

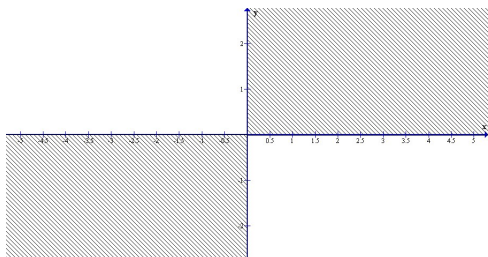
Duração: 120 minutos **Exame de Análise Matemática EE - versão A**

Nome: _____ Nr.: _____ Curso: LEAP

GRUPO I (8 valores)

Em cada uma das perguntas seguintes, assinale a resposta correcta no quadrado correspondente. Cada resposta correcta vale 1 valor.

1. Qual das seguintes funções reais tem por domínio a região sombreada na figura abaixo?



☐ $f(x, y) = \frac{1}{\ln(xy)}$

☐ $f(x, y) = \frac{1}{xy}$

☐ $f(x, y) = \sqrt{xy}$

☐ $f(x, y) = \sin(xy)$

☐ Nenhuma das anteriores.

2. Considere a função real $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x - y} & \text{se } x \neq y \\ k & \text{se } x = y \end{cases}$ definida no seu domínio. Qual o valor de k de modo que a função f seja contínua em $(1, 1)$?

☐ 2;

☐ 1;

☐ 0;

☐ 4;

☐ Nenhuma das anteriores.

3. Qual das seguintes funções reais **não** satisfaz a equação diferencial $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$?

☐ $f(x, y) = 5x + 5y + 9$

☐ $f(x, y) = x^2 - y^2 + x^2 y^2$

☐ $f(x, y) = x^2 - y^2$

☐ $f(x, y) = 3xy$

☐ Nenhuma das anteriores.

4. A taxa de variação de f no ponto (a, b) , na direcção do vetor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ é dada por:

☐ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + hu_1, b) - f(a, b)}{h}$

☐ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + hu_1, b + hu_2) - f(a, b)}{h}$

☐ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a, b + hu_2) - f(a, b)}{h}$

☐ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + u_1, b + u_2) - f(a, b)}{h}$

☐ Nenhuma das anteriores.

5. Considere a função real dada $w = \sqrt{x} + y^2$ onde $x = e^{2t}$ e $y = t^3 + 4t$. A expressão de $\frac{dw}{dt}$ é:

☐ $e^{2t}(\sqrt{x} + y^2)(3t + 4)$

☐ $e^{2t}\sqrt{x} + y^2(t^3 + 4t)$

☐ $2e^{2t}\sqrt{x} + y^2(3t + 4)$

☐ $\frac{e^{2t}}{\sqrt{x}} + 2y(3t + 4)$

☐ Nenhuma dos anteriores.

6. Considere a função real $f(x, y) = y \cdot \cos x$ definida no seu domínio. A aproximação do valor da diferença $f(dx, 1 + dy) - f(0, 1)$ é dada por:

☐ dx ;

☐ dy ;

☐ $dx + dy$;

☐ $-dx + dy$;

☐ Nenhuma das anteriores.

7. Seja $f(x, y)$ uma função real diferenciável e (a, b) um maximizante de f . Então:

☐ $\vec{\nabla} f(a, b) = (0, 0)$.

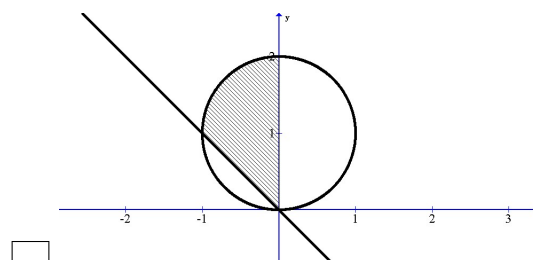
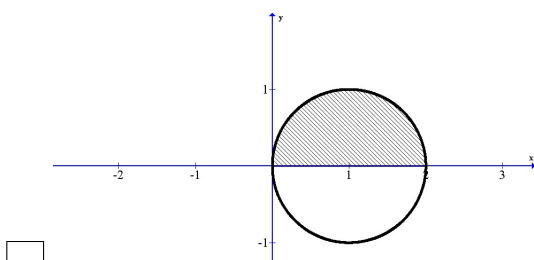
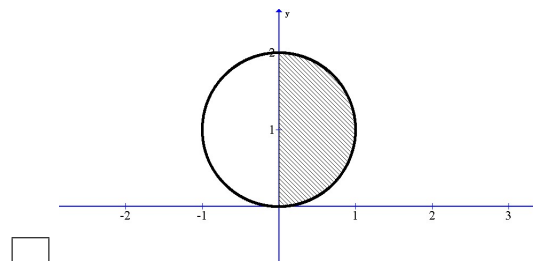
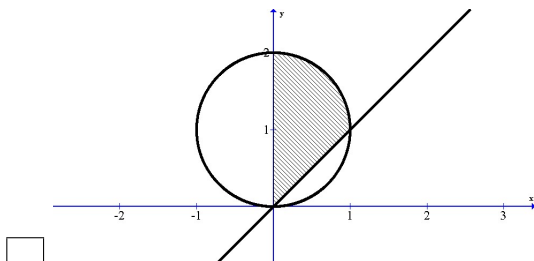
☐ $f''_{x_2}(a, b) = 0$.

☐ $|H(a, b)| = 0$, onde $H(a, b)$ representa a matriz hessiana de f em (a, b) .

☐ $f''_{xy}(a, b) = 0$.

☐ Nenhum dos anteriores.

8. Considere o integral duplo $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^{2 \sin \theta} r \, dr d\theta$. Qual das seguintes regiões sombreadas representa a região de integração do integral dado?



☐ Nenhum dos anteriores.

GRUPO II (12 valores)

Apresente todos os cálculos efectuados.

1. Considere a função $f(x, y) = x^3 + x^2y - \frac{y^2}{2}$

(a) Determine os pontos críticos de f .

(b) Classifique os pontos críticos.

2. A temperatura num local (x, y) do plano XOY é dada, em graus Celsius, pela fórmula $T(x, y) = 3x^2e^{-y}$.

(a) Determina o valor de $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 1)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 1)$.

(b) Qual a taxa de variação da temperatura no ponto $(2, 1)$ na direcção que vai do ponto $(2, 1)$ para o ponto $(1, 2)$?

(c) No ponto $(2, 1)$, qual a direcção segundo a qual a temperatura aumenta mais rapidamente? Qual é a taxa desse aumento?

3. Utilizando integrais triplos ou duplos, calcule o volume do sólido $R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.
4. Determine as dimensões de uma caixa retangular de volume máximo de modo que a soma dos comprimentos das suas 12 arestas seja 36.