Calcule a força magnética que atua sobre um protão que se move com $\vec{v}=4.46\times 10^6 \hat{\imath}$ m/s, numa região em que existe um campo magnético $\vec{B}=1.5\hat{k}$ T.



 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Regra da mão direita: sentido?

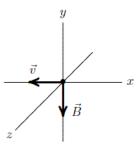
Módulo: $F = qvB \sin \theta$

Fios que transportam correntes elétricas:

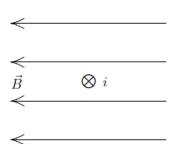
$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Um eletrão tem uma velocidade de módulo $v=10^6\,\mathrm{m/s}$, numa região onde existe um campo magnético $B=1\,\mathrm{T}$. Calcule a força magnética a que o eletrão está sujeito.



Se a velocidade e o campo magnético se mantiverem constantes, descreva o movimento do eletrão. A figura mostra a secção de um conductor com uma corrente elétrica $I=1\,\mathrm{A}$, numa região onde existe um campo magnético $B=1\,\mathrm{T}$. Calcule a força magnética por unidade de comprimento a que o conductor está sujeito.

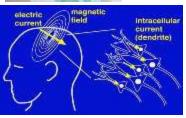


Fontes de Campo Magnético

Encefalografia Magnética (Magnetoencephalography – MEG) técnica de diagnóstico médico, não invasiva, que faz o mapeamento da actividade cerebral, medindo o campo magnético produzido pelo cérebro.



Ao medir os campos magnéticos criados pela corrente eléctrica dentro dos neurónios, a MEG identifica a actividade do cérebro associada às várias funções humanas, em tempo real

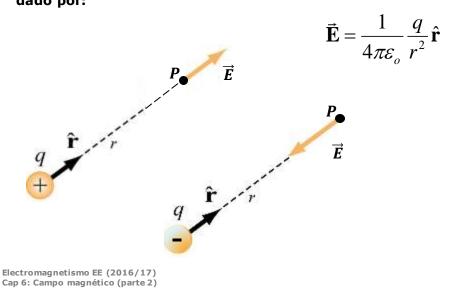


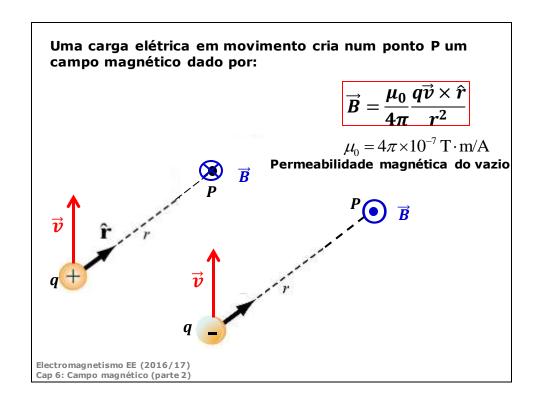
magnetic field magnetic source politern localization images

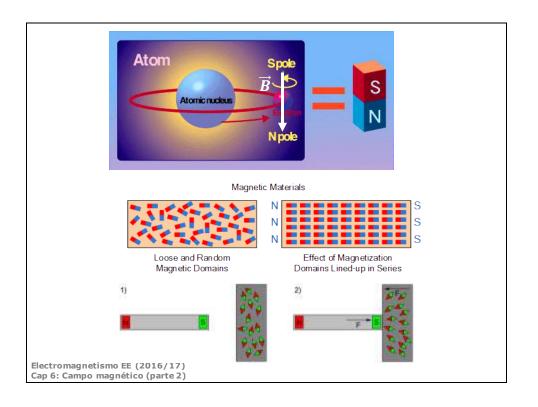
Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Cargas pontuais:

Uma carga elétrica cria num ponto P um campo elétrico dado por:







6.3. Experiência de Oersted

Hans Christian Oersted descobriu em 1820 que se colocarmos uma bússola perto de uma corrente eléctrica a agulha sofre uma deflexão. A experiência de Oersted mostrou que as correntes eléctricas produzem um campo magnético à sua volta.







"Como calcular o campo magnético que uma dada distribuição de correntes elétricas produz no espaço?"

