

Soluções da Ficha 3B - Primitivas por partes

1. Primitivação por partes.

(a) Começar com $P\left(\frac{\ln 3x}{x}\right) = P\left(\frac{3}{3x} \ln 3x\right)$ e obter $P\left(\frac{\ln 3x}{x}\right) = \frac{1}{2} \ln^2 3x + \mathcal{C}$.

(b) $P\left(\frac{\ln 3x}{x^2}\right) = -\frac{1}{x} (1 + \ln x) + \mathcal{C}$.

(c) $P\left(\frac{\ln^2 3x}{x^3}\right) = -\frac{1}{2x^2} \left(\ln^2 3x + \ln 3x + \frac{1}{2} \right) + \mathcal{C}$.

(d) $P(\ln(1 + 3x^2)) = x \ln(1 + 3x^2) - 2x + \frac{2\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg}(\sqrt{3}x) + \mathcal{C}$.

2. $P(e^{-3x} \sin 5x + e^{5x} \cos 3x) = -\frac{3}{34} e^{-3x} \left(\sin 5x + \frac{5}{3} \cos 5x \right) + \frac{3}{34} e^{5x} \left(\sin 3x + \frac{5}{3} \cos 3x \right) + \mathcal{C}$.

3. Fazer $P(x^3(1+x^2)^{-1/2}) = P\left(\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\right) = P\left(x^2 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$ e começar a primitivar pelo segundo factor. Obter $P(x^3(1+x^2)^{-1/2}) = x^2 \sqrt{1+x^2} - \frac{2}{3} \sqrt{(1+x^2)^3} + \mathcal{C}$.

4. Primitivação por partes.

(a) $P(\operatorname{arcsen} 5x + \operatorname{arctg}(-3x))$
 $= x [\operatorname{arcsen} 5x + \operatorname{arctg}(-3x)] + \frac{1}{5} \sqrt{1-25x^2} + \frac{1}{6} \ln(1+9x^2) + \mathcal{C}$.

(b) $P(x \arccos 3x^2) = \frac{x^2}{2} \arccos 3x^2 - \frac{1}{6} \sqrt{1-9x^4} + \mathcal{C}$.

NB – Como exercício, derivar as funções apresentadas como soluções e obter as correspondentes funções dadas para primitivar.