

科目名	2019 年 1 月 30 日 (水) 2 時限		
数学 1B (一斉)	学科(学門)	年 組	学科出席番号
担当者	学籍番号		
数学 1B 担当者全員	氏 名		

問題用紙回収	要	・	不要
答案用紙	要	・	不要
計算用紙	要	・	不要
計算用紙回収	要	・	不要
持込可否	(A) 持込み不可 B. すべて持込み可 C. 以下の○で囲んだもののみ持込可 (1) 教科書(書名:) (2) 配布プリント (3) 自筆ノート (4) その他()		

数学 1B 期末試験

以下の設問 1 から 5 に答えなさい。解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

1 (1) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos^2 x - \sin^2 x) dx$ の値を求めなさい。

(2) $\frac{4x^2}{x^4 - 1}$ を部分分数分解した式を記し、定積分 $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{4x^2}{x^4 - 1} dx$ の値を求めなさい。

2 累次積分 $I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left(\int_{x^2}^{1-x^2} xy dy \right) dx$ で表される重積分の積分領域を図示しなさい。また、累次積分の積分順序を交換した式を記し、 I の値を求めなさい。

3 $\varphi(x, y) = e^{\frac{x^2+y^2}{2}}$, $f(x, y) = \left(\frac{y}{1+x}, \frac{x}{1+y}, \left(\frac{xy}{1+x} + \frac{xy}{1+y} \right) e^{\frac{x^2+y^2}{2}} \right)$,

$S = \{(x, y, \varphi(x, y)) \mid 0 \leq x, y \leq 1\}$ とする。面積分 $\iint_S f \cdot dS$ の値を求めなさい。ただし S の法線は z -成分が正になるように取るものとする。

4 $C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$, $C_\varepsilon = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = \varepsilon^2\}$, $D_\varepsilon = \{(x, y) \mid \varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$, $0 < \varepsilon < 1$, 原点を除いた点で定義された関数 $f(x, y) = (f(x, y), g(x, y)) = \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$ を考える。

(1) 重積分 $\iint_{D_\varepsilon} \left(-\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial x} \right) dx dy$ の値を求めなさい。

(2) 線積分 $\int_C f \cdot dr + \int_{C_\varepsilon} f \cdot dr$ の値を求めなさい。ただし線積分は、 C を反時計回りに回り、 C_ε を時計回りに回るものとする。

(3) 線積分 $\int_C f \cdot dr$ の値を求めなさい。ただし線積分は C を反時計回りに回るものとする。

5 $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$, $r_{\varepsilon, a}(\theta) = \varepsilon e^{a\theta}$, $0 < \varepsilon \leq 1$, $0 \leq a \leq 1$, $\theta \in \mathbb{R}$,

$D = \{(r \cos \theta, r \sin \theta) \mid 0 < r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$,

$D_{\varepsilon, a} = \{(r \cos \theta, r \sin \theta) \mid r_{\varepsilon, a}(\theta) \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$

とする。

(1) 極限值 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+0} \iint_{D_{\varepsilon, a}} f(x, y) dx dy$ を求めなさい。

(2) 広義積分 $\iint_D f(x, y) dx dy$ が存在するか否か理由とともに答えなさい。