

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	90 分	分
------	------	---

平成 23 年 2 月 2 日（水）2 時限施行		学部		学科		年		組	
担当者名	前島 信 君	学籍番号							
科目名	数学B3	氏 名							

I. 次の不定積分を計算せよ.

$$(1) \int \frac{1}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx$$

$$(2) \int \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} dx$$

II. 次の重積分を計算せよ.

$$(1) \iint_D \frac{1}{\sqrt{x-y}} dx dy, \quad D: y = 0, y = x, x = 1 \text{ で囲まれた領域}$$

$$(2) \iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq x$$

$$(3) \iint_D (x+1) \cos(2x-x^2+2y) dx dy, \\ D: 0 \leq y-x^2 \leq \pi \leq 2x+y \leq 2\pi, x \geq 0$$

$$(4) \iint_D \frac{|xy|}{x^2+y^2} dx dy, \quad D: x^2+y^2 \leq 1$$

III. 次の積分の順序を変更せよ.

$$(1) \int_0^1 \left[\int_{\sqrt{1-x^2}}^{x+2} f(x,y) dy \right] dx$$

$$(2) \int_0^1 \left[\int_{x^2}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y) dy \right] dx$$

$$(3) \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}} \left[\int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x,y) dx \right] dy$$

(裏に続く)

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

平成 23 年 2 月 2 日（水）2 時限施行		試験時間		90 分	分
学部		学科		年 組	
担当者名	前島 信 君	学籍番号			
科目名	数学B3	氏 名			

IV. $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ の値を求めよ.

V. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$, $\alpha > 0$, の収束発散を, $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{\alpha}} dx$ の収束発散を使って調べよ.

VI. 次の無限級数の収束発散を判定せよ. (授業で習った判定条件, 及び V. の結果を使ってよい.)

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$

(2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3+n}{3+n^2}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{x}{n}\right)^2$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^{n-1}}{n^{n+1}}$

(5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

(6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{2n+1}\right)^n$

$\sin \frac{x}{n}$

$4n^2 + 4n + 2n + 2$

$= 4n^2 + 6n + 2$

$\frac{(2n-1)2n}{(2n+2-1)(2n+2)}$

$\frac{(2n-1)2n}{(2n+1)(2n+2)}$

$4n^2 - 2n$

$4n^2 + 6n + 2$

$\sqrt{\left(\sin \frac{x}{n}\right)^2}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{x}{n}\right)^2 = 0$

$\frac{(2n+2)!}{(n!)^2} = \frac{(n+1)! (2n)!}{n!^2 (2n+2)!}$

$\frac{(n+1)n(n-1) \cdots 1 \cdot (n+1)n(n-1) \cdots 1 \cdot 2n(2n-1)(2n-2) \cdots 1}{n(n+1) \cdots 1 \cdot n(n-1) \cdots 1 \cdot (2n+2)(2n+1) \cdots 1}$

$4n^2 + 2n + 4n + 2$

$= 4n^2 + 6n + 2$