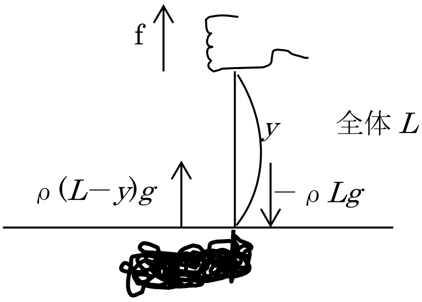
物理学 B　8 章演習　解説

8.1

(1)a)　$P = \underline{\rho y v}$

　　　(ρy：質量)



b)　重力：$-\underline{\rho L g}$

　　　　全体

　抗力：$\underline{\rho(L-y)g}$

　　　　机の上の部分

　引っ張る力：f

　　$F = -\rho L g + \rho(L-y)g + f$

　　$= \underline{-\rho y g + f}$

c)　$\dfrac{dP}{dt} = F$ より，　　$\dfrac{d}{dt}(\rho y v) = -\rho y g + f$

☆$m\ddot{y} = F$ は，

質量 m が一定の時のみ使える．

$\rightarrow \boxed{\dfrac{dP}{dt} = F}$

(2)　(1)c)より，

$$f = \frac{d}{dt}(\rho y v) + \rho y g = \underline{\rho v_0{}^2 + \rho y g}$$

(3)　(1)c)より，

$$\frac{d}{dt}(\rho y v) = f_0 - \rho y g$$

ここで $yv = y\dfrac{dy}{dt}$ を両辺にかけて，

$$\rho y v \frac{d}{dt}(yv) = f_0 y \frac{dy}{dt} - \rho g y^2 \frac{dy}{dt}$$

$\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{X^n}{n}\right) = X^{n-1}\dfrac{dX}{dt}$ より，

$$\rho \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(yv)^2 = \frac{f_0}{2}\frac{d}{dt}y^2 - \frac{\rho g}{3}\frac{d}{dt}y^3$$

$$\frac{\rho}{2}(yv)^2 = \frac{f_0}{2}y^2 - \frac{\rho g}{3}y^3 + C$$

$$v^2 = \frac{f_0}{\rho} - \frac{2}{3}gy$$

v は正だから，　$\underline{v = \sqrt{\dfrac{f_0}{\rho} - \dfrac{2}{3}gy}}$

(4)　手のした仕事：$W=\int_0^y f(y')dy'$

運動エネルギー：$\dfrac{1}{2}\rho y v^2$

位置エネルギー：$\dfrac{1}{2}\rho g y^2 \quad \left(\dfrac{y}{2}\times\rho g y\right)$

→重心の高さ

(2)のとき

$$W_2=\int_0^y\left(\rho {v_0}^2+\rho g y'\right)dy'=\rho {v_0}^2 y+\frac{\rho}{2}gy^2$$

$$E_2=\frac{1}{2}\rho y {v_0}^2+\frac{1}{2}\rho g y^2$$

$$W_2-E_2=\underline{\frac{1}{2}\rho {v_0}^2 y}>0$$

(3)のとき

$$W_3=\int_0^y f_0 dy'=f_0 y$$

$$E_3=\frac{1}{2}\rho y\left(\frac{f_0}{\rho}-\frac{2}{3}gy\right)+\frac{1}{2}\rho g y^2=\frac{1}{2}f_0 y+\frac{1}{6}\rho g y^2$$

$$W_3-E_3=\frac{1}{2}f_0 y-\frac{1}{6}\rho g y^2$$

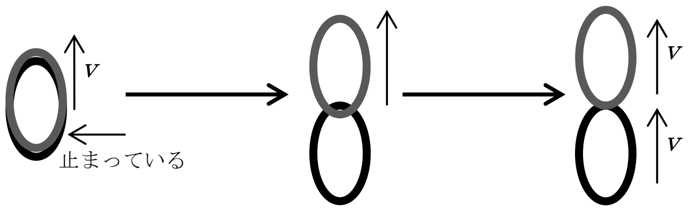
ここで v^2 に $\dfrac{\rho y}{2}$ をかけて変形すると，($v^2\geq 0$)

$$\underbrace{\frac{1}{2}f_0 y-\frac{1}{6}\rho g y^2}_{=W_3-E_3}\geq\frac{1}{6}\rho g y^2$$

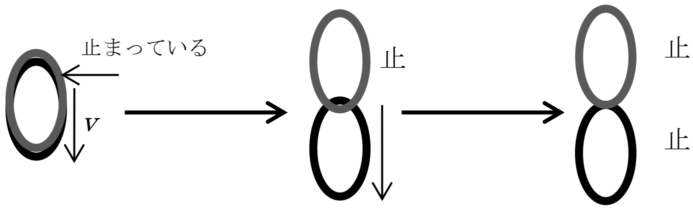
$$W_3-E_3\geq\frac{1}{6}\rho g y^2>0$$

※(2)(3)より，W の方が E よりも大きい．

←止まっている状態から v の速さにするエネルギーを考えていないから．



v で動いている人から見ると，



$\int\dfrac{\rho dy}{2}v^2$ と考えれば合う！