

Пояснительная записка

Вычислительные техники решения задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке и приемы работы с решателем SCIP

Подвойский А.О., Глазунова Е.В.

Содержание

1	Ключевые термины и определения	2
2	Ключевые компоненты платформы SCIP	2
2.1	Решатель SCIP. Общие сведения	2
2.1.1	Установка решателя SCIP	3
2.1.2	Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке <code>scip</code>	3
2.1.3	Приемы работы с решателем SCIP через обертку <code>PySCIPOpt</code>	3
2.2	Декомпозиционный решатель GCG. Общие сведения	3
2.2.1	Установка решателя GCG	3
2.2.2	Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке <code>gcg</code>	3
2.2.3	Приемы работы с решателем GCG через обертку <code>PyGCGOpt</code>	4
3	Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения	4
3.1	Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи	4
3.2	Неединственность релаксированного решения	4
3.3	Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах	5
4	Приемы поиска решения	5
4.1	Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении	5
4.2	Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности	6
4.3	Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении	7
4.4	Методы машинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации	8
4.4.1	Постановка задачи	8
4.4.2	Стратегии решения задачи	9
4.4.3	Концепт матрицы признакового описания бинарных и целочисленных переменных	10
5	Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП	11
5.1	Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях без бинарных переменных	11
5.1.1	Сценарий F398266B без бинарных переменных	12
5.1.2	Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных	12

5.1.3	Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных	14
5.1.4	Сценарий CA485A55 без бинарных переменных	16
5.1.5	Сценарий 276 без бинарных переменных	16
5.1.6	Сценарий 337 без бинарных переменных	18
5.1.7	Сценарий 13D686AB без бинарных переменных	19
5.1.8	Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных	20
5.2	Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях с бинарными переменными	22
5.2.1	Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными	23
5.2.2	Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными	24
5.2.3	Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными	26
5.2.4	Сценарий F398266B с бинарными переменными	27
5.2.5	Сценарий 337 с бинарными переменными	28
6	Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы MBO	35
7	Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017	35
7.1	Сценарии со статусом «open»	35
7.1.1	Сценарий DLR2	35
7.1.2	Сценарий CVRPA-N64K9VRPI	35
7.2	Сценарии со статусом «hard»	35
7.2.1	Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14	35
7.3	Сценарии со статусом «easy»	35
7.3.1	Сценарий NEOS-4332801-seret	35
	Список иллюстраций	36
	Список таблиц	37
	Список литературы	37

1. Ключевые термины и определения

Задача линейного программирования (LP-задача) – это ...

Задача линейного программирования в частично-целочисленной постановке (MILP-задача) – это ...

2. Ключевые компоненты платформы SCIP

2.1. Решатель SCIP. Общие сведения

SCIP (Solving Constraint Integer Programs) <https://www.scipopt.org/> – решатель, предназначенный для решения задач *линейного* и *нелинейного* программирования в частично-целочисленной постановке.

2.1.1. Установка решателя SCIP

Решатель проще всего установить вместе с оберткой PySCIPOpt <https://github.com/scipopt/PySCIPOpt> с помощью менеджеров pip или conda

```
$ pip install pyscipopt
$ conda install -c conda-forge pyscipopt
```

2.1.2. Приемы работы с решателем SCIP в интерактивной оболочке scip

2.1.3. Приемы работы с решателем SCIP через обертку PySCIPOpt

Работа над задачей начинается с создания пустого экземпляра модели

```
import pyscipopt

model = pyscipopt.Model()
```

На созданном экземпляре можно вызывать методы чтения модели, конфигурационного файла параметров решателя и т.д.

```
model.readProblem("./problem.lp")
model.readParams("./scip.set")
...
```

2.2. Декомпозиционный решатель GCG. Общие сведения

GCG <https://gcg.or.rwth-aachen.de/#about> – это универсальный декомпозиционный решатель для задач линейного программирования в частично-целочисленной постановке, расширяющий возможности базового решателя SCIP.

Он выявляет структуры в модели, к которым могут быть применены *переформулировка Данцига-Вольфе* или *декомпозиция Бендера*.

Модифицированная постановка задачи (после переформулировки Данцига-Вольфе) решается с помощью обобщения метода ветвей-и-границ, а именно с помощью метода ветвей-штрафов-секущих (branch-price-and-cut), включающего различные механизмы поиска решения – превичные эвристики, стратегии ветвления, стратегии стабилизации, стратегии назначения штрафов и пр.

2.2.1. Установка решателя GCG

Проще всего решатель установить вместе с оберткой PyGCGOpt <https://github.com/scipopt/PyGCGOpt> с помощью менеджера пакетов conda

```
$ conda install -c conda-forge pygcgopt
```

2.2.2. Приемы работы с решателем GCG в интерактивной оболочке gcg

Прочитать постановку задачи

```
GCG> read problem.lp
```

Запустить процедуру редуцирования размерности

```
GCG> presolve
```

Запустить процедуру поиска структур в матрице ограничений

```
GCG> detect
```

Записать постановку задачи сниженной размерности для gnuplot

```
GCG> write problem problem_reduced.gp
```

Фрагмент gp-файла

```
set encoding utf8
set terminal pdf
set output "problem_reduced.pdf"
set xrange [-1:506441]
set yrange[347788:-1]
set object 1 rect from 0,0 to 506441,183384 fc rgb "#1340C7"
set object 3 rect from 163304,183384 to 163306,183385 fc rgb "#718CDB"
set object 4 rect from 163306,183385 to 163308,183386 fc rgb "#718CDB"
set object 5 rect from 163308,183386 to 163310,183387 fc rgb "#718CDB"
set object 6 rect from 163310,183387 to 163312,183388 fc rgb "#718CDB"
set object 7 rect from 163312,183388 to 163314,183389 fc rgb "#718CDB"
set object 8 rect from 163314,183389 to 163316,183390 fc rgb "#718CDB"
set object 9 rect from 163316,183390 to 163318,183391 fc rgb "#718CDB"
set object 10 rect from 163318,183391 to 163320,183392 fc rgb "#718CDB"
set object 11 rect from 163320,183392 to 163322,183393 fc rgb "#718CDB"
...
```

Создать pdf-файл декомпозиции задачи после шага снижения размерности

```
$ gnuplot problem_reduced.gp
```

2.2.3. Приемы работы с решателем GCG через обертку PyGCGOpt

3. Выявленные баги SCIP и тонкости процедуры поиска решения

3.1. Недопустимое решение для релаксированной постановки задачи

По состоянию на 18.06.2022 г. решатель SCIP версии 8.0.0 с оберткой PySCIPOpt версий 4.0.0 и 4.2.0 для операционной системы Windows 10 *релаксированную постановку задачи* (т.е. при снятых ограничениях на целочисленность переменных) оценивает как неспособную привести к допустимому решению.

SCIP версии 7.0.3 (PySCIPOpt 3.4.0) как на операционной системе Windows 10, так и на Unix-подобных операционных системах (в частности, MacOS Monterey 12.1 и Linux Centos 7) решает задачу в релаксированной постановке корректно.

3.2. Неединственность релаксированного решения

Если эвристические приемы строятся на базе релаксированного решения задачи, важно помнить, что релаксированные решения, полученные с помощью различных решателей с точки зрения распределения значений переменных могут существенно различаться¹, не смотря на то, что во всех случаях зазор будет нулевым и целевая функция будет иметь одно и тоже значение (с оговоркой на допуск точности решателя).

¹Потому как гиперплоскость целевой функции может касаться политопа не в вершине, а по грани

3.3. Замечание о стабильности работы решателя SCIP на различных операционных системах

- Вычислительные эксперименты проводились на трех версиях решателя SCIP (7.0.0, 7.0.3, 8.0.0) и трех платформах: Windows 10, MacOS (Monterey 12), Linux (Centos 7). Разброс времени поиска решения для каждой конфигурации решателя оценивается минимум по 3 запускам сценария
- На текущий момент наиболее стабильные и наиболее адекватные результаты получаются
 - для ОС Linux (Centos 7) и ОС MacOS (Monterey12) на решателе SCIP версии 7.0.3 (обертка PySCIPOpt 3.4.0) и платформе Ecolib версии 0.7.3, собранных для однопоточной реализации
 - для ОС Windows 10 на решателе SCIP версии 8.0.0 (обертка PySCIPOpt 4.0.0), собранном для однопоточной реализации
- Последняя доступная версия решателя SCIP 8.0.0 (PySCIPOpt 4.1.0) на MacOS (Monterey 12.1) и Linux (Centos 7) при тех же настройках, что и для SCIP версии 7.0.3, как правило, работает значительно медленнее (2.5-2.85 раза) и в большинстве случаев либо не успевает найти решение за отведенное время, либо «просаживает» целевую функцию

4. Приемы поиска решения

4.1. Прием фиксации бинарно-целочисленных переменных в релаксированном решении

Часто фиксация целочисленных переменных² в релаксированном решении приводит к приемлемому допустимому целочисленному решению, которое потом можно использовать как «теплый старт» или как базовое решение для других схем фиксации.

```
ZERO = 0.0
...
relax_sol: pd.Series = read_relax_sol(path_to_relax_sol)

model = pyscipopt.Model()
model.readProblem(path_to_lp_file)
model.readParams(path_to_set_file)

all_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = model.getVars()
bin_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, BINARY)
int_vars: t.List[pyscipopt.scip.Variable] = extract_vars_set_type(all_vars, INTEGER)

all_zero_bin_vars: t.List[
    pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
    relax_sol,
    sub_group_vars=bin_vars,
)
all_zero_int_vars: t.List[
    pyscipopt.scip.Variable
] = extract_from_relax_sol_zero_vars(
    relax_sol,
    sub_group_vars=int_vars,
```

²Вообще говоря, фиксировать можно не только бинарные и целочисленные переменные

```
)

for var in all_zero_bin_vars + all_zero_int_vars:
    model.fixVar(var, ZERO)

model.optimize()
...
```

4.2. Прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности

В некоторых случаях отдельные первичные эвристики могут оказаться не способными справиться со своей задачей, не оказывая никакого влияния на процедуру поиска решения, и все же потреблять предоставленные ресурсы.

