1.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

とするとき、次の(1)~(3)を求めよ。(答えのみでよい)

(1)detA (2)adjA (3) A^{-1}

2.

(1) 半正定値行列の定義を述べよ。

(2) Aを実対称行列とするとき、以下はすべて同値である。

(a)A は半正定値である。

(b)A の固有値は 0 以上である。

(c) ある実行列 B があり、 $A = {}^t\!BB$

(ア)(a)⇒(b) (イ)(c)⇒(b) (ウ)(b)⇒(c) を証明せよ。

3

$$A = \left[egin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}
ight]$$
 とし、 f を A を表現行列に持つ線形写像とする。

(1)Imf の基底と次元を求めよ。

 $(2)(\operatorname{Im} f)^{\perp} \stackrel{\operatorname{def}}{=} \{v \in \mathbb{R}^4 | \text{ 任意の } u \in \operatorname{Im} f \text{ に対し } (v,u) = 0\}$ とする。すなわち $(\operatorname{Im} f)^{\perp}$ は $\operatorname{Im} f$ の任意の要素と直交するベクトル全体である。 $\operatorname{Im} f$ の要素

$$\left(egin{array}{c} x \\ y \\ z \\ w \end{array}
ight)$$
 の満たすべき式を示し、 $({
m Im} f)^{\perp}$ の基底と次元を求めよ。

4.

以下の文が○か×か答えよ。(答えのみでよい)

(1) 任意の線形写像は表現行列を持つ。

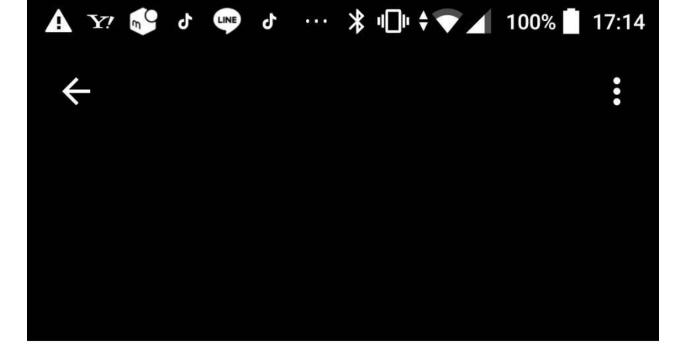
(2) 線形写像 $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ において $x \in \mathbb{R}^n$ とするとき、f(x) = 0 ならば x = 0 である。

(3) 任意のn次行列Aにおいて、Aが正則ならばAは固有値に0を持たない。

(4)A を n 次行列とする。A の任意の固有値 λ に対する固有空間の次元は $\mathrm{rank}(\lambda I-A)$ に一致する。

5.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & a & a-3 \\ 0 & 1-a & 4-a \end{bmatrix}$$
とする。



- (1)A の固有値を求めよ。
- (2)A が対角化可能なときの a の条件を述べよ。
- (3)A が対角化可能なとき、 $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P および $P^{-1}AP$ を求めよ。

6

 $f(x,y,z) = 4x^3 - 4x^2y + y^2 + 2xz + z^2$ とする。

- (1) 停留点を求めよ。
- (2) 各停留点におけるヘッセ行列を求めよ。
- (3) 極値を求めよ。

