

# Investigação Operacional

## Engenharia Comunicações (MIECom)

José António Oliveira

<http://dps.uminho.pt/pessoais/zan>



Universidade do Minho - Escola de Engenharia  
Departamento de Produção e Sistemas

# Investigação Operacional – IO

Operations Research - OR <sub>(USA)</sub>

Operational Research - OR <sub>(UK)</sub>

Management Science - MS

## O que é ?

# Investigação Operacional – IO

Em poucas palavras...

A Investigação Operacional é a disciplina que aplica métodos analíticos avançados para ajudar a tomar **melhores decisões**.

Usando técnicas como modelação matemática para analisar situações complexas, a Investigação Operacional dá aos executivos **o poder de tomar decisões** mais efectivas e construir sistemas mais produtivos baseado em:

- Dados mais completos
- Consideração de todas as opções disponíveis
- Predições cuidadosas de resultados e estimativas de risco
- Nas mais recentes ferramentas de decisão e técnicas

# Investigação Operacional – IO

Em poucas palavras...

Assim que um modo bom ou melhor modo de proceder for identificado, as pessoas de IO são frequentemente **centrais na implementação** da mudança proposta.

As Organizações tem em conta uma gama extensiva de melhorias operacionais - por exemplo, maior eficiência, melhor atendimento ao consumidor, qualidade mais elevada ou mais baixo custo.

# Investigação Operacional – IO

Em poucas palavras...

Qualquer que seja o ramo da engenharia a IO pode oferecer a flexibilidade e a adaptabilidade para a proporcionar ajuda objectiva.

A maioria dos problemas que a IO enfrenta são confusos e complexos, por vezes implicando incerteza considerável.

A IO pode usar métodos quantitativos avançados, modelação, estruturação de problemas, simulação e outras técnicas analíticas para examinar suposições, facilitando um aprofundamento e **decidir a acção prática**.

# Investigação Operacional

Concluindo...

**Ciência aplicada à  
resolução de problemas  
do mundo real**

## Optimisation = Efficiency + Savings

Dr Heng-Soon GAN Department of Mathematics and Statistics The University of Melbourne

- Kellogg's
  - The largest cereal producer in the world.
  - LP-based operational planning (production, inventory, distribution) system saved \$4.5 million in 1995.
- Procter and Gamble
  - A large worldwide consumer goods company.
  - Utilised integer programming and network optimization worked in concert with Geographical Information System (GIS) to re-engineering product sourcing and distribution system for North America.
  - Saved over \$200 million in cost per year.
- Hewlett-Packard
  - Robust supply chain design based on advanced inventory optimization techniques.
  - Realized savings of over \$130 million in 2004



