

NOME: \_\_\_\_\_

CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_



**FEUP**  
Universidade do Porto  
Faculdade de Engenharia

Departamento de Engenharia Electrotécnica  
e de Computadores

## Sistemas Digitais (2000/2001)

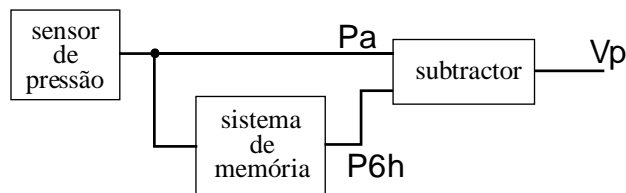
1ª chamada – 26/Junho/2001

**Duração:** 2horas , sem consulta.

**Antes de iniciar a prova, tenha em atenção as seguintes recomendações:**

- Leia atentamente toda a prova antes de a iniciar.
- Mostre e justifique adequadamente todos os passos das suas respostas.
- A prova deverá ser resolvida no enunciado. Se necessário, utilize o verso para continuar a sua resolução.
- Assine todas as folhas que entregar, indicando em cada uma o número de páginas/folhas que entregou.

**1** - Pretende-se construir um sistema electrónico para prever o estado do tempo com base na medida da variação de pressão atmosférica verificada nas últimas 6 horas. O sistema é formado por um sensor de pressão atmosférica com saída digital **Pa**, um sistema de memória que armazena o historial da pressão e fornece, em cada instante, o valor da pressão atmosférica **P6h** existente há 6 horas, e um circuito subtractor para calcular a variação de pressão **Vp**.



- a) Sabendo que a pressão atmosférica **Pa** medida pelo sensor de pressão (em mBar) é positiva e nunca ultrapassa o valor  $1100_{10}$ , diga, justificando, qual é o número mínimo de bits necessários para representar essa grandeza.

*Como o valor de pressão que se pretende representar apenas assume valores positivos, bastará utilizar a representação binária de números positivos. Como com  $N$  bits é possível representar números inteiros positivos entre 0 e  $2^N - 1$ , deveremos determinar um número (inteiro)  $N$  que satisfaça a inequação:*

*donde se tira:*

$$1100 \leq 2^N - 1$$

$$N \geq \log_2(1100 + 1), N \text{ inteiro}$$

$$N = 11 \text{ (ou } 2^{11} - 1 = 2047)$$

*Note que não necessita de calcular  $\log_2(1101)$ ! Basta saber de cor a “tabuada” das potências inteiras de dois:  $\log_2(2048) = 11$ , ou  $2^{11} = 2048$ .*

- b) Sabendo que a variação de pressão **Vp** (positiva ou negativa) nunca excede 40 mBar em valor absoluto, indique, justificando, qual o número mínimo de bits necessário para representar, em complemento para dois, essa variação de pressão.

*A variação de pressão **Vp** pode assumir valores no intervalo  $[-40, +40]$  e deverá ser representada em complemento para dois. Como com  $N$  bits podemos representar números com sinal em complemento para dois entre  $[-2^{N-1}, +2^{N-1} - 1]$ , o menor número de bits que permite representar o intervalo pretendido é 7:  $-2^{7-1} = -64$  e  $+2^{7-1} - 1 = +63$*

- c) Sabendo que o valor actual de pressão é 923 mBar e há 6 horas atrás era de 957 mBar, obtenha o valor da variação de pressão (pressão actual **Pa** menos a pressão há 6 horas atrás **P6h**) efectuando a operação de subtracção em binário e tendo em conta as respostas dadas nas alíneas anteriores.  
Nota:  $923_{10} = 1110011011_2$  e  $957_{10} = 111011101_2$ .

*Realizando a operação de subtracção em binário em 10 bits (note que basta realizar a operação de subtracção em 10 bits porque os dois valores são inferiores a 1024) obtemos:*

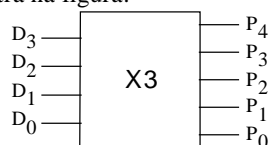
$$\begin{array}{r} 1110011011 \\ -111011101 \\ \hline 1111011110 \end{array}$$

*Como o resultado deverá ser representado em 7 bits (ver b)), então o valor da variação de pressão pretendido são os 7 bits menos significativos do resultado da subtracção realizada acima: 1011110 (-34)*

NOME: \_\_\_\_\_ CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_

2 - Considere um circuito que realiza a operação de multiplicação por 3 de um número positivo de 4 bits representado por  $D_3D_2D_1D_0$  compreendido entre 0 e 9, como se mostra na figura:

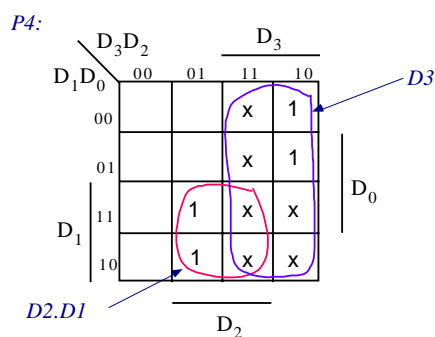


a) Construa a tabela de verdade que traduz a funcionalidade prevista para o circuito.