Такие эвристики – условимся их называть первичными эвристиками низкой эффективности (ПЭНЭ) – можно выявить путем анализа статистической сводки `stat`-файла в разделе `Primal Heuristics`

Фрагмент файла статистической сводки `337_bin_default.stat`

```
...
Primal Heuristics :   ExecTime   SetupTime       Calls       Found       Best
LP solutions      :         0.00           -           -           0           0
relax solutions   :         0.00           -           -           0           0
pseudo solutions  :         0.00           -           -           0           0
...
conflictdiving    :         0.00         0.00           0           0           0
crossover         :         0.00         0.00           0           0           0
dins              :         0.00         0.00           0           0           0
distributiondivin:         0.00         0.00           0           0           0
dualval           :         0.00         0.00           0           0           0
farkasdiving      :        2032.89         0.00           1           0           0 # <- NB
feaspump          :         882.12         0.00           1           0           0 # <- NB
fixandinfer       :         0.00         0.00           0           0           0
...
intdiving         :         0.00         0.00           0           0           0
intshifting       :         52.99         0.00           1           1           1
...
```

В данном случае ПЭНЭ являются `farkasdiving` и `feaspump`. Чтобы подавить эти эвристики при следующем запуске `SCIP`, достаточно включить следующие строки в конфигурационный файл `scip.set`³

`scip.set`

```
...
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
...
```

Доступ к статистической сводке можно получить либо в сессии `SCIP`, либо через одну из оберток над решателем (например, с помощью `PySCIPOpt`)

Фрагмент сессии `scip`. Получение статистической сводки

³При запуске интерактивной сессии через утилиту командной строки `scip`, решатель ищет этот файл в текущей директории и, если находит, автоматически вычитывает. При работе через `PySCIPOpt` требуется явно передавать путь до файла методу модели `readParams()`

```
...
SCIP> read file.lp
SCIP> opt
SCIP> display stat
```

Получение статистической сводки через обертку PySCIPOpt

```
import pyscipopt

model = pyscipopt.Model()
model.readProblem("...")
model.readParams("...")
model.optimize()

model.printStatistics()
```

4.3. Прием подбора порога бинаризации для бинарных переменных в релаксированном решении

Условимся *фиксацией* называть стратегию инициализации подгруппы переменных x_k (вещественных, бинарных или целочисленных), значения которых задаются на основе каких-либо эвристических соображений, например, касающихся специальных свойств матрицы ограничений, и способных в результате привести к такой постановке задачи, которую, используя механизмы первичных эвристик, сепараторов, пропагаторов и пр. можно развить в *допустимое целочисленное решение*.

Базовая идея построения *фиксации на бинарных переменных* заключается в том, чтобы значения бинарных переменных в релаксированном решении⁴ $\{r x_k^{(b)}\}_{k=1,\dots}$ интерпретировать как *степень уверенности* решателя в том, что рассматриваемую бинарную переменную можно выставить в единицу.

Если значение k -ой бинарной переменной $r x_k^{(b)}$ превосходит некоторый *порог* θ , то переменная выставляется в единицу, в противном случае – в ноль. Порог подбирается итерационно, начиная с некоторого нижнего значения θ_l (по умолчанию $\theta_l = 0$), увеличивая текущее значение порога на величину шага $\Delta\theta$ и заканчивая верхним значением порога θ_u (по умолчанию $\theta_u = 1$).

Для практических целей достаточно остановиться на наименьшем значении порога θ , который отвечает такой фиксации, которую решатель SCIP не отклоняет как неспособную привести к допустимому целочисленному решению.

Фрагмент лога решателя SCIP для случая фиксации, которую невозможно развить в допустимое целочисленное решение

```
...
SCIP Status      : problem is solved [infeasible]
Solving Time (sec) : 3.00
Solving Nodes    : 0
Primal Bound     : +1.0000000000000000e+20 (0 solutions)
Dual Bound      : +1.0000000000000000e+20
Gap              : 0.00 %
original problem has 740251 variables (2666 bin, 147789 int, 0 impl, 589796 cont) and 545350 constraints
...
```

⁴Верхний левый индекс « r » указывает на релаксированное значение, а верхний правый « (b) » – на то, что речь идет о бинарной переменной

После того как порог θ подобран, бинарные переменные разбиваются на две подгруппы: подгруппу бинарных переменных, выставленных в ноль $\{x_k^{(b_0)}\}$, и подгруппу бинарных переменных, выставленных в единицу $\{x_k^{(b_1)}\}$. Долю бинарных переменных, выставленных в ноль обозначим через δ_{b_0} , долю бинарных переменных, выставленных в единицу – через δ_{b_1} , а целевую функцию, найденную при заданных долях – через $f_\theta(\delta_{b_0}, \delta_{b_1})$.

В результате получаем исследовательский инструмент, который дает возможность управлять решением через подбор долей δ_{b_0} и δ_{b_1} при найденном пороге θ . Часто оказывается эффективным прием управления решением через подбор доли нулевых бинарных переменных δ_{b_0} .

Целевая функция, вычисленная при единичной доле нулевых бинарных переменных $f_\theta(\delta_{b_0} = 1)$, как правило, значительно уступает целевой функции релаксированного решения f_r . Но тем не менее это решение может быть улучшено, сокращением доли δ_{b_0} (см. рис. 1 и рис. 2).

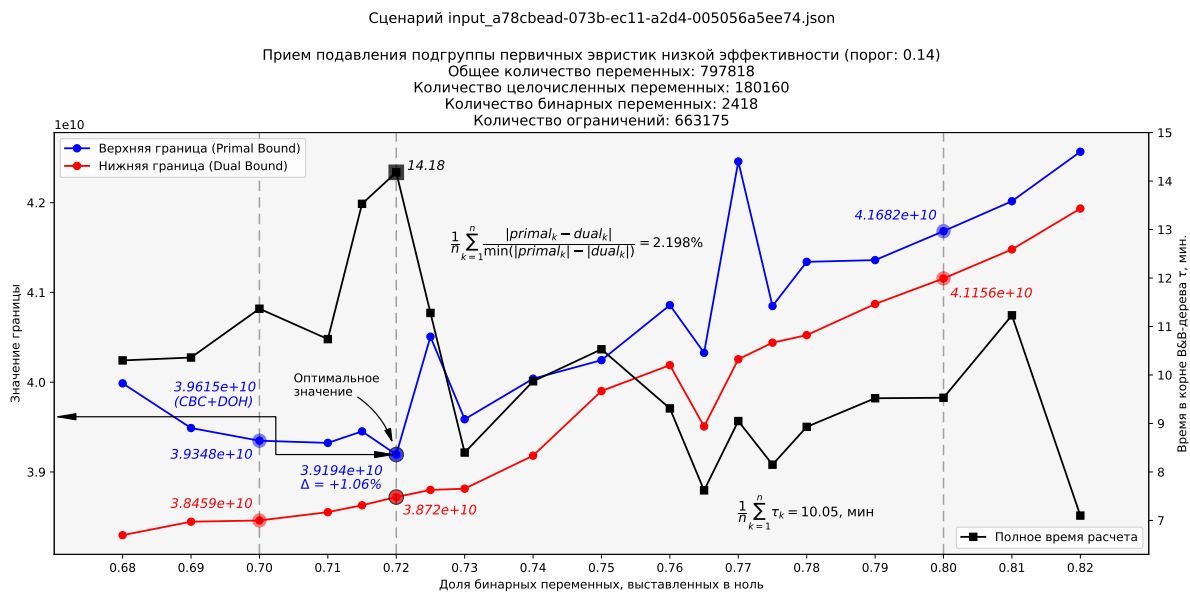


Рис. 1. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий a78cbead

Как видно из графиков, на кривой изменения верхней границы решения существует точка с наименьшим значением целевой функции $f_\theta(\delta_{b_0})$ допустимого целочисленного решения. Эта точка и будет «оптимальной» для рассматриваемого сценария.

4.4. Методы машинного обучения в задачах комбинаторной оптимизации

4.4.1. Постановка задачи

Цель: Разработать процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях для сценариев с матрицей ограничений произвольной структуры.

Вход: произвольная матрица ограничений⁵.

Выход: набор бинарных и целочисленных переменных, фиксация которых в ноль с высокой вероятностью приведет к допустимому целочисленному решению.

База: частично-заданное решение, построенное на фиксациях нулевых бинарных и целочисленных переменных в релаксированном решении.

⁵Предполагается, что матрица ограничений имеет низкую меру обусловленности

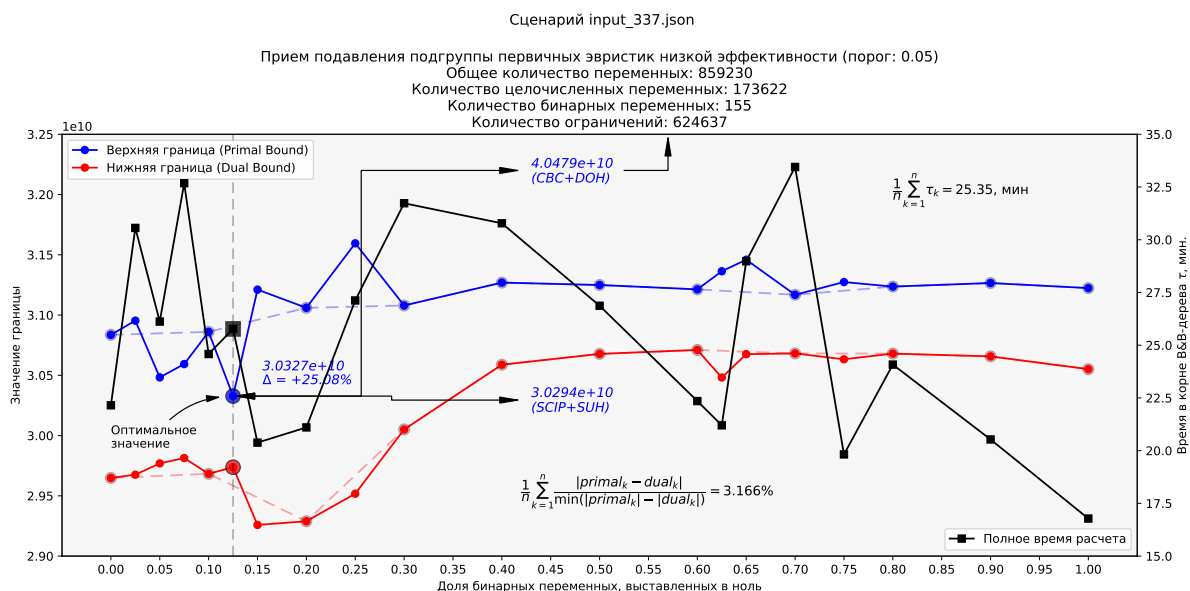


Рис. 2. Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий 337

4.4.2. Стратегии решения задачи

Стратегия №1 С помощью техник t-SNE и LLE найти низкоразмерное представление бинарно-целочисленных переменных. Оценить пермутационную важность признаков и важность признаков по Шепли.

