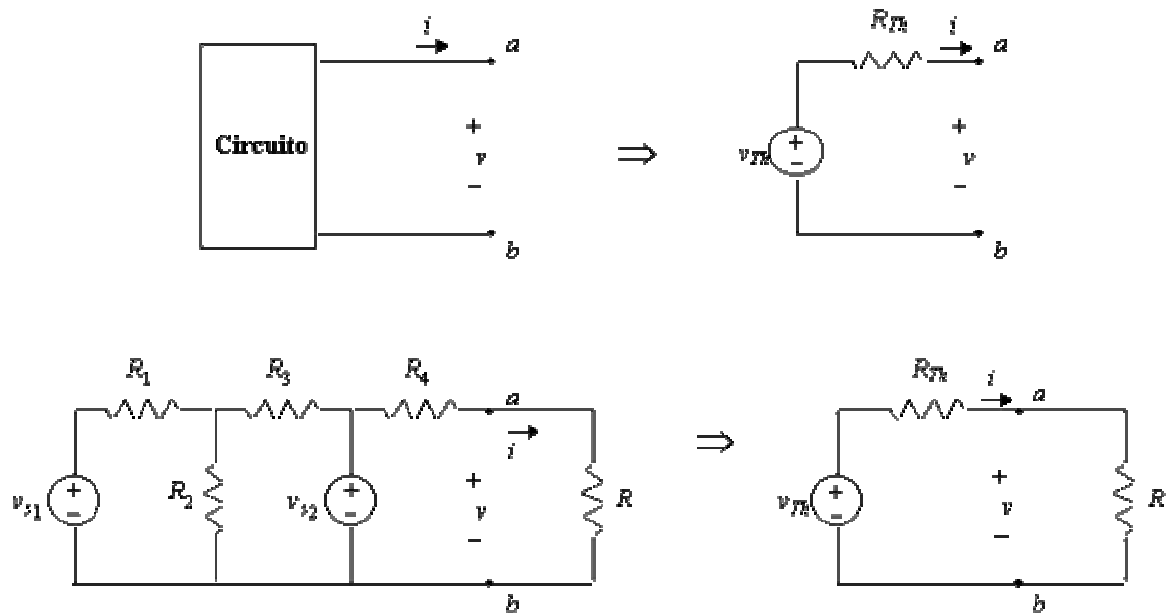


# 1 Teorema de Thévenin

O teorema de Thévenin afirma que, do ponto de vista de um qualquer par de terminais, um circuito linear pode sempre ser substituído por uma fonte de tensão com resistência interna. Como se verifica na Figura 1.1, quando o objetivo da análise de um circuito se resume a identificar a corrente, a tensão ou a potência a jusante de um par de terminais, então o teorema de Thévenin indica que todo o circuito a montante pode ser reduzido a dois elementos apenas, constituindo globalmente uma fonte de tensão com resistência interna. O conjunto de componentes  $v_{Th}$  e  $R_{Th}$  é designado por equivalente de Thévenin do circuito.

