

# Processamento Digital de Sinal

MIECOM Época especial 2011/2012

1. Considere um transmultiplexador digital TDM para FDM com 2 canais áudio comercial de 4 KHz de largura de banda amostrados à frequência de Nyquist. Suponha que a rede FDM dispõe de uma largura de banda que permite acomodar apenas 1 KHz de cada canal.
  - a. Em sua opinião a limitação de largura de banda disponível inviabiliza a comunicação sem sacrificar a largura de banda da mensagem? Justifique. Se a sua resposta for negativa diga quais as operações a efectuar sobre os sinais de modo a reduzir para metade a sua largura de banda efectiva? Justifique.
  - b. Determine a resposta a impulso do filtro ideal que não causa distorção harmónica e permite efectuar o pretendido. Justifique convenientemente todos os passos que efectuar.
  - c. Suponha que pretende que o filtro seja FIR e apresente um ganho na banda passante superior a 0.992 e inferior a 1.005 e uma atenuação na banda de rejeição de 60 dB. Implemente este filtro usando o método que achar mais conveniente. Justifique a sua opção.
  - d. Para as condições descritas na alínea anterior determina a ordem do filtro de ordem mais baixa que permite efectuar o pretendido. Justifique a diferença encontrada.
  - e. Apresente e comente as vantagens e desvantagens dos filtros IIR relativamente aos filtros FIR. Justifique.
  - f. Refaça a alínea c) admitindo que não se aceita ripple na banda passante mas tolera-se distorção harmónica. Neste caso quais os métodos adequados? Justifique. Suponha um filtro de 4ª ordem e enumere todos os passos necessários à sua implementação.

**TABLE 7.2** COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

Window Type	Peak Sidelobe Amplitude (Relative)	Approximate Width of Mainlobe	Peak Approximation Error $20 \log_{10} \delta$ (dB)	Equivalent Kaiser Window $\beta$	Transition Width of Equivalent Kaiser Window
Rectangular	-13	$4\pi/(M+1)$	-21	0	$1.81\pi/M$
Bartlett	-25	$8\pi/M$	-25	1.33	$2.37\pi/M$
Hanning	-31	$8\pi/M$	-44	3.86	$5.01\pi/M$
Hamming	-41	$8\pi/M$	-53	4.86	$6.27\pi/M$
Blackman	-57	$12\pi/M$	-74	7.04	$9.19\pi/M$

2. Considere um sinal discreto  $s[n]$  de média  $m_s$  e desvio padrão  $\sigma_s$  corrompido de modo multiplicativo por um sinal ruído branco  $e[n]$  de média  $m_e$  e desvio padrão  $\sigma_e$ .

- a. Determine a média e a variância do processo  $x[n]=s[n].e[n]$  admitindo que os processos são não correlados.
- b. Determine a sequência de autocorrelação e a densidade espectral de potência de  $x[n]$  em função dos parâmetros conhecidos dos processos  $s[n]$  e  $e[n]$ .
- c. Considere que  $s[n]$  é um sinal sinusoidal com fase aleatória e uniformemente distribuída em  $[0, 2\pi[$  ou seja  $s[n]=A\cos(w_0n+\varphi)$ . Mostre que nestas circunstâncias, se os processos são não correlados então

$$\Phi_{xx}[m] = \frac{A^2}{2} \cos w_0 m. [\sigma_e^2 \delta[m] + m_e^2]$$

- d. Determine e esboce justificando, no contexto da alínea c) a densidade espectral de potência do processo  $x[n]$ .
3. Considere um sinal discreto aleatório  $x[n]$  e a estimativa da sequência de autocorrelação dada por:

$$C_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n).x^*(n+m)$$

- a. Sabendo que quando  $N \gg |m|$  a variância deste estimador é dada por

$$\text{var}[C_{xx}(m)] \approx \frac{1}{N} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [\phi_{xx}^2(r) + \phi_{xx}(r-m) + \phi_{xx}(r+m)]$$

como o classifica relativamente à consistência? Justifique.