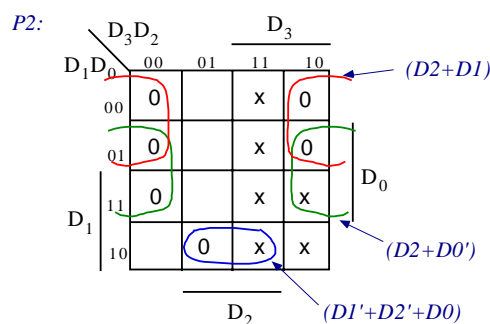
*Como se pretende que o circuito produza o resultado da multiplicação por 3 de números de 4 bits entre 0 e 9, então podemos considerar que as saídas  $P_4$ – $P_0$  são indiferentes (x na tabela) quando as entradas  $D_3$ – $D_0$  representam números superiores a 9:*

$D_3$	$D_2$	$D_1$	$D_0$	$P_4$	$P_3$	$P_2$	$P_1$	$P_0$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	x	x	x	x	x
1	0	1	1	x	x	x	x	x
1	1	0	0	x	x	x	x	x
1	1	0	1	x	x	x	x	x
1	1	1	0	x	x	x	x	x
1	1	1	1	x	x	x	x	x

b) Obtenha as expressões simplificadas na forma de soma-de-produtos para a função  $P_4(D_3, D_2, D_1, D_0)$ , e na forma de produto-de-somas para a função  $P_2(D_3, D_2, D_1, D_0)$ .



