

CAPÍTULO I - GRANDEZAS, UNIDADES E DIMENSÕES

1.1. O Sistema Internacional de Unidades (SI) tem como unidades fundamentais o metro, quilograma e segundo. O sistema CGS tem como Unidades fundamentais o centímetro, o grama e o segundo. Utilizando as equações Físicas que conhece do seu curso Secundário, converta a velocidade $v = 20 \text{ m/s}$ no correspondente valor em unidades do sistema CGS.

1.2. Qual das grandezas seguintes não é uma grandeza fundamental no SI ?

i) massa; ii) comprimento; iii) força; iv) tempo; v) todas são grandezas fundamentais.

1.3. Sabendo que uma milha tem 5 280 pés, que um pé tem 12 polegadas e que uma polegada é igual a 2.54 cm, calcule o número de quilómetros de uma milha.

1.4. A força de atrito do ar sobre um avião a jacto varia de acordo com $F_a = - C.v^2$. De que factor deve ser alterada a velocidade do avião para que a força de atrito duplique ?

1.5. Converta as seguintes velocidades:

a) 60 mi/h em pés por segundo

b) 100 km/h em metros por segundo.

1.6. Seja $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$, $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ e $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Calcule $h/(mc)$ sob a forma de potências de base 10 e indique as unidades no Sistema Internacional (SI).

1.7. Determine as dimensões e as unidades SI das constantes:

a) de gravitação universal, G , sabendo que a grandeza da força gravítica entre duas massas, m_1 e m_2 , à distância r é:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

b) de estrutura fina, α , definida por: $\alpha = \frac{e^2}{2 \epsilon_0 h c}$

sabendo que a grandeza da força eléctrica entre dois electrões (carga e) à distância r é:

$$F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

1.8. Nas seguintes equações, a distância x está expressa em metros, o tempo t em segundos e a velocidade v , em metros por segundo. Quais serão as unidades das constantes C_1 e C_2 no SI ?

a) $x = C_1 + C_2.t$

b) $x = \frac{1}{2} C_1.t^2$

c) $v^2 = 2 C_1.x$

1.9. Quando uma esfera de raio r se desloca num fluido de coeficiente de viscosidade η fica submetida à acção de uma força $F = 6\pi r \eta v$ em que v é a velocidade da esfera.

a) Determine as dimensões de η .

b) Relacione a unidade SI de η com a sua unidade no sistema CGS.

1.10. Indique as dimensões da quantidade mc^2 (m - massa, c - velocidade da luz no vácuo) e a sua unidade no SI.

1.11. Nas equações seguintes a distância x e o tempo t estão expressos em unidades do Sistema Internacional (SI). Determine as dimensões e as unidades SI das restantes grandezas presentes nas equações.

a) $x = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 \ln(C_5)$

b) $x = C_1 e^{-C_2 t}$

1.12. a) Converter $v = 50 \text{ km/h}$ em unidades SI.

b) Converta a aceleração 980 cm/s^2 em unidades SI.

1.13. a) Um corpo tem um peso de 20 N. Qual é o seu peso em dine (CGS).

b) Sabendo que o quilograma-força, kgf, é o peso de uma massa de 1 kg sujeito a uma aceleração gravitacional de 9.8 m/s^2 , calcule o seu valor expresso na unidade SI.

1.14. A tabela seguinte indica as unidades SI correspondentes a quatro variáveis.

Variáveis	Unidades
x	m
v	m/s
t	s
a	m/s^2

As variáveis x , v e a estão relacionadas através da equação $v^n = 2ax$, onde n é um número inteiro adimensional. Indique, justificando, qual deverá ser o valor de n .

CAPÍTULO II - CÁLCULO VECTORIAL

2.1. Um caçador sai do seu acampamento e anda 6.0 km para o norte. A seguir anda 3.0 km para leste e 2.0 km para o sul, onde encontra um rio que vai em linha recta até ao seu acampamento.

a) Qual a direcção do rio ?

b) A que distância estava ele do acampamento no momento em que encontrou o rio ?

2.2. Um explorador das cavernas anda 100 m em direcção a Este. De seguida percorre 50 m na direcção N 30° O e por fim 150 m na direcção S 45° O. Após um quarto movimento não descrito, ele encontra-se no lugar onde iniciou o percurso. Caracterize este último deslocamento (módulo e direcção).

2.3. Três vectores fecham um triângulo dando soma nula. Se invertermos o sentido de um deles, a soma vectorial dos três vectores:

A - Será sempre diferente de zero.

B - Será sempre nula.

C - Pode ser zero, dependendo dos módulos dos vectores.

D - Pode ser zero, dependendo dos módulos e dos ângulos que fazem entre si.

E - Nenhuma das respostas.

2.4. O vector \vec{A} tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de 60° com o eixo Ox (primeiro quadrante). O vector \vec{B} tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de 60° com o eixo Ox (quarto quadrante). Achar graficamente e pelo método das componentes:

a) o vector soma ($\vec{A} + \vec{B}$)

b) os vectores diferença ($\vec{A} - \vec{B}$) e ($\vec{B} - \vec{A}$)

2.5. Um vector, \vec{a} , tem módulo igual a 5 e faz com o semi-eixo positivo dos xx um ângulo de 60° . Determine:

a) as componentes do vector

b) as componentes e o módulo do vector $\vec{a} - \vec{b}$, sabendo que $\vec{b} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$.

2.6. Dados os vectores $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, calcular:

a) os vectores $-\vec{B}$ e $2\vec{B}$ e os seus módulos

b) os vectores $\vec{A} - \vec{B}$, $\vec{A} + \vec{B}$, e os seus módulos. Comparar esses valores com $|\vec{A}| - |\vec{B}|$ e $|\vec{A}| + |\vec{B}|$. Comentar os resultados.

c) os versores \hat{A} e \hat{B} , bem como o versor da direcção do vector $\vec{A} - \vec{B}$

d) os produtos escalares $\vec{A} \cdot \vec{B}$ e $\vec{A} \cdot (2\vec{B})$. O ângulo entre os vectores \vec{A} e \vec{B}

e) o vector projecção do vector \vec{B} sobre a direcção de \vec{A} e o vector projecção do vector \vec{A} sobre a direcção de \vec{B}

f) o produto vectorial de \vec{A} por \vec{B} , e o produto vectorial de \vec{B} por \vec{A} . Compare e comente os dois resultados.

2.7. Calcule a distância entre os dois pontos de coordenadas (6, 8, 10) e (-4, 4, 10).

2.8. Calcular o ângulo entre os dois vectores, $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ e $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$, usando:

a) o produto escalar

b) o produto vectorial.

2.9. Determinar as componentes de um vector cujo módulo é 13 unidades e cujo ângulo, θ , com o eixo dos zz é de 22.6° . A projecção desse vector no plano xy faz um ângulo, ϕ , de 37° com o eixo $+Ox$. Calcule também os ângulos com os eixos x e y .

2.10. Num dado instante, a velocidade, \vec{v} , e a aceleração, \vec{a} , duma partícula, são dadas por:

$$\vec{v} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{a} = \hat{j} + \hat{k}$$

Sabe-se que o vector velocidade tem, em cada instante, a direcção da tangente à trajectória no ponto ocupado pela partícula nesse instante. Calcule:

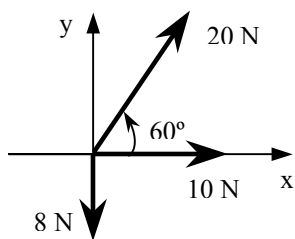
a) para o instante considerado no enunciado, o versor da tangente à trajectória.

b) as componentes da aceleração segundo:

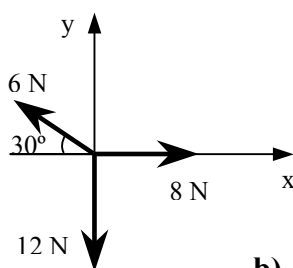
i) a direcção da tangente.

ii) uma direcção perpendicular à tangente e contida no plano definido por \vec{v} e \vec{a} .

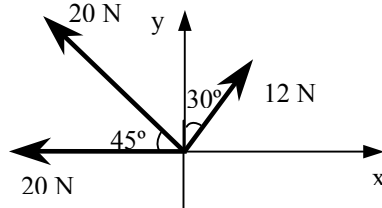
2.11. Calcule o módulo e a direcção da resultante dos sistemas de forças representados na figura.



a)



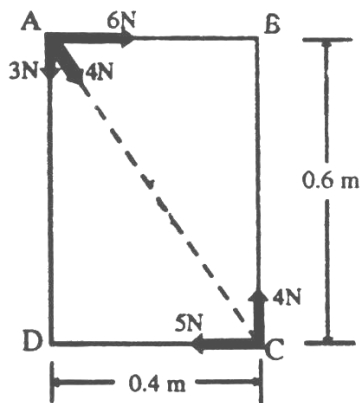
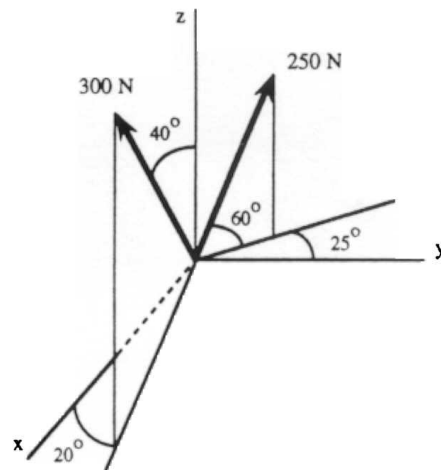
b)



c)

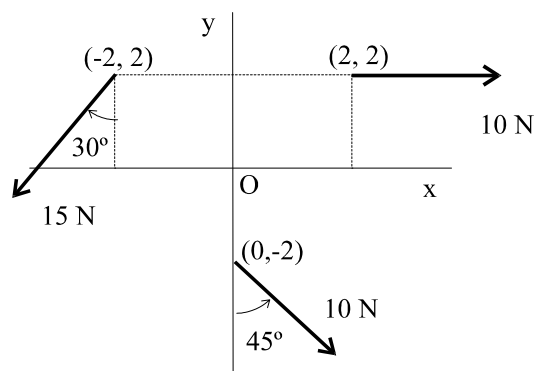
2.12. Determine:

- as componentes x , y e z da força de 250 N.
- os ângulos θ_x , θ_y e θ_z , que a força forma com os eixos coordenados.
- Faça o mesmo para a força de 300 N.



2.13. Um rectângulo rígido $ABCD$ está submetido às cinco forças indicadas na figura. Determine a força resultante e os momentos relativos aos pontos A , B e ao centro geométrico.

2.14. Determine o valor e posição da resultante do sistema de forças da figura ao lado. As coordenadas estão em metros.

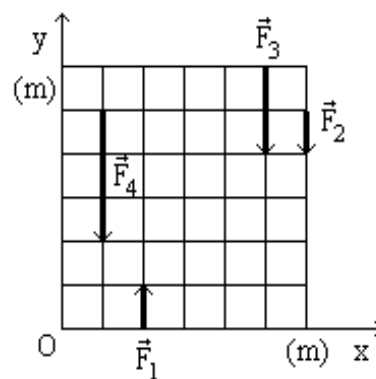


2.15. Uma vara, colocada na horizontal, com 2 m de comprimento e um peso de 4900 dine está sujeita a várias forças: forças de 3000, 2000 e 1500 dine actuam para baixo a 0, 50 e 200 cm de um dos extremos, respectivamente, e forças de 5000 e 13000 dine actuam para cima a 20 e 100 cm do mesmo extremo. Determine a intensidade e linha de acção da resultante.

2.16. Considere uma grade (indeformável e de peso desprezável), colocada num plano Oxy e sobre a qual actuam as forças $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ e \vec{F}_4 , representadas na figura. $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 10$ N, $|\vec{F}_3| = 20$ N e $|\vec{F}_4| = 30$ N. A menor divisão da escala é 1.0 m.

