Sinais e Sistemas

1ª aula – Representação dos sinais

Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Introdução

- O conceito de sinais e sistemas aplica-se a uma grande variedade de áreas do conhecimento:
    - telecomunicações,
    - aeronáutica e astronáutica,
    - projecto de circuitos electrónicos,
    - acústica,
    - sismologia,
    - biomedicina,
    - sistemas de produção e distribuição de energia,
    - controlo de processos químicos
    - processamento de voz.

Introdução

- Embora a natureza física dos sinais e sistemas que surgem nas diversas áreas possa ser drasticamente diferente, todos eles têm duas características básicas em comum.
  - Os sinais, que são funções de uma ou mais variáveis independentes, contêm informações sobre o comportamento ou a natureza de algum fenómeno;
  - Os sistemas respondem a sinais específicos produzindo outros sinais ou algum comportamento desejado.

Introdução

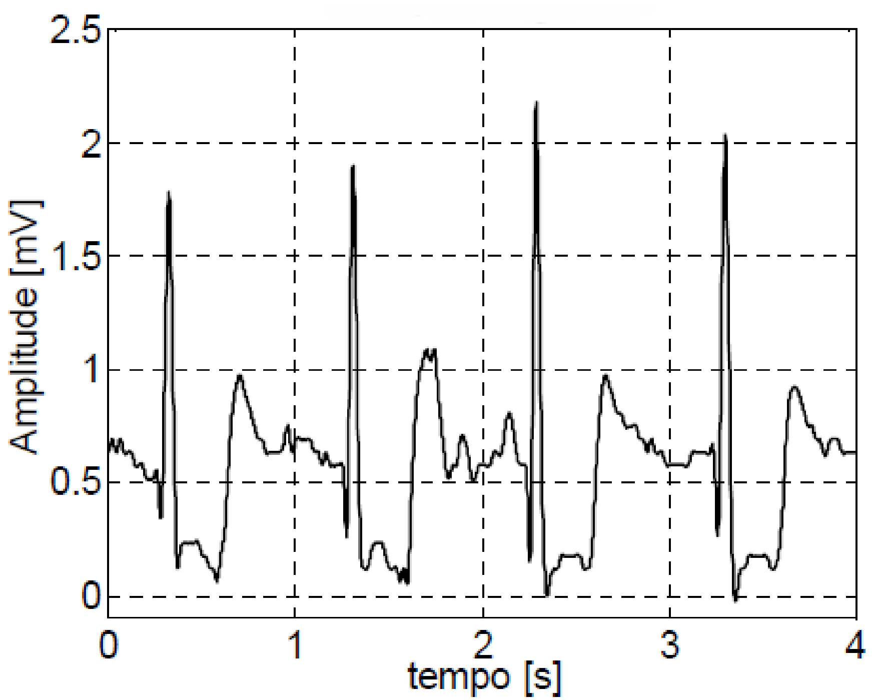
- Tensões e correntes em função do tempo num circuito elétrico são exemplos de sinais:
  - um circuito é um exemplo dum sistema que, neste caso, responde às tensões e correntes que lhe são aplicadas.
- Um automobilista pressiona o acelerador:
  - o automóvel responde aumentando a velocidade do veículo,
  - Neste caso o sistema é o automóvel, a pressão no pedal do acelerador é a entrada no sistema, e a acelaração do automóvel a resposta.

Introdução

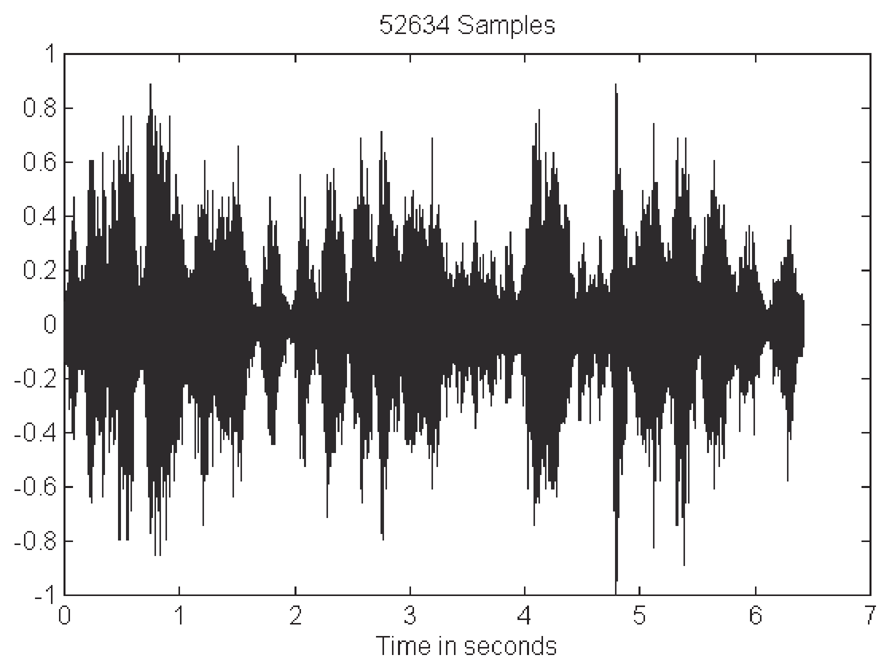
- Tensões e correntes em função do tempo num circuito elétrico são exemplos de sinais:
  - um circuito é um exemplo dum sistema que, neste caso, responde às tensões e correntes que lhe são aplicadas.
- Um automobilista pressiona o acelerador:
  - o automóvel responde aumentando a velocidade do veículo,
  - Neste caso o sistema é o automóvel, a pressão no pedal do acelerador é a entrada no sistema, e a acelaração do automóvel a resposta.

Introdução

- Exemplos de sinais:



Electrocardiograma



Sinal de áudio

Classificação dos sinais

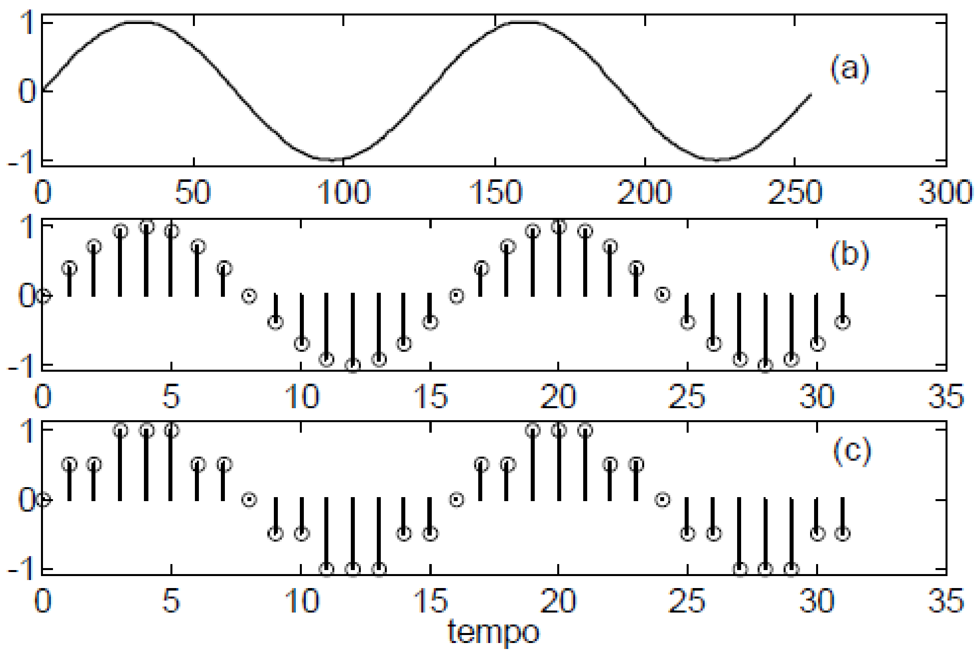
- Sinais unidimensionais e multidimensionais:
  - Os sinais dos exemplos anteriores possuem apenas uma variável independente (tempo) e são chamados de unidimensionais
  - Por outro lado, uma imagem de vídeo é um sinal bidimensional
    - A função luminosidade tem 2 variáveis independentes de posição
  - Uma projeção holográfica ou um diagrama de radiação de uma antena correspondem a sinais tridimensionais com 3 variáveis de posição.

