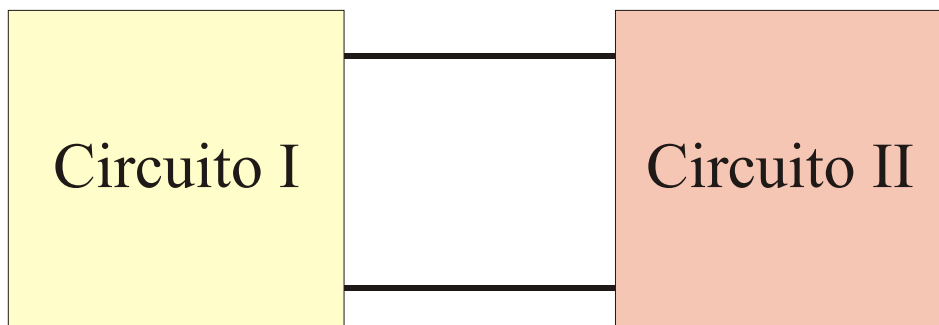


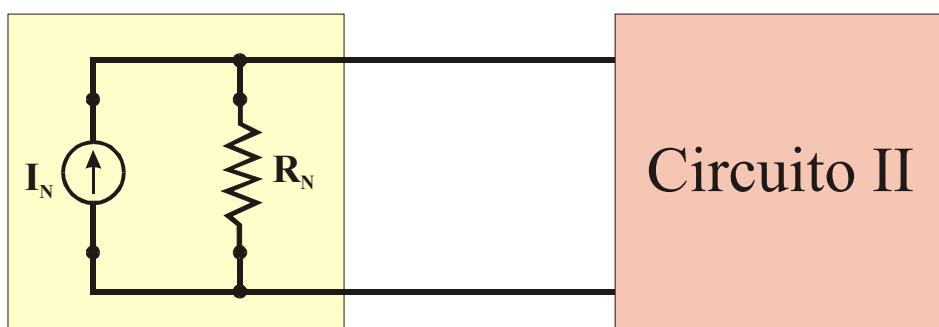
## 15. Teorema de Norton

Um **circuito I** e um **circuito II** estão ligados entre si por dois condutores ideais e isolados de outros circuitos, verificando-se as seguintes condições:

- O circuito I e o circuito II são **lineares**, podendo conter:
  - resistências;
  - fontes ideais independentes;
  - fontes ideais dependentes lineares.
- Se o circuito I tiver **fontes ideais dependentes lineares**, as tensões e correntes que controlam essas fontes pertencem todas ao circuito I.
- Se o circuito II tiver **fontes ideais dependentes lineares**, as tensões e correntes que controlam essas fontes pertencem todas ao circuito II.



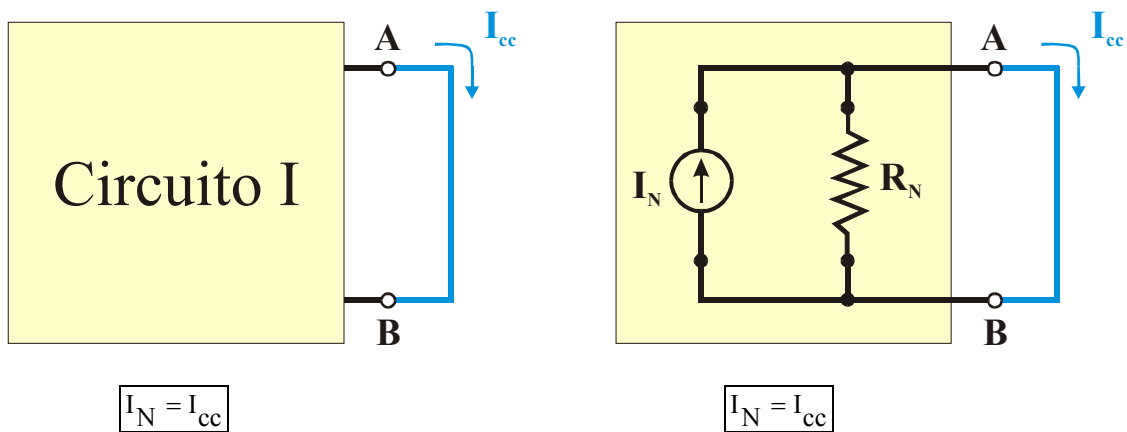
Nestas circunstâncias, todas as tensões e correntes que existem no **circuito II** continuam a ser as mesmas se o **circuito I** for substituído pelo seu **Equivalente de Norton**.



## 15.1 Determinação de $I_N$

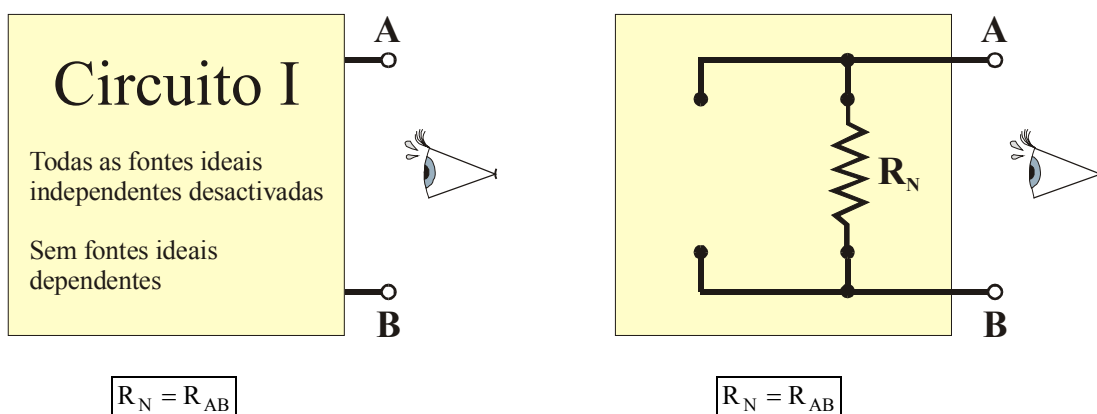
Se os dois condutores ideais que ligam o circuito I ao circuito II forem cortados, no circuito I formam-se dois terminais, A e B.