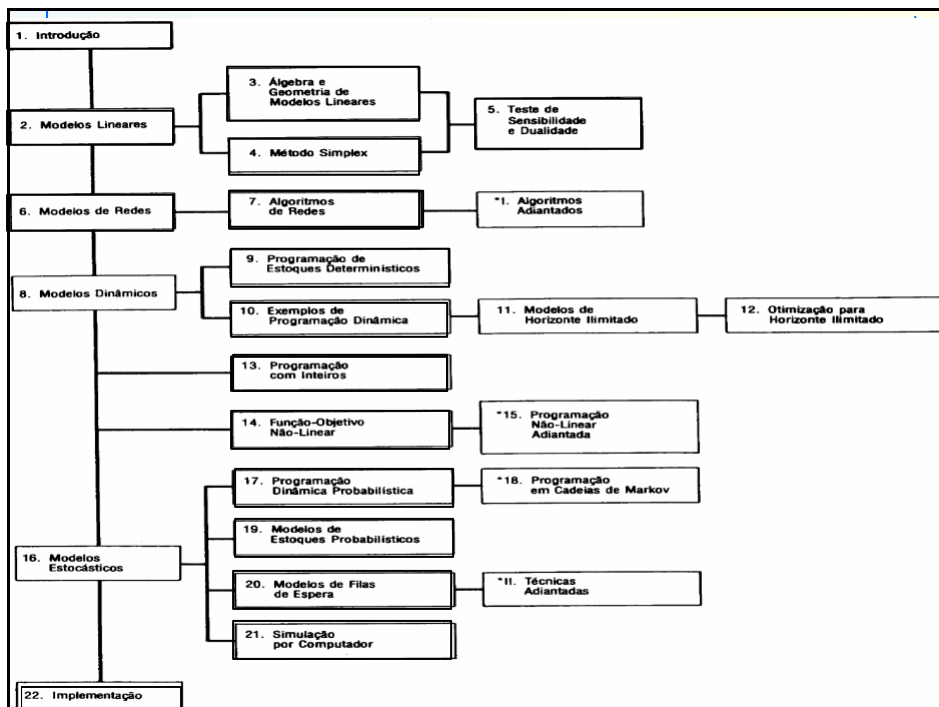
Universidade do Minho

Investigação Operacional

Source: Interfaces

## IO em Portugal

- <http://www.apdio.pt/>



## IO 2006: 9-11 Outubro

	Sala Millennium BCP (Piso 3) / Aud.III (P)	Sala 202 (Piso 2) / UNICRE (Piso 3)	Sala Aud. I (Piso 2)	Sala 303 (Piso 3) / ott (Piso 3)	Sala CGD (Piso 4)	Sala Edif. (Piso 2)
9 Out. 15:10-16:30	SC1: Optimização I	SC2: Meta-heurísticas I	SC3: Grafos e Redes I	SC4: Rotas	SC5: Produção I	SC6: Transportes I
10 Out. 09:00-10:00	TA1: Optimização II	TA2: DEA I	TA3: Multicritério I	TA4: Multiobjectivo I	TA5: Data Mining	TA6: Economia e Finanças I
10 Out. 10:10-11:10	TB1: Localização I	TB2: DEA II	TB3: Grafos e Redes II	TB4: Multiobjectivo II	TB5: Transportes II	TB6: Modelos Estocásticos I
10 Out. 15:10-16:30	TC1: Localização II	TC2: Redes Neurais	TC3: Multicritério II	TC4: Escalonamento	TC5: Produção II	TC6: Economia e Finanças II
10 Out. 17:00-18:20	TD1: Modelos Estocásticos II	TD2: DEA III	TD3: Avaliação de Desempenho	TD4: Logística I		TD5: Sequenciamento I
11 Out. 09:00-10:00	QA1: Programação Inteira I	QA2: DEA IV	QA3: Grafos e Redes III	QA4: Multiobjectivo III	QA5: Produção III	QA6: Corte e Empacotamento I
11 Out. 10:10-11:10	QB1: Programação Inteira II	QB2: Meta-heurísticas II	QB3: Multicritério III	QB4: Logística II	QB5: Sequenciamento II	QB6: Corte e Empacotamento II

# Os problemas do mundo real:

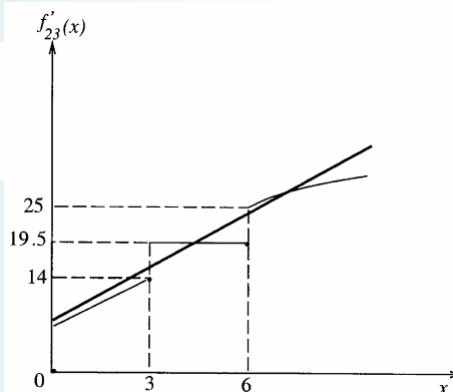
- são difíceis de solucionar porque:

- O número de soluções possíveis no espaço de pesquisa é tão grande que impede qualquer pesquisa exaustiva da melhor solução;
- O problema é tão complicado, que para tornar possível uma resposta que seja, temos de usar modelos para o problema de tal modo simplificados que o resultado não se adequa;
- A função de avaliação que descreve a qualidade de qualquer solução proposta tem ruído, ou varia com o tempo, e por isso uma única solução não é suficiente, mas sim uma série inteira de soluções;
- As soluções possíveis são tão restringidas, que construir uma solução possível é uma resposta difícil, quanto mais encontrar a solução óptima;

## Não podemos simplificar?

$$f_{23}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x = 0 \\ 4 + 3.33x & \text{if } 0 < x \leq 3 \\ 19.5 & \text{if } 3 < x \leq 6 \\ 0.5 + 10\sqrt{x} & \text{if } 6 < x, \end{cases}$$

$$f'_{23}(x) = 2.66x + 8.25$$



Problema  $\rightarrow$  Modelo<sub>aprox.</sub>  $\rightarrow$  Solução<sub>exact.</sub> (Modelo<sub>aprox.</sub>)

Problema  $\rightarrow$  Modelo<sub>exact.</sub>  $\rightarrow$  Solução<sub>aprox.</sub> (Modelo<sub>exact.</sub>)

## Um problema difícil

- Até ao momento, todos os **algoritmos** conhecidos para **solucionar** os problemas difíceis (**NP-completos**) requerem um **tempo** que é uma **função exponencial** do tamanho do problema, (**é desconhecido se há qualquer algoritmo mais rápido**).
- No pior caso, este tipo de algoritmos pode conduzir à **enumeração completa** das soluções.
- São muitos os problemas difíceis?
  - **Problemas NP-Completos**

## NP - Completos

- Qual a dificuldade?

Não existe um algoritmo eficiente para a solução
- É importante ter um algoritmo eficiente?

Principalmente se queremos resolver problemas de grande dimensão e não dispomos de muito tempo para computação.

## Pontos-chave da IO

- Resolução de problemas complexos do mundo real usando uma abordagem **científica / matemática**
- Os problemas nos sistemas consistem em
  - Humanos
  - Máquinas
  - Matérias-primas
  - Capital
- Representar um sistema num **modelo matemático**
- **Apoiar** a pessoa (decisor) que planeia e gere tais sistemas na **tomada da decisão**

## Historical Background

Johannes Lüthi - Universität der Bundeswehr München

- 1938, Great Britain: "Operational Research"  
Increase effectiveness of military operations (radar, submarines) using mathematical methods
- 1941: Linear programming for distribution problems (e.g. refinery problems)
- 1957: Dynamic programming
- 1959: Network models
  
- Also older models are used in OR



# Operations Research Over the Years

Dr. Yasser Dessouky - San José State University

- 1947
  - Project Scoop (Scientific Computation of Optimum Programs) with George Dantzig and others. Developed the simplex method for linear programs.
- 1950's
  - Lots of excitement, mathematical developments, queuing theory, mathematical programming. A.I. in the 1960's
- 1960's
  - More excitement, more development and grand plans. A.I. in the 1980's.

# Operations Research Over the Years

Dr. Yasser Dessouky - San José State University

- 1970's
  - Disappointment, and a settling down. NP-completeness. More realistic expectations.
- 1980's
  - Widespread availability of personal computers. Increasingly easy access to data. Widespread willingness of managers to use models.
- 1990's
  - Improved use of O.R. systems. Further inroads of O.R. technology, e.g., optimization and simulation add-ins to spreadsheets, modeling languages, large scale optimization. More intermixing of A.I. and O.R.

# Operations Research in the 00's

Dr. Yasser Dessouky - San José State University

- LOTS of opportunities for OR as a field
- Data, data, data
  - E-business data (click stream, purchases, other transactional data, E-mail and more)
- Need for more automated decision making
- Need for increased coordination for efficient use of resources (Supply chain management)

# Operations Research in the 00's

Dr. Yasser Dessouky - San José State University

- Optimization is everywhere
- Models, Models, Models
- The goal of models is "insight" not numbers
  - paraphrase of Richard Hamming
- Algorithms, Algorithms, Algorithms

# The OR Approach to Modeling

Archis Ghatge - University of Washington

Not different from other quantitative fields of study

1. Define the problem and gather data.
2. Formulate a mathematical model to represent the problem
3. Develop a computer-based procedure for deriving solutions to the model
4. Test/refine the model
5. Implement.