Classificação dos sinais

- Sinais de tempo <u>contínuo</u> e de tempo <u>discreto</u>:
  - Sinais definidos para todo instante de tempo são chamados de sinais de <u>tempo contínuo</u>,
  - Sinais definidos apenas em determinados instantes de tempo são chamados de sinais de <u>tempo discreto.</u>
  - Um sinal pode ser representado matematicamente por uma função de uma ou mais variáveis.
    - Sinal de tempo contínuo: a variável independente (tempo, t) é representada entre parêntesis como, por exemplo, $x(t)$.
    - Sinal de tempo discreto: utiliza-se a variável independente n ou k, é representada entre parêntesis rectos, como por exemplo $x[n]$ ou $x[k]$, onde n e k são números inteiros.

Classificação dos sinais

- Sinais de tempo <u>contínuo</u> e de tempo <u>discreto</u>:



a) Sinal de tempo contínuo

b) Sinal de tempo discreto (obtido através de amostragem)

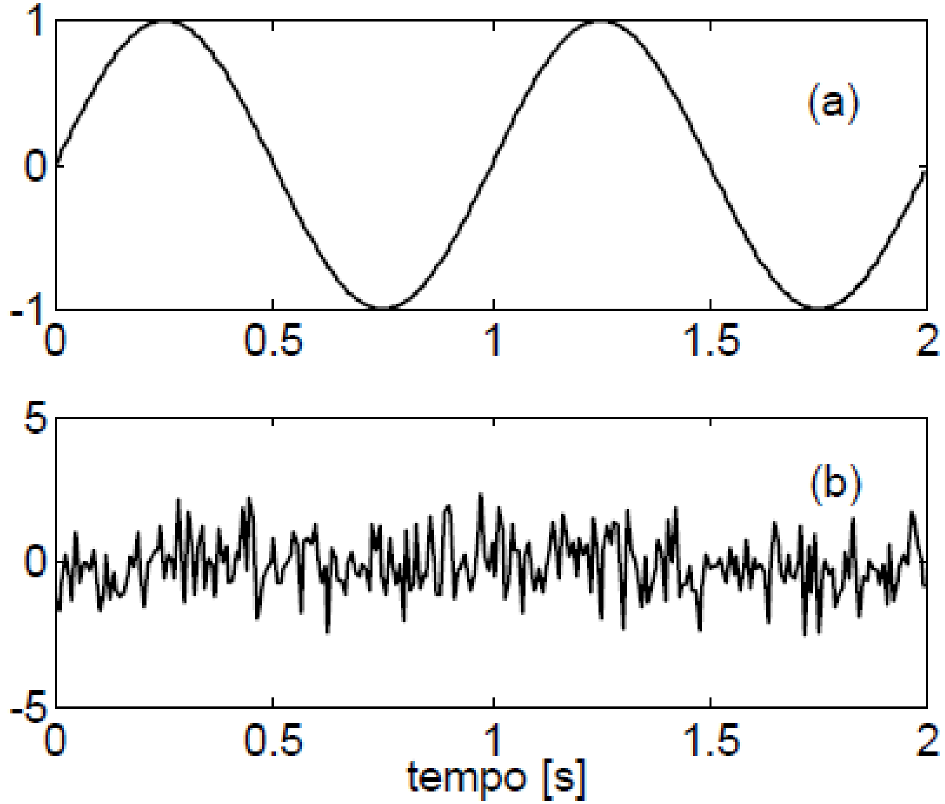
c) Sinal digital (amplitudes –1, -0,5, 0, +0,5 e +1)

Classificação dos sinais

- Sinais determinísticos e aleatórios
  - Sinais determinísticos são aqueles que podem ser descritos sem nenhuma incerteza
    - pode ser reproduzido de maneira exacta e repetida. Um sinal sinusoidal puro é um exemplo de um sinal determinístico;
  - Sinais aleatórios são aqueles que não podem ser descritos com certeza antes de ocorrer. Exemplos:
    - o conjunto dos resultados obtidos quando se joga um dado não-viciado
    - o sinal de um exame de ECG ou EEG também são sinais aleatórios, pois não pode ser previsto com certeza.

Classificação dos sinais

- Sinais determinísticos (a) e aleatórios (b)



Classificação dos sinais

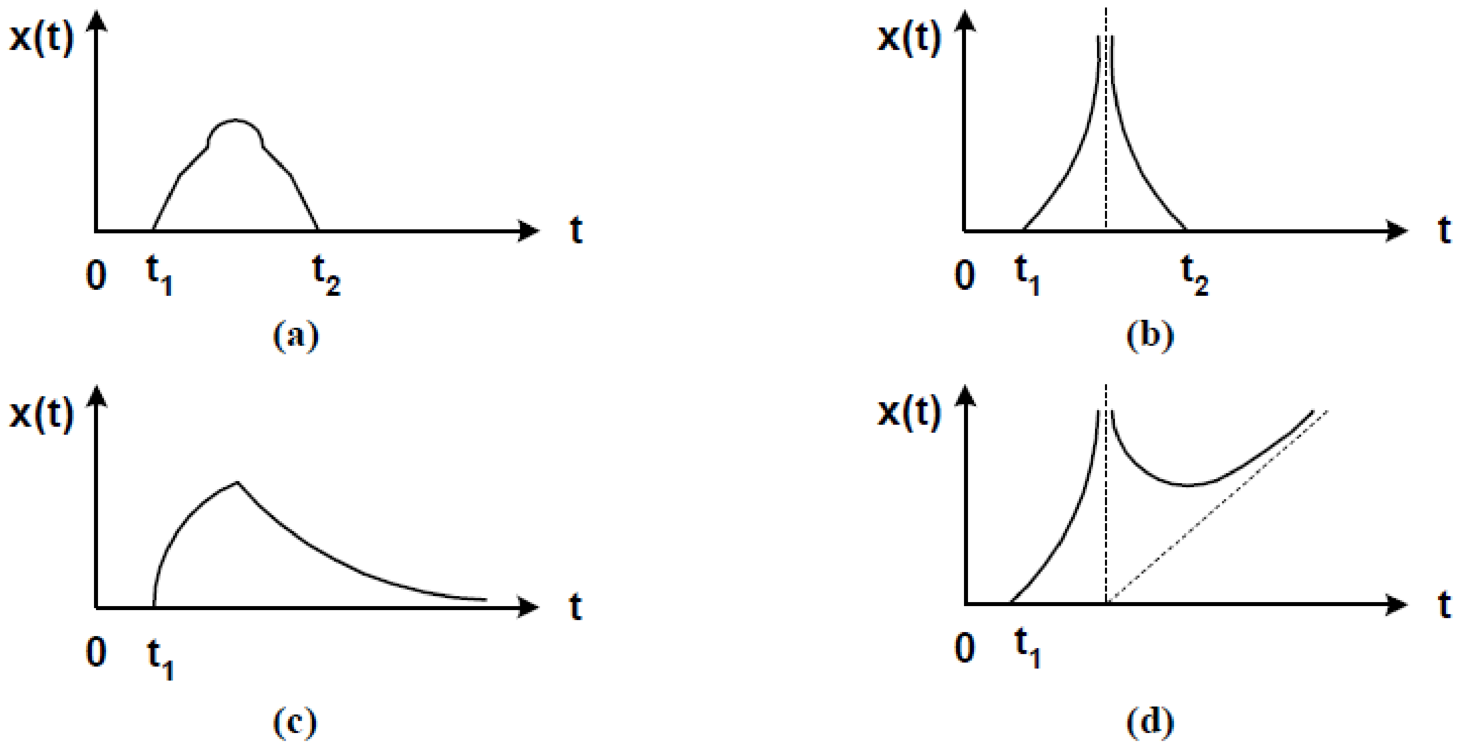
- Sinais reais e complexos
  - Os sinais encontrados na prática são reais (i.e., têm parte imaginária nula). No entanto, estenderemos a análise a sinais complexos.
- Sinais limitados no tempo
  - Sinais não periódicos e concentrados em intervalos de tempo com duração bem definida
  - Podem ser subdivididos em sinais estritamente e assintopticamente limitados no tempo

