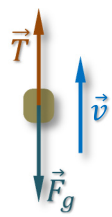
4. DINÂMICA DA PARTÍCULA

4.1. (inércia...)

4.2. Haverá aceleração qualquer que seja a intensidade da força.

4.3. Desprezando outros efeitos (resistência do ar), a aceleração de um corpo em queda livre é g, independentemente da sua massa.

4.4. A balança mantém-se equilibrada se for igual a força exercida em ambos os seus pratos. Uma vez que os objectos têm a mesma massa e estando ambos sujeitos às mesmas acelerações, é igual a força exercida sobre cada um deles tanto pela Terra (força gravítica) como pela balança (reacção normal). Pela 3ª Lei de Newton, é também igual a força que cada um deles exerce no prato da balança.



4.5. Forças que actuam sobre o corpo: $\bar{T}$ e $\vec{F}_g = m\vec{g}$

Pela 3ª Lei de Newton: $\vec{F}_g + \bar{T} = m\vec{a} \Leftrightarrow \bar{T} = m\vec{a} - \vec{F}_g \Leftrightarrow \bar{T} = m(\vec{a} - \vec{g})$

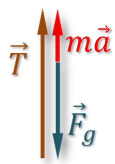
a) $\vec{a} = \bar{0} \Leftrightarrow \bar{T} = -\vec{F}_g \Rightarrow \|\bar{T}\| = mg$

b) $\vec{a} = \bar{0} \Rightarrow \|\bar{T}\| = mg$

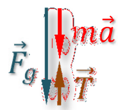
c) $(\vec{a} \upuparrows \vec{v})\ \ \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{g} \Rightarrow \|\bar{T}\| = m(g+a)$

d) $(\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v})\ \ \vec{a} \upuparrows \vec{g} \Rightarrow \|\bar{T}\| = m(g-a)$

c)



d)



4.6. ($\vec{F}_{res} = \vec{F}_g + \vec{F}_{ar} = \bar{0}$, em que $\|\vec{F}_{ar}\| \propto v^2$: à medida que a velocidade aumenta, a força de resistência do ar também aumenta, até que se atinge uma situação de equilíbrio em que $\vec{F}_g + \vec{F}_{ar} = \bar{0}$. Nessa altura a aceleração das gotas anula-se e elas passam a cair com velocidade constante)

4.7. (1ª Lei de Newton...)

4.8. Não. Numa situação de equilíbrio, as forças de tracção exercidas pelo cabo sobre o corpo (de um lado e do outro) têm que ter uma componente vertical que anule a força gravítica a que o corpo está sujeito. Uma vez que as forças de tracção têm a direcção do cabo (de cada um dos lados) e igual intensidade (tensão no cabo), o equilíbrio não é possível mantendo o cabo rectilíneo.

4.9. Desprezando a resistência do ar, a aceleração a que estão sujeitos é a aceleração da gravidade, g, a mesma para ambos. Portanto, sendo largados da mesma altura e no mesmo instante, chegarão ao solo ao mesmo tempo.

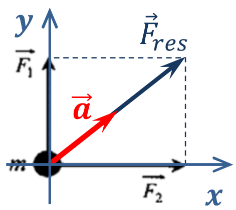
Considerando a resistência do ar a situação é distinta: tendo a mesma forma e volume, a força de resistência do ar, $\vec{F}_a = -\frac{1}{2} C\rho A v^2 \hat{v}$, é igual para os dois corpos à mesma velocidade. Uma vez que têm diferentes massas, ficam sujeitos a diferentes acelerações: da 2ª Lei de Newton, $\sum \vec{F}_i = \vec{F}_{g_i} + \vec{F}_a = m_i \vec{a}_i$, temos $a_i = g - F_a/m_i$ (onde $a_i = \|\vec{a}_i\|$ e $F_a = \|\vec{F}_a\| = \frac{1}{2} C\rho A v^2$). Portanto o objecto de maior massa cairá com maior aceleração, chegando ao solo em primeiro lugar.

