

Complementos de Análise Matemática BMestrado Integrado em Eng.^a de Comunicações, Mestrado Integrado em Eng.^a Electrónica Industrial e Computadores**Exame de Recurso – 17 Fev 2011**

Duração: 2 horas

Nome: _____ N.º _____ Curso: _____

(cotação: 1a) 3,5 valores, 1b) 1,5 valores)

1a) Determinar uma solução do PVI

$$y(1 + \ln x)dx + (x \ln x - \sin y)dy = 0, \quad x > 1; \quad y(1) = 0,$$

e mostrar que a solução obtida verifica-o formalmente;

1b) Mostrar que a EDO $(x^2 + y)dx - xdy = 0$ é linear quando y é a incógnita e determinar um factor integrante.

(cotação: 2a) 1,5 valores, 2b) 3,5 valores)

2. Considerar a EDO $y'' - y = 2e^x - x$.

Relativamente à equação homogénea associada:

2a) Mostrar que e^x e e^{-x} formam um conjunto fundamental de soluções e escrever a respectiva solução geral;

Relativamente à equação não homogénea:

2b) Determinar uma solução particular recorrendo ao método dos coeficientes indeterminados.

(cotação: 3a) 1,5 valores, b) 3,5 valores)

3a) Determinar a transformada de Laplace da função

$$g(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1, \\ t^2, & 1 \leq t < 2, \\ t + 2, & t \geq 2. \end{cases}$$

3b) Determinar a solução do seguinte PVI usando a transformada de Laplace,

$$y'' - y = f(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1,$$

onde

$$L\{f(t)\} = \frac{e^{-s}}{s}.$$

(cotação: 4a) 3,5 valores, b) 1,5 valores)

4a) Determinar a solução do problema

$$u(x, t) : \begin{cases} x(u_x + u_t) = u, & x, t > 0, \\ u(x, 0) = 2x - 7xe^{4x}, & x > 0. \end{cases}$$

4b) Na série de Fourier em senos da função $f(x) = 1$, em $0 < x < 1$, deve ocorrer o fenómeno de Gibbs? Porquê?