



## 10. Lei de Faraday

10.1. A Lei de Faraday da Indução

10.2. A fem de indução num condutor em movimento

10.3. A Lei de Lenz

10.4. Fems Induzidas e Campos Eléctricos Induzidos

10.5. Geradores e Motores

10.6. As Equações de Maxwell



- Até agora: *campos eléctricos produzidos pelas cargas estacionárias* e *campos magnéticos produzidos pelas cargas em movimento*.
- Neste capítulo: *campos eléctricos que são criados por campos magnéticos variáveis*.

➤ **Lei da indução, de Faraday.**

- Com a *Lei de Faraday*, completamos a introdução às leis fundamentais do electromagnetismo.

▲ estas leis podem ser resumidas num conjunto de quatro equações, as **Equações de Maxwell**.

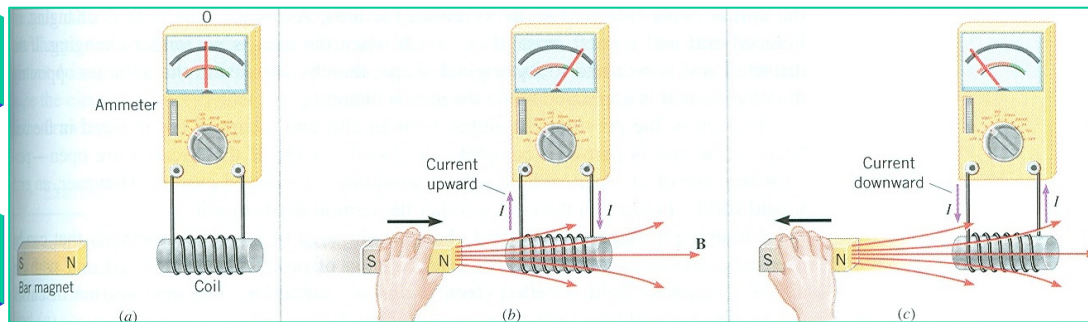
Juntamente com a *força de Lorentz*, representam a teoria completa para a descrição clássica da interacção dos corpos carregados.

- As *equações de Maxwell* relacionam entre si os campos eléctricos e magnéticos e relacionam os campos com as suas fontes: as cargas eléctricas.

## 10.1. Lei de Faraday da Indução

Começemos por descrever duas experiências que demonstram que **uma corrente pode ser gerada por um campo magnético variável**.

- Experiência 1: Consideremos o circuito da figura abaixo:

