Processamento Digital de Sinal

Teste 2 2014-2015

1. Considere um sinal discreto sinusoidal de amplitude A e fase aleatória uniformemente distribuída em [0,2π[contaminado por ruído branco aditivo de média *m*, variância σ^2 e não correlado com o sinal.
   a) Diga como é que o sinal sinusoidal sendo detrminístico pode ser considerado aleatório e determine a média e a variância do sinal contaminado.
   b) Determine a sequência de autocorrelação e a densidade espectral de potência do sinal contaminado.
   c) Execute uma função em Matlab que gere o sinal contaminado e devolva a sequência de autocorrelação do mesmo. Comente convenientemente o código.
2. Considere as duas estimativas da sequênciaa de autocorrelação que estudou.
   a) Determine a polarização de cada uma delas. Sabendo que as variâncias são dadas por

$$\operatorname{var}\left[C'_{xx}(m)\right] \approx \frac{N}{\left(N-|m|\right)^2} \sum_{r=-\infty}^{+\infty}\left[\phi_{xx}^2(r)+\phi_{xx}(r-m)+\phi_{xx}(r+m)\right]$$

$$\operatorname{var}\left[C_{xx}(m)\right] \approx \frac{1}{N} \sum_{r=-\infty}^{+\infty}\left[\phi_{xx}^2(r)+\phi_{xx}(r-m)+\phi_{xx}(r+m)\right]$$

   Classifique-as quanto à consistência. Justifique.
   b) Qual as vantagens e desvantagens de cada uma delas relativamente à outra. Justifique.
3. Considere um sinal discreto aleatório x[n] e a estimativa da sequência de autocorrelação dada por:

$$C_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n).x^*(n+m)$$

   a) Mostre que o valor médio do periodograma é dado por:

$$E\left[I_N(\Omega)\right] = \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \frac{N-|m|}{N} \phi_{xx}(m) e^{-j\Omega m}$$

   Sabendo que a variância do periodograma é dada por

$$\operatorname{var}\left[I_N(\Omega)\right] = \sigma_x^4\left[1+\left(\frac{\sin\left[\Omega N\right]}{N \sin \Omega}\right)^2\right]$$

Como classifica o periodograma como estimador da densidade espectral de potência. Justifique.

b) Mostre que o valor médio do periodograma está relacionado com a densidade espectral de potência por

$$E[I_N(\Omega)] = P_{xx}(\Omega) * \frac{1}{N}\left(\frac{\sin\left(\Omega\frac{N}{2}\right)}{\sin\frac{\Omega}{2}}\right)^2$$

c) Enuncie e justifique o método de Bartlett para a estimação da densidade espectral de potência. Mostre que este método diminui a resolução espectral. Proponha uma alteração ao método que não apresente esta desvantagem. Em sua opinião este aumento de resolução espectral é efetivo? Justifique.

4. Considere um sistema discreto LTI caracterizado pela função de transferência

$$H(z) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

ao qual é aplicado um sinal ruído branco de média nula.

a) Mostre que um sistema deste tipo gera um sinal parcialmente predizível a partir de um sinal completamente impredizível.
b) Dos métodos de estimação espectral que conhece qual o mais indicado para estimar a densidade espetral de potência do processo de saída? Justifique.
c) Mostre que a autocorrelação do sinal de saída é dada por

$$\varphi_{xx}(m) = \sum_{k=1}^{N} a_k \varphi_{xx}(|m-k|)$$

d) Considere que dispõe de uma amostra do sinal de saída de 5 pontos {1, -1, -1, 0, 1}. Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para $-4 \leq m \leq 4$.
e) Determine o erro do preditor.
f) Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para $m>4$ e $m<9$.
g) Determine o espectro de máxima entropia do sinal de saída do sistema.