

Сводка результатов анализа эффективности решателей

Предложения по наименованию пакета:

- Бустер-пакет ZyOpt решения задач смешанного линейного программирования,
- Бустер-пакет ZyOpt решения задач экстримальной комбинаторики,
- Бустер-пакет ZyOpt решения задач комбинаторной оптимизации.

Описание пакета Классические проприетарные (CPLEX, GUROBI etc.) и открытые (к примеру, HiGHS, SCIP, CBC) решатели задач смешанного линейного программирования по сути представляют собой эффективно реализованный (с некоторыми доработками) метод ветвей-и-границ, а также набор эвристик (FEASPUMP, FARKAS, RENS, GINS etc.), помогающих решателю сфокусироваться на *допустимости* решения, его *оптимальности* и пр. Эти методы хорошо изучены и многие годы подтверждают свою эффективность на практике.

Однако, часто встречаются группы / семейства проблем, на которых только этих методов оказывается не достаточно. Анализ перспективных направлений развития решателей смешанного целочисленного программирования показал, что наибольший интерес в последние годы представляют приемы построения «теплого старта» (на базе классического метода ветвей-и-границ).

Пакет ZyOpt как раз и представляет собой набор высокоуровневых эвристик построения *стартовой точки поиска решения* на базе различных стратегий фиксации переменных в решении без учета ограничений целочисленности, включая полуэмпирические стратегии и стратегии, основанные на методах классического машинного обучения. В текущей реализации пакета методы машинного обучения используются для решения задачи детектирования «квази нулевых» переменных релаксированного решения (то есть переменных, которые принимают нулевое значение в релаксированном решении, но в целочисленном решении принимают значения отличные от нуля). Такие переменные как правило составляют небольшую долю от общего числа, но существенно снижают эффективность процедуры поиска.

Другими словами, ключевая особенность ZyOpt заключается в том, что процедура поиска, как и обычно, опирается на связку «метод ветвей-и-границ + базовые эвристики», но ускорение достигается:

- за счет агрессивного снижения размерности задачи,
- и эвристического выбора стартовой точки на базе фиксации переменных.

ZyOpt поставляется в виде обычного Python-пакета и устанавливается как зависимость проекта. Но при необходимости может поставляться в виде Docker-образа или web-сервиса.

ZyOpt мультиплатформенный, так как основывается на мультиплатформенных решателях HiGHS и SCIP, однако вычислительные эксперименты показывают, что более высоких метрик качества удастся добиться на базе Unix-подобных операционных системах.

Используя интерфейс решателей HiGHS и SCIP, пакет ZyOpt может поддерживать обычные типы переменных (вещественные, бинарные и целочисленные), а также их полуаналоги – полувещественные и полуцелочисленные переменные.

ZyOpt допускает пользовательскую конфигурацию как на уровне настроек решателя, так и на уровне стратегий поиска решения. При необходимости можно собрать свою собственную реализацию метода с использованием интерфейса решателя SCIP.

Таблица 1. Сводка отклонений от решений CPLEX 12.8.0.0 по всему набору проблем. Проблемы сгруппированы по шифру завода и приведены в порядке «от простого к сложному»

Проблемы группы ИКП	T, мин	Верхняя граница решения (без экспоненциальной части)				
		CBC	SCIP ^a	HiGHS ^b	ZyOpt	CPLEX ^c
2023_08_YANOS_2693.mps	1.0	∞	1.05(−0.16%)	1.05(−0.07%)	1.05(−0.10%)	1.05
2023_07_YANOS_2690.mps	1.0	∞	∞	1.23(−0.08%)	1.23(+0.01%)	1.23
2023_06_YANOS_KF_NB.mps	3.0	∞	4.16(−1.92%)	4.17(−1.98%)	4.13(−1.22%)	4.09
2023_06_YANOS_2688.mps	5.0	∞	3.96(−0.47%)	3.96(−0.56%)	3.99(−1.33%)	3.94
2023_06_YANOS_KF_NB_Int_Idle.mps	5.0	∞	4.17(−1.92%)	∞	4.20(−2.52%)	4.09
2023_06_MNPZ_2673_KF_NB.mps	2.0	∞	∞	6.66(−2.71%)	6.68(−2.91%)	6.49
2023_06_MNPZ_2673.mps	3.0	∞	∞	6.53(−0.58%)	6.61(−1.82%)	6.49
2023_06_ONPZ_2683_no_KF_NPZ.mps	5.0	∞	∞	∞	7.67(+10.35%)	8.55
2023_03_ONPZ_1615.mps	60.0	∞	∞	∞	1.31(+21.72%)	1.67
2023_03_ONPZ_1615_Slacks_KF_NPZ.mps	60.0	∞	∞	∞	10.13(−24.10%)	8.17
2023_06_ONPZ_2683_Slacks_KF_NPZ.mps	60.0	∞	∞	6.40(+52.05%)	3.54(+73.48%)	13.34
2023_03_3NPZ_1615_Slacks_KF_NPZ.mps	120.0	∞	∞	2.64(−6.16%)	1.36(+45.41%)	2.49