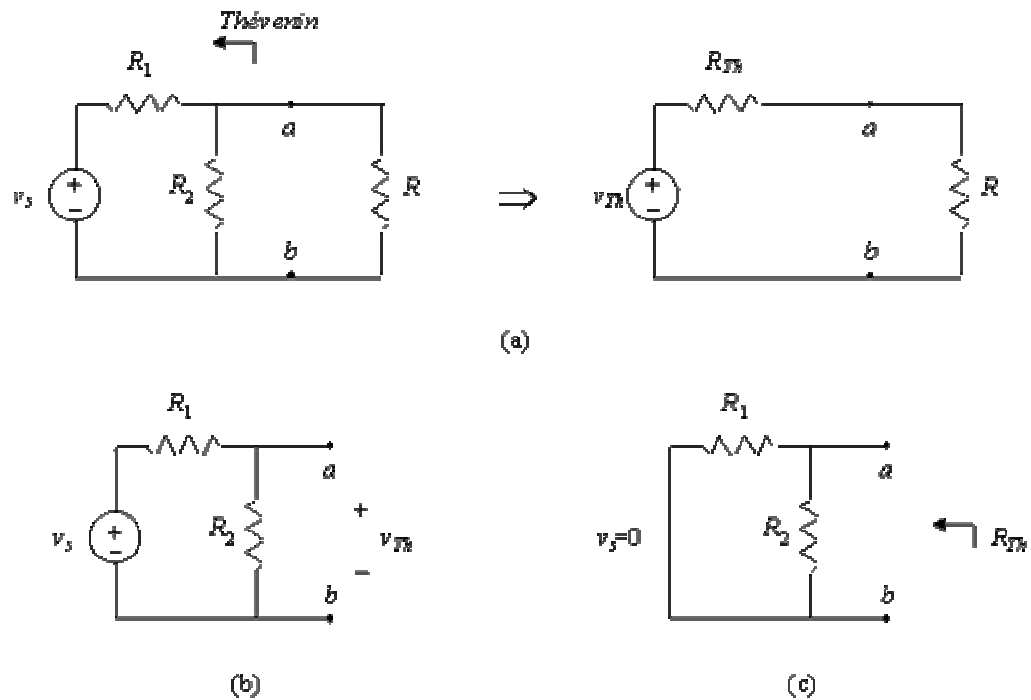


**Figura 1.1** Teorema de Thévenin

A metodologia de cálculo do equivalente de Thévenin difere consoante o tipo de fontes em presença no circuito. É comum distinguirem-se circuitos com fontes independentes (Caso 1); circuitos com fontes independentes e dependentes (Caso 2); e circuitos com fontes dependentes (Caso 3).

## Caso 1: Equivalente de Thévenin de um Circuito com Fontes Independentes

Considere-se o circuito representado na Figura 1.2.a, relativamente ao qual se pretende determinar o equivalente de Thévenin do subcircuito à esquerda dos terminais  $a$  e  $b$  indicados.



**Figura 1.2** Equivalente de Thévenin de um circuito com fontes independentes

O equivalente de Thévenin calcula-se nos seguintes dois passos (para além da identificação dos terminais e do sentido relativamente ao qual se pretende obter o equivalente):

(i) obtenção da tensão em aberto (Figura 1.2.b),

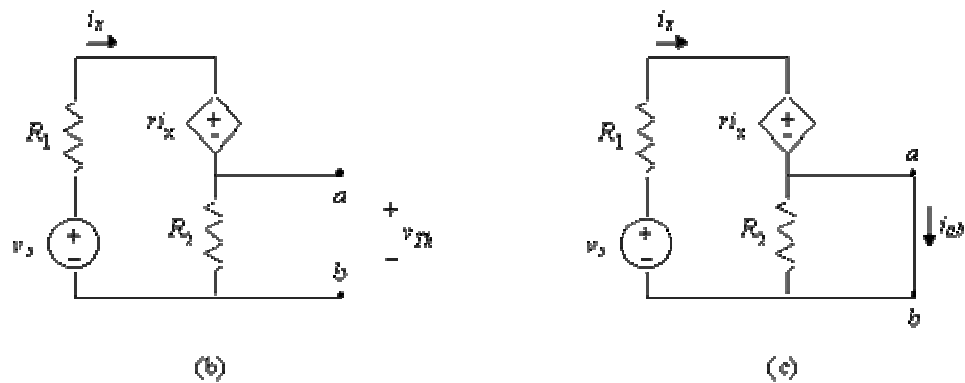
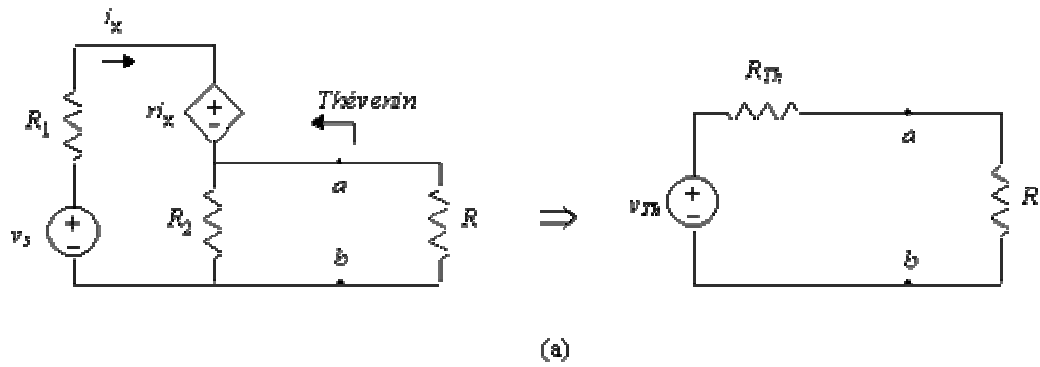
$$v_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s \quad (1.8)$$

(ii) e determinação da resistência equivalente vista dos terminais de saída, quando se anulam todas as fontes independentes no circuito (Figura 1.2.c),

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.9)$$

### Caso 2: Equivalente de Thévenin de um Circuito com Fontes Independentes e Dependentes

Considere-se o circuito da Figura 1.3.a, integrando fontes independentes e dependentes de tensão.



