答案用紙は1人2枚配布する. 答案用紙1枚目の表面に問題 1, 裏面に問題 2, 答案用紙2枚目の表面に問題 3, 裏面に問題 4 を解答せよ.

1 次の2重積分を計算せよ. ただし、p,Rは正定数とする.

次の2重積分を計算せよ。ただし、
$$p,R$$
は正定数とする。
$$(1) \iint_{D} e^{y^{2}} dxdy, \qquad D = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 1, x \le y \le 1\}$$

$$(2) \iint_{D} xy^{p} dxdy, \qquad D = \{(x,y); x^{2} + y^{2} \le R^{2}, y \ge 0, x + y \ge 0\}$$

$$(2) \iint_{D} xy^{p} dxdy, \qquad D = \{(x,y); x^{2} + y^{2} \le R^{2}, y \ge 0, x + y \ge 0\}$$

2 次の累次積分の積分順序を交換せよ. ただし、fはR²上の連続関数、aは正 定数である.

(1)
$$\int_{-a}^{a} \left(\int_{-a}^{2x+a} f(x,y) dy \right) dx$$
(2)
$$\int_{1}^{2} \left(\int_{\log x}^{x^{2}} f(x,y) dy \right) dx$$

3 2重積分

$$I:=\iint_D x \sin\left(\frac{\pi x}{x+y}\right) dx dy, \qquad D=\{(x,y)\,|\, x,y\geq 0, 1\leq x+y\leq 2\}$$

において $u = \frac{x}{x+y}$, v = x+y により積分変数を (x,y) から (u,v) に変換する. このとき、以下の問いに答えよ、

- (1) 変数変換の Jacobian $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ を求めよ.
- (2) 積分 I の値を求めよ.

4 (1) 以下の級数が収束するかどうかを判定せよ.

(i)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$$
 (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\log n}}$

(2) 以下の z に関するべき級数の収束半径を求めよ.

(i)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!} z^n$$
 (ii) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(n^2 \sin \frac{1}{2^n} \right) z^n$