数学A2 2011年度

[1](1)$\det(a_1,a_2)=3$ のとき $\det(a_2,3a_1)$と $\det(a_1+2a_2,3a_1+5a_2)$を求めなさい

(2)2 次行列 A,B,P に対し $\det(A)=2$, $\det(B)=9$, $\det({}^tPP)=3$ のとき、$\mathrm{Det}(5{}^tA)$, $\det({}^tP{}^tA^2BAP^{-1})$を求めなさい。

(3)二次正則行列 A,B に対し、$(AX)^{-1}=B$ となる X を求めなさい。

[2]行列 A によって定まる R3→R2 への線形写像 L に対し $L\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\6\end{pmatrix}$、$L\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\10\end{pmatrix}$、$L\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\9\end{pmatrix}$であるとき、A を求めなさい。

[3]A を二次正則行列とするとき、$x,y\in V^2$が一次独立ならば、Ax,Ay も一次独立であることを示しなさい。

[4]2×2 実行列 A が任意の 2 次実ベクトル x に対し$\|x\|=1 \to \|Ax\|=1$を満たすとする。このとき、次の値を求めなさい。

(1)$\left(A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right)$

(2)$\left(A\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},A\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)$

[5]$A=\begin{pmatrix}a+1 & -a\\ a & 3a+1\end{pmatrix}$に対し$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}b & 1\\ b & 0\end{pmatrix}$を満たす行列 P が存在するとき、a,b はどのような値を取るか。

[6]$A=\begin{pmatrix}5 & -1\\ 6 & 0\end{pmatrix}$とする、以下の問に答えなさい

(1)A の固有値、固有ベクトルを求めなさい。

(2)$P^{-1}AP$が対角となる P を一つ求め、P^{-1}と$P^{-1}AP$を計算しなさい。

(3)$\frac{dx}{dt}=Ax$の基本行列を求めなさい。

(4)$\frac{dx}{dt}=Ax+\begin{pmatrix}e^t\\ e^t\end{pmatrix}$の解で初期条件 $x(0)=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$を満たす解を求め、解答欄の□を埋めなさい。

$$X(t)=\begin{pmatrix}\square e^t+\square e^{2t}+\square e^{\square t}\\ \square e^t+\square e^{2t}+\square e^{\square t}\end{pmatrix}$$