

Integrais duplos

1. Considere o integral duplo escrito em coordenadas cartesianas

$$\int_{-\sqrt{\frac{3}{2}}}^0 \int_{2y^2}^3 xy \, dx \, dy + \int_0^1 \int_{2y^2}^{3-y} xy \, dx \, dy$$

- (a) Identifique e esboce o domínio de integração.
- (b) Troque a ordem de integração.
- (c) Calcule o integral.

2. Considere o integral duplo escrito em coordenadas cartesianas

$$\int_1^2 \int_{\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-(x-2)^2}} y \, dy \, dx + \int_2^4 \int_0^{\sqrt{4-(x-2)^2}} y \, dy \, dx$$

- (a) Identifique e esboce o domínio de integração no plano.
- (b) Calcule o integral duplo usando coordenadas polares.

3. Considere o integral duplo escrito em coordenadas cartesianas

$$\int_{-1}^0 \int_{-x}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) \, dy \, dx + \int_0^1 \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) \, dy \, dx$$

- (a) Identifique e esboce o domínio de integração.
- (b) Troque a ordem de integração.

4. Considere o integral duplo escrito em coordenadas cartesianas

$$\int_{-1}^0 \int_0^{2x+2} y \, dy \, dx + \int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{2-x^2} y \, dy \, dx$$

- (a) Identifique e esboce o domínio de integração no plano.
- (b) Troque a ordem de integração e calcule o integral.

5. Considere o integral duplo escrito em coordenadas cartesianas

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \int_{-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}}^{2x-x^2} dy \, dx + \int_1^2 \int_0^{2x-x^2} dy \, dx$$

- (a) Identifique e esboce o domínio de integração no plano.
- (b) Troque a ordem de integração e calcule o integral.

6. Calcule o integral duplo $\iint_D \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dA$ usando coordenadas polares, onde D é a região do plano limitada pelas circunferências $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = y$.

Integrais triplos

1. Considere o sólido V definido em \mathbb{R}^3 , limitado superiormente pela superfície de equação $z = 2 - x^2 - y^2$ e limitado inferiormente pela superfície de equação $z = x^2 + y^2$.
 - (a) Esboce geometricamente o sólido V .
 - (b) Escreva o integral triplo que lhe permite calcular o volume do sólido V , usando a ordem de integração $dz dx dy$.
 - (c) Escreva o integral triplo que lhe permite calcular o volume do sólido V , usando a ordem de integração $dy dz dx$.
 - (d) Calcule o volume do sólido, usando coordenadas cilíndricas.
2. Considere o sólido V definido em \mathbb{R}^3 , limitado superiormente pela superfície de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ e inferiormente pela superfície de equação $z = x^2 + y^2$.
 - (a) Esboce geometricamente o sólido V .
 - (b) Escreva o integral triplo que lhe permite calcular o volume do sólido V , usando a ordem de integração $dz dy dx$.
3. Considere o sólido V definido em \mathbb{R}^3 , limitado superiormente pela superfície de equação $z = x^2 + y^2$, limitado inferiormente pelo plano XOY e limitado lateralmente pela superfície de equação $x^2 + y^2 = 1$ e pelos planos YOZ e XOZ .
 - (a) Esboce geometricamente o sólido V .
 - (b) Escreva o integral triplo que lhe permite calcular o volume do sólido V , usando a ordem de integração $dz dx dy$.
 - (c) Escreva o integral triplo que lhe permite calcular o volume do sólido V , usando a ordem de integração $dy dz dx$.
 - (d) Calcule o volume do sólido, usando coordenadas cilíndricas.
4. Considere o sólido V definido em \mathbb{R}^3 , limitado pela superfície de equação $x^2 + y^2 = 2y$, pela superfície de equação $z = -1$ e $z = 3 - y$.
 - (a) Esboce geometricamente o sólido V .
 - (b) Escreva o integral triplo que lhe permite calcular o volume do sólido V , usando a ordem de integração $dz dx dy$.
 - (c) Escreva o integral triplo que lhe permite calcular o volume do sólido V , usando a ordem de integração $dx dy dz$.

5. Considere o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_{\sqrt{\frac{1}{2}(x^2+y^2)}}^{\sqrt{3-x^2-y^2}} z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx$$

- (a) Identifique o domínio de integração e esboce-o geometricamente.
- (b) Calcule o integral triplo, usando coordenadas esféricas.

6. Considere o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dx dy$$

- (a) Identifique o domínio de integração e esboce-o geometricamente.
- (b) Reescreva o integral triplo, usando coordenadas cilíndricas.
- (c) Calcule o integral triplo, usando coordenadas esféricas.

7. Considere o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{8-x^2-y^2}} z \, dz \, dx \, dy$$

- (a) Identifique o domínio de integração e esboce-o geometricamente.
- (b) Reescreva o integral triplo, usando a ordem de integração $dx \, dz \, dy$.
- (c) Reescreva o integral triplo, usando coordenadas cilíndricas.
- (d) Calcule o integral triplo, usando coordenadas esféricas.