
Folha 5 – Primitivas variadas

Nos exercícios 1, 2, 3 e 4 aconselha-se a que resolva todas as alíneas de cada questão pela ordem indicada, para poder comparar os métodos de primitivação adequados e os resultados obtidos.

1. Calcule:

(a) $P\left(\frac{1}{1+x}\right);$	(b) $P\left(\frac{1}{1-x}\right);$	(c) $P\left(\frac{1}{1+x^2}\right);$
(d) $P\left(\frac{x}{1+x^2}\right);$	(e) $P\left(\frac{x}{1+x^4}\right);$	(f) $P\left(\frac{x}{9+x^4}\right);$
(g) $P\left(\frac{x^3}{1+x^4}\right);$	(h) $P\left(\frac{x^3}{(1+x^4)^2}\right);$	(i) $P\left(\frac{x^3}{(1+x^4)^{1/2}}\right);$
(j) $P\left(\frac{x^3}{\sqrt{1+x^4}}\right).$		

2. Calcule:

(a) $P\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right);$	(b) $P\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right);$	(c) $P\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right);$
(d) $P\left(\frac{x}{\sqrt{1-4x^2}}\right);$	(e) $P\left(\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\right);$	(f) $P\left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\right).$

3. Calcule:

(a) $P\left(\frac{5x}{4+4x^2}\right);$	(b) $P\left(\frac{5}{4+4x^2}\right);$	(c) $P\left(\frac{5x}{(4+4x^2)^2}\right);$
(d) $P\left(\frac{5x}{\sqrt{4+4x^2}}\right);$	(e) $P\left(\frac{5}{4+9x^2}\right);$	(f) $P\left(\frac{5x}{\sqrt{4+4x^2}}\right);$
(g) $P\left(\frac{5}{\sqrt{4-4x^2}}\right);$	(h) $P\left(\frac{5}{\sqrt{4-9x^2}}\right);$	(i) $P\left(5x \sqrt{4+4x^2}\right).$

4. Calcule:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & P\left(\frac{e^x}{1+e^{2x}}\right); & \text{(b)} & P\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right); & \text{(c)} & P\left(\frac{e^x}{\sqrt[4]{(1+e^x)^3}}\right). \\ \text{(d)} & P\left(\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}\right); & \text{(e)} & P\left(\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}\right); \end{array}$$

5. Calcule:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & P(x \cos x^2); & \text{(b)} & P(x \operatorname{tg} x^2); & \text{(c)} & P(x \operatorname{sen} x^2); \\ \text{(d)} & P(x^2 e^x); & \text{(e)} & P(x e^{x^2}); & \text{(f)} & P(\cos x \operatorname{sen}^2 x); \\ \text{(g)} & P(\cos x \operatorname{sen} x); & \text{(h)} & P(x \cos x^2 \operatorname{sen} x^2); & \text{(i)} & P(e^x \operatorname{sh} x); \\ \text{(j)} & P(e^x \operatorname{sh} 2x); & \text{(k)} & P(\operatorname{sen}(\ln \cos x)); & \text{(\ell)} & P((e^x - 2)^3 e^x); \\ \text{(m)} & P\left(\frac{x+5}{\sqrt{1+x^2}}\right); & \text{(n)} & P\left(\frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}\right); & \text{(o)} & P\left(\frac{\operatorname{sen} x(1+\cos x)}{\sqrt{1-\cos^2 x}}\right); \\ \text{(p)} & P\left(\frac{x^2 \operatorname{arctg} x}{1+x^2}\right); & \text{(q)} & P\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{x}\right); & \text{(r)} & P\left(\frac{e^{\operatorname{arcsen} \sqrt{x}}}{\sqrt{x-x^2}}\right); \\ \text{(s)} & P\left(\frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x}\right); & \text{(t)} & P\left(\frac{\ln x}{x}\right); & \text{(u)} & P\left(\frac{\ln x}{x^2}\right); \\ \text{(v)} & P\left(\frac{5+x+\operatorname{arctg} x+e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2}\right). \end{array}$$

6. Calcule:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & P\left(\frac{x^4}{x^2-1}\right); & \text{(b)} & P\left(\frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}\right); & \text{(c)} & P\left(\frac{-x^3-5x+9}{(x-1)^3(x+2)}\right); \\ \text{(d)} & P\left(\frac{x^2}{(x-1)^3}\right); & \text{(e)} & P\left(\frac{x^5-3x^3+2x^2+x+1}{x^2(x-1)^2}\right); & \text{(f)} & P\left(\frac{1}{x^3+x^2+x}\right). \end{array}$$

7. Calcule as seguintes primitivas, fazendo a mudança de variável indicada:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & P\left(\frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}\right), \text{ fazendo a substituição } x = \sec t; \\ \text{(b)} & P\left(\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}\right), \text{ fazendo a substituição } x = \operatorname{sen} t; \\ \text{(c)} & P\left(\frac{\sqrt[4]{x}}{x-\sqrt{x}}\right), \text{ fazendo a substituição } x = t^4; \end{array}$$

(d) $P\left(\frac{1}{\sqrt{(1+x)^3} + \sqrt{1+x}}\right)$, fazendo a substituição $1+x=t^2$;

(e) $P\left(\sqrt{\frac{x+4}{x}}\right)$, fazendo a substituição $\frac{x+4}{x}=t^2$;

(f) $P\left(\frac{\sqrt{x^2+4}}{x^4}\right)$, fazendo a substituição $x=2 \operatorname{tg} t$;

(g) $P\left(\frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2}\right)$, fazendo a substituição $x=2 \operatorname{sh} t$.

- Consulte a tabela de substituições para justificar as mudanças de variável indicadas acima.
- Para saber se os seus resultados estão correctos, derive cada função que obteve e compare-a com a função que pretende primitivar.