**Figura 1.3** Equivalente de Thévenin de um circuito com fontes independentes e dependentes

O cálculo é composto por três passos:

(i) determinação da tensão em aberto (Figura 1.3.b),

$$v_{TH} = v_{ab} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + r} v_s \quad (1.10)$$

(ii) determinação da corrente de curto-circuito entre os terminais especificados (Figura 1.3.c);

(iii) e cálculo da resistência equivalente de Thévenin através do cociente entre a tensão em aberto e a corrente de curto-circuito,

$$i_{sc} = \frac{v_s}{R_1 + r} \quad (1.11)$$

$$R_{TH} = \frac{v_{ab}}{i_{sc}} = \frac{R_2 (R_1 + r)}{R_1 + R_2 + r} \quad (1.12)$$

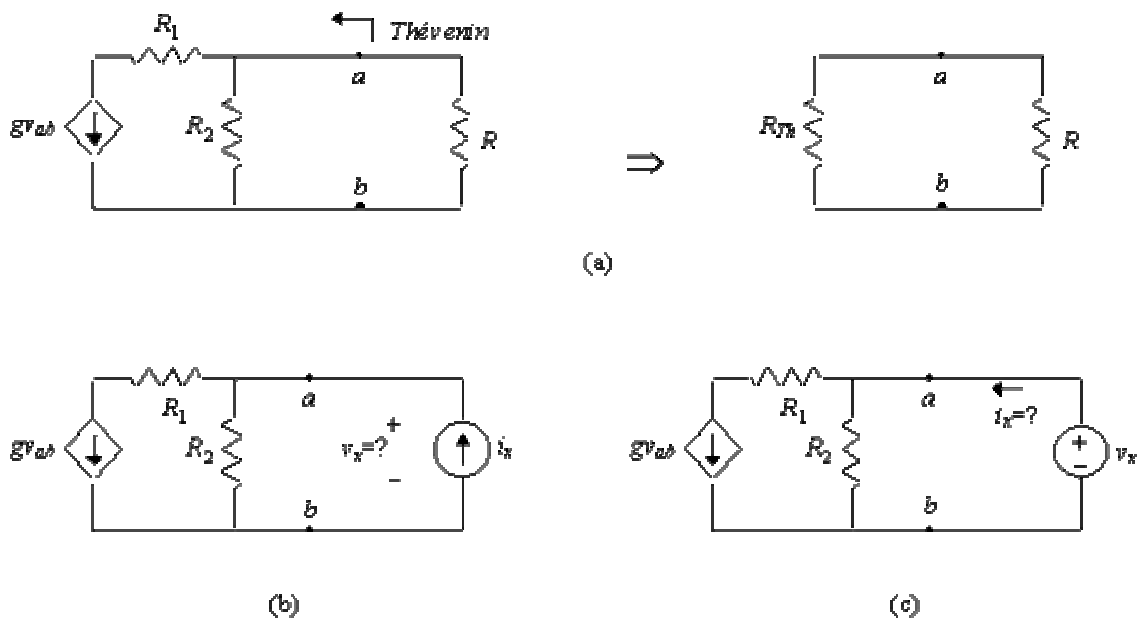
### Caso 3: Equivalente de Thévenin de um Circuito com Fontes Dependentes

O equivalente de Thévenin de um circuito com fontes dependentes caracteriza-se pelo valor nulo da tensão equivalente respectiva. A metodologia de cálculo da resistência equivalente exige que se aplique do exterior uma tensão (ou uma corrente), se meça a corrente absorvida (a tensão gerada aos terminais) e se efetue o cociente entre ambas. No caso da resistência equivalente do circuito representado na Figura 1.4.a:

(i) aplica-se uma corrente ao circuito,  $i_x$ , e mede-se a tensão aos terminais,  $v_x$  (Figura 1.4.b). Em alternativa, pode aplicar-se uma tensão aos terminais especificados,  $v_x$ , e medir a corrente absorvida pelo circuito (Figura 1.4.c);