Classificação dos sinais

- Sinais estritamente limitados no tempo
  - Sinais que têm valores não-nulos somente num intervalo de tempo $[t_1, t_2]$, ou seja, iniciam e terminam em instantes de tempo definidos valendo zero para $t < t_1$ e $t > t_2$ – fig a) e b)
  - Sinais assintoticamente limitados no tempo são sinais onde $x(t)$ -> 0 quando t -> ∞, figura c)
  - Na fig. d) ilustra-se um exemplo de sinal não limitado no tempo, uma vez que $x(t)$ -> ∞ quando t -> ∞.

Classificação dos sinais

- Sinais estritamente limitados no tempo



Classificação dos sinais

- Sinais limitados em amplitude
  - Um sinal é limitado em amplitude se existir M tal que $|x(t)| < M$ para todo t.
  - Os sinais das figs. a) e c) são limitados em amplitude,
  - Os sinais das figs. b) e d) não são limitados
- Sinais fisicamente realizáveis
  - Sinais que podem ser medidos num laboratório:
    - São limitados no tempo e amplitude,
    - Suas componentes espectrais significativas concentram-se num intervalo de frequências finito,
    - A forma de onda é uma função temporal contínua e assume apenas valores reais.

Classificação dos sinais

- Sinais de Energia e Sinais de Potência
  - se $v(t)$ e $i(t)$ forem, respectivamente, a tensão e corrente através de uma resistência R, então a potência instantânea é dada por:

$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{1}{R}v^2(t).$$

  - A energia total gasta durante o intervalo de tempo $t_1 \le t \le t_2$ é dada por:

$$\int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}v^2(t)\,dt,$$

  - e a potência média ao longo deste intervalo de tempo é:

$$\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}v^2(t)\,dt.$$

Classificação dos sinais

- Sinais de Energia e Sinais de Potência
  - Generalizando estas considerações para sinais complexos, a energia total gasta no intervalo $t_1 \leq t \leq t_2$, para um sinal contínuo $x(t)$ é:

$$\int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt,$$

  - onde l x l representa o módulo do número complexo. A potência média é obtida dividindo-se a expressão pelo comprimento, t_2 - t_1, do intervalo de tempo.
  - Da mesma forma, a energia total de um sinal discreto $x[n]$ durante o intervalo de tempo $n_1 \leq n \leq n_2$ é definida como:

$$\sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2,$$

  - dividindo pelo número de pontos no intervalo: n_2 - n_1 + 1, obtém-se a potência média ao longo do intervalo.

Classificação dos sinais

- Sinais de Energia e Sinais de Potência
  - Na maior parte dos sistemas, iremos estar interessados em determinar a potência e a energia em sinais ao longo de um intervalo de tempo infinito, ou seja, para $-\infty < t < +\infty$ ou para $-\infty < n < +\infty$
  - Nestes casos, definimos a energia total como limites de equações anteriores:

$$E_\infty \triangleq \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt,$$

$$E_\infty \triangleq \lim_{N \to \infty} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2.$$

  - De notar que para alguns sinais o integral (ou a soma) das eqs. anteriores pode não convergir. Por exemplo, se $x(t)$ ou $x[n]$ for igual a um valor constante e diferente de zero ao longo do tempo.

Classificação dos sinais

- Sinais de Energia e Sinais de Potência
  - De forma análoga, define-se a potência média num intervalo infinito como:

$$P_\infty \triangleq \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \, dt$$

$$P_\infty \triangleq \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$$

  - para sinais contínuos e discretos, respectivamente.
  - através destas definições, é possível identificar 3 classes importantes de sinais
    - A primeira delas é a classe de sinais com energia total finita, ou seja, aqueles sinais para os quais $E\infty < \infty$.

Classificação dos sinais

- Sinais de Energia e Sinais de Potência
  - Tal sinal deve ter potência média zero, já que, no caso de sinais contínuos, temos:

$$P_\infty = \lim_{T \to \infty} \frac{E_\infty}{2T} = 0.$$

  - Um exemplo dum sinal de energia finita é um sinal que assume o valor 1 para $0 < t < 1$ e 0 para todos os outros valores. Neste caso: $E_\infty = 1$ e $P_\infty = 0$.
  - Uma segunda classe de sinais são aqueles com potência média finita. Nestes casos, se $P_\infty > 0$ então $E_\infty = \infty$
    - Isto faz sentido porque se houver uma energia média diferente de zero por unidade de tempo (ou seja, potência diferente de zero), a integração ou soma de um intervalo de tempo infinito gera uma quantidade infinita de energia.
    - Exemplo: o sinal constante $x[n] = 4$ tem energia infinita mas potência média $P_\infty = 16$.

Classificação dos sinais

- Sinais de Energia e Sinais de Potência
  - Existem também sinais para os quais nem P_∞ nem E_∞ são finitos
  - Um exemplo simples é o sinal $x(t) = t$

- Exercícios para resolver em casa:

(a) $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$ **(b)** $x_2(t) = e^{j(2t+\pi/4)}$ **(c)** $x_3(t) = \cos(t)$

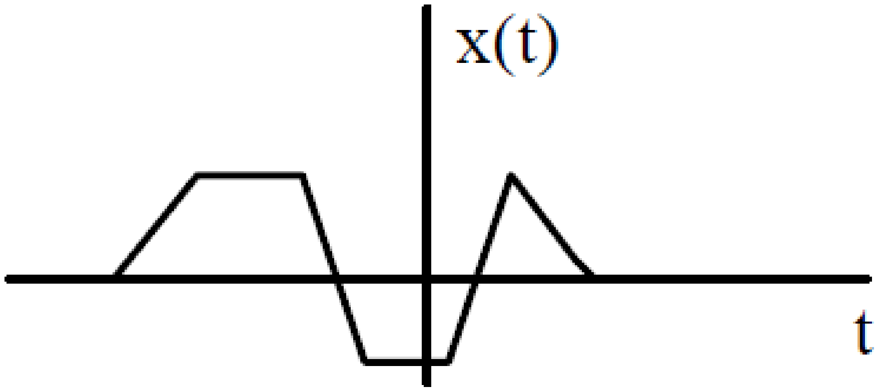
(d) $x_1[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$ **(e)** $x_2[n] = e^{j(\pi/2n+\pi/8)}$ **(f)** $x_3[n] = \cos(\frac{\pi}{4}n)$

