Engenharia de Comunicações

3º Ano, 1º Semestre

Codificação e Transmissão

4ª Aula

Propagação Electromagnética

Equações de Maxwell

$$div\overline{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$rot\overline{E} = -\mu.\frac{\partial\overline{H}}{\partial t} = -jw\mu\overline{H}$$

$$div\overline{H} = 0$$

$$rot\overline{H} = \overline{\imath} + \varepsilon.\frac{\partial\overline{E}}{\partial t} = \overline{\imath} + jw\varepsilon\overline{E}$$

Cuja integração, de acordo com as condições de fronteira (Condutores e dialectricos), conduz a:

$$\overline{E} = \overline{E}(x,y,z,t)$$
$$\overline{E} = E_x(x,y,z,t).\overline{u}_x + E_y(x,y,z,t).\overline{u}_y + E_z(x,y,z,t).\overline{u}_z$$
$$\overline{H} = \overline{H}(x,y,z,t)$$
$$\overline{H} = H_x(x,y,z,t).\overline{u}_x + H_y(x,y,z,t).\overline{u}_y + H_z(x,y,z,t).\overline{u}_z$$

Propagação Electromagnética

Integração das Equações de Maxwell

Num meio condutor (i.e. com perdas) a densidade de corrente $\overline{\imath} = \sigma \overline{E}$

$$rot\overline{H} = (\sigma + jw\varepsilon)\overline{E} = jw\varepsilon(1 + \frac{\sigma}{jw\varepsilon})\overline{E} = jw\underline{\varepsilon}\overline{E},\ \text{com}\ \underline{\varepsilon} = \varepsilon(1 + \frac{\sigma}{jw\varepsilon})$$

Ângulo de perdas $\Leftarrow tg\gamma = \frac{\sigma}{jw\varepsilon}$

Num meio sem cargas ($\rho = 0$)

$$div\overline{E} = 0 \qquad rot\overline{E} = -jw\mu\overline{H}$$

$$div\overline{H} = 0 \qquad rot\overline{H} = jw\underline{\varepsilon}\overline{E}$$

Os campos $\overline{E}$ e $\overline{H}$ são duais!!!

Impedância de Onda

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\underline{\varepsilon}}}$$

Energia Transportada

$$\overline{S} = \overline{E} \wedge \overline{H}$$

Propagação Electromagnética

Integração das Equações de Maxwell

Podemos exprimir $\overline{E}$ e $\overline{H}$ em função de dois potenciais $\overline{U}$ e U

$$\overline{H} = rot\overline{U}$$

$$\overline{E} = -jw\mu\overline{U} - gradU$$

Como o Potencial Escalar U é função do Potencial Vectorial $\overline{U}$

$$U = -\frac{1}{jw\underline{\varepsilon}}.div\overline{U},$$

a condição de propagação de $\overline{E}$ e $\overline{H}$ exprime-se em função de $\overline{U}$,

$$\frac{\partial^2\overline{U}}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2\overline{U}}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2\overline{U}}{\partial^2 z} = -w^2\mu\underline{\varepsilon}\overline{U}$$

evidenciando a proporcionalidade entre a segunda derivada temporal e uma função das segundas derivadas espaciais.

Velocidade de Propagação: $v = \sqrt{\frac{1}{\mu\underline{\varepsilon}}}$

Propagação Electromagnética

Integração das Equações de Maxwell

A solução geral da condição de propagação (num referencial esférico) é

$$\overline{U} = \frac{\overline{A}}{r}e^{\gamma r} + \frac{\overline{B}}{r}e^{-\gamma r}$$

onde $\gamma = jw\sqrt{\mu\varepsilon} = \sqrt{-w^2\mu\varepsilon + jw\sigma\mu} = \alpha + j\beta \Leftarrow$ Constante de Propagação.

Num meio sem perdas ($\sigma = 0$), $\Rightarrow \alpha = 0$ e $\gamma = j\beta = jw\sqrt{\mu\varepsilon}$

Num meio ilimitado $\Rightarrow \overline{U} = \frac{\overline{B}}{r}e^{-\gamma r} \Leftarrow$ Não há onda reflexa.