(Hillier and Lieberman, 2005)

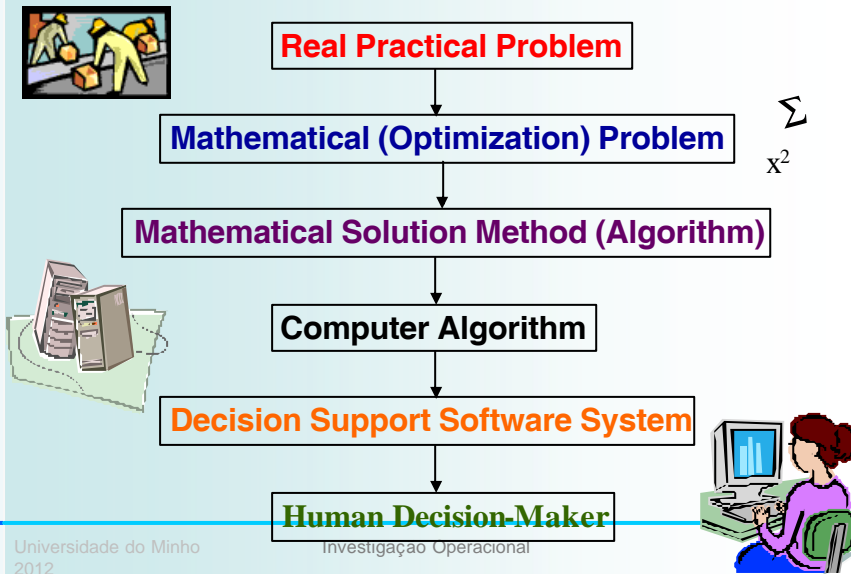
# Defining the Problem and Gathering Data

Archis Ghatge - University of Washington

- Unlike textbook problems, practical decision problems are often "vague".
- Important to identify the key decision makers and understand their viewpoint/gain insights into the problem.
  - What are the different decision alternatives?
  - What is the objective of interest? Are there multiple objectives? Do these objectives conflict with one another?
  - What are the constraints?
  - What are the sources of uncertainty?
- Data gathering is key.

# Mathematics in Operation

Dr Heng-Soon GAN Department of Mathematics and Statistics The University of Melbourne



## Áreas típicas de aplicação da PL

- Problemas de composição / mistura
- Planeamento da produção
- Gestão de refinaria de petróleo
- Distribuição
- Planeamento Financeiro e económico
- Planeamento de mão-de-obra
- Carregamento de fornos
- Exploração agrícola

## (Diet problem)

Sehun Kim - Department of Industrial and Systems Engineering - KAIST

This problem is looking for a daily diet for a person such that it satisfies the minimum daily requirement of each nutrient and requires the smallest cost. In this example, they would like to construct a diet of 4 basic foods which are milk, tuna, bread, and spinach. The diet should satisfy the minimum requirements of 4 nutrients which are vitamin A, C, D and iron. The table shows nutrient contents of the 4 basic foods and their prices and the minimum daily requirements of the four nutrients.

Since this diet is for human being, the taste of the diet is also very important. Hence, they decided to include at least 0.1kg of tuna and half roll of bread.