Transformações da variável independente

- Muitas vezes é necessário considerar sinais relacionados por uma transformação da variável independente
- Por exemplo, num sistema de áudio de alta fidelidade, um sinal de entrada representando a música gravada num CD é modificado para aprimorar as suas características, tais como remover o ruído ou ajustar os diversos componentes do sinal (e.g. agudos e graves)

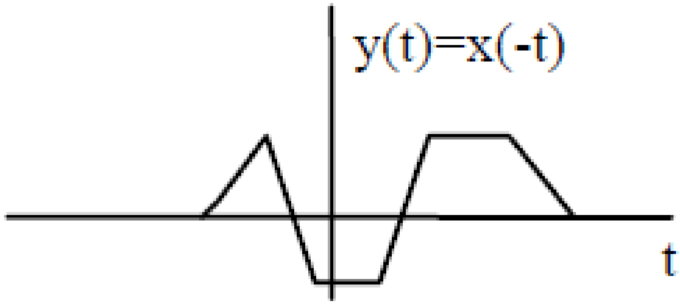
Transformações da variável independente

- As transformações que iremos iremos estudar a seguir envolvem a modificação simples da variável independente, ou seja, o eixo dos tempos
- Por exemplo, considere-se o sinal $x(t)$



Transformações da variável independente

- **Rebatimento ou espelhamento**



  – O sinal $y(t)$ definido a partir de $x(t)$ como $y(t) = x(-t)$, é interpretado como sendo o rebatimento do sinal (espelhamento) em torno do instante $t = 0$, e corresponde, no caso do exemplo considerado, a tocar a música no sentido inverso

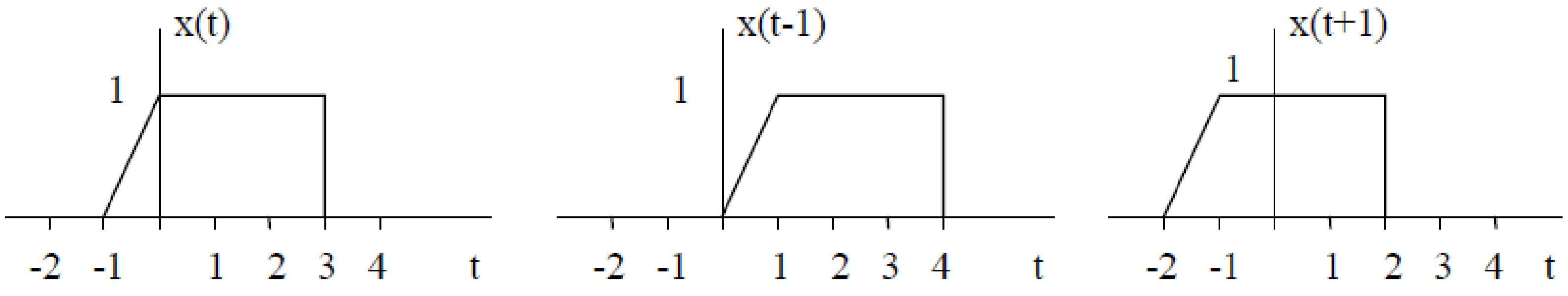
Transformações da variável independente

- **Compressão e expansão**

- Os sinais $x(2t)$ e $x(t/2)$ são, respectivamente, as versões comprimida e expandida de $x(t)$, e correspondem a tocar a música ao dobro da velocidade normal, no caso de $x(2t)$, e a metade da velocidade normal, no caso de $x(t/2)$

Transformações da variável independente

- **Deslocamento no tempo**
  - Frequentemente é necessário trabalhar com sinais deslocados no tempo. O sinal $x(t-\tau)$ desloca $x(t)$ de τ segundos para a direita, ou atrasa $x(t)$ em τ segundos
  - Similarmente, $x(t+\tau)$ desloca $x(t)$ de τ segundos para a esquerda, ou avança $x(t)$ por τ segundos

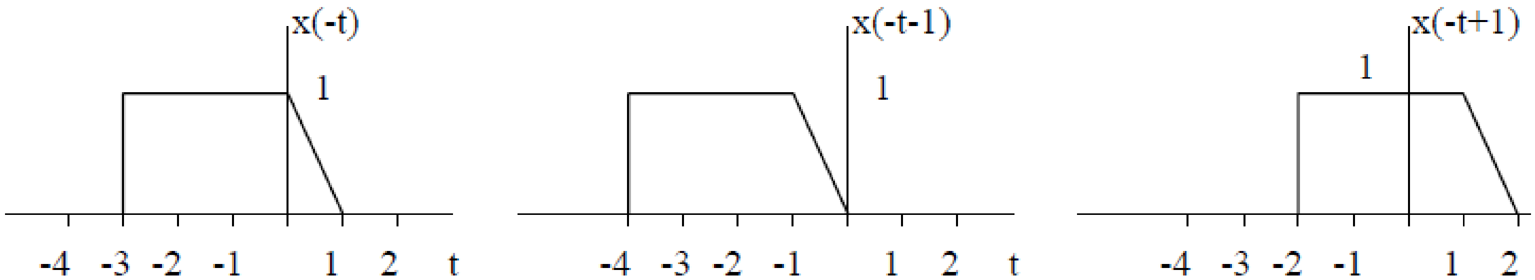


Transformações da variável independente

- **Deslocamento no tempo**
  - Por exemplo:
    - $t=1$, $x(t\text{-}1) = x(0) = 1$ e $x(t+1) = x(2) = 1$
    - $t=3$, $x(t\text{-}1) = x(2) = 1$ e $x(t+1) = x(4)=0$
    - e assim por diante.
  - Um sinal gravado num CD pode ser avançado ou atrasado em relação a uma referência $t = 0$
  - As operações de inversão no tempo e deslocamento podem ser combinadas para obter outros sinais

Transformações da variável independente

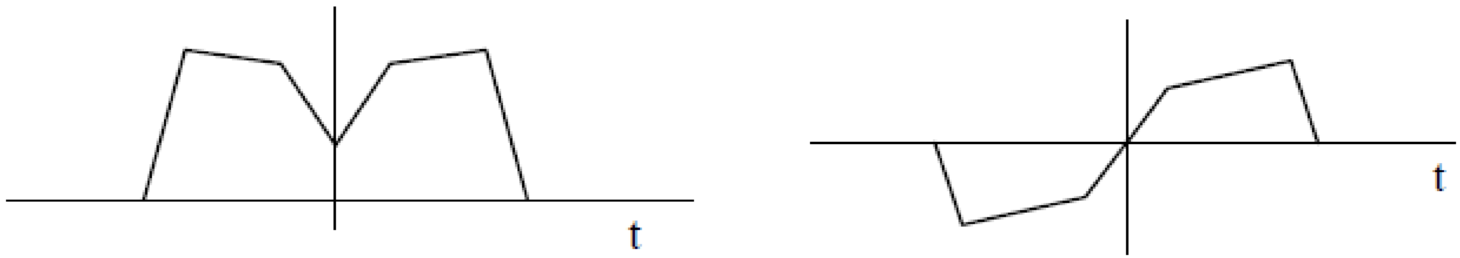
- **Deslocamento no tempo**



  - O sinal $x(-t)$ é o sinal $x(t)$ rebatido em relação ao ponto $t = 0$
  - O sinal $x(-t-\tau)$, $\tau > 0$, desloca $x(-t)$ para a esquerda em τ segundos
  - $x(t-\tau)$ é obtido deslocando-se $x(t)$ para a direita escrevendo $x(-t-\tau) = x(-(t+\tau))$
  - então $x(-t-\tau)$ pode ser obtido através do rebatimento de $x(t+\tau)$ em torno de $t = -\tau$

