Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

о RENS.

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/fARVcHb66ToHxQ>

Файл статистической сводки доступен по ссылке

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (`USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true`) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.57% лучше в смысле целевой функции и на 23.30% – в смысле временных издержек (рис. 10).

5.2. Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях с бинарными переменными

На ранних стадиях изучения проблемы высокоразмерных сценариев с бинарными переменными, поиск решения осуществлялся в семь шагов:

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности (см. раздел 4.2),
2. При разрешении конфликтов и ветвлении⁶ отдавать предпочтение бинарным переменным,
3. Найти релаксированное решение задачи,
4. Подобрать порог бинаризации на релаксированном решении для бинарных переменных (см. раздел 4.3),
5. Зафиксировать нулевые 0-bin и единичные 1-bin бинарные переменные; подать фиксацию решателю,
6. В решении, найденном на предыдущей итерации, зафиксировать нулевые целочисленные 0-int и единичные бинарные 1-bin переменные; полученную фиксацию подать на вход решателю,

⁶К сожалению, на сценариях группы ИКП с бинарными переменными решателю SCIP не удастся найти решение в корне дерева

Сценарий input_a78cbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json

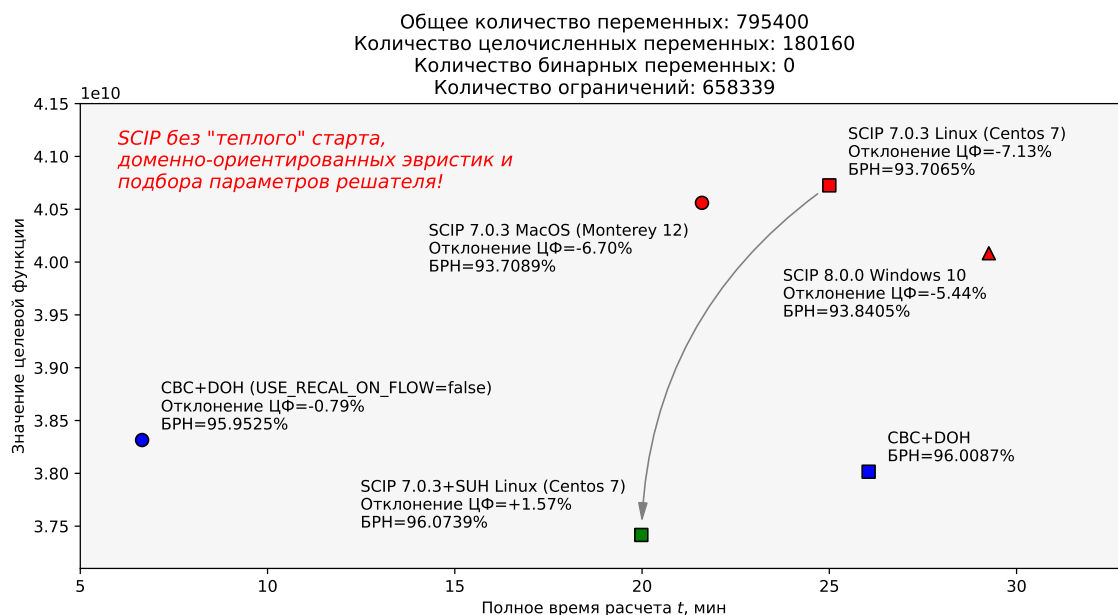


Рис. 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий a78cbead без бинарных переменных

7. В решении, полученном на предыдущей итерации, зафиксировать *нулевые бинарные 0-bin* и *целочисленные 0-int переменные*; фиксацию подать на вход решателю.

Процедура поиска оказалась чувствительной к параметру `autorestartnodes`. Графическая интерпретация результатов вычислительных экспериментов с разверткой процедуры поиска верхней границы решения во времени приведена на рис. 11, 12, 13 и 14.

