

Complementos de Análise Matemática B/C**Teste 3 + Teste 4****LEIA COM ATENÇÃO ANTES DE INICIAR A SUA PROVA**

Esta prova de avaliação integra os Testes 3 e 4, tendo a **duração total de 1h45m**.

O Teste 3 corresponde aos exercícios 1, 2 e 3; o Teste 4 corresponde aos exercícios 4, 5 e 6. Não é necessário realizar os testes em folhas distintas, nem respeitar a ordem das perguntas, sendo apenas necessário **indicar de forma clara qual o exercício que está a ser resolvido**. A cotação de cada questão está colocada à direita do respectivo enunciado.

Material permitido: Material habitual de escrita;

Tabelas de primitivas e Formulário da UC **sem anotações**.

Esta prova é **estritamente individual**, devendo a **identificação do aluno** ser colocada em cima da respectiva mesa, de forma visível, durante toda a prova. **Qualquer tentativa de fraude implicará, no mínimo, a anulação da prova**.

Esta folha deve ser entregue no final da prova, juntamente com a respectiva resolução. No topo das folhas de teste que entregar **deve escrever “Teste A”**.

Declaro que li o texto acima,

Nome: _____

Número: _____

Curso: _____

Enunciado no verso

Complementos de Análise Matemática B/C

Teste A

(não esquecer de escrever na folha de resposta)

Teste 3

(4 valores)

1. a) Determine, sem usar a definição, a transformada de Laplace da função: (1.00)

$$f(t) = \begin{cases} t \cos t, & 0 < t \leq 2\pi, \\ 0, & 2\pi < t \leq 8, \\ -1, & t > 8. \end{cases}$$

- b) Determine a transformada inversa de Laplace da função: (1.00)

$$H(s) = \frac{1}{(s^2 + 1)(s - 2)} e^{-\pi s}.$$

2. Determine, usando a transformada de Laplace, a função $x(t)$ que verifica o PVI: (1.50)

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - y &= 2e^{2t} + e^t, \\ 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 3x + y &= e^{2t} + (2t + 1)e^t + 3, \\ x(0) &= 0, \quad y(0) = 0. \end{aligned}$$

3. Seja $f(t) > 0$ uma função definida para $t > 0$ que admite transformada de Laplace $F(s)$ para $s > \alpha$. (0.50)
Mostre, usando a definição de transformada de Laplace, que $F(s)$ é uma função decrescente.

Teste 4

(4 valores)

4. Determine os valores próprios e as funções próprias do PVF: (1.75)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \lambda y = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 0, \quad y(2) = 0.$$

5. Determine a solução do seguinte problema: (1.75)

$$u = u(x, t): \quad t \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial t} - u = 0, \quad u(x, 1) = 3e^{-7x} - 9e^{2x}.$$

6. Considere a EDP $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, onde $u = u(x, y)$. Classifique a EDP (hiperbólica, elíptica, hiperbólica) justificando adequadamente. (0.50)