2015　数学３B　期末（坂上）　　（写し間違ってたらメンゴ、下に本物つけときます）

1. f を$\mathbb{R}^2$上で定義された連続関数とする。次の累次積分の積分範囲を図示し、積分順序を交換せよ。

$$\mathrm{I} = \int_1^3 \left(\int_{\sqrt{x}}^{-(x-2)^2+4} f(x,y)dy \right) dx$$

2. 次の重積分の値を求めよ。

(a) $\iint_D \frac{2}{x^2+2xy+y^2+2x+2y} dxdy,$　$\mathrm{D} = \{(\mathrm{x},\mathrm{y}); 1 \le \mathrm{x} \le 2, 0 \le \mathrm{y} \le \mathrm{x}\}$

(b) $\iint_D (x^2 - xy - 2y^2) e^{-(x+y)^2} dxdy,$

$\mathrm{D} = \{(\mathrm{x},\mathrm{y}); 0 \le \mathrm{x}+\mathrm{y} \le 2, 0 \le \mathrm{x} - 2\mathrm{y} \le 1\}$

3. 次の重積分に対し$\mathrm{x} = \mathrm{r}\cos\theta, \mathrm{y} = \frac{\mathrm{r}}{\sqrt{2}}\sin\theta$と置いて変数変換するとき、ヤコビアン$\mathrm{J}(\mathrm{r},\theta)$を求めよ。また積分の値を求めよ。

$$\iint_{\mathrm{D}} xydxdy,\quad \mathrm{D} = \{(\mathrm{x},\mathrm{y}); \tfrac{1}{4} \le \mathrm{x}^2 + 2\mathrm{y}^2 \le 1, \mathrm{x} \ge 1, \mathrm{y} \ge 1\}$$

4. 次の級数が収束するかどうか判定せよ。

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^{2n}}$　　(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3n+2016}$

5. 次のべき級数が収束するような実数 x の範囲を求めよ。

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{1}{n}} x^n$　　(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+2)} x^{2n}$

者名	坂川 博宣 君	学籍番号	
目名	数学3B, 数学B3	氏　名	

次の1から5に答えよ．途中の計算も適宜答案用紙に記入すること．

1. fを$\mathbb{R}^2$上で定義された連続関数とする．次の累次積分の積分範囲を図示し，積分順序を交換せよ

$$I=\int_1^3\left(\int_{\sqrt{x}}^{-(x-2)^2+4} f(x,y)dy\right)dx$$

$y=-(x-2)^2+4$
$y=\sqrt{x}$
$\sqrt{x}=-(x-2)^2+4$

2. 次の重積分の値を求めよ．

$(x+y)^2+2(x+y)$　　$(x+y)(x+y+2)$

(a) $\displaystyle\iint_D \frac{2}{x^2+2xy+y^2+2x+2y}dxdy$, $D=\{(x,y);1\le x\le 2, 0\le y\le x\}$

(b) $\displaystyle\iint_D (x^2-xy-2y^2)e^{-(x+y)^2}dxdy$, $D=\{(x,y);0\le x+y\le 2, 0\le x-2y\le 1\}$

3. 次の重積分に対し$x=r\cos\theta, y=\frac{r}{\sqrt{2}}\sin\theta$と置いて変数変換するとき，ヤコビアン$J(r,\theta)$を求めよ．また積分の値を求めよ．

$$\iint_D xy\,dxdy,\quad D=\left\{(x,y);\frac{1}{4}\le x^2+2y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0\right\}$$

4. 次の級数が収束するかどうか判定せよ．

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{n^{2n}}$　　(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{3n+2016}$

$3n=2016$

5. 次のべき級数が収束するような実数xの範囲を求めよ．

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}2^{\frac{1}{n}}x^n$　　(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n(n+2)}x^{2n}$

$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=$

$(a_n)^{\frac{1}{n}}$