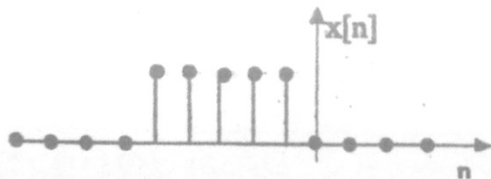
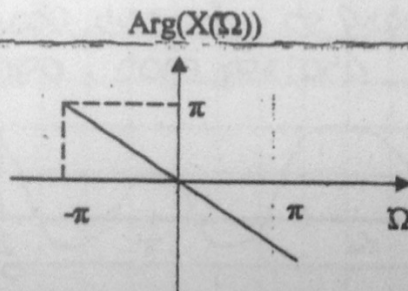
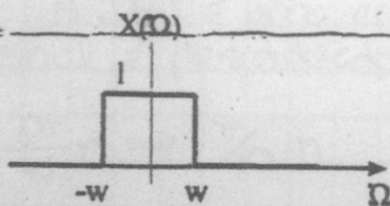


NOTA: Resolva apenas 2 dos 3 exercícios propostos

1. Considere o sinal representado na figura seguinte:



- a) Represente graficamente o módulo e a fase de  $X(\Omega)$ . Justifique.  
b) Represente a DTFT e a DFT de 20 pontos do sinal  $x[n]$ . Justifique.  
c) Represente a FFT de mais de 20 pontos do sinal  $x[n]$ . Justifique.
2. Considere o sinal cuja DTFT (intervalo entre  $-\pi$  e  $\pi$ ) é representada nas figuras seguintes:



- a) Determine  $x[n]$ . Justifique.  
b) A comparação da alínea anterior com a alínea a) do problema 1 sugere-lhe algum comentário especial relativamente à propriedade da dualidade? Justifique.  
c) Mostre que o sinal  $y[n] = (-1)^n x[n]$  tem como DTFT  $Y(\Omega) = X(\Omega - \pi)$ . Represente  $Y(\Omega)$ .

3. Considere o sistema LTI digital caracterizado pela seguinte equação de diferenças  $y[n] = 0.25y[n-1] + x[n] + 0.5x[n-1]$ .

- a) Determine a resposta impulsional do sistema.  
b) Determine a resposta do sistema à entrada

$$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

- c) Determine a entrada do sistema cuja saída é

$$y[n] = n \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

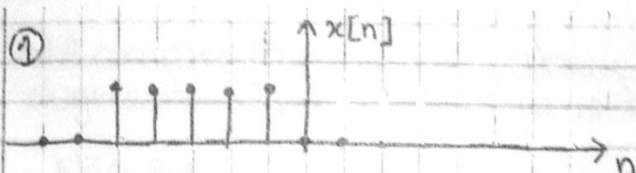
$$Y(z) =$$

$$X(z) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{3}e^{-j\omega}\right)}$$

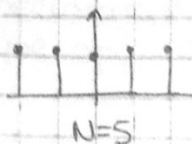
$$Y = H \cdot X \Rightarrow \frac{Y}{X} = H \Rightarrow X(z) = \frac{Y}{H}$$

$$\mathcal{TF}\{y[n]\} = \mathcal{TF}\{0.25 y[n-1] + x[n] + 0.5x[n-1]\}$$

$$Y(z)$$



a) Represente graficamente o módulo e a fase de  $X(\Omega)$ .



$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} = \frac{\sin(N\Omega/2)}{\sin(\Omega/2)}$$

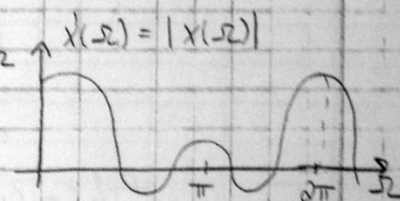
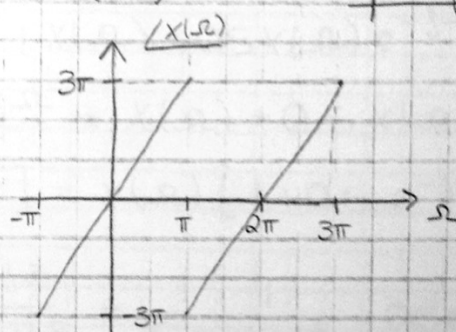
$$x[n] = x'[n+3] \xrightarrow{\text{DFT}} X(\Omega) = X'(\Omega) e^{j3\Omega}$$

