物理学 B　10 章演習　解説

10.1

長さ L，質量 M の棒の重心についての慣性モーメントは $I_G = \dfrac{M}{12}L^2$

回転の中心となる端点を通る軸についての慣性モーメントは，平行軸の定理より，

$$I = I_G + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{M}{3}L^2$$

$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\dot{\theta} = 0$ であるので，エネルギー保存則より

$$\frac{L}{2}Mg = \frac{I}{2}\dot{\theta}^2 + \frac{L}{2}\sin\theta Mg$$

→U　→K　→U

$$\dot{\theta}^2 = \frac{LMg}{I}(1-\sin\theta) = \frac{3g}{L}(1-\sin\theta)$$

$$\therefore \dot{\theta}^2 = \sqrt{\frac{3g}{L}(1-\sin\theta)}$$

10.2

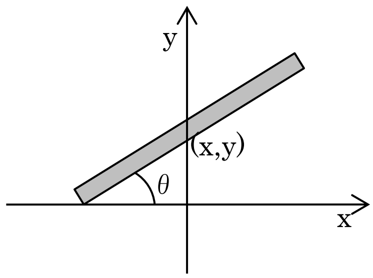
この問は重心の運動と重心周りの回転とに分けて考える．

・水平方向に力は働かないので，

$$x = 0, \dot{x} = 0$$

重心の y 座標と角度 θ は

$$y = \frac{L}{2}\sin\theta$$



従って，　$\dot{y} = \dfrac{L}{2}\cos\theta \cdot \dot{\theta}$

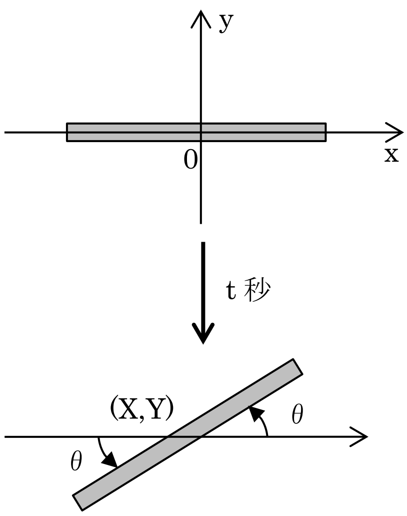
$$\underbrace{\frac{L}{2}Mg}_{U} = \underbrace{\frac{M}{2}\dot{y} + \frac{I_G}{2}\dot{\theta}^2}_{K} + \underbrace{\frac{L}{2}\sin\theta \cdot Mg}_{U}$$

$$\frac{M}{2}\cdot\frac{L^2}{4}\cos^2\theta\cdot\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{M}{12}L^2\dot{\theta}^2 + \frac{L}{2}\sin\theta\cdot Mg = \frac{L}{2}Mg$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{12g}{L}\cdot\frac{1-\sin\theta}{3\cos^2\theta+1}$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{12g}{L}\cdot\frac{1-\sin\theta}{3\cos^2\theta+1}}$$

10.3
棒の重心が原点となるように軸を取る．
t 秒の時の原点は(X,Y)，回転角を θ とする．
力が加わった後，



並進運動では，$M\dot{X}=0$，$M\dot{Y}=\overline{F}$

y 軸方向に運動量が $\overline{F}$ 増加

t＝0 で，(X,Y)＝(0,0)だから，

t＞0 での重心は，$X=0$，$Y=\dfrac{\overline{F}}{M}t$

回転運動では，$I_G\dot{\theta}=\dfrac{L}{2}\overline{F}$

撃力により，力積モーメントが $\dfrac{L}{2}\overline{F}$ 増加

$I_G=\dfrac{M}{12}L^2$ より代入して，$\dot{\theta}=\dfrac{6\overline{F}}{ML}$

よって，$\underline{\theta=\dfrac{6\overline{F}}{ML}t}$

並進運動について，

$X=x$ では速度 $\dfrac{\overline{F}}{M}\left(=\dot{Y}\right)$

回転運動について，

$\dfrac{6\overline{F}}{ML}x$ (v＝ωr から)$\leftarrow\begin{cases}\omega=\dot{\theta}=\dfrac{6\overline{F}}{ML}\\ r=x\end{cases}$

以上より，

$$v(x)=\frac{\overline{F}}{M}+\frac{6\overline{F}}{ML}x$$

v＝0 となるのは

$$\underline{x=-\frac{L}{6}}$$