$$P_4 = D_2.D_1 + D_3$$

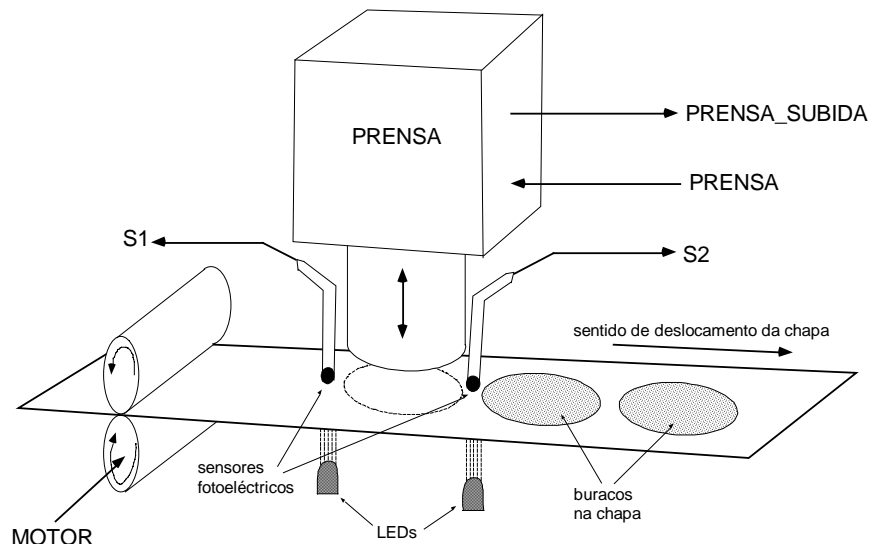


$$P_2 = (D_2 + D_1) \cdot (D_2 + D_0') \cdot (D_1' + D_2' + D_0)$$

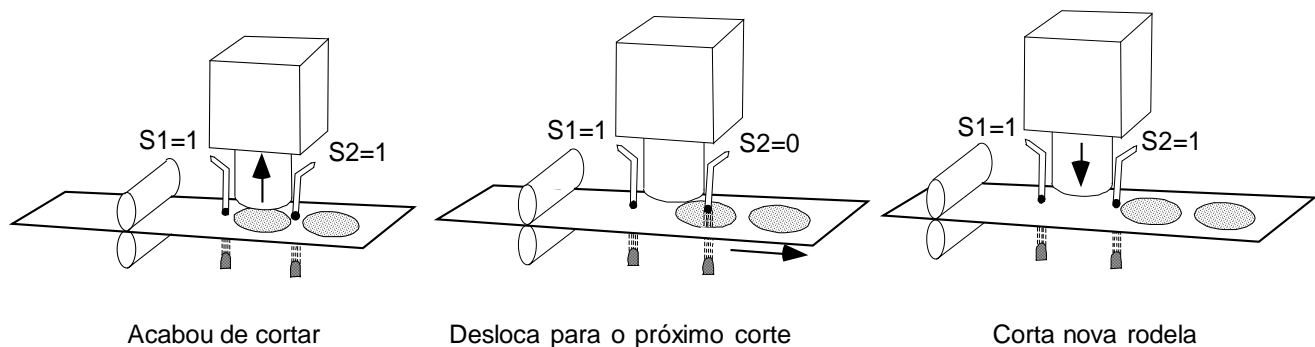
NOME: \_\_\_\_\_ CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_

**3** – A firma Caricas&caricas Lda. pretende projectar o sistema de controlo para uma máquina de fabrico de cápsulas para garrafas de cerveja (caricas), cortando rodelas de uma tira de metal por acção de uma prensa cortante. A tira de metal desloca-se sob a prensa por acção de um par de rolos accionados por um motor, que é ligado colocando o sinal de controlo **MOTOR** com o nível lógico 1. Para localizar a tira metálica sob a prensa existem dois sensores fotoeléctricos (**S1** e **S2**) colocados como se indica na figura, que são activados (valor lógico 1) sempre que é interrompido o feixe luminoso emitido pelos LEDs L1 e L2 (estes LEDs podem estar sempre ligados e não é necessário que sejam comandados pelo sistema de controlo). O sensor **S1** detecta a presença da tira metálica imediatamente antes da prensa e **S2** detecta o metal imediatamente após a prensa. A prensa é actuada por um sinal de controlo (**PRENSA**) sempre que se detecte que existe tira de metal ainda não cortada debaixo da prensa. Quando **PRENSA** é actuado (valor lógico 1), a prensa desce cortando uma rodela de metal, subindo automaticamente por acção de um sistema pneumático. Para verificar o estado da prensa, existe um sensor **PRENSA\_SUBIDA** que apresenta o valor lógico 1 quando a prensa está na posição superior, pronta para realizar novo corte.



O sistema de controlo deve posicionar a tira metálica sob a prensa, accionar a prensa para cortar uma rodela de metal, esperar que a prensa volte à posição superior e voltar a colocar correctamente a tira de metal por forma a cortar nova rodela. O processo é repetido da maneira que se ilustra na figura seguinte, até que a tira metálica chegue ao fim, altura em que o sistema de controlo deve parar. Admite-se que quando o sistema é ligado não existe chapa de metal sob a prensa ( $S1=0$  e  $S2=0$ ).