$I_N$  é a **corrente de curto-circuito** ( $I_{cc}$ ) relativa aos terminais A e B, ou seja, a corrente que passa num condutor ideal colocado entre esses terminais.

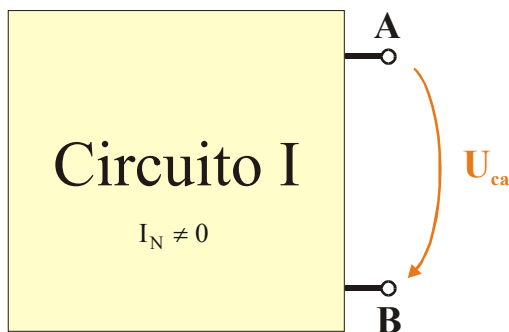


## 15.2 Determinação de $R_N$ com o circuito desactivado, por análise de associações de resistências

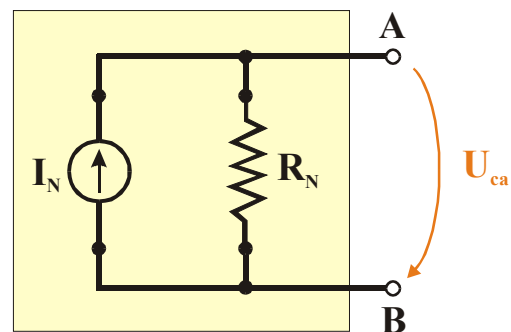
Este método não se pode aplicar quando o circuito possui fontes ideais dependentes.



### 15.3 Determinação de $R_N$ sem desactivação do circuito



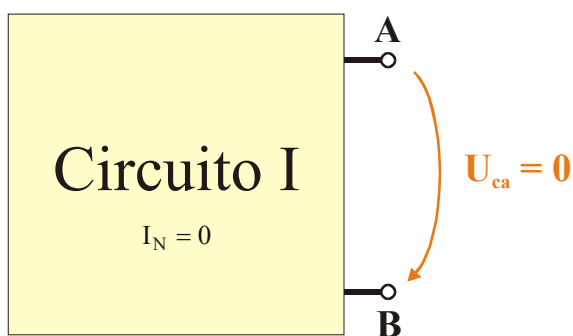
$$R_N = \frac{U_{ca}}{I_N}$$



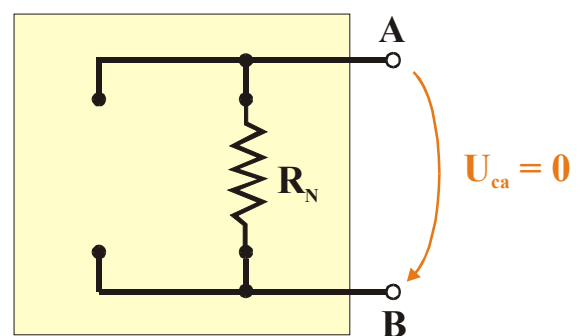
$$R_N = \frac{U_{ca}}{I_N}$$

### 15.4 Determinação de $R_N$ quando $I_N$ é nulo, sem análise de associações de resistências

Quando  $I_N = 0$ , não é possível calcular  $R_N$  recorrendo à tensão de circuito aberto, uma vez que esta também é nula.

