

注意事項: 課題に関する注意事項の文をよく読んでおくこと.

1. 提出期限は **7 月 15 日 (金) 23:59** まで (**Canvas LMS にて提出, 期限厳守, Canvas LMS 以外の提出は認めない**)
2. **提出ファイルの形式は PDF. また提出する際, 1 つのファイルに纏めること.** 纏め方は「単一の PDF を作る方法」を参照.
3. **教科書の公式や問の結果等を用いる場合は必ず明記すること. これが守られていないと減点対象.**
4. 用紙, サイズは自由. 白地に黒い筆記用具で書いてもらえると見やすく有難い.
5. 採点は最終提出版で行う (それ以前のものは考慮しない).
6. 解答の 1 枚目には **学籍番号と氏名を必ず書くこと** (こちらのチェック用).
7. 解答を書く際には **丁寧に説明をすること.** 説明文がないものは **採点しない.**
8. ファイルの字が読めないとこちらが判断した場合, **採点しない.**
9. 合計点は 28 点.

問 1 (4 点) 本問は答えのみでよい. ただし計算はできるだけ行い, 簡潔な形で答えること.

- (i) $f(x, y) := \sqrt{1 + x + xy}$ の $(0, 0)$ における 3 次までのテイラー展開を求めよ.
- (ii) $f(x, y, z) := e^{x-y} \tan(z)$ の $(0, 0, 0)$ における 2 次までのテイラー展開を求めよ.

問 2 (10 点) 次の関数の極値点を全て求めよ.

- (i) $f(x, y, z) := x^2 + y^2 + z^2 + x - 2z - xy$.
- (ii) $f(x, y) := x^4 + y^4 - 2(x^2 - 2xy + y^2)$.

問 3 (10 点) $f(x, y, z) := xy + yz + zx$ とし,

$$C := \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, g(x, y, z) := x + y + z - 1 = 0 \}$$

とおく.

- (i) C が有界であることを示せ.
- (ii) $D := \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y = 1 \}$, $h(x, y) := xy$ としたとき, D を図示し, h を D 上で考えたときの最大値を求めよ.
- (iii) f を C 上で考えたとき, 最大値が存在することを示し, その値を求めよ. (Hint: 次の事実は認めて使って良い: もし $(X, Y, Z) \in C$ が f の最大点であり, $X \neq 0, Y \neq 0, Z \neq 0$ であれば, (X, Y, Z) は Lagrange の未定乗数法から求められる.)

問 4 (4 点) $f(x, y) \in C(\mathbf{R}^2)$ とし, 全ての $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ に対して $|f(x, y)| \leq 1$ が成り立つとする. このとき, $f(x, y)$ は \mathbf{R}^2 上で最大点を常に持つかを判定せよ. また最大点を持つ場合はその証明を, 持たない場合はそのような例を提示し説明せよ.