Transformações da variável independente

- **Relações de simetria**



  - Um sinal é considerado par se é simétrico, isto é: $x(t) = x(-t)$ – sinal da esquerda
  - Um sinal é ímpar se é anti-simétrico em relação à origem, isto é: $x(t) = -x(-t)$ – sinal da direita
    - Neste último caso, observa-se sempre que $x(0)=0$

Transformações da variável independente

- **Relações de simetria**
  - Um propriedade importante é a que qualquer sinal pode ser representado como a soma de dois sinais, um par e outro ímpar
  - Considere-se um sinal real $x(t)$. Então os sinais:

$$x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} \qquad x_o(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

  - são tais que:

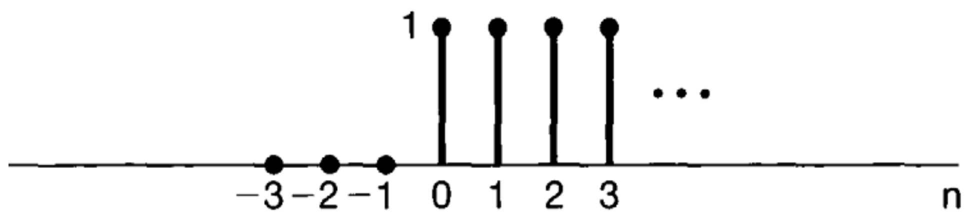
$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

  - em que se verifica facilmente que $x_e(t)$ é um sinal par e $x_o(t)$ é um sinal ímpar

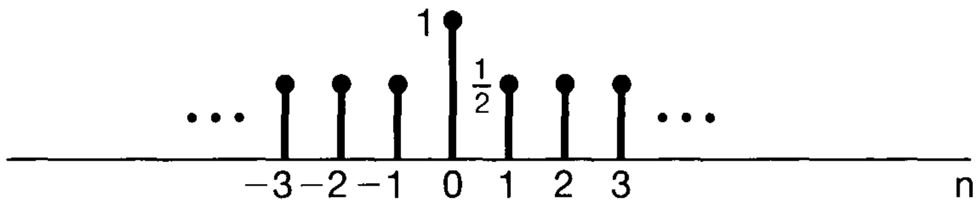
Transformações da variável independente

- **Exemplo de uma decomposição de um sinal**

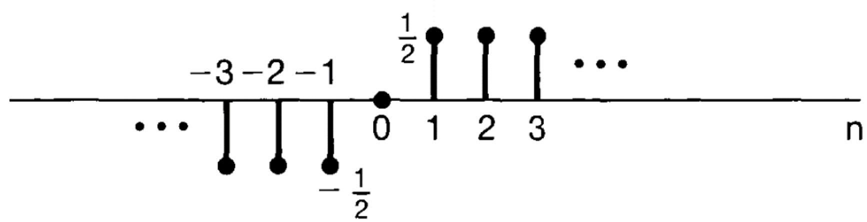
$$x[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$



$$\mathcal{E}v\{x[n]\} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & n < 0 \\ 1, & n = 0 \\ \frac{1}{2}, & n > 0 \end{cases}$$



$$\mathcal{O}d\{x[n]\} = \begin{cases} -\frac{1}{2}, & n < 0 \\ 0, & n = 0 \\ \frac{1}{2}, & n > 0 \end{cases}$$

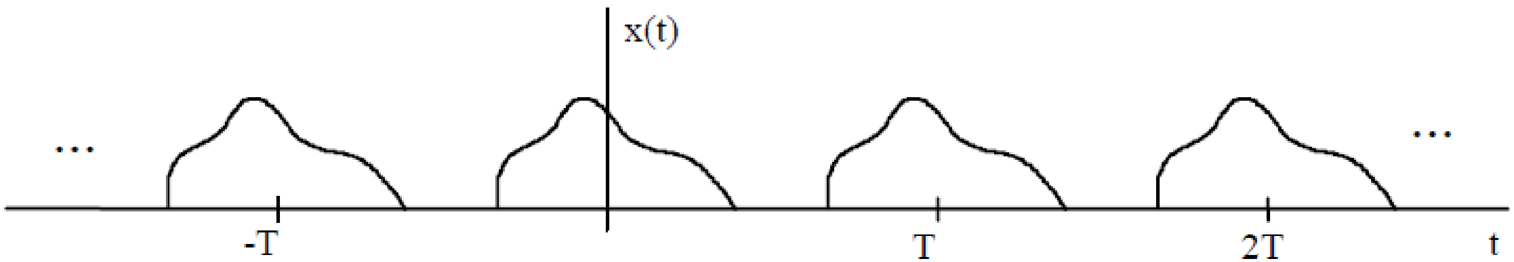


Transformações da variável independente

- **Sinais periódicos**
  - A periodicidade de sinais também é um fator importante no estudo de sinais e sistemas. Um sinal periódico com período *T* deve obedecer à condição:

$$x(t) = x(t + kT), \qquad \forall t,\ k \text{ inteiro}$$

    - Um sinal que não apresenta periodicidade é chamado de aperiódico



Sinais elementares

- Vamos agora introduzir vários sinais básicos contínuos e discretos.
- Estes sinais além de ocorrem com frequência, servem também como blocos básicos de construção, a partir dos quais podemos construir muitos outros sinais
- Os sinais básicos apresentados a seguir são importantes isoladamente, na representação de sinais mais complexos e no estudo de sistemas em geral

Sinais elementares

- Sinais sinusoidais
  - Um sinal sinusoidal é representado por:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$$

  - onde A é a amplitude; ω_0 é a frequência angular, medida em radianos por segundo;
  - $f_0 = 2\pi/\omega_0$ é a frequência medida em ciclos por segundo ou Hertz; ϕ é a fase, medida em radianos. O sinal $x(t)$ é periódico com período:

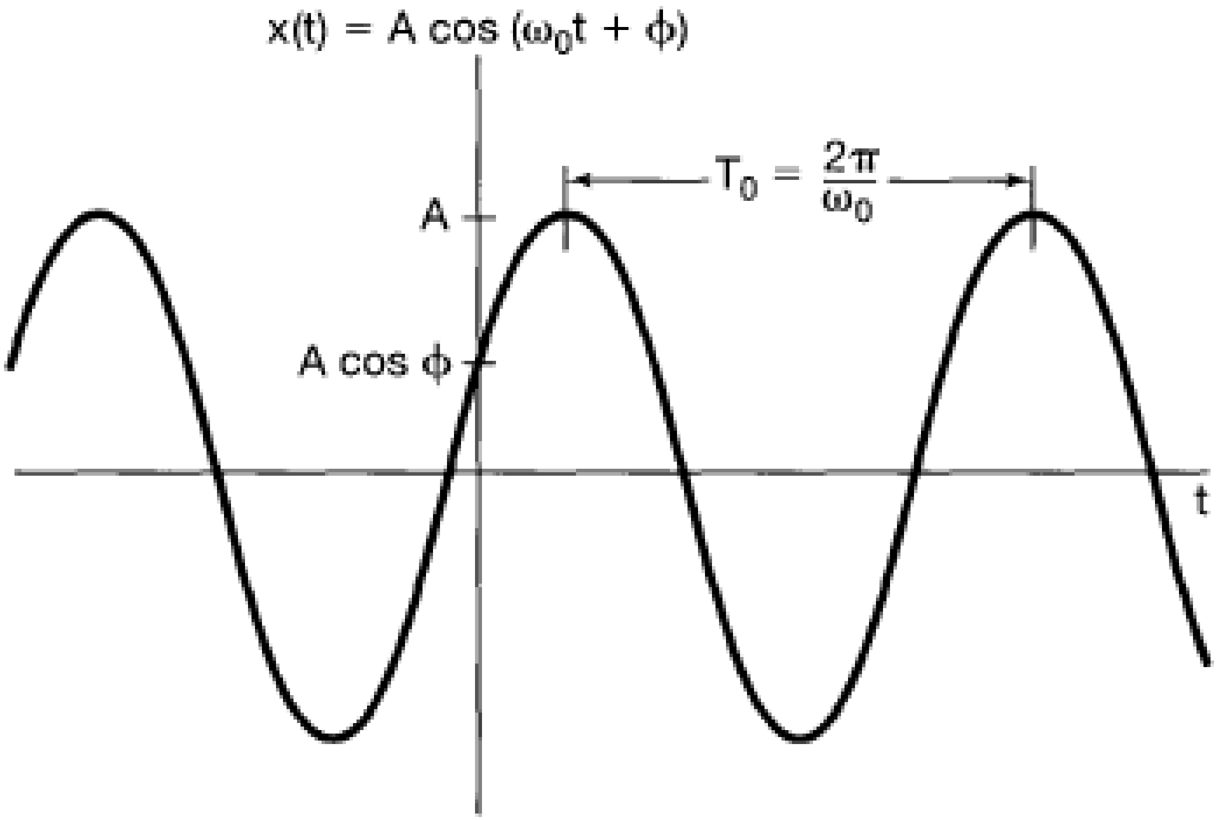
$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{f_0}$$