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

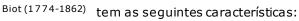


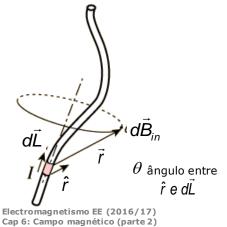
Jean-Baptiste Biot e Felix Savart verificam que se um fio condutor transporta uma corrente eléctrica constante, o campo magnético $d\vec{B}$ criado num ponto P, associado a um elemento do condutor $d\vec{L}$,



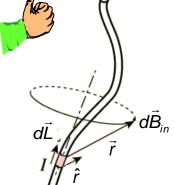
Savart (1791-1841)

• $d\vec{B} \perp \hat{r}$





- $d\vec{B} \mid d\vec{L}$
- · A magnitude dB depende:
- $dB \propto \frac{1}{r^2}$ $dB \propto I$
- dB ∞ dL
- $dB \propto sen \theta$



Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

 μ_o - Permeabilidade magnética do vazio $\approx 4\pi \times 10^{-7}$ TmA⁻¹

O campo magnético total no ponto P, originado por um condutor de dimensões finitas será:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{d\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Lei de Biot-Savart *versus* lei de Coulomb

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{E}_P = k \frac{|q_1|}{r^2} \hat{r}_P$$

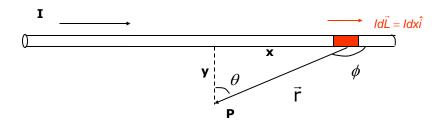
O elemento de corrente, $Id\overline{L}$, produz um campo magnético. Uma carga pontual, q, produz um campo eléctrico.

O campo magnético criado por um elemento de corrente é inversamente proporcional a r^2 . O campo eléctrico criado por uma carga pontual é, também, inversamente proporcional a r^2 .

O campo eléctrico tem a direcção de r. O campo magnético é perpendicular a r.

No caso de cargas pontuais: $\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$

6.4 Campo magnético originado por um fio retilíneo comprido

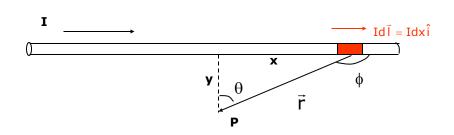


Da lei de Biot-Savart
$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^2}$$

A intensidade do campo magnético no ponto ${\bf P}$ provocado pelo segmento dx percorrido pela corrente I.

$$dB = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi r^2} \sin \phi = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi r^2} \cos \theta$$

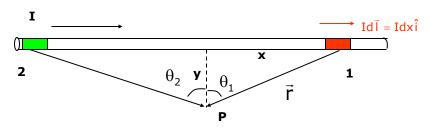
Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)



Em termos geométricos

$$x = ytg\theta \Rightarrow dx = y sec^2 \theta d\theta = y \frac{r^2}{y^2} d\theta = \frac{r^2}{y} d\theta$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi r^2} \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \frac{r^2}{y} d\theta \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cos \theta d\theta$$



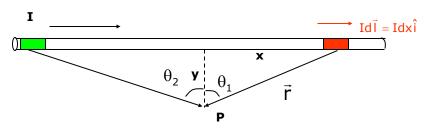
Contabilizando as contribuições de todos os elementos de condutor à direita da vertical de P ao condutor:

$$\vec{B} = \int_0^{\theta_1} \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \sin \theta_1$$

Por raciocínio análogo para a parte esquerda do condutor retilíneo:

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \sin \theta_2$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)



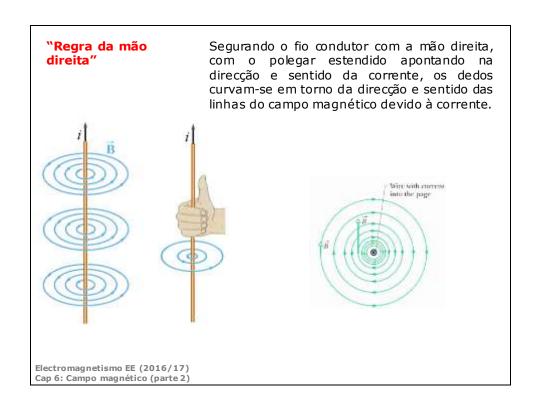
O Campo magnético total no ponto P devido à dimensão total do condutor será (substituindo y por **r**, que corresponde à distância perpendicular de P ao fio condutor):

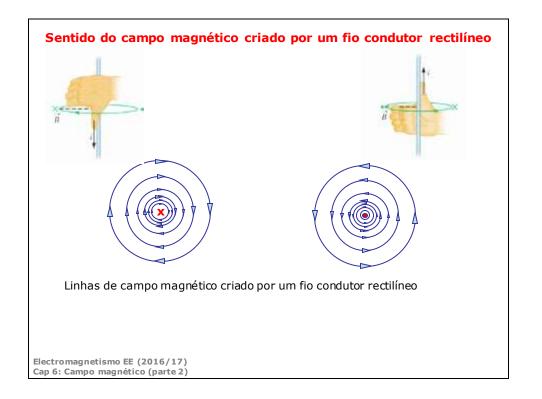
$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \left(sen\theta_1 + sen\theta_2 \right)$$

Se o fio for muito longo (infinito): $\theta_1 \wedge \theta_2 \cong 90^\circ$

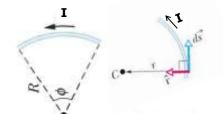
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

Qual o sentido e a direcção de $\vec{B}\,$?