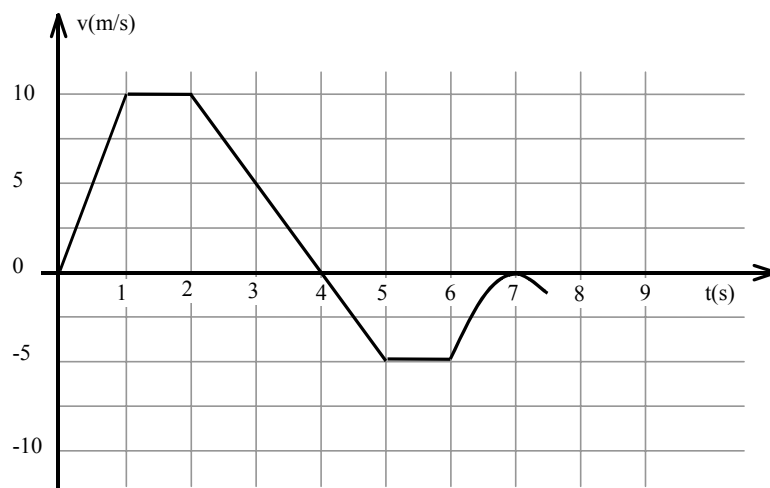
Calcule:

- a resultante das forças que actuam sobre a grade;
- o momento resultante em relação ao ponto O ;
- as coordenadas do centro de forças;
- diga, justificando, se o sistema de forças pode ser substituído pela respectiva resultante e em que condições.



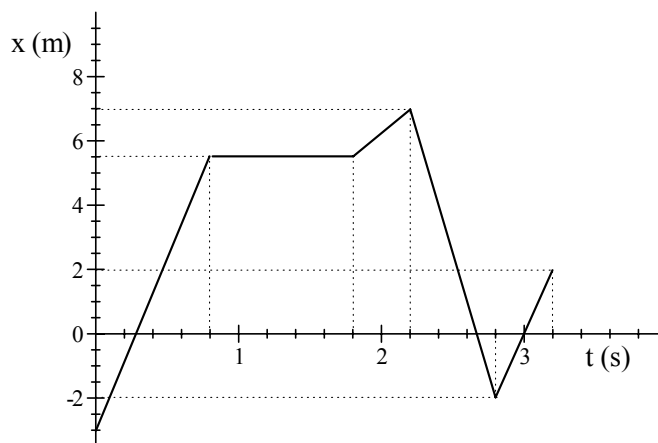
CAPÍTULO III - CINEMÁTICA DA PARTÍCULA

- 3.1.** Um atleta percorre a distância de 100 m no tempo de 10 s. Calcule a sua velocidade média em quilómetros por hora.
- 3.2.** Um atleta corre 100 m em 12 s, em seguida dá meia volta e, em 30 s, corre 50 m em direcção ao ponto de partida. Calcule:
- o espaço percorrido e o deslocamento do atleta durante este movimento.
 - a velocidade média do atleta durante os 42 s.
- 3.3.** O gráfico da figura representa a velocidade escalar de um ponto material, em função do tempo. A trajectória é uma linha recta e inicialmente, o ponto material desloca-se de Sul para Norte.
- Indicar em qual dos três intervalos de tempo, [2, 3] s, [4, 5] s e [6, 7] s:
 - é máximo o módulo da velocidade média.
 - é mínimo o espaço percorrido.
 - Determinar a aceleração no instante $t = 3$ s.
 - Durante o intervalo de tempo [2, 5] s indicar o espaço percorrido e o deslocamento do ponto material.
 - Em que instante esteve o ponto material mais distante do ponto de partida ?
 - Construir o gráfico $a(t)$ para o movimento deste ponto no intervalo de 0 a 7 s.



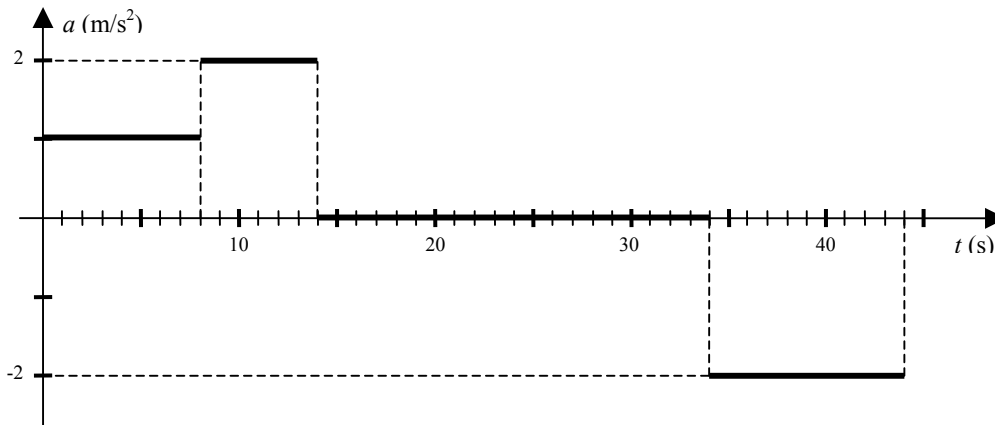
- 3.4.** A posição de um corpo em função do tempo é dada na figura abaixo.

- Indique:
 - onde o movimento tem o sentido positivo do eixo dos xx e onde tem sentido negativo.
 - quando o movimento é acelerado e quando é retardado.
 - quando o corpo passa pela origem.
 - quando a velocidade é zero.
- Fazer um esboço da velocidade e da aceleração em função do tempo. Estimar, a partir do gráfico, a velocidade média nos intervalos:
 - [1,3] s.
 - [1,2.2] s.
 - [1,1.8] s.



3.5. O metropolitano viaja entre duas paragens consecutivas descrevendo uma trajectória rectilínea com a aceleração indicada na figura. Determine:

- o intervalo de tempo Δt durante o qual o metropolitano trava até parar com uma desaceleração de 2.0 m/s^2 ;
- a distância percorrida pelo metropolitano até iniciar a travagem.



3.6. O movimento de uma partícula é definido pela expressão: $x = t^3 - 9t^2 + 24t - 8$ na qual x e t são expressos, respectivamente em milímetros e em segundos. Determine:

- o instante em que a velocidade é zero.
- a posição, o deslocamento e o espaço total percorrido quando a aceleração é nula.

3.7. A aceleração de uma partícula é definida pela relação $a = -2 \text{ m/s}^2$. Sabendo que $v = 8 \text{ m/s}$ e $x = 0$, quando $t = 0$, determine a velocidade e a posição quando $t = 6 \text{ s}$ e a distância total percorrida desde o instante inicial até $t = 6 \text{ s}$.

3.8. A aceleração de uma partícula é definida pela expressão: $a = A - 6t^2$, em que A é uma constante. No instante $t = 0$, a partícula parte da posição $x = 8 \text{ m}$ com $v = 0$. Sabendo que em $t = 1 \text{ s}$, $v = 30 \text{ m/s}$, determine:

- os instantes para os quais a velocidade é nula.
- o espaço total percorrido até $t = 7 \text{ s}$.

3.9. Sabe-se que desde $t = 2 \text{ s}$ até $t = 10 \text{ s}$ a aceleração de uma partícula é inversamente proporcional ao cubo do tempo t . Quando $t = 2 \text{ s}$, $v = -15 \text{ m/s}$, e quando $t = 10 \text{ s}$, $v = 0.36 \text{ m/s}$. Sabendo que em $t = 2 \text{ s}$, a partícula está duas vezes mais distante da origem do que em $t = 10 \text{ s}$, determine:

- as posições da partícula para $t = 2 \text{ s}$ e para $t = 10 \text{ s}$.
- a distância total percorrida pela partícula desde $t = 2 \text{ s}$ até $t = 10 \text{ s}$.

3.10. O movimento de um ponto material é definido pela equação: $x = 2t^2 - 8t - 1$ (SI)

- Qual é a forma da trajectória ?
- Qual a coordenada da posição no início do movimento ?
- Qual a posição quando a velocidade se anula ?
- Determine a aceleração do ponto material.
- Caracterize o movimento.

3.11. As coordenadas de uma partícula material, com movimento no plano Oxy , variam no tempo segundo as leis (unidades SI): $x(t) = 3t$ e $y(t) = 6t^2 + 2$

- Escreva a equação da trajectória da partícula material.
- Represente-a graficamente no plano Oxy .

- c) Em que sentido é que a trajectória é percorrida ?
- d) Calcule a distância à origem no instante $t = 2$ s.
- e) Calcule o instante de tempo em que a partícula se encontra mais perto da origem e a distância à origem nesse instante.

3.12. As equações do movimento de uma partícula (x, y em m, quando t em s) são:

$$x = 20 - 3t^2 \quad e \quad y = 2t + 5t^2$$

Calcular em $t = 1$ s:

- a) a distância da partícula à origem.
- b) os vectores velocidade e aceleração.
- c) as componentes normal e tangencial da aceleração.
- d) o raio de curvatura da trajectória.

3.13. O vector posição de uma partícula é: $\vec{r} = (8t - 5)\hat{i} + (-5t^2 + 8t)\hat{j}$

- a) Qual a posição da partícula no início do movimento ?
- b) Em que instantes a partícula atravessa cada um dos eixos coordenados ?
- c) Deduza o vector velocidade da partícula.
- d) Deduza o vector aceleração.
- e) Escreva a equação cartesiana da trajectória.

3.14. Uma partícula tem uma velocidade, em qualquer instante t , dada por:

$$\vec{v} = \hat{i} + 3t\hat{j} + 4t\hat{k} \quad (\text{SI})$$

Sabendo que partiu do ponto $A(10, 0, 0)$ em $t = 0$ s, determine, em qualquer instante:

- a) o raio vector de posição e a distância à origem.
- b) os vectores aceleração tangencial e normal.

3.15. Uma partícula movimenta-se de modo a que a sua aceleração seja dada por:

$$\vec{a}(t) = [2\exp(-t)]\hat{i} + [5\cos(t)]\hat{j} - [3\sin(t)]\hat{k}$$

Se a partícula está localizada em $(1, -3, 2)$ no instante $t = 0$ e se move com velocidade dada por $\vec{v} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$, determine:

- a) a velocidade para qualquer instante t .
- b) o deslocamento para qualquer instante t .

3.16. Um camião move-se a uma velocidade constante de 64 km/h ao longo de uma estrada. O camião é seguido por um carro (de comprimento 4.8 m) com a mesma velocidade, que inicia a ultrapassagem com uma aceleração constante de 1.5 m/s^2 . O camião tem 18 metros de comprimento, e é necessário que haja 12 metros de distância entre os veículos para se iniciar uma ultrapassagem segura. A ultrapassagem só é considerada terminada quando o carro se tiver distanciado 12 metros do camião.

- a) Quanto tempo demorará o carro a ultrapassar o camião ?
- b) Que distância percorrerá o carro na ultrapassagem ?
- c) Com que velocidade o carro terminará a ultrapassagem ?

3.17. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço.

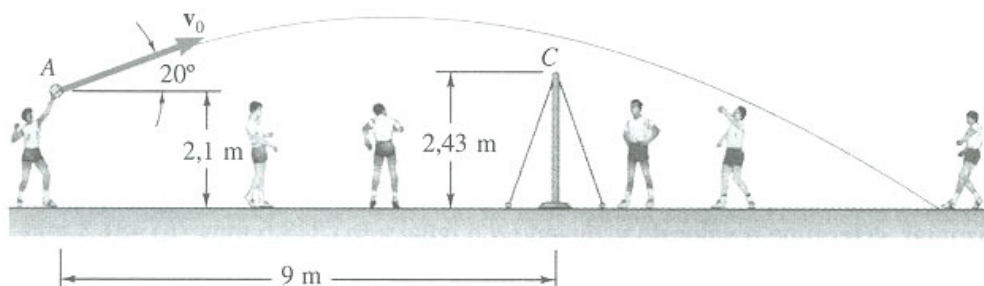
Projecteis - Questões

- 3.18.** Como varia a aceleração a que um projectil está sujeito durante o tempo em que permanece em voo (considere desprezível a resistência do ar).
- 3.19.** No movimento de um projectil, desprezando-se a resistência do ar, será necessário, alguma vez, considerar o movimento como tridimensional em vez de bidimensional ?
- 3.20.** Numa competição de salto à distância, tem alguma importância quão alto é o seu salto ? Quais os factores que determinam o alcance do salto ?
- 3.21.** Considere um projectil no ponto mais alto da sua trajectória.
a) Qual o valor da sua velocidade em termos de v_0 e θ ?
b) Qual a sua aceleração ?
c) Qual a relação entre as direcções da sua velocidade e da sua aceleração
- 3.22.** Porque razão os electrões de um feixe electrónico não caem, em virtude da gravidade, tanto quanto a molécula da água no jacto de uma mangueira ? Suponha o movimento inicialmente horizontal em ambos os casos.
- 3.23.** Em que ponto um projectil alcança, durante a sua trajectória, a sua velocidade mínima ? E máxima ?
- 3.24.** Poderia a aceleração de um projectil ser representada em termos de uma componente normal (radial) e outra tangencial em cada ponto da sua trajectória ? Em caso afirmativo, há alguma vantagem em usar essa representação ?
- 3.25.** Deduza as expressões da força normal e tangencial que actuam num projectil lançado horizontalmente. Apresente o resultado em função da velocidade inicial de lançamento (v_0), da massa do projectil (m), da aceleração da gravidade (g) e do tempo (t).
- 3.26.** Um índio pretende atingir com uma flecha um macaco que está pendurado num ramo de uma árvore. O índio aponta a arma directamente para o macaco, sem saber que a flecha seguirá uma trajectória parabólica e que cairá abaixo do macaco. No entanto, o macaco, assustando-se com o lançamento da flecha, salta do ramo, para baixo, na perpendicular. Demonstre que nesta situação o macaco será atingido, qualquer que seja a velocidade inicial da flecha desde que o seu alcance seja superior à distância entre o índio e a árvore.