(ii) e determina-se a resistência equivalente de Thévenin através do cociente

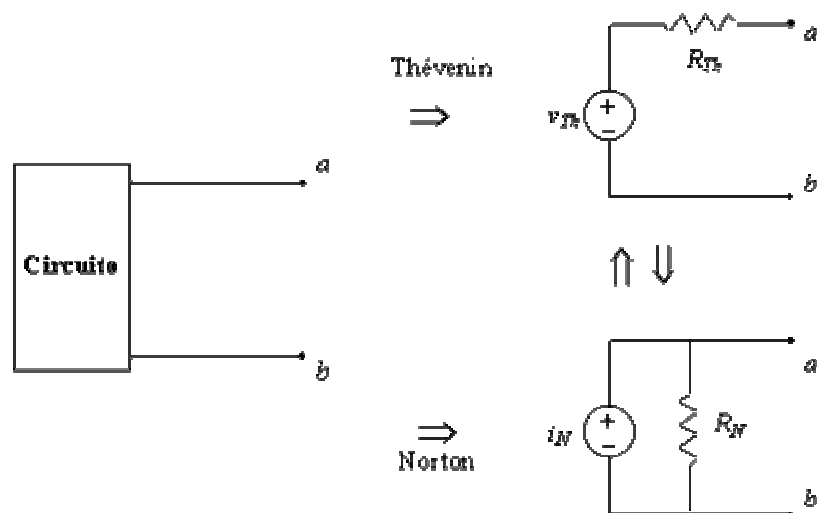
$$R_{Th} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{1}{G_2 + g} \quad (1.13)$$



**Figura 1.4** Equivalente de Thévenin de um circuito com fontes dependentes

## 2 Equivalente de Norton

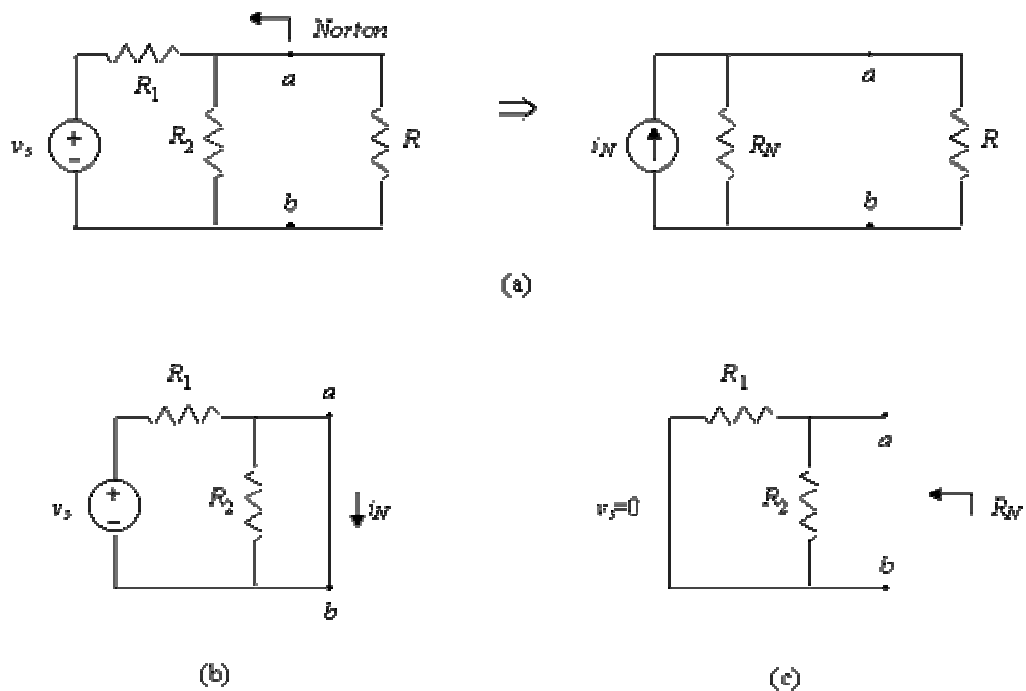
A transformação de fonte indica que uma fonte de tensão com resistência interna não nula pode ser substituída por uma fonte de corrente com resistência interna não infinita. Como se indica na Figura 1.5, esta transformação permite redesenhar o circuito equivalente de Thévenin com base numa fonte de corrente, designada por equivalente de Norton. Por conseguinte, este equivalente pode ser obtido através de dois processos essencialmente distintos: de forma direta ou por intermédio do cálculo do equivalente de Thévenin seguido da transformação de fonte.



**Figura 1.5** Equivalente de Norton

### Caso 1: Equivalente de Norton de um Circuito com Fontes Independentes

O cálculo do equivalente de Norton de um circuito com fontes independentes baseia-se num conjunto de procedimentos semelhantes àqueles estabelecidos anteriormente para o equivalente de Thévenin. Tomando como exemplo o circuito representado na Figura 1.6,



**Figura 1.6** Equivalente de Norton de um circuito com fontes independentes

num primeiro momento determina-se a corrente de curto-circuito entre os terminais especificados (Figura 1.6.b)

$$i_N = \frac{v_s}{R_1} \quad (1.14)$$

e num segundo a resistência vista dos terminais de saída (Figura 1.1.c)

$$R_N = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.15)$$

admitindo nulas todas as fontes independentes. Se se compararem as expressões (1.14) e (1.15) com aquelas relativas ao equivalente de Thévenin, calculado em (1.7) e (1.8), verifica-se que, e como previsto pela transformação de fonte,