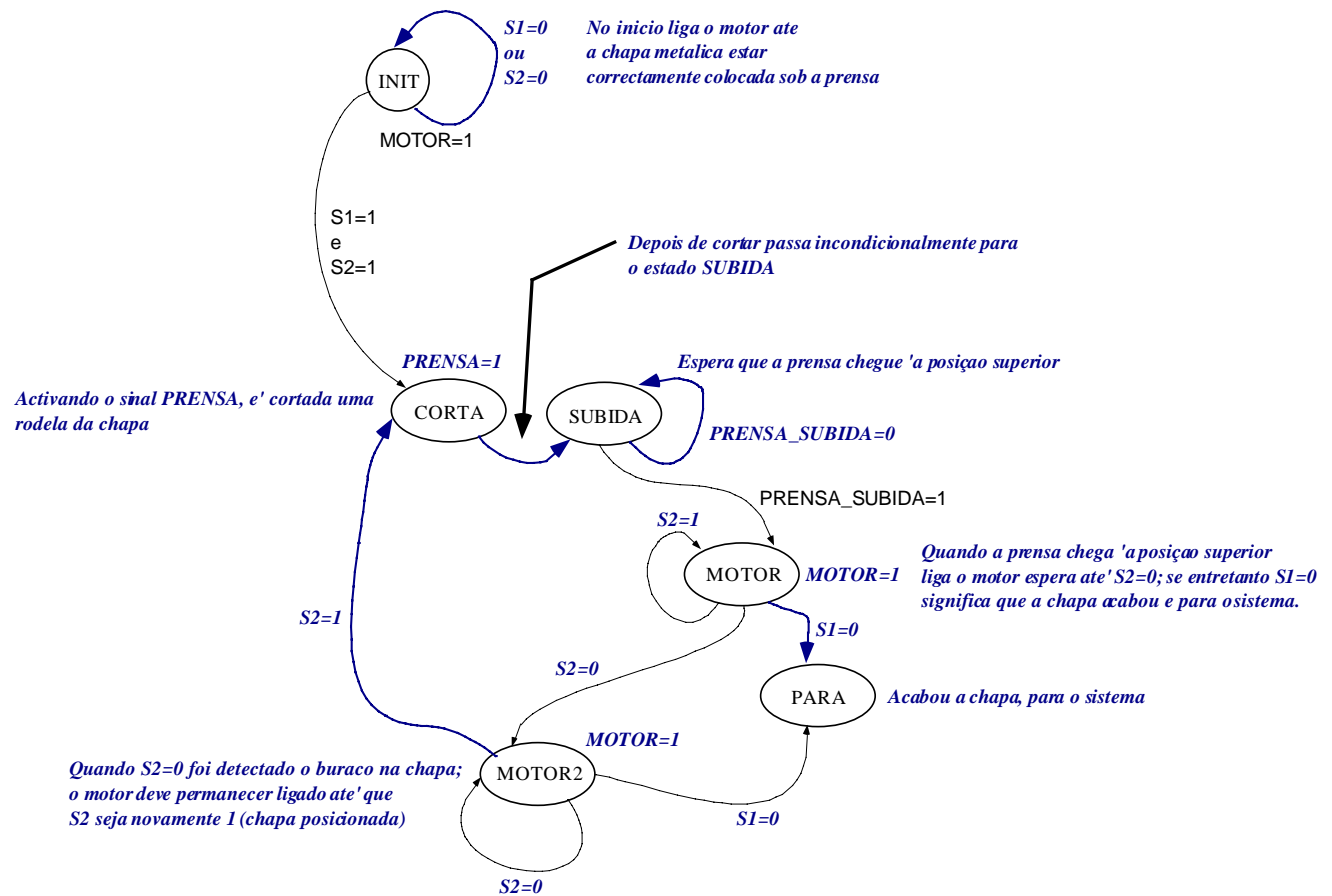


Complete o diagrama de estados apresentado na figura da próxima página que descreve o funcionamento do sistema de controlo.

NOME: \_\_\_\_\_ CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_

3 - (continuação)



NOME: \_\_\_\_\_

CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_

**4** – A tabela de transição de estados da figura descreve uma máquina de estados de Moore com uma entrada X e uma saída Z:

estado presente	próximo estado		saída Z	codificação de estados
	X=0	X=1		
A	A	B	0	A=001
B	C	B	0	B=101
C	A	D	0	C=111
D	C	E	0	D=011
E	C	B	1	E=100

- a) Supondo a codificação de estados representada na figura, desenhe o esquema do circuito lógico que implementa a máquina de estados, utilizando *flip-flops* do tipo D, e garantindo que para os estados não especificados o estado seguinte é o estado A e a saída Z é indiferente. (utilize o verso da folha)

*Como temos 5 estados, necessitamos de 3 flip-flops para representar a variável de estado:  $Q_2, Q_1, Q_0$ . Vamos construir a tabela de transição de estados utilizando a codificação dada, e assumindo, para os estados não especificados (códigos 000, 010 e 110), que o próximo estado é o estado A (001):*

	estado presente			próximo estado		saída	
	$Q_2 Q_1 Q_0$			$Q_2^* Q_1^* Q_0^*$	$Q_2^* Q_1^* Q_0^*$		
				X=0	X=1	Z	
A	0	0	1	0	0	1	0
B	1	0	1	1	1	1	0
C	1	1	1	0	0	1	0
D	0	1	1	1	1	1	0
E	1	0	0	1	1	1	1
	0	0	0	0	0	1	0
	0	1	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	0	1	0

*estados não definidos: próximo estado = estado A (001)*

*Partindo da tabela acima, vamos agora construir os mapas de Karnaugh para obter expressões minimizadas para as funções  $Q_2^*$ ,  $Q_1^*$ ,  $Q_0^*$  e Z, e desenhar o circuito lógico completo para o circuito:*

NOME: CORRECÇÃOTURMA           

$Q2^*$ :

$Q_2 Q_1$	$Q_2$			
$Q_0 X$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	1
10	0	1	0	1