- b. Mostre que o valor médio do periodograma é dado por:

$$E[I_N(\Omega)] = \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \frac{N-|m|}{N} \phi_{xx}(m) e^{-j\Omega m}$$

- c. Mostre que o valor médio do periodograma está relacionado com a densidade espectral de potência por

$$E[I_N(\Omega)] = P_{xx}(\Omega) * \frac{1}{N} \left( \frac{\sin\left(\Omega \frac{N}{2}\right)}{\sin \frac{\Omega}{2}} \right)^2$$

- d. Enuncie e justifique o método de Bartlett para a estimação da densidade espectral de potência. Mostre que este método diminui a resolução espectral. Proponha uma alteração ao método que não apresente esta desvantagem. Em sua opinião este aumento de resolução espectral é efetivo? Justifique.

4. Considere um sistema discreto LTI caracterizado pela função de transferência

$$H(z) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

ao qual é aplicado um sinal ruído branco de média nula.

- Explique o que entende por um sinal ruído branco. Caracterize-o em termos de densidade espectral de potência e sequência de autocorrelação. Justifique.
- Dos métodos de estimação espectral que conhece qual o mais indicado para estimar a densidade espectral de potência do processo de saída? Justifique.
- Mostre que a autocorrelação do sinal de saída é dada por

$$\varphi_{xx}(m) = \sum_{k=1}^N a_k \varphi_{xx}(|m - k|)$$

- Considere que dispõe de uma amostra do sinal de saída de 5 pontos  $\{-1, -1, 1, 0, 1\}$ . Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para  $-4 \leq m \leq 4$ .
- Determine o erro do preditor.
- Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para  $m > 4$  e  $m < -4$ .
- Determine o espectro de máxima entropia do sinal de saída do sistema.

5. Suponha o caso da detecção da direcção de fontes radiantes ou puras superfícies reflectoras através de um agregado linear e uniforme de sensores.

- Diga o que entende por DSFT. Compare qualitativamente este método com o método da decomposição da matriz correlação espacial dos dados em valores singulares (SVD) para a detecção da direcção de chegada? Justifique.
- Um dos algoritmos de DoA mais usado é o MUSIC. Descreva convenientemente o algoritmo. Justifique todas as suas afirmações.
- Suponha um sistema de comunicações móveis onde o sinal chega à antena receptora degradado por 1 eco oriundo da direcção  $\theta_1$  relativamente à perpendicular ao eixo do agregado. Desenhe o diagrama de blocos com o nº mínimo de elementos e um espaçamento adequado e escreva neste caso um conjunto de equações lineares que lhe permitam determinar as amplitudes dos sinais provenientes de cada elemento do agregado necessárias para garantir a aniquilação da réplica. Justifique os cálculos que efectuar.  
Que alterações efectuar no agregado se as condições externas se alterassem de modo a que aparecesse mais uma reflexão oriunda de uma direcção  $\theta_2$ . Justifique.

$$a^nu[n] \overset{\mathcal{Z}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-az^{-1}} \qquad ROC \equiv |z|>|a|$$

$$-a^nu[-n-1] \overset{\mathcal{Z}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-az^{-1}} \qquad ROC \equiv |z|<|a|$$

$$na^nu[n] \overset{\mathcal{Z}}{\longleftrightarrow} -z\frac{d}{dz}\bigg(\frac{1}{1-az^{-1}}\bigg)=\frac{az^{-1}}{\big(1-az^{-1}\big)^2}, \qquad |z|>|a|$$

$$x_p(t)=p(t)x(t) \overset{\mathbf{T.F.}}{\longleftrightarrow} X_p(w)=\frac{1}{2\pi}[P(w)*X(w)] \qquad M=\frac{A-8}{2.285\Delta\Omega}$$

$$X_p(w)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}X(w-kw_s) \qquad w[n]=\left\{\begin{array}{l} I_0\left[\beta\left(1-\left[\frac{n-\alpha}{\alpha}\right]^2\right)^{1/2}\right] \\ I_0(\beta) \\ 0; \qquad \textit{outros casos} \end{array}\right.; \qquad 0\leq n\leq M$$

$$\beta=\left\{\begin{array}{ll} 0.1102(A-8.7); & A>50 \\ 0.5842(A-21)^{0.4}+0.0788(A-21); & 21\leq A\leq 50 \\ 0.0; & A<21 \end{array}\right. \qquad M=\frac{-10\log(\delta_1\delta_2)-13}{2.324\Delta\Omega}$$