# 3.5 APLICAÇÃO DOS INTEGRAIS DEFINIDOS

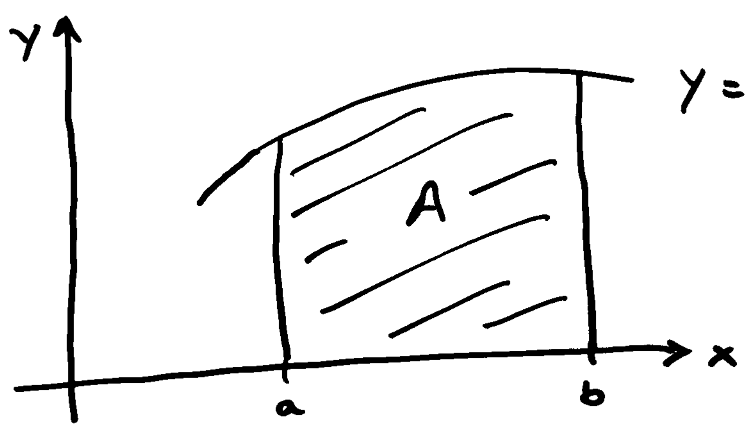
## 3.5.1 Cálculo de áreas de figuras planas

Esta aplicação resulta da interpretação geométrica dos integrais definidos como limite da soma integral.

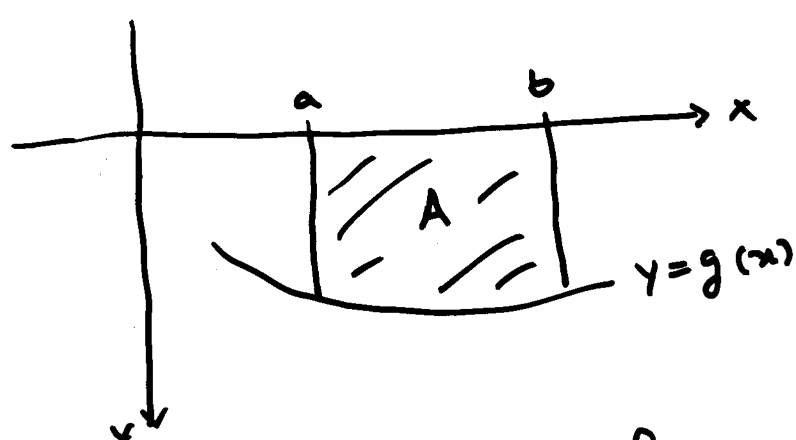
Algumas situações:

$a < x < b$ ; $0 < y < f(x)$

Para calcular esta área fazemos $A = \int_a^b f(x)\,dx$

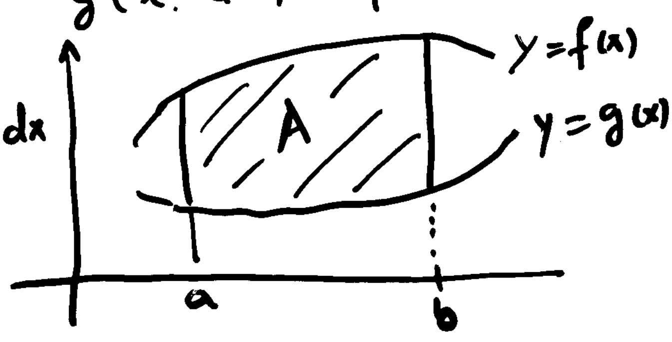



$a < x < b$ ; $g(x) < y < 0$ vem $A = -\int_a^b g(x)\,dx$




$a < x < b$ ; $g(x) < y < f(x)$

$A = +\int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$



## 3.5.2 Comprimento do arco duma curva

Definição: O arco de uma curva é a linha curva (se considerarmos f(x) contínua e derivavel) que está entre dois pontos $A(a, f(a))$ e $B(b, f(b))$ dessa curva, e o seu comprimento calcula-se fazendo $C = \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\, dx$

Exemplo:

Calcular o comprimento de arco da curva $y = ch(x)$ entre $0 \leq x \leq \ln 7$

## 3.5.3 VOLUME DUMA SUPERFÍCIE DE REVOLUÇÃO

Definição: Quando uma região sob uma curva $y = f(x)$ e entre duas rectas $x = a$ e $x = b$ e o eixo dos $xx$ sofre uma rotação de $360°$ em torno do eixo dos $xx$, gera-se uma figura tridimensional chamada de corpo ou sólido de revolução.

Se quisermos calcular o seu volume, usamos

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2\, dx$$

3)

Exemplo:

Calcular o volume duma esfera de raio a

Observações:

1. No caso geral o volume dos corpos formados pela rotação de uma figura limitada pelas condições $g(x) \leq y \leq f(x)$ e pelas rectas $b \leq x \leq a$ em torno do eixo OX:

$$V_x = \pi \int_a^b (f(x))^2 - (g(x))^2 \, dx$$

2. No caso geral o volume dos corpos formados pela rotação de uma figura limitada pelas condições $h(y) \leq x \leq m(y)$ e pelas rectas $a \leq y \leq b$ em torno do eixo OY:

$$V_y = \pi \int_a^b (m(y))^2 - (h(y))^2 \, dy$$