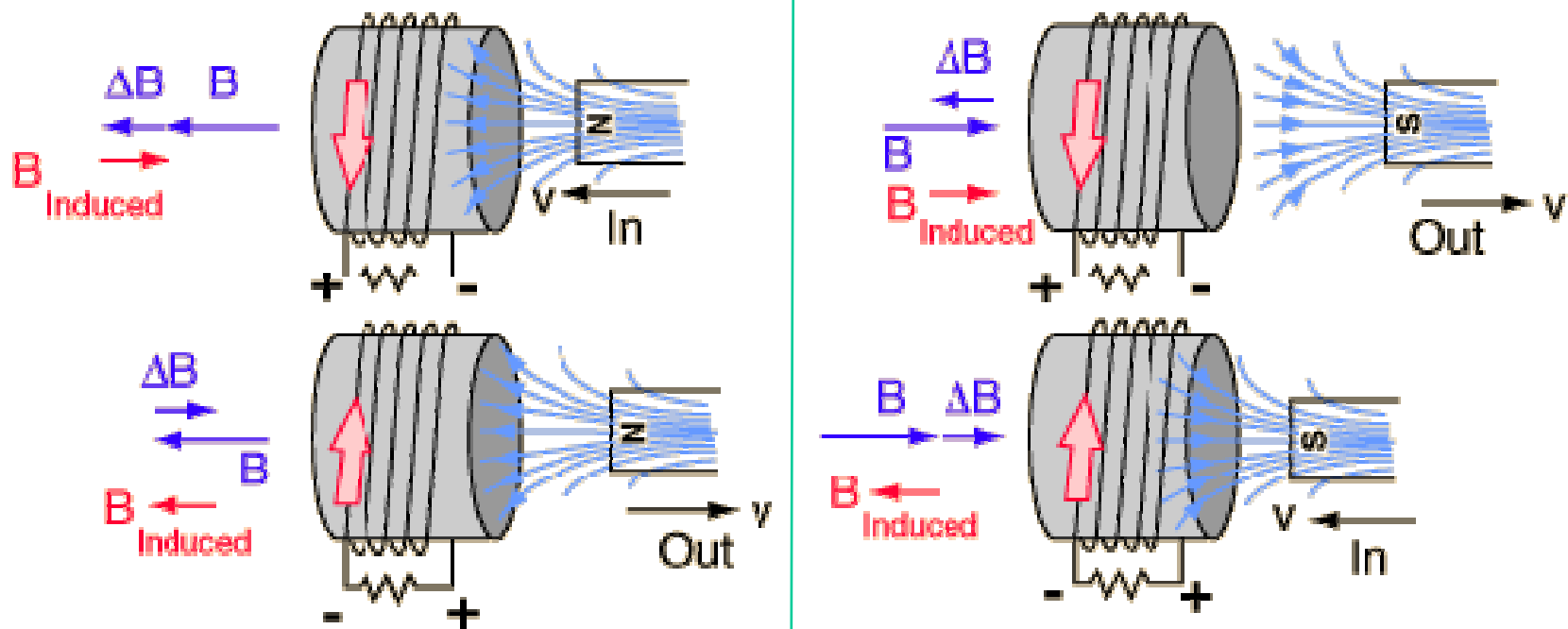


Se o íman for aproximado da espira, a agulha do galvanómetro desvia-se num sentido

- Se o íman for afastado da espira, a agulha do galvanómetro desvia-se na direcção oposta.
- Se o íman ficar estacionário em relação à espira, não há deflexão da agulha.

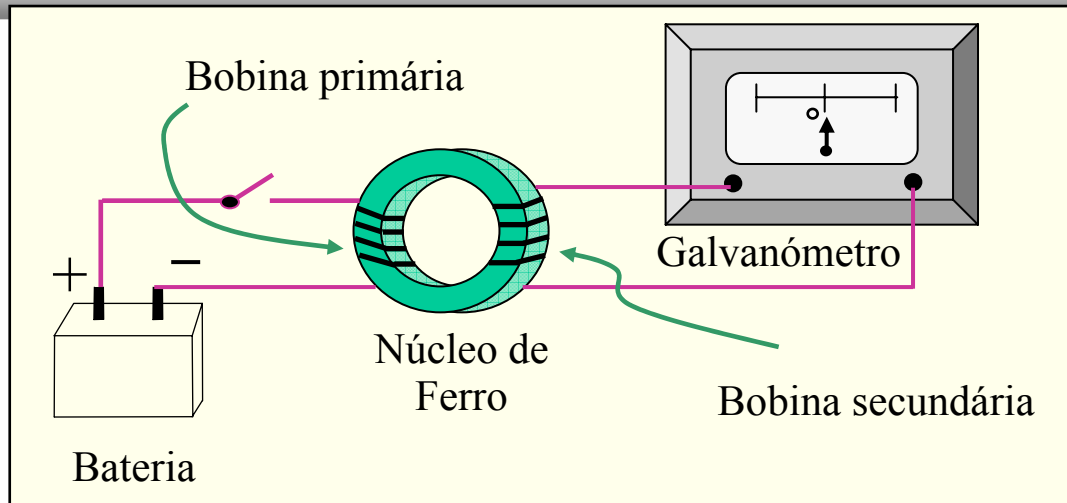
⇒ **Há uma corrente no circuito desde que exista um movimento relativo entre o íman e a bobina.** → a corrente medida no amperímetro é uma corrente induzida, gerada por uma **fem ( $\mathcal{E}$ ) induzida**.

## Movimento de um ímã relativamente a uma bobine



O **campo magnético induzido** opõe-se sempre à variação do **fluxo magnético** através das **espiras**.

• Experiência 2 (Experiência de Faraday)



Núcleo de ferro: a fim de intensificar o  $\vec{B}$  gerado pela  $I$  que circula na bobina.

- No instante em que se liga o interruptor no circuito primário, o galvanômetro (G) no circuito secundário desvia-se numa direcção e depois retorna a zero.
- Quando se desliga o interruptor, o G desvia-se na outra direcção, e depois retorna a zero.
- A leitura do G é nula quando há uma corrente constante no circuito primário.



- Uma corrente eléctrica pode ser produzida por um campo magnético variável  $\Rightarrow$  Uma força electromotriz induzida produz-se no circuito secundário em virtude do campo magnético variável (geração de energia).

- Nas duas experiências descritas houve uma **fem induzida** num circuito quando o **fluxo magnético** ( $\phi_m$ ) através do circuito variou no tempo.

