Processamento Digital de Sinal

Teste 3 2009/2010

Filtros Digitais.

1. Descreva todos os passos necessários à implementação de um filtro IIR tomando como modelo analógico um filtro de Butterworth de 5ª ordem. Pretende-se evitar o fenómeno do "Aliasing". Suponha que se trata de um filtro para filtrar passa-baixo a 250Hz um sinal amostrado a 1KHz. (15 minutos)

2. Determine a resposta a impulso do filtro digital rejeita banda ideal que não causa distorção harmónica. (15 minutos)

3. Considere um canal áudio com 3 canais multiplexados em FDM digital, cada um ocupando uma largura de banda de $\pi/3$. Pretende-se que implemente um filtro FIR que seja adequado para descartar o canal intermédio ficando-se apenas com os 2 restantes. O filtro deve apresentar as seguintes características:

   Ganho na banda passante maior que 0.95 e menor que 1.02.
   Ganho menor que 0.01 na banda de rejeição.

   Responda às seguintes questões:

   a. Dos métodos que estudou quais os que são adequados à resolução deste problema? Justifique.
   b. Implemente o filtro justificando a escolha do método mais adequado.
   c. Determine a ordem do filtro de ordem mais baixa que permite efectuar o pretendido. Compare este valor com a ordem do filtro que projectou e comente o resultado. Justifique.

TABLE 7.2 COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

Window Type	Peak Sidelobe Amplitude (Relative)	Approximate Width of Mainlobe	Peak Approximation Error $20\log_{10}\delta$ (dB)	Equivalent Kaiser Window β	Transition Width of Equivalent Kaiser Window
Rectangular	−13	$4\pi/(M+1)$	−21	0	$1.81\pi/M$
Bartlett	−25	$8\pi/M$	−25	1.33	$2.37\pi/M$
Hanning	−31	$8\pi/M$	−44	3.86	$5.01\pi/M$
Hamming	−41	$8\pi/M$	−53	4.86	$6.27\pi/M$
Blackman	−57	$12\pi/M$	−74	7.04	$9.19\pi/M$

UNIVERSIDADE DO MINHO

(a) ______ da disciplina de ______ em ___ 20 ___

ALUNO (b) Teste 3 – 2009/2010

curso de ______ Docente que recebeu a prova ______

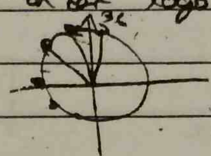
7 **1)** Como queremos implementar um filtro IIR, podemos fazê-lo utilizando 2 métodos distintos:

1. Método da invariância da resposta a impulso
2. Método da transformação bilinear

Como no enunciado diz que pretendemos evitar o fenómeno do "Aliasing", utilizamos o método da transformação bilinear, pois este método evita o aliasing.

Sabemos que é um filtro de 5ª ordem logo vai ser dividido em $360 \,|\, \underline{2N}$ sendo $N=5$

$360 \,|\, \underline{10}$; $0 \quad 36$. Logo sabemos que



escolhemos os valores que estão do lado esquerdo

$$w = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right)$$ considerando $T=1$ $w = 2 \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right)$

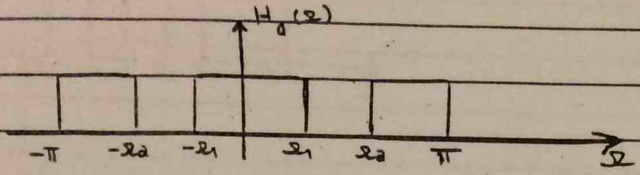
$$H(s) = \frac{\frac{2}{T}}{s - \frac{2}{T}} = \frac{2}{s-2}$$

Só aqui.