4.10. Se um objecto não tiver aceleração num referencial inercial podemos concluir que é nula a resultante das forças que actuam sobre ele.

4.11. d) a força que o berlinde exerce sobre a mão.

b) a força que o berlinde exerce sobre a Terra.

4.12. Da 2ª Lei de Newton, $\vec{a} = \vec{F}_{res}/m$.



A resultante das forças que actuam sobre o corpo é $\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ e sendo as duas forças perpendiculares entre si, a norma da resultante é dada por $\|\vec{F}_{res}\| = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2} = 7{,}2$ N.

O corpo sofre uma aceleração de 0,90 m/s^2 na direcção e sentido de $\vec{F}_{res}$, que forma um ângulo de 33,7° $\left(= arctg\left(\frac{4{,}0}{6{,}0}\right)\right)$ com $\vec{F}_2$.

De outro modo, em coordenadas cartesianas, $\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 6{,}0\hat{\imath} + 4{,}0\hat{\jmath}$ (N) e $\vec{a} = 0{,}75\hat{\imath} + 0{,}50\hat{\jmath}$ (m/s^2)

4.13. Movimento sobre uma mesa horizontal: as forças verticais (gravítica e reacção normal) cancelam-se.

a) Sistema: conjunto dos três blocos;

Massa do sistema: $m = m_1 + m_2 + m_3 = 50$ kg;

Forças que actuam no sistema: força gravítica, reacção normal e força de tracção exercida pela corda 3. As duas primeiras cancelam-se e a última, a tensão $\bar{T}_3$, é igual à força $\vec{F}$ que puxa o sistema de blocos;

Nestas condições, da 2ª Lei de Newton temos: $\vec{F}_{res} = m\vec{a} \Rightarrow ma = F \Leftrightarrow a = \frac{F}{m} \Leftrightarrow a = 2{,}0\ \mathrm{m.s^{-2}}$;

O sistema sofre uma aceleração de $2{,}0\ \mathrm{m.s^{-2}}$ horizontal, para a direita.

b) Sistema: conjunto dos blocos 1 e 2;

Massa do sistema: $m' = m_1 + m_2 = 25$ kg;

Forças que actuam no sistema: força gravítica, reacção normal e força de tracção exercida pela corda 2. As duas primeiras cancelam-se e a última é a tensão $\bar{T}_2$;

Aceleração do sistema: $2{,}0\ \mathrm{m.s^{-2}}$ horizontal, para a direita;

Da 2ª Lei de Newton: $\vec{F}_{res} = m'\vec{a} \Rightarrow T_2 = m'a \Leftrightarrow T_2 = 25 \times 2{,}0 = 50\ \mathrm{N}$

Sistema: bloco 1;

Forças que actuam no sistema: força gravítica, reacção normal e força de tracção exercida pela corda 1.

Aceleração do sistema: $2{,}0\ \mathrm{m.s^{-2}}$ horizontal, para a direita;

Da 2ª Lei de Newton: $\vec{F}_{res} = m_1\vec{a} \Rightarrow T_1 = m_1 a \Leftrightarrow T_1 = 10 \times 2{,}0 = 20\ \mathrm{N}$

4.14. Velocidade do bloco A: $\vec{v}_A(t) = \vec{v}_{A,0} + \vec{a}_A t \;\Rightarrow\; v_A(t) = -v_0 + at$

onde $\vec{v}_{A,0} = -v_0\hat{\imath}$, $v_0 = 5{,}0\mathrm{m/s}$, e $\vec{a}_A$ é a aceleração do bloco A: $\vec{a}_A = a\hat{\imath}$, $a = \|\vec{a}_A\| = ?$

Sistema: bloco A, $m_A = 50$ kg;

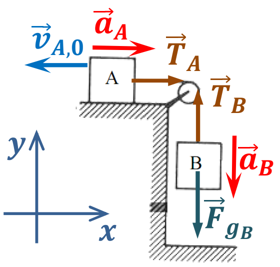
Forças que actuam no bloco A: força gravítica $\vec{F}_{g_A}$, reacção normal $\bar{N}_A$ e tensão $\bar{T}_A$;

