2015 数学 3B 期末(坂上) (写し間違ってたらメンゴ、下に本物つけときます)

1. f をℝ²上で定義された連続関数とする。次の累次積分の積分範囲を図示し、積分順序を交換せよ。

$$I = \int_{1}^{3} \left(\int_{\sqrt{x}}^{-(x-2)^{2}+4} f(x,y) dy \right) dx$$

2. 次の重積分の値を求めよ。

(a)
$$\iint_{D} \frac{2}{x^{2} + 2xy + y^{2} + 2x + 2y} dx dy, \quad D = \{(x, y); 1 \le x \le 2, 0 \le y \le x\}$$

(b)
$$\iint_D (x^2 - xy - 2y^2)e^{-(x+y)^2} dx dy$$
,

$$D = \{(x, y); 0 \le x + y \le 2, 0 \le x - 2y \le 1\}$$

3. 次の重積分に対し $\mathbf{x} = \mathbf{r}\cos\theta, \mathbf{y} = \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{2}}\sin\theta$ と置いて変数変換するとき、ヤコビアン $\mathbf{J}(\mathbf{r},\theta)$ を求めよ。また積分の値を求めよ。

$$\iint_{D} xy dx dy, \quad D = \{(x, y); \frac{1}{4} \le x^{2} + 2y^{2} \le 1, x \ge 1, y \ge 1\}$$

4. 次の級数が収束するかどうか判定せよ。

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^{2n}}$$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3n+2016}$

5. 次のべき級数が収束するような実数 x の範囲を求めよ。

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{1}{n}} x^n$$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+2)} x^{2n}$

次の1から5に答えよ、途中の計算も適宜答案用紙に記入すること、

1. ƒを設2上で定義された連続関数とする、次の累次積分の積分範囲を図示し、積分順序を交換せよ

$$I = \int_{1}^{3} \left(\int_{\sqrt{x}}^{-(x-2)^{2}+4} f(x,y) dy \right) dx \quad \text{if } x = 12 - 12 = 12$$

$$I = \int_{1}^{3} \left(\int_{\sqrt{x}}^{-(x-2)^{2}+4} f(x,y) dy \right) dx$$

$$= \int_{1}^{3} \left(\int_{\sqrt{x}}^{-(x-2)^{2}+4} f(x,y)$$

(b)
$$\iint_{D} (x^2 - xy - 2y^2)e^{-(x+y)^2} dxdy, \quad D = \{(x,y); 0 \le x + y \le 2, 0 \le x - 2y \le 1\}$$

3. 次の重積分に対し $x = r\cos\theta, y = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$ と置いて変数変換するとき、ヤコピアン $J(r,\theta)$ を求める また積分の値を求めよ、

$$\iint_{\mathcal{D}} xy \, dx dy, \quad D = \left\{ (x, y) \, ; \, \frac{1}{4} \le x^2 + 2y^2 \le 1, \, x \ge 0, \, y \ge 0 \right\}$$

4 次の級数が収束するかどうか判定せよ、

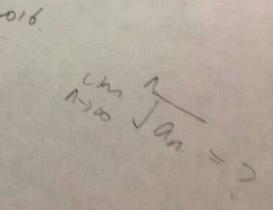
(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^{2n}}$$

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^{2n}}$$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3n + 2016}$ $\Rightarrow n = >0/6$

5. 次のべき級数が収束するような実数ェの範囲を求めよ、

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{1}{n}} x^n$$

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{1}{n}} x^n$$
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+2)} x^{2n}$



7 (4 m)