T – Полное время расчета проблемы

a – SCIP 8.0.3

b – HiGHS 1.5.3

c – CPLEX 12.8.0.0 (база для сравнения)

Таблица 2. Сводка отклонений от решений CPLEX 12.8.0.0 по набору проблем группы СОП

Проблемы группы СОП	Решатель	Нижняя граница	Верхняя граница	Зазор, %	Полное время расчета, мин
out_1.mps	CBC	44.69	53.0	18.6	10.0 ^d
—	SCIP ^a	48.90	53.0	8.4	10.0 ^d
—	HiGHS ^b	46.34	53.0	12.6	10.0 ^d
—	CPLEX ^c	52.0	53.0	1.9	10.0 ^d
—	ZyOpt ^h	49.11	53.0	7.13	10.0 ^d

a – SCIP 8.0.3

b – HiGHS 1.5.3

c – CPLEX 12.8.0.0 (база для сравнения)

d – Решение остановлено по времени

f – Решение остановлено по нулевому зазору

h – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION+PERTURBATION, $p = 0.7$

Таблица 3. Сводка отклонений от решений CPLEX 12.8.0.0 по набору проблем <https://miplib.zib.de/> MIPLIB 2017

Проблемы группы MIPLIB 2017	Решатель	Нижняя граница	Верхняя граница	Зазор, %	Отклонение верхней границы от оптимального значения, %	Полное время расчета, мин
csched008.mps	CBC	171.0	183.0	7.0	-5.8	120.0 ^d
—	SCIP ^a	172.0	173.0	0.6	0.0	10.0 ^d
—	HiGHS ^b	173.0	173.0	0.0	0.0	9.29 ^f
—	CPLEX ^c	172.0	173.0	0.6	0.0	10.0 ^d
—	ZyOpt ^h	174.0	174.0	0.0	-0.6*	1.15 ^f (+88.5%)
csched010.mps	CBC	392.0	408.0	4.1	0.0	120.0 ^d
—	SCIP ^a	408.0	408.0	0.0	0.0	39.1 ^d
—	HiGHS ^b	408.0	408.0	0.0	0.0	30.7 ^f
—	CPLEX ^c	408.0	408.0	0.0	0.0	15.2 ^f
—	ZyOpt ^h	431.0	431.0	0.0	-5.6*	8.0 ^f (+47.4%)
atlanta-ip.mps	CBC	86.04	92.0	6.9	2.2	120.0 ^d
—	SCIP ^a	86.9	90.0	3.6	0.0	120.0 ^d
—	HiGHS ^b	85.8	91.0	6.1	1.1	120.0 ^d
—	CPLEX ^c	90.0	90.0	0.0	0.0	59.28 ^f
—	ZyOpt ^h	95.0	95.0	0.0	-5.6*	0.19 ^f (+99.7%)

a – SCIP 8.0.3

b – HiGHS 1.5.3

c – CPLEX 12.8.0.0 (база для сравнения)

d – Решение остановлено по времени

f – Решение остановлено по нулевому зазору

h – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION+PERTURBATION, $p = 0.5$

* – Для того чтобы получить *оптимальное* решение за меньшее время,

можно подбирать значения гиперпараметров решателя на калибровочных проблемах

Таблица 4. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме 2023_07_YANOS_2690.mps

NVars: 106674 (NBinVars: 0, NIntVars: 3069) NConss: 106029 NonzeroDensity: $2.5376 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^7$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^7$	Время поиска первого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	1.00 ^b	1.22864	—	—
CBC	1.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	1.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	1.00 ^b	1.229663 (−0.083%)	1.229663	0.793
ZyOpt ^c	1.00 ^b	1.228501 (+0.011%)	1.231341	0.118

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 5. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме 2023_08_YANOS_2693.mps

