

数学 A1 演習問題 (第 4 回)

1. $e^x + y \cos x - y^2 - 1 = 0$ により定まる陰関数 $y = \phi(x)$ で $x = 0$ のとき $y = 1$ を満たすものが唯一つ存在することを示し, 更に $\phi'(0), \phi''(0)$ をそれぞれ求めよ.
2. $x^4 - 2x^2y + xy^3 - y^2 - 1 = 0$ により定まる陰関数 $y = \phi(x)$ で $x = 1$ のとき $y = 2$ を満たすものが唯一つ存在することを示し, 更に $\phi'(1), \phi''(1)$ をそれぞれ求めよ.
3. 関数 $f(x, y) = \log(\cos(x + y))$ の点 $(0, 0)$ におけるテイラー展開を 4 次の項まで求めよ.
4. 関数 $f(x, y) = \cos(x + y) \sin x$ の点 $(0, 0)$ におけるテイラー展開を 4 次の項まで求めよ.
5. 関数 $f(x, y) = xy \log(1 + x + ay^2)$ の点 $(0, 0)$ におけるテイラー展開を 5 次の項まで求めよ. また $\frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^3}(0, 0)$ が 1 となるように定数 a を定めよ.
6. 関数 $f(x, y) = \sqrt{1 + \sin(x + y)}$ の点 $(0, 0)$ におけるテイラー展開において xy^2 の項を決定せよ.

レポート課題: 問題 1, 2 のどちらかと問題 3, 4, 5, 6 から 2 つの計 3 題を解答せよ.

提出日時: 7 月 2 日 (水) 1 限開始時