2016　３B　期末（打ち間違えあったらメンゴ、下に本物つけときます）

1. $\{a_n\}_{n\geq 1}$を数列で任意のｎ≧１に対しa_n≧０とする

以下の命題について正しければ証明し、間違いならば成り立たない例をあげよ。

(a)　「$\lim_{n\to\infty} n^2 a_n = 0$が成り立つならば$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$は収束する」

(b)　「$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$が収束するならば$\lim_{n\to\infty} n^2 a_n = 0$が成り立つ」

2. 次の級数が終息するかどうか調べ、(b)、(c)については収束するような実数 x の範囲を求めよ。

(a)$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\frac{1}{n}}}{2^n}$　　(b)$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n}\sqrt{n!}} x^{2n}$　　(c)$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(x^2+x+1\right)^n}{n(n+2017)}$

3. f を$\mathbb{R}^2$上で定義された連続関数とする。次の類似積分の積分範囲を図示し、積分順序を交換せよ。

$$\mathrm{I} = \int_{-1}^{1}\left(\int_{\log(x+2)}^{-x^2+4} f(x,y)dy\right)dx$$

4. 次の重積分の値を求めよ。

(a) $\mathrm{I} = \iint_D \frac{x^2}{1+y^4} dxdy \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 2,\ x \leq y \leq 2\}$

(b) $\mathrm{I} = \iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dxdy \quad \mathrm{D} = \{(\mathrm{x},\mathrm{y}) \in \mathbb{R}^2 ; x+y \leq 1,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$

5. $\mathrm{D} = \{(\mathrm{x},\mathrm{y}) \in \mathbb{R}^2 ; \frac{1}{4} \leq 2x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4},\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$とする。次の重積分に対して

$\mathrm{x} = \frac{\mathrm{r}}{\sqrt{2}}\cos\theta \quad \mathrm{y} = \mathrm{r}\sin\theta$と置いて変数返還するとき、ヤコビアンＪ（ｒ、θ）を求めよ。また積分の値を求めよ。

$$\mathrm{I} = \iint_D \frac{1+\sqrt{2x^2+y^2}}{\sqrt{2x^2+y^2}\sqrt{1-2x^2-y^2}} dxdy$$

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	90分	分
採点欄	※	

平成　29 年　2 月　2 日（ 木 ）3 時限施行		学部　　学科　　年　　組	
担当者名	坂川 博宣 君	学籍番号	
科目名	数学3B	氏　名	

次の 1 から 5 に答えよ．途中の計算も適宜答案用紙に記入すること．

1. $\{a_n\}_{n\geq 1}$ を数列で任意の $n \geq 1$ に対し $a_n \geq 0$ とする．
以下の命題について正しければ証明し，間違いならば成り立たない例を挙げよ．

(a) 「$\lim_{n\to\infty} n^2 a_n = 0$ が成り立つならば $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ は収束する」

(b) 「$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束するならば $\lim_{n\to\infty} n^2 a_n = 0$ が成り立つ」

2. 次の級数が収束するかどうか調べ，(b), (c) については収束するような実数 x の範囲を求めよ．

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\frac{1}{n}}}{2^n}$　　(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n}\sqrt{n!}} x^{2n}$　　(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2+x+1)^n}{n(n+2017)}$

3. f を $\mathbb{R}^2$ 上で定義された連続関数とする．次の累次積分の積分範囲を図示し，積分順序を交換せよ．

$$I = \int_{-1}^{1} \Big(\int_{\log(x+2)}^{-x^2+4} f(x,y)dy \Big) dx$$

4. 次の重積分の値を求めよ．

(a) $I = \displaystyle\iint_D \frac{x^2}{1+y^4} dxdy,\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \leq x \leq 2,\ x \leq y \leq 2\}$

0≤x+y≤1

(b) $I = \displaystyle\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dxdy,\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x+y \leq 1,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$

5. $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \frac{1}{4} \leq 2x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4}, x \geq 0, y \geq 0\right\}$ とする．
次の重積分に対し $x = \frac{r}{\sqrt{2}}\cos\theta, y = r\sin\theta$ と置いて変数変換するとき，ヤコビアン $J(r,\theta)$ を求めよ．
また積分の値を求めよ．

$$I = \iint_D \frac{1+\sqrt{2x^2+y^2}}{\sqrt{2x^2+y^2}\sqrt{1-2x^2-y^2}} dxdy$$