  - Uma vez que:

$$x(t + T_0) = A\cos(\omega_0 t + \phi + \omega_0 T_0) = A\cos(\omega_0 t + \phi + 2\pi) = A\cos(\omega_0 t + \phi) = x(t)$$

Sinais elementares

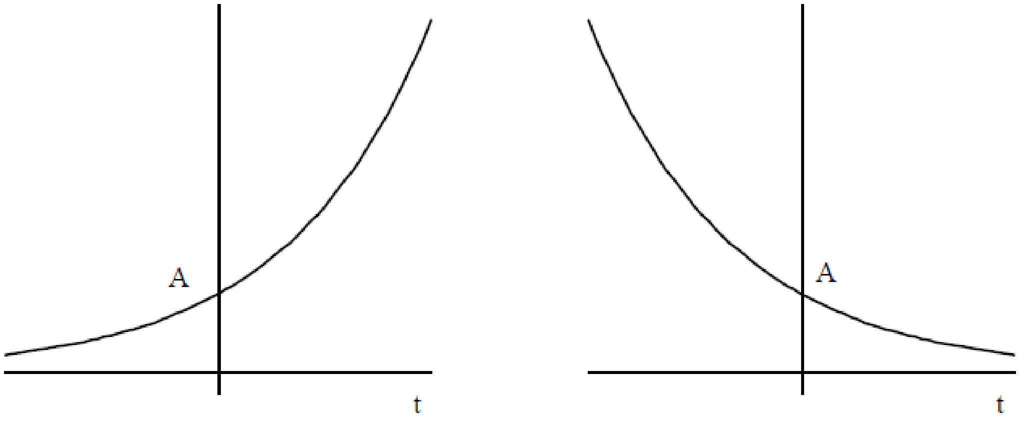
- Sinais sinusoidais



Sinais elementares

- Exponencial real

$$x(t) = A\,e^{at} \quad , \; A, a \text{ reais}$$



a > 0 a < 0

  - A taxa de crescimento ou decaimento de $x(t)$ depende da magnitude de "a"

Sinais elementares

- Exponencial real

$$x(t) = A\,e^{at} \quad , \; A, a \text{ reais}$$

  - Para a < 0, quando $t = 0$, $x(0) = A$
  - Quando $t = 1/|a|$, $x(t) = Ae^{-1} \cong 0.37A$
  - A função cai $\cong$ 37% do valor em $t = 0$
  - O valor $t = 1/|a|$ é chamado de constante de tempo
  - Quanto maior a constante de tempo, mais tempo a função demora a crescer ou a decrescer

Sinais elementares

- Exponencial complexa periódica
  - Os sinais descritos até agora são representados por funções reais no tempo
  - Uma classe importante de sinais são as exponenciais complexas periódicas:

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} \quad , \quad \omega_0 \ \text{real}$$

  - Utilizando a fórmula de Euler:

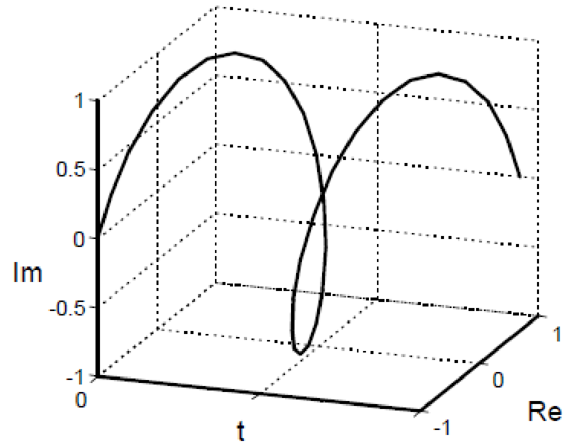
$$x(t) = e^{j\omega_0 t} = \cos\omega_0 t + j\sin\omega_0 t \quad , \quad j = \sqrt{-1}$$

Sinais elementares

- Exponencial complexa periódica
  - Alguns valores particulares:

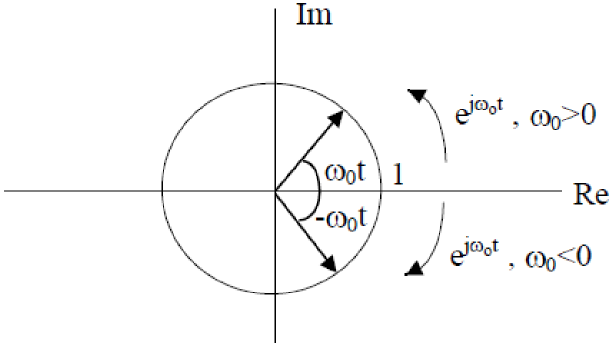
Forma Exponencial (polar)	Forma retangular
e^{j0}	1
$e^{j\pi/2}$	j
$e^{j\pi}$	-1
$e^{j3\pi/2}$	-j
$e^{j2\pi}$	1

  - Podemos representar $x(t)$ em função do tempo num gráfico tridimensional



Sinais elementares

- Exponencial complexa periódica
  - É mais comum representar o sinal complexo num plano complexo, parametrizado pelo tempo *t*



  - Neste caso, o valor do fasor é sempre unitário, pois:

$$\left|e^{j\omega_0 t}\right| = \left(\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t\right)^{1/2} = 1 \;, \; \forall t$$

  - e o ângulo é dado por:

$$\omega_0 t = \operatorname{atan} \frac{\sin \omega_0 t}{\cos \omega_0 t}$$

Sinais elementares

- Exponencial complexa periódica
  - No caso de ω_0 ser positivo, à medida que o tempo evolui, o fasor gira no sentido anti-horário e vice-versa
  - Da fórmula de Euler, é possível mostrar que:

$$\cos(\omega_0 t + \phi) = \frac{e^{j(\omega_0 t + \phi)} + e^{-j(\omega_0 t + \phi)}}{2} \qquad \sin(\omega_0 t + \phi) = \frac{e^{j(\omega_0 t + \phi)} - e^{-j(\omega_0 t + \phi)}}{2j}$$