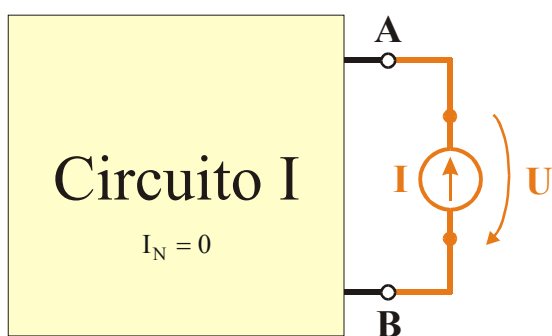


$$U_{ca} = 0$$

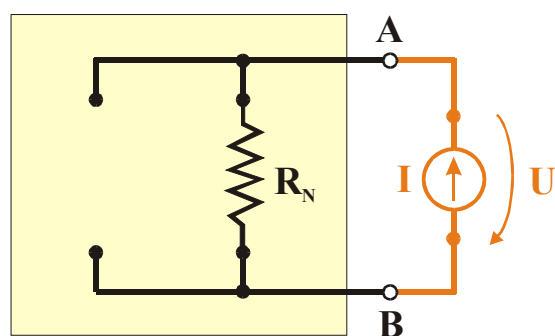


$$U_{ca} = 0$$

### 15.4.1 Recurso a uma fonte ideal de corrente

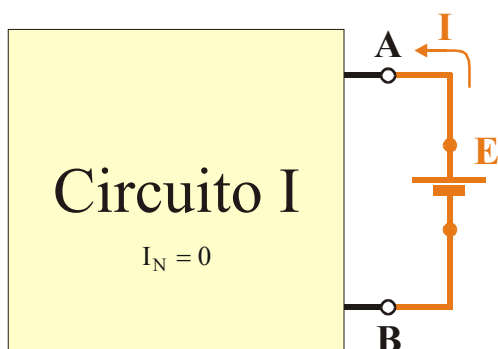


$$R_N = \frac{U}{I}$$

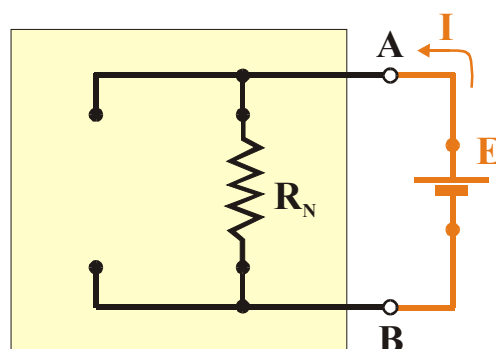


$$R_N = \frac{U}{I}$$

### 15.4.2 Recurso a uma fonte ideal de tensão

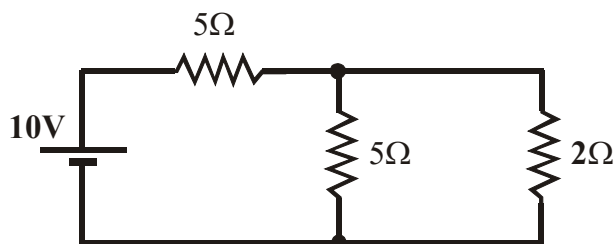


$$R_N = \frac{E}{I}$$



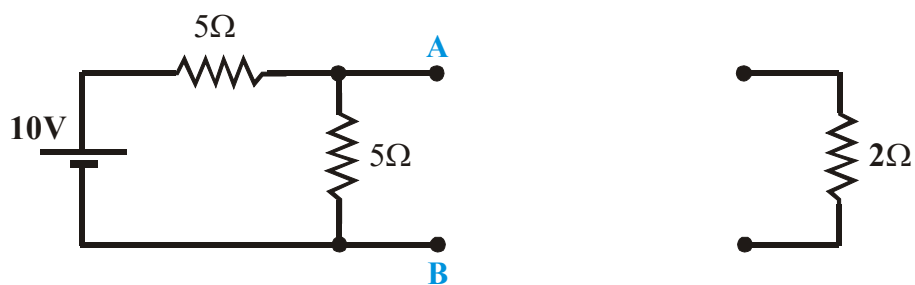
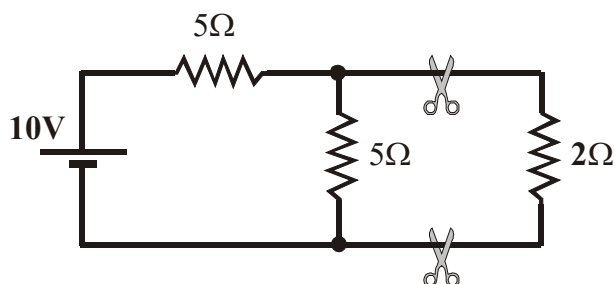
$$R_N = \frac{E}{I}$$

**Exemplo:** Recorrendo ao Teorema de Norton, determinar o valor da corrente que atravessa a resistência de  $2\Omega$ .

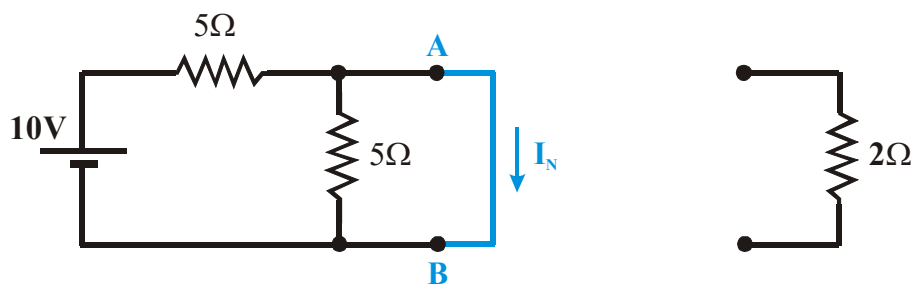


**Tópicos de Resolução:**

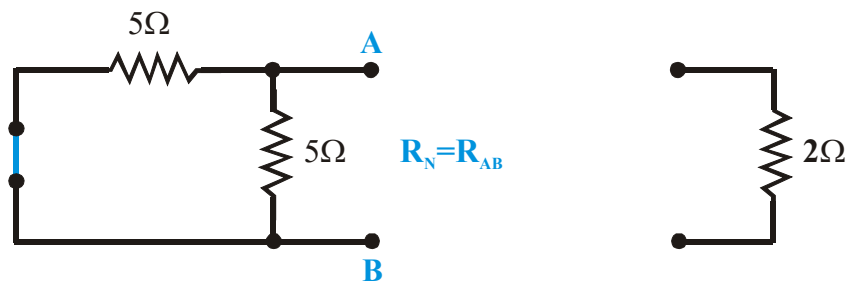
1. Retirar a resistência de  $2\Omega$ .



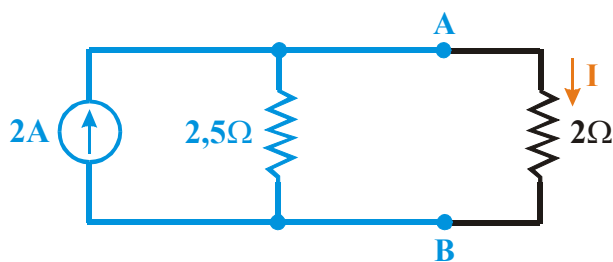
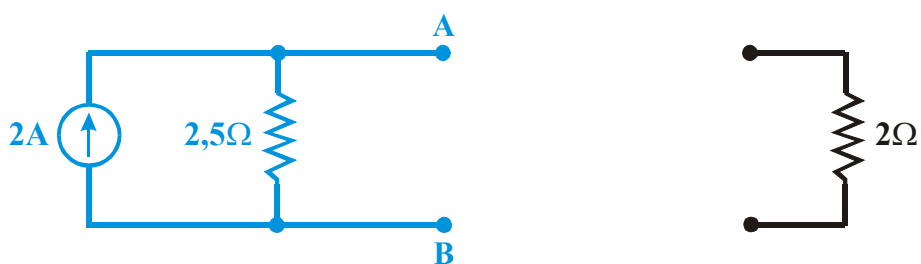
2. Calcular  $I_N$ .



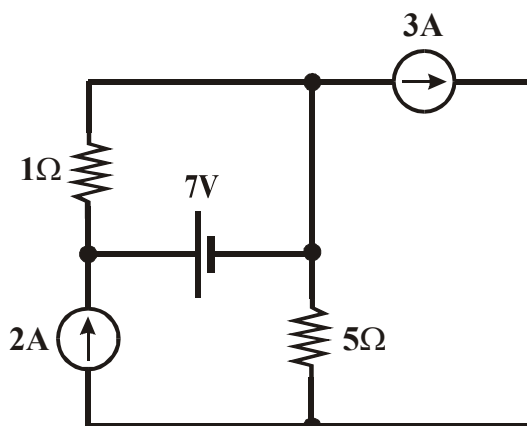
3. Calcular  $R_N$ .



