

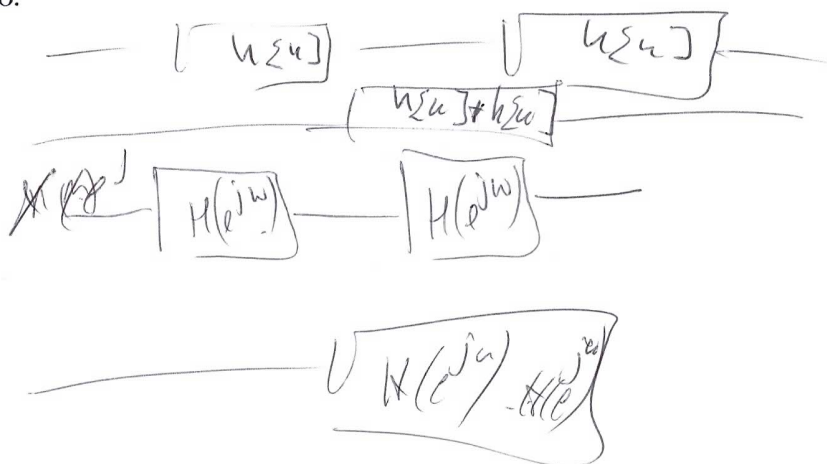
1. Determine se o sistema descrito pela equação $T\{x[n]\} = e^{x[n]}$ é estável, causal, linear e invariante à translação.
2. Enuncie em que condições um sinal contínuo pode ser representado por um discreto obtido por amostragem sem *aliasing*. Relacione os seus espectros em frequência?
3. A parte imaginária da transformada de Fourier de um sinal causal é : $X_I(e^{j\omega}) = -j \sin(\omega)$. Determine a parte real dessa mesma transformada.

4. Suponha o sistema discreto

$$y[n] = 0.25x[n] + 0.5x[n-1] + 0.25x[n-2].$$

Determine:

- a) a sua resposta em frequência $H(e^{j\omega})$.
- b) graficamente (módulo e fase) de $H(e^{j\omega})$.
- c) a resposta impulsional do sistema constituído pela associação em série de dois sistemas idênticos ao dado.



$x[n]$

06/12/2007

EXAMES ① 1ª Avaliação

[1] Determine se o sistema descrito pela equação $T\{x(n)\} = e^{x(n)}$ é estável, causal, linear e invariante à translação.

• Estabilidade: Como é um sistema não recursivo (depende apenas de entrada) o sistema é estável $|x(n)| < \infty$

• Causalidade: Como a equação só apresenta $x(n)$ como entrada, e sendo esta entrada presente (actual), então o sistema é causal.

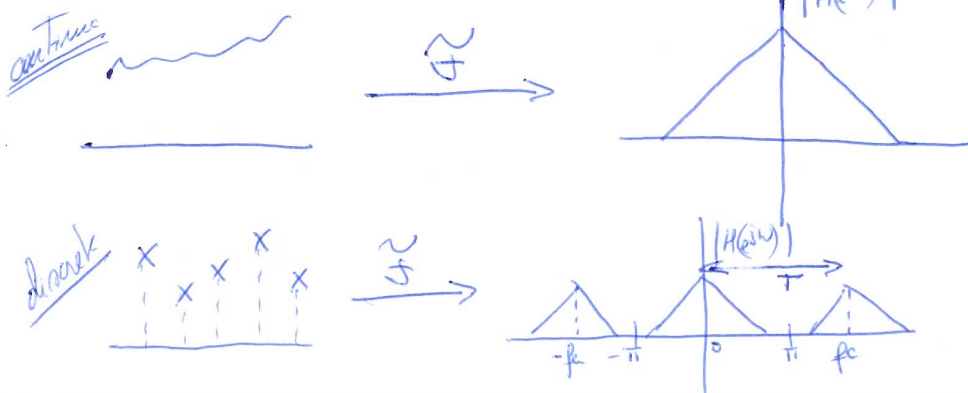
• Linearidade: $T\{\alpha_1 x_1(n) + \alpha_2 x_2(n)\} = \alpha_1 T\{x_1(n)\} + \alpha_2 T\{x_2(n)\}$
 $e^{\alpha_1 x_1(n) + \alpha_2 x_2(n)} \neq \alpha_1 e^{x_1(n)} + \alpha_2 e^{x_2(n)}$
 $\rightarrow \therefore$ não linear.