Movimento horizontal: as forças verticais cancelam-se $\vec{F}_{g_A} + \bar{N}_A = \bar{0}$;

Da 2ª Lei de Newton: $\sum \vec{F}_A = m_A\vec{a}_A \;\Rightarrow\; \bar{T}_A = m_A\vec{a}_A \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{m_A a = T}^{(1)}$,

onde $\bar{T}_A = T\hat{\imath}$, com $T = T_A = T_B = ?$

Situação I



Sistema: bloco B, $m_B = 10$ kg;

Forças que actuam no bloco B: força gravítica $\vec{F}_{g_B}$ e tensão $\bar{T}_B$;

Aceleração do bloco B: $\|\vec{a}_B\| = \|\vec{a}_A\| = a$, $\vec{a}_B = -a\hat{\jmath}$

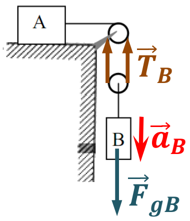
Da 2ª Lei de Newton: $\sum \vec{F}_B = m_B\vec{a}_B \Leftrightarrow \vec{F}_{g_B} + \bar{T}_B = m_B\vec{a}_B \Leftrightarrow (-m_B g) + T = m_B(-a) \Leftrightarrow \boldsymbol{m_B a = m_B g - T}^{(2)}$.

De $^{(1)}$ e $^{(2)}$: $(m_A + m_B)a = m_B g \Leftrightarrow a = \frac{m_B}{m_A+m_B} g \Leftrightarrow a = \frac{10}{50+10} g \Leftrightarrow a = \frac{1}{6} g$

a) $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow -v_0 + at = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{a} \Leftrightarrow t = 3{,}1\ \mathrm{s}$

b) $v_A(t) = 5{,}0 \Leftrightarrow -v_0 + at = 5{,}0 \Leftrightarrow t = 6{,}1\ \mathrm{s}$

Situação II



Sistema: bloco B, $m_B = 20$ kg;

Forças que actuam no bloco B: força gravítica $\vec{F}_{gB}$ e tensões $\bar{T}_B$ e $\bar{T}'_B = \bar{T}_B$;

Aceleração do bloco B: $\|\vec{a}_B\| = \frac{1}{2}\|\vec{a}_A\| = \frac{a}{2}$, $\vec{a}_B = -\frac{a}{2}\hat{\jmath}$

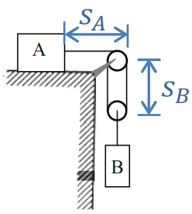
Da 2ª Lei de Newton: $\sum \vec{F}_B = m_B\vec{a}_B \Leftrightarrow \vec{F}_{gB} + 2\bar{T}_B = m_B\vec{a}_B \Leftrightarrow (-m_B g) + 2T = m_B(-a/2) \Leftrightarrow \boldsymbol{m_B a + 4T = 2m_B g}$ [3].

De [1] e [3]: $m_B a + 4m_A a = 2m_B g \Leftrightarrow a = \frac{2m_B}{4m_A + m_B} g \Leftrightarrow a = \frac{2\times 20}{4\times 50 + 20} g \Leftrightarrow a = \frac{2}{11} g$

a) $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow -v_0 + at = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{a} \Leftrightarrow t = 2{,}8\ \mathrm{s}$

b) $v_A(t) = 5{,}0 \Leftrightarrow -v_0 + at = 5{,}0 \Leftrightarrow t = 5{,}6\ \mathrm{s}$

Nota: relação entre as acelerações:



$s_A + 2s_B = l$ (comprimento do fio)

$\frac{d}{dt}(s_A + 2s_B) = \frac{dl}{dt} \Leftrightarrow \frac{ds_A}{dt} + 2\frac{ds_B}{dt} = 0 \Leftrightarrow -v_A - 2v_B = 0 \Leftrightarrow v_A = -2v_B$

$\frac{d}{dt}v_A = -2\frac{d}{dt}v_B \Leftrightarrow a_A = 2a_B$ (porque os movimentos são rectilíneos!)

