

Duração: 60 minutos 2ª Parte do 2º Teste de Análise Matemática EE

Nome: _____

Nr.: _____

Curso: _____

Em cada uma das perguntas seguintes, apresente todos os cálculos efetuados.

1. Considere a curva definida em \mathbb{R}^2 da forma $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t^2 \end{cases}$, $t \in [1, 3]$.

(a) Determine a equação cartesiana da curva.

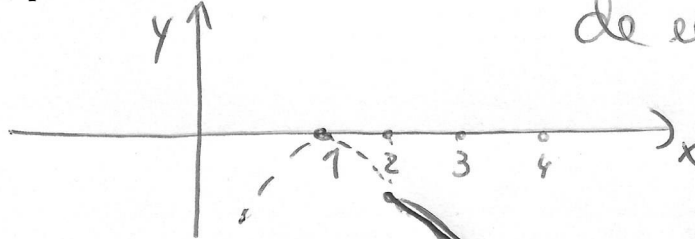
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x-1 \\ y = -(x-1)^2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = -(x-1)^2} \rightarrow \text{eq. cartesiana}$$

$$\text{se } t \in [1, 3]$$

$$x-1 \in [1, 3]$$

$$x \in [2, 4]$$

(b) Esboce a curva no plano XOY.



$x \in [2, 4]$
 é um segmento
 de uma parábola.

2. Considere a função vetorial $\vec{r}(t) = \begin{cases} x = \ln^2 t \\ y = 2 + t^3 \end{cases}$, com $t \in \mathbb{R}_+$, que descreve o movimento de uma partícula no plano XOY.

(a) Determine o vetor velocidade da partícula no instante $t = 1$.

$$\vec{r}(t) = (\ln^2 t, 2 + t^3)$$

$$\vec{v}(t) = \left(\frac{2 \ln t}{t}, 3t^2 \right)$$

$$\boxed{\vec{v}(1) = (0, 3)}$$

(b) Determine uma equação da reta tangente à curva $\vec{r}(t)$ no instante $t = 1$.

$$(x, y) = \vec{r}(1) + t \vec{r}'(1), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(x, y) = (0, 3) + t(0, 3), \quad t \in \mathbb{R}.$$

3. Considere a função real definida em \mathbb{R}^2 , $f(x, y) = e^{xy} \sin(3x) + \cos y$.

(a) Determine $\frac{\partial f}{\partial x}$.

$$f'_x = y e^{xy} \cdot \sin(3x) + 3 e^{xy} \cos(3x)$$

(b) Determine $\frac{\partial f}{\partial y}$.

$$f'_y = x e^{xy} \sin(3x) - \sin y$$

(c) Determine $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

$$f''_{xy} = (f'_x)_y = e^{xy} \sin(3x) + y x e^{xy} \sin(3x) + 3 x e^{xy} \cos(3x)$$

4. O volume (V) ocupado por uma certa quantidade de gás é determinado pela temperatura (T) e pela pressão (P) através da fórmula $V(T, P) = 0.08 \frac{T}{P}$. Determina a taxa de variação instantânea do volume ocupado pelo gás relativamente à temperatura, quando a temperatura é de 10 e a pressão é de 80.

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{0.08}{P} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial T} (10, 80) = \frac{0.08}{80} = \underline{\underline{0.001}}$$