Позже описанную процедуру удалось упростить и свести к следующей *метаконфигурации* FZBIVSUHPB (Fixed Zero Binary and Integer Variables, Suppress Useless Heuristics, Prefer Binary):

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности,
2. При разрешении конфликтов и ветвлении отдавать предпочтение *бинарным* переменным,
3. Зафиксировать *нулевые бинарные 0-bin* и *нулевые целочисленные 0-int переменные* в релаксированном решении (см. раздел 4.1).

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (с бинарными переменными) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП с бинарными переменными

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/autorestartnodes = -1
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# управление стратегиями анализа конфликтов и ветвления
conflict/preferbinary = True
branching/preferbinary = True

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
```

Все эксперименты проводились на виртуальной машине Linux (Centos 7) Intel Core™ i7 (8 CPUs), 3.6GHz, RAM 16Gb.

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

Кодовая база решения доступна по ссылке https://gitdp.zyfra.com/ds_and_math_users/ml-dl-in-operations-reaseearches.git

5.2.1. Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 797818

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 2418

Количество ограничений: 663175

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/JbT3KR5Yi1ZomQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING,
- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
...
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt |vars |cons |rows |cuts |sepa|confs|strbr|
dualbound | primalbound | gap | compl.
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distrib| 93 | 50k| 43k| 43k| 0 | 1 | 385 |3585 |
3.757279e+10 | 3.894342e+10 | 3.65%| 7.70%
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distrib| 93 | 50k| 43k| 43k| 0 | 1 | 385 |3585 |
3.757279e+10 | 3.894341e+10 | 3.65%| 7.70%
i1792s| 1882 | 1667 | 1011k| 297.0 | oneopt| 93 | 50k| 43k| 43k|8612 | 0 | 385 |3585 |
3.757279e+10 | 3.893993e+10 | 3.64%| 7.70%
1796s| 1900 | 1687 | 1016k| 297.0 | 3669M | 93 | 50k| 43k| 43k|8644 | 1 | 387 |3585 |
3.757279e+10 | 3.893993e+10 | 3.64%| 2.82%
L1902s| 1982 | 1769 | 1090k| 313.4 | gins| 93 | 50k| 43k| 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
3.757279e+10 | 3.875897e+10 | 3.16%| 2.83%
L1912s| 1982 | 1769 | 1090k| 313.4 | gins| 93 | 50k| 43k| 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
3.757279e+10 | 3.864257e+10 | 2.85%| 2.83%
i1920s| 1982 | 1769 | 1099k| 316.2 | oneopt| 93 | 50k| 43k| 43k|8935 | 1 | 398 |3590 |
3.757279e+10 | 3.864241e+10 | 2.85%| 2.83%
1954s| 2000 | 1787 | 1133k| 325.5 | 3731M | 93 | 50k| 43k| 43k|9004 | 1 | 398 |3591 |
3.757279e+10 | 3.864241e+10 | 2.85%| 2.83%
```

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/6FPE-S5VupA6iw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/9G-v54ywEK1TJA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.46% лучше в смысле целевой функции и на 19.64% – в смысле временных издержек (табл. 1).

В табл. 1 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Таблица 1. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий a78cbead с бинарными переменными

