（又称｜简称｜记作｜简记）

（！）不重不漏

（？）不重

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| （个元素的）全排列（｜排列）：个不同的元素排成一列 | | | | |
| ┣ | 个不同元素所有排列种数（｜｜） | | | |
| ┣ | 标准次序 | | | |
| ┃ | ┣ | 自然次序：自然数的次序 | | |
| ┃ | ┗ | 逆序：先后次序与标准次序不同的1对元素 | | |
| ┃ |  | ┗ | （元素的）逆序数（｜｜）：比大的且排在前面的元素个数 | |
| ┃ |  |  | ┗ | （排列的）逆序数（｜｜）：1个排列中所有逆序的总数 |
| ┣ | 分类 | | | |
| ┃ | ┗ | 按逆序数奇偶性（！） | | |
| ┃ |  | ┣ | 奇排列：逆序数为奇数的排列 | |
| ┃ |  | ┗ | 偶排列：逆序数为偶数的排列 | |
| ┣ | 运算 | | | |
| ┃ | ┗ | 对换：对调2个元素产生新排列的手续 | | |
| ┃ |  | ┗ | 相邻对换：相邻2个元素的对换 | |
| ┗ | 性质 | | | |
|  | ┗ | 对换定理1引理：相邻2元素对换排列改变奇偶性 | | |
|  |  | ┗ | 对换定理1：任意2元素对换排列改变奇偶性 | |
|  |  |  | ┗ | 对换定理1推论：奇排列对换成标准排列对换次数为奇数  　　　　　　　　偶排列对换成标准排列对换次数为偶数 |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| （行列的）数表 | | | | | | |
| ┣ | 行：横排 | | | | | |
| ┃ | 列：竖排 | | | | | |
| ┃ | 主对角线（对角线）：从左上角到右下角的直线 | | | | | |
| ┃ | 副对角线 | | | | | |
| ┗ | （阶）行列式（｜｜｜）：数表中所有位于不同行不同列的n个数乘积之和，是的1个排列 | | | | | |
|  | ┣ | （行列式的）元（元素）：数 | | | | |
|  | ┃ | ┣ | 行标：元素的第1个下标 | | | |
|  | ┃ | ┣ | 列标：元素的第2个下标 | | | |
|  | ┃ | ┗ | （元的）余子式（||）：在阶行列式中，把元所在的第行和第列划去后，留下来的阶行列式 | | | |
|  | ┃ |  | ┗ | （元的）代数余子式（||） | | |
|  | ┣ | 分类 | | | | |
|  | ┃ | ┗ | 按元素的值（？） | | | |
|  | ┃ |  | ┗ | 上三角形行列式：主对角线以下的元素为0的行列式 | | |
|  | ┃ |  | 下三角形行列式：主对角线以上的元素为0的行列式 | | |
|  | ┃ |  |  | ┗ | （主）对角线行列式：主对角线以下和以上的元素为0的行列式 | |
|  | ┣ | 运算 | | | | |
|  | ┃ | ┣ | 转置： | | | |
|  | ┃ | ┣ | 对换两行（列）（||（）） | | | |
|  | ┃ | ┣ | 第行（列）乘（||（）） | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 第行（列）提出公因子（||（）） | | |
|  | ┃ | ┗ | 以数乘第行（列）加到第行（列）（||（）） | | | |
|  | ┗ | 性质 | | | | |
|  |  | ┣ | 性质1（对换定理1） | | | |
|  |  | ┣ | 性质2（对换定理1） | | | |
|  |  | ┃ | ┗ | 性质2推论（行列式性质2） | | |
|  |  | ┣ | 性质3（乘法分配律） | | | |
|  |  | ┃ | ┗ | 性质3推论（乘法分配律） | | |
|  |  | ┣ | 性质4（行列式性质3，行列式性质2推论） | | | |
|  |  | ┣ | 性质5（乘法分配律） | | | |
|  |  | ┣ | 性质6（行列式性质5，行列式性质4） | | | |
|  |  | ┣ | 上三角形行列式等于对角线上元素乘积 | | | |
|  |  | ┣ | （行列式性质2，） | | | |
|  |  | ┣ | （数学归纳法）任何阶行列式能通过运算化为上三角形行列式 | | | |
|  |  | ┣ | （任何阶行列式能通过运算化为上三角形行列式，上三角形行列式等于对角线上元素乘积） | | | |
|  |  | ┣ | 行列式定理1引理（行列式性质2，）的第行除元外元素为0 | | | |
|  |  | ┃ | ┗ | 行列式定理1（行列式按行（列）展开法则）（行列式性质5，行列式定理1引理） | | |
|  |  | ┃ |  | ┗ | | 行列式定理1推论（行列式定理1，行列式性质2推论） |
|  |  | ┣ | 上下翻转（行列式性质2） | | | |
|  |  | ┣ | 逆时针旋转90°（行列式性质1，行列式性质2） | | | |
|  |  | ┣ | 依副对角线翻转（行列式性质1，行列式性质2） | | | |
|  |  | ┗ | 范德蒙德行列式（行列式性质6，行列式定理1） | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| （行列）矩阵（|矩阵|、|、）：由个数排成的行列的数表 | | | | | | | | |
| ┣ | （矩阵的）元素（|元）：矩阵的个数  （矩阵的）元：位于矩阵的第行第列的数 | | | | | | | |
| ┣ | 分类 | | | | | | | |
| ┃ | ┣ | 按形状（？） | | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┣ | 行矩阵（行向量||）：只有1行的矩阵 | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┣ | 列矩阵（列向量）：只有1列的矩阵 | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 阶矩阵（阶方阵||）：行数与列数都等于的矩阵 | | | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┣ | 按元素的值（？） | | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┃ | ┣ | 反对称矩阵： | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┃ | ┗ | 对称矩阵（|对称阵）： | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┃ |  | ┗ | 对角矩阵（|对角阵|，）：对角线以外的元素是0的方阵 | | |
