28/01/2010

Complementos de Análise Matemática B/C

Teste 3 + Teste 4

LEIA COM ATENÇÃO ANTES DE INICIAR A SUA PROVA

Esta prova de avaliação integra os Testes 3 e 4, tendo a **duração total de 1h45m**.

O Teste 3 corresponde aos exercícios 1, 2 e 3; o Teste 4 corresponde aos exercícios 4, 5 e 6. Não é necessário realizar os testes em folhas distintas, nem respeitar a ordem das perguntas, sendo apenas necessário **indicar de forma clara qual o exercício que está a ser resolvido**. A cotação de cada questão está colocada à direita do respectivo enunciado.

Material permitido: Material habitual de escrita;
Tabelas de primitivas e Formulário da UC **sem anotações**.

Esta prova é **estritamente individual**, devendo a **identificação do aluno** ser colocada em cima da respectiva mesa, de forma visível, durante toda a prova. **Qualquer tentativa de fraude implicará, no mínimo, a anulação da prova**.

Esta folha deve ser entregue no final da prova, juntamente com a respectiva resolução. No topo das folhas de teste que entregar **deve escrever** "**Teste B**".

Declaro que li o texto acima,

Nome: ____

Número: ____________

Curso: ______________

Enunciado no verso

Complementos de Análise Matemática B/C

Teste B
(não esquecer de escrever na folha de resposta)

Teste 3
(4 valores)

1. a) Determine, sem usar a definição, a transformada de Laplace da função: (1.00)

$$h(t)=\begin{cases} t\,\text{sen}\,t, & 0<t\le 2\pi, \\ 0, & 2\pi<t\le 10, \\ 1, & t>10. \end{cases}$$

b) Determine a transformada inversa de Laplace da função: (1.00)

$$H(s)=\frac{1}{(s^2+1)(s-3)}e^{-\pi s}.$$

2. Determine, usando a transformada de Laplace, a função $y(t)$ que verifica o PVI: (1.50)

$$\frac{dy}{dt}+\frac{dx}{dt}-x=2e^{2t}+e^{t},$$
$$2\frac{dy}{dt}+\frac{dx}{dt}-3y+x=e^{2t}+(2t+1)e^{t}+3,$$
$$x(0)=0,\ \ y(0)=0.$$

3. Seja $g(t)>0$ uma função definida para $t>0$ que admite transformada de Laplace $G(s)$ para $s>\alpha$. (0.50)
Mostre, usando a definição de transformada de Laplace, que $G(s)$ é uma função decrescente.

Teste 4
(4 valores)

4. Determine os valores próprios e as funções próprias do PVF: (1.75)

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\lambda y=0,\ \ y(0)=0,\ \ \frac{dy}{dx}(2)=0.$$

5. Determine a solução do seguinte problema: (1.75)

$$u=u(y,t):\ \ t\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial t}-u=0,\ \ u(y,1)=7e^{-3y}-2e^{y}.$$

6. Considere a EDP $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+y\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0,\ (x,y)\in\mathbb{R}^2$, onde $u=u(x,y)$. Classifique a EDP (hiperbólica, elíptica, hiperbólica) justificando adequadamente. (0.50)