

以下の設問 1 から 5 に答えよ。解答は 解答用紙の所定の欄に記入すること。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx^3 + \sin(2x + 3x^2) - 2\log(1+x)}{x^4}$ が有限の極限值をもつように定数 a, b を定め、そのときの極限值を求めよ。

2. $e^{x-y} \cos(x+y)$ の $(0,0)$ におけるテイラー展開において、 xy の項 および x^2y の項 を決定せよ。

3. (1) $f(x, y) = ye^x - x \sin y - \pi = 0$ により定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ で $x = 0$ のとき $y = \pi$ を満たすものがただ一つ存在することを示し、 $\frac{d\varphi}{dx}(0)$ を求めよ。

(2) さらに、 $\frac{d^2\varphi}{dx^2}(0)$ を求めよ。

Ok 4. 2変数関数 $g(x, y) = (x+y-7)(xy-6)$ を考える。

(1) $g(x, y)$ の停留点をすべて求めよ。

(2) (1) で求めた停留点の各々について、極大点、極小点、鞍点、あるいはそれらのいずれでもないか、を判定せよ。

ラグランジュの乗数法を用いて 5. $\varphi(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 4 = 0$ を満たしながら (x, y) が動くとき、 $f(x, y) = (x+y)e^{x+y}$ の最大値、最小値とそれらを与える (x, y) を ラグランジュの乗数法 を用いてすべて求めよ。