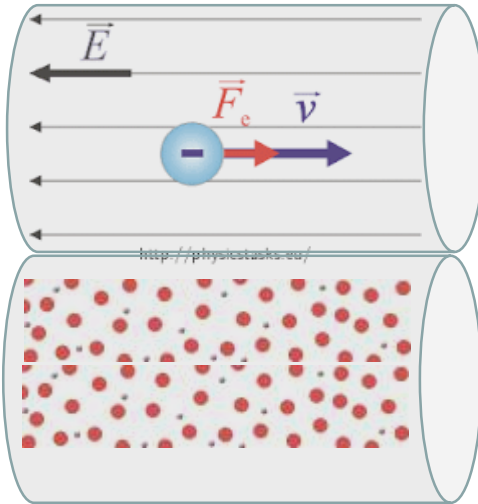


### 5.3. Energia em circuitos elétricos

Quando um campo elétrico constante é aplicado num condutor, as cargas são aceleradas, aumentando a sua energia cinética (diminuindo a sua energia potencial).

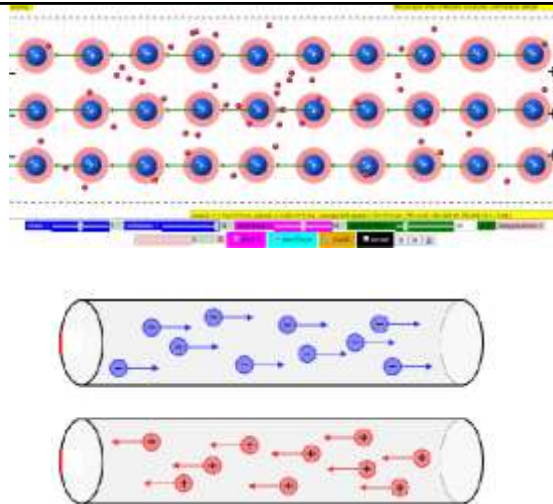


Mas os choques dos eletrões com os iões da rede cristalina fazem com que essa aceleração seja temporária, acabando os eletrões por atingir uma velocidade de arrastamento (drift velocity) constante.

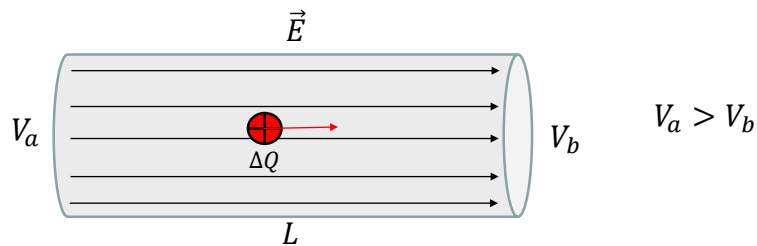
Os choques dos eletrões com os iões da rede cristalina transformam parte da energia em energia térmica.

*Nota: os condutores aquecem sob o efeito da corrente elétrica.*

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



Variação de energia potencial sofrida pela carga  $\Delta Q$  entre as extremidades deste condutor de comprimento  $L$

$$\Delta E_p = \Delta Q(V_b - V_a) = \Delta Q(-V)$$

Considerando que:  $(V_b - V_a) = \Delta V = -V$

Então:  $-\Delta E_p = (\Delta Q)V$

Se houvesse conservação de energia no circuito, esta diminuição de energia potencial corresponderia a um aumento de energia cinética.

Mas num circuito com corrente eléctrica estacionária (constante) a velocidade de arrastamento é constante. Portanto a energia cinética média mantém-se constante.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

A taxa de energia potencial perdida é:

$$-\frac{\Delta E_p}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = IV$$

Esta corresponde à taxa de energia perdida, ou seja a potência dissipada num condutor:

$$P = IV \Leftrightarrow P = RI^2 = \frac{V^2}{R} \longrightarrow \text{Lei de Joule}$$

Unidade SI de Potência?  $VA = JC^{-1}Cs^{-1} = Js^{-1} = W$



Devido aos choques permanentes entre os electrões e os iões da rede metálica, parte da energia cinética que os electrões adquirem é dissipada sob a forma de **calor**.

