

## 2022 年度 数学 1A 課題 1 (第 1 回から第 6 回)

**注意事項:** 課題に関する注意事項の文をよく読んでおくこと.

1. 提出期限は **5 月 25 日 (水) 午前 8:59** まで (**Canvas LMS にて提出, 期限厳守, Canvas LMS 以外の提出は認めない**)
2. **提出ファイルの形式は PDF. また提出する際, 1 つのファイルに纏めること.** 纏め方は「単一の PDF を作る方法」を参照.
3. **教科書の公式や問の結果等を用いる場合は必ず明記すること. これが守られていないと減点対象.**
4. 用紙, サイズは自由. 白地に黒い筆記用具で書いてもらえると見やすく有難い.
5. 採点は最終提出版で行う (それ以前のものは考慮しない).
6. 解答の 1 枚目には**学籍番号と氏名を必ず書くこと** (こちらのチェック用).
7. 解答を書く際には**丁寧に説明をすること.** 説明文がないものは**採点しない**.
8. ファイルの字が読めないとこちらが判断した場合, **採点しない**.
9. 合計点は 23 点.

**略解だけを公表する理由:** 最終的な答えに至る過程を自らあれこれ考えてほしいため. 詳細な解答があるとなかなか自分で色々考えようとする人の割合が少ない. このようなため略解だけを公表する. なお色々考えても分からなければ質問をすればいい.

**問 1 (9 点)** 次の極限が存在する場合その値を求め, 存在しない場合はそれを示せ:

- (i)  $p > 0$  としたとき  $\lim_{x \rightarrow 0} |x|^p \left( \cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x^2} \right)$ .
- (ii)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{|x-2|}}{x^2-4}$ .
- (iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{2 + \cos \frac{1}{x}}$ .

**略解:** (それぞれ 3 点) (i) 極限值は存在し, 0. (ii) 極限值は存在しない. (iii) 極限值は存在しない.

**コメント:** 課題の注意事項や講義での注意事項を守っていないものには加点していない.

**問 2 (3 点)**

- (i)  $f(x) := \tan x$  としたとき,  $x = 0$  の周りの 3 次のテイラー近似を求めよ ( $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  という形の多項式).
- (ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2 - x^2}{x^6}$  を求めよ.

**略解:** (i) (2 点)  $x + \frac{1}{3}x^3$  (ii) (1 点)  $\frac{1}{3}$ .

**コメント:**  $\tan x = x + \frac{1}{3}$  ではない. (ii) でこれを使った解答には加点していない.

**問 3 (6 点)**  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $p > 0$  とし,  $f(x)$  を次のように定める:

$$f(x) := \begin{cases} \alpha & (x = 0), \\ 1 + |x|^p \log |x| & (x \neq 0). \end{cases}$$

- (i)  $\alpha \in \mathbf{R}$  をうまくとると  $f(x)$  が  $x = 0$  で連続となることを示せ.

(ii)  $\alpha \in \mathbf{R}$  を (i) で求めた値にとる. このとき,  $f$  は  $x = 0$  で微分可能であるかを判断し, その説明をせよ. (Hint: 微分可能の定義式をよく見ること).

**略解:** (i) (2 点)  $\alpha = 1$  とすればよい. (ii) (4 点)  $0 < p \leq 1$  のとき微分不可能,  $1 < p$  のとき微分可能.

**コメント:**  $0 < p$  としているだけで  $p$  が自然数であるという条件は書かれていない.

**問 4 (5 点)**  $a > 0$  としたとき

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left[ \frac{\sqrt{x}}{(x+a)^{3/2}} - \left\{ a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \frac{a_3}{x^3} \right\} \right] = 0$$

をみたす  $a_0, a_1, a_2, a_3$  を求めよ. ( $x, y$  平面上で半径  $a$  の円周上に電荷が分布しているときの  $z$  軸における電場の漸近挙動を求める問題. ただし, 少しアレンジしている)

**略解:**  $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = -\frac{3}{2}a, a_3 = \frac{15}{8}a^2$ .

Hint:  $t = 1/x$  や  $t = a/x$  などとおくと見通しがよくなる.