物理学 A　1 章演習　解説

1.1

(1)　$\boldsymbol{A}$=(A_x,A_y,A_z),　$\boldsymbol{B}$=(B_x,B_y,B_z)

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=\frac{d}{dt}\left(A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z\right)$$

$$=\dot{A}_xB_x+A_x\dot{B}_x+\dot{A}_yB_y+A_y\dot{B}_y+\dot{A}_zB_z+A_z\dot{B}_z\cdots\cdots①$$

$$\left(\frac{d}{dt}\boldsymbol{A}\right)\cdot\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\cdot\left(\frac{d}{dt}\boldsymbol{B}\right)=\dot{A}_xB_x+\dot{A}_yB_y+\dot{A}_zB_z+A_x\dot{B}_x+A_y\dot{B}_y+A_z\dot{B}_z\cdots\cdots②$$

①=②より,

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=\left(\frac{d}{dt}\boldsymbol{A}\right)\cdot\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\cdot\left(\frac{d}{dt}\boldsymbol{B}\right)$$

(2)　$|\boldsymbol{A}(t)|^2=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}$=一定より,

$$0=\frac{d}{dt}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A})=2\left(\frac{d}{dt}\boldsymbol{A}\right)\cdot\boldsymbol{A}$$

↑(1)より

$$\therefore\left(\frac{d}{dt}\boldsymbol{A}\right)\cdot\boldsymbol{A}=0$$　□

1.2

(1)　$\boldsymbol{v}=\dot{\boldsymbol{r}}=u\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}$

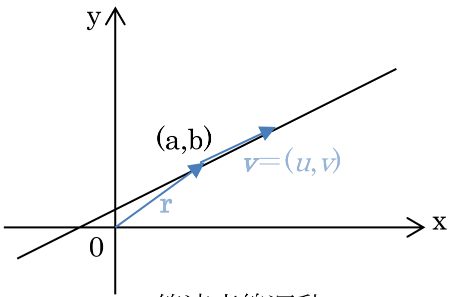
$\boldsymbol{a}=\ddot{\boldsymbol{r}}=0$

軌跡：$x=a+ut$

$y=b+vt$　から t を消去

$$t=\frac{x-a}{v}\ \text{より}\quad y=\frac{v}{u}(x-a)+b$$

傾き $\frac{v}{u}$,　(a,b)を通る直線



等速直線運動

(2)　$\boldsymbol{v}=\dot{\boldsymbol{r}}=u\boldsymbol{i}+(v-gt)\boldsymbol{j}$

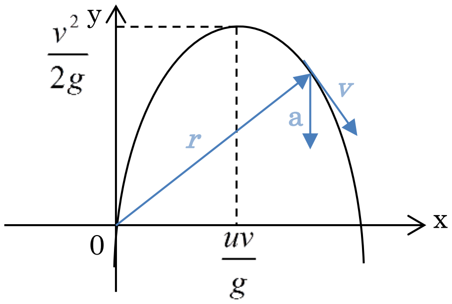
$\boldsymbol{a}=\ddot{\boldsymbol{r}}=-g\boldsymbol{j}$=一定

軌跡：$x=ut$

$$y=vt-\frac{1}{2}gt^2\quad\text{より}$$

$$t=\frac{x}{u},\quad y=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{u}\right)^2+\frac{v}{u}x$$

$$=-\frac{1}{2}\frac{g}{u^2}\left(x-\frac{uv}{g}\right)^2+\frac{v^2}{2g}$$



等加速度運動
放物運動

(3) $\boldsymbol{v} = \dot{r} = -A\dot{\phi}\sin\phi i + A\dot{\phi}\cos\phi j$

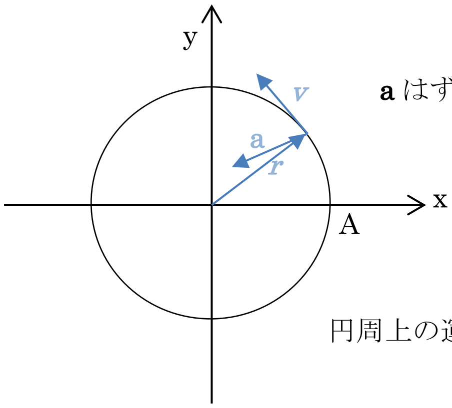
$$a = \ddot{r} = -A\left(\ddot{\phi}\sin\phi + \dot{\phi}^2\cos\phi\right)i + A\left(\ddot{\phi}\cos\phi - \dot{\phi}^2\sin\phi\right)j$$

$$= -\dot{\phi}^2\left(A\cos\phi i + A\sin\phi j\right) + \ddot{\phi}\left(-A\sin\phi i + A\cos\phi j\right)$$

$\rightarrow \boldsymbol{r}$：向心加速度　　　$\rightarrow \dfrac{1}{\dot{\phi}}\boldsymbol{v}$：角速度の変化による角速度

x＝Acos ϕ

y＝Asin ϕ　より，　$x^2 + y^2 = A^2$



a はずれる.

円周上の運動