6.5 Campo magnético criado por um condutor curvilíneo



Campo magnético no centro do arco

$$B = \frac{\mu_o I \phi}{4\pi R}$$

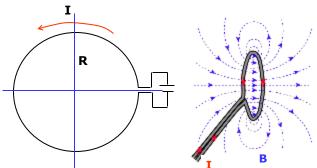
φ - medida do ângulo em radianos





Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

6.6 Campo magnético no centro de uma espira circular



A corrente eléctrica numa espira circular origina um campo magnético cujas linhas de campo se concentram mais no interior da espira.

Com esta geometria circular, a contribuição da corrente eléctrica em todos os elementos, para o campo magnético, soma-se no centro da espira. Se partirmos da lei de Biot-Savart, para calcular o campo magnético no centro da espira:

$$d\vec{B}_{P} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \frac{Id\vec{L} \times \hat{r}}{r^{2}} \Rightarrow dB = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \frac{IdLsen\theta}{R^{2}}$$

Sendo heta o ângulo entre $\emph{Id} ec{L}$ e o versor \hat{r}

No caso da circunferência $\theta = 90^{\circ} \Rightarrow \text{sen } \theta = 1$. O campo criado no centro da espira por um elemento dessa espira é:

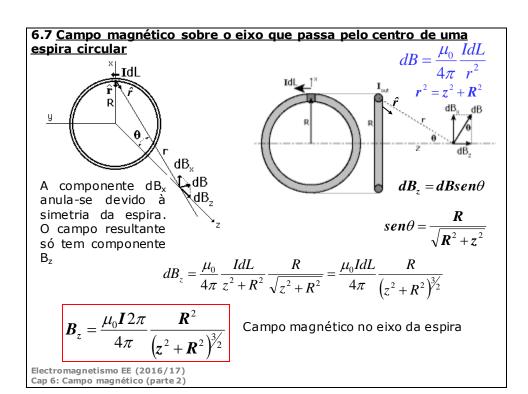
$$d\boldsymbol{B} = d \, \frac{\mu_0}{4\pi} \, \frac{\boldsymbol{IdL}}{\boldsymbol{R}^2}$$

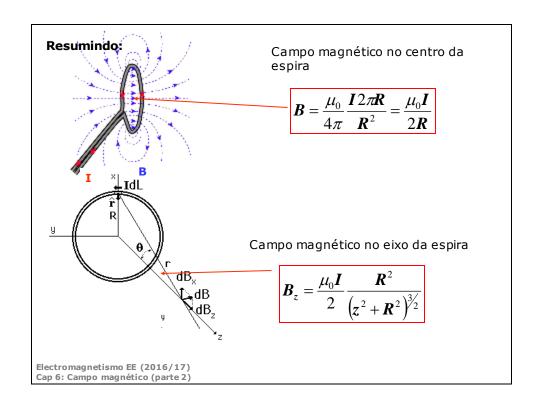
Para calcular a contribuição de toda a $m{B}=\int dm{B}=rac{\mu_0}{4\pi}rac{m{I}}{m{R}^2}\int dm{L}$

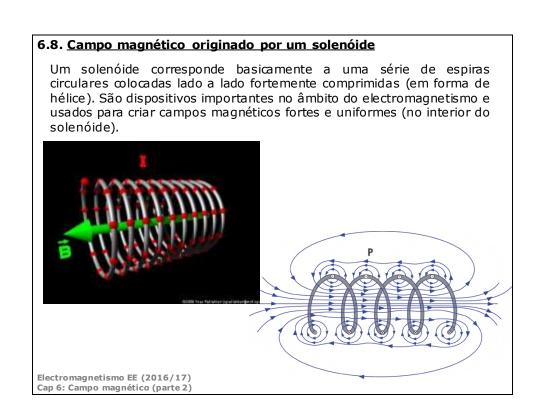
O integral ao longo de todo o perímetro da circunferência corresponde ao seu perímetro $\int\! d{m L} = 2\pi {m R}$

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\boldsymbol{I} 2\pi \boldsymbol{R}}{\boldsymbol{R}^2} = \frac{\mu_0 \boldsymbol{I}}{2\boldsymbol{R}}$$

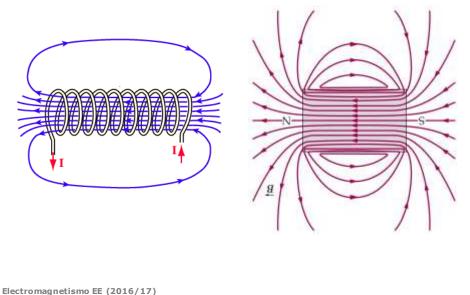
Campo magnético no centro da espira





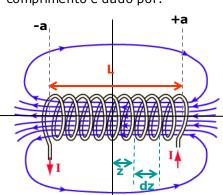


As linhas de campo magnético de um solenóide são idênticas às linhas de campo magnético de um magnete.



Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Consideremos um solenóide de comprimento L, com N espiras e percorrido por uma corrente I. O n^o de espiras por unidade de comprimento é dado por:



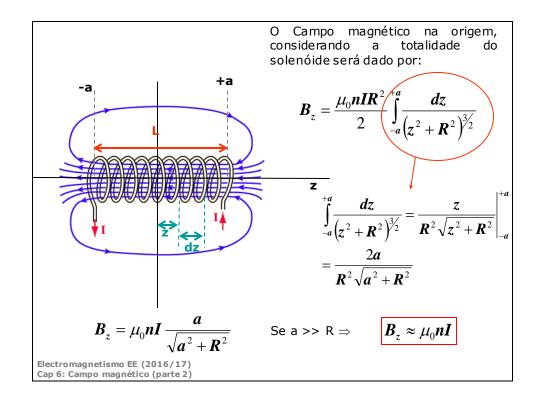
$$n = \frac{N}{L}$$

Se o nº de espiras fosse 1, o campo magnético ao longo do eixo seria:

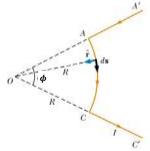
$$\boldsymbol{B}_{z} = \frac{\mu_{0} \boldsymbol{I}}{2} \frac{\boldsymbol{R}^{2}}{\left(\boldsymbol{z}^{2} + \boldsymbol{R}^{2}\right)^{3/2}}$$

Consideremos um elemento do solenóide **dz**, a uma distância **z** da origem \Rightarrow há **ndz** espiras nesse elemento. O campo magnético criado por esse elemento num ponto do eixo da espira será dado por:

$$d\boldsymbol{B}_{z} = \frac{\mu_{0} \boldsymbol{n} \boldsymbol{I} dz}{2} \frac{\boldsymbol{R}^{2}}{\left(z^{2} + \boldsymbol{R}^{2}\right)^{3/2}}$$







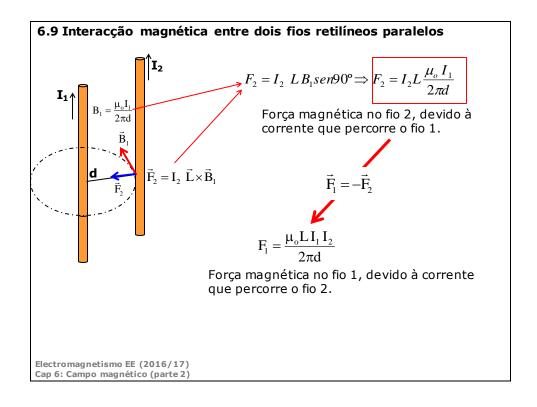
Exemplo 1

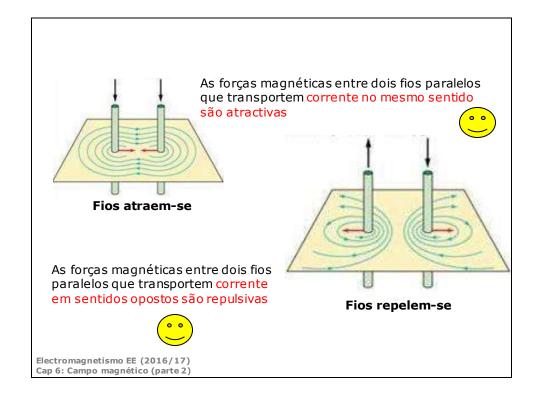
Determinar a magnitude, a direcção e o sentido do campo magnético no ponto O, criado pela corrente que circula no fio A'C'.

$$|\vec{B}|$$
 provocado por AA' e CC' $\vec{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int \frac{d\vec{L} \times \hat{r}}{r^2} \implies B = 0$

Sentido?

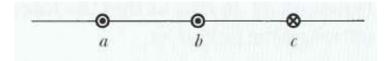
$$\left| \vec{B} \right|$$
 provocado por AC' $B = \frac{\mu_o I \phi}{4\pi R}$





Checkpoint

A figura representa 3 fios longos paralelos e equidistantes percorridos por correntes elétricas idênticas com sentidos para fora (a e b) e para dentro da folha (c). Ordene os fios por ordem decrescente de magnitude da força magnética resultante, devido às correntes dos outros dois fios.



Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

<u>Lei de Biot-Savart</u> permite calcular o campo magnético criado por um fio condutor que transporta uma corrente eléctrica constante

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético criado por um condutor rectilíneo longo

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

Campo magnético criado por um condutor curvilíneo

$$B = \frac{\mu_o I \phi}{4\pi R}$$

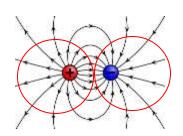
Força magnética entre dois fios paralelos

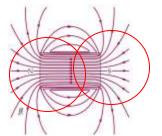
A s forças magnéticas entre dois fios paralelos que transportem corrente no mes mo sentido são atractivas; se a corrente tiver sentidos opostos são repulsivas

$$F_{m} = \frac{\mu_{o}L I_{2} I_{1}}{2\pi d}$$

6.10 Lei de Gauss do magnetismo

As linhas de campo magnético são linhas fechadas (as de campo eléctrico começam e acabam em cargas).





Consequência? Em geral:

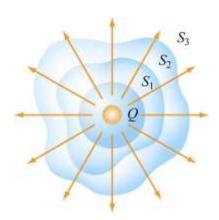
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} . d\vec{A} \neq 0$$

$$\Phi_B = \oint_{c} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

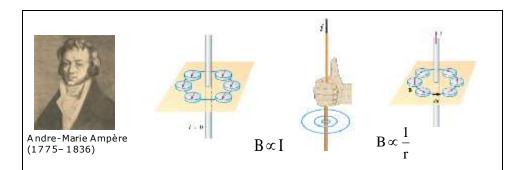
6.11 Lei de Ampère

<u>Lembrar</u>: Lei de Gauss do campo elétrico:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\rm int}}{\varepsilon_0}$$

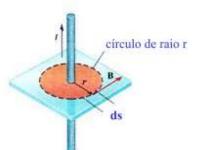
O fluxo total do campo elétrico através das superficies fechadas depende da carga no interior da superfície



- As linhas de campo magnético são concêntricas ao fio e encontram-se num plano perpendicular ao fio
- A direcção do campo magnético é tangente em cada ponto à circunferência
- A magnitude do campo magnético é constante em qualquer ponto de uma circunferência que esteja centrada no fio

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Vamos calcular o produto $\vec{B}.\vec{dS}$ Sobre uma curva circular centrada num fio condutor longo que transporta uma corrente I:



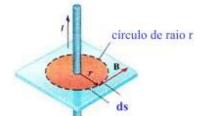
Em todos os pontos da curva, o campo magnético é tangente à curva, assim:

$$d\vec{s} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot ds \cdot \cos 0$$

Como vimos atrás (pela lei de Biot-Savart) o campo magnético, em qualquer ponto da circunferência é:

$$B = cte = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Então:
$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot ds$$



Integrando ao longo da circunferência:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot 2\pi r$$

$$B \oint ds = \mu_0 I$$

Lei de Ampère

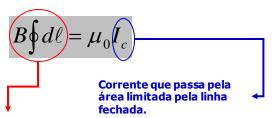
I – corrente que atravessa uma superfície no interior de uma linha fechada

Caso mais simples é aquele em que uma corrente percorre um fio rectilíneo muito longo (ds $total = 2\pi r$)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

O resultado pode ser aplicado ao caso geral de uma curva fechada arbitrária atravessada por uma <u>corrente constante</u>:



Componente tangencial de B, somada sobre a linha fechada.

Tal como a lei de Gauss, a Lei de Ampère é sempre válida para qualquer curva fechada, C e é útil em algumas situações particulares: situações envolvendo correntes com simetria elevada.

