

2022 年度 数学 1A 課題 1 (第 1 回から第 6 回)

注意事項: 課題に関する注意事項の文をよく読んでおくこと.

1. 提出期限は **5 月 25 日 (水) 午前 8:59** まで (**Canvas LMS にて提出, 期限厳守, Canvas LMS 以外の提出は認めない**)
2. **提出ファイルの形式は PDF. また提出する際, 1 つのファイルに纏めること.** 纏め方は「単一の PDF を作る方法」を参照.
3. **教科書の公式や問の結果等を用いる場合は必ず明記すること. これが守られていないと減点対象.**
4. 用紙, サイズは自由. 白地に黒い筆記用具で書いてもらえると見やすく有難い.
5. 採点は最終提出版で行う (それ以前のものは考慮しない).
6. 解答の 1 枚目には**学籍番号と氏名を必ず書くこと** (こちらのチェック用).
7. 解答を書く際には**丁寧に説明をすること.** 説明文がないものは**採点しない.**
8. ファイルの字が読めないとこちらが判断した場合, **採点しない.**
9. 合計点は 23 点.

問 1 (9 点) 次の極限が存在する場合その値を求め, 存在しない場合はそれを示せ:

- (i) $p > 0$ としたとき $\lim_{x \rightarrow 0} |x|^p \left(\cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x^2} \right)$.
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{|x-2|}}{x^2-4}$.
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{2 + \cos \frac{1}{x}}$.

問 2 (3 点)

- (i) $f(x) := \tan x$ としたとき, $x = 0$ の周りの 3 次のテイラー近似を求めよ ($a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ という形の多項式).
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2 - x^2}{x^6}$ を求めよ.

問 3 (6 点) $\alpha \in \mathbf{R}, p > 0$ とし, $f(x)$ を次のように定める:

$$f(x) := \begin{cases} \alpha & (x = 0), \\ 1 + |x|^p \log |x| & (x \neq 0). \end{cases}$$

- (i) $\alpha \in \mathbf{R}$ をうまくとると $f(x)$ が $x = 0$ で連続となることを示せ.
- (ii) $\alpha \in \mathbf{R}$ を (i) で求めた値にとる. このとき, f は $x = 0$ で微分可能であるかを判断し, その説明をせよ. (Hint: 微分可能の定義式をよく見ること).

問 4 (5 点) $a > 0$ としたとき

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left[\frac{\sqrt{x}}{(x+a)^{3/2}} - \left\{ a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \frac{a_3}{x^3} \right\} \right] = 0$$

をみたす a_0, a_1, a_2, a_3 を求めよ. ((x, y) 平面上で半径 a の円周上に電荷が分布しているときの z 軸における電場の漸近挙動を求める問題. ただし, 少しアレンジしている)