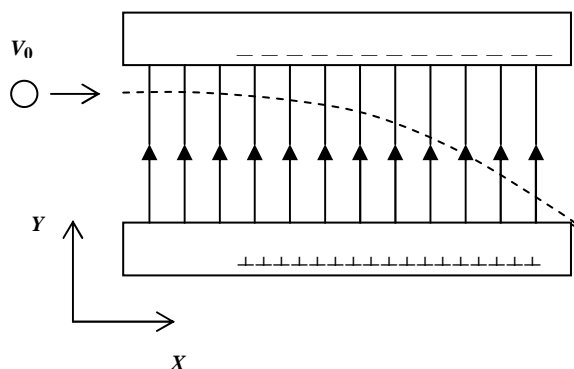


Electrostática no vácuo

1. Um electrão entra numa região onde há um campo eléctrico uniforme, $E = 200 \text{ N/C}$, com uma velocidade $v_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. A largura das placas é $l = 0.1 \text{ m}$.



- Achar a aceleração do electrão enquanto estiver no campo eléctrico.
- Achar o tempo que o electrão gasta para atravessar a região do campo eléctrico.
- Qual é o deslocamento vertical y , do electrão, no campo eléctrico?

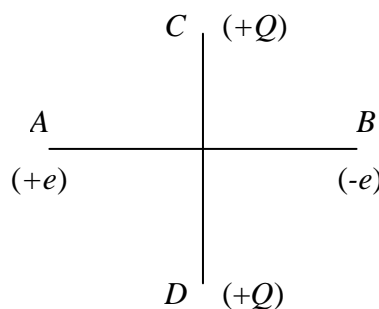
2. Duas partículas de massas iguais m e de cargas q_1 e q_2 (do mesmo sinal) são suspensas no ar, do mesmo ponto, por fios inextensíveis e sem peso, de comprimento a . Na situação de equilíbrio os dois fios formam entre si um ângulo α .

- Supondo $q_1 = q_2 = q$, exprima q em função de a , m e α . Aplicação numérica: dados $a = 40 \text{ cm}$, $m = 25 \text{ g}$ e $\alpha = 30^\circ$, ache q (em Coulombs).
- Suponha agora q_1 e q_2 diferentes entre si e diferentes de q ; indique sob que condição se atinge a mesma configuração de equilíbrio que em a)

3. Considere a distribuição constituída por três cargas eléctricas pontuais, do mesmo valor $+e$, colocadas nos vértices de um triângulo equilátero.

- Mostre que o centro do triângulo é um ponto de equilíbrio no campo.
- Considere uma carga exploradora condicionada a mover-se apenas ao longo do eixo normal ao plano do triângulo e passando pelo seu centro. Discuta a natureza do equilíbrio (equilíbrio estável ou instável) dessa carga quando colocada no centro do triângulo.

4. Duas cargas eléctricas $+e$ e $-e$ são mantidas em repouso, nos pontos A e B , respectivamente, à distância d . Quando se colocam duas outras cargas, positivas e do mesmo valor $+Q$, nos pontos C e D de uma recta mediatriz do segmento AB , de um e outro lado e a igual distância deste (ver figura), torna-se nula a resultante das forças eléctricas exercidas sobre



a carga $+e$ (em A).

a) Calcule a força eléctrica total que se exerce sobre a carga $-e$ (em B) na situação final, em função da força eléctrica que se exercia sobre a mesma carga na situação inicial (na ausência das cargas $+Q$).

b) Determine a distância CD (ver figura) em função dos dados (e, d, Q).

5. Duas cargas pontuais, negativas, iguais, de valor $-q$, estão fixas nos pontos A e B a uma distância $2R$. Considere uma partícula de prova com carga positiva $+e$ e massa m colocada no ponto médio do segmento AB , submetida à condição de se poder deslocar apenas segundo a mediatriz de AB .

a) Verifique que a partícula de prova fica em equilíbrio estável.

b) Mostre que, para deslocamentos muito pequenos a partir da posição de equilíbrio, essa partícula executaria um movimento oscilatório harmónico de

frequência $\nu = \frac{1}{\pi} \left(\frac{kqe}{mR^3} \right)^{1/2}$. (Nota: Considere a partícula $+e$ numa posição x

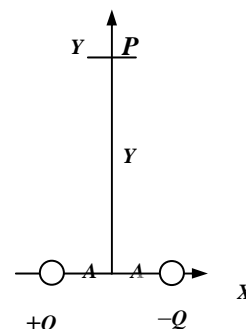
ligeiramente desviada do ponto de equilíbrio ($x=0$), tal que $x \ll R$. Calcule a força resultante, escreva a equação da segunda lei de Newton e compare com a equação de movimento harmónico simples.)

