

物理学 B 6 章演習

6.1

原点から、中心力 $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = f(r) \frac{\mathbf{r}}{r}$ を受けて質点が運動している。ただし、 $r = |\mathbf{r}|$ である。

- (1) 角運動量 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, ($\mathbf{p} = m\mathbf{v}$) は時間に依らず、一定であることを示しなさい。
- (2) $\mathbf{r} \cdot \mathbf{L}$ および $\mathbf{p} \cdot \mathbf{L}$ の値を求め、これより質点はある平面内を運動することを示しなさい。
この平面を表す式を記しなさい。
- (3) 以下、この問では位置、速度の値はそれぞれ代表的な値を単位にとり、数値のみで表されているものとする。

次の 2 つの初期条件

$$\text{I : } \mathbf{r} = (1, 1, -2), \quad \mathbf{v} = (-3, 1, 2), \qquad \text{II : } \mathbf{r} = (2, 1, 0), \quad \mathbf{v} = (1, 2, 0)$$

それぞれについて、この初期条件から出発した質点の軌道が決して通らない点を、次の A ～ E の点の中から選びなさい。

$$\mathbf{A} = (1, -1, 0), \quad \mathbf{B} = (3, 2, 1), \quad \mathbf{C} = (-2, 1, 1), \quad \mathbf{D} = (0, 0, 0), \quad \mathbf{E} = (0, 1, 0)$$

6.2

原点からの中心力で、その大きさが A/r^2 (A は正の値の定数) の反発力が粒子に働いている。無限遠より、速度 \mathbf{v}_0 で近づく質量 m の粒子は、原点 O にどこまで近づくことができるか、以下の手順に従い、衝突係数 b の関数として求めなさい。ここで、衝突係数 b とは、原点を通り \mathbf{v}_0 に平行な直線と無限遠での粒子の間の距離、つまり粒子からこの直線におろした垂線の長さである。

- (1) 2次元極座標(r, θ)および速度(v_r, v_θ)を用いて、全エネルギーを表しなさい。
- (2) 最初の、 $r \rightarrow \infty$ の位置での角運動量の値を求めなさい。
- (3) 粒子が原点に最接近したとき、 v_r はいくつか？
- (4) エネルギー保存則と角運動量保存則とを用いて、最近接距離 R を求めなさい。
- (5) R は b の関数としてどのように変化するか。図示しなさい。