| ┃ | ┃ |  | ┃ |  |  | ┗ | 纯量阵（纯量矩阵、数量矩阵||） | |
| ┃ | ┃ |  | ┃ |  |  |  | ┗ | 单位矩阵（|单位阵|）：对角线上的元素是1，其他元素是0的方阵 |
| ┃ | ┃ |  | ┗ | 按行列式的值/按是否可逆（！） | | | | |
| ┃ | ┃ |  |  | ┣ | 奇异矩阵： | | | |
| ┃ | ┃ |  |  | ┗ | 非奇异矩阵（可逆矩阵）： | | | |
| ┃ | ┗ | 按元素的值（？） | | | | | | |
| ┃ |  | ┗ | 零矩阵（||）：元素都是0的矩阵 | | | | | |
| ┣ | 运算 | | | | | | | |
| ┃ | ┣ | 线性运算 | | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┣ | 加： | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┣ | 减：（负矩阵：） | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 数乘： | | | | | |
| ┃ | ┣ | 矩阵的乘法： | | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 方阵的幂：，当可逆时， | | | | | |
| ┃ | ┣ | 转置（的转置矩阵||）：把矩阵的行换成同序数的列得到1个新矩阵 | | | | | | |
| ┃ | ┣ | （方阵的）行列式（||、）：由阶方阵的元素所构成的行列式 | | | | | | |
| ┃ | ┗ | （矩阵的次）多项式：为的次多项式，为阶矩阵， | | | | | | |
| ┣ | 关系 | | | | | | | |
| ┃ | ┗ | 按形状（？） | | | | | | |
| ┃ |  | ┗ | 同型矩阵：2个行数相等且列数相等的矩阵 | | | | | |
| ┃ |  |  | ┣ | 按元素的值（？） | | | | |
| ┃ |  |  | ┃ | ┣ | 相等：对应元素相等的2个同型矩阵 | | | |
| ┃ |  |  | ┃ | ┗ | （矩阵的）负矩阵： | | | |
| ┃ |  |  | ┗ | 同阶方阵 | | | | |
| ┃ |  |  |  | ┗ | 按矩阵的乘法的结果（？） | | | |
| ┃ |  |  |  |  | ┗ | 可交换： | | |
| ┃ |  |  |  |  |  | ┣ | （矩阵的）伴随矩阵（|伴随阵|）：的各个元素的代数余子式构成的矩阵 | |
| ┃ |  |  |  |  |  | ┗ | 逆矩阵（|逆阵|）：若，使，称是可逆的 | |
| ┗ | 性质 | | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法： | | | | | | |
|  | ┣ | （运算减法）负矩阵： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算数乘：①  　　　　　②  　　　　　③  　　　　　④  　　　　　⑤ | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法，运算数乘： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法：①（等量代换）  　　　　　②  　　　　　③  　　　　　④ | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法，运算乘法：（乘法分配律）  　　　　　　　　　　（乘法分配律） | | | | | | |
|  | ┣ | 运算数乘，运算乘法：① | | | | | | |
|  | ┣ | 运算转置： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法，运算转置： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算数乘，运算转置： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法，运算转置：①  　　　　　　　　　　②（的对角元是平方和），、是方阵 | | | | | | |
|  | ┗ | 方阵 | | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算乘法，运算幂：          　　　　　　　　　（运算乘法②，（运算数乘，运算乘法）①）  　　　　　　　　　（运算乘法③）  　　　　　　　　　（运算乘法①）（运算加法，运算乘法） | | | | | |
|  |  |  | 运算乘法，运算转置： | | | | | |
|  |  |  | 运算行列式： | | | | | |
|  |  |  | 以数乘行列式的行（列），运算数乘，运算行列式： | | | | | |
|  |  |  | 运算乘法，运算行列式：（，行列式性质2，行列式性质6） | | | | | |
|  |  |  | 运算伴随阵： | | | | | |
|  |  |  | 运算乘法，运算伴随阵：（行列式定理1，行列式定理1推论） | | | | | |
|  |  |  | 运算行列式，运算伴随阵：①（逆矩阵定理2，（运算乘法，运算伴随阵），运算数乘⑤，运算伴随阵）（反证）  　　　　　　　　　　　　②（（运算行列式，运算伴随阵）①，（以数乘行列式的行（列），运算数乘，运算行列式），（运算乘法，运算行列式））（分析法） | | | | | |
|  |  |  | 运算逆： 可逆可逆， | | | | | |
|  |  |  | 运算数乘，运算逆：可逆，可逆， | | | | | |
|  |  |  | 运算乘法，运算逆：，同阶，可逆，可逆可逆， | | | | | |
|  |  |  | 运算转置，运算逆：（（运算乘法，运算转置）①） | | | | | |
|  |  |  | 运算行列式，运算逆：（（运算乘法，运算行列式）） | | | | | |
|  |  |  |  | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  |  | |