Análise Matemática EE - Ficha nº 8
1ºano, 2ºsemestre

Integrais triplos em coordenadas retangulares

1. Calcule o valor dos seguintes integrais:
   (a) $\iiint_P (xyz)\,dV$ onde P é o paralelepípedo $[0,1]\times[-1,1]\times[1,2]$.
   (b) $\iiint_R f\,dV$ onde f é uma função real de 3 variáveis definida por $f(x,y,z) = x^2+5y^2-z$ e R é a região definida por $0\leq x\leq 1$, $1\leq y\leq 2$, $-1\leq z\leq 1$.

2. Coloque os limites de integração no integral $\iiint_R f(x,y,z)\,dV$ onde a região R é definida da forma:
   (a) R é o cilindro $x^2+y^2\leq 1$, limitado pelos planos $z=0$ e $z=1$.
   (b) R é o sólido contido no cilindro $x^2+y^2\leq 1$ e limitado pelos planos $z=0$, $z=1$, $y=0$ e $y=1$.
   (c) R é o tetraedro limitado pelos planos $x+y+z=1$, $x=0$, $y=0$ e $z=0$.

3. Calcule os volumes dos sólidos:
   (a) limitado pelo plano $z=x$, pela superfície $z=x^2$ e os planos definidos por $y=0$ e $y=2$.
   (b) do tetraedro do exercício anterior.

Integrais triplos em coordenadas cilíndricas e esféricas

1. Usando coordenadas cilíndricas, calcule $\iiint_R f\,dV$ onde $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ e R é definido por $0\leq r\leq 4$, $\frac{\pi}{2}\leq\theta\leq\pi$, $-1\leq z\leq 1$.

2. Usando coordenadas cilíndricas, escreva o integral iterado que lhe permite calcular o volume do:
   (a) sólido limitado pelo cilindro $x^2+y^2=4$, $z=0$ e $z=2$.
   (b) sólido limitado pelo cilindro $x^2+z^2=4$, $y=-1$ e $y=1$.
   (c) sólido limitado pelo parabolóide $z=x^2+y^2$ e $z=4$.
   (d) sólido limitado pelo parabolóide $z=16-x^2-y^2$ e $z=0$.
   (e) sólido limitado pelos cones $z=\sqrt{8-x^2-y^2}$ e $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

3. Usando coordenadas esféricas, escreva o integral iterado que lhe permite calcular o volume:
   (a) de uma esfera de raio 2.
   (b) de uma semi-esfera de raio 1.
   (c) da parte da esfera de raio 1 que se encontra no 1º octante.
   (d) do sólido limitado pela esferas de raio 1 e raio 2 que se encontra acima do plano XOY.