$\Rightarrow$  A **fem induzida num circuito** é directamente proporcional à taxa temporal de variação do  $\phi_m$  através do circuito.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

**Lei de Faraday da indução**

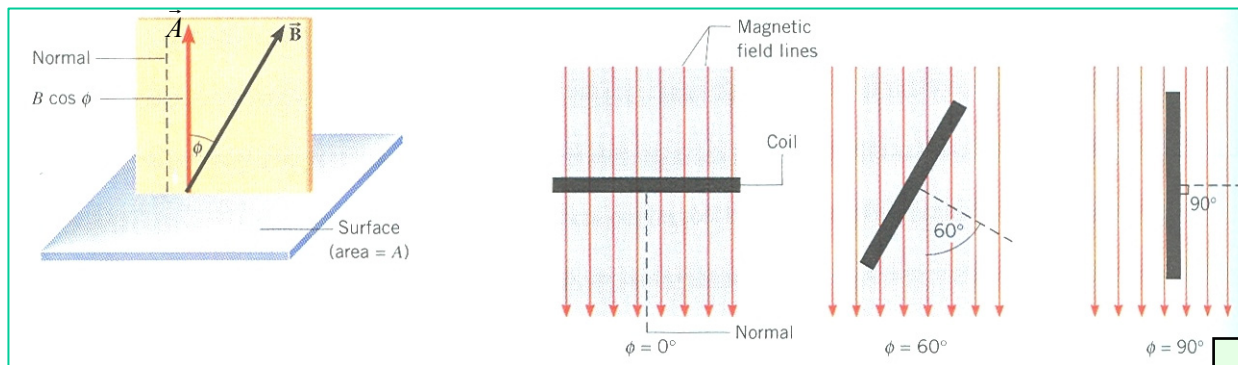
Sinal negativo: consequência da Lei de Lenz

$$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{o integral é tomado sobre a área limitada pelo circuito da espira.}$$

- Se o circuito for uma bobina, constituída por N espiras com a mesma área, e se o fluxo atravessa igualmente todas as espiras  $\Rightarrow$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\phi_m}{dt}$$

Suponhamos  $\vec{B}$  uniforme no interior de uma espira de área A, no plano.



$$\Rightarrow \phi_m = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \cos \theta$$

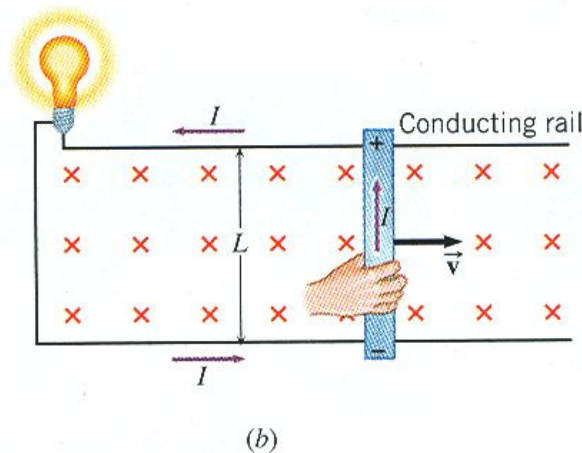
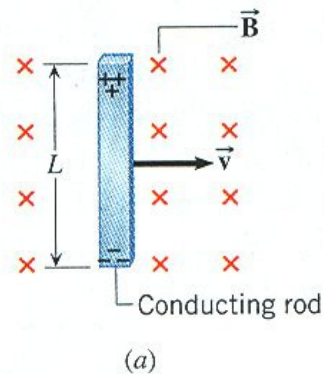
$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \cos \theta)$$

É possível *induzir uma fem* num circuito de diversas maneiras:

- 1) o módulo de  $\vec{B}$  pode variar com o tempo;
- 2) a área da espira pode variar com o tempo;
- 3) o ângulo,  $\theta$ , entre  $\vec{B}$  e a normal ao plano da espira pode variar com o tempo
- 4) qualquer combinação destas situações.

## 10.2. A fem de indução num condutor (barra metálica) em movimento

- Uma **fem** é induzida num condutor que se move num campo magnético.
- **Consideremos um condutor rectilíneo de comprimento  $\ell$  com  $\vec{v}$  constante;**  
 $\vec{B}$  uniforme  $\otimes$ ;  $\vec{v} \perp \vec{B}$  (para simplificar).



