



## ANÁLISE MATEMÁTICA B

FICHA 2A

MIECOM

## Séries de Taylor e MacLaurin

1. Para cada uma das funções seguintes, determine o desenvolvimento em série de Taylor numa vizinhança de  $c \in \mathbb{R}$  e o respectivo intervalo de convergência:

(a)  $f(x) = x^3 + 4x^2 - x + 1$  para  $c = 1$ ;

(b)  $g(x) = \cos x$  para  $c = \frac{\pi}{2}$ ;

(c)  $h(x) = x^5$  para  $c = -2$ ;

2. Determine o desenvolvimento em série de MacLaurin e o respectivo intervalo de convergência da função  $j(x) = \frac{e^{x^2} - 1}{x}$ , utilizando desenvolvimentos conhecidos:

3. Mostre que as seguintes funções não podem ser representadas em série de MacLaurin:

(a)  $m(x) = \ln x$ ;

(b)  $n(x) = x^{\frac{3}{2}}$ .

4. Utilizando desenvolvimentos em série de MacLaurin conhecidos determine o desenvolvimento em série de MacLaurin da função  $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ .

5. Determine o polinómio de Taylor em potências de  $x - e$  até ao grau 3 da função  $f(x) = \ln x$ .

6. Use desenvolvimentos em série de Taylor para determinar:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}(\cot x - \frac{1}{x})$ ;

(c)  $\int_0^x e^{-t^2} dt$ .

7. Escreva os 5 primeiros termos do desenvolvimento em série de Taylor de  $\sin(\frac{\pi}{4} + x)$ . E aplique-a para determinar uma aproximação de  $\sin 43^\circ$ .