

2017年7月22日(土) 1時限実施 (50分)

担当者: 岡田治・齊藤圭司・山内淳・宮田昌悟

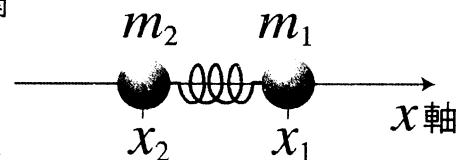
「物理学B」2017年度試験問題

1 質量 m の質点が、原点からの距離 r で決まる中心力 $F(r) = -\frac{k}{r^3} \mathbf{e}_r$ の下で運動している。質点の角運動量ベクトルの方向を z 軸にとり、軌道面に 2 次元極座標 (r, θ) をとる。 $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ を、それぞれ r, θ が増加する方向の単位ベクトルとする。必要であれば $\dot{\mathbf{e}}_r = \dot{\theta} \mathbf{e}_\theta, \dot{\mathbf{e}}_\theta = -\dot{\theta} \mathbf{e}_r$ を使って良い。

- (1) 単位ベクトル $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ を使って質点の運動方程式を書きなさい。(※ $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$ を時間微分して加速度を求める)
- (2) 設問 (1) の方程式より、 $r^2\dot{\theta} = h$ が保存する事を示しなさい。
- (3) r 方向の加速度が、常に負である為の条件を書きなさい。

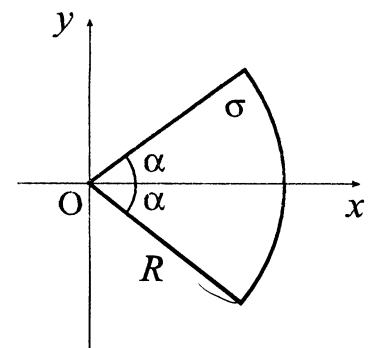
2 図のように質量 m_1 と質量 m_2 の粒子 1, 2 が、バネ定数 k で自然長 ℓ のバネにつながれて水平な x 軸上を動く状況を考える。粒子 1, 2 の x 軸上での座標を x_1, x_2 とする。以下の設問に答えなさい。ただし換算質量 $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ を使用してよい。

- (1) 外力がかかっていないとき、粒子 1, 2 の運動方程式を書きなさい。
- (2) 外力がない時、重心に関する運動方程式と、相対座標 $x = x_1 - x_2$ に関する方程式を書きなさい。
- (3) 相対座標に関する運動方程式を解き、一般解を求めなさい。
- (4) 最初 2 つの粒子はつりあいの位置に静止していたとする。つまり、 $x_1 = \ell, x_2 = 0$ であるとする。時刻 $t = 0$ で、粒子 2 にのみ撃力 \bar{F} を与えた。このとき、時刻 t での重心座標 $x_G(t)$ 、および相対座標 $x(t)$ を求めなさい。



3 右図のように原点を O とする xy 平面内に置かれ、面密度 σ の一様な扇型の板について考える。 x 軸および y 軸と垂直に原点 O を通る z 軸があるものとする。扇型の弧の部分は半径 R の円弧で、角度は 2α である。このとき以下の設問に答えなさい。

- (1) z 軸回りの慣性モーメントを求めなさい。(ヒント: 2 次元極座標を用い各面積要素毎に積分する)
- (2) 重心の座標 (x_G, y_G) を求めなさい。(ヒント: (1) に同じ)
- (3) 重心を通り、 z 軸に平行な軸のまわりの慣性モーメントを求めなさい。



4 右図のように半径 a の粗い円筒が固定されている。はじめに、円筒の軸の垂直面内で長さ $2l$ 、質量 M の一様な棒 AB の中心 C を円筒の頂部にのせて水平に保った。ここで棒の先端 B に質量 m のおもりをつけたところ棒は滑らずに回転し、 $\angle COD$ が α ($0 < \alpha < \pi/2$) となる位置で滑り落ちる直前につり合った。下記の設問に答えなさい。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 棒がつりあいの位置にあるときに円筒から受ける抗力（摩擦力と垂直抗力の合力）の大きさを R として、棒 AB に関して、力の合力のつりあい条件式を答えなさい。
- (2) 点 D のまわりの力のモーメントの釣り合い式を答えなさい。
- (3) 質量 m と抗力の大きさ R をそれぞれ求めなさい。