- Os electrões ( $e^-$ ) no condutor sofrerão uma  $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$  e vão mover-se para a extremidade de baixo, em virtude desta separação de cargas  $\Rightarrow$  há um  $\vec{E}$  no interior do condutor.
- A carga nas duas extremidades acumula-se até que a  $\vec{F}_m$  seja equilibrada pela  $\vec{F}_e \Rightarrow$  cessa o deslocamento das cargas,  
 $|\vec{F}_m| = |\vec{F}_e|$ ,  $q\cancel{v}B = \cancel{q}E \rightarrow E = vB$



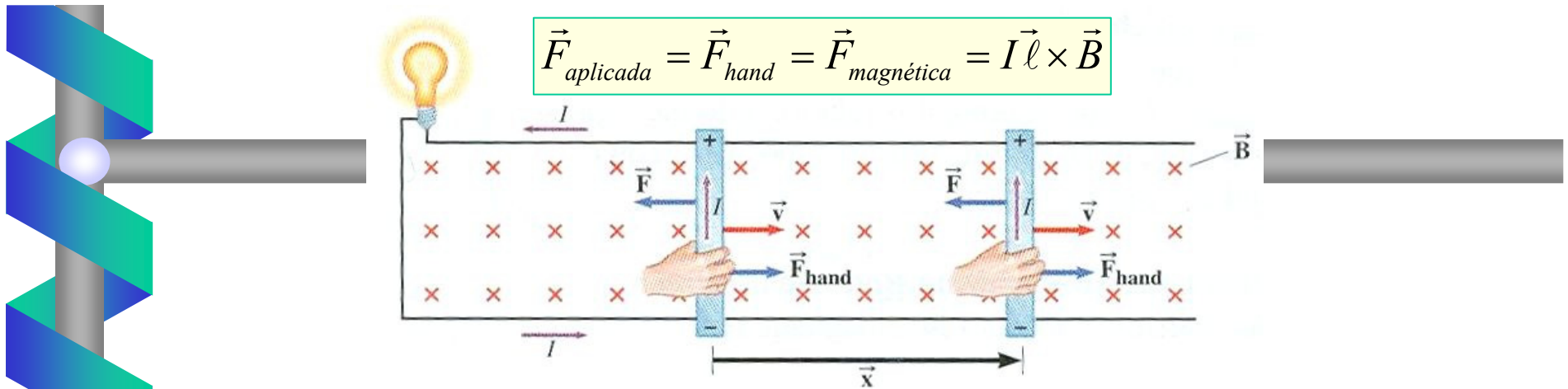


- Uma vez que o  $\vec{E}$  é constante  $\Rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{E}\ell$  ; V: diferença de potencial entre as extremidades do condutor.

$$V = E\ell = vB\ell \quad (*)$$

Neste caso, V na ponta de cima > V na ponta de baixo

$\Rightarrow$  Há uma diferença de potencial constante no condutor enquanto se mantiver o movimento através do campo. Se o movimento for invertido, a polaridade de V também se inverterá.



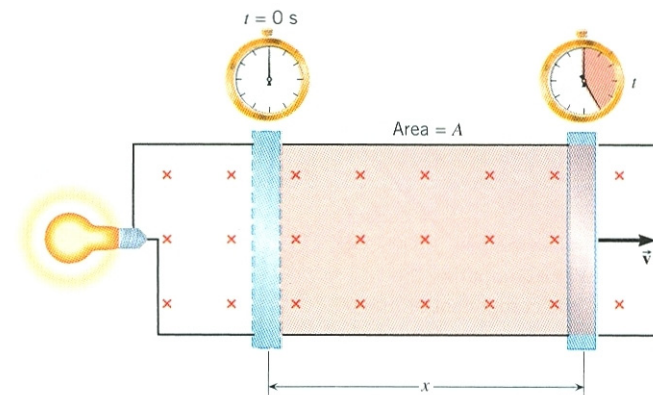
- Área do circuito:  $\mathbf{A} = \ell \cdot \mathbf{x}$  ( $\forall t$ )  $\Rightarrow \phi_m = \mathbf{B} \mathbf{A} = \mathbf{B} \ell \mathbf{x}$ ;  $x = x(t)$
- Pela **Lei de Faraday** para a indução:

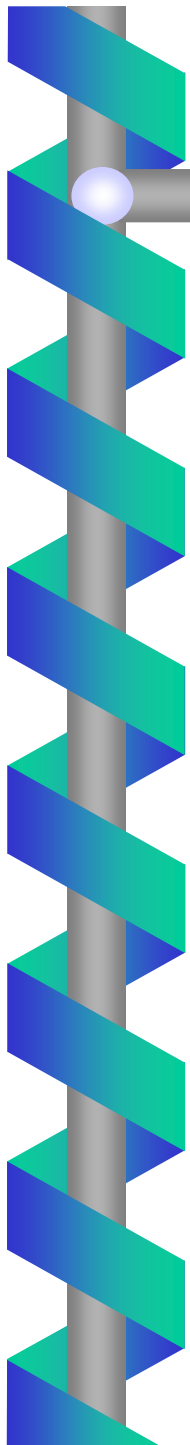
$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\ell x) = -B\ell \frac{dx}{dt}$$

$$\boxed{\varepsilon = -B\ell v} \text{ Simétrica de (*)}$$

Se  $R$  = resistência do circuito  $\Rightarrow$

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{B\ell v}{R}$$





- A potência proporcionada pela força aplicada é:

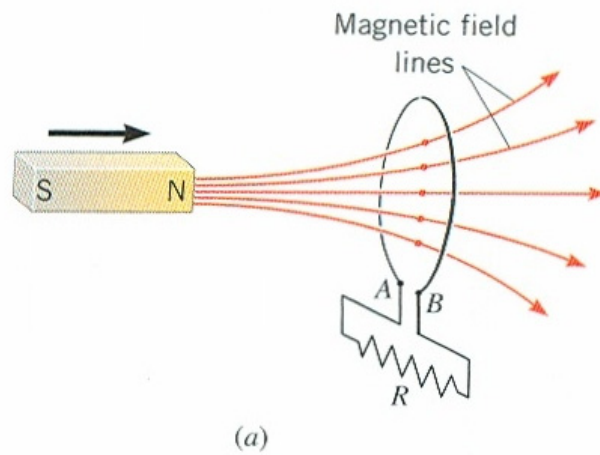
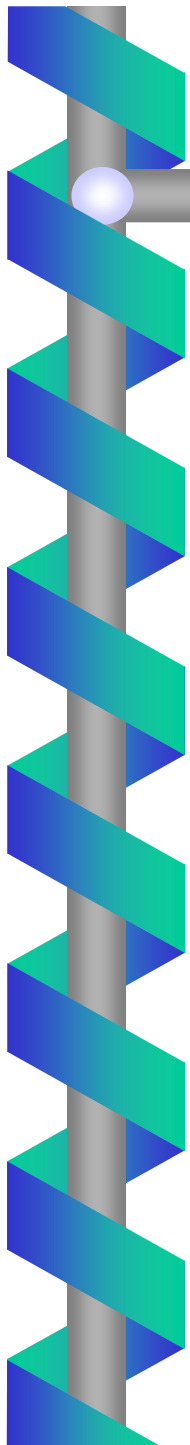
$$P = F_{ap} v = (I \ell B) v = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} = \frac{V^2}{R}$$

- Esta P é igual à taxa de dissipação da energia na R,  $RI^2$ .
- É também a P proporcionada pela fem induzida  $I\mathcal{E}$ .
- Conversão de energia mecânica em energia eléctrica e a conversão desta em energia térmica (efeito Joule)

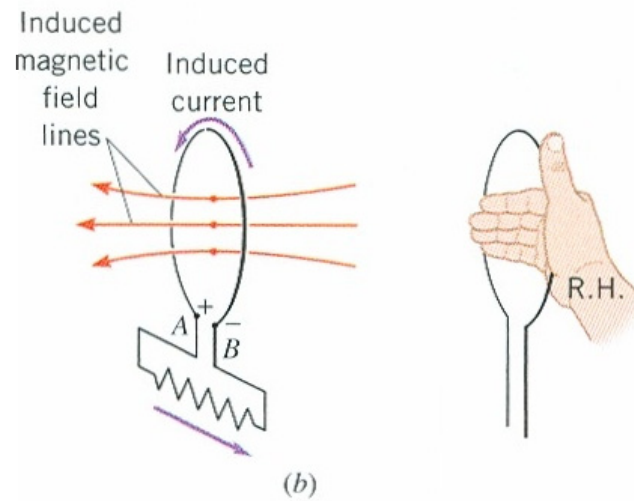


### 10.3. A Lei de Lenz

A direcção tanto da *fem induzida* como da *corrente induzida*, pode ser determinada pela **Lei de Lenz**: a polaridade da fem induzida é tal que ela tende a provocar uma corrente que irá gerar um fluxo magnético que se opõe à variação do fluxo magnético original através do circuito fechado → é uma consequência da Lei de conservação da energia. **Lei de Lenz**: a  $I$  induzida deve ter uma direcção tal que o fluxo que ela gera se oponha à variação do  $\phi_m$  externo.



- $\phi_m$  aumenta com o tempo, para a direita.



- $I$  provoca um  $\phi_m$  para a esquerda.