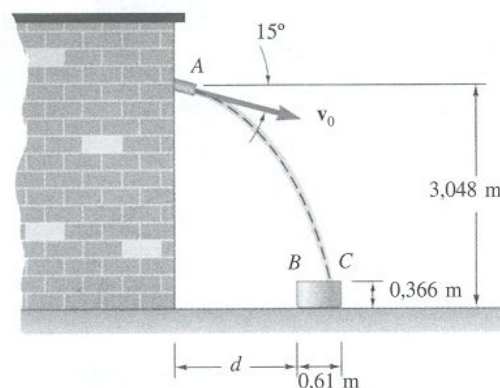
Projecteis - Problemas

- 3.27.** Uma bola é lançada verticalmente para baixo do topo de um edifício com velocidade 10 m/s.
a) Qual será a sua velocidade depois de cair durante 1 s ?
b) Quanto é que ela cairá em 2 s ?
c) Qual será a sua velocidade depois de cair 10 m ?
d) Se a bola partiu de um ponto a 40 m de altura, em quantos segundos ela atingirá o chão ? Qual será a velocidade e aceleração ao atingi-lo ? (apresente o resultado na forma vectorial).

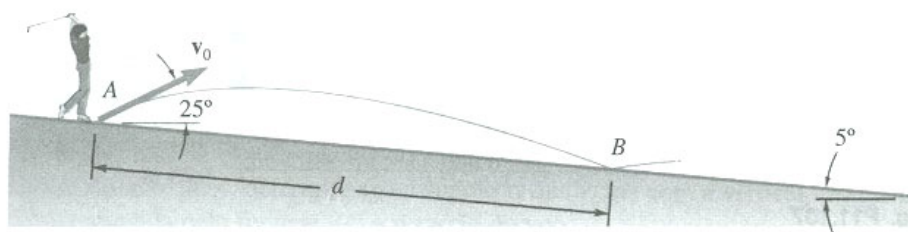
- 3.28.** Um jogador de voleibol executa o serviço do jogo imprimindo à bola uma velocidade v_0 , cujo módulo é 13.4 m/s e faz um ângulo de 20° com a horizontal. Determine:
- se a bola passa a rede.
 - A que distância da rede a bola toca no solo.



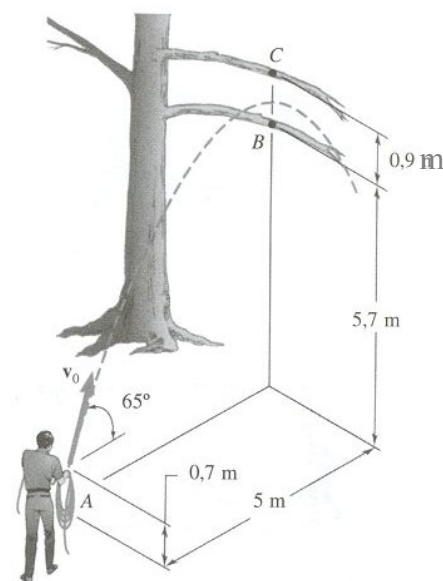
- 3.29.** A água escorre de uma conduta com uma velocidade de 0.76 m/s e com um ângulo de 15° com a horizontal. Determine a gama de valores da distância d para os quais a água entra no reservatório BC.



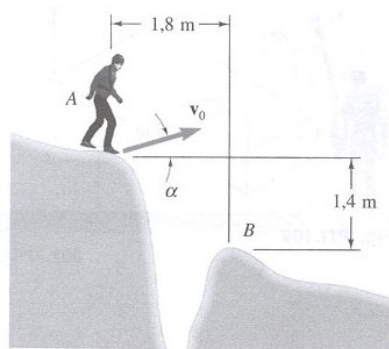
- 3.30.** Um jogador de golfe dá uma tacada na bola, fazendo um ângulo de 25° com a horizontal e com uma velocidade inicial de 48.8 m/s. Sabendo que o campo tem um declive de 5° , determine a distância d entre o jogador e o ponto onde se dá o primeiro impacto da bola com o solo.



- 3.31.** Um projectil é lançado para cima, com velocidade de 98 m/s, do topo de um edifício cuja altura é 100 m. Determinar:
- o tempo necessário para atingir a altura máxima.
 - A altura máxima do projectil acima da rua.
 - O tempo total decorrido desde o lançamento até ao momento em que atinge o solo.
 - A velocidade ao atingir a rua.



- 3.32.** Enquanto segura uma das extremidades, um operário lança um rolo de corda sobre o galho mais baixo de uma árvore. Se ele proceder ao lançamento com uma velocidade inicial v_0 e fazendo um ângulo de 65° com a horizontal, determine a gama de valores de v_0 para os quais a corda passará por cima do galho mais baixo.



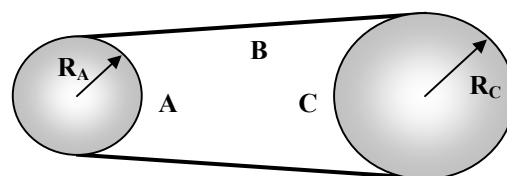
- 3.33.** Um alpinista tenciona saltar de A para B por cima de uma fenda. Determine o menor valor da velocidade inicial v_0 e o respectivo ângulo α , de modo que possa alcançar B .

- 3.34.** Um corpo é largado de uma altura h sem velocidade inicial e percorre a terça parte do seu trajecto no último segundo da sua queda.
- Determine as duas raízes da equação necessária para obter a velocidade final e mostre que uma delas é Fisicamente inaceitável.
 - Calcule a altura h .

Movimento Circular

- 3.35.** Um disco homogêneo gira em torno de um eixo fixo, partindo do repouso e acelerando com uma aceleração constante. Num determinado instante, ele gira com frequência de 10 rps. Após executar mais 65 rotações completas, a sua frequência passa para 18 rps. Nestas condições, determine:
- a aceleração angular.
 - o tempo necessário para completar as 65 rotações mencionadas.
 - o tempo necessário para atingir a frequência de 10 rps.
 - o número de rotações efectuadas no intervalo de tempo decorrido desde o instante inicial e o momento em que atinge a frequência de 10 rps.

- 3.36.** Observe a figura. A roda A de raio $R_A = 10$ cm está acoplada por uma correia B a uma roda C de raio $R_C = 25$ cm, como se ilustra na figura. A roda A desenvolve, a partir do repouso, uma velocidade angular à taxa uniforme de $\pi/2$ rad/s². Determine o tempo necessário para a roda C atingir a velocidade angular de 100 rpm, supondo que a correia não desliza.



- 3.37.** Uma partícula tem, em cada instante, o vector de posição (r em metros e t em segundos)

$$\vec{r}(t) = 2\hat{i} + 4\cos\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\hat{j} + 4\sin\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\hat{k}$$

Determine, em qualquer instante t :

- os vectores velocidade e aceleração e as respectivas grandezas.
 - o ângulo entre a aceleração e a velocidade.
 - os vectores aceleração tangencial e normal. Classifique o movimento.
 - a equação cartesiana da trajectória.
- 3.38.** Um disco gira horizontalmente realizando 75 rpm. Dois corpos, A e B , situados na mesma vertical que passa por um ponto do disco, são soltos ao mesmo tempo. Os dois pontos em que os corpos chocam com o disco são diametralmente opostos. O corpo A estava 80 cm

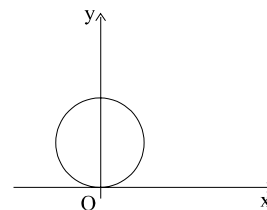
acima do disco no momento de ser solto. No mesmo instante, a que distância do disco se encontrava o corpo B ? Sabe-se que o corpo B se encontrava num ponto acima do corpo A .

- 3.39.** Uma partícula descreve uma trajectória de raio $R = 2$ m como mostra a figura. A lei horária do movimento é:

$$s(t) = t^2 + 2t \quad (\text{S.I.})$$

Determine:

- a velocidade no instante $t = 1$ s.
- a aceleração no instante em que o ângulo da aceleração com a velocidade é de 60° .
- o ângulo ao centro (expresso em graus) descrito entre os instantes $t = 1$ s e $t = 4$ s.
- a velocidade angular e a aceleração angular no instante $t = 4$ s.
- o vector de posição da partícula no instante $t = 2$ s, sabendo que o movimento tem início na origem do sistema de coordenadas.

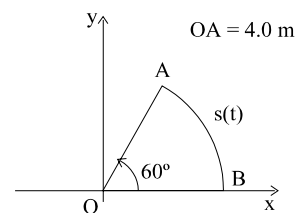


- 3.40.** Uma partícula descreve uma trajectória circular de raio 18 m e parte do repouso com uma velocidade que cresce proporcionalmente à raiz quadrada do tempo. Ao fim de 3.0 s o vector aceleração faz um ângulo de 60° com o raio vector no ponto onde se encontra a partícula.

- Ao fim de quanto tempo estará esse ângulo reduzido a 45° ?
- Quais serão nesse instante, as grandezas da velocidade e da aceleração?

- 3.41.** A figura representa uma trajectória de uma partícula, P , no plano Oxy . Os pontos A e B estão situados sobre uma circunferência de raio OA . A partícula parte do ponto O e em toda a trajectória obedece à lei: $s(t) = 2t^2$ (SI). Determine:

- os instantes em que a partícula (P) passa pelos pontos A e B .
- o vector posição $\vec{r}(t)$ nos instantes $t_1 = 1.0$ s e $t_2 = (2 + \pi/3)^{1/2}$ s, medido em Oxy .
- o vector aceleração $\vec{a}(t_2)$.
- o vector velocidade média correspondente ao intervalo $[t_1, t_2]$.



Movimento Relativo - Questões

- 3.42.** Um passageiro, sentado numa carruagem de um comboio, que se move com velocidade constante, atira uma bola verticalmente para cima. Onde cairá esta bola? Atrás dele, na frente ou de volta nas suas mãos? O que acontecerá se o comboio acelerar ou fizer uma curva enquanto a bola estiver no ar?
- 3.43.** Um homem na plataforma de observação de um comboio que se move com velocidade constante, deixa cair uma moeda ao inclinar-se. Descreva a trajectória da moeda do ponto de vista:
- deste mesmo passageiro.
 - de um observador situado de pé junto ao trilho.
 - de um observador situado num segundo comboio, que se move na via paralela, em sentido contrário ao primeiro.
- 3.44.** Um autocarro, com um pára-brisas vertical, viaja sob uma tempestade com velocidade v_b . A chuva cai verticalmente com velocidade v_{ch} . Qual o ângulo entre as gotas de chuva e o pára-brisas no momento da colisão?

