

Representação da Informação no Computador - I
Sistemas de Numeração¹

Conteúdo

1	Introdução e Objetivos	1
2	Sistema Decimal	1
3	Sistema Binário	2
3.1	Conversão de e para a base decimal	2
3.2	Adição e subtração binárias	3
3.3	Multiplicações e Divisões binárias	3
4	Sistema Hexadecimal	4
4.1	Conversão de e para a base decimal	4
4.2	Conversão de e para a base binária	5
4.3	Adição e subtração hexadecimais	5
5	Outros sistemas de numeração	5

1 Introdução e Objetivos

Os seres humanos usam as letras do alfabeto, os algarismos e outros símbolos (sinais de pontuação, operadores aritméticos, etc) para representar informação. Os computadores usam dois níveis de sinal elétrico, o que corresponde a um alfabeto com apenas dois símbolos, também designados por dígitos binários, ou *binary digits* (bits). Os computadores representam toda a informação, seja ela referente a dados, seja ela referente a instruções, através de combinações de bits.

Por outro lado, os seres humanos efetuam os cálculos aritméticos usando o sistema de numeração decimal, também designado por sistema de numeração de base 10, ao passo que os computadores executam todas as suas operações, sejam elas aritméticas, sejam lógicas, usando o sistema binário, ou sistema de numeração de base 2.

O objetivo desta sessão de trabalho é o estudo de alguns dos sistemas de numeração mais usados na microinformática. Pretende-se que os alunos fiquem familiarizados com os sistemas de numeração binário e hexadecimal, aprendam a fazer conversões entre as várias bases, bem como a efetuar operações aritméticas nestes sistemas de numeração.

2 Sistema Decimal

Para se compreender a estrutura de qualquer sistema de numeração podemos começar por rever o sistema decimal, por ser aquele que usamos diariamente quando efetuamos os cálculos mais elementares.

O sistema decimal (ou sistema de base 10) utiliza 10 símbolos designados por algarismos para representar quantidades. São eles o **0**, o **1**, o **2**, o **3**, o **4**, o **5**, o **6**, o **7**, o **8** e o **9**.

De um modo geral, podemos dizer que a base de qualquer sistema de numeração é dada pelo número de símbolos diferentes que esse sistema utiliza.

¹ Este documento foi escrito de acordo com o Novo Acordo Ortográfico

Um número decimal é formado por uma combinação de algarismos. Para determinar a quantidade representada por um número decimal é necessário multiplicar cada um dos algarismos que o constituem por uma potência de 10 de acordo com a posição que cada um dos algarismos ocupa no número, e somar os resultados. Por exemplo o número decimal 27315 pode ser escrito da seguinte forma:

$$20000 + 7000 + 300 + 10 + 5,$$

o que é o mesmo que:

$$2 * 10000 + 7 * 1000 + 3 * 100 + 1 * 10 + 5,$$

que por sua vez equivale a:

$$2 * 10^4 + 7 * 10^3 + 3 * 10^2 + 1 * 10^1 + 5 * 10^0$$

Exercícios:

Escreva os seguintes números decimais em desenvolvimento de potências de 10: 342 e 6287;

3 Sistema Binário

Todo o funcionamento de um computador digital é baseado no cálculo binário. O sistema de numeração binário (ou sistema de base 2) é formado por dois dígitos: o **0** e o **1**.

Os dígitos binários 0 e 1 são habitualmente designados por *bits*. Um número binário constituído por 8 bits é designado por *byte*, um número binário de 16 bits é uma *word*, e um de 32 bits, uma *double word*.

Para contar em decimal, usamos intuitivamente um algoritmo muito simples: supondo que temos um contador por cada posição, todos inicializados a 0. Começamos a incrementá-los da direita para a esquerda. Quando o contador em qualquer posição ultrapassar o valor 9 (valor do símbolo mais elevado no caso do sistema decimal), o contador relativo a essa posição juntamente com todos os contadores à direita voltam a zero e o contador que ocupa a posição imediatamente à esquerda, é incrementado 1 unidade.