4. Ligar a resistência de  $2\Omega$  ao circuito equivalente e calcular I.

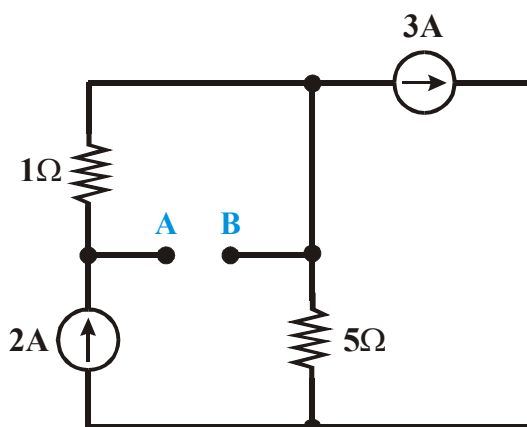


**Exemplo:** Recorrendo ao Teorema de Norton, determinar o valor da potência em jogo na fonte ideal de tensão.

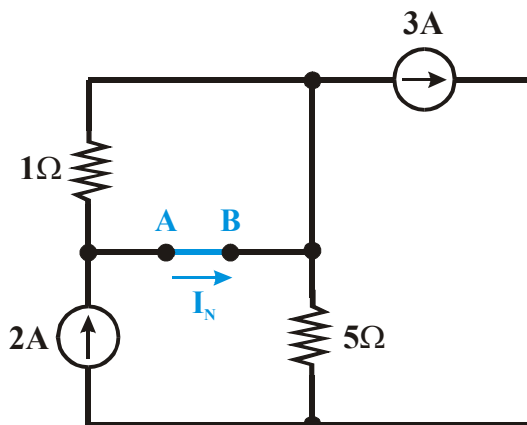


**Tópicos de Resolução:**

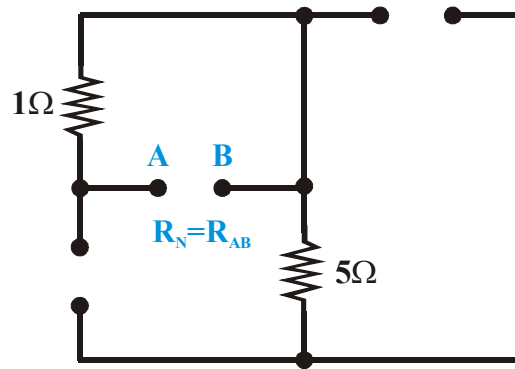
1. Retirar a fonte ideal de tensão.



2. Calcular  $I_N$ .



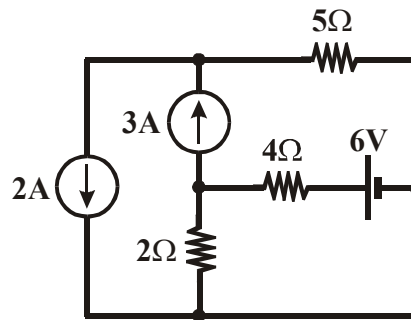
3. Calcular  $R_N$ .



4. Ligar a fonte ideal de tensão ao circuito equivalente e determinar a potência em jogo nessa fonte.

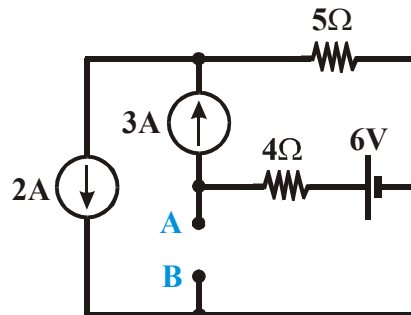


**Exemplo:** Recorrendo ao Teorema de Norton, determinar o valor da potência em jogo na resistência de  $2\Omega$ .

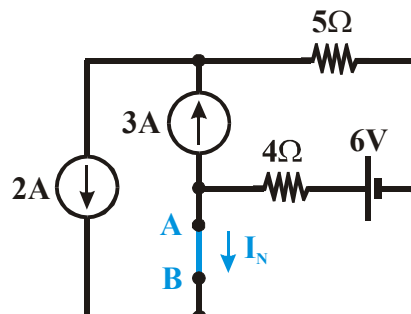


**Tópicos de Resolução:**

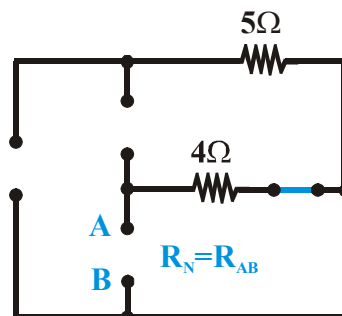
1. Retirar a resistência de  $2\Omega$ .



2. Calcular  $I_N$ .

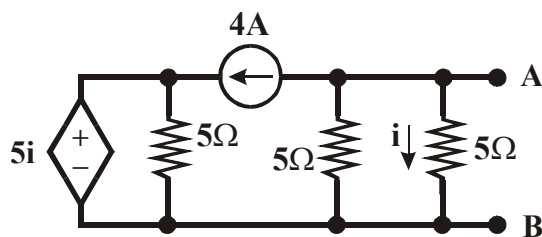


3. Calcular  $R_N$ .



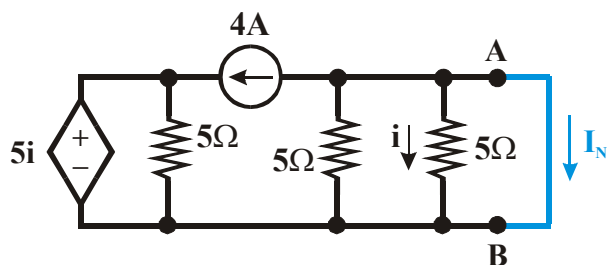
4. Ligar a resistência de  $2\Omega$  ao circuito equivalente e determinar a potência em jogo nessa resistência.

**Exemplo:** Determinar o equivalente de Norton do circuito representado, relativamente aos terminais A e B.

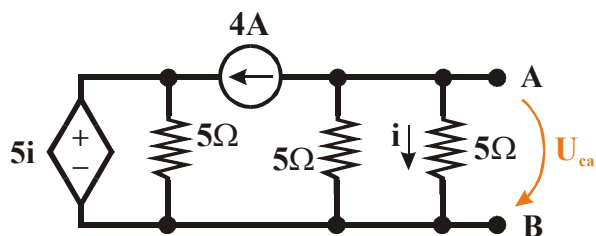


**Tópicos de Resolução:**

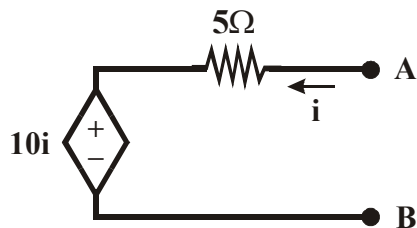
1. Calcular  $I_N$ .