  - E ainda, é possível representar sinais sinusoidais em função de exponenciais complexas, aplicando-se os operadores real, *Re*{ . }, e imaginário, *Im*{ . }:

$$\cos(\omega_0 t + \phi) = \mathrm{Re}\left\{e^{j(\omega_0 t + \phi)}\right\} \qquad \sin(\omega_0 t + \phi) = \mathrm{Im}\left\{e^{j(\omega_0 t + \phi)}\right\}$$

Sinais elementares

- Exponencial complexa – caso geral
  - No caso mais geral a exponencial complexa:

$$x(t) = A\,e^{at}$$

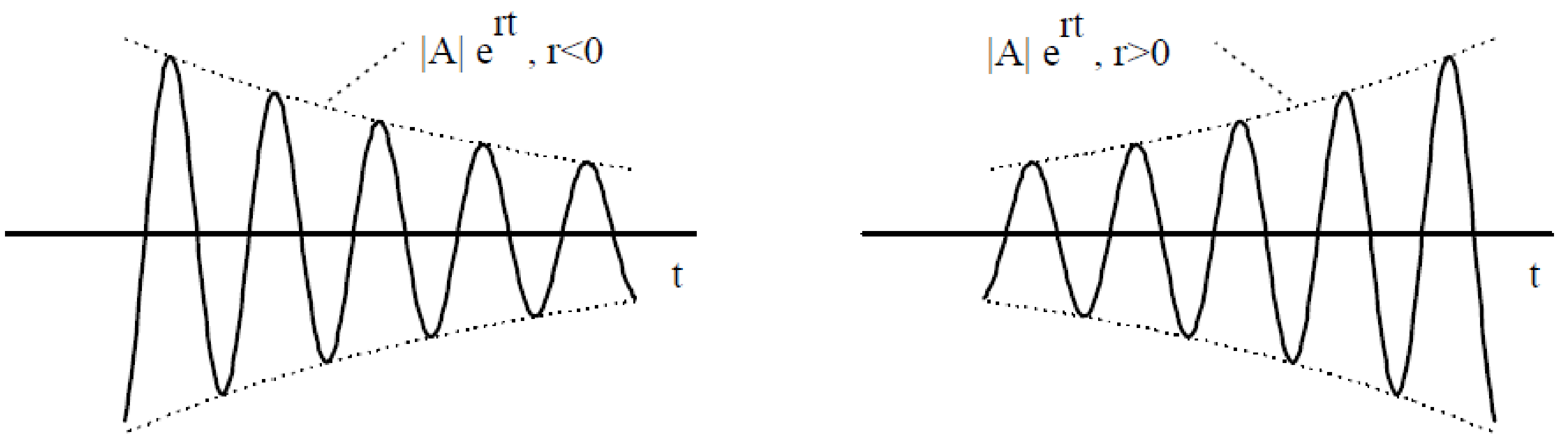
    - com A e "a" complexos: $A = |A|e^{j\phi}$, $a = r + j\omega_0$

  - Assim:

$$x(t) = |A|e^{j\phi}\,e^{rt}\,e^{j\omega_0 t} = |A|\,e^{rt}\,e^{j(\omega_0 t+\phi)} =$$
$$= |A|e^{rt}\cos(\omega_0 t + \phi) + j|A|e^{rt}\sin(\omega_0 t + \phi)$$

Sinais elementares

- Exponencial complexa – caso geral
  - se r < 0, as partes real e imaginária de $x(t)$ são sinusóides amortecidas, ou que têm amplitudes crescentes, caso r > 0

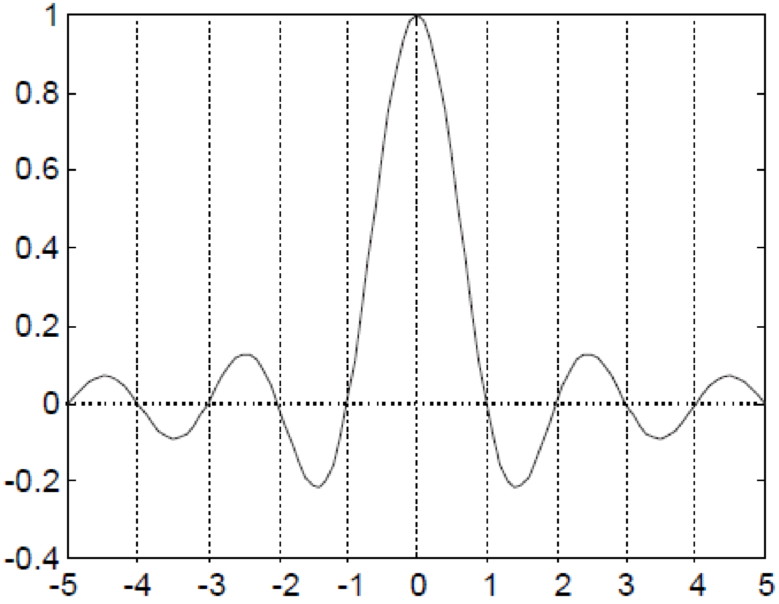


  - Nota-se pelas figuras que $|A|e^{rt}$ é a magnitude da exponencial complexa e é chamada de <u>envolvente</u>
    - Este tipo de sinal aparece na análise de circuitos RLC

Sinais elementares

- Função seno cardinal - sinc

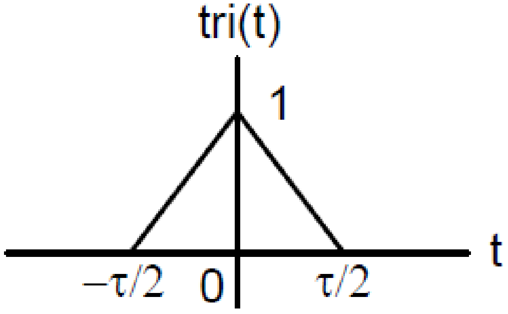
$$x(t) = \mathrm{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$



Sinais elementares

- Função impulso triangular
  - O impulso triangular de amplitude unitária e largura τ é definido através de:

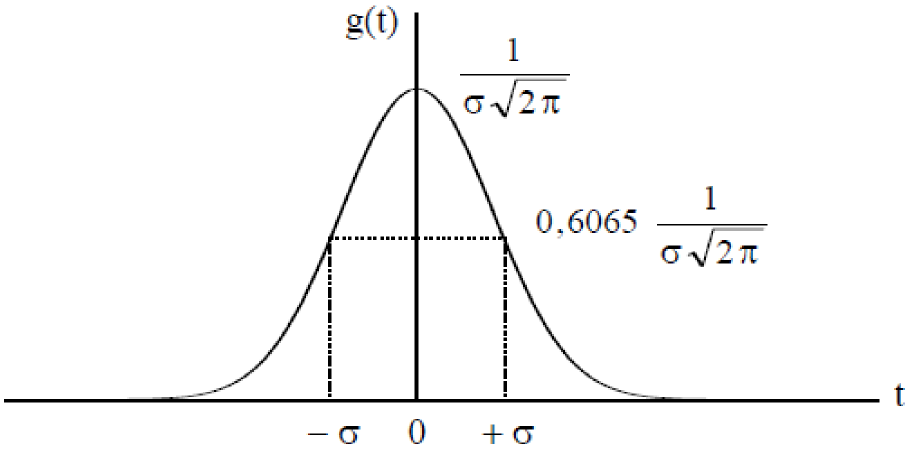
$$\mathrm{tri}(t/\tau) = \begin{cases} 1 - \dfrac{2}{\tau}|t|, & |t| < \tau/2 \\ 0, & |t| > \tau/2 \end{cases}$$



Sinais elementares

- Função impulso Gaussiano de área unitária
  - O impulso Gaussiano (ou simplesmente Gaussiana) de área unitária e desvio padrão σ, é definido por:

$$g(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\sigma}\right)^2 \right]$$