- 3.45.** Num dia de chuva bastante intensa, verificou-se que as gotas de chuva caíam verticalmente. Para ir de um local para outro, sob a chuva, de tal forma que se encontre o menor número de gotas, você mover-se-ia com a maior velocidade possível, a menor velocidade possível ou com algum valor de velocidade intermédio ?

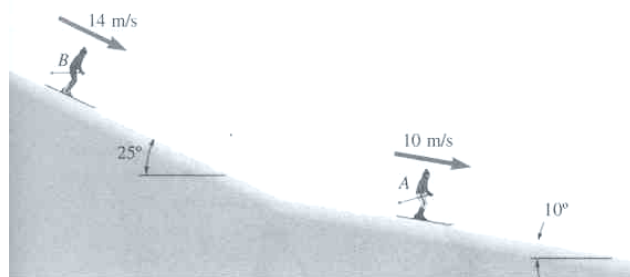
- 3.46.** O que está errado na figura (o marinheiro está viajando a favor do vento) ?



- 3.47.** Um elevador está a descer a uma velocidade constante. Um passageiro tira do bolso uma moeda e deixa-a cair no piso. Que acelerações seriam observadas no movimento da moeda:
a) pelo passageiro.
b) por uma pessoa em repouso relativamente ao poço do elevador.
- 3.48.** Um remador decide, para fazer exercício, remar entre o percurso fluvial da cidade *A* para a cidade *B* e regressar. Durante todo o trajecto ele rema a uma velocidade constante em relação à corrente, que flui de *A* para *B*. Um amigo acompanha-o a pé ao longo da margem, caminhando no chão à mesma velocidade que a do barco em relação à corrente. Na ida, o barco, levado pela corrente, adquire avanço. O peão consola-se, certo de que no regresso a corrente irá atrasar o remador de maneira a voltarem exactamente ao mesmo tempo a *A*. Terá ele razão ?

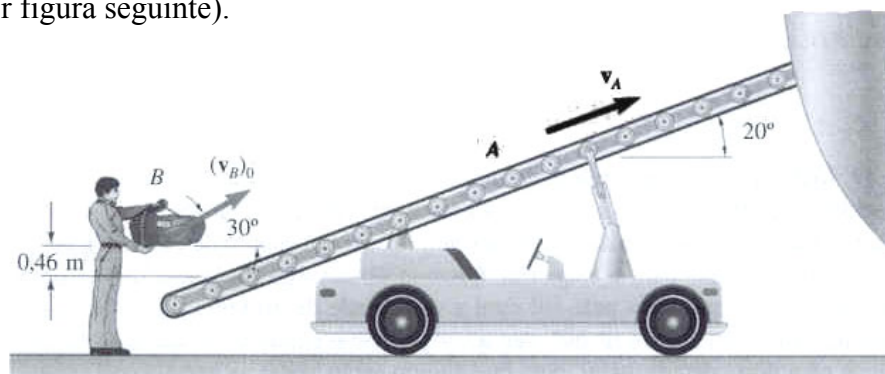
Movimento Relativo - Problemas

- 3.49.** As velocidades dos esquiadores *A* e *B* estão indicadas na figura. Determine a velocidade de *A* relativamente a *B*.



- 3.50.** Uma partícula *A* desloca-se relativamente a outra partícula, *B*, com uma velocidade dada por: $\vec{v}_{AB} = 2\hat{i} - \hat{j}$. A partícula *B* desloca-se em relação a uma outra partícula *C* com uma velocidade dada por: $\vec{v}_{BC} = \hat{i} - 2\hat{j}$. Determine a velocidade da partícula *A* relativamente a partícula *C*.
- 3.51.** Um nadador capaz de nadar a uma velocidade de 0.7 m/s em relação à água quer atravessar um rio de 50 m de largura e com uma corrente de 0.5 m/s.
a) Em que direcção deve nadar se quiser atingir a margem em frente ao ponto de partida ? Qual a sua velocidade relativamente à margem ? Quanto tempo demora a travessia ?
b) Em que direcção deve nadar para atravessar o rio no menor tempo possível ? Qual a sua velocidade relativamente à margem ? Quanto tempo demorará a travessia ? A que distância a jusante atingirá a outra margem ?

- 3.52.** Um barco a motor viaja num rio cuja corrente pode supor-se constante. O motor do barco comunica-lhe uma velocidade constante e tal que as velocidades do barco, em relação à margem, são respectivamente de 45 km.h^{-1} e 63 km.h^{-1} na subida e na descida do rio.
- Calcule as velocidades da corrente e comunicada ao barco pelo motor.
 - Mantendo-se as condições de funcionamento e a velocidade da corrente, o barco atravessa o rio, cuja largura são 5 km, apontando perpendicularmente às margens.
 - Represente esquematicamente os vectores velocidade do barco e velocidade da corrente.
 - Calcule a que distância da perpendicular do ponto de partida, o barco alcança a outra margem.
- 3.53.** Um comboio viaja à velocidade de 25 m/s, num dia em que a chuva, soprada pelo vento, cai de tal modo que a trajectória das gotas de água forma com a vertical um ângulo de 40° , quando vista por um observador parado na plataforma da estação. Um passageiro, viajando sentado no interior de uma carruagem, vê as gotas de água caírem segundo a vertical. Determine a velocidade das gotas de chuva em relação à Terra.
- 3.54.** Um avião desloca-se em linha recta à velocidade de 358 m/s. Determine a velocidade do avião em relação a um observador que se move à mesma altitude a 90 km/h:
- na mesma direcção e mesmo sentido.
 - na mesma direcção e sentidos opostos.
 - perpendicularmente à trajectória do avião.
 - segundo uma direcção tal que o avião pareça deslocar-se transversalmente em relação ao observador móvel.
- 3.55.** Um tubo está montado sobre uma plataforma que se move horizontalmente com $v = 2 \text{ m/s}$. Qual deve ser o ângulo de inclinação do tubo relativamente à horizontal para que as gotas de chuva, que caem verticalmente à velocidade de 6 m/s, alcancem o fundo do tubo sem tocar nas paredes? (Nota: a velocidade das gotas de chuva é aproximadamente constante devido à resistência do ar).
- 3.56.** A correia transportadora A , que faz um ângulo de 20° com a horizontal, move-se com uma velocidade constante de 1.22 m/s e destina-se ao carregamento de um avião. Sabendo que o operário atira o saco B com uma velocidade inicial de 0.76 m/s e com um ângulo de 30° com a horizontal, determine a velocidade do saco relativamente à correia, quando este toca na correia (ver figura seguinte).



- 3.57.** Um helicóptero está sobrevoando, em linha recta, uma planície com uma velocidade constante de 6 m/s a uma altitude constante de 8 m. Um fardo é atirado para fora (horizontalmente) com uma velocidade de 10 m/s relativamente ao helicóptero e numa direcção perpendicular ao seu movimento. Determine:

- a) a velocidade inicial do fardo relativamente ao solo.
- b) a distância horizontal entre o helicóptero e o fardo no instante em que este cai ao solo.
- c) o ângulo que o vector velocidade do fardo faz com o solo no instante imediatamente anterior ao impacto.

3.58. Um homem quer atravessar um rio de 700 m de largura. O barco, no qual ele rema, possui uma velocidade relativamente à água de 4 km/h. A velocidade da corrente é de 2 km/h. Quando o homem caminha em terra firme a sua velocidade é de 4.8 km/h. Ao atravessar o rio a remo, ele atinge um ponto a jusante do local inicial; a seguir ele retorna a pé até ao ponto oposto ao ponto onde ele se encontrava na outra margem do rio. Determine:

- a) a direcção seguida pelo barco e a distância total percorrida (entre atravessar o rio e andar), para que o tempo do percurso seja mínimo (para atingir o ponto considerado).
- b) o valor desse tempo.

CAPÍTULO IV - DINÂMICA DA PARTÍCULA

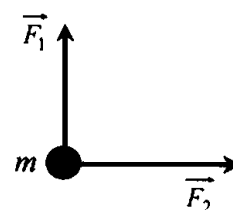
Questões

- 4.1.** Porque razão caímos para a frente, quando um autocarro em movimento é desacelerado numa estação, e caímos para trás, quando o autocarro é acelerado para partir ? O que aconteceria se o autocarro percorresse uma curva com velocidade constante ?
- 4.2.** Uma força horizontal actua sobre uma massa em condições de se mover livremente. Haverá aceleração, se a força for menor que o peso dessa massa ?
- 4.3.** A aceleração de um corpo, caindo livremente, depende do seu peso ?
- 4.4.** Dois objectos da mesma massa repousam nos pratos de uma balança. A balança mantém-se equilibrada dentro de um elevador, quando este é acelerado para cima ou para baixo ?
- 4.5.** Um peso está suspenso por um fio do tecto de um elevador. Entre as condições seguintes, escolha aquela em que a tensão no fio será maior. Repita a escolha para o caso em que a tensão é menor.
 - a) O elevador em repouso.
 - b) O elevador sobe com velocidade uniforme.
 - c) O elevador desce com velocidade decrescente.
 - d) O elevador desce com velocidade crescente.
- 4.6.** Uma corda de massa desprezível passa sobre uma roldana sem atrito. Um macaco está suspenso numa das extremidades da corda, e um espelho, do mesmo peso, é colocado no mesmo nível que o macaco, na outra extremidade. O macaco conseguirá afastar-se da sua imagem no espelho:
 - a) subindo pela corda.
 - b) descendo por ela.
 - c) soltando a corda.
- 4.7.** Dê exemplos de pares acção-reacção.
- 4.8.** Por que razão os pingos de chuva caem a uma velocidade constante no estágio final de sua queda ?

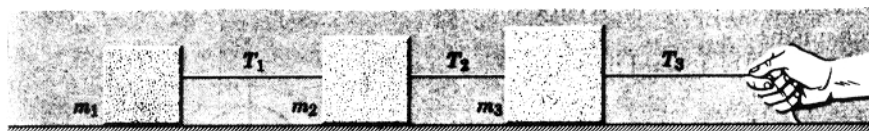
- 4.9.** Critique a seguinte afirmação: “um corpo, em que a resultante das forças aplicadas é nula, encontra-se em repouso”.
- 4.10.** Num jogo de cabo-de-guerra, três homens puxam uma das extremidades do cabo e outros três homens puxam a extremidade oposta. No meio da corda está pendurado um corpo de massa igual a 30 kg. Os homens conseguirão, puxando bastante, fazer com que o cabo fique exactamente rectilíneo? Justifique.
- 4.11.** Considerar dois objectos com a mesma forma e volume e massas diferentes, m_1 e m_2 . Se forem largados de uma mesma altura h qual chega primeiro ao solo e porquê? Por que razão(ões) física(s) os objectos detêm o seu movimento no solo?
- 4.12.** Se um objecto não tiver aceleração num referencial inercial poderemos concluir que não actuam forças sobre ele?
- 4.13.** A Luiza segura um objecto na mão. A força de reacção à força exercida sobre o objecto pela mão da Luiza é:
- a) a força que a Terra exerce sobre o objecto.
 - b) a força que o objecto exerce sobre a Terra.
 - c) a força que a mão exerce sobre o objecto.
 - d) a força que o objecto exerce sobre a mão.
 - e) a força que a Terra exerce sobre a mão.
- A força de reacção ao peso da ave é:
- a) a força que a Terra exerce sobre o passarinho.
 - b) a força que o passarinho exerce sobre a Terra.
 - c) a força que a mão exerce sobre o passarinho.
 - d) a força que o passarinho exerce sobre a mão.
 - e) a força que a Terra exerce sobre a mão.

Problemas

- 4.14.** Duas forças F_1 e F_2 de intensidades 4.0 N e 6.0 N, respectivamente, actuam sobre um corpo de massa $m = 8.0$ kg. Determine o vector aceleração do corpo.



- 4.15.** Três blocos, ligados como mostra a figura, estão sobre uma mesa horizontal sem atrito, e são puxados para a direita por uma força de intensidade $F = 100$ N. Sabendo que $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 15$ kg e $m_3 = 25$ kg, determine:
- a) a aceleração do sistema.
 - b) os módulos das tensões nas cordas.