Em cada meio de transmissão, as equações de $\overline{E}$ e $\overline{H}$, resultam da integração das Equações de Maxwell nesse espaço (limitado por condutores e/ou dialécticos).

Radiação em Espaço Aberto.

Propagação Guiada:

Linhas bifilares; Cabos coaxiais; Fibras ópticas; Guias de onda.

Propagação Electromagnética

Linhas de Transmissão

A tensão e a corrente numa linha guiada, também resultam de

$$\overline{U} = \frac{\overline{A}}{r} e^{\gamma r} + \frac{\overline{B}}{r} e^{-\gamma r}$$

Ao longo (d) da linha, a Tensão (U) e a Corrente (I), em função da tensão (U_1) e da corrente (I_1) no início da linha, são dadas por:

$$U = \frac{1}{2}(U_1 + Z_0 I_1) e^{-\gamma d} + \frac{1}{2}(U_1 - Z_0 I_1) e^{\gamma d}$$

$$I = \frac{1}{2Z_0}(U_1 + Z_0 I_1) e^{-\gamma d} - \frac{1}{2Z_0}(U_1 - Z_0 I_1) e^{\gamma d}$$

Notar que:

$Z_0 = \frac{U_d}{I_d} = -\frac{U_r}{I_r} \Leftarrow$ Impedância de Onda

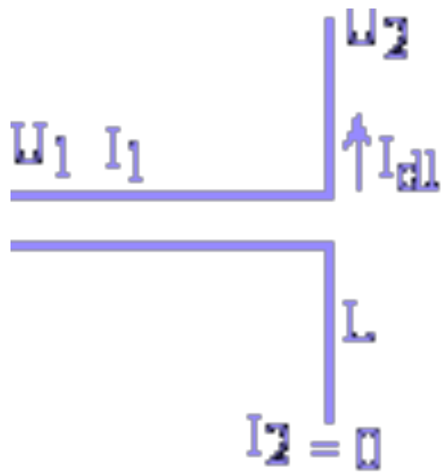
$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_d + U_r}{I_d + I_r} \Leftarrow$ Impedância na Linha

Se $Z = Z_0$ (Linha adaptada) $\Rightarrow$ Não há onda reflexa ($U_r = 0$)

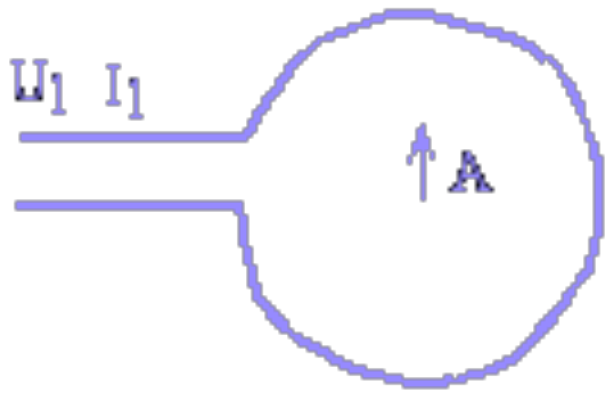
Radiação Electromagnética

Dipolos Radiantes

Linha em Circuito Aberto



Linha em Curto Circuito



Radiação Electromagnética

Antenas

Impedância de Entrada

$$Z_i = R_o + R_p + jX$$

Razão entre a tensão e a corrente à entrada do elemento radiante, representando a Resistência de Radiação (R_o), a Resistência de Perdas R_p e a Reactância X.

Resistência de Radiação

Dipolos Eléctricos (Comp. $L \leq \frac{\lambda}{4}$)

$$R_o = 20\pi^2(\frac{L}{\lambda})^2$$

Dipolos Magnéticos (Área A)

$$R_o = 20(2\pi)^4\frac{A^2}{\lambda^4}.$$

Potência de Radiação $P_r \approx \frac{1}{2}R_oI_1^2.$

Ganho da Antena

$$\mathcal{G} = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2} = \frac{4\pi A_e f^2}{v^2}$$

Depende da área de abertura efectiva A_e e da frequência transmitida.

