（又称｜简称｜记作｜简记）

（！）不重不漏

（？）不重

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| （个元素的）全排列（｜排列）：个不同的元素排成一列 | | | | |
| ┣ | 个不同元素所有排列种数（｜｜） | | | |
| ┣ | 标准次序 | | | |
| ┃ | ┣ | 自然次序：自然数的次序 | | |
| ┃ | ┗ | 逆序：先后次序与标准次序不同的1对元素 | | |
| ┃ |  | ┗ | （元素的）逆序数（｜｜）：比大的且排在前面的元素个数 | |
| ┃ |  |  | ┗ | （排列的）逆序数（｜｜）：1个排列中所有逆序的总数 |
| ┣ | 分类 | | | |
| ┃ | ┗ | 按逆序数奇偶性（！） | | |
| ┃ |  | ┣ | 奇排列：逆序数为奇数的排列 | |
| ┃ |  | ┗ | 偶排列：逆序数为偶数的排列 | |
| ┣ | 运算 | | | |
| ┃ | ┗ | 对换：对调2个元素产生新排列的手续 | | |
| ┃ |  | ┗ | 相邻对换：相邻2个元素的对换 | |
| ┗ | 性质 | | | |
|  | ┗ | 对换定理1引理：相邻2元素对换排列改变奇偶性 | | |
|  |  | ┗ | 对换定理1：任意2元素对换排列改变奇偶性 | |
|  |  |  | ┗ | 对换定理1推论：奇排列对换成标准排列对换次数为奇数  　　　　　　　　偶排列对换成标准排列对换次数为偶数 |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| （行列的）数表 | | | | | | |
| ┣ | 行：横排 | | | | | |
| ┃ | 列：竖排 | | | | | |
| ┃ | 主对角线（对角线）：从左上角到右下角的直线 | | | | | |
| ┃ | 副对角线 | | | | | |
| ┗ | （阶）行列式（｜｜｜）：数表中所有位于不同行不同列的n个数乘积之和，是的1个排列 | | | | | |
|  | ┣ | （行列式的）元（元素）：数 | | | | |
|  | ┃ | ┣ | 行标：元素的第1个下标 | | | |
|  | ┃ | ┣ | 列标：元素的第2个下标 | | | |
|  | ┃ | ┗ | （元的）余子式（||）：在阶行列式中，把元所在的第行和第列划去后，留下来的阶行列式 | | | |
|  | ┃ |  | ┗ | （元的）代数余子式（||） | | |
|  | ┣ | 分类 | | | | |
|  | ┃ | ┗ | 按元素的值（？） | | | |
|  | ┃ |  | ┗ | 上三角形行列式：主对角线以下的元素为0的行列式 | | |
|  | ┃ |  | 下三角形行列式：主对角线以上的元素为0的行列式 | | |
|  | ┃ |  |  | ┗ | （主）对角线行列式：主对角线以下和以上的元素为0的行列式 | |
|  | ┣ | 运算 | | | | |
|  | ┃ | ┣ | 转置： | | | |
|  | ┃ | ┣ | 对换两行（列）（||（）） | | | |
|  | ┃ | ┣ | 第行（列）乘（||（）） | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 第行（列）提出公因子（||（）） | | |
|  | ┃ | ┗ | 以数乘第行（列）加到第行（列）（||（）） | | | |
|  | ┗ | 性质 | | | | |
|  |  | ┣ | 性质1（对换定理1） | | | |
|  |  | ┣ | 性质2（对换定理1） | | | |
|  |  | ┃ | ┗ | 性质2推论（行列式性质2） | | |
|  |  | ┣ | 性质3（乘法分配律） | | | |
|  |  | ┃ | ┗ | 性质3推论（乘法分配律） | | |
|  |  | ┣ | 性质4（行列式性质3，行列式性质2推论） | | | |
|  |  | ┣ | 性质5（乘法分配律） | | | |
|  |  | ┣ | 性质6（行列式性质5，行列式性质4） | | | |
|  |  | ┣ | 上三角形行列式等于对角线上元素乘积 | | | |
|  |  | ┣ | （行列式性质2，） | | | |
|  |  | ┣ | （数学归纳法）任何阶行列式能通过运算化为上三角形行列式 | | | |
|  |  | ┣ | （任何阶行列式能通过运算化为上三角形行列式，上三角形行列式等于对角线上元素乘积） | | | |
|  |  | ┣ | 行列式定理1引理（行列式性质2，）的第行除元外元素为0 | | | |
|  |  | ┃ | ┗ | 行列式定理1（行列式按行（列）展开法则）（行列式性质5，行列式定理1引理） | | |
|  |  | ┃ |  | ┗ | | 行列式定理1推论（行列式定理1，行列式性质2推论） |
|  |  | ┣ | 上下翻转（行列式性质2） | | | |
|  |  | ┣ | 逆时针旋转90°（行列式性质1，行列式性质2） | | | |
|  |  | ┣ | 依副对角线翻转（行列式性质1，行列式性质2） | | | |