4.15. $a_3 = a_2 = 2{,}08\ \mathrm{m/s^2}$; $a_1 = 2a_2 = 4{,}15\ \mathrm{m/s^2}$; $T = 0{,}893$ N; $T' = 2{,}82$ N

4.16. **a)** 882 N **b)** 882 N **c)** 882 N **d)** 1.152 N **e)** 612 N **d)** 0,0 N

4.17. **a)** $a = 0\ \mathrm{m/s^2}$; **b)** $a = 3{,}1\ \mathrm{m/s^2}$

4.18. $F = 170$ N

4.19. $F_a = 0{,}15$ N; $\mu_c = 0{,}19$

4.20. $F = 9{,}2$ N

4.21. $F_a = 7m_A g$; $\mu_c = 7/8$

4.22. $a_{máx} = 7{,}8\ \mathrm{m/s^2}$

4.23. $F = 96$ N

4.24. **a)** $T = 2{,}3$ N; **b)** 16 s; $v = 15\ \mathrm{m/s}$ **ATENÇÃO: o enunciado foi alterado!**

4.25. **b)** $a_A = 1{,}11\ \mathrm{m/s^2}$; $a_B = 2{,}22\ \mathrm{m/s^2}$; **c)** $T = 10{,}6$ N

4.26. **a)** $a_A = a_B = 0{,}74\ \mathrm{m/s^2}$; **b)** $N_{AB} = 5{,}8$ N

4.27. **a)** $a_A = 0{,}17$ m/s^2; $a_B = 1{,}12$ m/s^2; **b)** $N_{AB} = 0$ N

4.28. $v_{máx} = 89$ km/h

4.29. **a)** $a_t = 0{,}89$ m/s^2; $a_A = 1{,}8$ m/s^2; **b)** $v_t = 2{,}3$ m/s; $v_A = 4{,}6$ m/s

4.30. **a)** $4/3$ s; **b)** $\vec{v} = 152{,}7\,\hat{\imath} + 102{,}3\,\hat{\jmath} - 243{,}8\,\hat{k}$ (m/s)

4.31. $v_{c/r} = 1{,}92$ m/s

4.32. **a)** $15{,}0$ kg; **b)** $a = 0{,}2g = 1{,}96$ m/s^2

4.33. $2{,}7$ m/s

4.34. **a)** $F = 34{,}7$ N; **b)** $\mu_{c_{mín}} = 0{,}3$

4.35. $P_{mín} = 401$ N

4.36. **a)** $v = 0{,}47$ m/s; **b)** $a = 2{,}2$ m/s^2; **c)** $F_a = 2{,}2 \times 10^{-3}$ N; **d)** $\mu_e = 0{,}34$

4.37. **a)** $\mu_e = 0{,}14$; **b)** $6{,}2$ cm

4.38. $v_{máx} = 22{,}4$ m/s

4.39. **a)** $\mu \geq 0{,}50$; **b)** $14{,}2°$

4.40. **a)** $T = 65{,}4$ N; **b)** $\omega = 3{,}13$ rad/s; **c)** $T = 196{,}2$ N

4.41. 14 N

4.42. 4.167 N

4.43. $3{,}13$ s

4.44. **a)** $\vec{v}_{2_f} = 9{,}0\,\hat{\imath} - 10{,}2\,\hat{\jmath}$ m/s; $v_{2_f} = 13{,}6$ m/s, N 41,4° E

b) $\vec{p}_i = \vec{p}_f = 19{,}2\,\hat{\imath} - 8{,}0\,\hat{\jmath}$ N.s **c)** $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 = -14{,}4\,\hat{\imath} + 8{,}3\,\hat{\jmath}$ N.s

4.45. $F_{méd} = 9{,}8$ N

4.46. **a)** $2{,}5 \times 10^{-3}$ s **b)** $\vec{r} = -9{,}9\,\hat{\imath}$ (cm)

4.47. **a)** $F(x) = -m\omega^2 x$; **b)** F tem sentido contrário ao sinal de x.