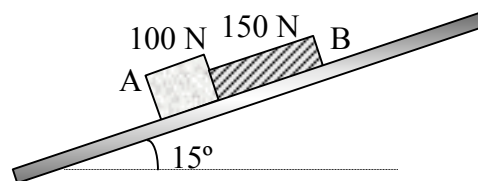


- 4.16.** Um homem cuja massa é de 90 kg está num elevador. Determine a força que o piso exerce sobre o homem quando:
- a) o elevador sobe com velocidade constante.
 - b) o elevador desce com velocidade constante.
 - c) o elevador sobe com aceleração, para cima, de 3 m/s^2 .
 - d) o elevador desce com aceleração, para baixo, de 3 m/s^2 .

e) o cabo parte e o elevador cai livremente.

- 4.17. Duas caixas são colocadas num plano inclinado como o representado na figura. O coeficiente de atrito entre o plano inclinado e a caixa B é de 0.15 e entre o plano inclinado e a caixa A é de 0.25. Sabendo que as caixas estão em contacto quando libertadas, determine:

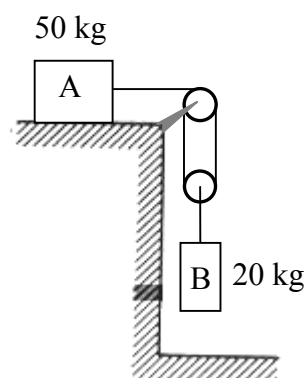
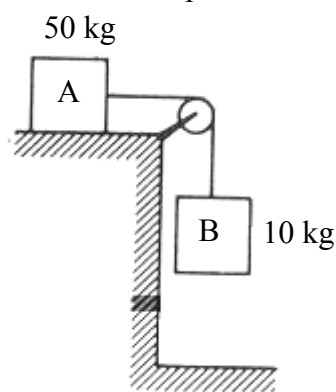
- a) a aceleração de cada caixa.
b) a força exercida pela caixa A sobre a caixa B.



- 4.18. Resolva o problema anterior supondo que as posições das caixas são trocadas.

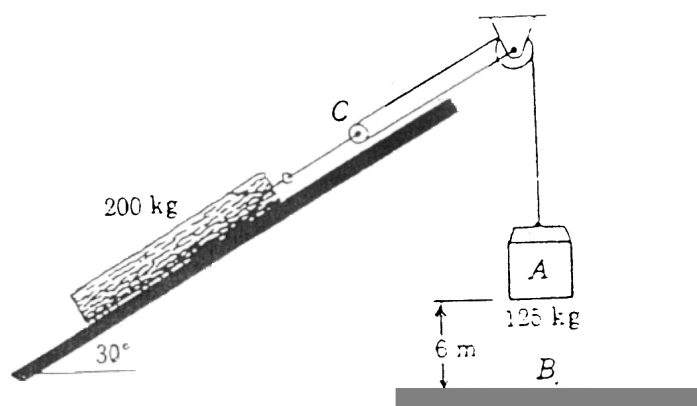
- 4.19. A velocidade inicial de um carro de 50 kg é de 5 m/s para a esquerda. Determine, para as duas situações ilustradas na figura, o instante t no qual o carro tem:

- a) a velocidade nula.
b) uma velocidade de 5 m/s para a direita.



- 4.20. A figura representa um plano inclinado, sobre o qual se encontra um tronco de 200 kg, ligado a um bloco de 125 kg de massa. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é de 0.5. O movimento inicia-se a partir da posição indicada na figura, sendo desprezável a massa e o atrito nas roldanas. Tendo em atenção estas condições, determine:

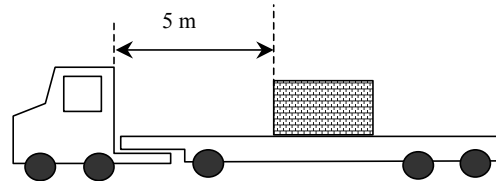
- a) as acelerações dos movimentos do bloco e do tronco.
b) as velocidades do bloco A e do tronco, no instante em que o bloco atinge o solo.



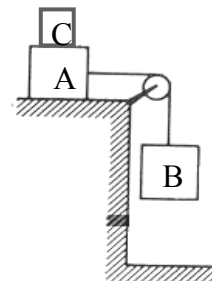
- 4.21. Um ponto material de 2 kg de massa está sob a acção de uma força que, expressa em Newton, é dada por $\vec{F} = (8 - 6t)\hat{i} + (4 - t^2)\hat{j} - (4 + t)\hat{k}$. Sabendo que a velocidade do ponto material é $\vec{v} = 150\hat{i} + 100\hat{j} - 250\hat{k}$ (m/s) quando $t = 0$, determine:

- a) o instante em que a aceleração do ponto material é paralela ao plano Oyz .
b) a velocidade correspondente do ponto material.

- 4.22.** O coeficiente de atrito entre a carga e o reboque no camião indicado na figura é de 0.40. Viajando a 100 km/h, o motorista faz uma travagem de emergência e o camião desliza 90 m até parar. Determine a velocidade da carga em relação ao reboque quando ela atinge a borda da frente do reboque (suponha que a travagem é feita com aceleração constante).



- 4.23.** As massas dos corpos *A* e *B* na figura são, respectivamente, 10 kg e 5 kg. O coeficiente de atrito entre a mesa e o corpo *A* é de 0.20. Determine:
- a) a massa mínima de *C* que impede o corpo *A* de se mover.
 - b) a aceleração do sistema se *C* for removido.



- 4.24.** Um homem faz oscilar um balde cheio de água num plano vertical, numa circunferência de 0.75 m de raio. Qual a menor velocidade que o balde deverá ter no topo da circunferência para que não derrame a água ?
- 4.25.** Uma curva circular com 100 m de raio está projectada para tráfego que circule a 80 km/h.
- a) Se a estrada não for inclinada qual o coeficiente de atrito necessário para impedir que os carros, a 80 km/h, saiam da estrada ?
 - b) Qual a inclinação em relação à horizontal que a estrada deveria ter se o coeficiente de atrito fosse de 0.25 ?
- 4.26.** Uma partícula de poeira encontra-se sobre um disco e roda com ele a uma velocidade de 45 revoluções por minuto (rpm). Se a partícula estiver a 10 cm do eixo de rotação, determine:
- a) a sua velocidade linear.
 - b) o módulo da sua aceleração
 - c) a força de atrito que actua sobre a partícula, se a sua massa for de 1.0g.
 - d) o coeficiente de atrito entre a partícula de poeira e o disco, sabendo que a partícula só escorrega quando estiver a mais de 15 cm do eixo.
- 4.27.** Um prato de gira-discos roda a 33.5 rpm. Constatou-se que um pequeno objecto colocado sobre o prato fica em repouso em relação a ele se a distância ao centro for menor que 4 polegadas, mas escorrega se a distância for maior.
- a) Qual o coeficiente de atrito estático entre o objecto e o prato ?
 - b) A que distância máxima do eixo o objecto pode ser colocado sem escorregar, se o prato girar a 45 rpm ?
- 4.28.** Uma pedra de 1 kg de massa está presa à extremidade de um cordão de 1 m de comprimento, cuja carga de ruptura é de 500 N; a pedra descreve uma circunferência horizontal sobre uma mesa sem atrito. A outra extremidade do cordão é mantida fixa. Determinar a velocidade máxima que a pedra pode atingir sem rebentar o cordão.
- 4.29.** Uma partícula de massa 3.2 kg move-se de oeste com uma velocidade de 6.0 m.s^{-1} interagindo com outra partícula de massa 1.6 kg que se move do norte com uma velocidade de 5.0 m.s^{-1} . Após 2 s a primeira partícula move-se na direcção N 30° E com uma velocidade de 3.0 m.s^{-1} . Calcule:
- a) a magnitude e direcção da velocidade da outra partícula.
 - b) a quantidade de movimento total das duas partículas no início e após os 2 s.
 - c) a variação da quantidade de movimento de cada partícula.

- 4.30.** Dois objectos, A e B , que se movem sem atrito numa superfície horizontal interagem. A quantidade de movimento de A é $p_A = p_0 - bt$, em que p_0 e b são constantes e t é o tempo. Calcule a quantidade de movimento de B em função do tempo se:
- B está inicialmente em repouso.
 - a quantidade de movimento inicial de B for $-p_0$.
- 4.31.** Qual é a força constante necessária para aumentar a quantidade de movimento de um corpo de 2300 kg.m.s^{-1} para 3000 kg.m.s^{-1} em 50 s ?
- 4.32.** Um automóvel com uma massa de 1500 kg e uma velocidade inicial de 60 km.h^{-1} , trava com aceleração constante, e o carro pára em 1.2 min . Calcule a força aplicada ao carro.
- 4.33.** Qual o tempo que uma força de 80 N deve ser aplicada a um corpo de 12.5 kg , de forma a pará-lo, se a sua velocidade inicial for de 72 km.h^{-1} ?
- 4.34.** Um corpo com uma massa de 10 g cai de uma altura de 3 m sobre um monte de areia. O corpo penetra 3 cm na areia antes de parar. Qual a força que a areia exerceu sobre o corpo ?
- 4.35.** Uma massa de 200 g move-se com velocidade constante $\vec{v} = 50\hat{i} \text{ (cm.s}^{-1}\text{)}$. Quando a massa se encontra em $\vec{r} = -10\hat{i} \text{ (cm)}$, uma força constante $\vec{F} = -400\hat{i} \text{ (N)}$ é aplicada ao corpo. Determine:
- o tempo que a massa demora a parar.
 - a posição da partícula no instante em que pára.
- 4.36.** Um corpo de massa m move-se ao longo do eixo dos xx de acordo com a lei $x = A.\cos(\omega t + \phi)$ em que A , ω e ϕ são constantes.
- Calcule a força que actua no corpo em função da posição.
 - Qual a direcção da força quando x é positivo? E quando x é negativo ?

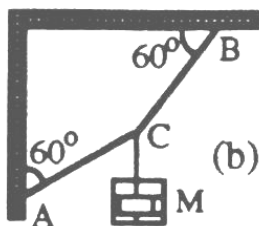
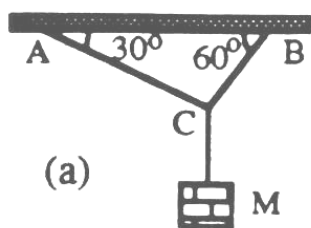
CAPÍTULO V - ESTÁTICA

Questões

- 5.1.** Dê exemplos de corpos que não estejam em equilíbrio (estático e dinâmico), mesmo com a resultante de todas as forças que nele actuam sendo nula.
- 5.2.** Se um corpo não está em equilíbrio de translação, o momento das forças em torno de qualquer ponto será nulo se for nulo o momento das forças em relação a um ponto particular?
- 5.3.** Qual é mais provável que rebente com o uso: uma rede fortemente esticada entre duas árvores ou um rede frouxa ? Prove a sua resposta.
- 5.4.** Uma escada está em repouso, com a sua extremidade superior encostada a uma parede e a inferior apoiada no solo. Será mais provável que ela escorregue quando uma pessoa estiver de pé no topo da escada ou no degrau inferior ? Explique.
- 5.5.** Um quadro está suspenso numa parede por dois fios. Que orientação devem ter os fios para que a tracção seja mínima ? Explique como é possível o equilíbrio com qualquer número de orientações e tracções, embora o quadro tenha massa definida.

- 5.6. Mostre como usar um dinamómetro para pesar objectos cujos pesos estejam bem para além da leitura máxima da escala do instrumento.
- 5.7. Explique, usando forças e momento de forças, como uma árvore pode manter o equilíbrio num dia de vento muito forte.
- 5.8. Discuta as condições de estabilidade de uma escada encostada a uma parede. Considere a possibilidade de atrito, i) só no solo, ii) só na parede e iii) em ambos. Faça referência ao que sucede à medida que uma pessoa sobe a escada.

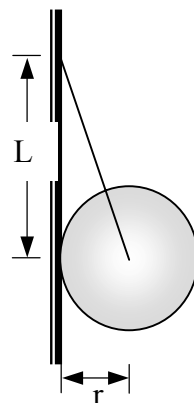
Problemas



- 5.9. Determine as tensões nas cordas AC e BC sabendo que M pesa 40 N.

