

# Trabalho de processamento digital de sinal

Nome: Rui Filipe Oliveira Costa

**Número:** 80632

Docente: Carlos Manuel Gregório Santos Lima



### Mestrado integrado em Engenharia Eletrónica e Computadores

## Índice:

- 1. Introdução
- 2. Parte Teórica
- 3. Resultados
- 4. Conclusão
- 5. Anexos



#### Introdução:

O trabalho proposto foi implementar um módulo que permitisse diminuir a frequência de amostragem através de meios digitais, evitando a ocorrência de "aliasing". O principal objetivo seria compactar ao máximo o sinal, em que isso nos traria benefícios em relação a uma menor ocupação de memoria e também exigir menos cálculos em processamento de sinal como por exemplo, filtragem. Este processo de decimação obtido pela amostragem do sinal já digitalizado requer uma ação de filtragem passa-baixo para evitar o "aliasing", processo que deve ser efetuado recorrendo aos métodos estudados: Butterworth, Chebyshev(tipo I ou II), Elíptico, Janela de Kaiser, Parks.McClellan.

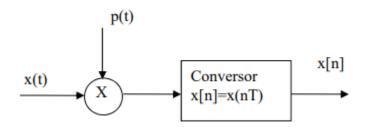
Pretende-se por isso implementar uma função cujos parâmetros de entrada são um segmento de áudio amostrado a 8 Khz e um número que é o fator de subamostragem ou período do trem de impulsos (N) do amostrador discreto. A função deve devolver áudio amostrado a Fs/N. Para fazer o processo de filtragem foi usado um filtro Elíptico.



## Mestrado integrado em Engenharia Eletrónica e Computadores

### Parte teórica:

Visto que os sinais em tempo continuo são impossíveis de introduzir em computadores, necessitamos de arranjar outra forma de representar o sinal. Para isso, passamos o sinal de tempo contínuo para tempo discreto, em que o sinal fica representado por valores com intervalos de tempo regularmente espaçados. Se pretendemos trabalhar com sinais em tempo discreto, primeiramente, devemos amostrar o seu equivalente de tempo contínuo. De modo a fazê-lo, utilizamos a teoria da amostragem de sinais que estabelece as condições para que um sinal de tempo contínuo seja representado pelas suas amostras em instantes de tempo regularmente espaçados.



X(t) - é sinal a amostrar

P(t) – é um trem de impulsos

X[n] – é o sinal discreto correspondente a x(t)

Sabe-se que a transformada da função p(t) (trem de impulsos) é dada pela equação:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta[n - nN] \xrightarrow{DTFT} \frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - \frac{2\pi k}{T})$$

A transformada de Fourier do produto de x(t) e p(t) é dado por:

$$X_a(\Omega) = \frac{1}{2\pi} X(\Omega) * P(\Omega)$$

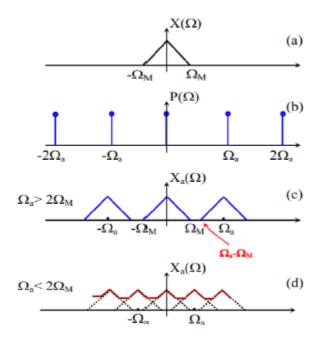
Desenvolvendo a equação anterior ficamos com: (assumindo  $\Omega = 2\pi/T$ )

$$X_{a}(\Omega) = \frac{1}{T_{a}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(\Omega - k\Omega_{a})$$



# Mestrado integrado em Engenharia Eletrónica e Computadores

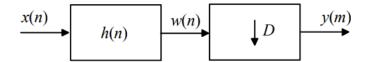
Ao representarmos  $X(\Omega)$ ,  $P(\Omega)$  e  $Xa(\Omega)$ :



Observando a figura anterior, podemos verificar que o sinal pode-se sobrepor, a este fenómeno chamamos de *aliasing*. Para que isso não aconteça, o espetro deve ser limitado na frequência máxima do sinal  $\Omega M$ . A sobreposição é evitada se a frequência de amostragem for, no mínimo, o dobro da frequência máxima do sinal. A isto chama-se teorema de Nyquist.

