平成 29 年 1 月 31 日(火)5 時限施行		学部　学科　年　組	
担当者名	数学 1B 担当者全員	学籍番号	
科目名	数学1B	氏　名	

数学 1B 期末試験

17:10

以下の設問$\boxed{1}$から$\boxed{5}$に答えよ．解答は解答用紙の所定の欄に記入すること．

$\boxed{1}$ 不定積分 $\displaystyle\int \frac{x^3-3}{x^3-x^2-x+1}dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$ 積分の順序交換により，$\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{y^3}^{2-y^2} \frac{y^2}{x\sqrt{2-x}}dx\right)dy$ の値を求めよ．

$\boxed{3}$ 関数 $f(x,y) = e^{\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}} + e^{\frac{-\sqrt{x^2+y^2}}{2}}$ に対し，

$$\{(x,y,z);\ z = f(x,y),\ x^2+y^2 \le 4\}$$

によって定まる $\mathbb{R}^3$ 内の曲面の曲面積を求めよ．

$\boxed{4}$ $\mathbb{R}^3$ 内の曲面 $A = \{(x,y,z);\ z = e^{-x^2-y^2},\ x \ge 0,\ y \ge 0\}$ に対し，以下の問いに答えよ．

(1) z 成分が正となるような A の単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ を求めよ．

(2) ベクトル場 $\boldsymbol{f}(x,y,z) = (x,y,z)$ の A 上の面積分 $\displaystyle\iint_A \boldsymbol{f}\cdot d\boldsymbol{S}$ の値を求めよ．ただし，$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ となることを用いていも良い．(広義積分であることに注意すること．)

$\boxed{5}$ xy 平面において，$(0,0)$ から $\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right)$ にいたる線分を Γ_1，$\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right)$ から $\left(\frac{5\pi}{12}, -\frac{\pi}{12}\right)$ にいたる線分を Γ_2，$\left(\frac{5\pi}{12}, -\frac{\pi}{12}\right)$ から $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ にいたる線分を Γ_3，さらに $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ から $(0,0)$ にいたる線分を Γ_4 として，$\Gamma = \Gamma_1+\Gamma_2+\Gamma_3+\Gamma_4$ とおく．このとき，線積分

$$\int_\Gamma (\sin x + e^x)\sin y\,dx + (\cos x + e^x)\cos y\,dy$$

の値を求めよ．