Nutrient	Milk (L)	Tuna (kg)	Bread (roll)	Spinach (kg)	Requirements Per day
Vitamin A (unit: IU)	1600	800	0	70000	5000
Vitamin C (unit: mg)	10	0	0	140	30
Vitamin D (unit: IU)	120	0	0	0	100
Iron (unit: mg)	7	14	13	16	12
Price (\$)	1	3	0.65	0.6	-



Home



## The Traveling Salesman Problem

The Traveling Salesman Problem is one of the most intensively studied problems in computational mathematics. These papers are devoted to the history, applications, and current research of this challenge of finding the shortest route visiting each member of a collection of locations and returning to your starting point.

> Home

The Problem

History

Applications

Solving a TSP

World Records

Gallery

TSP Games

Google Maps

Concrete

Test Data

News

TSP Book

Search Site

New! Mona Lisa TSP

New! Google Maps

New! plat9000

New! Rose Schreck's Flight

A 100,000-city challenge

Plot an optimal TSP tour

Solution of a 65,000-city

All 109 public airports in

TSP Book

The Traveling Salesman Problem: A Computational Study by Applegate, Bixby, Chvátal, and Cook.

Lower Bound

Car 54

Sweden TSP

Optimal solution for visiting all 24,878 cities in Sweden. Tour has length approximately



# Knapsack problem

From Wikipedia, the free encyclopedia

The **knapsack problem** or **rucksack problem** is a problem in combinatorial optimization: Given a set of items, each with a weight and a value, determine the number of each item to include in a collection so that the total weight is less than a given limit and the total value is as large as possible. It derives its name from the problem faced by someone who is constrained by a fixed-size knapsack and must fill it with the most useful items.

The problem often arises in resource allocation with financial constraints. A similar problem also appears in combinatorics, complexity theory, cryptography and applied mathematics.

The decision problem form of the knapsack problem is the question "can a value of at least  $V$  be achieved without exceeding the weight  $W$ ?"

## [Example 2-6] (Portfolio selection problem)

- (Portfolio in finance means the list of investment or securities held by an individual or a company.)

Massat collected a new fund of \$25,000,000 and is considering to invest to the 4 stocks in the table. This table shows the prices of stocks, their expected returns and risk indices per \$5. For example, the price of stock A is \$100 and it is expected that a profit of 12% of \$100 (= \$12) can be obtained after one year. But this is just an expectation. The realized return after 1 year can be much higher than 12% or much lower than 12%. In some cases it could be possible to have loss rather than profit. So even though the expected return is 12%, there is a wide variation in the realized return. This variation is called risk. The risk index in the table is a measure of the risk of the stock.



Universidade do Minho  
2012

Investigação Op

# Seven Bridges of Königsberg

From Wikipedia, the free encyclopedia

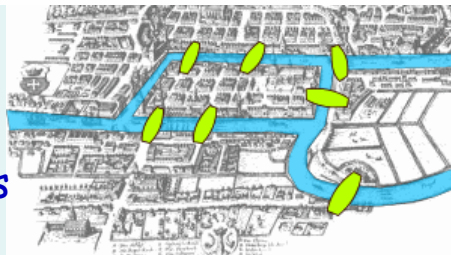
The **Seven Bridges of Königsberg** is a notable historical problem in mathematics. Its negative resolution by Leonhard Euler in 1735 laid the foundations of graph theory and presaged the idea of topology.

The city of Königsberg in Prussia (now Kaliningrad, Russia) was set on both sides of the Pregel River, and included two large islands which were connected to each other and the mainland by seven bridges.

The problem was to find a walk through the city that would cross each bridge once and only once. The islands could not be reached by any route other than the bridges, and every bridge must have been crossed completely every time (one could not walk half way onto the bridge and then turn around and later cross the other half from the other side).