|  |  | ┗ | 范德蒙德行列式（行列式性质6，行列式定理1） | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| （行列）矩阵（|矩阵|、|、）：由个数排成的行列的数表 | | | | | | | | |
| ┣ | （矩阵的）元素（|元）：矩阵的个数  （矩阵的）元：位于矩阵的第行第列的数 | | | | | | | |
| ┣ | 分类 | | | | | | | |
| ┃ | ┣ | 按虚部的值（！） | | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 复矩阵：元素是复数的矩阵 | | | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┗ | 实矩阵：元素是实数的矩阵 | | | | |
| ┃ | ┃ |  |  | ┗ | 按实部的值（？） | | | |
| ┃ | ┃ |  |  |  | ┗ | 零矩阵（||）：元素都是0的矩阵 | | |
| ┃ | ┗ | 按形状（？） | | | | | | |
| ┃ |  | ┣ | 行矩阵（行向量||）：只有1行的矩阵 | | | | | |
| ┃ |  | ┣ | 列矩阵（列向量）：只有1列的矩阵 | | | | | |
| ┃ |  | ┗ | 阶矩阵（阶方阵||）：行数与列数都等于的矩阵 | | | | | |
| ┃ |  |  | ┣ | 按元素的值（？） | | | | |
| ┃ |  |  | ┃ | ┣ | 反对称矩阵： | | | |
| ┃ |  |  | ┃ | ┗ | 对称矩阵（|对称阵）： | | | |
| ┃ |  |  | ┃ |  | ┗ | 对角矩阵（|对角阵|，）：对角线以外的元素是0的方阵 | | |
| ┃ |  |  | ┃ |  |  | ┗ | 纯量阵（纯量矩阵、数量矩阵||） | |
| ┃ |  |  | ┃ |  |  |  | ┗ | 单位矩阵（|单位阵|）：对角线上的元素是1，其他元素是0的方阵 |
| ┃ |  |  | ┗ | 按行列式的值/按是否可逆（！） | | | | |
| ┃ |  |  |  | ┣ | 奇异矩阵： | | | |
| ┃ |  |  |  | ┗ | 非奇异矩阵（可逆矩阵）： | | | |
| ┣ | 运算 | | | | | | | |
| ┃ | ┣ | 线性运算 | | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┣ | 加： | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┣ | 减：（负矩阵：） | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 数乘： | | | | | |
| ┃ | ┣ | 矩阵的乘法： | | | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 方阵的幂：，当可逆时， | | | | | |
| ┃ | ┣ | 转置（的转置矩阵||）：把矩阵的行换成同序数的列得到1个新矩阵 | | | | | | |
| ┃ | ┣ | （方阵的）行列式（||、）：由阶方阵的元素所构成的行列式 | | | | | | |
| ┃ | ┗ | （矩阵的次）多项式：为的次多项式，为阶矩阵， | | | | | | |
| ┣ | 关系 | | | | | | | |
| ┃ | ┗ | 按形状（？） | | | | | | |
| ┃ |  | ┗ | 同型矩阵：2个行数相等且列数相等的矩阵 | | | | | |
| ┃ |  |  | ┣ | 按元素的值（？） | | | | |
| ┃ |  |  | ┃ | ┣ | 相等：对应元素相等的2个同型矩阵 | | | |
| ┃ |  |  | ┃ | ┗ | （矩阵的）负矩阵： | | | |
| ┃ |  |  | ┗ | 同阶方阵 | | | | |
| ┃ |  |  |  | ┗ | 按矩阵的乘法的结果（？） | | | |
| ┃ |  |  |  |  | ┗ | 可交换： | | |
| ┃ |  |  |  |  |  | ┣ | （矩阵的）伴随矩阵（|伴随阵|）：的各个元素的代数余子式构成的矩阵 | |
| ┃ |  |  |  |  |  | ┗ | 逆矩阵（|逆阵|）：若，使，称是可逆的 | |
| ┗ | 性质 | | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法： | | | | | | |
|  | ┣ | （运算减法）负矩阵： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算数乘：①  　　　　　②  　　　　　③  　　　　　④  　　　　　⑤ | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法，运算数乘： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法：①（等量代换）  　　　　　②  　　　　　③  　　　　　④ | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法，运算乘法：（乘法分配律）  　　　　　　　　　　（乘法分配律） | | | | | | |