• Invariância à translação: Um sistema é invariante no tempo se ao aplicar uma translação à entrada, a saída sofre a mesma translação.

$$T\{x(n)\} = e^{x(n)}$$

$$T\{x(n-m)\} = e^{x(n-m)} = y(n-m)$$

[2] Enumere em que condições um sinal contínuo pode ser representado por um discreto obtido por amostragem sem aliasing. Relacione os seus espectros em frequência.



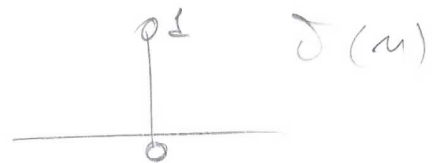
Para que o sinal seja amostrado sem aliasing deve respeitar o Teorema de sobreposição, tendo:

$$f_a = \frac{1}{T} \geq 2 f_{max}$$

[3] A parte imaginária da Transformada de Fourier de um sinal causal é:
 $X_I(e^{j\omega}) = -j \operatorname{Im}(X_R(\omega))$. Determine a parte real desse mesma transformada.

[4] Suponha o sistema discreto: $y(n] = 0,25 x[n] + 0,5 x[n-1] + 0,25 x[n-2]$
 Determine:

[a] A sua resposta em frequência $H(e^{j\omega})$.



$$h[n] = \frac{1}{4} \delta[n] + \frac{1}{2} \delta[n-1] + \frac{1}{4} \delta[n-2]$$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n] e^{j\omega n} = \frac{1}{4} e^{j\omega \cdot 0} + \frac{1}{2} e^{j\omega} + \frac{1}{4} e^{j\omega 2} =$$

$$= \frac{1}{4} e^{j\omega} (e^{j\omega} + 2 + e^{-j\omega})$$

$$= \frac{1}{4} e^{j\omega} (2 \cos(\omega) + 2) =$$

$$= \frac{1}{2} e^{-j\omega} (1 + \cos \omega) = \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \omega \right)}_{\text{Módulo}} \underbrace{e^{-j\omega}}_{\text{Fase}}$$

C.AUX

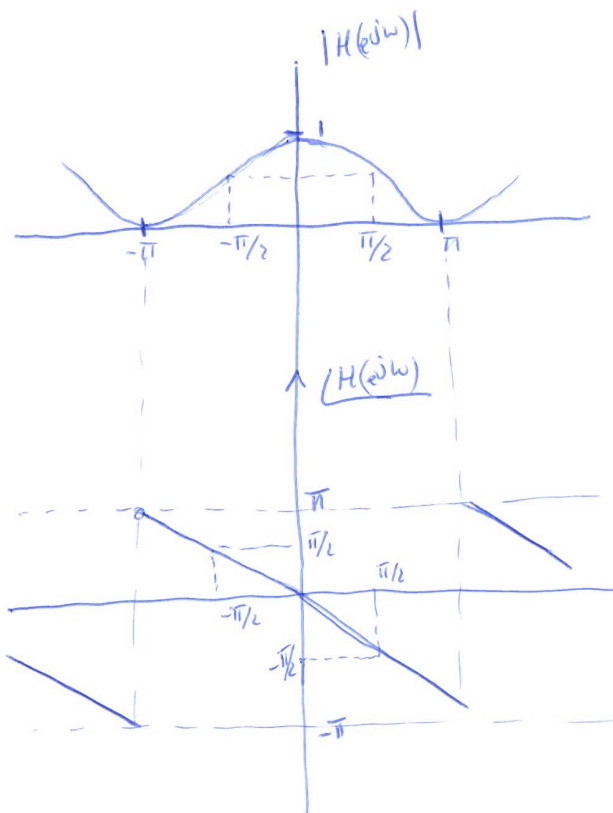
$$e^{-j\omega} \cdot e^{j\omega} = e^{(-j\omega + j\omega)} = e^0 = e^1 = 1$$

$$e^{-j\omega} \cdot e^{j\omega} = e^{(-j\omega + j\omega)} = e^0 = 1$$

$$\boxed{\phi = -\omega}$$

06/12/2007

EXAMES (2) 1ª Avaliação

b) Graficamente (módulo e fase) de $H(e^{j\omega})$ 

ω	$ H(e^{j\omega}) $
$-\pi$	0
$-\pi/2$	$1/2$
0	1
$\pi/2$	$1/2$
π	0

ω	$\angle H(e^{j\omega})$
$-\pi$	π
$-\pi/2$	$\pi/2$
0	0
$\pi/2$	$-\pi/2$
π	$-\pi$

c) A resposta impulsional do sistema constituido pelo associado em série de dois sistemas identicos ao lado