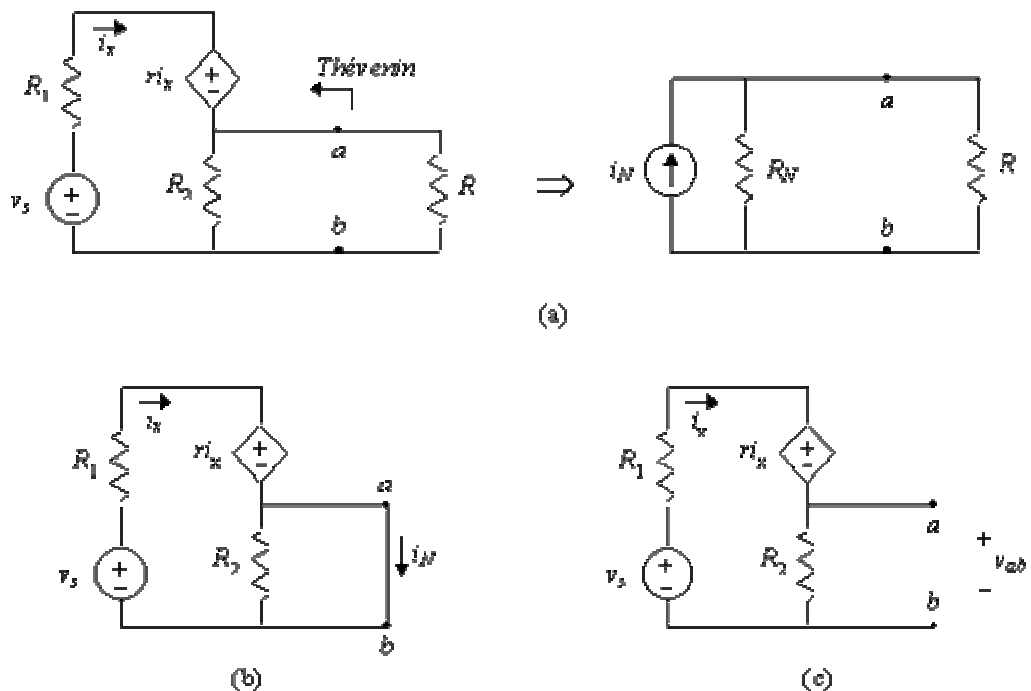
$$R_{Th} = R_N = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.16)$$

e

$$i_N = \frac{v_{Th}}{R_{Th}} \quad (1.17)$$

## Caso 2: Equivalente de Norton de um Circuito com Fontes Independentes e Dependentes

A determinação do equivalente de Norton de um circuito com fontes independentes e dependentes exige que se calculem a tensão de circuito aberto e a corrente de curto-circuito entre os terminais especificados. Tomando como exemplo o circuito representado na Figura 1.10,



**Figura 1.10** Equivalente de Norton de um circuito com fontes independentes e dependentes

obtém-se

$$i_N = i_{ab} = \frac{v_s}{R_1 + r} \quad (1.18)$$

para a fonte de corrente equivalente (Figura 1.10.b), e

$$R_N = \frac{v_{ab}}{i_{ab}} = \frac{R_2(R_1 + r)}{R_1 + R_2 + r} \quad (1.19)$$

