Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

MIEInf

30 de outubro de 2017

[duração 2h]

# Cálculo

Teste 1

| Nome Completo | Número |
|---|---|
| | |

## JUSTIFIQUE CUIDADOSAMENTE TODAS AS SUAS RESPOSTAS

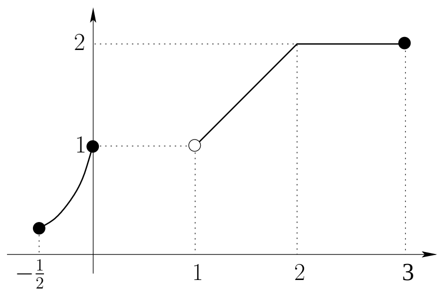
### Grupo I

RESOLVER NO ENUNCIADO

**1.** (1.5 valores) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : |2 - x^2| < 3\}$. Represente $A$ na forma de um intervalo ou de uma união de intervalos reais.

**2.** (6.5 valores) Considere a função $f : [-\frac{1}{2}, 0] \cup ]1, 3] \to \mathbb{R}$ cujo gráfico está representado na figura. No intervalo $[-\frac{1}{2}, 0]$, $f$ é definida por $f(x) = (x + 1)^2$.

(a) Indique o contradomínio da função $f$.




(b) A função $f$ é injetiva?

(c) Classifique a função $f$ quanto à derivabilidade.

(d) Determine $f'(0)$.

(e) Defina, analiticamente, um prolongamento contínuo da função $f$ ao intervalo $[-\frac{1}{2}, 3]$ e que seja derivável no ponto zero.

## Grupo II

<u>Resolver na folha de teste</u>

**1.** (1.5 valores) Resolva, em $\mathbb{R}$, $\operatorname{sen}(\arccos x) = \frac{1}{3}$.

**2.** (2 valores) Mostre que

$$\operatorname{argcosech} x \;=\; \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2}+1}\;\right), \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

**3.** (4.5 valores) Considere a função $g : \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[ \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^3+x^2}{\operatorname{sen} x}, & \text{se} \quad x \neq 0 \\ \\ 0, & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

(a) Mostre que $g$ é uma função contínua.

(b) Calcule $g'(0)$.

(c) Defina a função $g'$.

## Grupo III (4 valores)

<u>Resolver no enunciado</u>

Indique, justificando, o valor lógico de cada uma das seguintes afirmações:

**1.** Existe um conjunto $A$ tal que $A' = [0,1] \cup \{3\}$.

**2.** Se $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} |f(x)| = |\ell|$, então $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} f(x) = \ell$.

**3.** Existe uma função $g$, real de variável real, que é contínua em um único ponto.

**4.** Existem duas funções $f$ e $g$, reais de variável real, que não são a função identidade e tais que $(g \circ f)(x) = (x+1)^5$.