Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

Analise Matemática B

Ficha 3b

MIECOM

Funções vectoriais

1. Seja $\overrightarrow{r}$ uma função vectorial de variável real. Mostre que se para todo $t \in \mathbb{R}$, $\|\overrightarrow{r}(t)\| = k$, com $k \in \mathbb{R}^+$ fixo, então $\overrightarrow{r}'(t).\overrightarrow{r}(t) = 0$ e interprete geometricamente este resultado.

2. Seja $\overrightarrow{r}(t), t \in \mathbb{R}$ uma função vectorial de variável real tal que $\overrightarrow{r}(0) = \overrightarrow{e_3}$, $\overrightarrow{r}'(0) = \overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2}$ e $\overrightarrow{r}''(t) = -\overrightarrow{e_3}$. Determine t_0 de modo que $\overrightarrow{r}(t_0)$ seja um vector director do plano xoy.

3. Considere a curva plana de equações paramétricas $x = t^2 - 1$ e $y = t^3 - t$, $t \in \mathbb{R}$.

a) Determine os pontos da curva onde a recta tangente à curva é horizontal.

b) Determine os pontos da curva onde a recta tangente à curva é vertical.

4. Determine o comprimento dos arcos das curvas dadas por

a) $\overrightarrow{r}(t) = (\sin t - t.\cos t)\overrightarrow{e_1} + (\cos t + t.\sin t)\overrightarrow{e_2}$, $t \in [-1, 1]$.

b) $\overrightarrow{r}(t) = t\overrightarrow{e_1} + \ln(\cos t)\overrightarrow{e_2} + 2\overrightarrow{e_3}$, $t \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$.

5. Mostre que uma recta tem curvatura nula.