

平成 23 年 7 月 26 日 (火) 2 時限施行
数学 A 1 (一斉)

次の 1 から 6 に答えなさい。解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos(2x - x^2) - ax - bx^2 - cx^3}{x^4}$ が有限の極限值を持つように定数 a, b, c を定め、その時の極限值を求めなさい。

2. $f(x, y)$ を C^2 級関数とすると、

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h^2 + 2h, y + 3h) - 2f(x + h, y) - 3f(x, y + h) + 4f(x, y)}{h^2}$$

を f の 2 階までの偏微分を用いて表しなさい。

3. $f(x, y) = \frac{x^2 + y}{2 + ax^2 + y^2}$ を考える。

(1) f の $(0, 0)$ におけるテイラー展開を 5 次の項まで求めなさい。

(2) $\frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^3}(0, 0) = 1$ となるように定数 a を定めなさい。

4. $x^2 - xy^3 + y^5 - 3 = 0$ により定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ で $x = 2$ のとき $y = 1$ を満たすものが唯一つ存在することを示し、 $\frac{d\varphi}{dx}(2), \frac{d^2\varphi}{dx^2}(2)$ を求めなさい。

5. $f(x, y) = x^2 + y^3 - xy - 2x$ を考える。

(1) f の停留点をすべて求めなさい。

(2) (1) で求めた停留点がそれぞれ極大、極小、あるいはそのいずれでもないかを判定しなさい。

6. $\varphi(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 + 2xy - y^2 = 0$ のもとで $f(x, y) = x - y$ の最大値、最小値とそれらを与える (x, y) を全て求めなさい。