

数学 A1 (学門1345) 中間テスト

2017年5月25日 (木) 1限実施

答えだけでなく、プロセスも採点しやすいように読みやすく書いてください。

1.

(i) $\frac{1}{1-x^2}$ ($-1 < x < 1$) のマクローリン展開を求めよ。

(ii) 極限值

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{-n} \left(\frac{1}{1-x^2} - e^x + \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \right)$$

が存在して 0 でない有限値であるように自然数 n を定め、そのときの極限值を求めよ。(教科書 p.26, 8.)

2. (i)

$$\frac{x}{\sin x} = 1 + \frac{x^2}{3!} + o(x^2) \quad (x \rightarrow +0)$$

を示せ。

(ii) 極限值

$$\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) \frac{1}{x}$$

を求めよ。

3. 開区間 I 上の関数 $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ は $x_0 \in I$ で微分可能とする。このとき、定数 $\alpha \in \mathbb{R}$ と関数 $g: I \rightarrow \mathbb{R}$ であって

$$f(x) = f(x_0) + \alpha(x - x_0) + g(x)$$

かつ

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x)}{x - x_0} = 0.$$

を満たすものが存在することを示せ。