NVars: 89608 (NBinVars: 0, NIntVars: 2480) NConss: 87714 NonzeroDensity: $2.9449 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^7$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^7$	Время поиска первого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	1.00 ^b	1.047947	—	—
CBC	1.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	1.00 ^b	1.049621 (−0.159%)	1.049621	0.65
HiGHS 1.5.3	1.00 ^b	1.048638 (−0.065%)	1.089204	0.213
ZyOpt ^c	1.00 ^b	1.048957 (−0.096%)	1.059473	0.026

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 6. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме 2023_06_YANOS_2688.mps

NVars: 82442 (NBinVars: 0, NIntVars: 2790) NConss: 95839 NonzeroDensity: $3.0860 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^6$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^6$	Время поиска первого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	5.00 ^b	3.937876	—	—
CBC	5.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	5.00 ^b	3.956423 (−0.471%)	4.137448	0.516
HiGHS 1.5.3	5.00 ^b	3.959913 (−0.559%)	4.555539	0.251
ZyOpt ^c	5.00 ^b	3.990119 (−1.326%)	4.366211	0.563

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 7. Сводка результатов анализа эффективности
решателей на проблеме 2023_06_YANOS_KF_NB.mps

NVars: 87071 (NBinVars: 0, NIntVars: 3616) NConss: 100468 NonzeroDensity: $2.9191 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^6$	Целевая функция первого допустимо- го решения, $\times 10^6$	Время поиска пер- вого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	3.00 ^b	4.084211	—	—
CBC	3.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	3.00 ^b	4.162588 (−1.919%)	4.371621	0.916
HiGHS 1.5.3	3.00 ^b	4.165121 (−1.981%)	4.165115	1.293
ZyOpt ^c	3.00 ^b	4.133916 (−1.216%)	4.133916	2.116

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 8. Сводка результатов анализа эффективности
решателей на проблеме 2023_06_YANOS_KF_NB_Int_Idle.mps

NVars: 87071 (NBinVars: 0, NIntVars: 6398) NConss: 100468 NonzeroDensity: $2.9191 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^6$	Целевая функция первого допустимо- го решения, $\times 10^6$	Время поиска пер- вого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	5.00 ^b	4.0938	—	—
CBC	5.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	5.00 ^b	4.172394 (−1.919%)	4.258917	0.716
HiGHS 1.5.3	5.00 ^b	∞	—	—
ZyOpt ^c	5.00 ^b	4.197091 (−2.523%)	4.265474	0.418

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 9. Сводка результатов анализа эффективности
решателей на проблеме 2023_06_MNPZ_2673.mps

NVars: 84821 (NBinVars: 0, NIntVars: 4588) NConss: 81624 NonzeroDensity: $3.1204 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^5$	Целевая функция первого допустимо- го решения, $\times 10^5$	Время поиска пер- вого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	3.00 ^b	6.487557	—	—
CBC	3.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	3.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	3.00 ^b	6.52544 (−0.583%)	6.68203	0.613
ZyOpt ^c	3.00 ^b	6.60533 (−1.815%)	6.66437	0.161

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 10. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме 2023_06_MNPZ_2673_KF_NB.mps

NVars: 88344 (NBinVars: 0, NIntVars: 5390) NConss: 85147 NonzeroDensity: $2.9853 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^5$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^5$	Время поиска первого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	2.00 ^b	6.487557	—	—
CBC	2.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	2.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	2.00 ^b	6.66327 (−2.708%)	6.99123	0.521
ZyOpt ^c	2.00 ^b	6.67619 (−2.907%)	6.78893	0.166

^a – База для сравнения

^b – Решение остановлено по времени

^c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 11. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме 2023_06_ONPZ_2683_no_KF_NPZ.mps

NVars: 254389 (NBinVars: 0, NIntVars: 25410) NConss: 202597 NonzeroDensity: $1.3999 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^6$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^6$	Время поиска первого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	5.00 ^b	8.551236	—	—
CBC	5.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	5.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	5.00 ^b	∞	—	—
ZyOpt ^c	5.00 ^b	7.666215 (+10.349%)	7.751731	0.256

^a – База для сравнения

^b – Решение остановлено по времени

^c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 12. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме 2023_03_ONPZ_1615.mps

NVars: 320066 (NBinVars: 62, NIntVars: 32972) NConss: 252539 NonzeroDensity: $1.1534 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^7$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^7$	Время поиска первого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	60.00 ^b	1.671514	—	—
CBC	60.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	60.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	60.00 ^b	∞	—	—
ZyOpt ^c	60.00 ^b	1.308493 (+21.718%)	1.308493	15.463

^a – База для сравнения

^b – Решение остановлено по времени

^c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 13. Сводка результатов анализа эффективности
решателей на проблеме 2023_03_ONPZ_1615_Slacks_KF_NPZ.mps