2. Calcular  $R_N$  a partir da tensão de circuito aberto  $U_{ca}$ .

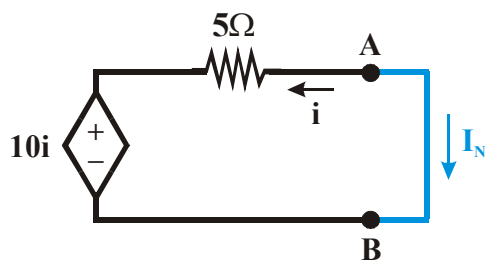


**Exemplo:** Determinar o equivalente de Norton do circuito representado, relativamente aos terminais A e B.

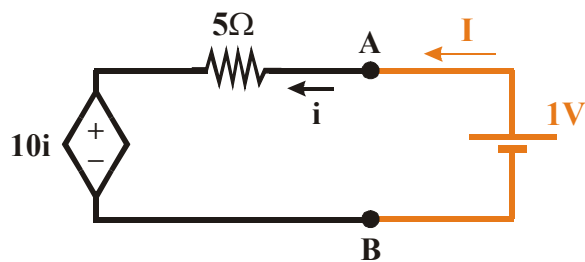


**Tópicos de Resolução:**

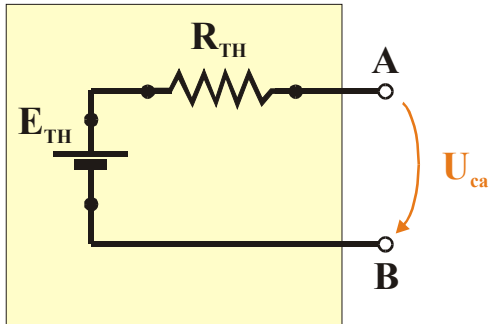
1. Calcular  $I_N$ .



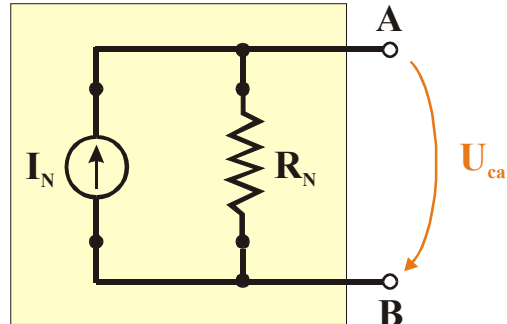
3. Calcular  $R_N$  recorrendo à fonte ideal de tensão de 1V.