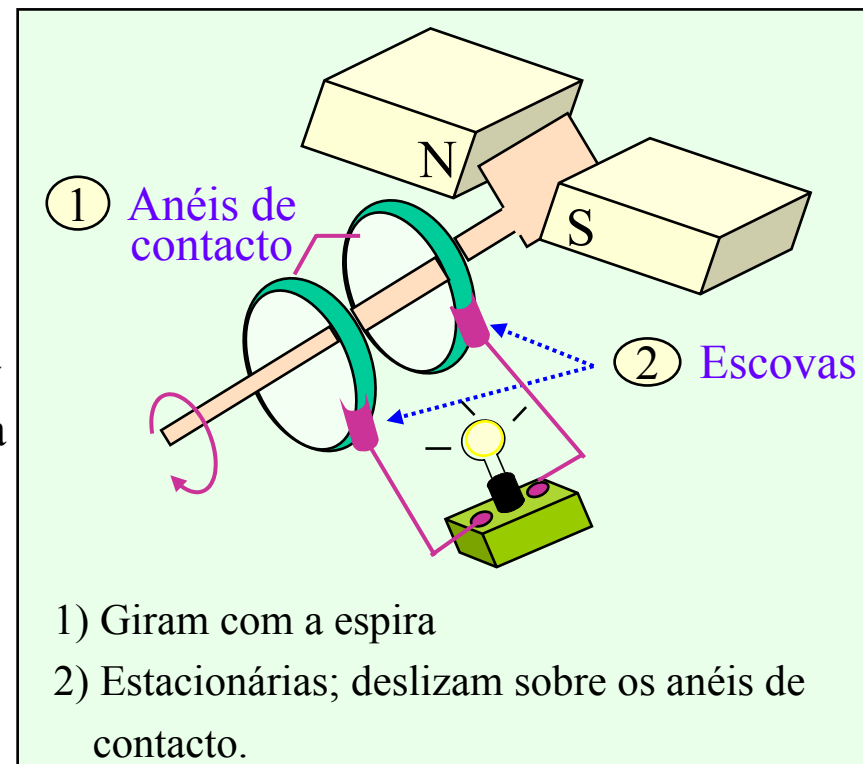
## 10.5. Geradores e Motores

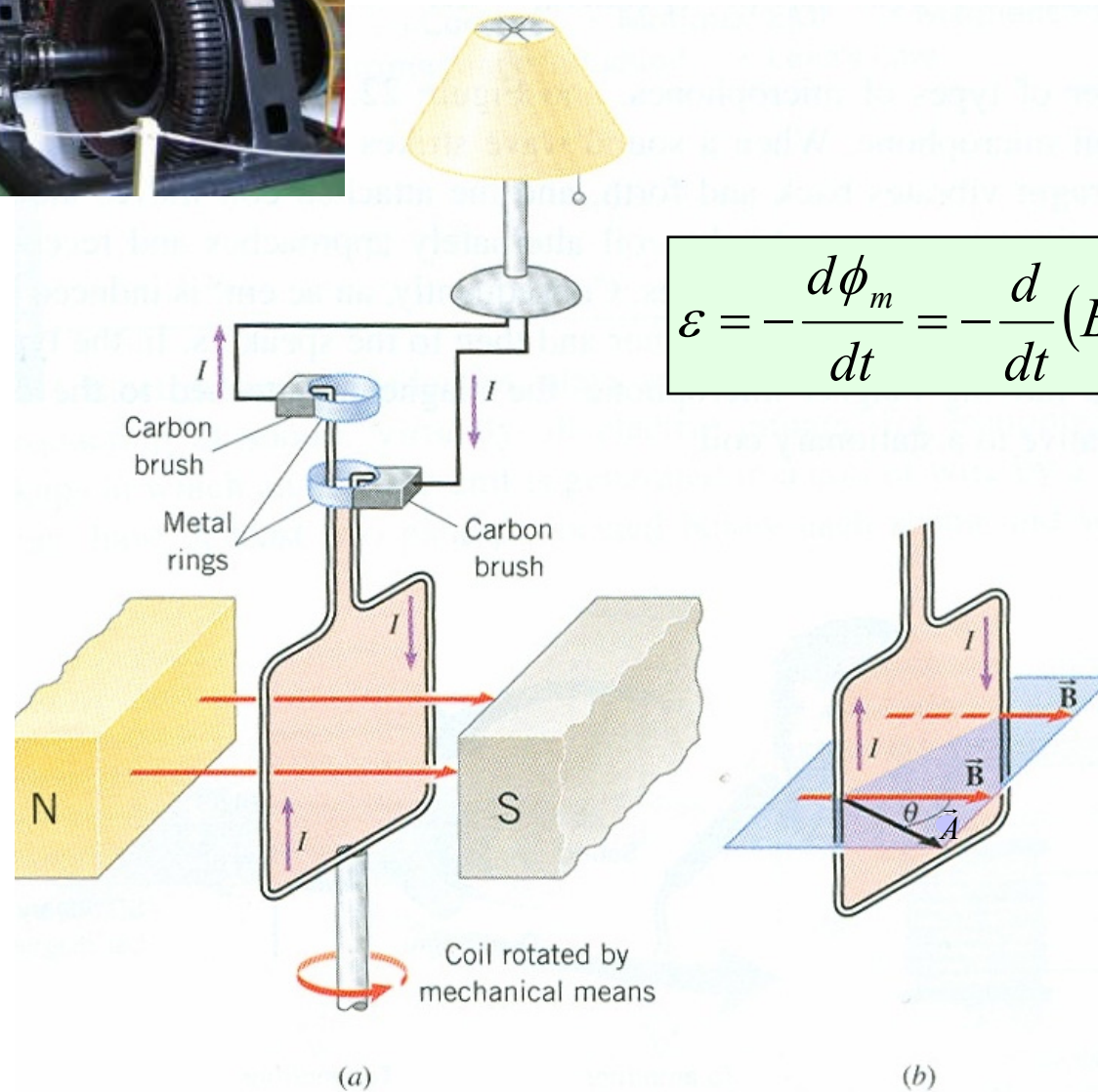
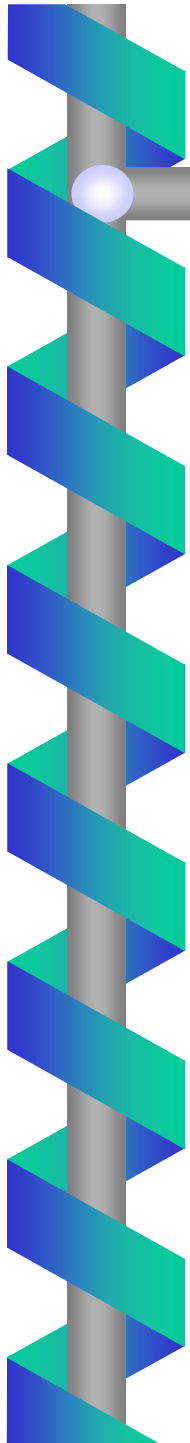
- Operam com base na indução electromagnética.
- **Gerador de corrente alternada (AC):** aparelho que converte energia mecânica em energia eléctrica.
- Gerador de AC mais simples: espira condutora que gira, graças a um agente externo, num campo magnético.