Оценить меру схожести *релаксированного решения* $r\{x_k\}_{k=1}^M$ и *допустимого целочисленного решения* $f\{x_k\}_{k=1}^M$, например, с помощью коэффициента Отиаи⁶

$$K = \left[\frac{\#\{x_k\} \cap \{x_k\}}{M} \right]^2, \quad K \in [0, 1],$$

где $r\{x_k\}$ – набор значений переменных в релаксированном решении; $f\{x_k\}$ – набор значений переменных в допустимом решении; $\#x \cap y$ – количество переменных на пересечении решений x и y ; M – количество переменных в сценарии.

Если релаксированное решение и допустимое целочисленное не пересекаются, то есть не имеют переменных с одним и тем же значением, то очевидно коэффициент Отиаи равен нулю. Если же решения пересекаются по всем переменным, то коэффициент становится равным единице.

Задачу построения частично-заданного решения на фиксациях предлагается свести к задаче обнаружения аномалий в данных. Бинарные и целочисленные переменные, которые могут быть зафиксированы в ноль будем считать «штатным» режимом, а бинарные и целочисленные переменные, которые не могут – аномалиями. Другими словами, задача сводится к отысканию бинарных и целочисленных переменных, которые не могут быть зафиксированы в ноль. Такие «аномальные» экземпляры остаются без рекомендуемого значения для фиксации, а оставшиеся нулевые «штатные» бинарные и целочисленные переменные фиксируются в ноль и на этом процедура построения частично-заданного решения считается завершенной.

⁶https://en.wikipedia.org/wiki/Cosine_similarity

Для повышения надежности прогноза предлагается использовать ансамбль детекторов аномалий. Решение о фиксации бинарной или целочисленной переменной в ноль принимается на основании большинства голосов ансамбля детекторов.

Набор данных представляет собой неупорядоченную коллекцию матриц признакового описания, ассоциированных с соответствующими *lp/mps*-файлами математической постановки задачи (условимся называть их *сценариями*).

Ансамбль детекторов аномалий обучается по роторной схеме:

- На i -ой итерации все матрицы признакового описания (всего в наборе S матриц/сценариев) кроме i -ой матрицы используются для обучения детекторов, а на i -ой матрице признакового описания строится прогноз аномальных экземпляров, которые помечаются как «-1». В результате получается коллекция бинарных и целочисленных переменных, помеченных либо как «0», либо как «-1». Построенное решение сравнивается с допустимым целочисленным решением с помощью коэффициента Отиаи. Высокие значения коэффициента говорят о слабой согласованности. Если коэффициент Отиаи превосходит некоторый заданный порог, то полученная фиксация подается на вход решателю SCIP. Если фиксация не приводит к недопустимому решению, то выполняется попытка найти допустимое целочисленное решение за отведенное время. Если SCIP обнаруживает недопустимость схемы фиксации, то ключевые параметры детекторов обновляются в соответствии с определенной логикой и i -ая итерация повторяется (можно ограничить число итераций-обновлений),
- Затем детекторы обучаются на следующем поднаборе $S - 1$ матриц признакового описания. На исключенной матрице снова строится прогноз аномальных экземпляров и т.д.

По окончании процедуры для каждого сценария будет создано частично-заданное решение на фиксациях, будет посчитан коэффициент Отиаи и либо будет найдено допустимое целочисленное решение, либо нет.

Полезно провести анализ влияния ключевых гиперпараметров детекторов на процедуру поиска решения.

4.4.3. Концепт матрицы признакового описания бинарных и целочисленных переменных

В качестве признаков бинарно-целочисленных переменных предлагается использовать:

1. Значение переменной x_i в «усредненном» релаксированном решении⁷,
2. Модифицированную Z-оценку на «усредненном» релаксированном решении,
3. Дробную часть значения переменной x_i в «усредненном» релаксированном решении,
4. Пороги бинаризации на «усредненном» релаксированном решении (каждый порог это отдельный признак),
5. Число ограничений n_i , в которые входит рассматриваемая переменная x_i ,
6. Число положительных n_i^+ и отрицательных n_i^- коэффициентов в ограничениях, ассоциированных с рассматриваемой переменной x_i ,
7. Булев маркер удаления переменной x_i после шага снижения размерности задачи,
8. Коэффициент c_i при переменной x_i в целевой функции $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$,

⁷Задача линейного программирования в релаксированной постановке решается с использованием различных методов (двойственный симплекс-метод, метод внутренней точки и т.д.), а затем полученные решения усредняются

9. Вероятность того, что i -ая бинарная или целочисленная переменная x_i будет выставлена в 1 (индекс « $-i$ » означает без учета i -ой переменной)

$$P(x_i = 1) = \sigma\left(\frac{1}{t}(\mathbf{c}^T \mathbf{x})_{-i}\right),$$

где σ – логистический сигмоид, t – «температура» (чем выше температура, тем случайнее выход), \mathbf{c} – вектор коэффициентов целевой функции, \mathbf{x} – вектор переменных.

10. Важность x_i переменной с точки зрения пресолверов.

5. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы ИКП

На всех сценариях группы ИКП (как с бинарными переменными, так и без них) решения удавалось найти с помощью *метаконфигурации* (см. раздел 5.2), включающей прием подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности и процедуру построения частично-заданного решения на фиксациях (для нулевых бинарных и целочисленных переменных).

5.1. Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях без бинарных переменных

Метаконфигурация⁸ SUH (Suppress Useless Heuristics) процедуры поиска решения сводится к приему подавления подгруппы первичных эвристик низкой эффективности.

Замечание

Решение получено без доменно-ориентированных эвристик, «теплого» старта и подбора параметров решателя

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (без бинарных переменных) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП без бинарных переменных

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

⁸Под метаконфигурацией понимается совокупность конфигурации решателя и набора эвристических приемов

5.1.1. Сценарий F398266B без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 774901

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 650263

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/o_eAb9475u5ueg

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- о INTSHIFING,
- о RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/URRnZ8soTaJEgQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/N2tfhj1N6RczzA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/-y7p5FyJyYirkw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/1JaMC9aFjubDbA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.063% лучше в смысле целевой функции и на 10.20% – в смысле временных издержек (рис. 3).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.155% лучше в смысле целевой функции и на 65.27% – в смысле временных издержек (табл. 1).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 1. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	21.38	5.905048
SCIP+SUH	19.27 +9.87%	5.842154 +1.065%
SCIP+FZB...	9.43 +55.89%	5.836815 +1.155%

5.1.2. Сценарий 50197DF7 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718464

Количество целочисленных переменных: 159332

Сценарий input_f398266b-093b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json

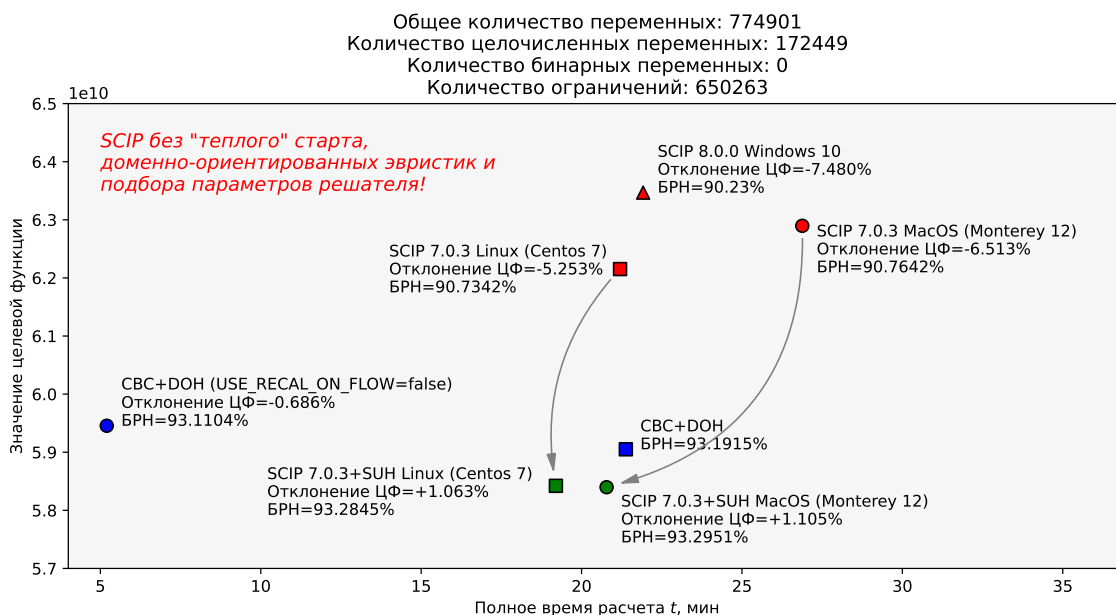


Рис. 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий f398266b без бинарных переменных

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 595797

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/K0_xj9dkgUdcog

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- o INTSHIFING,
- o RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/R4B1fkTx-nE3tg>

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/BLvUmZ43vtMFKg>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/yMFLr-6mLfdPAw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/XiRSvteL9xC4pg>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (`USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true`) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.25% лучше в смысле целевой функции и на 46.43% – в смысле временных издержек (рис. 4).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.191% лучше в смысле целевой функции и на 82.13% – в смысле временных издержек (табл. 2).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 2. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	18.35	3.585532
SCIP+SUH	9.83 +46.43%	3.540567 +1.252%
SCIP+FZB...	3.28 +82.13%	3.542843 +1.191%

Сценарий input_50197df7-ff50-ec11-a2d7-005056a5ee74.json

Общее количество переменных: 718464
Количество целочисленных переменных: 159332
Количество бинарных переменных: 0
Количество ограничений: 595797