# 16. Relação Existente Entre o Equivalente de Thévenin e o Equivalente de Norton

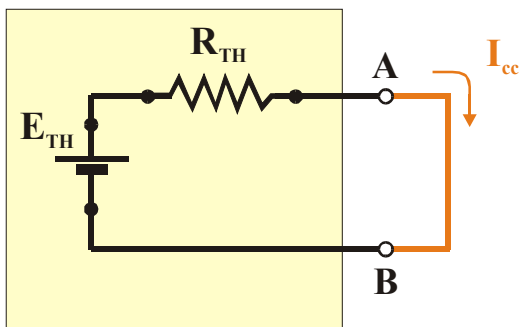


$$U_{ca} = E_{TH}$$

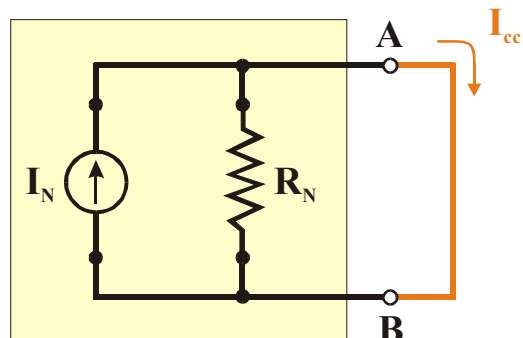


$$U_{ca} = R_N \cdot I_N$$

$$E_{TH} = R_N \cdot I_N$$

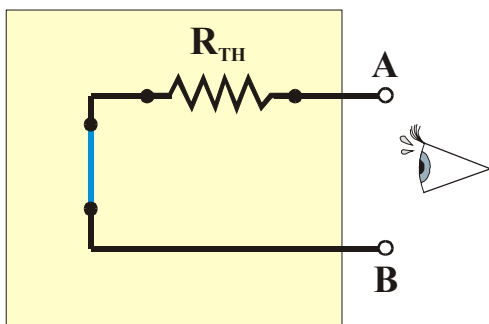


$$I_{cc} = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$$

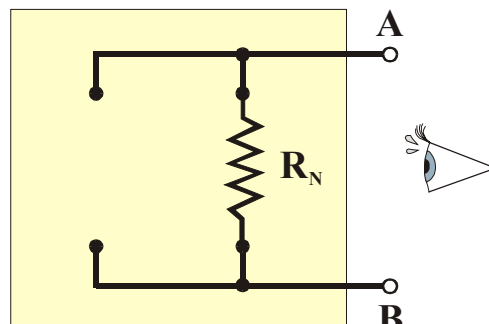


$$I_{cc} = I_N$$

$$I_N = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$$



$$R_{AB} = R_{TH}$$



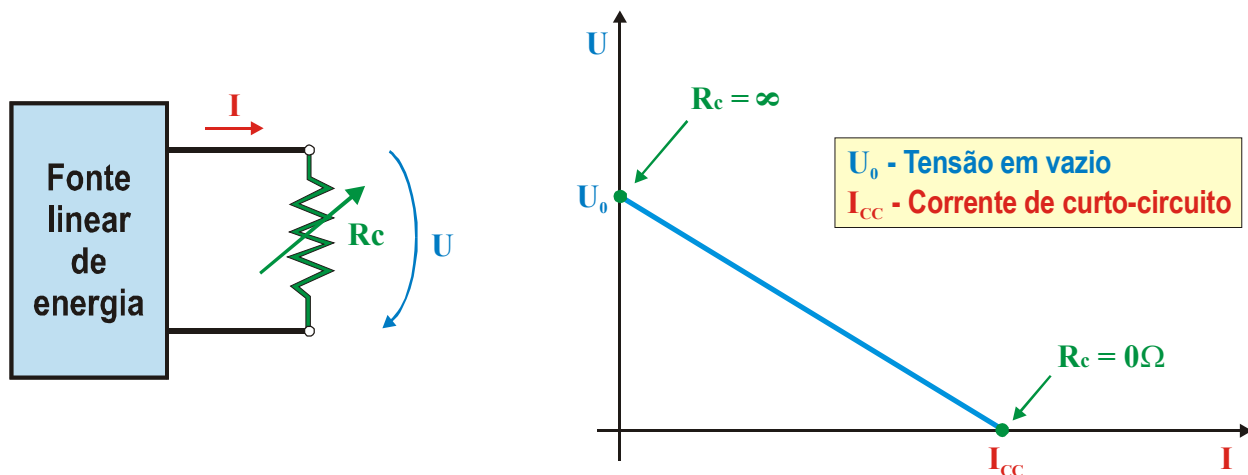
$$R_{AB} = R_N$$

$$R_{TH} = R_N$$

## 17. Fontes Lineares de Energia

Numa fonte linear de energia, a característica  $U=f(I)$  é uma recta.

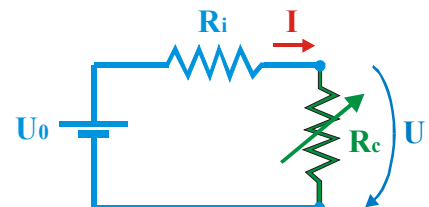
### 17.1 Tensão (**U**) Existente nos Terminais de uma Fonte Linear de Energia e Corrente (**I**) Debitada pela mesma Fonte quando esta Possui uma Carga Resistiva (**R<sub>C</sub>**).



#### 17.1.1 Análise Recorrendo ao Equivalente de Thévenin da Fonte Linear de Energia

- A característica  $U=f(I)$  corresponde à equação:

$$U = U_0 - \frac{U_0}{I_{CC}} \cdot I \quad \frac{U_0}{I_{CC}} = R_i \Rightarrow U = U_0 - R_i \cdot I$$



- A partir do modelo equivalente obtêm-se as equações  $U=f(R_C)$  e  $I=f(R_C)$ :

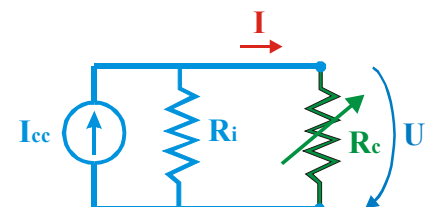
$$U = \frac{R_C}{R_i + R_C} \cdot U_0$$

$$I = \frac{U_0}{R_i + R_C}$$

#### 17.1.2 Análise Recorrendo ao Equivalente de Norton da Fonte Linear de Energia

- A característica  $I=f(U)$  corresponde à equação:

$$I = I_{CC} - \frac{U}{\frac{U_0}{I_{CC}}} \quad \frac{U_0}{I_{CC}} = R_i \Rightarrow I = I_{CC} - \frac{U}{R_i}$$

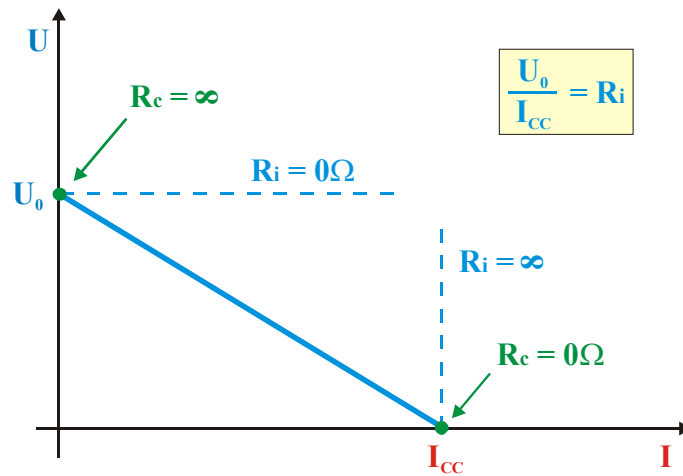


- A partir do modelo equivalente obtêm-se as equações  $I=f(R_C)$  e  $U=f(R_C)$ :

$$I = \frac{R_i}{R_i + R_C} \cdot I_{CC}$$

$$U = \frac{R_i \cdot R_C}{R_i + R_C} \cdot I_{CC}$$

## 17.2 Aproximação de uma Fonte Linear de Energia a uma Fonte Ideal de Tensão ou a uma Fonte Ideal de Corrente



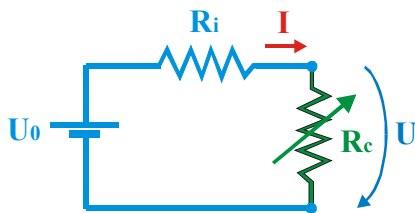
- Fonte ideal de tensão ( $I_{CC} = \infty$ )

$$\frac{U_0}{I_{CC}} = R_i = 0\Omega$$

- Fonte ideal de corrente ( $U_0 = \infty$ )

$$\frac{U_0}{I_{CC}} = R_i = \infty$$

- Fonte linear de energia com uma carga resistiva



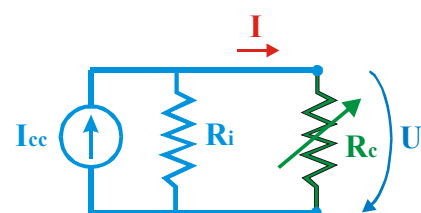
$$U = \frac{R_c}{R_i + R_c} \cdot U_0$$

$$I = \frac{U_0}{R_i + R_c}$$

$$R_c \gg R_i \Rightarrow \begin{cases} U \approx U_0 \\ I \approx \frac{U_0}{R_c} \end{cases}$$

Se  $R_c \gg R_i$  a fonte aproxima-se de uma fonte ideal de tensão, uma vez que  $U$  varia pouco com  $R_c$ .