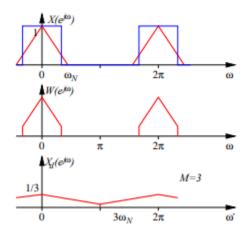
Acontecendo o *aliasing* do sinal, o espetro original desaparece e não pode ser mais recuperado a partir do sinal amostrado.

A decimação corresponde a uma diminuição da frequência de amostragem, tendo só utilidade efetiva se um sinal foi amostrado a uma taxa maior que a de Nyquist. No entanto, se um sinal foi amostrado à taxa de Nyquist e a sua largura de banda foi reduzida por um filtro discreto a sua frequência de amostragem pode ser reduzida por decimação.





O filtro discreto irá ter ganho unitário e frequência de corte  $\pi/D$ . Em que D é o fator de subamostragem usado na decimação, em que quanto maior for este, mais se reduz o número de amostras usadas para representar o sinal.



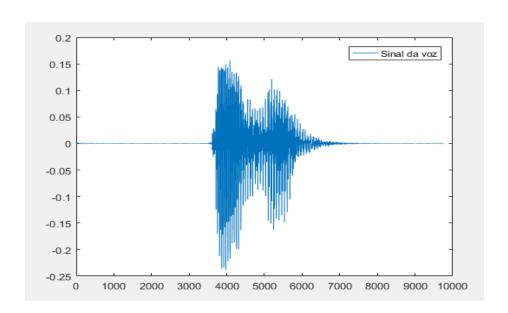
Nesta figura, verificamos a aplicação de um filtro anti-aliasing antes de ser efetuada a decimação, em que propositadamente cortamos parte do espetro do sinal para que quando ocorra a decimação não exista aliasing, o que se ocorresse perderíamos o sinal na totalidade.

Para a elaboração do projeto será projetado um filtro elíptico que apresenta uma vantagem relativamente a outros filtros:

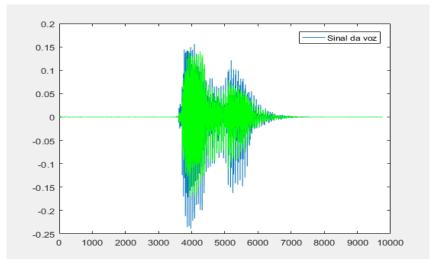
- Possuem equiripple na banda passante e de corte
- Alcançam a mínima ordem N para uma dada especificação, ou seja, alcançam a mais estreita banda de transição para uma dada ordem N

#### Resultados:

Inicialmente fez-se a gravação de um som de uma voz, com o auxilio do programa audacity. O som foi gravado a uma frequencia de 8kHz e foi utilizado um canal de 8 bits. O sinal é:

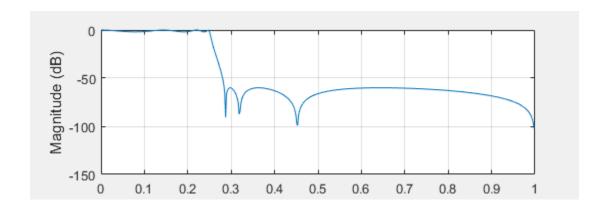


De forma a testar o filto, filtrou-se o sinal a um frequência de corte de  $\pi/4$  (N=4) obtendo-se o seguinte sinal:



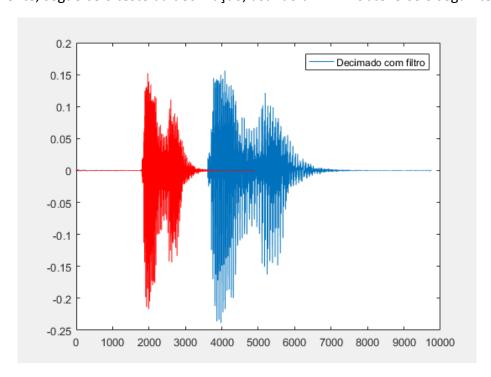


Pelo gráfico anterior, podemos ver que algumas frequências foram filtradas. De maneira a perceber que frequências foram filtradas podemos observar o seguinte gráfico, que é relativo à resposta em frequencia do filtro, em tempo discreto.

