- 答案用紙、問題用紙に学籍番号、氏名を書くこと。特に学籍番号の数字は丁寧に記すこと。
- 結果を導く過程がわかるように解答すること。計算には問題用紙の裏を用いてよい。

問題 1. 1 次元 x 座標上に、質量 m_1 の粒子 1 と質量 m_2 の粒子 2 がある。それぞれ座標を x_1、x_2 とおく。これらの粒子間には、大きさが互いの距離の 3 乗に反比例する引力がはたらいている。$k(>0)$ を比例定数とするとき、以下の問いに答えなさい。

(1) それぞれの粒子に対する運動方程式をたてなさい。

(2) $x = x_1 - x_2$ と相対座標を定義する。このとき x に関する運動方程式を導きなさい。

(3) $t = 0$ で $(x_1, x_2) = (\ell, 0)$、$(\dot{x}_1, \dot{x}_2) = (v_0, 0)$ であった。ただし、ℓ, v_0 はともに正である。このとき x での $\ddot{x}$ の値を求めなさい。

(4) (3) の初期条件のとき、2 粒子間の距離は離れ続けた。ℓ と v_0 の間にはどのような関係があるか答えなさい。

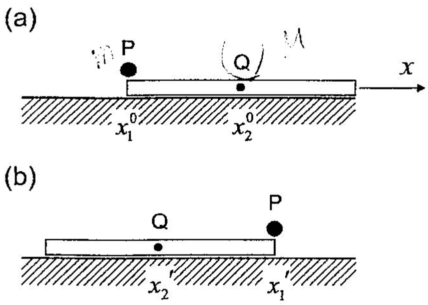
問題 2. 図 (a) に示すようになめらかで水平な床に置かれた長さ l、質量 M の棒を考えて，その重心は Q とする。いま，この棒の上を歩く質量 m の人を P として，最初は P が棒の左端にいるとする。P が初速度 0 で歩き出し棒の右端に到達したとき，棒はどれくらい動くか、以下の設問に答えながら求めなさい。ただし，棒は一様で Q は棒の中心にあるものとする。

(1) 図 (a) のように x 軸を定め、P、Q の座標をそれぞれ x_1、x_2 としたとき、P、Q からなる 2 体の重心 G の位置 x_G を答えなさい。

(2) P、Q ともに水平方向には外力が加わらないとする。x_G の運動方程式を答えなさい。

(3) 図 (a) のように P が左端に位置するときの P，Q の座標を x_1^0、x_2^0、図 (b) のように P が右端に到達したときの座標を x_1'、x_2' とする．x_1^0、x_2^0、x_1'、x_2' のあいだの関係式を答えなさい。(ヒント：P が左端にいるとき初速度は P，Q ともにゼロであるから $m\dot{x}_1 + M\dot{x}_2 = 0$ である)

(4) $x_2^0 - x_1^0 = l/2$、$x_2' - x_1' = -l/2$ であることを利用して棒の移動距離 $x_2' - x_2^0$ を求めなさい。



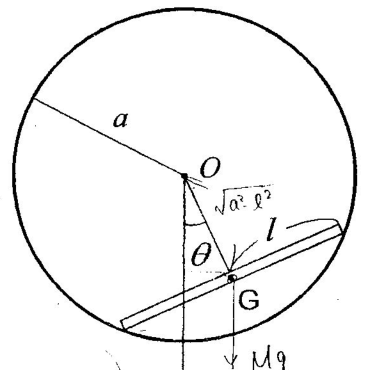
問題 3. 図のように鉛直面内に固定された半径 a の円周上に両端が滑らかに固定された長さ $2l(l < a)$、質量 M の一様な棒の運動を考える。鉛直下方向に働く重力加速度を g、円の中心を O、棒の重心を G とする。

(1) 棒の重心まわりの慣性モーメントを求めよ。計算過程も明記すること。

(2) 中心 O に関する棒の慣性モーメントを求めよ。

(3) 線分 OG と O から下ろした鉛直線間の角度を θ としたとき、θ を記述する運動方程式をたてよ。

(4) 微小な θ に対しては、この棒は単振動を行う。この時、周期 T を求めよ。



問題 4. 図のように、質量が一様な 2 次元半円板が重力 g のもとで床の上をすべらずに左右にゆれる運動を考える。半円板の半径は ℓ であり全質量は M である。半円板の中心を A とする。

(1) 半円板の重心と中心 A の間の距離 L_G を求めなさい。

半円板が図のように角度 θ 傾いて A が A' に移動した。A も A' も床から ℓ の高さにあることに注意して、以下の設問に答えなさい。必要なら L_G, 重心まわりの慣性モーメント I_G、点 A まわりの慣性モーメント I_A を使って良い。

(2) ポテンシャルエネルギー $U(\theta)$ を求めなさい。但し、$U(0) = 0$ とする。

(3) θ を使って重心 G の位置 $\mathbf{r}_G$ を $\theta = 0$ の時の A を原点とした x, y 座標で表しなさい。

(4) 全エネルギーを θ を使って表しなさい。ただし $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ である。