- Fonte linear de energia com uma carga resistiva

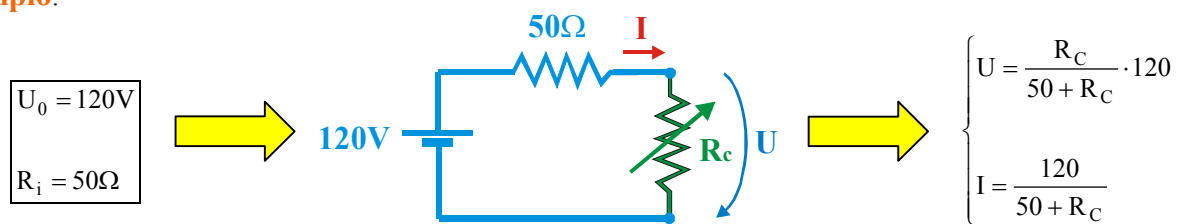


$$I = \frac{R_i}{R_i + R_c} \cdot I_{CC}$$

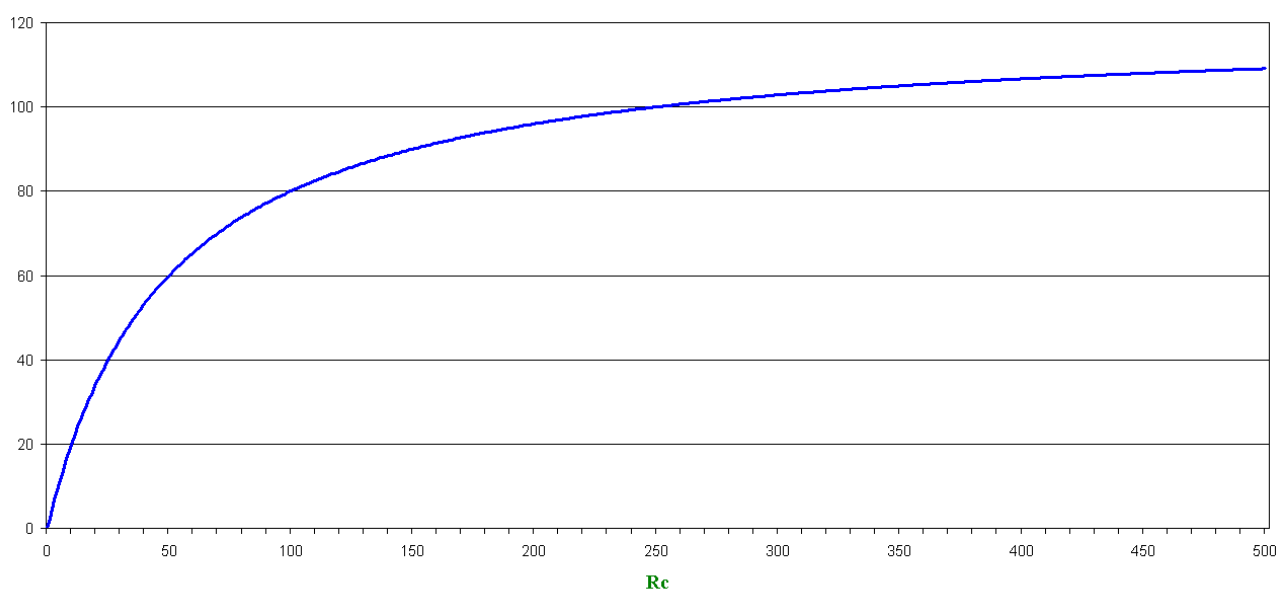
$$U = \frac{R_i \cdot R_c}{R_i + R_c} \cdot I_{CC}$$

$$R_c \ll R_i \Rightarrow \begin{cases} I \approx I_{CC} \\ U \approx R_c I_{CC} \end{cases}$$

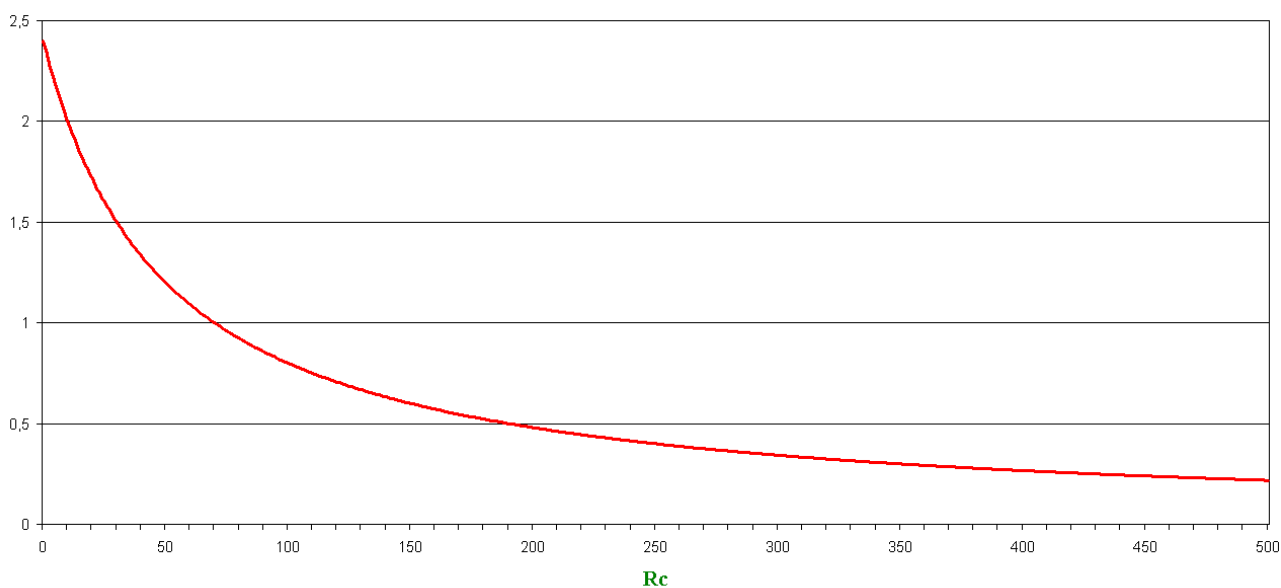
Se  $R_c \ll R_i$  a fonte aproxima-se de uma fonte ideal de corrente, uma vez que  $I$  varia pouco com  $R_c$ .