**Central hidroeléctrica:** queda de água

**Central termoeléctrica:** vapor de água

- Quando a espira gira no campo, o  $\phi_m$  através dela altera-se com o tempo e, num circuito externo, induz-se uma **fem** e uma **I**.





$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta)$$

- Quantitativamente:

bobina com  $N$  espiras, com a mesma área  $A$  que gira com  $\omega$  constante.

Se  $\theta$  for o ângulo entre  $\vec{B}$  e  $\vec{A} \Rightarrow$

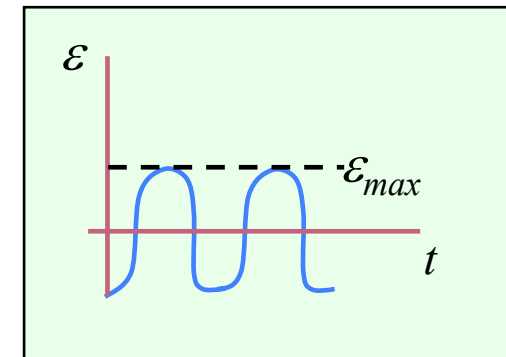
$$\phi_m = BA \cos \theta = BA \cos(\omega t) \text{ (qualquer instante } t)$$

$$\theta = \omega t \text{ (} t = 0 \text{ quando } \theta = 0)$$

$\Rightarrow$  A **fem induzida na bobina** será:

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi_m}{dt} = -NAB \frac{d}{dt} [\cos(\omega t)] = NAB \omega \cdot \text{sen}(\omega t)$$

