2022 年度 数学 1A 第 2 回課題 (第 1 回から第 10 回)

注意事項: 課題に関する注意事項の文をよく読んでおくこと.

1. 提出期限は **6 月 22 日 (水) 午前 8:59** まで (**Canvas LMS にて提出, 期限厳守, Canvas LMS 以外の提出は認めない**)
2. **提出ファイルの形式は PDF. また提出する際, １つのファイルに纏めること.** 纏め方は「単一の PDF を作る方法」を参照.
3. **教科書の公式や問の結果等を用いる場合は必ず明記すること. これが守られていないと減点対象.**
4. 用紙, サイズは自由. 白地に黒い筆記用具で書いてもらえると見やすくて有難い.
5. 採点は最終提出版で行う (それ以前のものは考慮しない).
6. 解答の 1 枚目には**学籍番号と氏名を必ず書くこと** (こちらのチェック用).
7. 解答を書く際には**丁寧に説明をすること**. 説明文がないものは**採点しない**.
8. ファイルの字が読めないとこちらが判断した場合, **採点しない**.
9. 合計点は 24 点.

問 1 (10 点) 次の極限値の有無を調べ, ある場合はその値を, ない場合はそれを示せ:

(i) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y), \quad f(x,y) := \frac{x^2}{x^2+y^2}.$

(ii) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} f(x,y,z), \quad f(x,y,z) := \frac{x^3+xy^2+yz^2}{x^2+y^2+z^2}.$

(iii) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y), \quad f(x,y) := \frac{|x|^3y^2}{x^4+y^4}.$

(iv) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y), \quad f(x,y) := \frac{x^2y}{x^4+|y|^3}.$

略解: (i) (2 点): 存在しない. (ii) (2 点): 0. (iii) (3 点): 0. (iv) (3 点): 存在しない.

コメント: (i), (iv) では極限値が存在しないことを示すときに「θ に依存して値が変わる」などの文言が必要. (ii) では計算ミスを厳密に見ている. また (iii) や (iv) では絶対値を正しく外せていない解答が多い. 絶対値がどういう記号なのかを復習すること.

問 2 (5 点)

(i) $\mathbf{R}$ 上の関数 $f(t) := \dfrac{t}{1+t^2}$ を考える. このとき, f のグラフの概形を描け (**グラフを描くだけでいい. ただし重要そうな数字は記入すること**).

(ii) $A \in \mathbf{R}$ とし,

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0), \\ A & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

とおく. このとき, A をうまくとると f は $(0,0)$ で連続となるようにできるかどうかを答え, その証明をせよ.

略解: (i) (2 点): 略. (ii) (3 点): どのように A をとっても連続とはならない.

コメント: (i) では最大値, 最小値および $|t| \to \infty$ を見ている. (ii) ここでは「$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ が存在しない」または「どのような A をとっても $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \neq A$ となってしまう」ことを明記してい

ないと最後の 1 点を与えていない.

問 3 (4 点) 次の関数の 1 階偏導関数を全て求めよ (**答えのみでよい**)

(i) $f(x,y,z) := \sin(xy^2z^3)$.

(ii) $f(x,y) := yg(x, x^2+2xy)$. (この問題では，g および g の偏導関数を使って f の偏導関数を表すこと).

略解: 各 2 点. (i) $f_x = y^2z^3\cos(xy^2z^3)$, $f_y = 2xyz^3\cos(xy^2z^3)$, $f_z = 3xy^2z^2\cos(xy^2z^3)$. (ii) $g(u,v)$ とすると $f_x = yg_u(x,x^2+2xy) + 2y(x+y)g_v(x,x^2+2xy)$, $f_y = g(x,x^2+2xy) + 2xyg_v(x,x^2+2xy)$. なお他の g_u, g_v の代わりに g_x, g_y としていても良い.

問 4 (5 点) $f(x,y) := x^2 + xy + 2y^2 - 7$ とし，$C := \left\{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 \;\middle|\; f(x,y) = 0 \right\}$ とおく.

(i) 点 $(1,-2)$ および点 $(-1,2)$ の周りで C は $y = \varphi(x)$ とグラフ表示出来ることを示せ.

(ii) $x = 1$ および $x = -1$ は $\varphi(x)$ の極値点であるかを判定せよ.

略解: (i) (2 点): 陰関数定理の条件をチェックすればいい. (ii) (3 点) $\varphi'(\pm 1) = 0$ をチェックし，$\varphi''(\pm)$ の符号を見ればいい. 結果 $x = 1$ は極小点，$x = -1$ は極大点.

コメント: y についての 2 次式だからといって直接解くと計算が大変. 計算ミスをしているものには加点していない. また説明不足な解答が見られた. これらについても加点していない.