NVars: 321478 (NBinVars: 62, NIntVars: 32972) NConss: 252539 NonzeroDensity: $1.1500 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^7$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^7$	Время поиска пер- вого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	60.00 ^b	8.166203	—	—
CBC	60.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	60.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	60.00 ^b	∞	—	—
ZyOpt ^c	60.00 ^b	10.133944 (−24.096%)	15.871435	4.156

^a – База для сравнения

^b – Решение остановлено по времени

^c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 14. Сводка результатов анализа эффективности
решателей на проблеме 2023_06_ONPZ_2683_Slacks_KF_NPZ.mps

NVars: 256459 (NBinVars: 0, NIntVars: 26100) NConss: 203287 NonzeroDensity: $1.4414 \cdot 10^{-5}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^8$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^8$	Время поиска пер- вого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	60.00 ^b	13.34046	—	—
CBC	60.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	60.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	60.00 ^b	6.396971 (+52.048%)	6.396971	21.746
ZyOpt ^c	60.00 ^b	3.537829 (+73.48%)	23.878683	0.413

^a – База для сравнения

^b – Решение остановлено по времени

^c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 15. Сводка результатов анализа эффективности
решателей на проблеме 2023_03_3NPZ_1615_Slacks_KF_NPZ.mps

NVars: 443669 (NBinVars: 93, NIntVars: 42835) NConss: 360300 NonzeroDensity: $8.2112 \cdot 10^{-6}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^9$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^9$	Время поиска пер- вого допустимого решения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	120.00 ^b	2.486351	—	—
CBC	120.00 ^b	∞	—	—
SCIP 8.0.3	120.00 ^b	∞	—	—
HiGHS 1.5.3	120.00 ^b	2.639431 (−6.156%)	2.639431	2.461
ZyOpt ^c	120.00 ^b	1.357399 (+45.405%)	1.357399	26.55

^a – База для сравнения

^b – Решение остановлено по времени

^c – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION

Таблица 16. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме
https://miplib.zib.de/instance_details_csched008.html csched008.mps

NVars: 1536 (NBinVars: 1284, NIntVars: 0) NConss: 351 NonzeroDensity: 0.0105

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^0$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^0$	Время поиска перво- го допустимого ре- шения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	10.00 ^b	173	—	—
CBC	120.00 ^b	183	—	—
SCIP 8.0.3	10.00 ^b	173	185	0.416
HiGHS 1.5.3	9.29	173	189	0.021
ZyOpt ^d	1.14 ^c	174 (−0.578%)	186	0.026

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – Решение остановлено по нулевому зазору

d – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION+PERTURBATION, $p = 0.5$

Таблица 17. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме
https://miplib.zib.de/instance_details_csched010.html csched010.mps

NVars: 1758 (NBinVars: 1457, NIntVars: 0) NConss: 351 NonzeroDensity: 0.0103

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^0$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^0$	Время поиска перво- го допустимого ре- шения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	15.20 ^c	408	—	—
CBC	120.00 ^b	408	—	—
SCIP 8.0.3	39.10 ^c	408	552	0.666
HiGHS 1.5.3	30.70 ^c	408	598	2.281
ZyOpt ^d	8.00 ^c (+47.37%)	431 (−5.637%)	653	0.838

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – Решение остановлено по нулевому зазору

d – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION+PERTURBATION, $p = 0.5$

Таблица 18. Сводка результатов анализа эффективности решателей на проблеме
https://miplib.zib.de/instance_details_atlanta-ip.html atlanta-ip.mps

NVars: 48738 (NBinVars: 46667, NIntVars: 106) NConss: 351 NonzeroDensity: $2.4314 \cdot 10^{-4}$

Решатель	Полное время расчета, мин	Верхняя граница решения, $\times 10^0$	Целевая функция первого допустимого решения, $\times 10^0$	Время поиска перво- го допустимого ре- шения, мин
CPLEX 12.8.0.0 ^a	59.28 ^c	90	—	—
CBC	120.00 ^b	92	—	—
SCIP 8.0.3	120.00 ^b	90	102	3.783
HiGHS 1.5.3	120.00 ^b	91	94	2.75
ZyOpt ^d	0.19 ^c (+99.68%)	95 (−5.555%)	106	0.008

a – База для сравнения

b – Решение остановлено по времени

c – Решение остановлено по нулевому зазору

d – RELAX-PHASE: HiGHS (ipm), MILP-PHASE: HiGHS, STRATEGY: FIXATION+PERTURBATION, $p = 0.5$