5.2.2. Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными

Общее количество переменных: 740251

Анализ решения

Фрагмент лога сессии SCIP

i 529s	473	442 112279	125.1	oneopt	309	41k	33k	34k 3084	1	57 3813
	1.053077e+10	1.285668e+10	22.09%	0.29%						
r 531s	474	443 120630	142.5 intshift	309	41k	33k	34k 3084	1	58 3813	
	1.053077e+10	1.197786e+10	13.74%	0.29%						
i 532s	474	373 124926	151.6	oneopt	309	41k	33k	34k 3084	1	58 3813
	1.053077e+10	1.197230e+10	13.69%	0.29%						
536s	500	399 126496	146.9	2579M	309	41k	33k	34k 3181	1	58 3822
	1.053077e+10	1.197230e+10	13.69%	0.29%						
567s	600	499 158520	175.8	2613M	309	41k	33k	34k 3641	1	60 3933
	1.053095e+10	1.197230e+10	13.69%	0.29%						
L 739s	659	554 189783	207.6	gins	309	41k	33k	34k 4060	1	62 3978
	1.053095e+10	1.191898e+10	13.18%	0.29%						
i 741s	660	555 198453	220.4	oneopt	309	41k	33k	34k 4060	1	62 3981
	1.053095e+10	1.191889e+10	13.18%	0.30%						
794s	700	595 236166	261.7	2689M	309	41k	33k	34k 4418	1	62 4010
	1.053095e+10	1.191889e+10	13.18%	0.32%						
836s	800	695 277232	280.4	2728M	309	41k	33k	34k 4757	1	64 4027
	1.053219e+10	1.191889e+10	13.17%	0.32%						
L 967s	860	693 295017	281.5 crossove	309	41k	33k	34k 5000	1	64 4059	
	1.053219e+10	1.154287e+10	9.60%	0.32%						
i 968s	860	693 300734	288.1	oneopt	309	41k	33k	34k 5000	1	64 4059
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.32%						
990s	900	733 312921	288.9	2793M	309	41k	33k	34k 5288	1	64 4139
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.33%						
1042s	1000	823 346085	293.2	2816M	309	41k	33k	34k 5725	1	65 4281
	1.053219e+10	1.154284e+10	9.60%	0.33%						
L1083s	1003	826 347173	293.4	alns	309	41k	33k	34k 5747	2	65 4284
	1.053219e+10	1.153273e+10	9.50%	0.33%						
i1084s	1004	827 352908	298.8	oneopt	309	41k	33k	34k 5747	1	65 4284
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	0.33%						
1113s	1100	699 373504	291.4	2860M	309	41k	33k	34k 6055	3	65 4323
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	0.44%						
1140s	1	0 419115	-	3039M	0	41k	34k	34k 0 0	65 4323	
	1.053219e+10	1.118743e+10	6.22%	unknown						

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/TmA6hqFV87eGTg>

Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/CsGV_oal40Tx0Q

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 3.38% лучше в смысле целевой функции и на 33.07% – в смысле временных издержек (табл. 2).

В табл. 2 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

5.2.3. Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 720954

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 2490

Таблица 2. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий 7fac4231 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	27.00	1.157865
SCIP+MC (a)	18.05 +33.15%	1.153273 +0.40%
SCIP+MC (b)	18.07 +33.07%	1.118743 +3.38%

Количество ограничений: 600777

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qWeSKb2WEs6kQA>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

...	time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr
	dualbound		primalbound		gap		compl.							
r 836s	963	948	155676	53.5	intshift	409	41k	34k	35k	4367	1	69	7354	
	3.554610e+10	3.676991e+10	3.44%	unknown										
i 836s	964	947	155676	53.5	oneopt	409	41k	34k	35k	4367	0	69	7354	
	3.554610e+10	3.676497e+10	3.43%	unknown										
846s	1000	985	157559	53.4	2577M	409	41k	34k	35k	4396	1	69	7444	
	3.554610e+10	3.676497e+10	3.43%	unknown										
L 885s	1064	1049	157869	50.5	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484	
	3.554610e+10	3.659894e+10	2.96%	unknown										
L 931s	1064	1049	157869	50.5	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484	
	3.554610e+10	3.656967e+10	2.88%	unknown										
i 962s	1064	1049	161589	54.0	oneopt	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484	
	3.554610e+10	3.656967e+10	2.88%	unknown										
969s	1100	1085	161769	52.4	2620M	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7532	
	3.554610e+10	3.656967e+10	2.88%	unknown										
L 988s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557	
	3.554610e+10	3.630031e+10	2.12%	unknown										
L 993s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557	
	3.554610e+10	3.625804e+10	2.00%	unknown										
L1000s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557	
	3.554610e+10	3.623675e+10	1.94%	unknown										

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/2_FDqS70q0UBqA

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/SkRLoRYzQDI-Aw>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.87% лучше в смысле целевой функции и на 36.08% – в смысле временных издержек (табл. 3).

