



ANÁLISE MATEMÁTICA B

FICHA 4A

MIECOM

Funções de várias variáveis - domínios e limites

1. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções e represente-os geometricamente:

(a) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 - y^2}$;

(b) $g(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$;

(c) $i(x, y) = \ln(x^2 - y)$;

(d) $b(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$;

(e) $d(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}{\ln(x^2 - y)}$;

2. Represente geometricamente o gráfico das seguintes funções:

(a) $h(x, y) = x^2 + y^2$; (b) $j(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$;
(c) $l(x, y) = 4 - x^2 - y^2$; (d) $m(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

3. Considere o gráfico da função definida em 2.a). Represente geometricamente a intersecção do gráfico de f com os planos $z = 4$, $y = 0$, $x = 0$.

4. Determine os seguintes limites:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} (2x - y^2)$;

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{\pi}{3}, 2)} y \sin(\frac{x}{y})$.

5. Estuda a existência de limite das seguintes funções, nos pontos indicados:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$ b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4x^2y}{x^3 + y^3}$ c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^4 + y^2}$

6. Mostre que:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$ b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{4x^3}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$