数学 3B 2017 年解答

最終更新日 2023 年 1 月 21 日

作成者: 大黒 瑠海空

1 級数の収束証明

2 級数の収束判定

3 収束半径

(a)

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{1}{\limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}} && (1)\\
&= \frac{1}{\limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left|\dfrac{\cos n}{\log n}\right|}} && (2)\\
&= \infty && (3)
\end{aligned}
$$

(b)

4 累次積分の順序変更

$$
\int_0^7 \left\{ \int_{\max\{-\sqrt{y}, \frac{1}{2}y - \frac{3}{2}\}}^{\min\{\sqrt{y}, 2\}} f(x,y)dx \right\} dy \tag{4}
$$

5　重積分

(a)

$$
\begin{aligned}
I &= \int_0^1 \left\{ \int_y^{-y+2} \frac{x}{1+y^2} dx \right\} dy && (5)\\
&= \int_0^1 \frac{1}{1+y^2} \left\{ (-y+2)^2 - y^2 \right\} dy && (6)\\
&= 2\int_0^1 \frac{1-y}{1+y^2} dy && (7)\\
&= 2\left[\tan^{-1} y - \frac{1}{2}\log(1+y^2) \right]_0^1 && (8)\\
&= \underline{\frac{\pi}{2} - \log 2} && (9)
\end{aligned}
$$

(b)

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ で座標変換すると積分領域が $\{(u,v) | 0 \leq u \leq 1,\ 0 \leq v \leq 1\}$ になる. このとき面積変化率 $\det A$ は $\dfrac{2}{5}$.

$$
\begin{aligned}
I &= \int_0^1 \left\{ \int_0^1 2ve^{2u+v} \frac{5}{2} du \right\} dv && (10)\\
&= 5\int_0^1 e^2 u du \int_0^1 ve^v dv && (11)\\
&= \underline{\frac{5}{2}(e^2-1)} && (12)
\end{aligned}
$$

(c)

極座標変換する.

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left\{ \int_0^{\pi} \frac{1 + r\sin\theta}{r\sqrt{1-r^2}} r d\theta \right\} dr \tag{13}$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left\{ \int_0^{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{1-r^2}} + \frac{r\sin\theta}{\sqrt{1-r^2}} \right) d\theta \right\} dr \tag{14}$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-r^2}} dr \int_0^{\pi} d\theta + \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} dr \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \tag{15}$$

$$= \left[\sin^{-1} r \right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \pi + \left[-\sqrt{1-r^2} \right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot 2 \tag{16}$$

$$= \underline{\frac{\pi^2}{6} + \sqrt{3} - 1} \tag{17}$$