В табл. 3 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не пре-

вышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (*b*) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных. Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий 50197df7 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	28.27	3.730552
SCIP+MC (a)	13.93 +50.73%	3.676991 +1.44%
SCIP+MC (b)	18.07 +36.08%	3.623675 +2.87%

5.2.4. Сценарий F398266В с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 777271

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 2370

Количество ограничений: 655003

Ир-файл: <https://disk.yandex.ru/d/4YFYJSB1I1wsmQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTION DIVING,
- ONEOPT,
- CROSSOVER.

Фрагмент лога сессии SCIP

[illegible]

L1892s	634	635 704819	922.5	crossove	55	59k	48k	49k 5448	2	41 1433
	5.858028e+10	6.021605e+10	2.79%	unknown						
i1895s	634	635 715376	939.1	oneopt	55	59k	48k	49k 5448	2	41 1433
	5.858028e+10	6.021603e+10	2.79%	unknown						
1952s	700	701 770566	929.4	3457M	63	59k	48k	49k 5644	1	50 1442
	5.858050e+10	6.021603e+10	2.79%	unknown						
2095s	800	801 879949	950.0	3489M	65	59k	48k	49k 5964	1	62 1476
	5.858065e+10	6.021603e+10	2.79%	unknown						

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/KXzdrUx6TZbXEw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/FEroaFsr5zbkja>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 0.97% лучше в смысле целевой функции и на 56.24% – в смысле временных издержек (табл. 4).

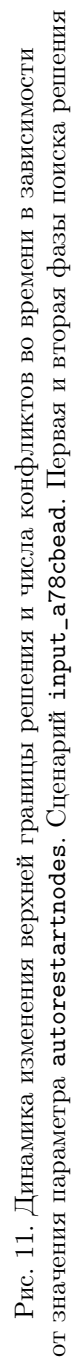
В табл. 4 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий f398266b с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	72.17	6.080841
SCIP+MC (a)	19.38 +73.15%	6.054807 +0.43%
SCIP+MC (b)	31.58 +56.24%	6.021603 +0.97%

