慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	90分	分

平成 30 年 1 月 30 日(火) 5 時限施行		学部　学科　年　組	
担当者名	坂川 博宣 / 勝良 健史	学籍番号	
科目名	数学3B (一斉)	氏　名	

採点欄	※

次の１から５に答えよ．途中の計算も適宜答案用紙に記入すること．

1. $\{a_n\}_{n\geq 1}, \{b_n\}_{n\geq 1}$ を数列で任意の $n \geq 1$ に対し $a_n > 0, b_n \geq 0$ とする．
$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n} = r \in [0,\infty)$ が成り立ち，かつ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束するならば $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ は収束することを証明せよ．

2. $a \geq 0$ とする．級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{1+a^n}$ の収束/発散を判定せよ．

3. 次のべき級数の収束半径 R を求めよ．また $0 < R < \infty$ の場合は $|x| = R$ を満たす実数 x に対し，級数が収束するかどうか判定せよ．

 (a) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{\cos n}{\log n}\right)^n x^n$

 (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-2)^n}{n^{\frac{3}{2}}\log(n+1)}x^n$

4. f を $\mathbb{R}^2$ 上で定義された連続関数とする．次の累次積分の積分範囲を図示し，積分順序を交換せよ．

$$I = \int_{-1}^{2}\left(\int_{x^2}^{2x+3} f(x,y)dy\right)dx$$

5. 次の重積分の値を求めよ．

 (a) $\displaystyle I = \iint_D \frac{x}{1+y^2}dxdy$, ただし D は xy 平面上の３直線 $y = x,\ x + y = 2,\ y = 0$ で囲まれた領域

 (b) $\displaystyle I = \iint_D (2x+y)e^{4x-3y}dxdy$, $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ 0 \leq 2x + y \leq 2,\ 0 \leq x - 2y \leq 1\}$

 (c) $\displaystyle I = \iint_D \frac{1+y}{\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{1-x^2-y^2}}dxdy$, $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4},\ y \geq 0\}$

$y \leq -x+2$

$y \geq x$

$(1+y^2)^{-1}$

$y = \tan\theta$

$dy = \frac{1}{\cos^2\theta}d\theta$

$1+\tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$

$(1-r^2)^{\frac{1}{2}}$

$r\sin\theta \geq 0$