

## 数学 A1 中間試験

2013 年 5 月 29 日

次の 1 から 7 に答えよ。問 6 は答えのみ記入せよ。  
それ以外は途中の計算も適宜答案用紙に記入すること。

1. 次の関数  $f$  が  $x = 0$  連続であるとする。このとき  $a \in \mathbb{R}$  の値を求めよ。  
また  $f'(0)$  を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+ax)}{x} & x \neq 0 \text{ のとき} \\ \frac{1}{2} & x = 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

2.  $a \in \mathbb{R}$  とする。  $f(x) = e^{(x+ax^2)} \sin(x^2)$  のマクローリン近似を 4 次まで求めよ。  
また  $f^{(4)}(0) = 3$  のとき  $a$  の値を求めよ。

3. 任意の  $x \geq 0$  に対し次の不等式が成り立つことを示せ。

$$1 - x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^3 \leq \frac{1}{\sqrt{1+2x}} \leq 1 - x + \frac{3}{2}x^2$$

4. 次の極限が 0 でない有限の値を取るように自然数  $n$  を定め、その極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) + 2\sin x - \cos x + 1 - 3x}{x^n}$$

5. 次の関数  $f(x, y)$  が点  $(0, 0)$  で連続か判定せよ。

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \text{ のとき} \\ \frac{1}{2} & (x, y) = (0, 0) \text{ のとき} \end{cases}$$

6. 関数  $f(x, y) = y \cos(xy)$  の 2 階までの偏導関数  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$  をそれぞれ求めよ。  
(答えのみ書くこと)

7. 2 変数関数  $f(x, y)$  は  $C^2$  級とし、関数  $z = g(u, v)$  を  $g(u, v) = f(ue^v, u^2 + v)$  で定義する。  
このとき  $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial^2 z}{\partial v \partial u}$  をそれぞれ  $u, v$  および  $f$  の 2 階までの偏導関数を用いて表せ。