Количество ограничений: 663175



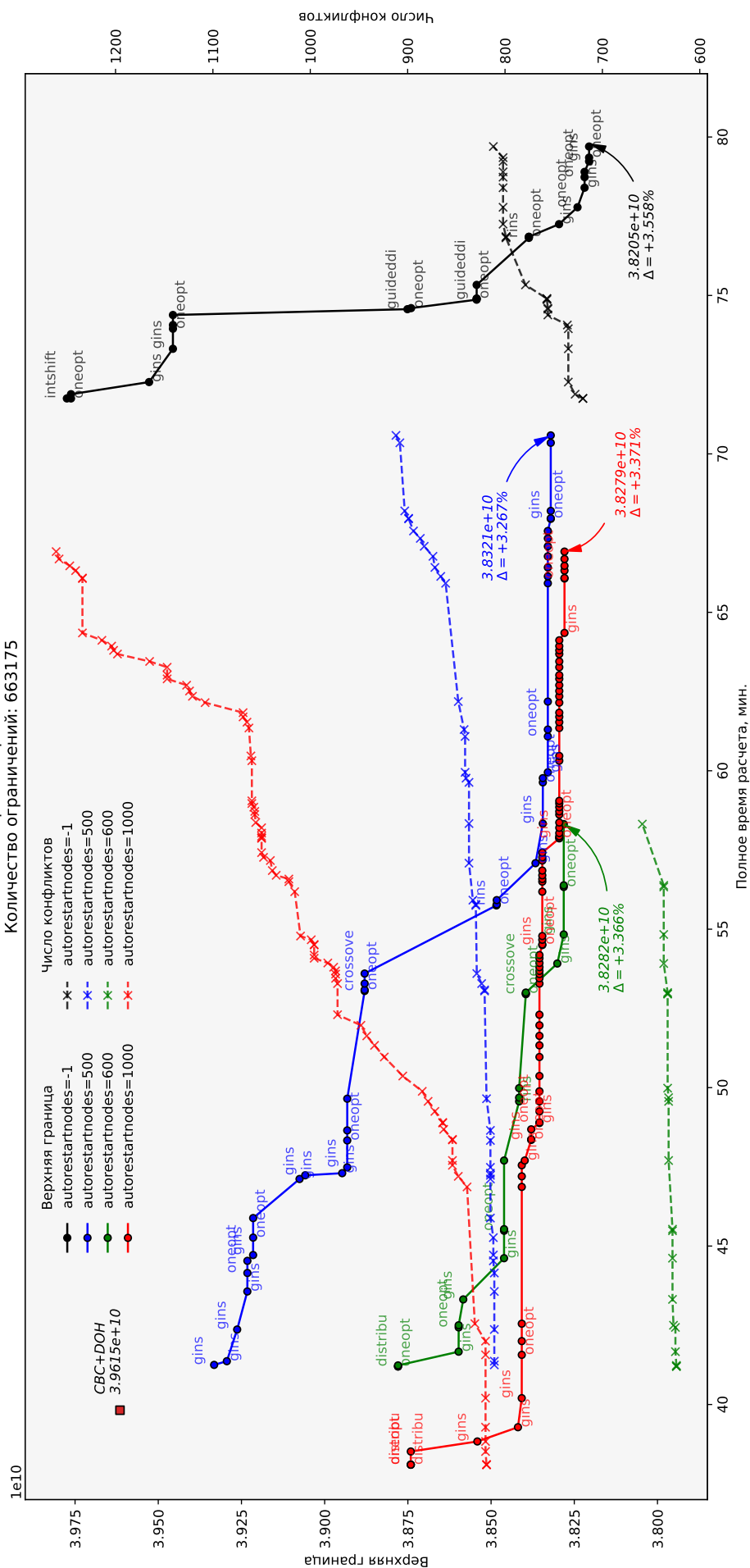


Рис. 12. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра `autorestartnodes`. Сценарий `a78cbead`. Третья фаза поиска решения

Сценарий input_50197df7-ff50-es11-a2d7-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

Порог бинаризации: 0.151, релаксированное решение: СОРТ

Общее количество переменных: 720954

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 2490

Количество ограничений: 600777

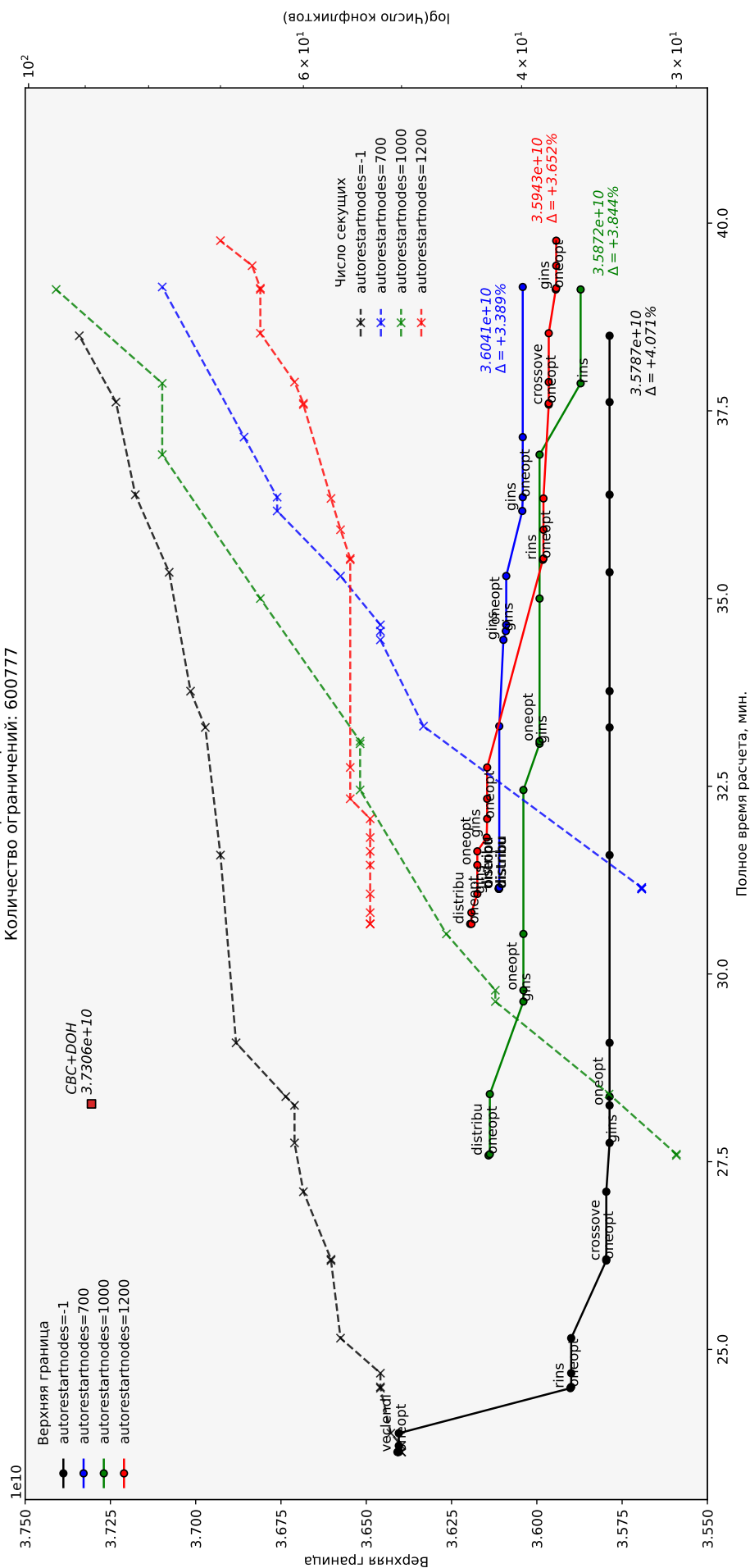
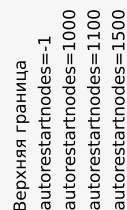


