

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

平成 30 年 / 月 30 日（火）5 時限施行			学部				学科				年 組				試験時間	90 分	分
担当者名	坂川 博宣 / 勝良 健史			学籍番号											採点欄	※	
科目名	数学3B (- 春)			氏 名													

次の 1 から 5 に答えよ。途中の計算も適宜答案用紙に記入すること。

1. $\{a_n\}_{n \geq 1}, \{b_n\}_{n \geq 1}$ を数列で任意の $n \geq 1$ に対し $a_n > 0, b_n \geq 0$ とする。

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = r \in [0, \infty)$ が成り立ち、かつ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束するならば $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ は収束することを証明せよ。

2. $a \geq 0$ とする。級数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1+a^n}$ の収束/発散を判定せよ。

3. 次のべき級数の収束半径 R を求めよ。また $0 < R < \infty$ の場合は $|x| = R$ を満たす実数 x に対し、級数が収束するかどうか判定せよ。

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\cos n}{\log n} \right)^n x^n$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^{\frac{3}{2}} \log(n+1)} x^n$

4. f を \mathbb{R}^2 上で定義された連続関数とする。次の累次積分の積分範囲を図示し、積分順序を交換せよ。

$$I = \int_{-1}^2 \left(\int_{x^2}^{2x+3} f(x, y) dy \right) dx$$

5. 次の重積分の値を求めよ。

(a) $I = \iint_D \frac{x}{1+y^2} dxdy$, ただし D は xy 平面上の 3 直線 $y = x, x + y = 2, y = 0$ で囲まれた領域

(b) $I = \iint_D (2x + y) e^{4x-3y} dxdy$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq 2x + y \leq 2, 0 \leq x - 2y \leq 1\}$

(c) $I = \iint_D \frac{1+y}{\sqrt{x^2+y^2} \sqrt{1-x^2-y^2}} dxdy$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4}, y \geq 0\}$

Handwritten solutions and diagrams:

- For (a): $y = x, x + y = 2, y = 0$ are plotted. The region D is a triangle with vertices $(0,0), (2,0), (1,1)$. The integral is evaluated using $y = \tan \theta$ and $dy = \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta$.
- For (b): The region D is a parallelogram. The integral is evaluated using the change of variables $u = 2x + y, v = x - 2y$.
- For (c): The region D is a semi-annulus in the upper half-plane. The integral is evaluated using polar coordinates $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \arctan(y/x)$.