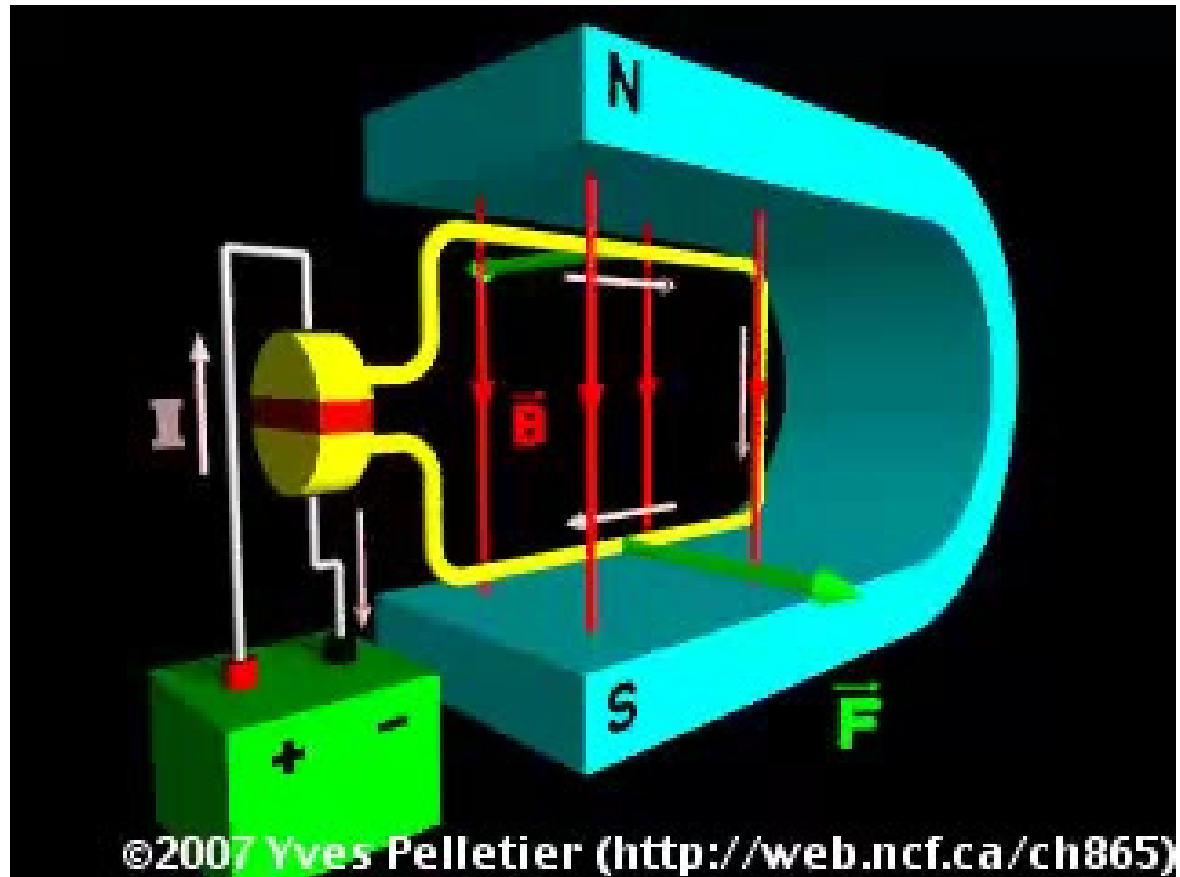
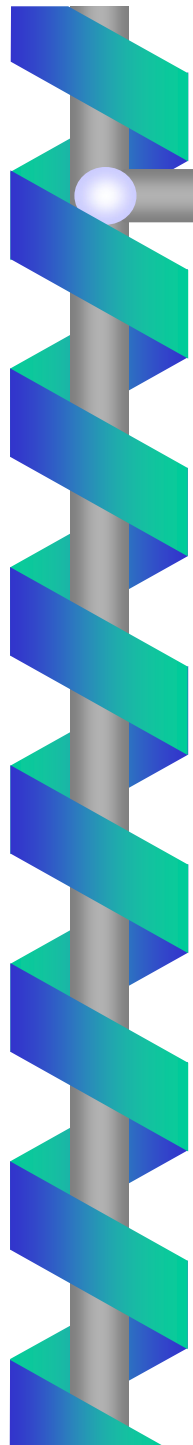
- A **fem** varia sinusoidalmente com o tempo.







- A **fem máxima**  $\varepsilon_{\text{máx}} = \omega NAB$  que ocorre quando  $\omega t = 90^\circ$  ou  $270^\circ \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{\text{máx}}$  quando  $\vec{B}$  estiver no plano das espiras da bobina e a taxa de variação do fluxo for um máximo.
- A **fem é nula** quando  $\omega t = 0^\circ$  ou  $180^\circ \rightarrow \vec{B} \perp$  ao plano das espiras da bobina e a taxa de variação do fluxo for zero.
- Os motores são máquinas que convertem a energia eléctrica em energia mecânica.
- Na sua essência, um motor é um gerador que opera de modo inverso: em lugar de se gerar uma corrente, pela rotação duma bobina, fornece-se uma corrente à bobina, mediante uma bateria, e o momento que actua sobre a bobina percorrida pela corrente provoca a rotação.
- Efectua-se trabalho mecânico útil quando se acopla a armadura giratória a um aparelho externo.



©2007 Yves Pelletier (<http://web.ncf.ca/ch865>)

## 10.6. Exemplos