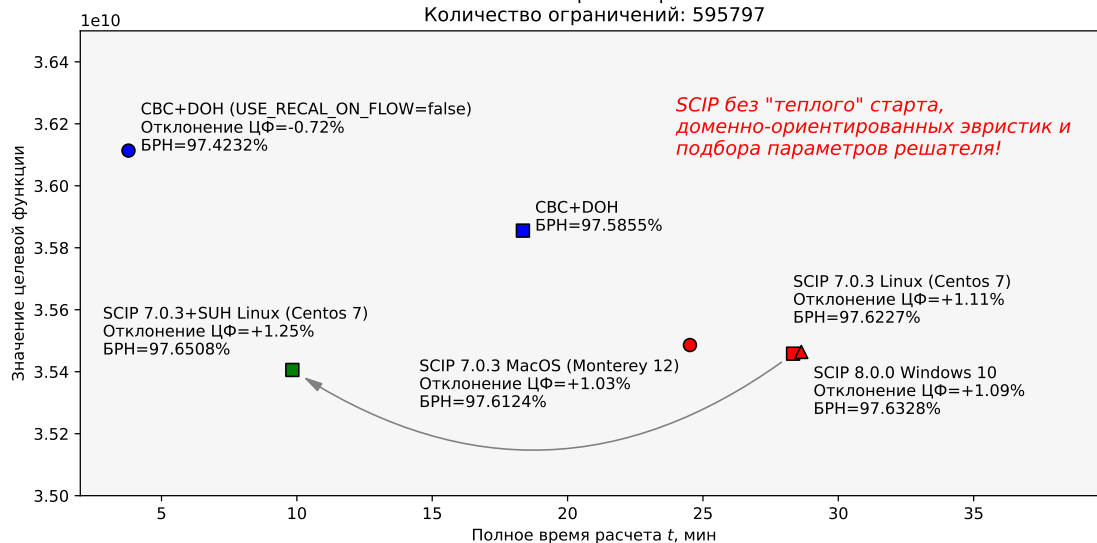


Рис. 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 50197df7 без бинарных переменных

5.1.3. Сценарий 7FAC4231 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 737585

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 540018

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qiZAmraUNK1Peg>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/20NeMuQ7NF_ccA

Файл статистической сводки (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/QxE0HoREHzgHQQ>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/FHZGj_Kyg8dDiw

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/8H1vw6zkQS7DAg>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (`USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true`) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 5.22% лучше в смысле целевой функции и на 27.10% – в смысле временных издержек (рис. 5).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 5.452% лучше в смысле целевой функции и на 90.16% – в смысле временных издержек (табл. 3).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 3. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	16.05	1.087609
SCIP+SUN	11.67 +27.29%	1.030866 +5.222%
SCIP+FZB...	3.58 +77.69%	1.028349 +5.452%

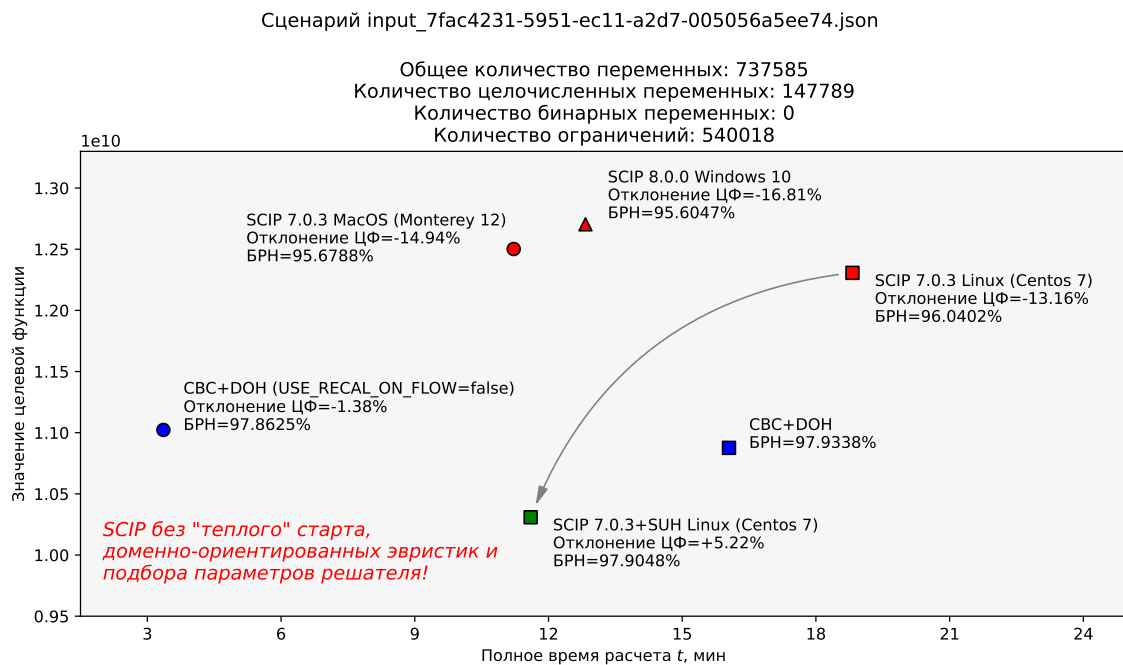


Рис. 5. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий 7fac4231 без бинарных переменных

5.1.4. Сценарий SA485A55 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 718601

Количество целочисленных переменных: 140858

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 514229

lp-файл: https://disk.yandex.ru/d/iSP6xrh4K_wHEQ

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUN) доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/_WzkmgoueNb2Bg

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/sLUW5IxmPMBpcw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/3Ls6QrAWVUMdZw>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 0.683% лучше в смысле целевой функции и на 46.48% – в смысле временных издержек (рис. 6).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.244% лучше в смысле целевой функции и на 88.53% – в смысле временных издержек (табл. 4).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 4. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий sa485a55 без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	20.05	4.597048
SCIP+SUN	10.73 +46.48%	4.565579 +0.683%
SCIP+FZB...	4.34 +78.35%	4.539819 +1.244%

5.1.5. Сценарий 276 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 809224

Количество целочисленных переменных: 162562

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 602190

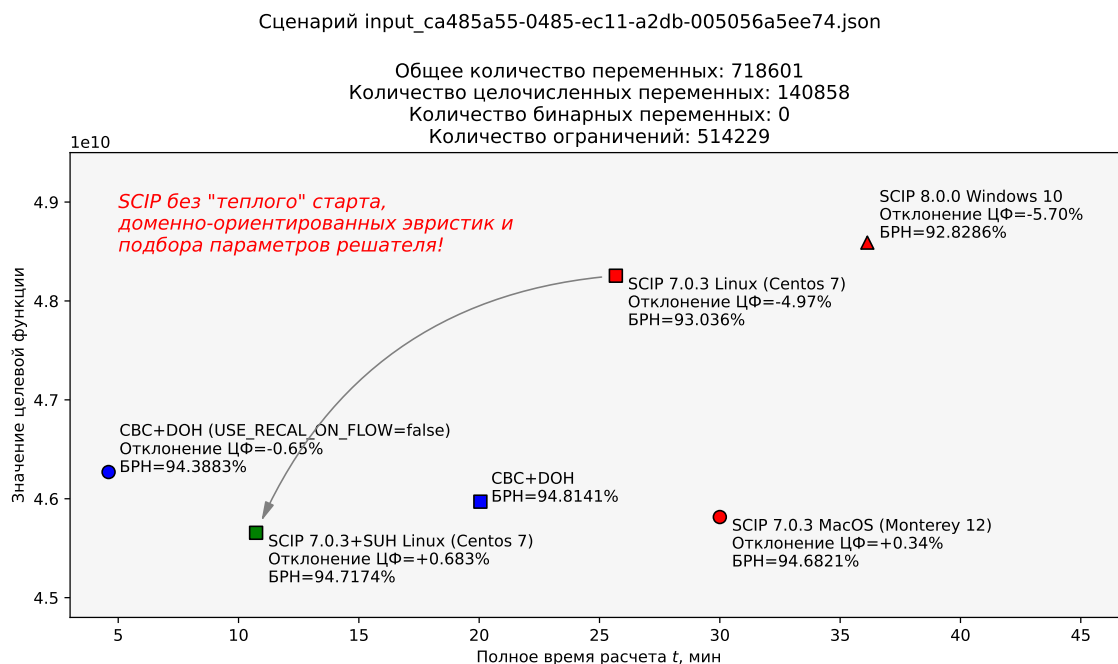


Рис. 6. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN.
Сценарий ca485a55 без бинарных переменных

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/QaS5kd7VRZQ66A>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUN) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/M2V88djiiGM5PA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/G0ustAVT6I9CeA>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/YBXB5GCECJiBIA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 3.67% лучше в смысле целевой функции и на 51.56% – в смысле временных издержек (рис. 7).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 4.86% лучше в смысле целевой функции и на 78.35% – в смысле временных издержек (табл. 5).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 5. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 276 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	29.87	1.430789
SCIP+SUH	14.47 +51.56%	1.378299 +3.669%
SCIP+FZB...	3.95 +78.35%	1.361368 +4.857%