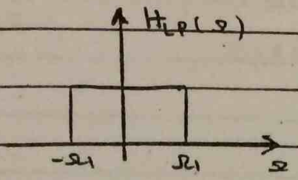
(a) – Exercício escrito ou exame final

(b) – Nome completo em letra de imprensa

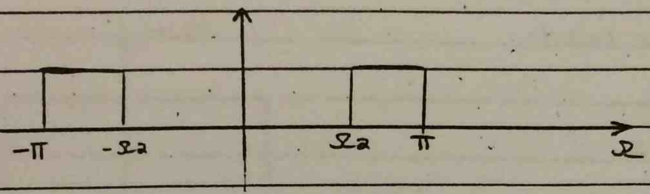
$H_d(\Omega) = H_{LP}(\Omega) + H_{HP}(\Omega)$



=



+



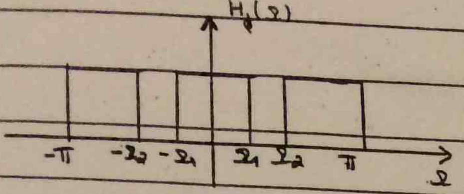
$H_d(\Omega) = H_{LP}(\Omega) + H_{HP}(\Omega)$

$\therefore H_{HP} = H_{AP}(\Omega) - H_{LP}(\Omega)$

$\therefore H_{HP}(\Omega) = \text{sinc}\left(n - \frac{M}{2}\right) - \frac{\Omega_2}{\pi}\,\text{sinc}\left[\left(n - \frac{M}{2}\right)\frac{\Omega_2}{\pi}\right]$

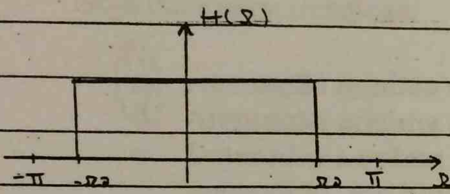
$H_d(\Omega) = \frac{\Omega_1}{\pi}\,\text{sinc}\left(n - \frac{M}{2}\right) + \text{sinc}\left(n - \frac{M}{2}\right) - \frac{\Omega_2}{\pi}\,\text{sinc}\left[\frac{\Omega_2}{\pi}\left(n - \frac{M}{2}\right)\right]$

2) Rejeita-banda ideal



$$H(\Omega) = \begin{cases} e^{-j\Omega M/2} & , |\Omega| \leq \Omega_1 \\ 0 & ; \Omega_1 \leq |\Omega| \leq \Omega_2 \\ e^{-j\Omega M/2} & ; \Omega_2 \leq |\Omega| \leq \pi \end{cases}$$

Partindo do filtro passa-baixo ideal:



$$h[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} H(\Omega)\, e^{j\Omega n}\, d\Omega =$$

$$= \frac{\Omega_c}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Omega_c}{\pi} n\right)$$

$$H(\Omega) = \begin{cases} e^{-j\Omega M/2} & ; |\Omega| \leq \Omega_c \\ 0 & ; |\Omega| > \Omega_c \end{cases}$$

$$h[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} e^{-j\Omega M/2}\, e^{j\Omega n}\, d\Omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\Omega_c}^{\Omega_c} e^{j\Omega(n-M/2)}\, d\Omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{j(n-M/2)}\, e^{j\Omega(n-M/2)}\Big|_{-\Omega_c}^{\Omega_c} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{j(n-M/2)}\left[e^{j\Omega_c(n-M/2)} - e^{-j\Omega_c(n-M/2)}\right] =$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}\pi} \cdot \frac{1}{\cancel{j}(n-M/2)} \cdot \cancel{2j}\, \operatorname{sen}\left[\Omega_c(n-M/2)\right] = \frac{\operatorname{sen}\left[\Omega_c(n-M/2)\right]\Omega_c}{\pi(n-M/2)\,\Omega_c} =$$

$$= \frac{\Omega_c}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Omega_c}{\pi}\left(n-\frac{M}{2}\right)\right)$$

$$h_d[n] = \frac{\operatorname{sen}(\Omega_c(n-M/2))}{\pi\left(n-\frac{M}{2}\right)\Omega_c} = \frac{\Omega_c}{\pi} \operatorname{sinc}\left(n-\frac{M}{2}\right)$$