Para contar em binário seguimos as mesmas regras, ou seja, obtemos a sequência: 0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, etc.

3.1 Conversão de e para a base decimal

Para converter um número binário para o número decimal equivalente basta multiplicar cada dígito pela potência de 2 relativa à posição por ele ocupada e somar os resultados. Assim por exemplo o número binário 101 equivale ao número 5 no sistema decimal.

$$101_2 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 1 * 4 + 0 * 2 + 1 * 1 = 4 + 0 + 1 = 5_{10}$$

Exercícios:

Converta para o sistema decimal os seguintes números binários: 11001_2 e 1011101_2

Para converter números decimais em binários existem dois métodos possíveis. O primeiro consiste em extrair do número decimal a converter potências na base dois, até o resto ser igual a zero. Atribuímos de seguida ao número binário resultante um 1 para cada posição binária correspondente a cada potência de dois extraída.

Exercícios:

Usando este método converta para o sistema binário, os seguintes números decimais: 66 e 227;

Outro método possível consiste em dividir o número decimal sucessivamente por dois até obter zero. Os restos de cada operação formam o novo número binário, sendo o valor do primeiro resto, o dígito menos significativo, e o último, o mais significativo.

Exercícios:

Converta novamente os números decimais 66 e 227 usando este novo método;

3.2 Adição e subtração binárias

A adição binária segue os seguintes princípios:

$$0 + 0 = 0;$$

$$0 + 1 = 1;$$

$$1 + 0 = 1;$$

$$1 + 1 = 10 \text{ ou } 0 \text{ com o transporte de } 1 \text{ para a posição imediatamente superior};$$

Exercícios:

Efetue as seguintes operações em binário:

- $0101_2 + 0100_2$;
- $101010_2 + 1001_2$;
- $10111001_2 + 101011_2$;
- $11101_2 + 10111_2$;
- $100110_2 + 1111_2$;

A subtração binária segue os seguintes princípios:

$$0 - 0 = 0;$$

$$0 - 1 = 1 \text{ com empréstimo de } 1 \text{ da posição imediatamente superior};$$

$$1 - 0 = 1;$$

$$1 - 1 = 0;$$

Exercícios:

Efetue as seguintes operações em binário:

- $1001_2 - 0100_2$;
- $1000_2 - 1_2$;
- $10110001_2 - 01010101_2$;

3.3 Multiplicações e Divisões binárias

A multiplicação binária segue as mesmas regras da multiplicação decimal. Assim:

$$0 * 0 = 0;$$

$$0 * 1 = 0;$$

$$1 * 0 = 0;$$

$$1 * 1 = 1;$$

Exercícios:

Efetue as seguintes operações em binário:

- $1001_2 * 11_2$;
- $1101_2 * 1011_2$;
- $100101_2 * 1001_2$;

A divisão binária é bastante simples uma vez que só envolve 0's e 1's. A única complicação destas operações resulta do facto de existirem subtrações durante o cálculo. O método usado é muito semelhante ao da divisão decimal:

- Seleciona-se do dividendo o mesmo número de bits que tem o divisor de entre os bits mais significativos;
- Tenta-se dividir esse número pelo divisor, se for possível, ou seja, se o número for maior do que o divisor, o primeiro dígito do quociente é 1 senão é 0 e é feita outra tentativa usando outro dígito do dividendo;
- Quando a divisão for possível, é introduzido um 1 no quociente e o divisor é subtraído à parte do dividendo usada.
- O processo continua com o resultado desta subtração até que todo o dividendo seja usado. Da mesma forma que na divisão decimal podem ser acrescentados 0's à direita da virgula do dividendo no caso de não se obter o resto zero.