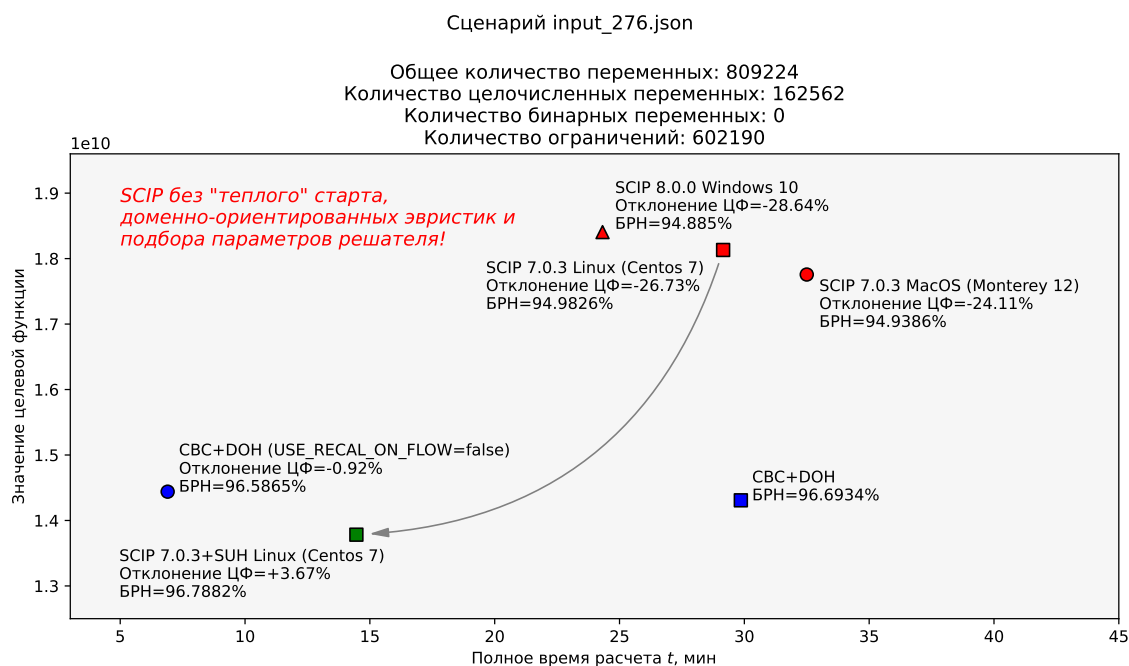


Рис. 7. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH. Сценарий 276 без бинарных переменных

5.1.6. Сценарий 337 без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 859075

Количество целочисленных переменных: 173622

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 624327

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/keyQLAagsD7Sbw>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/ZUIEo3dDq77FjA>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/OnUXIrIKuzqZlw>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/UONCnMQN1akHUA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUN приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 22.12% лучше в смысле целевой функции и на 18.32% – в смысле временных издержек (рис. 8).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 22.59% лучше в смысле целевой функции и на 70.84% – в смысле временных издержек (табл. 6).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 6. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUHPB. Сценарий 337 без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	20.85	3.825042
SCIP+SUN	17.03 +18.32%	2.978782 +22.123%
SCIP+FZB...	6.08 +70.84%	2.961019 +22.588%

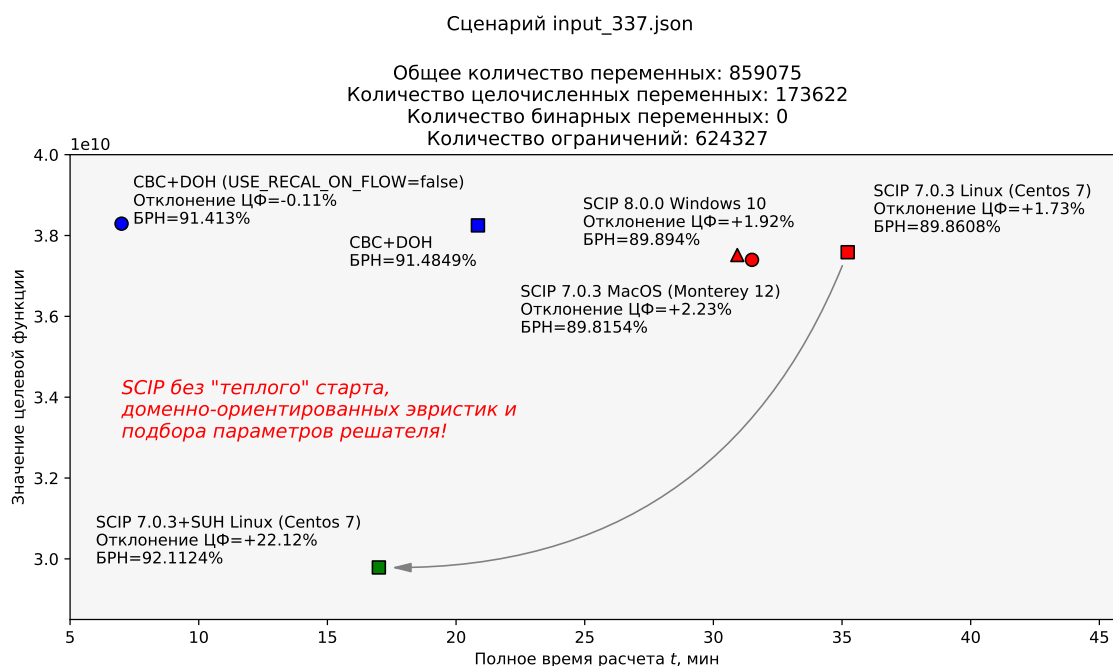


Рис. 8. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий 337 без бинарных переменных

5.1.7. Сценарий 13D686AB без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 786020

Количество целочисленных переменных: 168857

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 598414

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/3KkYKzNl3PjGdg>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/EXylMeX6Ytz4tg>

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/dXUMVbSWRbqeDQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/Knavj89muxGw-w>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках (USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 9.40% лучше в смысле целевой функции и на 33.03% – в смысле временных издержек (рис. 9).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 10.44% лучше в смысле целевой функции и на 75.82% – в смысле временных издержек (табл. 7).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 7. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^9$
CBC+DOH	28.82	8.774743
SCIP+SUH	19.30 +33.03%	7.949568 +9.403%
SCIP+FZB...	6.97 +75.82%	7.858548 +10.441%

5.1.8. Сценарий A78CBEAD без бинарных переменных

Статистика

Общее количество переменных: 795400

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 0

Количество ограничений: 658339

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/vTPPa1H3VFD7tA>

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFING,
- RENS.

Файл решения задачи (метаконфигурация SUH) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/fARVcHb66ToHxQ>

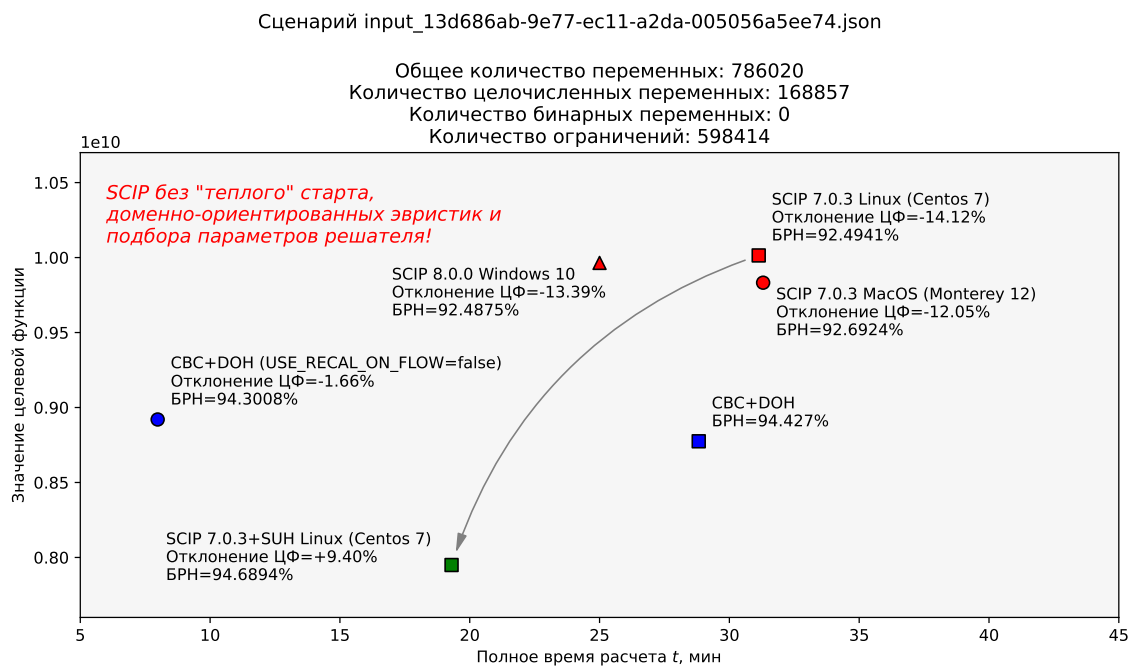


Рис. 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUH.
Сценарий 13d686ab без бинарных переменных

Файл решения задачи (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/OXC17sTce8feHQ>

Файл статистической сводки (метаконфигурация FZBIVSUHPB) доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/vn1K834mY5MEng>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация SUH приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках ($USE_RECALCULATION_ON_FLOW=true$) для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений (ОС Linux Centos 7) на 1.57% лучше в смысле целевой функции и на 23.30% – в смысле временных издержек (рис. 10).

Метаконфигурация FZBIVSUHPB (подробнее в разделе 5.2) по отношению к тому же результату на доменно-ориентированных эвристиках дает решение задачи, которое на 1.39% лучше в смысле целевой функции и на 81.04% – в смысле временных издержек (табл. 8).

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 8. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUH и FZBIVSUHPB. Сценарий a78cbead без бинарных переменных

Способ	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	26.05	3.801546
SCIP+SUH	19.98 +23.30%	3.741685 +1.576%
SCIP+FZB...	4.94 +81.04%	3.748890 +1.386%

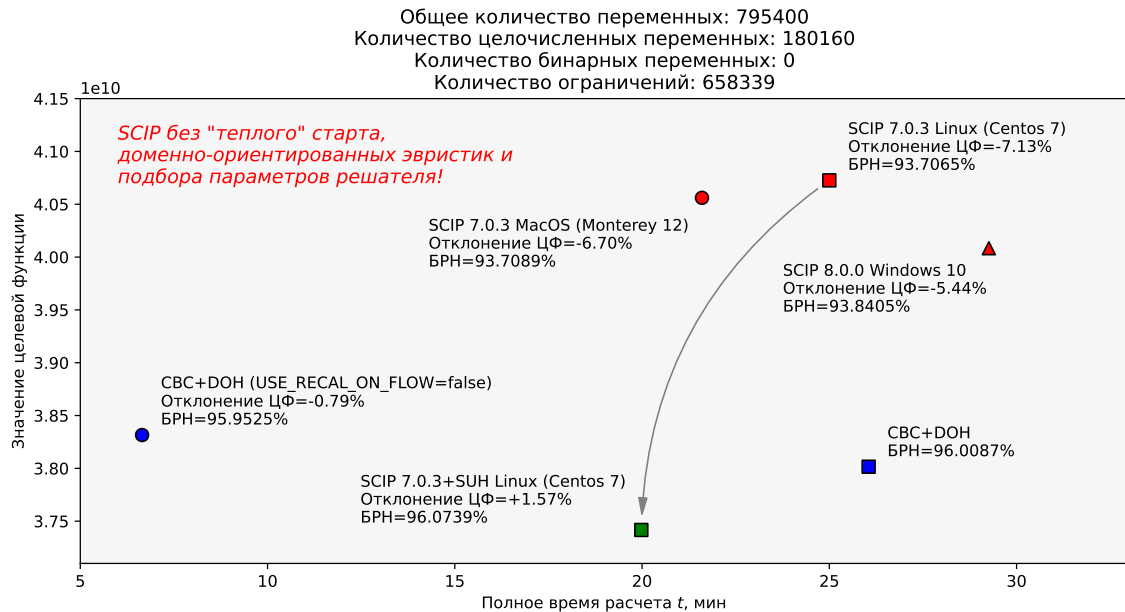


Рис. 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN.
Сценарий a78cbead без бинарных переменных

