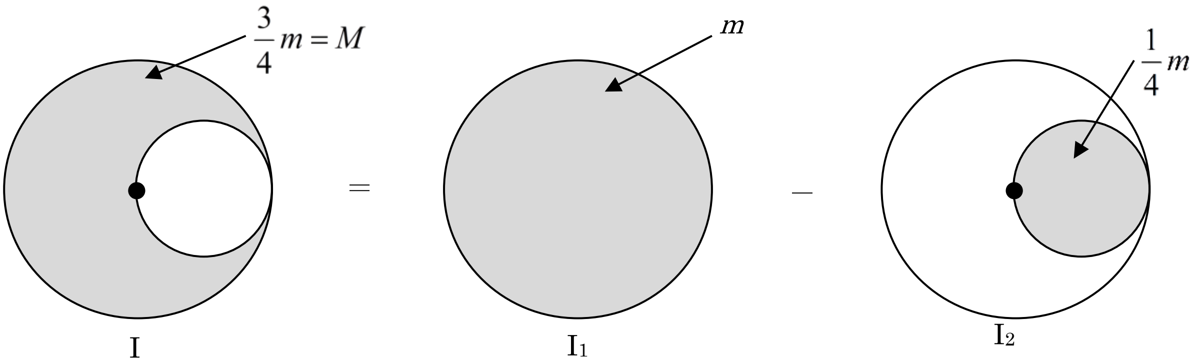
物理学 B　9 章演習　解説

9.1



大きな円盤の慣性モーメントは，$I_z = \frac{1}{2}Ma^2$ より，

$$I_1 = \frac{m}{2}a^2$$

小さな円盤の慣性モーメントは，平行軸の定理($I_z = I_G + Mh^2$)を用いて，

$$I_2 = \frac{1}{2}\frac{m}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{m}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3}{32}ma^2$$

$$I = I_1 - I_2$$

$$= \frac{m}{2}a^2 - \frac{3}{32}ma^2$$

$$= \frac{13}{32}ma^2 = \frac{13}{24}Ma^2$$

9.2　剛体のつりあいの条件

　①外力の合計が 0

　②任意の軸まわりの力のモーメントが 0

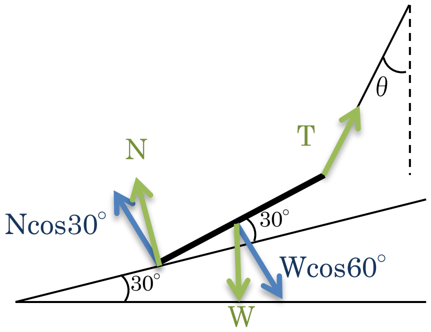
①力のつりあい

水平方向：　$-N\sin 30° + T\sin\theta = 0 \cdots ①$

垂直方向：　$N\cos 30° + Y\cos\theta - W = 0 \cdots ②$

②力のモーメントのつりあい

$lW\cos 60° - 2lN\cos 30° = 0 \cdots ③$



③より，　$N = \dfrac{\cos 60°}{2\cos 30°}W = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}W$

①は　$T\sin\theta = N\sin 30° - \dfrac{1}{2\sqrt{3}}W\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4\sqrt{3}}W$

②より，　$T\cos\theta = W - N\cos 30° = \dfrac{3}{4}W$

よって，　$\tan\theta = \dfrac{1}{3\sqrt{3}}$　　$\therefore \theta = 10.9°$

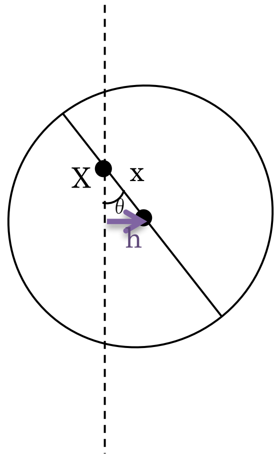
$$T = \sqrt{\left(\frac{W}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}W\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{3}}W$$

9.3
運動方程式は

$$I\ddot{\theta} = -Mgx\sin\theta$$

微小振動より近似すると

$$I\ddot{\theta} = -Mgx\theta$$



単振動だから， $\ddot{\theta} = -\omega^2\theta$ $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$$-I\omega^2\theta = -Mgx\theta$$

$$\omega^2 = \frac{Mgx}{I}$$

周期は， $T = \dfrac{2\pi}{\omega} \to \dfrac{1}{\omega^2}$ を最小にする．

$$I = I_G + Mx^2 = \frac{2}{5}Ma^2 + Mx^2$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{I}{Mgx} = \frac{1}{g}\left(\frac{2}{5}\frac{a^2}{x} + x\right)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = \frac{1}{g}\left(-\frac{2}{5}\frac{a^2}{x^2} + 1\right)$$

$\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{\omega^2}\right) = 0$ となるのは， $\dfrac{2}{5}\dfrac{a^2}{x^2} = 1$

$$x = \sqrt{\frac{2}{5}}a$$

x	0	・・・	$\sqrt{\frac{2}{5}}a$	・・・	＋∞
$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$		－	0	＋	
$\frac{1}{\omega^2}$	∞	↓→	最小	↑→	∞