

1.º Teste de Complementos de Análise Matemática

Versão A

MIEMAT e MIETI
30 de outubro de 2014
Duração: 1.5h

1. Considere a equação diferencial

$$\left(2xy - \frac{e^x}{y}\right) dx + 2(x^2 + 1) dy = 0.$$

- (a) Mostre que a equação diferencial dada não é exata, mas que admite y como um fator integrante.
(b) Determine uma família de soluções da equação diferencial

$$(2xy^2 - e^x) dx + 2y(x^2 + 1) dy = 0.$$

2. Determine a solução da seguinte equação diferencial homogênea tal que $y(1) = \pi$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y \sin\left(\frac{y}{x}\right) - x}{x \sin\left(\frac{y}{x}\right)}$$

3. Considere a seguinte equação diferencial de Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2y^2.$$

- (a) Mostre que a função $f(x) = \frac{x}{4-x^2}$ é uma solução da equação diferencial dada em $I =]-2, 2[$.
(b) Converta a equação de Bernoulli dada numa equação diferencial linear realizando uma mudança de variável adequada.

4. Considere a seguinte equação diferencial

$$x^2 dy - (xy + 1) dx = 0.$$

- (a) Diga, justificando, se é verdadeira ou falsa a seguinte proposição: "A equação diferencial dada é linear qualquer que seja a variável independente."
(b) Determine a solução geral de equação diferencial dada.

5. Considere a equação diferencial

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 9y = 11 - 12x + 9x^2.$$

- (a) Sabendo que e^{3x} e xe^{3x} são soluções da equação diferencial homogênea associada diga, justificando, se as soluções são ou não linearmente independentes.
(b) Sabendo que $x^2 + 1$ é uma solução particular da equação diferencial dada indique a sua solução geral.

Questão	1.(a)	1.(b)	2.	3.(a)	3.(b)	4.(a)	4.(b)	5.(a)	5.(b)
Cotação	1.5	3	4.5	2	2.5	2	2.5	1	1