6. Um anel circular de raio a , tem uma carga total Q distribuída uniformemente. Calcule o campo eléctrico ao longo do eixo do anel.

7. Um dipolo eléctrico é constituído por uma carga positiva q e por uma carga negativa $-q$ separadas da distancia $2a$, como mostra a figura.

a) Ache o campo eléctrico do dipolo, sobre o eixo dos yy , no ponto P , que está à distância y da origem. Admita que $y \gg a$.

b) Admita que o dipolo é constituído por um electrão e um protão distanciados por 1nm e calcule o campo criado num ponto a uma distância de 1cm



8. Considere um dipolo eléctrico de momento dipolar \vec{p} localizado em O .

a) Escreva a expressão para a intensidade do campo eléctrico criado pelo dipolo num ponto P muito afastado do O (a distância $OP=r$), em coordenadas esféricas (ou seja, obtenha as componentes E_r, E_θ, E_ϕ).

Nota. Escolha o eixo Z ao longo do vector \vec{p} e utilize a igualdade $\vec{e}_z = \vec{e}_r \cos \theta - \vec{e}_\theta \sin \theta$.

b) Existem direcções em que o campo é puramente radial? Transversal?

9. Calcule a força de interacção entre:

- a) Dois dipolos alinhados (considere a distância entre os dipolos muito maior que a distância entre as cargas que constituem cada dipolo).
- b) Uma carga pontual e um quadripolo linear, estando Q situada sobre a linha do quadripolo (considere a distância entre Q e o quadripolo muito maior que a distância entre as cargas que constituem o quadripolo)
- c) Um dipolo e um quadripolo linear alinhados, a uma distância entre si muito maior que a distância entre as cargas que constituem o dipolo e o quadripolo.

10. Dois planos infinitos, um com densidade de carga eléctrica $+\sigma$ e o outro com $-\sigma$, são perpendiculares entre si. Determine a intensidade do campo eléctrico criado pelos planos e faça um desenho de linhas de campo.

11. Considere dois fios infinitos, ambos carregados com uma densidade linear de carga λ , separados por uma distância R .

- a) Obtenha a expressão para a força de interacção dos fios por unidade de comprimento.
- b) Calcule a força para $\lambda=1\text{mC/cm}$ e $R=1\text{m}$.

12. Determine a expressão para o campo eléctrico num ponto P que dista R de um fio carregado com uma densidade linear de carga eléctrica λ , utilizando:

- a) a lei de Coulomb;
- b) a lei de Gauss.

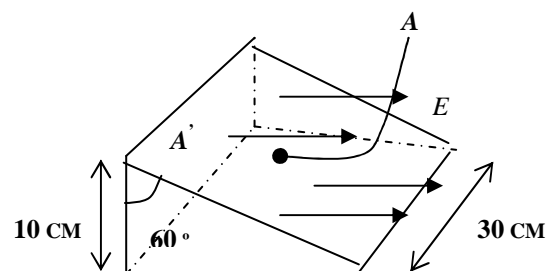
13. Considere uma carga pontual Q no centro de um tetraedro de aresta a . Determine o fluxo do campo eléctrico através de uma das faces do tetraedro.

14. Dado o campo vectorial $\vec{F} = \vec{r}$, determine o fluxo do \vec{F} através da superfície do hemisfério

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad 0 \leq z \leq R.$$

15. Considere um prisma triangular num campo eléctrico horizontal $E = 7.8 \times 10^4 \text{ N/m}$, como mostra a figura. Calcular o fluxo eléctrico através:

- a) da face vertical à esquerda (A');
- b) da face superior inclinada (A);
- c) de toda a superfície prismática.



16. Uma distribuição estática e contínua de carga cria o campo eléctrico de simetria radial,

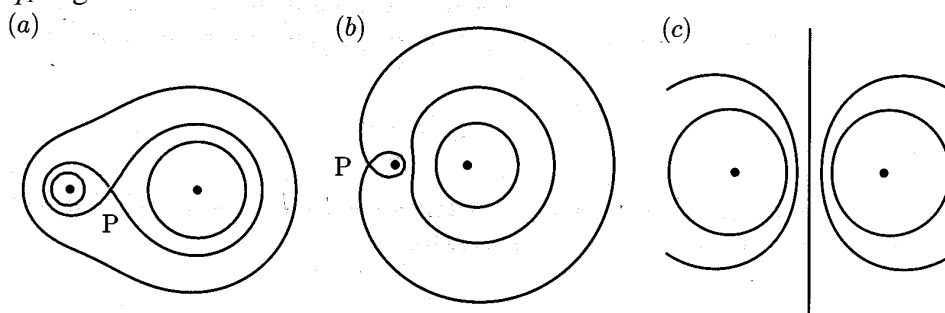
$$\vec{E} = A \frac{\exp(-kr)}{r^2} \vec{e}_r,$$

onde A e k são constantes.