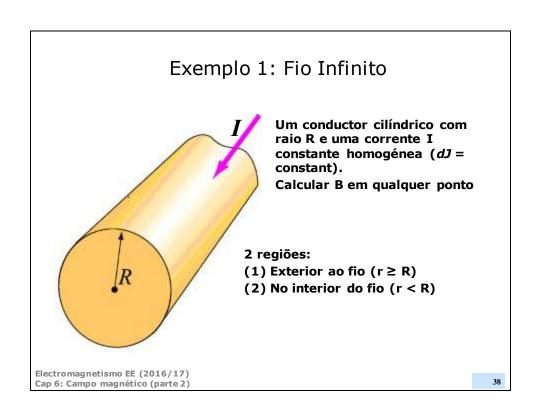
Aplicar a lei de Ampère

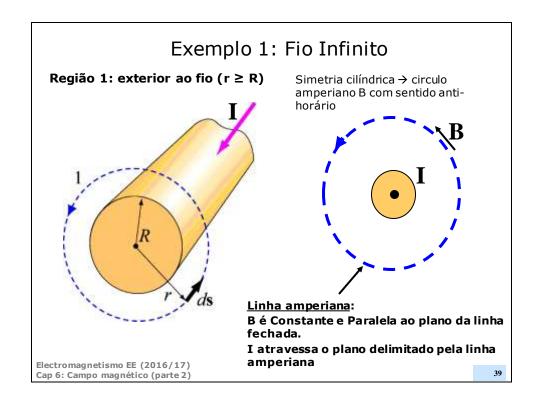
- Identificar regiões em que se pretende calcular B. O sentido é dado pela regra da mão direita
- Escolher a linha fechada (linha amperiana) em que B é nulo ou constante
- 3. Calcular $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$
- 4. Calcular a corrente elétrica que passa através da superfície delimitada pela linha fechada
- 5. Aplicar a lei de Ampère para calcular B

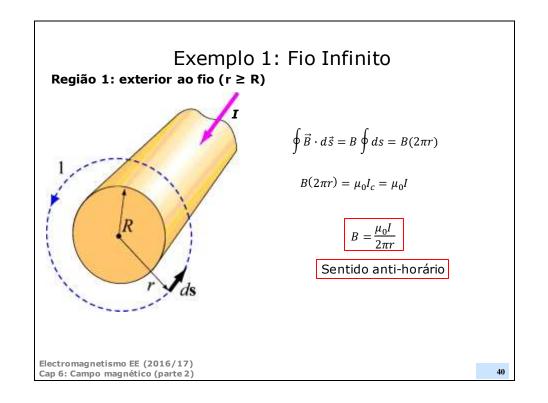
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_c$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

37

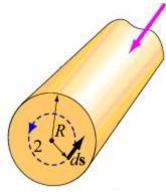






Exemplo 1: Fio Infinito Região 2: no interior do fio (r < R)





$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r)$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_{inc} \qquad \qquad B = \frac{\mu_0 I_c}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_c}{2\pi r}$$

$$I_c = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = I \frac{r^2}{R^2}$$

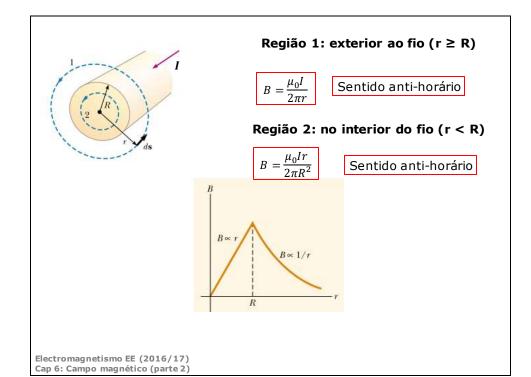
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{r^2}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

Sentido anti-horário

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

41



Aplicação da lei de Ampère:

No toróide ("donut") estão N voltas de fio percorrido pela corrente I.

O campo magnético na circunferência no interior do toróide

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r)$$

$$B(2\pi r)=\mu_0 I_c$$



$$B = \frac{\mu_0 I_c}{2\pi r} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

Consequências:

a) Campo diminui com aumento de r, mas se c-b << r, **B** é \sim constante

b) Quando:
$$\begin{cases} r < b \Rightarrow I = 0 \\ r > c \Rightarrow I_{fora} = I_{dentro} \Rightarrow I_{liquido} = 0 \end{cases} \Rightarrow B = 0$$
 Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Cap 6: Campo magnético (parte 2)

c) Confinamento das cargas

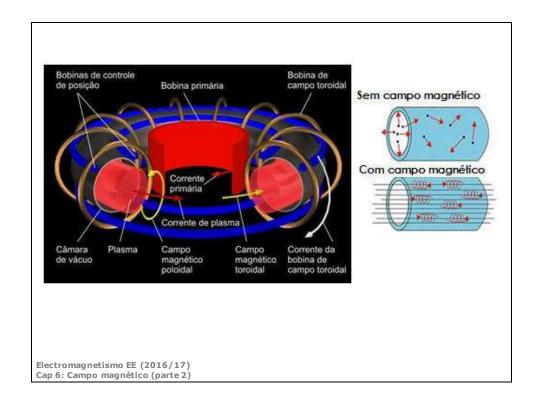
Tokamak - reactor experimental de fusão nuclear