Exercícios:

Efetue as seguintes operações em binário:

- $1001_2/11_2$;
- $11011_2/11_2$;
- $100000_2/100_2$;
- $100010_2/1001_2$;

4 Sistema Hexadecimal

O sistema binário é muito pouco compacto, são necessários muitos dígitos para representar números relativamente pequenos, o que dificulta o trabalho das pessoas que programam os computadores. Para solucionar este problema usa-se frequentemente o sistema de numeração hexadecimal, em vez do binário.

O sistema hexadecimal, como o nome indica, é formado por 16 símbolos diferentes: o **0**, o **1**, o **2**, o **3**, o **4**, o **5**, o **6**, o **7**, o **8**, o **9**, o **A**, o **B**, o **C**, o **D**, o **E** e o **F**. As letras A, B, C, D, E e F correspondem aos valores 10, 11, 12, 13, 14 e 15 respetivamente.

Como nos sistemas de numeração anteriormente estudados qualquer número do sistema hexadecimal pode ser desenvolvido em potências da sua base. Neste caso, a base é 16 uma vez que o número de dígitos utilizados são 16.

4.1 Conversão de e para a base decimal

Para converter um número hexadecimal para o número decimal equivalente basta multiplicar cada dígito pela potência de 16 relativa à posição por ele ocupada e somar os resultados.

Exercícios:

Converta para o sistema decimal os seguintes números hexadecimais: 10_{16} , $1A_{16}$ e $13C_{16}$;

Para converter números decimais em hexadecimais usa-se um método semelhante ao que se utiliza para converter números decimais em binários. O método consiste em dividir o número decimal sucessivamente por dezasseis até obter zero. Os restos de cada operação formam o novo número hexadecimal, sendo o valor do primeiro resto o dígito menos significativo, e o último, o mais significativo.

Exercícios:

Converta para o sistema hexadecimal os seguintes números decimais: 327_{16} e 418_{16} ;

4.2 Conversão de e para a base binária

As conversões da base 16 de e para a base binária são extremamente simples, daí ser o sistema hexadecimal o escolhido mais frequentemente para substituir o sistema binário.

Cada dígito hexadecimal equivale a quatro dígitos binários. Para converter um número binário para o sistema hexadecimal agrupam-se os dígitos binários em grupos de quatro da direita para a esquerda e substitui-se cada um destes grupos por um dígito hexadecimal de valor equivalente.

Exercícios:

Converta para o sistema hexadecimal os seguintes números binários: 11010110_2 e 10011111_2 ;

Para converter um número binário para o sistema hexadecimal o método é o inverso deste, ou seja, substitui-se cada dígito hexadecimal por um grupo de 4 dígitos binários com o valor equivalente.

Exercícios:

Converta para o sistema binário os seguintes números hexadecimais: $4B_{16}$, $1FE_{16}$;

4.3 Adição e subtração hexadecimais

As operações no sistema hexadecimal seguem as mesmas regras dos sistemas anteriormente estudados. Em qualquer sistema de numeração o ponto fundamental a ter em conta é a base do sistema, porque as regras mantêm-se basicamente as mesmas.

Exercícios:

Tendo este facto em conta, efetue as seguintes operações:

- $1A_{16} + 31_{16}$;
- $10B_{16} + A1_{16}$;
- $6AF_{16} + A13_{16}$;
- $10_{16} - 3_{16}$;
- $1A1_{16} - 12_{16}$;
- $F8D3_{16} - EA61_{16}$;
- $FE003C_{16} - A25E_{16}$;

5 Outros sistemas de numeração

Estamos agora em condições de fazer contas e conversões em qualquer sistema de numeração.

Exercícios:

- Converta para decimal os seguintes números octais: 32_8 e 573_8 ;
- Converta para binário o número 4321_5 sabendo que este se encontra representado no sistema de base 5;
- Efetue as seguintes operações no sistema octal:
 - $4567_8 + 321_8$;
 - $6735_8 - 2343_8$;