$Q_1$

Annotations:  $Q2.Q1'$  (blue arrow to cell 11,10),  $Q2'.Q0.X$  (blue arrow to cell 11,01),  $Q2'.Q1.Q0$  (blue arrow to cell 11,10).

$$Q2^* = Q2'.Q1.Q0 + Q2'.Q0.X + Q2.Q1'$$

$Q1^*$ :

$Q_2 Q_1$	$Q_2$			
$Q_0 X$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	0	1	0	1

$Q_1$

Annotations:  $Q2.Q1'.X'$  (blue arrow to cell 11,10),  $Q2'.Q1.Q0.X'$  (blue arrow to cell 11,10),  $Q2.Q1.Q0.X$  (blue arrow to cell 11,10).

$$Q1^* = Q2.Q1'.X' + Q2.Q1.Q0.X + Q2'.Q1.Q0.X'$$

$Q0^*$ :

$Q_2 Q_1$	$Q_2$			
$Q_0 X$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	0	1	1
10	1	1	1	1

$Q_1$

Annotation:  $Q2+Q1'+Q0'+X'$  (blue arrow to cell 11,01).

$$Q0^* = Q2+Q1'+Q0'+X'$$

$Z$ :

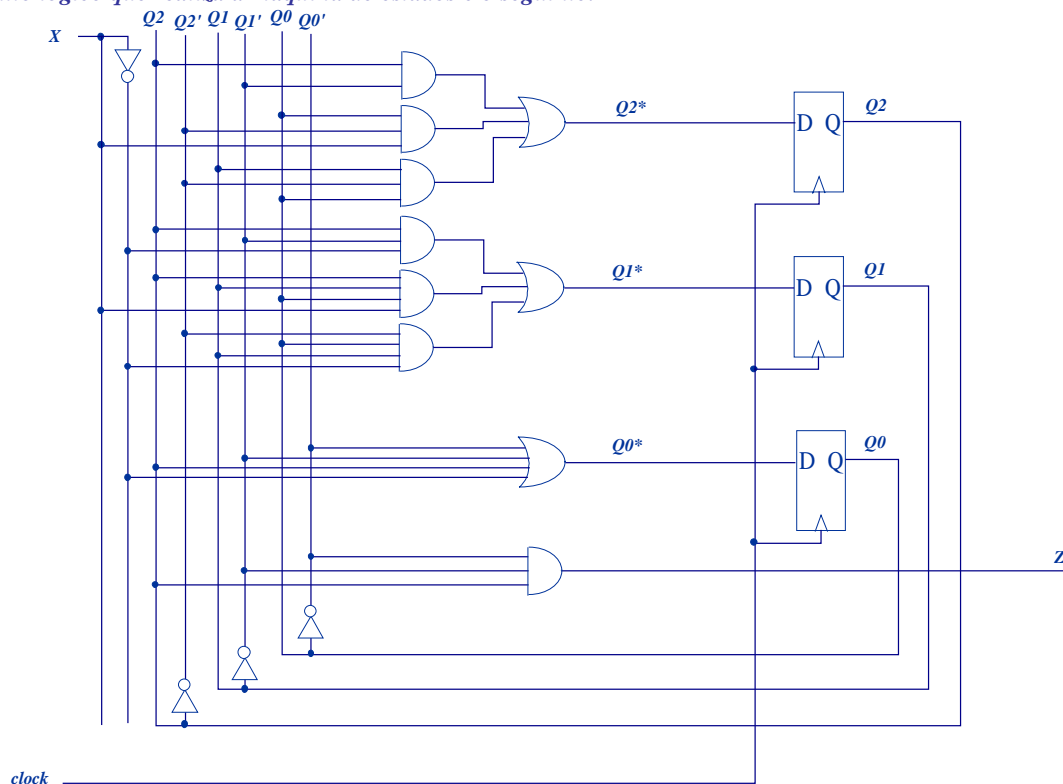
$Q_2 Q_1$	$Q_2$			
$Q_0$	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	0	0	0

$Q_1$

Annotation:  $Q2.Q1'.Q0'$  (blue arrow to cell 0,10).

$$Z = Q2.Q1'.Q0'$$

Um circuito lógico que realiza a máquina de estados é o seguinte:



NOME: \_\_\_\_\_ CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_

- b) Indique as alterações a efectuar no circuito anterior se, para os estados não especificados, o estado seguinte pudesse ser apenas o estado A ou o estado B.