Рис. 13. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 50197df7. Третья фаза поиска решения

Количество ограничений: 545350



Стр. 25 из 28

6. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы МВО

7. Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017

7.1. Сценарии со статусом «open»

7.1.1. Сценарий DLR2

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/dlr2.mps.gz>

7.1.2. Сценарий CVRPA-N64K9VRPI

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cvrpa-n64k9vrpi.mps.gz>

7.2. Сценарии со статусом «hard»

7.2.1. Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cryptanalysiskb128n5obj14.mps.gz>

7.3. Сценарии со статусом «easy»

7.3.1. Сценарий NEOS-4332801-seret

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/neos-4332801-seret.mps.gz>

Список иллюстраций

1	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий <code>a78cbead</code>	6
2	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий <code>337</code>	7
3	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>f398266b</code> без бинарных переменных	8
4	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>50197df7</code> без бинарных переменных	9
5	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>7fac4231</code> без бинарных переменных	10
6	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>ca485a55</code> без бинарных переменных	11
7	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>276</code> без бинарных переменных	12
8	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>337</code> без бинарных переменных	13
9	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>13d686ab</code> без бинарных переменных	14
10	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>SUN</code> . Сценарий <code>a78cbead</code> без бинарных переменных	15
11	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>input_a78cbead</code> . Первая и вторая фазы поиска решения	22
12	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>a78cbead</code> . Третья фаза поиска решения	23
13	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>50197df7</code> . Третья фаза поиска решения	24
14	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>7fac4231</code> . Третья фаза поиска решения	25

Список таблиц

1	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>FZBIVSUNPB</code> . Сценарий <code>a78cbead</code> с бинарными переменными	17
2	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>FZBIVSUNPB</code> . Сценарий <code>7fac4231</code> с бинарными переменными	19
3	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>FZBIVSUNPB</code> . Сценарий <code>50197df7</code> с бинарными переменными	20
4	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации <code>FZBIVSUNPB</code> . Сценарий <code>f398266b</code> с бинарными переменными	21

Список литературы

1. *Иванов* Конспект по обучению с подкреплением, 2022