|  | ┣ | 运算数乘，运算乘法：① | | | | | | |
|  | ┣ | 运算转置： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算加法，运算转置： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算数乘，运算转置： | | | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法，运算转置：①  　　　　　　　　　　②（的对角元是平方和），、是方阵 | | | | | | |
|  | ┗ | 方阵 | | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算乘法，运算幂：          　　　　　　　　　（运算乘法②，（运算数乘，运算乘法）①）  　　　　　　　　　（运算乘法③）  　　　　　　　　　（运算乘法①）（运算加法，运算乘法） | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算乘法，运算转置： | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算行列式： | | | | | |
|  |  | ┣ | 以数乘行列式的行（列），运算数乘，运算行列式： | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算乘法，运算行列式：（，行列式性质2，行列式性质6） | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算伴随阵： | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算乘法，运算伴随阵：（行列式定理1，行列式定理1推论） | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算行列式，运算伴随阵：①（逆矩阵定理2，（运算乘法，运算伴随阵），运算数乘⑤，运算伴随阵）（反证）  　　　　　　　　　　　　②（（运算行列式，运算伴随阵）①，（以数乘行列式的行（列），运算数乘，运算行列式），（运算乘法，运算行列式））（分析法） | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算逆：①可逆可逆， | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算数乘，运算逆：可逆，可逆， | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算乘法，运算逆：，同阶，可逆，可逆可逆， | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算转置，运算逆：（（运算乘法，运算转置）①） | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算行列式，运算逆：（（运算乘法，运算行列式）） | | | | | |
|  |  | ┣ | 运算伴随阵，运算逆：（逆矩阵定理1，逆矩阵定理2，运算逆①，（运算行列式，运算逆））可逆可逆， | | | | | |
|  |  | ┣ | 逆矩阵定理1：（（运算乘法，运算行列式））可逆 | | | | | |
|  |  | ┗ | 逆矩阵定理2：（（运算乘法，运算伴随阵））可逆， | | | | | |
|  |  |  | ┗ | 逆矩阵定理2推论：（（运算乘法，运算行列式），逆矩阵定理2） | | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 分块矩阵 | | | |
| ┣ | 运算 | | |
| ┃ | ┣ | 加：与行数相等且列数相等，的行分法相同且列分法相同 | |
| ┃ | ┣ | 数乘： | |
| ┃ | ┣ | 乘法：的列数等于的行数，的列分法与的行分法相同 | |
| ┃ | ┣ | 转置： | |
| ┃ | ┗ | 行列式 | |
| ┣ | 分类 | | |
| ┃ | ┗ | 按元素的值（？） | |
| ┃ |  | ┗ | 分块对角矩阵：，是方阵 |
| ┃ |  | 按分法（？） | |
| ┃ |  | ┣ | 按列分块 |
| ┃ |  | ┗ | 按行分块 |
| ┗ | 性质 | | |
|  | ┗ | 方阵（分块对角矩阵） | |
|  |  | ┣ | 运算逆： |
|  |  | ┗ | 行列式：（） |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 方程组 | | | | |
| ┣ | 关系 | | | |
