Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

Analise Matemática B

Ficha 9B | MIECOM

Integrais duplos

1. Calcule os seguintes integrais duplos

   (a) $\displaystyle\int\int_D \exp(x+y)dxdy$ onde $D=[0,1]\times[0,1]$

   (b) $\displaystyle\int\int_D (x^2-y^2)dxdy$ onde D é a região plana limitada pelas curvas de equações $y=\sin x$ e $y=0$, para $x\in[0,\pi]$

   (c) $\displaystyle\int\int_D (x^2y^2)dxdy$ onde D é a região plana definida por $y\geq\frac{1}{x}\wedge$ $y\leq\frac{2}{x}\wedge y\geq x\wedge y\leq 2x$.

2. Supondo que os seguintes integrais existem, determine a região plana D e inverta a ordem de integração

   (a) $\displaystyle\int_{y=0}^{y=3} dy\int_{x=\frac{4}{3}y}^{x=\sqrt{25-y^2}} f(x,y)dx$

   (b) $\displaystyle\int_{x=1}^{x=e} dx\int_{y=0}^{y=\ln x} f(x,y)dy$

   (c) $\displaystyle\int_{x=1}^{x=2} dx\int_{y=x}^{y=x^2} f(x,y)dy+\int_{x=2}^{x=4} dx\int_{y=x}^{y=4} f(x,y)dy$

3. Calcule os seguintes integrais duplos usando coordenadas polares:

   (a) $\displaystyle\int\int_D xydxdy$ onde $D=\{(x,y)\in R^2: x\geq 0\wedge y\geq 0\wedge x^2+y^2\leq r^2\}$

   (b) $\displaystyle\int\int_D \sqrt{1-x^2-(1-y)^2}dxdy$ onde $D=\{(x,y)\in R^2: x^2+y^2\leq 2y\wedge$ $y\geq 1\wedge y-x\leq 1\}$

4. Calcule a área da região plana limitada pelas curvas :

   (a) $y=6x-x^2$ e $y=x^2-2x$

   (b) $y=\sin x$, $y=\cos x$, para $-\frac{3\pi}{4}\leq x\leq\frac{\pi}{4}$

5. Calcule o volume do sólido $S=\{(x,y,z)\in R^3: y\geq x^2\wedge x\geq y^2\wedge 0\leq z\leq 3\}$.