

数学 A1 演習問題 (第 1 回)

1. $r \in \mathbb{R}$ とする. 次の関数 f の $x = 0$ における連続性および微分可能性について調べよ.

$$f(x) = \begin{cases} x^r & x > 0 \text{ のとき} \\ 0 & x \leq 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

2. 次の関数 $f(x)$ に対し導関数 $f'(x)$ を求めよ.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \cos \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \text{ のとき} \\ 0 & x = 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

3. (a) 関数 $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ の $x > 0$ での導関数を求めよ.

- (b) 関数 x^{x^x} の $x > 1$ での導関数を求めよ.

4. 平均値の定理またはロルの定理を用いて次を示せ.

- (a) 任意の $a > 0$ に対し

$$\frac{1}{a+1} < \log(a+1) - \log a < \frac{1}{a}$$

が成り立つ.

- (b) 多項式 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, n \in \mathbb{N}$ の係数 $\{a_i\}_{i=0}^n$ が

$$\frac{a_n}{n+1} + \frac{a_{n-1}}{n} + \cdots + \frac{a_1}{2} + a_0 = 0$$

を満たすとき, 方程式 $f(x) = 0$ の解が $(0, 1)$ で少なくともひとつ存在する.

5. 次の極限を求めよ.

(a) $\lim_{x \rightarrow a+0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{x-a + \sqrt{x^2 - a^2}} \quad (a > 0)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \sin x}{\sin^2 x}$

レポート課題: 問題 1, および問題 3–5 の (a), (b) からそれぞれ 1 題ずつ選んで
合計 4 題解答せよ.

提出日時: 5 月 7 日 (水) 1 限開始時