## • Problema do Carteiro Chinês

## • Recolha de resíduos



Universidade do Minho  
2012

Investigação Operacional

28

## Áreas de Aplicação (JORS)

Agriculture	Inventory
Air Traffic Control	Knowledge Management
Balanced Scorecard Management	Maintenance
Call centre management	Mathematical Programming
Career Development	Multicriteria Decision Analysis
Conference Report	Neural Networks
Consultancy	Optimisation
Customer Relationship Management	Performance Measurement & Improvement
Data Collection	Policing
Data Marketing	Queueing
Data Mining	Reliability
Data Warehousing	Retail
Decision Support	Risk Assessment
Defence	Safety
Demand Estimation	Scheduling
e-business	Simulation
Environment	Sport
Forecasting Models	Supply Chain Management
Geographical Information Systems (GIS)	System Dynamics
Healthcare	Telecoms
Heuristics	Transport
History of OR	

## Tipo de Aplicações

- Ampla variedade de problemas
- É possível identificar um pequeno conjunto de problemas que representam a maioria dos problemas.
- Estes problemas repetem-se com frequência
- Desenvolveram-se técnicas protótipo para modelizar e encontrar as soluções para esses modelos.

## Tipo de Aplicações

- Previsão:
  - Análise de séries temporais para responder a questões típicas:
  - Como será a procura de produtos?
  - Quais serão os modelos de venda?
  - Como afectará os ganhos?

## Tipo de Aplicações

- Finanças e investimento:
  - Quanto capital é necessário?
  - Onde pode ser obtido?
  - Quanto custará?



## Tipo de Aplicações

- Planeamento e afectação de mão-de-obra:
  - Quantos empregados são necessários?
  - Que habilitações / formação devem ter?
  - Quanto tempo devem trabalhar para nós?

## Tipo de Aplicações

- Sequenciamento e escalonamento:
  - Que tarefas são mais importantes?
  - Em que ordem devem ser realizadas?

## Tipo de Aplicações

- Localização, afectação, distribuição e transportes:
  - Qual é a melhor localização para uma operação?
  - Que dimensão devem ter as instalações?
  - Que recursos são necessários?
  - Existem deficiências?
  - Como se podem estabelecer prioridades?

## Tipo de Aplicações

- Política de confiabilidade e manutenção:
  - Como funciona o equipamento?
  - Quanto é a sua confiabilidade?
  - Quando deve ser substituído?

## Tipo de Aplicações

- Controlo de inventário e rupturas de stock:
  - Quantas existências deveríamos manter?
  - Quando se encomenda?
  - Quanto devemos pedir?

## Tipo de Aplicações

- Planeamento e controlo do projecto:
  - Quanto tempo requererá o projecto?
  - Quais são as actividades mais importantes?
  - Como devem ser utilizados os recursos?

## Tipo de Aplicações

- Filas de espera e congestionamento:
  - Qual é o comprimento das filas de espera?
  - Quantos servidores deveríamos utilizar?
  - Qual é o nível de serviço que estamos a oferecer?

## Tipo de Aplicações

- A ampla gama de potenciais aplicações e a grande variedade de técnicas para o processo de modelização em Investigação Operacional, que se podem eleger e combinar para se alcançar uma abordagem multidisciplinar, **funcionam em conjunto**, fazendo com que a profissão seja **dinâmica e estimulante**.

## Porquê estudar IO?

- Que pode esperar o aluno obter como recompensa?
  - o prazer de fazer coisas.
  - o prazer de fazer coisas que são úteis.
  - o fascínio de lidar com objectos complexos tipo quebra-cabeças.
  - aprender continuamente.

## Porquê estudar IO?

- Dar aos alunos suficiente compreensão e confiança para apreciar as forças e as limitações inerentes da abordagem de investigação operacional.
- Preparar e motivar futuros especialistas a continuarem em seus estudos por terem uma visão geral mais penetrante de investigação operacional.

## Notas finais

- Pretendo para a próxima aula!
- Uma visita a:
  - [http://en.wikipedia.org/wiki/Operations\\_research](http://en.wikipedia.org/wiki/Operations_research)
  - **European Journal of Operational Research**
  - [www.elsevier.com/locate/ejor/](http://www.elsevier.com/locate/ejor/)
- Escolher um artigo relacionado com temas de engenharia