



ANÁLISE MATEMÁTICA B

FICHA 2A

MIECOM

Séries de Taylor e MacLaurin

1. Para cada uma das funções seguintes, determine o desenvolvimento em série de Taylor numa vizinhança de $c \in \mathbb{R}$ e o respectivo intervalo de convergência:

(a) $f(x) = x^3 + 4x^2 - x + 1$ para $c = 1$;

(b) $g(x) = \cos x$ para $c = \frac{\pi}{2}$;

(c) $h(x) = x^5$ para $c = -2$;

2. Determine o desenvolvimento em série de MacLaurin e o respectivo intervalo de convergência da função $j(x) = \frac{e^{x^2} - 1}{x}$, utilizando desenvolvimentos conhecidos:

3. Mostre que as seguintes funções não podem ser representadas em série de MacLaurin:

(a) $m(x) = \ln x$;

(b) $n(x) = x^{\frac{3}{2}}$.

4. Utilizando desenvolvimentos em série de MacLaurin conhecidos determine o desenvolvimento em série de MacLaurin da função $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

5. Determine o polinómio de Taylor em potências de $x - e$ até ao grau 3 da função $f(x) = \ln x$.

6. Use desenvolvimentos em série de Maclaurin para determinar:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$;

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}(\cot x - \frac{1}{x})$;

(c) $\int_0^x e^{-t^2} dt$.

7. Escreva os 5 primeiros termos do desenvolvimento em série de Taylor de $\sin(\frac{\pi}{4} + x)$. E aplique-a para determinar uma aproximação de $\sin 43^\circ$.