

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

平成 26 年 5 月 30 日（ 金 ） 4 時限施行		試験時間		50 分		分	
学部		学科		年		組	
担当者名	齊藤、堀田、江藤、高野	学籍番号					
科目名	物理学A（- キ ）	氏 名					
		採 点 欄		※			

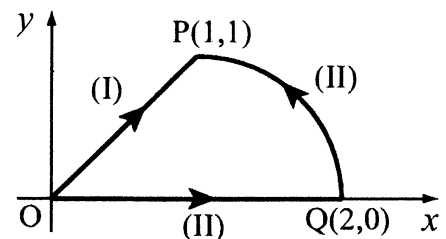
- 解答用紙に学籍番号、氏名を書くこと。特に学籍番号の数字は記入例に従って丁寧に記すこと。
- 結果を導く過程がわかるように解答すること。計算には問題用紙の裏を用いてよい。

問題 1. 次の各設問に答えなさい。

- (1) 3つのベクトル $\mathbf{A} = (1, -2, 0)$, $\mathbf{B} = (2, 3, -1)$, $\mathbf{C} = (-1, 1, 1)$ に対して、
 (a) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ を計算しなさい。 (b) $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$ を計算しなさい。 (c) \mathbf{A} , \mathbf{B} を2辺とする平行四辺形 S の面積を求めなさい。 (d) ベクトル \mathbf{C} から平行四辺形 S に下ろした垂線の長さを求めなさい。
- (2) 3次元でポテンシャル $U(x, y, z) = 2x^2 + 3xy + z^2 + 2$ が与えられたとき、力の場 \mathbf{F} を計算しなさい。

問題 2. 2次元の力の場 $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = F_x(\mathbf{r})\mathbf{i} + F_y(\mathbf{r})\mathbf{j} = (Ay + 2)\mathbf{i} + (-x + 1)\mathbf{j}$ を考える。ただし A は定数である。

- (1) この力のもとで、図に示す2つの経路 (I) および (II) に沿って、点 $(0, 0)$ から点 $P(1, 1)$ まで物体を動かす。経路 (I) は線分 OP であり、経路 (II) は $(0, 0)$ と $Q(2, 0)$ を結ぶ線分と中心 $(1, 0)$ 、半径1の円周の一部から成る。このときの $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ のする仕事 $W_{(I)}$, $W_{(II)}$ をそれぞれ求めなさい。

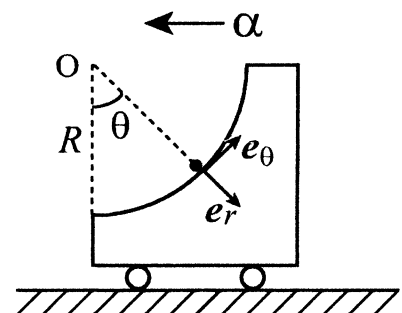


- (2) 2次元の力の場が保存力であるための一般的な条件を、 F_x , F_y を用いた式で書きなさい。
- (3) この問題の力 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ が保存力となるように、 A の値を求めなさい。
- (4) (3) の場合、ポテンシャル $U(x, y)$ を求めなさい。ただし、 $U(0, 0) = 0$ とする。

問題 3. 微分方程式 $\dot{x} = -3xt$ について、(a) 一般解を求めなさい。(2) $t = 0$ で $x = x_0$ という初期条件を満たす解を求めなさい。(3) $x_0 > 0$ のとき、 x の時間依存性のグラフの概略を描きなさい。

問題 4. 半径 R の四分円の形をした滑らかな曲面が台車に固定され、その曲面に沿って質量 m の質点が鉛直面内を運動する。台車は図の矢印の向きに一定の加速度 α ($\alpha > 0$) で動いている。以下では台車とともに動く座標系で、質点の運動を考える。重力加速度の大きさを g とし、垂直抗力の大きさを N とおく。

- (1) 極座標表示 (θ は鉛直下方からの角度) を考え、 r 方向、 θ 方向の単位ベクトルをそれぞれ \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ とする。位置ベクトル $\mathbf{r} = R\mathbf{e}_r$ を時間で微分することにより、速度ベクトル $\dot{\mathbf{r}}$, および加速度ベクトル $\ddot{\mathbf{r}}$ を \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ を用いて表しなさい。ただし、 $\dot{\mathbf{e}}_r = \dot{\theta}\mathbf{e}_\theta$, $\dot{\mathbf{e}}_\theta = -\dot{\theta}\mathbf{e}_r$ を用いてよい。
- (2) 質点にはたらく慣性力を \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ を用いて表しなさい。
- (3) r 方向、 θ 方向の運動方程式をそれぞれ書きなさい。
- (4) θ 方向の運動方程式の両辺に $\dot{\theta}$ を乗じ、時間で積分 (エネルギー積分) することにより、 $\dot{\theta}^2$ に対する一般解を求めなさい。



以下では $\alpha = g$ とする。公式 $\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \sin(\theta - \pi/4)$, $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos(\theta - \pi/4)$ を用いてよい。

- (5) 質点を $\theta = 5\pi/12$ で静かに離れたとき、設問 (4) の積分定数を求めなさい。このときの質点の可動領域を θ の範囲で表しなさい。また、質点の速さが最大になるときの θ の値 θ_1 を求めなさい。
- (6) θ が θ_1 のまわりを微小振動するとき、その周期を求めなさい。