- Determine a densidade de carga eléctrica, ρ . Faça um gráfico qualitativo da função $\rho(r)$.
- Calcule a carga total Q .

17. Duas cargas pontuais iguais (q) estão situadas a uma distância $2r_0$ uma da outra. Trace um gráfico qualitativo do potencial ao longo da recta que passa pelas cargas.

18. Nos três desenhos que se seguem, representam-se as superfícies equipotenciais de três sistemas de duas cargas pontuais q_1 e q_2 . Em todos os casos $q_1 = 3 \text{ nC}$, e a distância entre as duas cargas é $d = 6 \text{ cm}$. Nos desenhos (a) e (b) a distância entre o ponto P e a carga q_1 é igual a 2 cm .

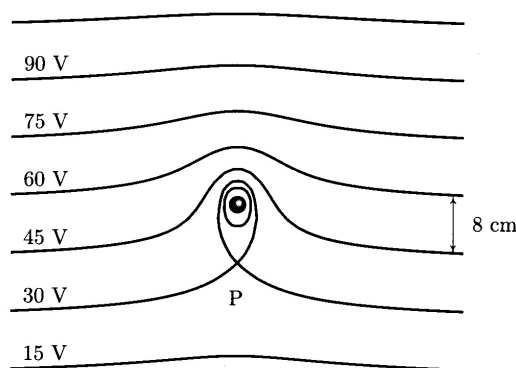


Calcule q_2 nos três casos.

19. Considere um cilindro de raio R e comprimento infinito, uniformemente carregado com uma densidade volúmica de carga ρ . Calcule o campo eléctrico dentro ($r \leq R$) e fora ($r > R$) do cilindro, utilizando:

- a forma integral da lei de Gauss;
- a forma diferencial da lei de Gauss.

20. A figura ao lado mostra as superfícies equipotenciais de uma carga pontual no interior de um campo eléctrico uniforme, \vec{E}_{ext} . A grandes distâncias da carga pontual as superfícies são planos paralelos distanciados de $d = 8 \text{ cm}$. O potencial varia de $\Delta V = 15 \text{ V}$ entre as superfícies mostradas na figura.



- a) Calcule o módulo e a direcção do campo externo \vec{E}_{ext} .
- b) Diga, justificando, se a carga é positiva ou negativa.
- c) Qual é a direcção da força sobre a carga pontual?
- d) Sabendo que a distância entre a carga pontual e o ponto P é $l=9\text{cm}$, calcule o valor da carga pontual.

21. Uma grande gota de água surge em resultado de fusão de $N=125$ gotas pequenas, iguais. A gota grande tem um potencial eléctrico $V=2.5\text{V}$. Qual foi

- a) o potencial e
- b) a carga de cada gota pequena?

22. Considere uma esfera de raio R uniformemente carregada com uma densidade volúmica de carga ρ . Calcule o campo eléctrico e o potencial no interior ($r \leq R$) e no exterior ($r > R$) da esfera, utilizando

- a) a forma integral da lei de Gauss;
- b) a equação de Poisson.

23. Numa região do espaço o campo eléctrico tem a seguinte forma: $\vec{E} = 2xy\vec{e}_x + (x^2 - y^2)\vec{e}_y$. Calcule:

- a) a d.d.p. entre os pontos $B=(0.2,0)\text{m}$ e $A=(0,0,0)\text{m}$;
- b) a d.d.p. entre os pontos $C=(2.2,0)\text{m}$ e B ;
- c) a energia que é necessário fornecer a uma carga de $10\text{ }\mu\text{C}$ para a deslocar do ponto C até ao ponto A , sem lhe alterar a velocidade.

24. Dado o potencial

$$V(x) = \begin{cases} V_0(2x/a - 1), & x \leq 0 \\ -V_0(x/a - 1)^2, & 0 \leq x \leq 2a \\ V_0(3 - 2x/a), & x \geq 2a \end{cases}$$

onde V_0 e a são constantes positivas, calcule e apresente na forma gráfica:

- a) o módulo do campo eléctrico em qualquer ponto;
- b) a carga volúmica em qualquer ponto.

25. Considere um conjunto de cargas $+q$ e $-q$ colocadas alternadamente nos vértices de um cubo de aresta a .

- a) Calcule a energia electrostática deste sistema.
- b) Imagine que se coloca uma carga Q no centro deste cubo. Qual seria a energia a energia electrostática do novo sistema de cargas?