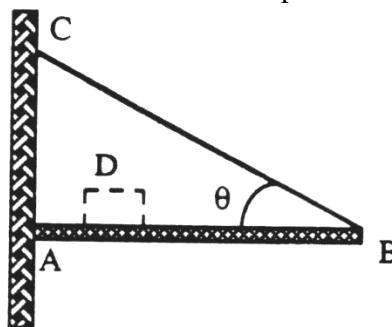
- 5.10. Uma esfera uniforme de peso P e raio r está segura por uma corda fixa a uma parede sem atrito a uma distância L acima do centro da esfera, tal como ilustrado na figura. Determine:

- a) a tracção na corda;
b) a força exercida pela parede sobre a esfera.

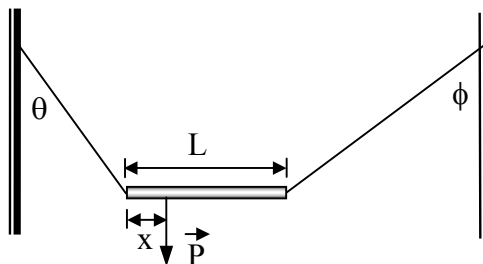


- 5.11. Encosta-se a extremidade A de uma barra de massa M e comprimento 2 m a uma parede vertical; a outra extremidade, B , prende-se à corda BC de peso desprezável. O coeficiente de atrito entre a barra e a parede é 0.4.

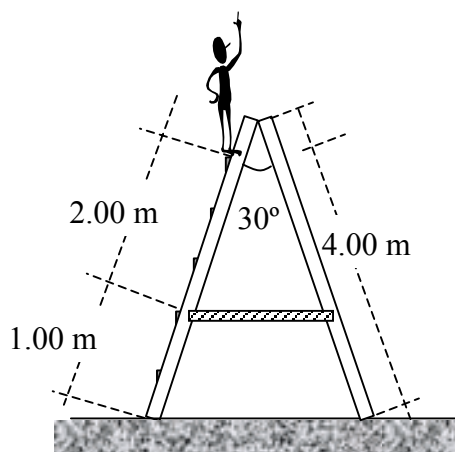
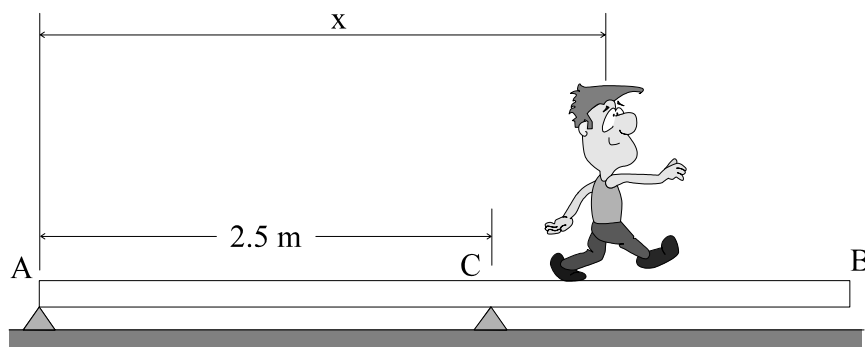
- a) Qual o valor máximo de θ que permite o equilíbrio da barra na posição horizontal?
b) Supondo $\theta = 20^\circ$, qual será o menor valor da distância x que permite manter o equilíbrio quando se coloca o objecto D de massa igual à da barra sobre ela?



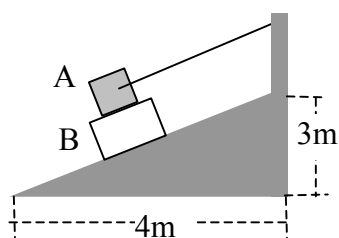
- 5.12. Uma barra não uniforme de peso P está suspensa, em repouso, na posição horizontal, por duas cordas leves como indica a figura. O ângulo que uma das cordas forma com a vertical é de $\theta = 40^\circ$ e o que a outra corda forma com a vertical é de 50° . Se o comprimento da barra for $L = 6.2$ m, calcule a distância x da sua extremidade esquerda ao centro de gravidade.



- 5.13.** A barra uniforme AB representada na figura tem 4.0 m de comprimento e pesa 100 kgf. O ponto C é fixo e a barra pode rodar em torno deste ponto. A barra está em repouso sobre o ponto A . Um homem com um peso de 75 kgf caminha sobre a barra a partir do ponto A . Calcule a distância máxima que o homem pode andar a partir de A , e ainda manter a barra em equilíbrio. Faça um gráfico da reacção no ponto A em função da distância x .

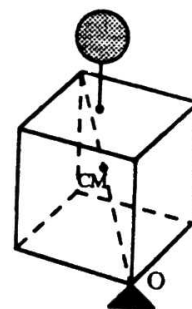


- 5.14.** A escada mostrada na figura está colocada numa superfície plana sem atrito. As massas da escada e do homem são 20.0 kg e 80.0 kg, respectivamente, sendo a massa da travessa desprezável. Determine o módulo da força que a travessa deverá exercer na escada para impedir a sua queda.



- 5.15.** Os blocos representados na figura encontram-se em equilíbrio. Determine o coeficiente de atrito entre os dois blocos, sabendo que $m_A = 40 \text{ Kg}$, $m_B = 20 \text{ Kg}$ e o coeficiente de atrito entre a mesa e o bloco B é 0.3.

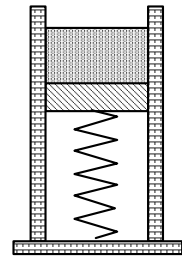
- 5.16.** Um cubo de densidade uniforme, com 2 m de lado, pesando 10 kgf, apoia-se num dos seus vértices. Onde se deve prender um balão cheio de gás (que apresenta uma capacidade de ascensão expressa por uma força de 8 kgf) de tal modo que o cubo flutue na posição horizontal mostrada na figura? Qual é a força em O ?



CAPÍTULO VI - TRABALHO E ENERGIA

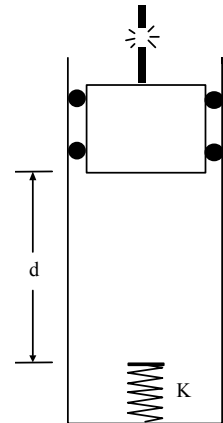
6.1. Um bloco de 2 kg está em repouso sobre a mola de constante elástica 400 N/m. Um outro bloco de 4 kg é colocado em cima do bloco de 2 kg de modo a tocar na sua superfície e é libertado. Determine:

- a) a velocidade máxima atingida pelos blocos.
- b) a força máxima exercida sobre os blocos.

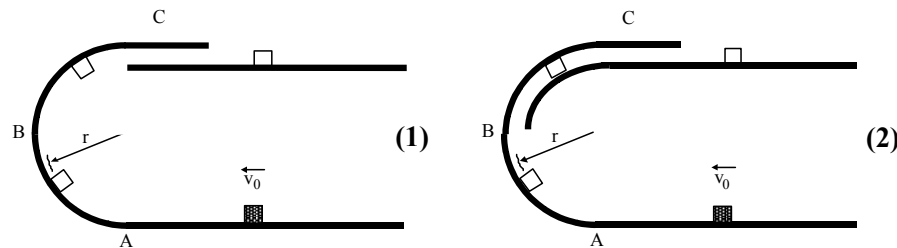


6.2. O cabo de um elevador de 3000 kg quebra-se quando ele está parado no segundo andar, de modo que o piso do elevador se encontra a uma distância $d = 7.5$ m acima do nível superior da mola (de constante igual a 2×10^6 N/m) representada na figura. Um dispositivo de segurança aperta os trilhos que servem de guia ao elevador, de modo que surge uma força de atrito de 6×10^3 N que se opõe ao movimento do elevador.

- a) Ache a compressão máxima da mola.
- b) Calcule a velocidade do elevador quando a mola retoma a sua posição de equilíbrio.



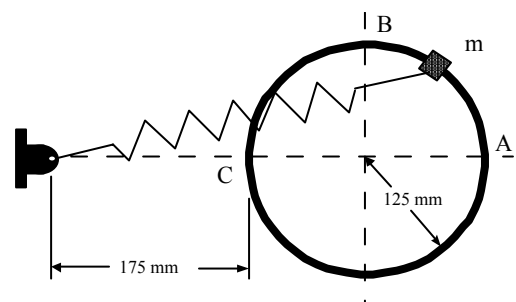
6.3. Um pequeno pacote de massa m é projectado do ponto A dum laço de retorno vertical, com velocidade v_0 . O pacote viaja sem atrito ao longo da circunferência de raio r e é depositado



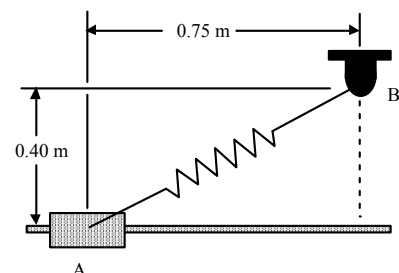
na superfície horizontal em C. Para as duas trajetórias representadas determine:

- a) a menor velocidade v_0 para que o pacote atinja a superfície horizontal em C.
- b) a força correspondente exercida pela curva sobre o pacote quando ele passa no ponto B.

6.4. Um colar com 1.5 kg está preso a uma mola e desliza sem atrito ao longo da barra circular que se mostra na figura e que se encontra num plano horizontal. A mola, cuja constante elástica é de 400 N/m, está indeformada quando o colar está em C. Se o colar for libertado do repouso em B determine a sua velocidade quando passar pelo ponto C.

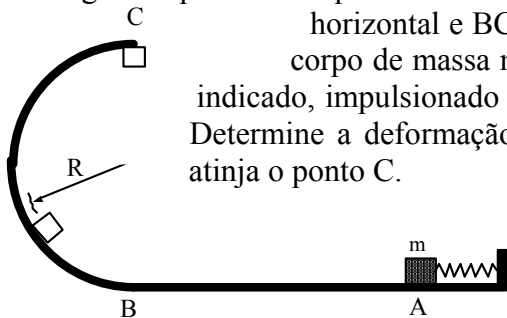


6.5. A mola AB, de constante elástica igual a 1.2×10^3 N/m, está presa ao colar A, de 20 N, que se move livremente ao longo da barra horizontal, como se pode ver na figura. O comprimento da mola não deformada é de 0.25 m. Se o colar é libertado do repouso na posição representada na figura, determine a máxima velocidade alcançada pelo colar.

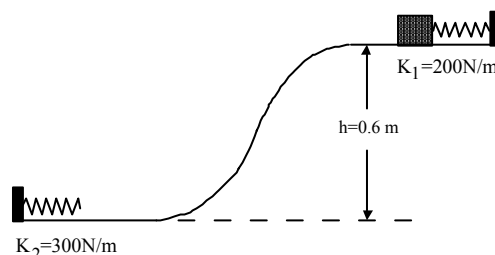


- 6.6. Considere de novo a situação descrita no problema 6.4 e admita que o colar tem um movimento contínuo, embora não uniforme, ao longo da barra. Se a velocidade do colar em A for metade da sua velocidade em C, determine:
- a) a velocidade em C.
 - b) a velocidade em B.

- 6.7. A figura representa o perfil de uma superfície lisa, em que AB é um troço rectilíneo horizontal e BC é uma semi-circunferência vertical de raio 0.5 m. Um corpo de massa $m = 0.1$ kg é posto a deslizar, sem atrito, sobre o perfil indicado, impulsionado inicialmente pela mola de constante elástica 600 N/m. Determine a deformação mínima da mola que é necessária para que o corpo atinja o ponto C.



- 6.8. A mola 1 é comprimida de 0.2 m e é então largada empurrando o corpo de massa 1 kg. Considerando desprezável o atrito, determine a deformação máxima que o corpo provoca na mola 2.



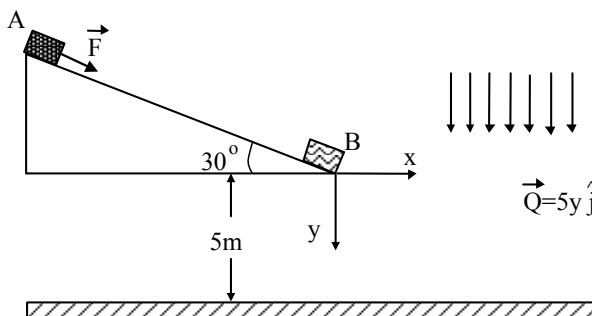
- 6.9. Mostre que $\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$ (N) é um campo de forças conservativo.
- Determine o potencial num ponto P (x,y,z).
 - Calcule o trabalho realizado sobre uma partícula desde o ponto (1, -2, 1) até ao ponto (3,1,4).