5.2. Общие замечания по процедуре поиска решения на сценариях с бинарными переменными

На ранних стадиях изучения проблемы высокоразмерных сценариев с бинарными переменными, поиск решения осуществлялся в семь шагов:

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности (см. раздел 4.2),
2. При разрешении конфликтов и ветвлении⁹ отдавать предпочтение бинарным переменным,
3. Найти релаксированное решение задачи,
4. Подобрать порог бинаризации на релаксированном решении для бинарных переменных (см. раздел 4.3),
5. Зафиксировать нулевые 0-bin и единичные 1-bin бинарные переменные; подать фиксацию решателю,
6. В решении, найденном на предыдущей итерации, зафиксировать нулевые целочисленные 0-int и единичные бинарные 1-bin переменные; полученную фиксацию подать на вход решателю,
7. В решении, полученном на предыдущей итерации, зафиксировать нулевые бинарные 0-bin и целочисленные 0-int переменные; фиксацию подать на вход решателю.

Процедура поиска оказалась чувствительной к параметру `autorestartnodes`. Графическая интерпретация результатов вычислительных экспериментов с разверткой процедуры поиска верхней границы решения во времени приведена на рис. 11, 12, 13 и 14.

Позже описанную процедуру удалось упростить и свести к следующей метаконфигурации FZBIVSUNPB (Fixed Zero Binary and Integer Variables, Suppress Useless Heuristics, Prefer Binary):

1. Подавить подгруппу первичных эвристик низкой эффективности,
2. При разрешении конфликтов и ветвлении отдавать предпочтение бинарным переменным,

⁹К сожалению, на сценариях группы ИКП с бинарными переменными решателю SCIP не удастся найти решение в корне дерева

3. Зафиксировать *нулевые бинарные 0-bin* и *нулевые целочисленные 0-int переменные* в релаксированном решении (см. раздел 4.1).

Конфигурация решателя SCIP для всех сценариев группы ИКП (с бинарными переменными) имеет вид

scip.set. Сценарии группы ИКП с бинарными переменными

```
# критерии останова и перезапуска
limits/time = 7200
limits/autorestartnodes = -1
limits/gap = 0.02 # решение останавливается при зазоре <= 2%

# управление стратегиями анализа конфликтов и ветвления
conflict/preferbinary = True
branching/preferbinary = True

# подавление подгруппы первичных эвристик низкой эффективности
heuristics/farkasdiving/freq = -1
heuristics/feaspump/freq = -1
heuristics/randrounding/freq = -1
heuristics/shiftandpropagate/freq = -1
heuristics/shifting/freq = -1
```

Все эксперименты проводились на виртуальной машине Linux (Centos 7) Intel Core™ i7 (8 CPUs), 3.6GHz, RAM 16Gb.

Сводка результатов вычислительных экспериментов доступна по ссылке <https://docs.google.com/document/d/1V9fZLT9cXkbVQ5BvMCwzKrAiASZ2v4-01Z68jVBZUBU/edit?usp=sharing>.

Кодовая база решения доступна по ссылке https://gitdp.zyfra.com/ds_and_math_users/ml-dl-in-operations-reaseearches.git

5.2.1. Сценарий A78CBEAD с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 797818

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 2418

Количество ограничений: 663175

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/JbT3KR5Yi1ZomQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTOINDIVING,
- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
...
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt |vars |cons |rows |cuts |sepa|confs|strbr|
dualbound | primalbound | gap | compl.
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distribu| 93 | 50k| 43k| 43k| 0 | 1 | 385 |3585 |
3.757279e+10 | 3.894342e+10 | 3.65%| 7.70%
d1790s| 1881 | 1668 | 1010k| 296.9 |distribu| 93 | 50k| 43k| 43k| 0 | 1 | 385 |3585 |
3.757279e+10 | 3.894341e+10 | 3.65%| 7.70%
```

i1792s	1882		1667		1011k	297.0		oneopt	93		50k	43k	43k 8612		0		385	3585		
	3.757279e+10		3.893993e+10		3.64%		7.70%													
1796s	1900		1687		1016k	297.0		3669M		93		50k	43k	43k 8644		1		387	3585	
	3.757279e+10		3.893993e+10		3.64%		2.82%													
L1902s	1982		1769		1090k	313.4		gins	93		50k	43k	43k 8935		1		398	3590		
	3.757279e+10		3.875897e+10		3.16%		2.83%													
L1912s	1982		1769		1090k	313.4		gins	93		50k	43k	43k 8935		1		398	3590		
	3.757279e+10		3.864257e+10		2.85%		2.83%													
i1920s	1982		1769		1099k	316.2		oneopt	93		50k	43k	43k 8935		1		398	3590		
	3.757279e+10		3.864241e+10		2.85%		2.83%													
1954s	2000		1787		1133k	325.5		3731M		93		50k	43k	43k 9004		1		398	3591	
	3.757279e+10		3.864241e+10		2.85%		2.83%													

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/6FPE-S5VupA6iw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/9G-v54ywEK1TJA>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.46% лучше в смысле целевой функции и на 19.64% – в смысле временных издержек (табл. 9).

В табл. 9 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 9. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий a78cbead с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	39.82	3.961502
SCIP+MC (a)	29.83 +25.09%	3.894342 +1.70%
SCIP+MC (b)	32.00 +19.64%	3.864241 +2.46%

5.2.2. Сценарий 7FAC4231 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 740251

Количество целочисленных переменных: 147789

Количество бинарных переменных: 2666

Количество ограничений: 545350

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/3NbbjfLW5zhejQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- ONEOPT,
- GINS,

- CROSSOVER,
- ALNS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
...
time | node | left |LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt |vars |cons |rows |cuts |sepa|confs|strbr|
dualbound | primalbound | gap | compl.
r 454s| 372 | 341 | 91171 | 102.3 |intshift| 309 | 41k| 33k| 34k|2788 | 5 | 57 |3711 |
1.053077e+10 | 1.309195e+10 | 24.32%| 0.78%
i 454s| 373 | 340 | 91171 | 102.0 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|2788 | 0 | 57 |3711 |
1.053077e+10 | 1.308634e+10 | 24.27%| 0.78%
463s| 400 | 369 | 93623 | 101.3 | 2493M | 309 | 41k| 33k| 34k|2950 | 1 | 57 |3761 |
1.053077e+10 | 1.308634e+10 | 24.27%| 0.29%
L 507s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.297515e+10 | 23.21%| 0.29%
L 512s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.292548e+10 | 22.74%| 0.29%
L 522s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.289283e+10 | 22.43%| 0.29%
L 525s| 473 | 442 |106991 | 113.9 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.286340e+10 | 22.15%| 0.29%
i 529s| 473 | 442 |112279 | 125.1 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 57 |3813 |
1.053077e+10 | 1.285668e+10 | 22.09%| 0.29%
r 531s| 474 | 443 |120630 | 142.5 |intshift| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 58 |3813 |
1.053077e+10 | 1.197786e+10 | 13.74%| 0.29%
i 532s| 474 | 373 |124926 | 151.6 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|3084 | 1 | 58 |3813 |
1.053077e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%| 0.29%
536s| 500 | 399 |126496 | 146.9 | 2579M | 309 | 41k| 33k| 34k|3181 | 1 | 58 |3822 |
1.053077e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%| 0.29%
567s| 600 | 499 |158520 | 175.8 | 2613M | 309 | 41k| 33k| 34k|3641 | 1 | 60 |3933 |
1.053095e+10 | 1.197230e+10 | 13.69%| 0.29%
L 739s| 659 | 554 |189783 | 207.6 | gins| 309 | 41k| 33k| 34k|4060 | 1 | 62 |3978 |
1.053095e+10 | 1.191898e+10 | 13.18%| 0.29%
i 741s| 660 | 555 |198453 | 220.4 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|4060 | 1 | 62 |3981 |
1.053095e+10 | 1.191889e+10 | 13.18%| 0.30%
794s| 700 | 595 |236166 | 261.7 | 2689M | 309 | 41k| 33k| 34k|4418 | 1 | 62 |4010 |
1.053095e+10 | 1.191889e+10 | 13.18%| 0.32%
836s| 800 | 695 |277232 | 280.4 | 2728M | 309 | 41k| 33k| 34k|4757 | 1 | 64 |4027 |
1.053219e+10 | 1.191889e+10 | 13.17%| 0.32%
L 967s| 860 | 693 |295017 | 281.5 |crossove| 309 | 41k| 33k| 34k|5000 | 1 | 64 |4059 |
1.053219e+10 | 1.154287e+10 | 9.60%| 0.32%
i 968s| 860 | 693 |300734 | 288.1 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|5000 | 1 | 64 |4059 |
1.053219e+10 | 1.154284e+10 | 9.60%| 0.32%
990s| 900 | 733 |312921 | 288.9 | 2793M | 309 | 41k| 33k| 34k|5288 | 1 | 64 |4139 |
1.053219e+10 | 1.154284e+10 | 9.60%| 0.33%
1042s| 1000 | 823 |346085 | 293.2 | 2816M | 309 | 41k| 33k| 34k|5725 | 1 | 65 |4281 |
1.053219e+10 | 1.154284e+10 | 9.60%| 0.33%
L1083s| 1003 | 826 |347173 | 293.4 | alns| 309 | 41k| 33k| 34k|5747 | 2 | 65 |4284 |
1.053219e+10 | 1.153273e+10 | 9.50%| 0.33%
i1084s| 1004 | 827 |352908 | 298.8 | oneopt| 309 | 41k| 33k| 34k|5747 | 1 | 65 |4284 |
1.053219e+10 | 1.118743e+10 | 6.22%| 0.33%
1113s| 1100 | 699 |373504 | 291.4 | 2860M | 309 | 41k| 33k| 34k|6055 | 3 | 65 |4323 |
1.053219e+10 | 1.118743e+10 | 6.22%| 0.44%
1140s| 1 | 0 |419115 | - | 3039M | 0 | 41k| 34k| 34k| 0 | 0 | 65 |4323 |
1.053219e+10 | 1.118743e+10 | 6.22%| unknown
```

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/TmA6hqFV87eGTg>

Файл статистической сводки доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/CsGV_oal40Tx0Q

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 3.38% лучше в смысле целевой функции и на 33.07% – в смысле временных издержек (табл. 10).