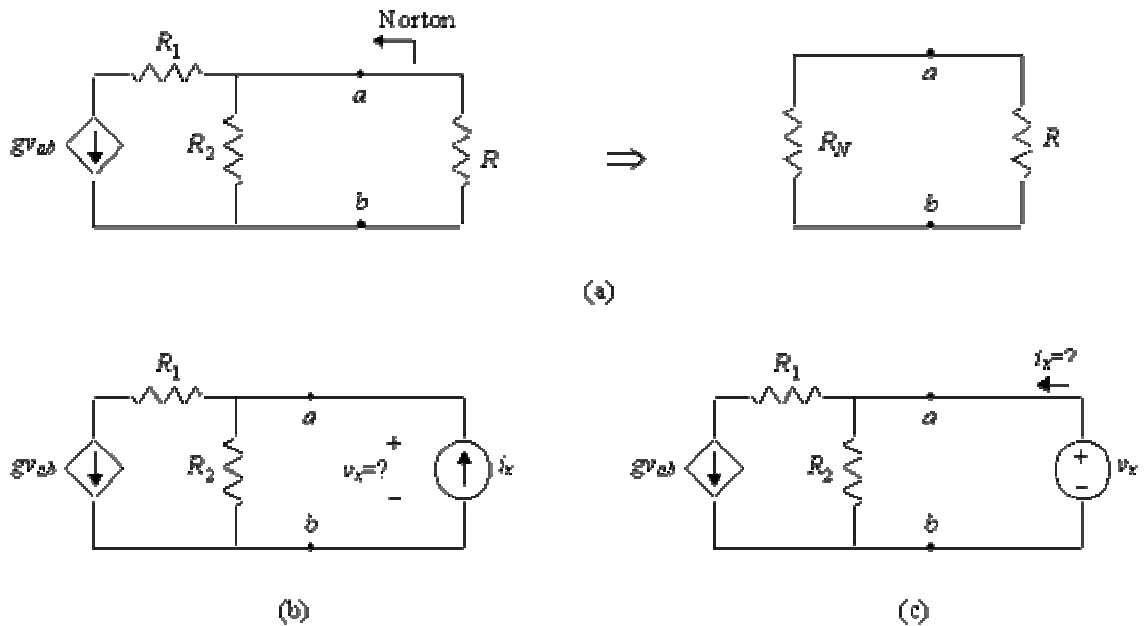
para a resistência, em que

$$v_{ab} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + r} v_s \quad (1.20)$$

define a tensão de circuito aberto entre os terminais especificados (Figura 1.10.c). É fácil verificar que os resultados (1.18) e (1.19) coincidem com aqueles obtidos por aplicação da transformação de fonte ao equivalente de Thévenin expresso por (1.10) e (1.12).

### Caso 3: Equivalente de Norton de um Circuito com Fontes Dependentes

Considere-se o circuito representado na Figura 1.11.a, constituído apenas por fontes dependentes e resistências.



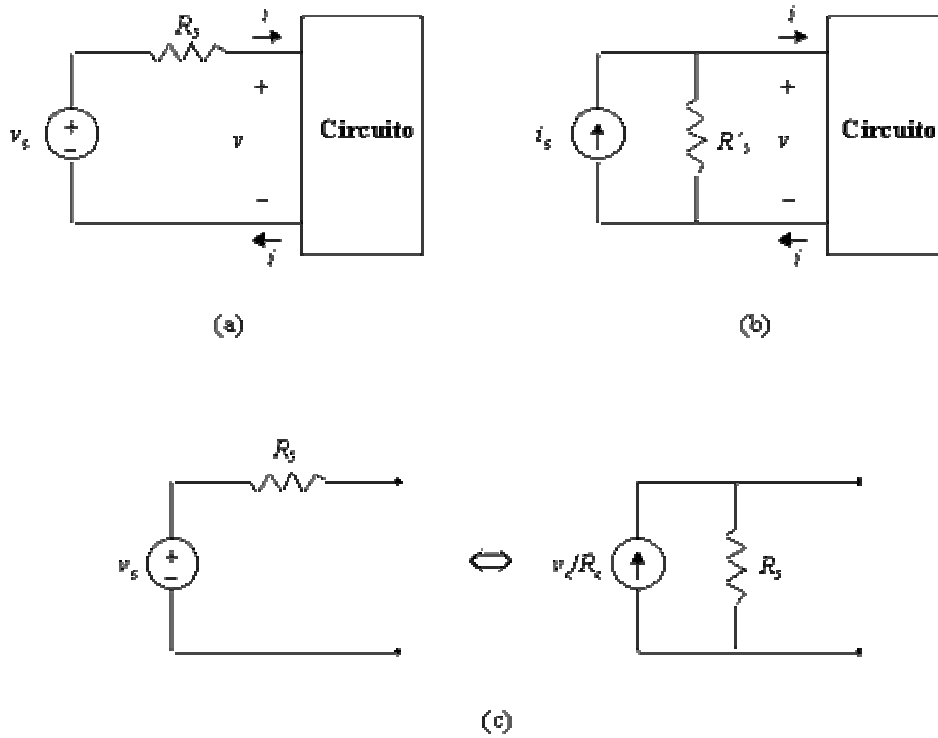
**Figura 1.11** Equivalente de Norton de um circuito com fontes dependentes

O equivalente de Norton de um circuito deste tipo consiste numa resistência apenas, sendo, por conseguinte, formalmente idêntico ao equivalente de Thévenin. A resistência equivalente obtém-se através do cociente entre a tensão e a corrente aos terminais de uma fonte aplicada aos terminais especificados, como se indica nas Figuras 1.11 b e c,

$$R_N = \frac{v_x}{i_x} = \frac{1}{G_2 + g} \quad (1.21)$$

### 3 Transformação de Fonte

O teorema da transformação permite converter fontes de tensão com resistência interna em fontes de corrente. Considerem-se os dois circuitos representados na Figura 1.12, ambos compostos por um mesmo sub-circuito e uma fonte, de tensão em (a) e de corrente em (b). Para que o desempenho do sub-circuito seja idêntico nos dois casos, é necessário que o par de variáveis  $(v,i)$  seja comum a ambos os circuitos, tornando irrelevante o tipo de fonte responsável pelo seu estabelecimento.



