Folha 8A – Áreas em coordenadas polares. Comprimentos de curva. Volumes de sólidos de revolução. Áreas de superfícies de revolução.

1. Use coordenadas polares para determinar a área da região

$$A=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2\le\frac{1}{4}\ \wedge\ x^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{1}{4}\right\}.$$

2. Determine a área da região plana que é interior, simultaneamente, à circunferñcia $\rho=\sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,\theta$ e à lemniscata $\rho^2=\mathrm{sen}\,2\theta$.

3. Seja $\mathcal{A}$ a região limitada pelas curvas de equações $y=\mathrm{ch}\,x$ e $y=\mathrm{ch}\,2$. Determine a área de $\mathcal{A}$ e o comprimento da linha que contorna $\mathcal{A}$.

4. Calcule os comprimentos dos arcos de curva identificados nas alíneas seguintes:

   (a) $y=\mathrm{arcsen}\,e^{-x}$, para $\frac{1}{2}\le x\le 1$;

   (b) $y=\sqrt{1-x^2}$, para $0\le x\le 1$.

5. Determine o volume do sólido gerado pela rotação em torno de OX da região plana limitada pelas curvas:

   (a) $y=x^2$ e $x=y^2$, para $0\le x\le 1$;

   (b) $y=x$ e $x=4y-y^2$.

6. Estabeleça um integral que dê a área da superfície de revolução gerada pela rotação em torno de OX das seguintes curvas:

   (a) $y=x^3$, $x\in[0,1]$;

   (b) $y=\cos x$, $-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{2}$;

   (c) $y=\sqrt{r^2-x^2}$, $-r\le x\le r$.