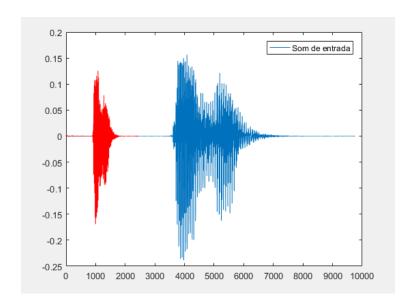


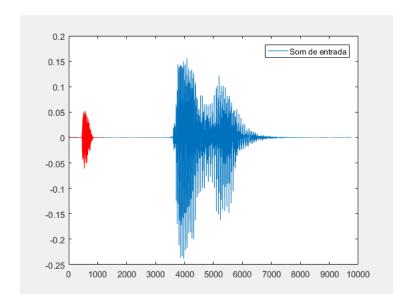
Podemos verificar que o filtro funcionou corretamente pois as frequencias a partir de  $0.25\pi = \pi/4$ .

Seguidamente, segue-se o teste da decimação, usando um N=2 obteve-se o seguinte sinal:



Depois, fez-se o teste com N=4 e N=8, obtendo-se os seguintes gráficos:





Com a observação dos graficos anteriores, podemos observar que com N=2 o sinal fica com o seu tamanho reduzido em metade, com N=4 com o seu tamanho reduzido em 4 vezes e com N=8 com o seu tamanho reduzido em 8 vezes, tal como é esperado.



#### Mestrado integrado em Engenharia Eletrónica e Computadores

#### Conclusão:

Através da elaboração deste trabalho foi possível consolidar e aperfeiçoar, de uma forma mais prática, todos os conhecimentos envolventes na redução da frequência de amostragem de um sinal. Do trabalho realizado e dos testes efetuados conclui-se que `a medida que o N, o fator de sub amostragem, aumenta, a frequência de amostragem de o sinal e a frequência de corte do filtro diminuem. Esta diminuição provoca uma compactação do sinal, fazendo com que este ocupe menos memória e que os cálculos efetuados com o mesmo sejam mais "leves". Par além disto, ao ouvir o audio inicial depois de todo o processo foi possível verificar que a voz, à medida que o N aumentava, iria ficando cada vez mais distorcida.



#### Universidade do Minho Escola de Engenharia

#### Anexos:

```
%%fator de subamostragem
N=8;
%%Frequencia de amostragem
Fs=8000;
%%Informações do som
info = audioinfo('som.wav');
disp(info);
[y, Fs] = audioread('som.wav');
%%Carateristicas do filtro
Rp=20*log(1.1);
Rs=60;
banda pass=4000/N;
banda rej=banda pass+0.2*banda pass;
wp=(banda pass)/(Fs/2);
ws=(banda rej)/(Fs/2);
[n, Wp] =ellipord(wp, ws, Rp, Rs);
[b,a]=ellip(n,Rp,Rs,Wp);
figure
freqz(b,a)
%%Aplicação do filtro
sound filtered=filter(b,a,y);
figure
plot(y);
legend('Sinal da voz');
hold on
plot(sound filtered, 'g');
result_sound = downsample(sound_filtered, N); %downsample do som de entrada filtrado
figure
plot(y);
hold on;
legend('Som de entrada');
plot(result sound, 'r')
sound(result_sound, (Fs/N));
```