Analise Matemática B

Ficha 6b MIECOM

Diferenciabilidade, Diferenciais e Derivadas de funções compostas

1. Considere a função real definida em $\mathbf{R}^2$

$$f(x,y) = \begin{cases} \left(x^2+y^2\right)\sin\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \text{ se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Determine as funções derivadas parciais de primeira ordem.

b) Mostre que f é diferenciável em $(0,0)$.

c) Prove que f_x e f_y não são contínuas na origem.

2.Calcule o diferencial de f (df) para as funções definidas do seguinte modo:
a) $f(x,y) = \arcsin\left(\dfrac{y}{x}\right)$ b) $f(x,y,z) = xyz - x^z$

3.Usando diferenciais, obtenha uma aproximação da variação da função real definida em 3.b), quando (x,y,z) varia de $(1,2,-1)$ para $(1.001, 1.999, -1.01)$.

4.Determine o erro máximo cometido no cálculo do produto de três números reais positivos inferiores a 10, truncados à primeira casa decimal.

5.Determine d^2z se $z = e^{xy}$

6. Seja $v = x + y^2$, $x = \int_0^t \cos w dw$, $y = \arccos u + \sin t$, calcule $\dfrac{\partial v}{\partial t}$ e $\dfrac{\partial v}{\partial u}$.

7. Mostre que, sendo $u = \phi\left(x^2+y^2+z^2\right)$ com $z = \rho\cos\varphi\cos\theta$, $y = \rho\cos\varphi\sin\theta$, $z = \rho\sin\varphi$, se tem $\dfrac{\partial u}{\partial \varphi} = \dfrac{\partial u}{\partial \theta} = 0$.

8. Seja $F = u\varphi\left(u^x, v^2+u\right)$ com $u = \sin(x+y)$ e $v = \cos(x+y)$. Determine dF.

9. Considere que a força E de um campo eléctrico no espaço varia com a posição (x,y,z) e com o tempo t através da fórmula $E = f(x,y,z)$. Determine a taxa de variação da força E, relativamente ao tempo, quando essa força é medida ao longo da hélice $x = \sin t$, $y = cost$, $z = t$.