$$|X(\Omega)| = |X'(\Omega) e^{j3\Omega}| = X'(\Omega)$$

$$\angle X(\Omega) = 3\Omega$$

$$X(\Omega) = |X(\Omega)| e^{j\angle X(\Omega)}$$

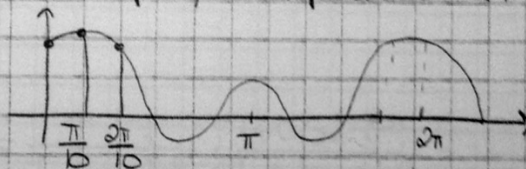
descentralização  
do sinal



b) Represente a DTFT e a DFT de 20 pontos do sinal  $x[n]$

A DFT é uma representação discreta de freq. da DTFT. O sinal é periodicizado no tempo, com período  $2\pi$ .

$$\frac{2\pi}{N}n \Rightarrow \frac{\pi}{10}n$$

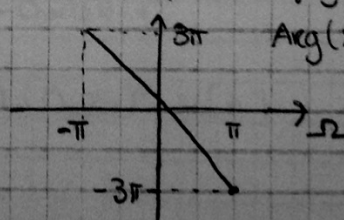
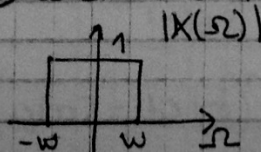


c) Represente a FFT de mais 20 pontos do sinal  $x[n]$

A FFT é um algoritmo rápido da DFT, que tira partido da simetria complexa conjugada

As amostras de pot. são obtidas no intervalo entre  $-\pi$  a  $\pi$  (e periodicidade da exponencial complexa).

② Considere o sinal cuja DTFT é rap. nas fig. seguintes:



a) Determine  $x[n]$ .

$$X(\Omega) = |X(\Omega)| e^{j\angle X(\Omega)}$$

$$X(\Omega) = \begin{cases} e^{-j2\Omega} & , |\Omega| \leq w \\ 0 & , |\Omega| > w \end{cases} \Rightarrow x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-w}^w e^{-j2\Omega} e^{j\Omega n} d\Omega$$



b) A comparação da alínea anterior com a alínea a) do 1º problema sugere-lhe algum comentário relativamente à dualidade?

Não há dualidade, porque a T.F. de um pulso rectangular no tempo não é um sinc. Funções discretas requerem uma periodicidade de  $2\pi$ , logo só em algumas partes é que aparece a função sinc.

$$3. y[n] = 0.25y[n-1] + x[n] + 0.5x[n-1]$$

a) Resposta impulsional do sistema

$$Y(\Omega) = 0.25Y(\Omega)e^{-j\Omega} + X(\Omega) + 0.5X(\Omega)e^{-j\Omega}$$

$$\Leftrightarrow Y(\Omega) - 0.25Y(\Omega)e^{-j\Omega} = X(\Omega) + 0.5X(\Omega)e^{-j\Omega}$$

$$\Leftrightarrow Y(\Omega)[1 - 0.25e^{-j\Omega}] = X(\Omega)[1 + 0.5e^{-j\Omega}]$$

$$H(\Omega) = \frac{Y(\Omega)}{X(\Omega)} = \frac{1 + 0.5e^{-j\Omega}}{1 - 0.25e^{-j\Omega}} = \frac{1}{1 - 0.25e^{-j\Omega}} + 0.5e^{-j\Omega} \frac{1}{1 - 0.25e^{-j\Omega}}$$

$$h[n] = (0.25)^n u[n] + 0.5(0.25)^{n-1} u[n-1]$$

b) Resposta do sistema à entrada  $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

$$X(\Omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}}$$

$$Y(\Omega) = X(\Omega) \cdot H(\Omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}} \cdot \frac{1 + 0.5e^{-j\Omega}}{1 - 0.25e^{-j\Omega}} = \frac{A}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}} + \frac{B}{1 - 0.25e^{-j\Omega}}$$

$$A = \frac{1 + 0.5e^{-j\Omega}}{1 - 0.25e^{-j\Omega}} \Big|_{e^{-j\Omega} = 3} = 10$$

$$B = \frac{1 + 0.5e^{-j\Omega}}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}} \Big|_{e^{-j\Omega} = 4} = -9$$

$$Y(\Omega) = \frac{10}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}} - \frac{9}{1 - 0.25e^{-j\Omega}}$$

$$y[n] = 10\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] - 9(0.25)^n u[n]$$