物理学 B　6 章演習　解説

6.1

(1)　$m\ddot{r} = F(r)$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(r \times p)$$

$$= m\frac{d}{dt}(r \times \dot{r})$$

$$= m\dot{r} \times \dot{r} + mr \times \ddot{r}$$

$\rightarrow 0$

$$= r \times (m\ddot{r}) = r \times F(r)$$

$$= r \times \frac{f(r)}{r} r = 0$$

従って **L** は一定である.

(2)　外積の定義またはベクトル 3 重積を用いて順を変えると,

$$r \cdot L = r \cdot (r \times p)$$

$$= p \cdot (r \times r) = 0$$

$\rightarrow 0$

$$p \cdot L = p \cdot (r \times p)$$

$$= r \cdot (p \times p) = 0$$

$\rightarrow 0$

従って粒子の運動は角運動量 L に垂直でかつ原点を含む平面内でのみ可能.

(3)　***r・L***≠0 となる点を通ることは不可能.

$$L_1 = mr_1 \times v_1 = m(1,1,-2) \times (-3,1,2) = m(4,4,4)$$

$$L_2 = mr_2 \times v_2 = m(2,1,0) \times (1,2,0) = m(0,0,3)$$

I については

A＝0, B＝24, C＝0, D＝0, E＝4 より, B, E は通らない.

II については

B＝3, C＝3 より, B, C は通らない.

6.2

(1) $F(r)=\dfrac{A}{r^2}$

$$U(r)=-\int_\infty^r F(r')dr'=-A\int_\infty^r \frac{dr'}{r'^2}=\frac{A}{r}$$

『無限遠より』だから.

$$E=\frac{m}{2}\left(v_r^{\ 2}+v_\theta^{\ 2}\right)+\frac{A}{r}$$

(2) $r\to\infty$

$r=(-x,-b,0)$, $v=(v_0,0,0)$

$L=mr\times v=m(-x,-b,0)\times(v_0,0,0)=mbv_0(0,0,1)$

(3) $v_r=0$

←原点だから，$\boldsymbol{r}=0$

よって反発力は 0

v は r に依存するから，$v_r=0$

(4) $\underline{mbv_0}=\underline{mRv_0}$・・・・・・①（角速度保存則）

$r\to\infty$　　最近接

$\dfrac{1}{2}mv_0^{\ 2}=\dfrac{1}{2}mv_0^{\ 2}+\dfrac{A}{R}$・・・・・・②（エネルギー保存則）

①から　$v_0=\dfrac{bv_0}{R}$

②に代入して，

$$\frac{1}{2}mv_0^{\ 2}=\frac{1}{2}mv_0^{\ 2}\cdot\frac{b^2}{R^2}+\frac{A}{R}$$

$$R^2-\frac{2A}{mv_0^{\ 2}}R-b^2=0$$

$$R=\frac{A}{mv_0^{\ 2}}+\sqrt{\left(\frac{A}{mv_0^{\ 2}}\right)^2+b^2}$$

(5) $b\to0$ のとき，$R\to\dfrac{2A}{mv_0^{\ 2}}$

$b\to\infty$ のとき，$R\to\dfrac{2A}{mv_0^{\ 2}}+b$