Teoria de apoio à resolução

Genericamente, uma equação linear de ordem n é dada por:

$$a_0(x) \cdot \frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x) \cdot \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1}(x) \cdot \frac{dy}{dx} + a_n(x) \cdot y = b(x)$$

 Classifique cada uma das equações diferenciais que se seguem como ordinárias ou parciais; mencione ainda a ordem de cada uma das equações diferenciais; indique, no caso de se tratar de uma equação diferencial ordinária, se se trata de uma equação diferencial linear.

$$\mathbf{a)} \quad \frac{dy}{dx} + x^2 y = xe^x$$

R:

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, linear em y porque se enquadra na equação genérica.

b)
$$\frac{d^4y}{dx^4} + 3\frac{dy}{dx} + 5y = sen(x)$$

R:

Equação diferencial de 4ª ordem $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)$, linear em y porque se enquadra na equação genérica.

$$\mathbf{c)} \quad 3y \frac{dy}{dx} + 5y = sen(x)$$

R:

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, não linear porque $\left(3y\frac{dy}{dx}\right)$ não se enquadra na equação genérica.

$$\mathbf{d)} \quad \frac{du}{dt} + t^2 = u$$

R:

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{du}{dt}\right)$, linear em u porque se enquadra na equação genérica.

$$e) \quad \frac{dv}{dt} + v^2 = t$$

R:

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{dv}{dt}\right)$, não linear porque $\left(v^2\right)$ não se enquadra na equação genérica.

$$\mathbf{f)} \quad \frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 + v = xe^x$$

R:

Equação diferencial de 2^a ordem $\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)$, não linear porque $\left(\left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right)$ não se enquadra na equação genérica.

g)
$$\frac{dy}{dx} + y \cdot sen(x) = 0$$

R.

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, linear em y porque se enquadra na equação genérica.

h)
$$x \frac{dy}{dx} + y \cdot sen(x) = 0$$

R:

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, linear em y porque se enquadra na equação genérica.

i)
$$\frac{dy}{dx} + x \cdot sen(y) = 0$$

R:

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, não linear porque (sen(y)) não se enquadra na equação genérica.

$$\mathbf{j}) \quad x^2 dy + y^2 dx = 0$$

R:

Dividindo tudo por
$$dx$$
 teremos: $x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 \frac{dx}{dx} = \frac{0}{dx} \Leftrightarrow x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 = 0$

Equação diferencial de 1ª ordem $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, não linear porque $\left(y^2\right)$ não se enquadra na equação genérica.