- 6.10. Seja a força $\vec{F} = 7\hat{i} - 6\hat{j}$ (N).

- Calcule o trabalho realizado por esta força quando uma partícula vai da origem, O, até R = (-3, 4, 16) m. Será necessário especificar a trajectória seguida pela partícula?
- Calcule a potência média sabendo que a partícula demorou 0.6 s a ir de O a R.
- Se F for a única força a actuar sobre a partícula, qual é a variação da sua energia cinética ao ir de O para R?
- Qual a diferença de energia potencial entre os pontos O e R?
- Calcule a energia potencial no ponto P (7, 16, -42) m.

- 6.11. Considere uma pequena caixa, de massa igual a 100 g, que inicia em A, com velocidade nula, o seu movimento ao longo do plano AB. Considere que não existe atrito entre a caixa e o plano, mas que durante todo o percurso AB, que demora 2 s a ser percorrido, a caixa fica sujeita, para além do seu peso, a uma força $F = 2t$, com a direcção e o sentido que se mostram na figura. Ao chegar a B, a caixa choca inelasticamente com uma segunda caixa idêntica, que se encontrava aí parada. O conjunto cai, então, de uma altura de 5 m até atingir o solo. Durante a queda fica sujeito, para além do seu peso, a uma força vertical (por exemplo criada por um túnel de vento) que se pode representar por $\vec{Q} = 5y\hat{j}$ (Nota: Considere o sistema de eixos representado na figura). Calcule:

- A velocidade com que a primeira caixa vai chocar com a que se encontra parada em B.



- b) A velocidade com que o conjunto abandona o plano inclinado. Escreva esta velocidade na forma vectorial.
- c) A velocidade com que o conjunto atinge o solo. Escreva também esta velocidade na forma vectorial.
- d) A aceleração do conjunto quando ele atinge o solo. Escreva também esta aceleração na forma vectorial.

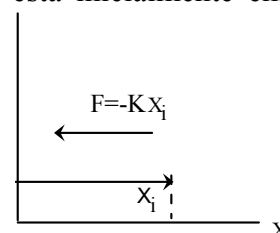
CAPÍTULO VII - MOVIMENTO OSCILATÓRIO

7.1. Uma mola sofre um alongamento de 7.5 cm do seu estado de equilíbrio quando se lhe aplica uma força de 1.5 N. Liga-se uma massa de 1 kg à sua extremidade que, sendo afastada de 10 cm da sua posição de equilíbrio, ao longo de um plano horizontal, sem atrito, e então solta, executa um movimento harmónico linear.

- a) Calcule a constante elástica da mola.
- b) Qual é a força exercida pela mola sobre a massa, no momento em que é solta ?
- c) Qual é o período de oscilação do corpo ?
- d) Qual é a amplitude do movimento ?
- e) Qual é a equação de movimento do corpo ?
- f) Qual é a velocidade e qual a aceleração máxima do corpo vibrante ?
- g) Qual é a velocidade, aceleração, energia cinética e potencial quando o corpo se encontra a meio caminho entre a sua posição inicial e a posição de equilíbrio.
- h) Calcular a energia total do sistema oscilante.

7.2. Uma partícula de massa igual a 2 kg move-se ao longo do eixo dos xx atraída para a origem por uma força cuja intensidade é numericamente igual a $8x$. Se ela está inicialmente em repouso, a uma distância de $x = 20$ m, determine:

- a) A equação diferencial e condições iniciais que descrevem o movimento.
- b) A posição da partícula em qualquer instante.
- c) A amplitude, o período e a frequência de vibração.



7.3. Considere as vibrações $x_1 = A_1 \cos(\omega t)$ e $x_2 = 2A_1 \cos(\omega t + \varphi)$.

Determinar o valor de φ para o qual a vibração resultante ($x = x_1 + x_2$) tem uma amplitude $A = 2A_1$. Nestas condições qual a diferença de fase entre x e x_1 ?

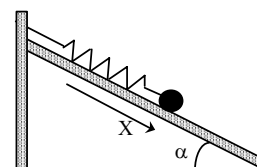
7.4. Faça a composição gráfica das seguintes funções sinusoidais, e determine a equação da sua trajectória:

- a) $x(t) = A \cos(\omega t)$, $y(t) = B \cos(\omega t + \varphi)$
[Considere as situações: $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, $\varphi = \pi$, $\varphi = 3\pi/2$]
- b) $x(t) = \cos(2t)$, $y(t) = \cos(4t)$

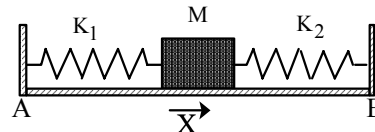
7.5. O pêndulo de Foucault da Universidade de Clemson, é um pêndulo simples colocado numa torre que se estende desde o topo do edifício da Física até ao piso térreo, quatro andares mais abaixo. A um estudante é dado um cronómetro e pede-se-lhe que determine a altura do edifício. Como deveria proceder para tal ?

7.6. A partícula de massa m oscila num plano inclinado (ver figura) sujeita à acção de uma força elástica ($F = -kx$; $k > 0$) e do seu próprio peso.

- a) Verifique que a posição de equilíbrio da partícula é $x_0 = (mg/k) \cdot \sin(\alpha)$.
- b) Determine a frequência angular do movimento da partícula.

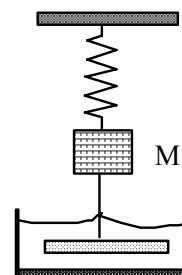


- 7.7. Um corpo de massa M executa oscilações longitudinais sem atrito sobre o plano AB e sob a acção de duas molas elásticas. Sabendo que $M = 2 \text{ kg}$, e que, se for aplicada a cada uma das molas de constantes k_1 e k_2 , uma força de 2 N , estas sofrem alongamentos de 5 e 10 cm , respectivamente, determine a equação do movimento da massa M e a frequência do movimento. [Condições iniciais: M foi afastada 10 cm da sua posição de equilíbrio no sentido positivo do eixo dos xx (ver figura), e o sistema foi então solto, no instante $t = 0 \text{ s}$].



- 7.8. Uma partícula de 100 g de massa, ligada a uma mola, executa um movimento oscilatório num plano horizontal, sem atrito e possui uma energia potencial $E_p = 20 \cdot x^2 \text{ (J)}$.
- Deduza a equação diferencial do movimento.
 - Calcule o período do movimento.
 - Sabendo que a partícula parte do repouso do ponto $x = 10 \text{ cm}$, determine a posição da partícula em qualquer instante.
 - Calcule a velocidade e a aceleração da partícula quando se encontra a meio caminho entre a sua posição inicial e a posição de equilíbrio.
 - Suponha agora que o movimento passa a fazer-se num meio viscoso e que existe uma força de atrito proporcional à velocidade ($F_a = -b \cdot v$). Sabendo que após três oscilações a amplitude se reduz a $1/10$ do seu valor inicial, determine o coeficiente de amortecimento do meio.

- 7.9. Considere o sistema oscilatório representado na figura. O corpo M tem massa 1.5 kg e mola tem constante elástica $k = 6 \text{ N/m}$. O sistema é abandonado após a mola sofrer um alongamento de 12 cm . Sabendo que o coeficiente de amortecimento é igual a 0.2096 kg/s , obtenha:
- A equação diferencial do movimento.
 - O número de oscilações executadas pelo sistema durante o intervalo de tempo necessário para que a amplitude se reduza a um terço do seu valor inicial.



- 7.10. Um pêndulo simples com a massa de 1 kg tem um período de 2 segundos e uma amplitude de 5 cm . Oscilando livremente no ar a amplitude cai para 3.75 cm no final de 10 períodos. Calcular a potência que é necessário aplicar para manter a amplitude constante.

Soluções

I. Grandezas, Unidades e dimensões

- 1.1. $2 \times 10^3 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.
 1.2. iii)
 1.3. 1.609 km.
 1.4. $\sqrt{2}$.
 1.5. a) 88 pés/s; b) 27.8 m/s.
 1.6. $2.4 \times 10^{-12} \text{ m}$.
 1.7. a) $\text{L}^3/(\text{MT}^2)$; b) adim.
 1.8. a) $\text{C}_1 (\text{m})$; $\text{C}_2 (\text{m/s})$; b) $\text{C}_1 (\text{m/s}^2)$; c) $\text{C}_1 (\text{m/s}^2)$.
 1.9. a) $\text{M}/(\text{LT})$; b) $\eta (\text{S.I.}) = 10\eta (\text{C.G.S.})$.
 1.10. ML^2/T^2 , Joule
 1.11. a) $\text{C}_1 (\text{m})$; $\text{C}_2 (\text{m/s})$; $\text{C}_3 (\text{m/s}^2)$; $\text{C}_4 (\text{m})$; C_5 (adim); b) $\text{C}_1 (\text{m})$; $\text{C}_2 (\text{s}^{-1})$.
 1.12. a) $13.89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
 1.13. a) $2 \times 10^6 \text{ dine}$; b) 9.8 N.
 1.14. $n = 2$.

II. Cálculo Vectorial

- 2.1. a) S 36.87° W; b) 5 km.
 2.2. $\Delta \vec{r} = 31.07\hat{i} + 62.77\hat{j}$; N 63.7° E.
 2.3. A
 2.4. a) $\vec{A} + \vec{B} = 2\hat{i}$; b) $\vec{A} - \vec{B} = 3.46\hat{j}$;
 $\vec{B} - \vec{A} = -3.46\hat{j}$.
 2.5. a) $a_x = 2.5$; $a_y = 4.3$; b) $0.5\hat{i} + 9.3\hat{j}$, 9.31
 2.6. a) $-\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$; $2\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$;
 b) $2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$; $4\hat{i} - 4\hat{k}$; 4.9; 5.7.
 c) $\hat{A} = (1/\sqrt{14}) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$;
 $\hat{B} = (1/\sqrt{14}) \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$
 d) 2; 4; 81.77°
 e) $(1/7) \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$; $(1/7) \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$
 f) $\vec{A} \times \vec{B} = 8\hat{i} + 8\hat{j} + 8\hat{k}$; $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$
 2.7. 10.8
 2.8. 90° .
 2.9. $|\vec{v}_x| = 4$; $|\vec{v}_y| = 3$; $|\vec{v}_z| = 12$; $\alpha_x = 72^\circ$; $\alpha_y = 76.7^\circ$
 2.10. a) $0.41\hat{i} + 0.41\hat{j} + 0.82\hat{k}$.
 b) i) $1/\sqrt{6}$; ii) $\sqrt{11/6}$
 2.11. a) $\vec{F}_R = 20\hat{i} + 9.3\hat{j} (\text{N})$; $|\vec{F}_R| = 22.1 \text{ N}$; $\alpha = 25^\circ$
 b) $\vec{F}_R = 2.8\hat{i} - 9\hat{j} (\text{N})$; $|\vec{F}_R| = 9.43 \text{ N}$; $\alpha = -72.7^\circ$
 c) $\vec{F}_R = -28.1\hat{i} + 24.5\hat{j} (\text{N})$; $|\vec{F}_R| = 37.3 \text{ N}$; $\alpha = 131.1^\circ$
 2.12. a) - 52.8 N; 113.3 N; 216.5 N.
 b) 102.2° ; 63.1° ; 30° .
 c) 181.2 N; 66 N; 229.8 N; 52.8° ; 77.3° ; 40° .
 2.13. $\vec{R} = 3.22\hat{i} - 2.33\hat{j} (\text{N})$; $\vec{M}_F^A = -1.4\hat{k} (\text{N} \cdot \text{m})$;
 $\vec{M}_F^B = -0.47\hat{k} (\text{N} \cdot \text{m})$; $\vec{M}_F^G = -1.9\hat{k} (\text{N} \cdot \text{m})$.
 2.14. $\vec{F}_R = 9.5\hat{i} - 20\hat{j} (\text{N})$; $y = 3.68 - 2.10x$
 2.15. 6600 dine; $x_C = 77.3 \text{ cm}$.