*Como o estado A é codificado como 001 e o estado B como 101, apenas seria alterada a função lógica que realiza a função  $Q_2^*$ , já que para os 3 estados não especificados (000, 010 e 110) esta função passaria a ser indiferente. O novo mapa de Karnaugh para a função  $Q_2^*$  seria então:*

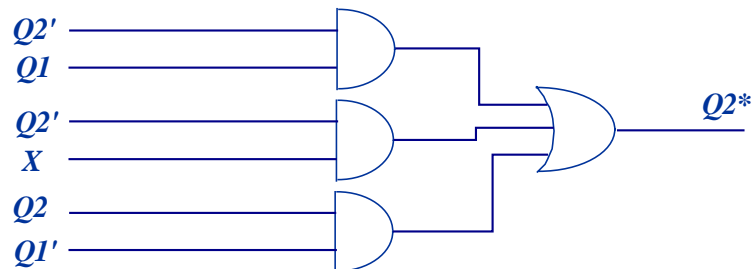
$Q_2^*$ :

		$Q_2 Q_1$		$Q_2$	
$Q_0 X$		00	01	11	10
	00	X	X	X	1
$Q_0$	01	X	X	X	1
	11	1	1	0	1
$Q_1$	10	0	1	0	1

Annotations:  $Q_2' \cdot X$  points to the first column (00);  $Q_2' \cdot Q_1$  points to the second column (01);  $Q_2 \cdot Q_1'$  points to the fourth column (10). A vertical line labeled 'X' is between columns 11 and 10.

$$Q_2^* = Q_2' \cdot Q_1 + Q_2' \cdot X + Q_2 \cdot Q_1'$$

*O circuito lógico seria modificado (simplificado) apenas na parte que produz a função  $Q_2^*$ , necessitando agora de 3 portas AND de duas entradas e uma porta OR de 3 entradas:*



NOME: \_\_\_\_\_ CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_

5 –

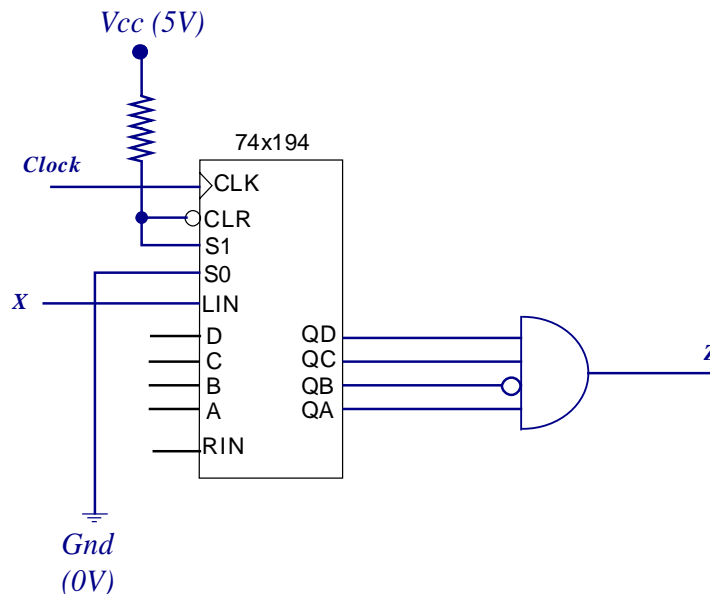
- a) Usando um *shift-register* 74x194 (ver tabela abaixo) e circuitos lógicos adicionais, construa um circuito síncrono com uma entrada X e uma saída Z que coloca na saída o valor lógico 1 sempre que detectar na entrada X a sequência de valores 1011 em 4 transições de relógio consecutivas, como se mostra no exemplo seguinte:

Entrada X: 0 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1

Saída Z: 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1

*Para construir o circuito pedido, vamos configurar o 74x194 em modo shift-left ( $S1=1$ ,  $S0=0$ ) e ligar a entrada LIN à entrada X do circuito pedido. Desta forma, teremos sempre presente nas saídas QA~QD o estado ocorrido na entrada X em 4 transições consecutivas do sinal de relógio. Para detectar a sequência pedida, basta ligar às saídas QA~QD um circuito combinacional que produza uma saída 1 sempre que as saídas tenham o estado 1011 (uma porta AND com uma entrada negada):*

função	S1	S0	QA*	QB*	QC*	QD*
hold	0	0	QA	QB	QC	QD
shift right	0	1	RIN	QA	QB	QC
shift left	1	0	QB	QC	QD	LIN
load	1	1	A	B	C	D



- b) Modifique o circuito anterior por forma a que apenas sejam detectadas sequências não sobrepostas, como se exemplifica na figura seguinte:

Entrada X: 0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1

Saída Z: 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1

*Para detectar apenas sequências não sobrepostas é necessário que, no próximo estado a seguir à detecção de uma sequência válida:*

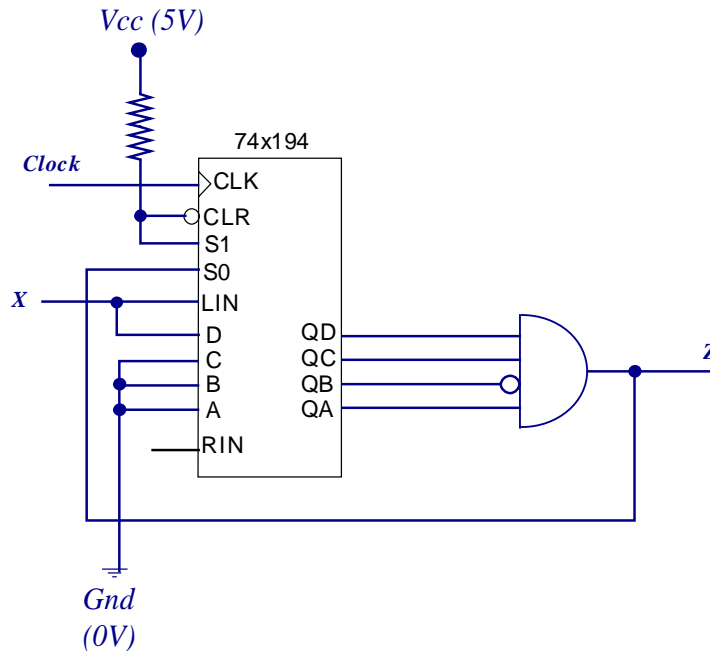
- seja carregado para o primeiro bit (QD ou o mais à direita se considerarmos o sentido do deslocamento – para a esquerda) o valor presente na entrada X.*
- os restantes bits (QC, QB e QA) sejam colocados com zero para “estragar” o resto da sequência já detectada*



NOME: \_\_\_\_\_ CORRECÇÃO \_\_\_\_\_

TURMA \_\_\_\_\_

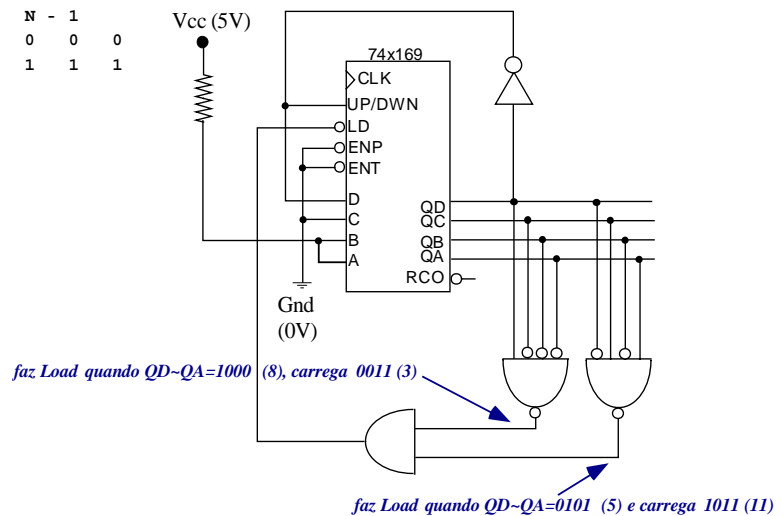
Como a função Load é activada com  $S1=1$  e  $S0=0$ , basta ligar a saída Z à entrada S0 (quando detectar a sequência,  $Z=1$  e faz Load, quando não detecta sequência,  $Z=0$  e faz shift-left), ligar a entrada D à entrada X e as entradas C, B e A a zero (quando faz Load carrega para QD~QA o valor X000, onde X representa o valor lógico presente na entrada X):



6 – Considere o circuito da figura, baseado num contador up-down 74x169, cuja funcionalidade é descrita pela tabela abaixo.

a) Admitindo o estado inicial  $Q_D, Q_C, Q_B, Q_A=0000$ , determine a sequência (em binário) produzida nas saídas  $Q_D, Q_C, Q_B, Q_A$ .

