

次の1から5に答えなさい。解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

1. (1) 次の不定積分を求めなさい。

$$\int \frac{dx}{(x^2+2)(x+1)}$$

- (2) 次の定積分を求めなさい。

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+1}}$$

2. 次の2重積分を求めなさい。

(1) $\iint_D \frac{(x+y)^2}{x+y+1} dx dy, \quad D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

(2) $\iint_D (x+2y) \sin(x-y) dx dy, \quad D: 0 \leq x-y \leq \pi, 0 \leq x+y \leq \pi$

3. 次の累次積分の積分範囲を図示し、積分順序を交換してその値を求めなさい。

$$I = \int_0^1 \left(\int_{x^2}^1 x e^{-y^2} dy \right) dx$$

4. xyz 空間内の曲面 $A = \{(s-t, s+2t, st) \mid 0 \leq s \leq t \leq 1\}$ を考える。

- (1) z 方向の成分が正の A の単位法線ベクトル \mathbf{n} を求めなさい。

- (2) A の法線の向きを (1) で求めた \mathbf{n} とするとき、ベクトル場 $\mathbf{f} = (y-1, z, x^2)$ の A 上での面積分 $\iint_A \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} dS$ を求めなさい。

5. xy 平面において、 $(1,0)$ から $(2,1)$ にいたる線分を Γ_1 、 $(2,1)$ から $(2,5)$ にいたる線分を Γ_2 、 $(2,5)$ から $(1,3)$ にいたる線分を Γ_3 、 $(1,3)$ から $(1,0)$ にいたる線分を Γ_4 とし、 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$ とする。このとき、 Γ に沿った線積分 $I = \int_{\Gamma} (x^3 + x^2 y^2) dx + (xy - y^3) dy$ を求めなさい。