**Exemplo:**

$$U = f(R_C)$$



$$I = f(R_C)$$



$$0,5\Omega \leq R_C \leq 5\Omega$$

$$R_C = 0,5\Omega$$

$$\begin{aligned} U_{0,5\Omega} &= \frac{R_C}{R_i + R_C} \cdot U_0 \\ &= \frac{0,5}{50 + 0,5} \cdot 120 \\ &= 1,188V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{0,5\Omega} &= \frac{U_0}{R_i + R_C} \\ &= \frac{120}{50 + 0,5} \\ &= 2,376A \end{aligned}$$

$$R_C = 5\Omega$$

$$\begin{aligned} U_{5\Omega} &= \frac{R_C}{R_i + R_C} \cdot U_0 \\ &= \frac{5}{50 + 5} \cdot 120 \\ &= 10,909V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{5\Omega} &= \frac{U_0}{R_i + R_C} \\ &= \frac{120}{50 + 5} \\ &= 2,182A \end{aligned}$$

Aumentos relativos de tensão e de corrente quando  $R_C$  passa de  $0,5\Omega$  para  $5\Omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_{5\Omega} - U_{0,5\Omega}}{U_{0,5\Omega}} &= \frac{10,909 - 1,188}{1,188} = 8,183 = 81,83\% \\ \frac{I_{5\Omega} - I_{0,5\Omega}}{I_{0,5\Omega}} &= \frac{2,182 - 2,376}{2,376} = -0,082 = -8,2\% \end{aligned}$$

Aumentos relativos de tensão e de corrente quando  $R_C$  passa de  $5\Omega$  para  $0,5\Omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_{0,5\Omega} - U_{5\Omega}}{U_{5\Omega}} &= \frac{1,188 - 10,909}{10,909} = -0,891 = -89,1\% \\ \frac{I_{0,5\Omega} - I_{5\Omega}}{I_{5\Omega}} &= \frac{2,376 - 2,182}{2,182} = 0,089 = 8,9\% \end{aligned}$$

- A fonte aproxima-se mais de uma **fonte ideal de corrente** do que de uma fonte ideal de tensão porque a variação relativa da corrente é menor.

$$25\Omega \leq R_C \leq 100\Omega$$

$$R_C = 25\Omega$$

$$\begin{aligned} U_{25\Omega} &= \frac{R_C}{R_i + R_C} \cdot U_0 \\ &= \frac{25}{50 + 25} \cdot 120 \\ &= 40V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{25\Omega} &= \frac{U_0}{R_i + R_C} \\ &= \frac{120}{25 + 50} \\ &= 1,6A \end{aligned}$$

$$R_C = 100\Omega$$

$$\begin{aligned} U_{100\Omega} &= \frac{R_C}{R_i + R_C} \cdot U_0 \\ &= \frac{100}{50 + 100} \cdot 120 \\ &= 80V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{100\Omega} &= \frac{U_0}{R_i + R_C} \\ &= \frac{120}{50 + 100} \\ &= 0,8A \end{aligned}$$

Aumentos relativos de tensão e de corrente quando  $R_C$  passa de  $25\Omega$  para  $100\Omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_{100\Omega} - U_{25\Omega}}{U_{25\Omega}} &= \frac{80 - 40}{40} = 1,000 = 100,0\% \\ \frac{I_{100\Omega} - I_{25\Omega}}{I_{25\Omega}} &= \frac{0,8 - 1,6}{1,6} = -0,500 = -50,0\% \end{aligned}$$

Aumentos relativos de tensão e de corrente quando  $R_C$  passa de  $100\Omega$  para  $25\Omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_{25\Omega} - U_{100\Omega}}{U_{100\Omega}} &= \frac{40 - 80}{80} = -0,500 = -50,0\% \\ \frac{I_{25\Omega} - I_{100\Omega}}{I_{100\Omega}} &= \frac{1,6 - 0,8}{0,8} = 1,000 = 100,0\% \end{aligned}$$

- A fonte aproxima-se igualmente mal de uma fonte ideal de corrente e de uma fonte ideal de tensão.

$$400\Omega \leq R_C \leq 500\Omega$$

$$R_C = 400\Omega$$

$$\begin{aligned} U_{400\Omega} &= \frac{R_C}{R_i + R_C} \cdot U_0 \\ &= \frac{400}{50 + 400} \cdot 120 \\ &= 106,667V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{400\Omega} &= \frac{U_0}{R_i + R_C} \\ &= \frac{120}{50 + 400} \\ &= 0,267A \end{aligned}$$

$$R_C = 500\Omega$$

$$\begin{aligned} U_{500\Omega} &= \frac{R_C}{R_i + R_C} \cdot U_0 \\ &= \frac{500}{50 + 500} \cdot 120 \\ &= 109,091V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{500\Omega} &= \frac{U_0}{R_i + R_C} \\ &= \frac{120}{50 + 500} \\ &= 0,218A \end{aligned}$$

Aumentos relativos de tensão e de corrente quando  $R_C$  passa de  $400\Omega$  para  $500\Omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_{500\Omega} - U_{400\Omega}}{U_{400\Omega}} &= \frac{109,091 - 106,667}{106,667} = 0,023 = 2,3\% \\ \frac{I_{500\Omega} - I_{400\Omega}}{I_{400\Omega}} &= \frac{0,218 - 0,267}{0,267} = -0,184 = -18,4\% \end{aligned}$$

Aumentos relativos de tensão e de corrente quando  $R_C$  passa de  $500\Omega$  para  $400\Omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{U_{400\Omega} - U_{500\Omega}}{U_{500\Omega}} &= \frac{106,667 - 109,091}{109,091} = -0,022 = -2,2\% \\ \frac{I_{400\Omega} - I_{500\Omega}}{I_{500\Omega}} &= \frac{0,267 - 0,218}{0,218} = 0,225 = 22,5\% \end{aligned}$$

- A fonte aproxima-se mais de uma **fonte ideal de tensão** do que de uma fonte ideal de corrente porque a variação relativa da tensão é menor.