| ┃ | ┗ | 按方程组中的方程与方程组的关系（？） | | |
| ┃ |  | ┗ | （方程组能由方程组）线性表示：方程组的每个方程都是方程组的线性组合 | |
| ┃ |  |  | ┗ | （两个方程组）可互推：方程组与方程组能相互线性表示 |
| ┗ | 运算 | | | |
|  | ┣ | 同解变换 | | |
|  | ┃ | ┣ | 与相互替换（||）：交换方程次序 | |
|  | ┃ | ┣ | 以替换（||）：以不等于0的数乘某个方程 | |
|  | ┃ | ┗ | 以替换（||）：一个方程加上另一个方程的倍 | |
|  | ┗ | （方程组的一个）线性组合：对方程组的各个方程作线性运算所得到的一个方程 | | |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 矩阵 | | | | | | |
| ┣ | 运算 | | | | | |
| ┃ | ┣ | 初等变换 | | | | |
| ┃ | ┃ | ┣ | 初等行变换 | | | |
| ┃ | ┃ | ┃ | ┣ | 对换两行（||）：对换两行 | | |
| ┃ | ┃ | ┃ | ┣ | 第行乘（||）：以数乘某行中的所有元 | | |
| ┃ | ┃ | ┃ | ┗ | 第行的倍加到第行上（||）：把某一行所有元的倍加到另一行对应的元上去 | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 初等列变换 | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┣ | 对换两列（||）：对换两列 | | |
| ┃ | ┃ |  | ┣ | 第列乘（||）：以数乘某列中的所有元 | | |
| ┃ | ┃ |  | ┗ | 第列的倍加到第列上（||）：把某一列所有元的倍加到另一列对应的元上去 | | |
| ┃ | ┗ | （矩阵的阶）子式：在中，任取行与列（），位于这些行列交叉处的个元素，不改变它们在中所处的位置次序而得的阶行列式 | | | | |
| ┃ |  | ┣ | （矩阵的）最高阶非零子式：设在矩阵中有1个不等于0的阶子式，且所有阶子式全等于0， | | | |
| ┃ |  | ┃ | ┗ | （矩阵的）秩（||）：零矩阵，0；非零矩阵，（的非零子式的最高阶数） | | |
| ┃ |  | ┗ | （矩阵的阶）主子式：的前行列交叉处的个元素，不改变它们在中所处的位置次序而得的阶行列式 | | | |
| ┣ | 分类 | | | | | |
| ┃ | ┣ | 按元素的值（？） | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 非零矩阵 | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┗ | 行阶梯型矩阵（I型矩阵）：非零行在零行上面，每个非零行首非零元所在列在上一行（如果存在的话）首非零元所在列右面的非零矩阵 | | |
| ┃ | ┃ |  |  | ┗ | 行最简形矩阵：非零行的首非零元为1，首非零元所在列的其他元为0的行阶梯型矩阵 | |
| ┃ | ┃ |  |  |  | ┗ | （矩阵的）标准形：是行最简形矩阵，， |
| ┃ | ┣ | 方阵 | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 按行列式的值/按是否可逆/按秩的值（！） | | | |
| ┃ | ┃ |  | ┣ | 奇异矩阵（降秩矩阵）：， | | |
| ┃ | ┃ |  | ┗ | 非奇异矩阵（满秩矩阵、可逆矩阵）：， | | |
| ┃ | ┣ | 按秩的值（？） | | | | |
| ┃ | ┃ | ┗ | 列满秩矩阵：秩等于列数的矩阵 | | | |
| ┃ | ┗ | 按初等变换种类（！） | | | | |
| ┃ |  | ┗ | 初等矩阵：由单位矩阵经过一次初等变换得到的矩阵 | | | |
| ┃ |  |  | ┣ | 第1种初等矩阵（||）： | | |
| ┃ |  |  | ┣ | 第2种初等矩阵（||）： | | |
| ┃ |  |  | ┗ | 第3种初等矩阵（||）： | | |
| ┣ | 关系 | | | | | |
| ┃ | ┗ | 按形状（？） | | | | |
| ┃ |  | ┗ | 同型矩阵 | | | |
| ┃ |  |  | ┣ | （矩阵与）行等价（||）：矩阵经有限次初等行变换变成矩阵 | | |
| ┃ |  |  | ┗ | （矩阵与）列等价（||）：矩阵经有限次初等列变换变成矩阵 | | |
| ┃ |  |  |  | ┗ | （矩阵与）等价（||）：矩阵经有限次初等变换变成矩阵 | |
| ┗ | 性质 | | | | | |
|  | ┣ | 初等变换：①  　　　　　②  　　　　　③  　　　　　④（归纳法）对于任何非零矩阵，总可经有限次初等变换把它变为行阶梯形矩阵和行最简形矩阵  　　　　　⑤对于非零矩阵，总可经过初等变换（行变换和列变换）把它化为标准形 | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法，初等变换：  　　　　　　　　　　初等变换性质1：设是1个矩阵，对施行1次初等行变换，相当于在的左边乘相应的阶初等矩阵；对施行1次初等列变换，相当于在的右边乘相应的阶初等矩阵 | | | | |
