数学 2B(一斉)　期末試験　２０１８年１月２５日 ６時限実施

[1]正誤問題

(1)$f: \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^m$ の線形写像

(i) $f(\boldsymbol{0}) = \boldsymbol{0}$ (ii) $Ker\, f = \{\boldsymbol{0}\}$ (iii) $\dim \llbracket Ker\, f \rrbracket + \dim \llbracket Im\, f \rrbracket = n$

(2)Aを n 次行列とする。

(i) $rank\, A = n$ならば A は正則である。 (ii) $\det A \neq 0$ ならば A は対角化可能 (iii) Aが上三角行列ならば A は対角化可能

[2]$a \neq b, b \neq c, a \neq c$のとき、次の連立一次方程式にクラメールの公式を用いることが

できることを確認せよ。さらにクラメールの公式を使って解け。解は適宜因数分解して見やすくすること。

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + by + cz = d \\ a^2x + b^2y + c^2z = d^2 \end{cases}$$

[3]

(1)$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \alpha \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & \alpha & 3 \end{pmatrix}$が正則とならない$\alpha$を求めよ。

(2) α が(1)の値のときの A に対して、これを対角化する正則行列 P と、$P^{-1}AP$ を求めよ。

[4]

(1) $\boldsymbol{R}^n$の部分集合 Wが、$\boldsymbol{R}^n$の線形部分空間であることの定義をかけ。

(2)$f: \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^m$を線形写像とする。$\boldsymbol{R}^n$の線形部分空間$X$に対し、

$$f(X) = \{f(x) \in \boldsymbol{R}^m | x \in X\}$$

が $\boldsymbol{R}^m$の線形部分空間であることを示せ。

[5](1)$f: \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^m$を線形写像とする。$Im\, f$及び$Ker\, f$の定義を述べよ。

(2)$f: \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^m$、$g: \boldsymbol{R}^m \to \boldsymbol{R}^l$を線形写像とする $\dim Im(g \circ f) = 0 \Leftrightarrow Im\, f \subset Ker\, g$を示せ。

(3)$A = (\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_n)$を n 次行列とし、$f_A$を A を表現行列とする線形写像とする。

$\boldsymbol{a}_i = \boldsymbol{e}_i$となる$i$が存在するならば、$\dim Im\,(f_A \circ f_A) \neq 0$ を示せ。

[6]$x, y, z \in \boldsymbol{R}$に対する関数

$$f(x, y, z) = -xy^2 + 3x^2 + 2z^2 + 2yz + 12x$$

について

(1)停留点をすべて求めよ。

(2)各停留点におけるヘッセ行列を求めよ。

(3)極値を求めよ。