/1

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	90分	分

平成 28 年 2 月 2 日（火）3 時限施行		学部 学科 年 組	採点欄 ※
担当者名	数学1B, 数学B1 担当者全員	学籍番号	
科目名	数学1B, 数学B1 (一斉)	氏名	

以下の設問 **1** から **6** に答えよ．解答は 解答用紙の所定の欄に記入すること．

1. 定積分 $\displaystyle\int_0^{2\pi/3} \frac{dx}{5+4\cos x}$ の値を求めよ．

2. 累次積分 $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\int_{\sqrt{y^2+1}/2}^{\sqrt{2}/2} \frac{dx}{\sqrt{(1-4x^2)(x^2-1)}}\right)dy$ の積分順序を交換し，さらに，その値を求めよ．ただし，広義積分であることは考慮しないでよい．

3. $D = \{(x,y) \mid 0 \le 2x+y \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge -1\}$ とする．2重積分 $I = \displaystyle\iint_D e^{2x/(2x+y+1)}dxdy$ を考える．

(1) 変数変換 $u=2x,\ v=2x+y$ を行って，I を u,v の累次積分に書きかえよ．

(2) I の値を求めよ．

$\frac{1}{4}\ 2\ \frac{1}{x+y}\ 2x$

4. $B_1 = \{(x,y) \mid 1 \le x^2+y^2 \le 4\}$, $f(x,y) = \dfrac{1}{4}\left(x^2+y^2-\log(x^2+y^2)\right)$ とする．xyz 空間内における関数 $z=f(x,y)$ の B_1 上のグラフを A_1 とする．即ち，$A_1 = \{(x,y,z) \mid z=f(x,y),\ 1 \le x^2+y^2 \le 4\}$ である．このとき，A_1 の曲面積 S を求めよ．

$\frac{10}{3}\pi$

5. $B_2 = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \le 2,\ y \ge 0\}$ とする．xyz 空間内における関数 $z = 3-x^2-y^2$ の B_2 上のグラフを A_2 とする．即ち，$A_2 = \{(x,y,z) \mid z = 3-x^2-y^2,\ x^2+y^2 \le 2,\ y \ge 0\}$ である．さらに，z 成分が正であるような A_2 の単位法線ベクトルを $\boldsymbol{n}$ とする．このとき，ベクトル場 $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \left(\dfrac{x}{z}, \dfrac{y}{z}, 1\right)$ の A_2 上の面積分 $\displaystyle\iint_{A_2} \boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{n}\,dS \left(= \iint_{A_2} \boldsymbol{f}\cdot d\boldsymbol{S}\right)$ の値を求めよ．

6. xy 平面において，$(0,0)$ から $(1,0)$ に至る線分を Γ_1，$(1,0)$ から $(1,1)$ に至る線分を Γ_2，$(1,1)$ から $(0,1)$ に至る線分を Γ_3，$(0,1)$ から $(0,0)$ に至る線分を Γ_4 とし，$\Gamma = \Gamma_1+\Gamma_2+\Gamma_3+\Gamma_4$ とする．このとき，Γ に沿ったベクトル場の線積分 $I = \displaystyle\int_\Gamma \left(e^{x^2-y^2}\sin(2xy)-y\right)dx + \left(e^{x^2-y^2}\cos(2xy)+x\right)dy$ の値をグリーンの定理を用いて求めよ．