|  | ┣ | 运算逆，初等变换：  　　　　　　　　　初等变换性质2（初等变换⑤，（初等变换，运算秩），运算秩④，初等变换性质1，（运算乘法，运算逆））：可逆初等矩阵，使  　　　　　　　　　初等变换定理1（初等变换性质1，初等变换性质2）：  　　　　　　　　　┃可逆矩阵，使  　　　　　　　　　┃可逆矩阵，使  　　　　　　　　　┃可逆矩阵，使  　　　　　　　　　┗初等变换定理1推论（初等变换定理1）：方阵可逆  　　　　　　　　　（初等变换定理1）可逆，可逆， | | | | |
|  | ┣ | 运算秩：①行阶梯形矩阵的秩等于非零行的行数  　　　　②  　　　　③（运算转置，运算秩）  　　　　④  　　　　⑤ | | | | |
|  | ┣ | 运算加法，运算秩（矩阵秩定理1，（运算转置，运算秩），运算秩③）： | | | | |
|  | ┣ | 运算数乘，运算秩： | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法，运算秩：①线性方程组定理5（线性方程组定理4，（运算转置，运算秩））：  　　　　　　　　　（初等变换④，初等变换定理1，（运算乘法，运算逆，运算秩），运算秩③）  　　　　　　　　　┗（↑，运算秩⑤）  　　　　　　　　　　┗（↑）与同解 | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法，运算逆，运算秩（初等变换定理1，矩阵秩定理1）：可逆 | | | | |
|  | ┣ | 运算转置，运算秩（行列式性质1）： | | | | |
|  | ┣ | 运算乘法，运算转置，运算秩：（（运算乘法，运算转置）①，（运算乘法，运算转置）②，（方程组，运算秩）②）：  　　　　　　　　　　　　　　（初等变换⑤，（初等变换，运算秩），（运算乘法，运算秩）①）：非零，非零，使 | | | | |
|  | ┣ | 运算伴随阵，运算秩： | | | | |
|  | ┣ | 初等变换，运算秩：（行列式性质2，行列式性质3，行列式性质6，行列式性质5）经1次初等变换变成  　　　　　　　　　┗矩阵秩定理1引理（↑，初等变换②）：  　　　　　　　　　　┗矩阵秩定理1（矩阵秩定理1引理，（运算转置，运算秩））： | | | | |
|  | ┣ | 运算行列式，运算秩： | | | | |
|  | ┗ | 方程组，运算秩：①的解集的秩  　　　　　　　　②（↑）列数相等，与同解 | | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| （维）向量：个有次序的数所组成的数组 | | | | | | |
| ┣ | 维数：分量的个数 | | | | | |
| ┣ | （向量的个）分量：那个数 | | | | | |
| ┣ | 分类 | | | | | |
| ┃ | ┗ | 按虚部的值（！） | | | | |
| ┃ |  | ┗ | 复向量：分量为复数的向量 | | | |
| ┃ |  |  | ┗ | 实向量：分量为实数的向量 | | |
| ┃ |  |  |  | ┗ | 按实部的值（？） | |
| ┃ |  |  |  |  | ┣ | 零向量 |
| ┃ |  |  |  |  | ┗ | 维单位坐标向量：阶单位矩阵的列向量 |
| ┗ | 向量组：若干个同维数的列向量（或同维数的行向量）所组成的集合 | | | | | |
|  | ┣ | 分类 | | | | |
|  | ┃ | ┣ | 按是否有序（？） | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 有序向量组 | | |
|  | ┃ | ┣ | 按矩阵的分块方法（！） | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┣ | 矩阵的行向量组 | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 矩阵的列向量组 | | |
|  | ┃ | ┣ | 按向量个数（！） | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┣ | 只含有限个向量 | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 含无限多个向量 | | |
|  | ┃ | ┣ | 按向量分量的值（？） | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 维单位坐标向量组： | | |
|  | ┃ | ┗ | 按线性组合的结果（！） | | | |
|  | ┃ |  | ┣ | （向量组）线性相关：，不全为0的，使 | | |
|  | ┃ |  | ┗ | （向量组）线性无关：，当且仅当时，使成立 | | |
|  | ┣ | 运算 | | | | |