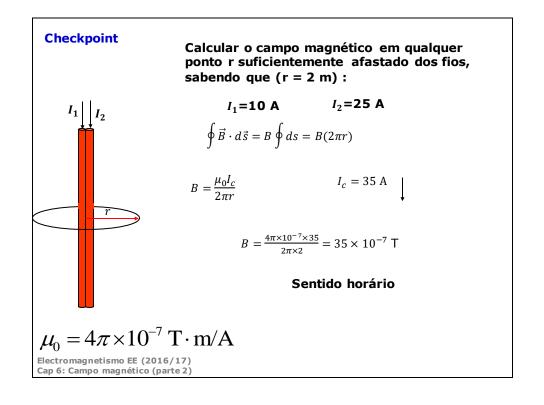


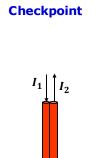


Contém cerca de 10 km de enrolamento de cobre (arrefecido a água), com corrente pulsada, que pode atingir picos de 73 000 A, produzindo campos magnéticos de 5.2 T durante 3 s.

Os campos magnéticos produzidos confinam as partículas carregadas.







Calcular o campo magnético em qualquer ponto r suficientemente afastado dos fios, sabendo que (r = 2 m):

$$I_1 = 10 \text{ A}$$
 $I_2 = 25 \text{ A}$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r)$$

$$B = \frac{\mu_0 I_c}{2\pi r} \qquad I_c = 15 \text{ A}$$

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 15}{2\pi \times 2} = 15 \times 10^{-7} \text{ T}$$

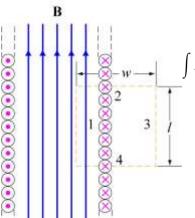
Sentido anti-horário

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \,\mathrm{T} \cdot \mathrm{m/A}$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Checkpoint

Calcular o campo magnético no interior do solenoide :



 $\begin{cases} \overrightarrow{B} \perp d\overrightarrow{s} & \mathsf{Lados} \ \ 2 \in \mathbf{4} \\ \overrightarrow{B} \approx \overrightarrow{0} & \mathsf{Lado} \ \ 3 \end{cases}$

$$\int_{1} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{1} \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_{2} \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_{3} \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_{4} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bl + 0 + 0 + 0$$

$$I_c = \frac{N}{l} lI = nlI$$

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bl = \mu_0 I_c$$

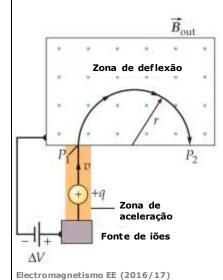
$$Bl = \mu_0 n l I$$

$$B = \mu_0 nI$$

6.12. Algumas aplicações do magnetismo (e electromagnetismo)

Espectrómetro de massa

Usados para medir massa de isótopos. Foi proposto em 1919 por Francis Aston.



Cap 6: Campo magnético (parte 2)

Admitindo que partem do repouso, os iões entram na zona de deflexão (campo magnético) com uma energia dada por:

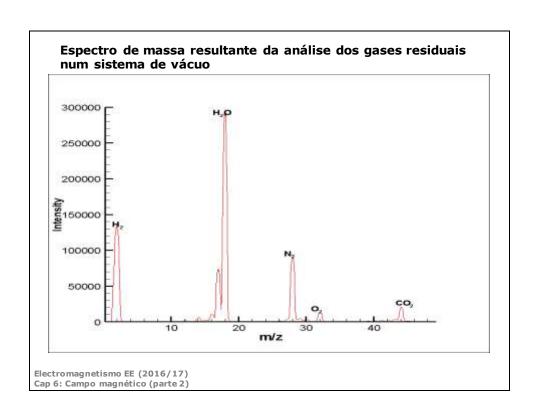
 $\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$

Na zona de deflexão, adquirem um movimento curvilíneo (semicircular) de raio:

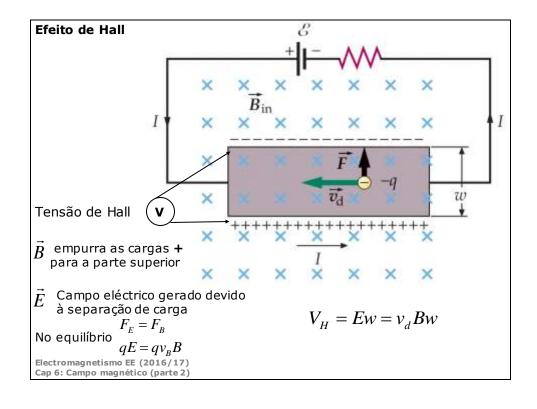
$$r = \frac{mv}{qB}$$

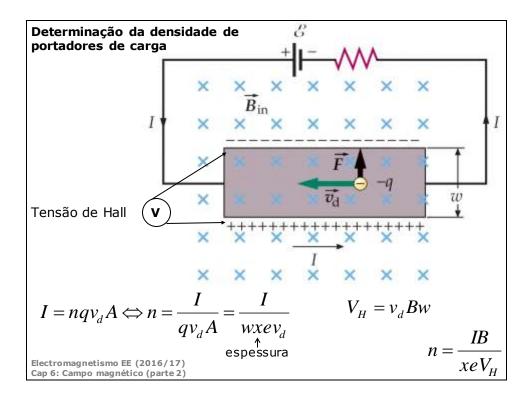
Donde resulta que:

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2|\Delta V|}$$



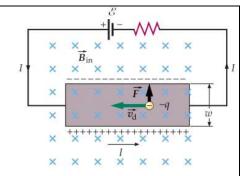
Relações M/Z para vários iões							
M/Z	iões	M/Z	iões	M/Z	iões	M/Z	iões
1	H+	15	CH ₃ +, N+, NH+	27	C ₂ H ₃ +, CHN+	37	CI+
2	D+, H ₂ +	16	CH ₄ +, O +, NH ₂ +	28	N ₂ +, CO+, C ₂ H ₄ +	38	A r ⁺ , C ₃ H ₂ ⁺
3	He+, H ₃ +	17	OH ₃ +, NH ₃ +, CH ₅ +	29	CHO+, C ₂ H ₅ +	39	C ₃ H ₃ +
4	He+, D ₂ +	18	H ₂ O +, NH ₄ +	30	NO ⁺ , C ₂ H ₆ ⁺ C ₂ H ₂ ⁺	40	A r ⁺ , C ₃ H ₄ ⁺
12	C +	19	F ⁺	32	O 2 ⁺	41	C ₃ H ₅ +
13	CH+,C+	20	Ne+, Ar++	35	CI+	43	C ₃ H ₇ +
14	N+, CH ₂ +	22	Ne ⁺ , CO ₂ ⁺⁺	36	A r+	44	CO ₂ +, C ₃ H ₈ +





Check Point

Uma tira condutora com 2 cm de largura (w), está colocada numa região onde existe um campo magnético de intensidade 8000 G. A tensão de Hall medida é 0.64 μ V. Calcule a velocidade de arrastamento ds electrões. 1 $G = 10^{-4}$ T



$$V_H = v_d B w$$

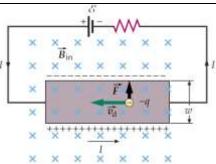
 $v_d = \frac{V_H}{B w} = \frac{0.64 \times 10^{-6}}{0.8 \times 2 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-5} m/s$

Check Point

Uma tira de Ag com espessura de 1 mm e largura 1.5 cm é percorrida por uma corrente de 2.5 A. numa região onde existe um B = 1.25 T com direcção perpendicular à tira. A tensão de Hall medida é $0.334~\mu V$.

a)Calcule a densidade de portadores de carga.

b) Comparar o resultado de a) com a densidade de átomos de Ag na placa. $\rho(Ag)=10.5 \text{ g/cm}^3; M(Ag)=107.9 \text{ g/mol}$



a)

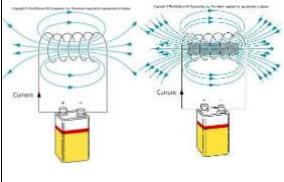
$$n = \frac{IB}{xeV_H} \iff n = \frac{2.5 \times 1.25}{10^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.334 \times 10^{-6}} = 5.85 \times 10^{28} elect./m^3$$

$$\Rightarrow n = \frac{10500 \times 6.023 \times 10^{23}}{107.9 \times 10^{-3}} = 5.86 \times 10^{28} \, \acute{a}t / m^3$$

Electromagnetismo EE (2016/17) Cap 6: Campo magnético (parte 2) ~1electrão por átomo

Electromagnetes

Um electromagnete consiste num "núcleo" de Ferro (permeabilidade magnética elevada) colocado no interior de um enrolamento de fio (por exemplo um solenóide). O Campo Magnnético no núcleo é superior ao que seria sem núcleo de Ferro e é proporciona ao nº de espiras do enrolamento.





- Distribuições estática de carga eléctrica produzem Campos Eléctricos (Cap. I)
- Todos os campos magnéticos têm origem em movimento de cargas eléctricas.
- Um campo magnético somente se evidencia se houver movimento relativo entre a carga eléctrica e um observador.
- Electricidade e magnetismo são duas facetas do Campo Electromagnético
 - Uma carga eléctrica em movimento produz campo magnético.
 - Campos magnéticos variáveis provocam efeitos no movimento de cargas eléctricas.