**Figura 1.12** Transformação de fonte

Uma vez que as Leis de Kirchhoff permitem escrever

$$v_s = R_s i + v \quad (1.22)$$

e

$$i_s = i + \frac{v}{R'_s} \quad (1.23)$$

ou seja

$$R'_s i_s = R'_s i + v \quad (1.24)$$

respectivamente em (a) e em (b), as regras de conversão entre fontes de tensão e de corrente são (Figura 1.12.c)

$$v_s = R'_s i_s \quad (1.25)$$

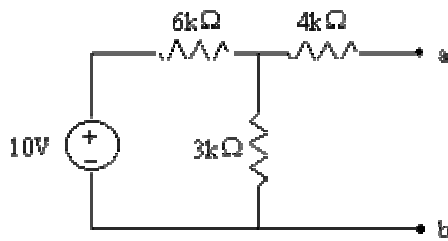


e

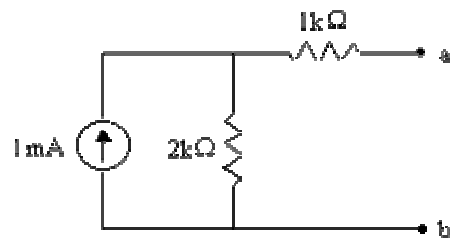
$$R_3 = R'_3 \quad (1.26)$$

## EXERCÍCIOS:

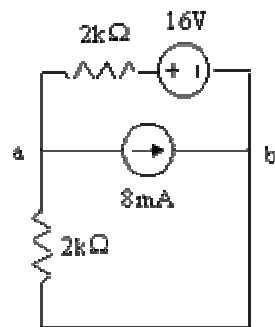
\*1.1 Considerando os circuitos representados nas figuras abaixo, determine o equivalente de Thévenin aos terminais  $a$  e  $b$  indicados.



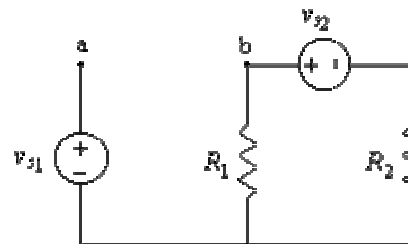
(a) \*



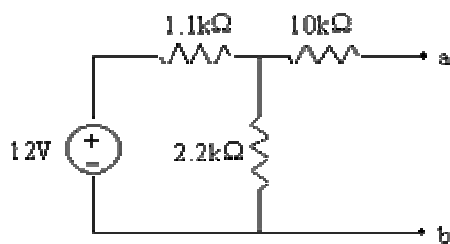
(b)



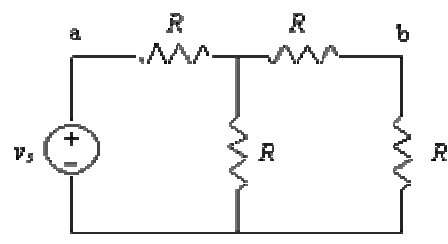
(c)



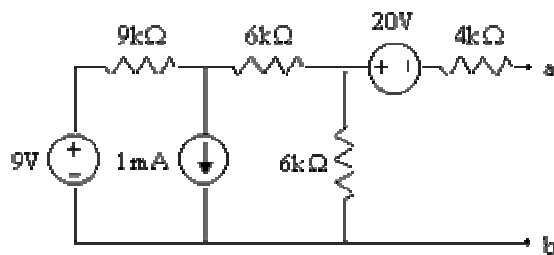
(d)



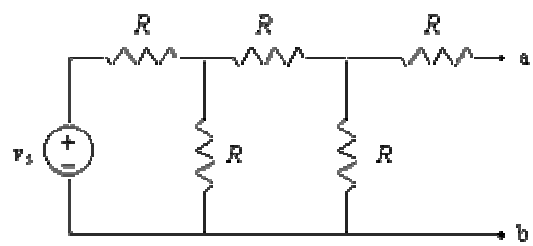
(e)



(f)