В табл. 10 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 10. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 7fac4231 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	27.00	1.157865
SCIP+MC (a)	18.05 +33.15%	1.153273 +0.40%
SCIP+MC (b)	18.07 +33.07%	1.118743 +3.38%

5.2.3. Сценарий 50197DF7 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 720954

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 2490

Количество ограничений: 600777

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/qWeSKb2WEs6kQA>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- ONEOPT,
- GINS.

Фрагмент лога сессии SCIP

```
...
time | node | left | LP iter|LP it/n|mem/heur|mdpt |vars |cons |rows |cuts |sepa|confs|strbr|
dualbound | primalbound | gap | compl.
r 836s| 963 | 948 |155676 | 53.5 |intshift| 409 | 41k| 34k| 35k|4367 | 1 | 69 |7354 |
3.554610e+10 | 3.676991e+10 | 3.44%| unknown
i 836s| 964 | 947 |155676 | 53.5 | oneopt| 409 | 41k| 34k| 35k|4367 | 0 | 69 |7354 |
3.554610e+10 | 3.676497e+10 | 3.43%| unknown
846s| 1000 | 985 |157559 | 53.4 | 2577M | 409 | 41k| 34k| 35k|4396 | 1 | 69 |7444 |
3.554610e+10 | 3.676497e+10 | 3.43%| unknown
L 885s| 1064 | 1049 |157869 | 50.5 | gins| 409 | 41k| 34k| 35k|4397 | 1 | 69 |7484 |
3.554610e+10 | 3.659894e+10 | 2.96%| unknown
```

L 931s	1064	1049	157869	50.5	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484
	3.554610e+10	3.656967e+10	2.88%	unknown									
i 962s	1064	1049	161589	54.0	oneopt	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7484
	3.554610e+10	3.656967e+10	2.88%	unknown									
969s	1100	1085	161769	52.4	2620M	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7532
	3.554610e+10	3.656967e+10	2.88%	unknown									
L 988s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557
	3.554610e+10	3.630031e+10	2.12%	unknown									
L 993s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557
	3.554610e+10	3.625804e+10	2.00%	unknown									
L1000s	1164	1149	161992	49.7	gins	409	41k	34k	35k	4397	1	69	7557
	3.554610e+10	3.623675e+10	1.94%	unknown									

Файл решения задачи доступен по ссылке https://disk.yandex.ru/d/2_FDqS70q0UBqA

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/SkRLorYzQDI-Aw>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 2.87% лучше в смысле целевой функции и на 36.08% – в смысле временных издержек (табл. 11).

В табл. 11 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 11. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 50197df7 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	28.27	3.730552
SCIP+MC (a)	13.93 +50.73%	3.676991 +1.44%
SCIP+MC (b)	18.07 +36.08%	3.623675 +2.87%

5.2.4. Сценарий F398266B с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 777271

Количество целочисленных переменных: 172449

Количество бинарных переменных: 2370

Количество ограничений: 655003

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/4YFYJSB1I1wsmQ>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- DISTRIBUTIOINDIVING,
- ONEOPT,

- CROSSOVER.

Фрагмент лога сессии SCIP

[illegible]

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/KXzdrUx6TZbXEw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/FEroaFsr5zbkja>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на 0.97% лучше в смысле целевой функции и на 56.24% – в смысле временных издержек (табл. 12).

В табл. 12 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

5.2.5. Сценарий 337 с бинарными переменными

Статистика

Общее количество переменных: 859230

Количество целочисленных переменных: 173622

Таблица 12. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий f398266b с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин		Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$	
CBC+DOH	72.17		6.080841	
SCIP+MC (a)	19.38	+73.15%	6.054807	+0.43%
SCIP+MC (b)	31.58	+56.24%	6.021603	+0.97%

Количество бинарных переменных: 155

Количество ограничений: 624637

lp-файл: <https://disk.yandex.ru/d/Kc11p9v7D-kxYA>

Анализ решения

Пул решений задачи был найден с помощью следующих первичных эвристик:

- INTSHIFTING,
- RENS,
- ONEOPT.

Фрагмент лога сессии SCIP

time	node	left	LP iter	LP it/n	mem/heur	mdpt	vars	cons	rows	cuts	sepa	confs	strbr
		dualbound		primalbound		gap							
r 107s	1	0	55407		-	intshift	0	56k	43k	45k 1799	13	0	0
		2.947544e+10		4.344720e+10		47.40%	unknown						
L 247s	1	0	55407		-	rens	0	56k	43k	45k 1799	13	0	0
		2.947544e+10		3.022206e+10		2.53%	unknown						
249s	1	0	55407		-	2785M	0	56k	43k	45k 1799	13	0	0
		2.947544e+10		3.022206e+10		2.53%	unknown						
i 250s	1	0	58839		-	oneopt	0	56k	43k	45k 1799	13	0	0
		2.947544e+10		3.022205e+10		2.53%	unknown						
250s	1	0	58839		-	2809M	0	56k	43k	45k 1799	13	0	0
		2.947544e+10		3.022205e+10		2.53%	unknown						
251s	1	0	58891		-	2813M	0	56k	43k	45k 1820	14	0	0
		2.947544e+10		3.022205e+10		2.53%	unknown						
251s	1	0	58900		-	2813M	0	56k	43k	44k 1824	15	0	0
		2.947544e+10		3.022205e+10		2.53%	unknown						
253s	1	0	59074		-	2816M	0	56k	43k	44k 1824	15	0	12
		2.947544e+10		3.022205e+10		2.53%	unknown						
254s	1	0	59236		-	2821M	0	56k	43k	44k 1918	16	0	12
		2.948327e+10		3.022205e+10		2.51%	unknown						
254s	1	0	59300		-	2821M	0	56k	43k	44k 1945	17	0	12
		2.948327e+10		3.022205e+10		2.51%	unknown						
255s	1	0	59321		-	2821M	0	56k	43k	44k 1945	17	0	19
		2.948327e+10		3.022205e+10		2.51%	unknown						
256s	1	0	59349		-	2825M	0	56k	43k	44k 1959	18	0	19
		2.948327e+10		3.022205e+10		2.51%	unknown						
256s	1	0	59352		-	2825M	0	56k	43k	44k 1964	19	0	19
		2.948327e+10		3.022205e+10		2.51%	unknown						
258s	1	0	59368		-	2825M	0	56k	43k	44k 1964	19	0	35
		2.957927e+10		3.022205e+10		2.17%	unknown						
259s	1	0	59451		-	2829M	0	56k	43k	44k 2014	20	0	35
		2.957927e+10		3.022205e+10		2.17%	unknown						
259s	1	0	59466		-	2829M	0	56k	43k	44k 2024	21	0	35
		2.957927e+10		3.022205e+10		2.17%	unknown						
259s	1	2	59466		-	2829M	0	56k	43k	44k 2024	21	0	35
		2.957927e+10		3.022205e+10		2.17%	unknown						

Файл решения задачи доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/zwVhKYKEMlMlQw>

Файл статистической сводки доступен по ссылке <https://disk.yandex.ru/d/T9sAbRH6uWh4Uw>

Вывод по сценарию: описанная выше метаконфигурация приводит к решению задачи, которое оказывается по отношению к результату на доменно-ориентированных эвристиках для последнего решения из пула допустимых целочисленных решений на ...% лучше в смысле целевой функции и на ...% – в смысле временных издержек (табл. 13).

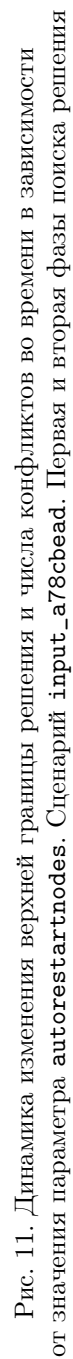
В табл. 13 через SCIP+MC (a) обозначается решение, построенное на метаконфигурации SCIP, отвечающее *первому* допустимому целочисленному решению, верхняя граница которого не превышает верхнюю границу решения на доменно-ориентированных эвристиках, а через SCIP+MC (b) – решение, отвечающее *последнему* допустимому целочисленному решению в наборе полученных.

Синим цветом обозначен выигрыш в процентах.