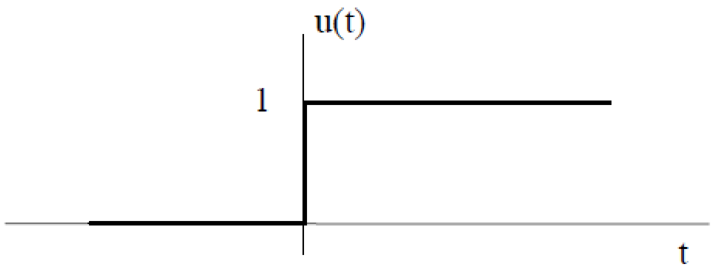


  - Quando usada em cálculos probabilísticos a Gaussiana é designada por distribuição normal, sendo útil em vários problemas de engenharia, física e estatística

Funções Descontínuas

- Função degrau unitário
  - A função degrau unitário é definida por:

$$u(t) = \begin{cases} 0 \ , & t < 0 \\ 1 \ , & t \geq 0 \end{cases}$$

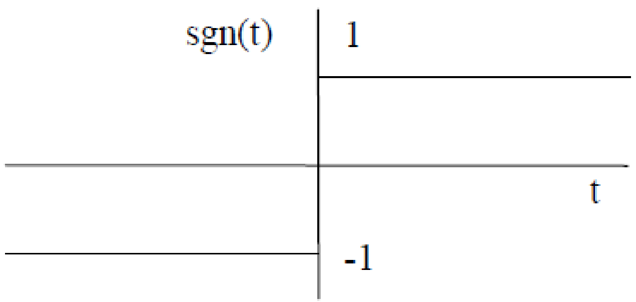


  - A função degrau é frequentemente usada em operações de comutação em fontes DC
  - É muito útil na representação de sinais práticos, que existem apenas para t > 0 (sinais causais)

Funções Descontínuas

- Função sinal
  - A função sinal fornece o sinal do argumento *t*, ou seja:

$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$

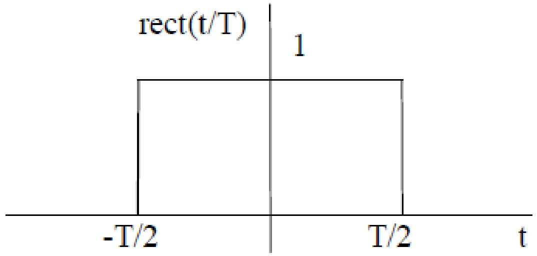


  - Conforme se observa, as funções degrau e sinal podem ser relacionadas por:
    - $sgn(t) = 2.u(t) - 1$

Funções Descontínuas

- Função porta ou impulso rectangular
  - A função porta (ou impulso) de duração *T* e amplitude unitária é representada por:

$$x(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$



  - A função porta pode ser relacionada com a função degrau através de:

$$\mathrm{rect}(t/T) = u\left(t + \frac{T}{2}\right) - u\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

Funções Descontínuas

- Função impulso *Dirac*
  - Um sinal de extrema importância é a função impulso de área unitária ou delta de *Dirac*, $\delta(t)$, relacionada com o degrau unitário por:

$$\delta(t) = \frac{d\,u(t)}{dt}$$

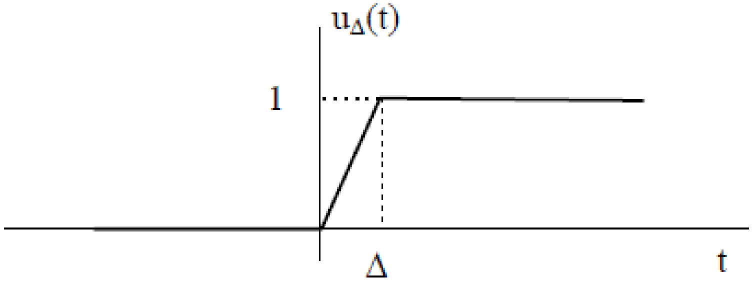
  - e portanto:

$$u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\,d\tau$$

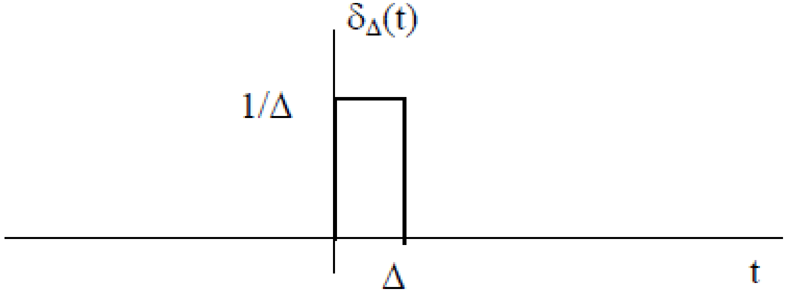
  - No entanto, como $u(t)$ é descontínua em $t = 0$, formalmente não é diferenciável nesse ponto

Funções Descontínuas

- Função impulso *Dirac*
  - Vamos interpretar a função degrau unitário como uma aproximação da função $u_\Delta(t)$, definida em baixo, com Δ -> 0:



  - A função $\delta_\Delta(t)$ corresponde à derivada de $u_\Delta(t)$:

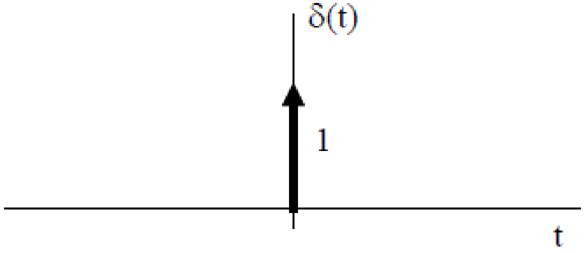


Funções Descontínuas

- Função impulso *Dirac*
  - Nota-se que $\delta_\Delta(t)$ tem área unitária, e é zero fora do intervalo:
    - $0 \leq t \leq \Delta$
  - À medida que Δ -> 0, $\delta_\Delta(t)$ fica mais estreito e com maior amplitude, mas a área continua igual a 1
  - Assim, no limite:

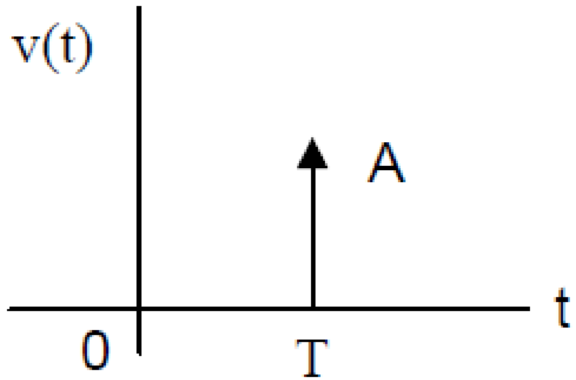
$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta_\Delta(t)$$

  - e a representação gráfica da função impulso de área unitária é dada por:



Funções Descontínuas

- Função impulso *Dirac* (Exemplo)
  - Representar graficamente a função $v(t) = A.\ \delta(t - T)$



  - Trata-se de um impulso de valor *A*
  - Refira-se que a frase "de valor A" não se refere à amplitude do impulso, que é infinita, mas à sua área e à amplitude do degrau cuja derivada ele representa

Bibliografia

- Oppenheim, A.V. , Willsky, A.S. and Young, I.T., Signals and Systems, Prentice- Hall Signal Processing Series, 1983
- Isabel Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Editora, 2007 (2ª edição)