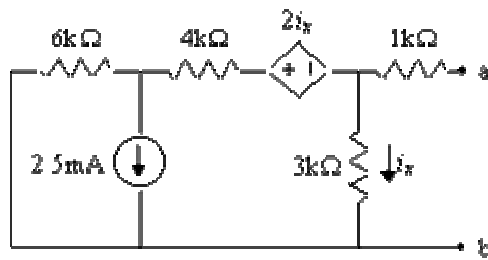


(g) \*

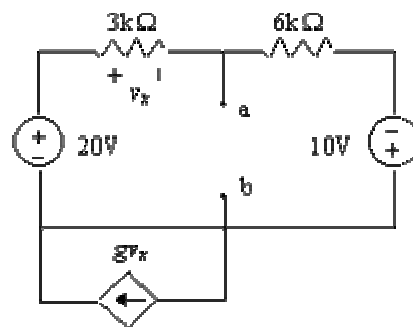


(h)

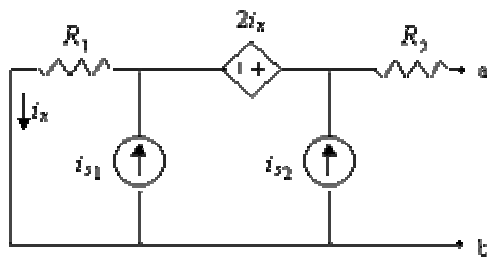
1.2 Determine o equivalente de Thévenin aos terminais  $a$  e  $b$  indicados nos circuitos das figuras abaixo.



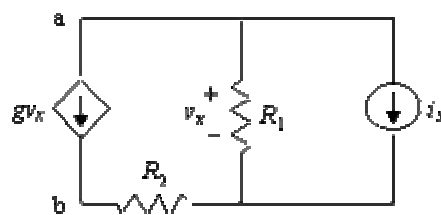
(a)



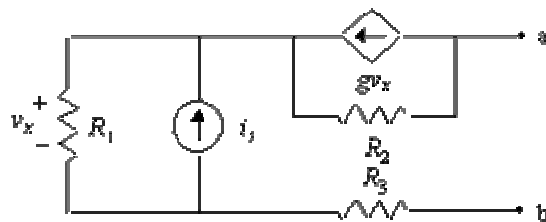
(b)



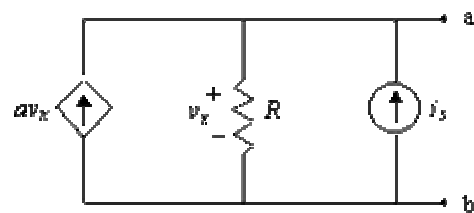
(c)



(d)

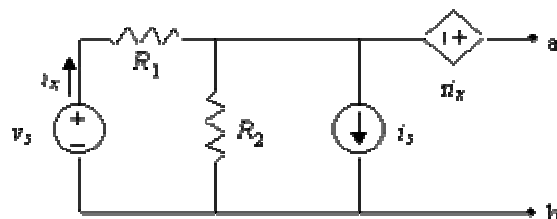


(e)

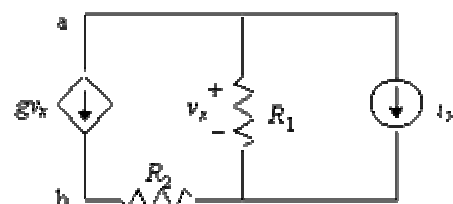


(f)

1.3 Considere os circuitos representados nas figuras abaixo. Determine o equivalente de Norton aos terminais  $a$  e  $b$  indicados.

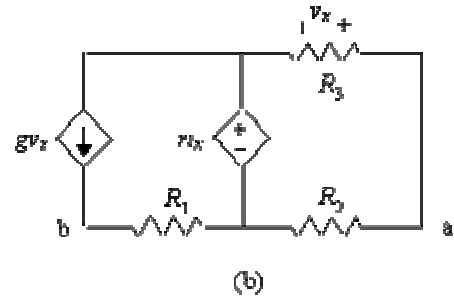
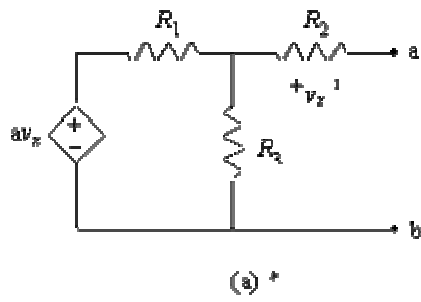


(a)



(b)

\*1.4 Considere os circuitos das figuras abaixo. Determine o equivalente de Norton aos terminais  $a$  e  $b$  indicados.



1.15 Efetue a transformação de fonte em cada um dos circuitos das figuras abaixo.