Propagação Electromagnética

Espaço Aberto

Campo produzido em r por um dipolo elementar dl com corrente I

$$\overline{U} = \frac{\overline{I}dl}{4\pi r}e^{-\gamma r}$$

$$\overline{H} = -(\frac{1}{r} + \gamma)U sin\theta.\overline{h}$$

$$\overline{E} = \frac{1}{jw\underline{\varepsilon}}(\frac{2}{r^2} + \frac{3\gamma}{r})U cos\theta.\overline{r} - \frac{1}{jw\underline{\varepsilon}}(\frac{1}{r^2} + \frac{\gamma}{r} + \gamma^2)U sin\theta.\overline{e}$$

Para $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$:

$$\overline{H}_h = -\gamma\frac{\overline{I}dl}{4\pi r}e^{-\gamma r}sin\theta.\overline{h}$$

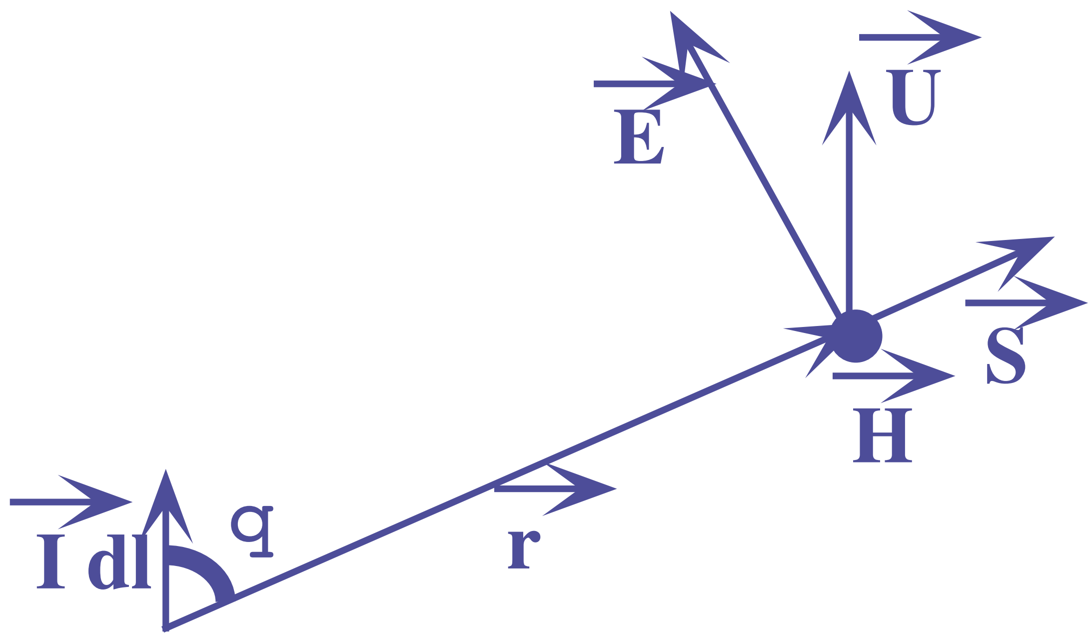
$$\overline{E}_h = -\frac{\gamma^2}{jw\underline{\varepsilon}}\frac{\overline{I}dl}{4\pi r}e^{-\gamma r}sin\theta.\overline{e}$$

Energia Transportada (vector de energia):

$$\overline{S}.\overline{r} = \overline{E}.\overline{e} \wedge \overline{H}.\overline{h} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2.\overline{r} = \frac{1}{2}\mu H^2.\overline{r}$$

Propagação Electromagnética

Vectores dos Campos Radiantes



Perdas de Transmissão

$P_t = (\frac{4\pi f r}{v})^2$, com $v \approx c = 3\ 10^5$ Km/s.

$P_t dB = 94.2 + 20 log(f_{GHz}) + 20 log(r_{Km})$

Espectro Electromagnético