Таблица 13. Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUHPB. Сценарий 337 с бинарными переменными

Способ	Полное время рас- чета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^{10}$
CBC+DOH	18.00	4.047865
SCIP+MC (a)	4.12 +77.11%	3.022206 +25.34%
SCIP+MC (b)	4.30 +76.11%	3.022205 +25.34%

Количество ограничений: 663175



Сценарий input_a78sbead-073b-ec11-a2d4-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

Порог бинаризации: 0.14, релаксированное решение: СОРТ

Общее количество переменных: 797818

Количество целочисленных переменных: 180160

Количество бинарных переменных: 2418

Количество ограничений: 663175

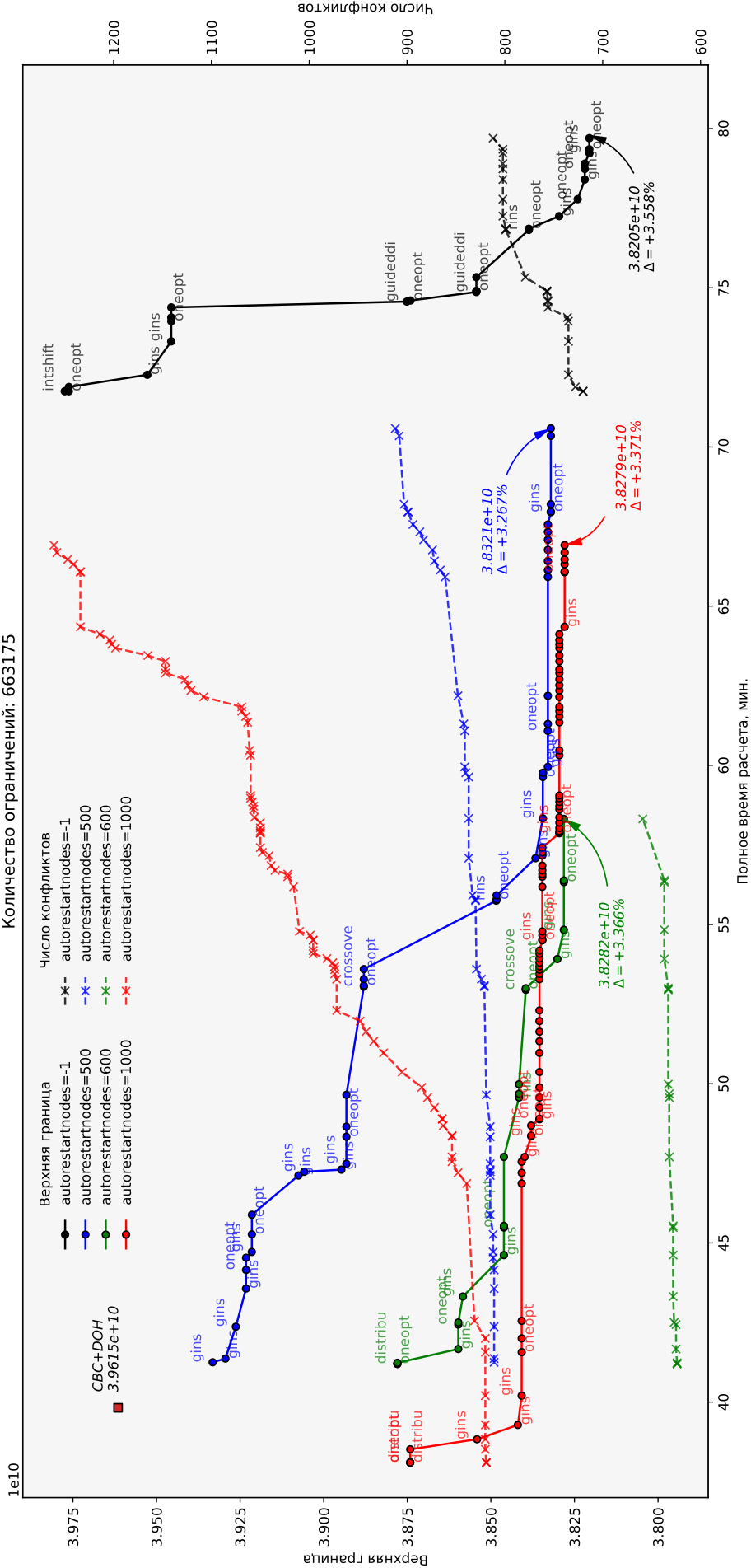


Рис. 12. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий a78sbead. Третья фаза поиска решения

Сценарий input_50197df7-ff50-es11-a2d7-005056a5ee74.json (3-ья фаза поиска решения)

Порог бинаризации: 0.151, релаксированное решение: СОРТ

Общее количество переменных: 720954

Количество целочисленных переменных: 159332

Количество бинарных переменных: 2490

Количество ограничений: 600777

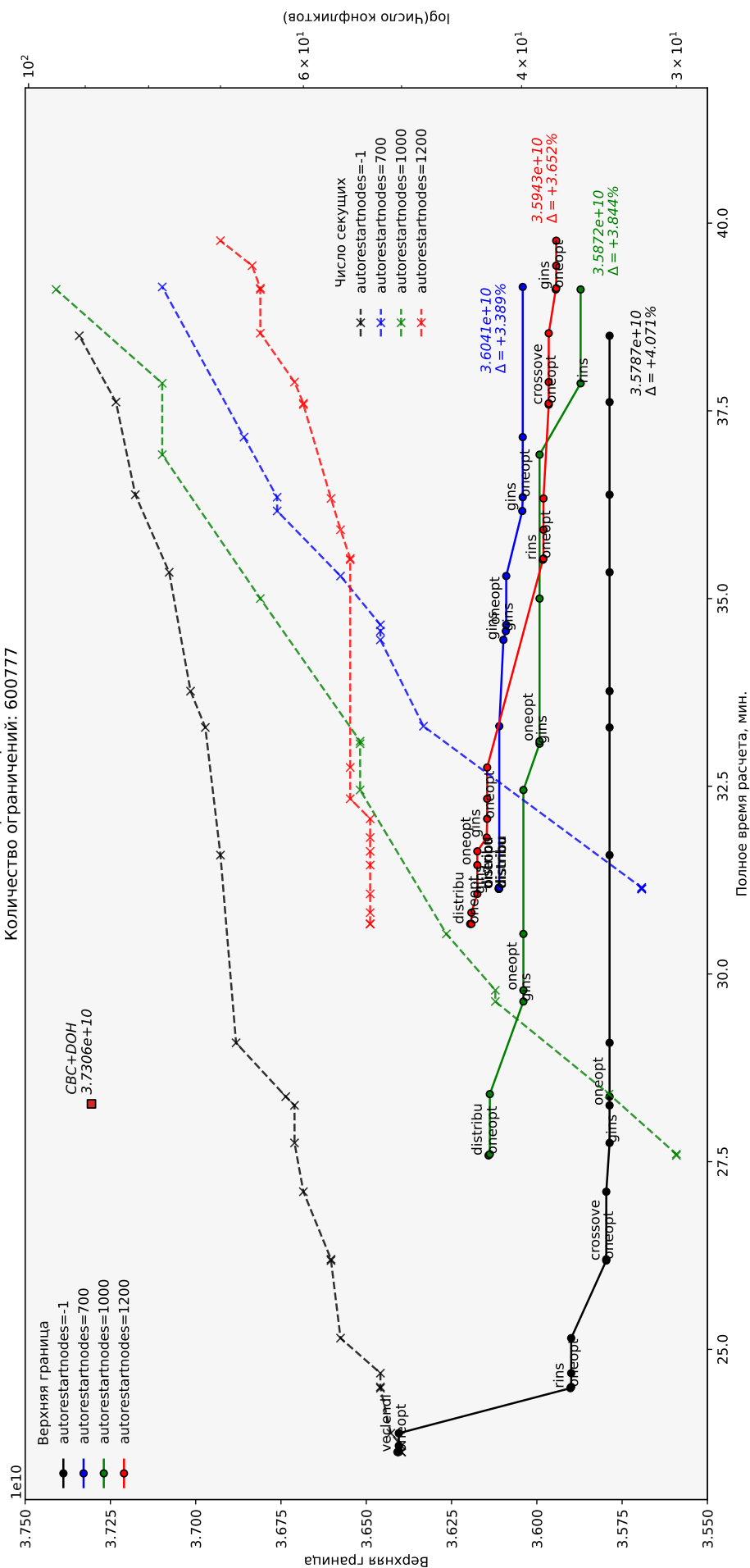
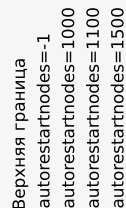


Рис. 13. Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра autorestartnodes. Сценарий 50197df7. Третья фаза поиска решения

Количество ограничений: 545350



Стр. 34 из 37

6. Описание вычислительных экспериментов на сценариях группы МВО

7. Описание вычислительных экспериментов на сценариях MIPLIB 2017

7.1. Сценарии со статусом «open»

7.1.1. Сценарий DLR2

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/dlr2.mps.gz>

7.1.2. Сценарий CVRPA-N64K9VRPI

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cvrpa-n64k9vrpi.mps.gz>

7.2. Сценарии со статусом «hard»

7.2.1. Сценарий CRYPTANALYSISKB128N50BJ14

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/cryptanalysiskb128n5obj14.mps.gz>

7.3. Сценарии со статусом «easy»

7.3.1. Сценарий NEOS-4332801-seret

<https://miplib.zib.de/WebData/instances/neos-4332801-seret.mps.gz>

Список иллюстраций

1	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий <code>a78cbead</code>	8
2	Зависимость верхней границы решения от доли бинарных переменных, выставленных в ноль. Сценарий <code>337</code>	9
3	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>f398266b</code> без бинарных переменных	13
4	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>50197df7</code> без бинарных переменных	14
5	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>7fac4231</code> без бинарных переменных	15
6	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>ca485a55</code> без бинарных переменных	17
7	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>276</code> без бинарных переменных	18
8	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>337</code> без бинарных переменных	19
9	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>13d686ab</code> без бинарных переменных	21
10	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации SUN. Сценарий <code>a78cbead</code> без бинарных переменных	22
11	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>input_a78cbead</code> . Первая и вторая фазы поиска решения	31
12	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>a78cbead</code> . Третья фаза поиска решения	32
13	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>50197df7</code> . Третья фаза поиска решения	33
14	Динамика изменения верхней границы решения и числа конфликтов во времени в зависимости от значения параметра <code>autorestartnodes</code> . Сценарий <code>7fac4231</code> . Третья фаза поиска решения	34

Список таблиц

1	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий <code>f398266b</code> без бинарных переменных	12
2	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий <code>50197df7</code> без бинарных переменных	14
3	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий <code>7fac4231</code> без бинарных переменных	15
4	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий <code>ca485a55</code> без бинарных переменных	16

5	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий 276 без бинарных переменных	18
6	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий 337 без бинарных переменных	19
7	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий 13d686ab без бинарных переменных	20
8	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигураций SUN и FZBIVSUNPB. Сценарий a78cbead без бинарных переменных	21
9	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий a78cbead с бинарными переменными	24
10	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий 7fac4231 с бинарными переменными	26
11	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий 50197df7 с бинарными переменными	27
12	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий f398266b с бинарными переменными	29
13	Сводка результатов анализа эффективности метаконфигурации FZBIVSUNPB. Сценарий 337 с бинарными переменными	30

Список литературы

1. *Иванов* Конспект по обучению с подкреплением, 2022