

数学A1(一斉) 平成22年7月26日(月) 6限

次の 1 から 5 に答えなさい。解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + ax^2) - x - bx^2 - cx^3}{x^4} = 1$ となるように定数 a, b, c を定めなさい。
2. $f(x, y) = xy \log(1 + x + ay^2)$ を考える。
 - (1) f の $(0, 0)$ におけるテイラー展開を 5 次の項まで求めなさい。
 - (2) $\frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^3}(0, 0) = 3$ となるように定数 a を定めなさい。
3. (1) $x^4 - 2x^2y + xy^3 - y^2 - 1 = 0$ により定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ で $x = 1$ のとき $y = 2$ を満たすものが唯一つ存在することを示し、 $\frac{d\varphi}{dx}(1)$ を求めなさい。
(2) 更に、 $\frac{d^2\varphi}{dx^2}(1)$ を求めなさい。 $\frac{2}{3}$
 $-\frac{2}{27}$
4. $f(x, y) = x^3 - xy^2 + 2y^2 - 3x$ を考える。
 - (1) f の停留点をすべて求めなさい。 $(2, 3), (2, -3)$
 - (2) (1) で求めた停留点がそれぞれ極大、極小、あるいはそのいずれでもないかを判定しなさい。
5. $\varphi(x, y) = x^4 - xy + y^4 - 1 = 0$ のもとで $f(x, y) = (x + y)^2$ の最大値、最小値とそれらを与える (x, y) を全て求めなさい。 4 0