

## 数学 A1 演習問題 (第 2 回)

1. 次の極限値を求めよ .

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2}{x^3}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - \log(1+x^3) - 1}{x^6}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left\{ \frac{1}{e} (1+x)^{\frac{1}{x}} - 1 + \frac{1}{2}x \right\}$

2. (a)  $f(x) = (a+x+x^2)\sin x$  のマクローリン近似を 5 次まで求めよ . また  $f^{(5)}(0) = 10$  となるように  $a$  を定めよ .

(b)  $a \in \mathbb{R}$  とする .  $f(x) = e^{ax^2+x^3}\cos x$  のマクローリン近似を 4 次まで求めよ . また  $f^{(2)}(0) = -1$  のとき ,  $f^{(4)}(0)$  の値を求めよ .

3. (a) 任意の  $x \geq 0$  に対し

$$x - \frac{x^2}{2} \leq \log(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを示せ .

(b)  $\sqrt[3]{10} = 2(1 + \frac{1}{4})^{\frac{1}{3}}$  と表せることに注意し , 関数  $(1+x)^{\frac{1}{3}}$  のマクローリン近似を用いることにより

$$0 < \sqrt[3]{10} - \frac{155}{72} < 0.002$$

が成り立つことを示せ .

4. 次の極限が 0 以外の有限の値をとるように自然数  $n$  を定め , そのときの極限値を求めよ .

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos x - x + \frac{2}{3}x^3}{x^n}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x) + \sqrt{1+x^2} - 1}{x^n}$

レポート課題 : 問題 2-4 の (a), (b) からそれぞれ 1 題ずつ選んで合計 3 題解答せよ .

提出日時 : 5 月 21 日 (水) 1 限開始時