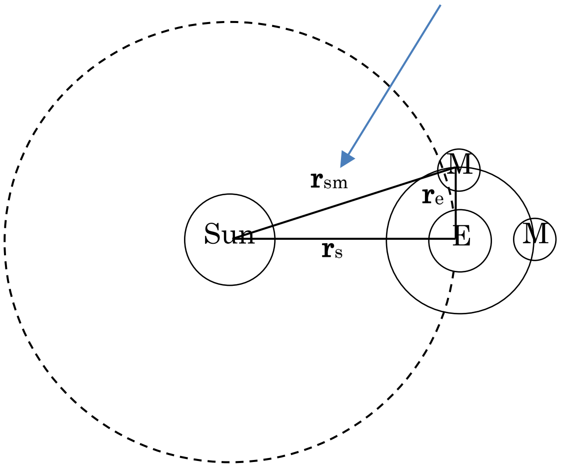
物理学 B　7 章演習　解説

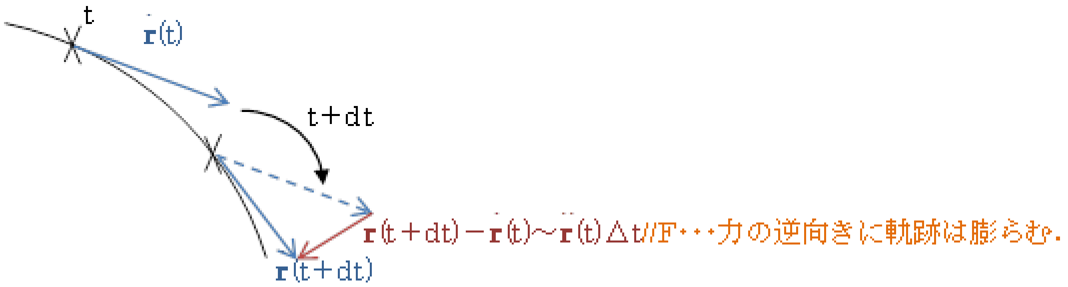
7.1　$\mathbf{r}_{sm}=\mathbf{r}_s\pm\mathbf{r}_e$（ただし $\dfrac{r_s}{r_e}\cong 400$）→有効数字 2 桁では $\mathbf{r}_{sm}=\mathbf{r}_s$ と見れる

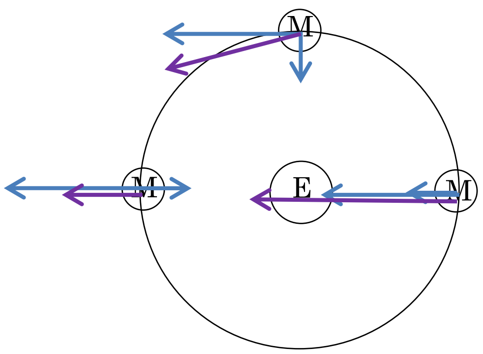


月に働く太陽からの引力 F_s と地球からの引力 F_e の比は,

$$\frac{F_s}{F_e}=\frac{\dfrac{GmM_s}{r_s{}^2}}{\dfrac{GmM_e}{r_e{}^2}}=\frac{\left(\dfrac{M_s}{M_e}\right)}{\left(\dfrac{r_s}{r_e}\right)^2}=\frac{3.3\times10^5}{\left(3.9\times10^2\right)^2}$$

$=$<u>2.17 倍</u>





↓

$\mathbf{F}_e$ と $\mathbf{F}_s$ の合力は，$\mathbf{F}_s$ の方が大きいため，
常に Sun の方を向く.
軌跡は力と逆向きになるから.
軌跡は太陽の側にへこむことはない.

→<u>C</u>

7.2

(1)　$r=(|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|)$より，

$$m_1\ddot{\boldsymbol{r}}_1=-\nabla_{r1}U(r)$$

$$=-\frac{dU}{dr}\cdot\frac{r}{r}=\mathbf{F}(\boldsymbol{r})$$

$$m_2\ddot{\boldsymbol{r}}_2=-\nabla_{r2}U(r)$$

$$=-(-\frac{dU}{dr}\cdot\frac{r}{r})=-\mathbf{F}(\boldsymbol{r})$$

(2)　$(m_1+m_2)\ddot{\boldsymbol{r}}_G=m_1\ddot{\boldsymbol{r}}_1+m_2\ddot{\boldsymbol{r}}_2=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})=\underline{\boldsymbol{0}}$

$$\ddot{\boldsymbol{r}}=\ddot{\boldsymbol{r}}_1-\ddot{\boldsymbol{r}}_2=\frac{1}{m_1}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})-\frac{1}{m_2}(-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}))$$

$$=\left(\frac{1}{m_1}-\frac{1}{m_2}\right)\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$$

$\dfrac{1}{\mu}=\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}$ で定義すると，　　$\mu\ddot{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$

相対座標 $\boldsymbol{r}_2$ については 1 つの粒子の運動方程式と同じになる.

(3)　$\ddot{\boldsymbol{r}}=(\ddot{\boldsymbol{r}}-r\dot{\theta}_2)\boldsymbol{e}_r+(2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta})\boldsymbol{e}_\theta$

$$\mu\ddot{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})=-\frac{dU}{dr}\boldsymbol{e}_r$$

r 方向は $\mu(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)=-\dfrac{dU}{dr}$

θ 方向は $\mu(2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta})=\dfrac{1}{r}\cdot\dfrac{d}{dt}\left(\mu r^2\dot{\theta}\right)=0$

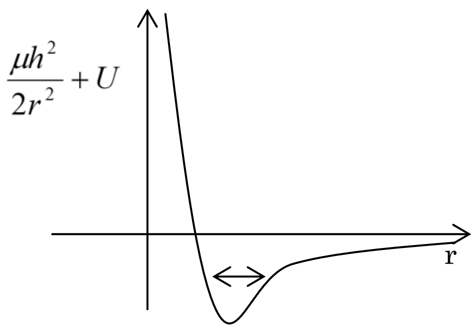
$L=\mu r^2\dot{\theta}=\mu h$ は角運動で一定の値となる.

(4)　r 方向の運動方程式は $\dot{\theta}=\dfrac{h}{r^2}$ より，

$$\mu\ddot{r}-\mu\frac{h^2}{r^3}+\frac{dU}{dr}=0$$

これに $\dot{r}$ をかけて積分すると

$$\frac{\mu}{2}\dot{r}^2+\frac{\mu h^2}{2r^2}+U(r)=E=\text{一定}$$



全エネルギーが負の時，r の動く範囲は限られて，往復運動する.