74x169				estado presente				próximo estado			
UP/DWN	/LD	/ENT	/ENP	QD	QC	QB	QA	QD*	QC*	QB*	QA*
x	0	x	x	x	x	x	x	D	C	B	A
x	1	1	x	x	x	x	x	QD	QC	QB	QA
x	1	x	1	x	x	x	x	QD	QC	QB	QA
1	1	0	0	N (se $N < 15$ )				N + 1			
0	1	0	0	N (se $N > 0$ )				N - 1			
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1



NOME: \_\_\_\_\_

CORRECÇÃO

TURMA \_\_\_\_\_

Analisando o circuito podemos concluir que:

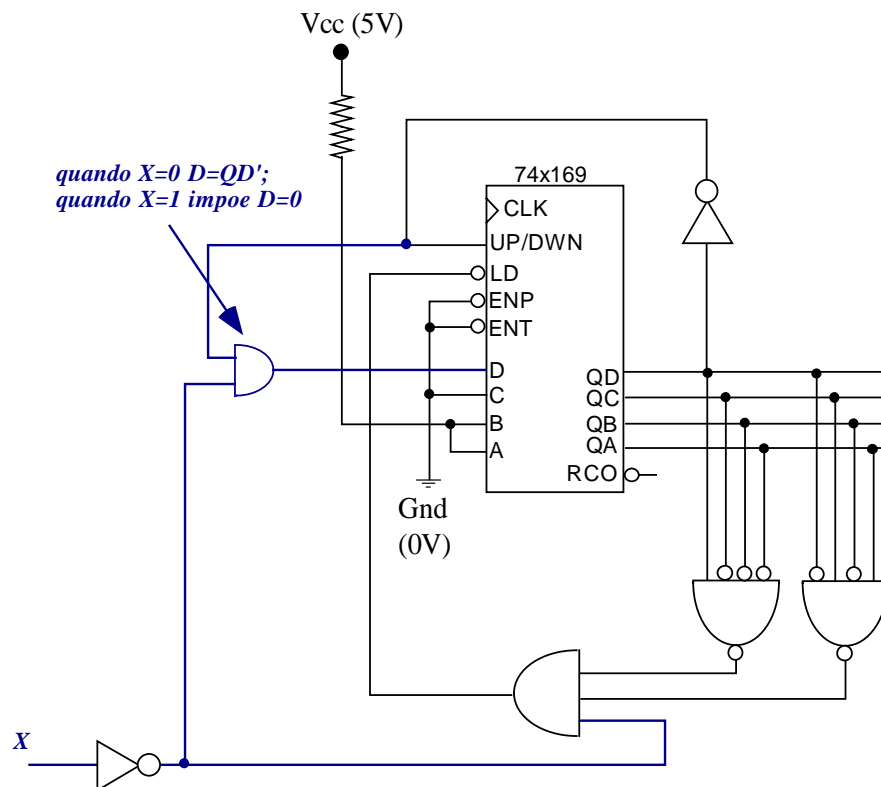
- i) o sentido de contagem é definido pelo estado da saída  $QD'$ :  $QD=0$  conta para cima,  $QD=1$  conta para baixo
- ii) quando  $QD \sim QA = 0101$  é feito um Load de 1011
- iii) quando  $QD \sim QA = 1000$  é feito um Load de 0011

A sequência de valores ocorridos nas saídas do contador será:

$Q_D Q_C Q_B Q_A$	UP/DWN	LD	D C B A	
0 0 0 0	1	1	1 0 1 1	0
0 0 0 1	1	1	1 0 1 1	1
0 0 1 0	1	1	1 0 1 1	2
0 0 1 1	1	1	1 0 1 1	3
0 1 0 0	1	1	1 0 1 1	4
0 1 0 1	1	0	1 0 1 1	5 ← Load de 1011 (11)
1 0 1 1	0	1	0 0 1 1	11
1 0 1 0	0	1	0 0 1 1	10
1 0 0 1	0	1	0 0 1 1	9
1 0 0 0	0	0	0 0 1 1	8 ← Load de 0011 (3)
0 0 1 1	1	1	1 0 1 1	3
...				

- b) Modifique o circuito apresentado de forma a acrescentar-lhe uma entrada X, activa no nível lógico alto, que permita reinicializar as saídas com o valor  $Q_D, Q_C, Q_B, Q_A = 0011$ .

Para reinicializar as saídas com 0011, pode-se ligar a entrada X negada a uma terceira entrada da porta AND que controla o sinal Load do contador. Para que esse Load provoque o carregamento com 0011, teremos de modificar o circuito que alimenta a entrada D do contador de forma a que nesse caso seja imposto um 1 na entrada D (note que C, B e A estão já ligadas aos valores lógicos pretendidos). Um circuito que realiza essa função é o seguinte:



- FIM -