|  | ┃ | ┣ | （向量组的一个）线性组合：，， | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┣ | （线性组合的）系数： | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 线性表示： | | |
|  | ┃ | ┃ |  | ┗ | （线性表示的）系数矩阵： | |
|  | ┃ | ┗ | （向量组的）部分组：向量组是向量组的一部分， | | | |
|  | ┃ |  | ┗ | （向量组的）最大线性无关组（|最大无关组）：中的个向量组成的向量组线性无关中任意个向量线性相关，  （向量组的）最大无关组（向量组定理5（3））：是的一个部分组，线性无关，的任意向量能由线性表示， | | |
|  | ┃ |  |  | ┗ | （向量组的）秩（|||）：只含零向量的向量组，0；不只含零向量的向量组，最大无关组所含向量个数 | |
|  | ┣ | 关系 | | | | |
|  | ┃ | ┣ | 向量-向量组 | | | |
|  | ┃ | ┃ | ┗ | 按向量组线性组合的可能结果组成的集合与向量的关系（？） | | |
|  | ┃ | ┃ |  | ┗ | （向量能由向量组）线性表示：，，，使 | |
|  | ┃ | ┗ | 向量组-向量组 | | | |
|  | ┃ |  | ┗ | 按向量组中的向量与向量组的关系（？） | | |
|  | ┃ |  |  | ┗ | （向量组能由向量组）线性表示：，，组中的每个向量都能由向量组线性表示 | |
|  | ┃ |  |  |  | ┗ | （两个向量组）等价：向量组与向量组能相互线性表示 |
|  | ┗ | 性质 | | | | |
|  |  | ┣ | 线性方程组 | | | |
|  |  | ┃ | ┗ | 线性方程组定理1（初等变换④）：元线性方程组，  　　　　　　　　　　　　　　　无解  　　　　　　　　　　　　　　　有唯一解  　　　　　　　　　　　　　　　有无限多解 | | |
|  |  | ┃ |  | ┣ | 线性方程组定理2（线性方程组定理1，运算秩③）：有非零解（方阵：） | |
|  |  | ┃ |  | ┣ | 线性方程组定理2 '（线性方程组定理1，运算秩③）：有非零解（方阵：） | |
|  |  | ┃ |  | ┗ | 线性方程组定理3（线性方程组定理1）：有解 | |
|  |  | ┃ |  |  | ┗ | 线性方程组定理4（运算秩③，线性方程组定理5）：有解有解 |
|  |  | ┗ | 向量组 | | | |
|  |  |  | ┣ | 线性表示：传递性  　　　　　向量组中1个向量能由其余向量线性表示向量组线性相关  　　　　　向量组定理5（1）线性相关线性相关  线性无关线性无关  　　　　　　　　　　　　　┗向量组定理5（1）推论（↑）：含零向量的向量组线性相关  　　　　　　　　　　　（2）（运算秩②，向量组定理4）个维向量组成的向量组，向量组线性相关  个维向量线性相关  　　　　　　　　　　　（3）（反证法，同一法）/（向量组定理4，运算秩③，线性方程组定理1）线性无关，线性相关能由线性表示，表示式唯一 | | |
|  |  |  | ┣ | 初等变换，线性表示：的行向量组与的行向量组等价  的列向量组与的列向量组等价  　　　　　　　　　　方程组能由方程组线性表示方程组的解是方程组的解  　　　　　　　　　　┗（↑）方程组和方程组可互推方程组和方程组通解 | | |
|  |  |  | ┣ | 运算秩，线性表示：向量组定理1（线性方程组定理3）：能由线性表示  　　　　　　　　　向量组定理2（线性方程组定理4）：能由线性表示  　　　　　　　　　┗向量组定理2推论（↑）：与等价  　　　　　　　　　向量组定理3（线性方程组定理5）：能由线性表示  　　　　　　　　　①向量组和其最大无关组等价  　　　　　　　　　（向量组定理5（2））至多含个向量  　　　　　　　　　向量组定理1'（（运算秩，线性表示）①，向量组定理1）：能由线性表示  　　　　　　　　　向量组定理2'（（运算秩，线性表示）①，向量组定理2）：能由线性表示  　　　　　　　　　向量组定理3'（（运算秩，线性表示）①，向量组定理3）：能由线性表示  　　　　　　　　　向量组定理4（线性方程组定理2）：线性相关  线性无关 | | |
|  |  |  | ┣ | 运算秩：向量组定理6（向量组定理4）：矩阵的秩等于其列向量组的秩等于其行向量组的秩 | | |
|  |  |  | ┗ | 运算子式，运算秩：①（向量组定理4），将分块，  　　　　　　　　　┃（1）中某个中所在个行（列）向量线性无关  　　　　　　　　　┃　　可逆中所有行（列）向量线性无关  　　　　　　　　　┃（2）中所有，中任意个行（列）向量线性相关  　　　　　　　　　┗②求最大无关组（（运算子式，运算秩）①）：，  　　　　　　　　　　　（1）的行向量组（列向量组）的秩为  　　　　　　　　　　　（2）中某个中所在个行（列）向量是的行（列）向量组的1个最大无关组 | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |