2019年度数学2B期末

[1]

$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$　$B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$とし、これを表現行列とする

線形写像をそれぞれf_A、f_Bとする。
U＝Ker f_A、W＝Ker f_Bとするとき、以下の問いに答えよ。

⑴Uの基底と次元を求めよ

⑵U⋂Wの基底と次元を求めよ

[2]
⑴n次行列Aの固有値と固有ベクトルの定義を書け

⑵n次行列Aとn次正則行列BがAB＝BAを満たすとき、Aの固有ベクトル$\mathbf{x}$に対し、B$\mathbf{x}$もAの固有ベクトルになることを示せ

⑶n次行列Aが固有値2を持つとき行列A^3-4Aは正則行列ではないことを示せ

[3]
$\mathbf{a}$,$\mathbf{b}$,$\mathbf{c}$を実3次ベクトルとし、F：$\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$としたとき

$F(\mathbf{x})=\begin{pmatrix} \det(\mathbf{x},\mathbf{b},\mathbf{c}) \\ \det(\mathbf{a},\mathbf{x},\mathbf{c}) \\ \det(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{x}) \end{pmatrix}$　について以下の問いに答えよ

⑴Fが線型写像であることを示せ

⑵$\mathbf{a}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,$\mathbf{b}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,$\mathbf{c}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$のとき、Fの表現行列を求めよ

［４］
ｔ∈R のもとで

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -t+3 & t-3 & 2 \end{pmatrix}$$

とする。この時、以下の問いに答えよ

⑴A の固有多項式と固有値を求めよ

⑵ｔの値により A が対角化可能かを理由付きで判定せよ
　また、対角化可能ならば $P^{-1}AP$ が対角化行列となるような P を一つ求めよ

［５］
以下の行列の行列式を求めよ

$$A=\begin{pmatrix} a & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -4b-1 & b+1 & b & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

［６］
x,y,z∈R
$f(x,y,z)=x^3-x-xy-xz+y^2-yz+z^2$
としたとき、以下の問いに答えよ

⑴f(x,y,z)の停留点を全て求めよ

⑵各停留点におけるヘッセ行列を求めよ

⑶f(x,y,z)の極値を求めよ

〇パソコン苦手でうまく書けませんでした、ごめんなさい

〇テスト問題は回収されるので、後輩のために計算用紙にでも問題メモっときましょう。（時間はどうせ余ります）