/1

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	90分	分

平成 29 年 7 月 22 日（土）6 時限施行		学部　学科　年　組	
担当者名	坂川 博宣、勝良 健史	学籍番号	
科目名	数学3A（一斉）	氏　名	

採点欄	※

次の1から7に答えよ．
問6は答えのみを，それ以外は途中の過程も適宜答案用紙の所定の欄に記入すること．

1. (a) 数列 $\{a_n\}_{n\geq 1}$ が $\alpha \in \mathbb{R}$ に収束することの定義を論理記号を用いて書け．
   (b) 関数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ が $x=\alpha\in\mathbb{R}$ で連続であることの定義を論理記号を用いて書け．
   (c) 数列 $\{a_n\}_{n\geq 1}$ が $\alpha\in\mathbb{R}$ に収束し，関数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ は $x=\alpha$ で連続かつ $f(\alpha)>0$ を満たすとする．このとき，ある $N\in\mathbb{N}$ が存在して任意の $n\geq N$ に対し $f(a_n)>0$ が成り立つことを問 (a), (b) の定義に従って証明せよ．

2. 次の関数 $f(x,y)$ が点 $(0,0)$ で連続かどうか判定せよ．

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin(xy)}{x^2+2y^2} & (x,y)\neq(0,0)\ \text{のとき}\\[2mm] \frac{1}{3} & (x,y)=(0,0)\ \text{のとき}\end{cases}$$

3. $a\in\mathbb{R}$ とする．次の極限が0以外の有限の値を取るように自然数 n を定め，そのときの極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-\sqrt{1+x^2}-2x-ax^2-\frac{4}{3}x^3}{x^n}$$

4. $f(x)=\cos(\sin(2x))$ のマクローリン近似を4次まで求めよ．

5. テイラーの定理を用いて任意の $x\in[0,1]$ に対し次の不等式が成り立つことを証明せよ．

$$2x-2x^2+\frac{8}{81}x^3\leq\log(1+2x)\leq 2x-2x^2+\frac{8}{3}x^3$$

6. 関数 $f(x,y)=\mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{y}{x}$ $(x\neq 0)$ の2階までの偏導関数 f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy} をそれぞれ求めよ．
   (答えのみを書くこと)

7. 2変数関数 $f(x,y)$ は C^2-級とし，関数 $z=g(u,v)$ を $g(u,v)=f(u\sin v,u^2+2v)$ で定める．
   このとき $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}$ をそれぞれ u,v および f の2階までの偏導関数を用いて表せ．