- 2.16. a) - $50 \hat{j} (\text{N})$; b) - $170 \hat{k} (\text{N})$; c) $x_C = 3.4 \text{ m}$, $y_C = 6.4 \text{ m}$; d) Sim, colocar a resultante no ponto (3.4, 6.4).

III. Cinemática

- 3.1. 36 km/h.
 3.2. a) $\Delta s = 150 \text{ m}$; $|\Delta \vec{r}| = 50 \text{ m}$; b) 1.19 m/s.
 3.3. a) i) [2, 3] s; ii) [6, 7] s; b) - 5 m/s^2 ; c) $\Delta s = 12.5 \text{ m}$, $|\Delta \vec{r}| = 7.5 \text{ m}$; d) $t = 4 \text{ s}$, 25 m, para N.
 3.4. a.1) $+x \rightarrow t \in [0, 0.8] \cup [1.8, 2.2] \cup [2.8, 3.2]$.
 $-x \rightarrow t \in [2.2, 2.8]$
 a.2) $a = 0 \text{ m/s}^2$.
 a.3) $t = 0.3 \text{ s}$; $t = 2.7 \text{ s}$; $t = 3 \text{ s}$.
 a.4) $v = 0 \rightarrow t \in [0.8, 1.8]$
 3.5. a) $t \in [34, 44]$; b) 516 m.
 3.6. a) $t = 2 \text{ s}$ e $t = 4 \text{ s}$; b) $x = 10 \text{ mm}$; $\Delta x = 18 \text{ mm}$;
 $\Delta s = 22 \text{ mm}$
 3.7. $v = -4 \text{ m/s}$; $x = 12 \text{ m}$; $d = 20 \text{ m}$.
 3.8. a) $t = 0$ e $t = 4 \text{ s}$; b) 672.5 m.
 3.9. a) $x(t = 2) = 35.2 \text{ m}$; $x(t = 10) = 17.6 \text{ m}$.
 b) $\Delta s = 18.4 \text{ m}$.
 3.10. b) - 1 m; c) - 9 m; d) 4 m/s^2 .
 3.11. a) $y = 2x^2/3 + 2$; d) 26.7 m; e) 2 m, $t = 0 \text{ s}$.
 3.12. a) 18.4 m; b) $\vec{v} = -6\hat{i} + 12\hat{j} \text{ m/s}$; $\vec{a} = -6\hat{i} + 10\hat{j} \text{ m/s}^2$; c) ; d) 201 m.
 3.13. a) $\vec{r}_0 = -5\hat{i}$; b) $5/8 \text{ s}$; c) $\vec{v} = 8\hat{i} + (-10t + 8)\hat{j}$; d) $\vec{a} = -10\hat{j}$; e) $y = -(x+5)^2/64 + (x+5)$
 3.14. a) $(t+10)\hat{i} + (3/2)t^2\hat{j} + 2t^2\hat{k}$;
 $d = \sqrt{(t+10)^2 + (1.5t^2)^2 + (2t^2)^2}$.
 b) $\vec{a} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$; $\vec{a}_t = [25t/(1+25t^2)]\vec{v}$;
 $\vec{a}_n = (-25t\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})/(1+25t^2)$
 3.15. a) $(6 - 2e^{-t})\hat{i} + [5\text{sen}(t) - 3]\hat{j} + [3\cos(t) - 1]\hat{k}$
 b) $(6t + 2e^{-t} - 1)\hat{i} + [2 - 5\cos(t) - 3t]\hat{j} + [3\text{sen}(t) - t + 2]\hat{k}$
 3.16. a) 7.9 s; b) 187.3 m; c) 29.6 m/s.
 3.17. 40.7 m; 28.2 m/s.
 Projécteis
 3.27. a) 19.8 m/s.
 b) 39.6 m.
 c) 17.2 m/s.
 d) 2.013s, 29.73 m/s
 3.28. a) Sim; b) 7.01 m.
 3.29. $-0.081 \text{ m} \leq d \leq 0.529 \text{ m}$
 3.30. 221.92 m
 3.31. a) 10 s.
 b) 590 m.
 c) 21 s.
 d) -107.54 m/s.
 3.32. 21.36 m/s.
 3.33. $\alpha = 26^\circ$, $v_0 = 2.94 \text{ m/s}$
 3.34. $h = 145.515 \text{ m}$

Movimento circular

- 3.35. **a)** 10.8 rad/s²; **b)** 4.64 s; **c)** 5.80 s; **d)** 29 rot.
 3.36. 16.7 s.
 3.37. **a)** $\vec{v}(t) = -20\text{sen}(5t - \pi/3)\hat{j} + 20\cos(5t - \pi/3)\hat{k}$;
 $\vec{a}(t) = -100\cos(5t - \pi/3)\hat{j} - 100\text{sen}(5t - \pi/3)\hat{k}$
 $v = 20 \text{ m/s}$; $a = 100 \text{ m/s}^2$.
b) 90°.
c) $a_t = 0$; $\vec{a}_n = \vec{a}$; M.C.U.
d) $x = 2 \text{ m}$, $y^2 + z^2 = 16$
 3.38. 3.94 m.
 3.39. **a)** 4 m/s; **b)** 4 m/s²; **c)** 601.6°; **d)** 5 rad/s; 1 rad/s²;
e) $-1.51\hat{i} + 3.3\hat{j}$.
 3.40. **a)** 1.324 s; **b)** 2.08 m/s; 0.34 m/s².
 3.41. **a)** $t_A = \sqrt{2} \text{ s}$; $t_B = 2.02 \text{ s}$
b) $\vec{r}_1 = \hat{i} + 1.732\hat{j}$; $\vec{r}_2 = 3.464\hat{i} + 2\hat{j}$.
c) $\vec{r}_1 = -8.56\hat{i} - 9.56\hat{j}$; **d)** $2\hat{i} - 12.76\hat{j}$.

Movimento Relativo

- 3.49. 5.05 m/s; $\alpha = 124.2^\circ$.
 3.50. $\vec{v}_{AC} = 3\hat{i} - 3\hat{j}$.
 3.51. **a)** 45.6°; 0.49 m/s; 102 s.
b) 0.86 m/s; 71.4 s; 35.7 m.
 3.52. **a)** 54 km/h; 9 km/h; **b2)** 833.3 m.
 3.53. 38.9 m/s.
 3.54. **a)** 333 m/s; **b)** 383 m/s.
 3.55. 71.6°.
 3.56. 3.2 m/s; $\alpha = -98.7^\circ$.
 3.57. **a)** $v_0 = \sqrt{136} \text{ m/s} \cong 11.7 \text{ m/s}$.
b) 12.8 m.
c) 42.96°.
 3.58. **a)** -36°, 780.5 m
b) 200.5 s.

IV. Dinâmica

- 4.14. $\vec{a} = 0.75\hat{i} + 0.5\hat{j}$
 4.15. **a)** m/s²; **b)** $T_1 = 20 \text{ N}$, $T_2 = 50 \text{ N}$, $T_3 = 100 \text{ N}$.
 4.16. **a)** 882 N; **b)** 882 N; **c)** 1152 N; **d)** 612 N; **e)** 0
 4.17. **a)** 0.7 m/s²; **b)** 5.8 N.
 4.18. $a_A = 0.17 \text{ m/s}^2$, $a_B = 1.12 \text{ m/s}^2$, $F_{AB} = 0 \text{ N}$.
 4.19. **a)** 3.06 s; 2.81 s; **b)** 6.12 s; 5.61 s.
 4.20. **a)** $a_T = 0.89 \text{ m/s}^2$, $a_A = 1.78 \text{ m/s}^2$.
b) $v_T = 2.3 \text{ m/s}$; $v_A = 4.6 \text{ m/s}$; **c)** 380 N.
 4.21. **a)** 4/3 s; **b)** $\vec{v} = 152.7\hat{i} + 102.3\hat{j} - 253.1\hat{k} \text{ m/s}$
 4.22. 1.92 m/s.
 4.23. **a)** 15 kg; **b)** 0.2 g.
 4.24. $v \geq 2.71 \text{ m/s}$.
 4.25. **a)** 0.50; **b)** 12.5°.
 4.26. **a)** 0.47 m/s; **b)** 2.2 m/s²; **c)** $2.2 \times 10^{-3} \text{ N}$; **d)** 0.34
 4.27. **a)** 0.128; **b)** 5.65 cm.
 4.28. 22.36 m/s.
 4.29. **a)** 13.6 m/s; $\alpha = 48.6^\circ$.
b) $\vec{p} = 19.2\hat{i} - 8\hat{j} \text{ N.s}$.
c) $\Delta\vec{p}_1 = -14.4\hat{i} + 8.3\hat{j} \text{ N.s}$; $\Delta\vec{p}_2 = -\Delta\vec{p}_1$

- 4.30. **a)** bt; **b)** $-p_0 + bt$.
 4.31. 14 N.
 4.32. -347.2 N.
 4.33. 3.125 s.
 4.34. 9.9 N.
 4.35. **a)** $2.5 \times 10^{-4} \text{ s}$; **b)** $x = -9.994 \text{ cm}$.
 4.36. **a)** $-m\omega^2 x$; **b)** $x > 0 \Rightarrow F < 0$; $x < 0 \Rightarrow F > 0$.

V. Estática

- 5.9. (a) $T_{AC} = 20 \text{ N}$; $T_{BC} = 34.6 \text{ N}$.
 (b) $T_{AC} = 40 \text{ N}$; $T_{BC} = 69.3 \text{ N}$.
 5.10. **a)** $P/L(\sqrt{L^2 + r^2})$; **b)** Pr/L .
 5.11. **a)** 21.8°; **b)** 1.09 m de B.
 5.12. 2.562 m.
 5.13. 3.17 m.
 5.14. 122.5 N.
 5.15. $\mu_{\text{bloco}} = 0.225$.
 5.16. 1.77 m de O; 2 kgf.

VI. Trabalho & energia

- 6.1. **a)** 0.8 m/s; **b)** 98 N
 6.2. **a)** 0.43 m; **b)** 10.6 m/s
 6.3. **a)** $(\sqrt{5gr}, \sqrt{4gr})$; **b)** (3mg, 2mg)
 6.4. 2.45 m/s
 6.5. 14.1 m/s
 6.6. **a)** 4.71 m/s; **b)** 4.02 m/s
 6.7. 0.064 m
 6.8. 0.26 m
 6.9. **a)** $E_p = -x^2y - xz^3 \text{ J}$; **b)** 202 J
 6.10. **a)** -45 J; **b)** 75 W; **c)** -45 J; **d)** 45 J; **e)** 47 J
 6.11. **a)** 49.8 m/s; **b)** $\vec{v} = 21.56\hat{i} + 12.45\hat{j} \text{ m/s}$; **c)**
 $\vec{v} = 21.56\hat{i} + 29.63\hat{j} \text{ m/s}$;
d) $\vec{a} = 134.8\hat{j} \text{ m/s}^2$

VII. Movimento Oscilatório

- 7.1. **a)** 20 N/m; **b)** 2 N;
c) 1.4 s; **d)** 0.1 m;
e) $x(t) = 0.1\text{sen}(4.5t + \pi/2) \text{ m}$; **f)** 0.45 m/s, 2.0 m/s²
g) 0.39 m/s, 1.01 m/s², 0.076 J, 0.025 J
h) 0.100 J
 7.2. **a)** $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$, $x_0 = 20 \text{ m}$;
b) $x(t) = 20\text{sen}(2t + \pi/2) \text{ m}$
c) $A = 20 \text{ m}$, $T = \pi \text{ s}$; $f = 1/\pi \text{ s}^{-1}$
 7.3. $\pm 104.5^\circ$, $\pm 75.5^\circ$
 7.6. **b)** $\omega^2 = K/m$
 7.7. $x(t) = 0.1 \text{sen}(\sqrt{30}t + \pi/2) \text{ m}$
 7.8. **b)** $\pi/10 \text{ s}$; **c)** $x(t) = 0.1\text{sen}(20t + \pi/2) \text{ m}$
d) $v = -1.73 \text{ m/s}$, $a = 20 \text{ m/s}^2$ **e)** $\gamma = 0.2425 \text{ s}^{-1}$.
 7.9. **b)** 5
 7.10. $2.7 \times 10^{-4} \text{ W}$