1/1

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	90 分	分

平成　25 年　2 月　4 日（月）2 時限施行		学部　　学科　　年　　組	
担当者名	数学 B1 担当者全員	学籍番号	
科 目 名	数学B1	氏　　名	

採 点 欄	※

以下の設問 **1** から **5** に答えよ。解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

1.　(i) 積分 $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \frac{d\theta}{\cos\theta}$ の値を求めよ。

$0 < r\sin\theta < \sqrt{3}\, r\cos\theta$

$\tan\theta < \sqrt{3}$

(ii) 極座標変換をして、次の広義積分の値を求めよ：

$$\iint_D \frac{dxdy}{x\sqrt{1-x^2-y^2}}, \quad D: 0 < y < \sqrt{3}\,x \text{ かつ } x^2+y^2<1$$

$0 \le \theta \le \pi/3$　　$0 \le r \le 1$　$r<1$

$\frac{1}{1-t^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+t} + \frac{1}{1-t}\right)$

2.　積分 $\displaystyle\int_0^2 \left(\int_x^{2x} f(x,y)dy\right) dx$ の積分順序を交換せよ。

3.　2 重積分

$$I = \iint_D dxdy, \quad D: \frac{x^2}{2} \le y \le x^2 \text{ かつ } y \ge \frac{x}{2} \text{ かつ } y^2 \le \frac{x^3}{2}$$

を考える。

$1 - x^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

(i) 変数変換 $u = \dfrac{x^2}{y}$, $v = \dfrac{y}{x}$ に対して、$\left|\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right|$ を u, v を用いてかけ。

(ii) I を u, v の積分に書きなおして、その値を求めよ。

4.　(i) a を定数とする。平面内の任意の閉曲線 C（つまり始点と終点が一致）に対する線積分 $\displaystyle\int_C (3ax+2y^2)dx + (6axy+6y)dy$ が常に 0 となるように a の値を定めよ。

(ii) (i) で求めた a に対して、次の線積分の値を求めよ。

$$\int_\Gamma (3ax+2y^2)dx + (6axy+6y)dy, \quad \Gamma: x^2+y^2=1 \text{ かつ } x \ge 0 \text{ かつ } y \ge 0,$$

ただし Γ の始点は $(1,0)$、終点は $(0,1)$ とする。

5.　(i) xyz 空間内の曲面 $A: z = 1-x^2-y^2$ かつ $z \ge 0$、の単位法線ベクトル $\mathbf{n}$（ただし z 成分が正のもの）を求めよ。

(ii) ベクトル場 $\mathbf{F} = (xz, -yz, y-1)$ の面積分 $\displaystyle\iint_A \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\, dS$ の値を求めよ（直接計算すればよいし、$\mathbf{F} = \mathrm{rot}\,\mathbf{E}$、ただし $\mathbf{E} = (x+y, xy, xyz)$、であることを適切に利用して計算してもよい）。

$2x^2(1-x^2-y^2) - 2y^2(1-x^2-y^2) + y - 1$

$2x^2(1-x^2) + 2y^2(2y^2-1) + y - 1$