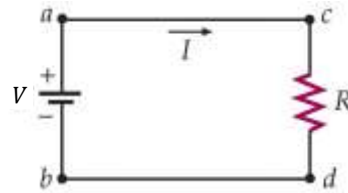
O aquecimento dos condutores, devido a esta causa é conhecido como **efeito Joule**.

James Prescott Joule  
1818 - 1889

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Checkpoint

Uma ddp  $V$  é aplicada nos terminais de um condutor com resistência  $R$ , que provoca uma passagem de corrente  $I$ . Ordene, por ordem crescente, as seguintes variações, tendo em conta a taxa em que a energia eléctrica é dissipada sob a forma de calor.



- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| (a) duplica-se $V$ mantendo $R$ | $V = RI \Rightarrow P = RI^2;$<br>$V_2 = 2V = R2I \Rightarrow P = R(2I)^2 = 4RI^2$  |
| (b) duplica-se $I$ mantendo $R$ | $V = RI \Rightarrow P = RI^2;$<br>$V_2 = R2I \Rightarrow P = R(2I)^2 = 4RI^2$       |
| (c) duplica-se $R$ mantendo $V$ | $V = RI \Rightarrow P = RI^2;$<br>$V = 2R(I/2) \Rightarrow P = 2R(I/2)^2 = 0.5RI^2$ |
| (d) duplica-se $R$ mantendo $I$ | $V = RI \Rightarrow P = RI^2;$<br>$V_2 = 2V = 2RI \Rightarrow P = 2R(I)^2 = 2RI^2$  |

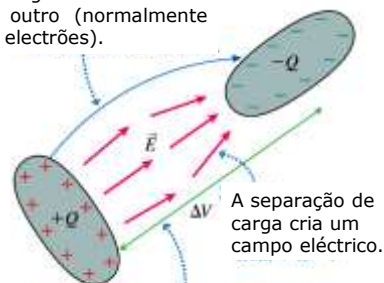
R: (c) < (d) < (b) = (a)

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### 5.4. Fontes de Potencial Eléctrico. Força Electromotriz

Como se pode criar uma diferença de potencial?

Deslocando-se carga eléctrica de um condutor para outro (normalmente nos metais são electrões).



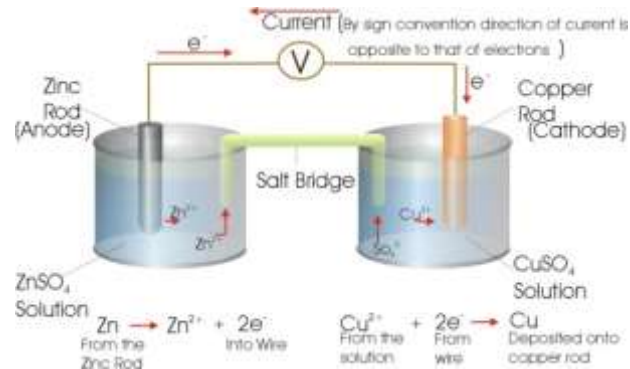
Devido ao campo eléctrico há uma ddp entre os condutores



A ddp num condensador pode produzir uma corrente, mas que não se consegue manter. A separação de carga e a ddp rapidamente desaparecem.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

Os dispositivos que mantêm uma corrente eléctrica estacionária denominam-se **fontes de força electromotriz**. Estas fontes podem ser pilhas (conversão de reacções químicas, energia química, em energia eléctrica), geradores (conversão de energia mecânica, solar, eólica, nucleares em energia eléctrica), etc.

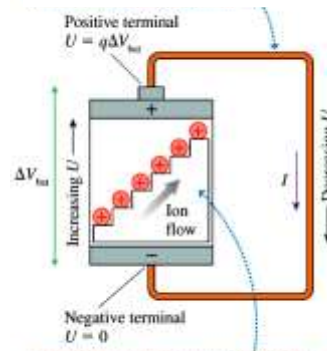


Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

As reacções químicas no interior das baterias originam a ddp, ao deslocar catiões para um eléctrodo e aniões para o outro.

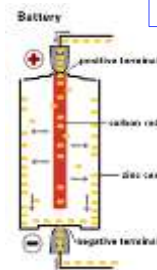
Este sistema pode ser visto como um "elevador" ("escada") de carga eléctrica em que as cargas positivas são elevadas a um potencial maior.

A ddp é determinada a partir dos eléctrodos (e.g. **C** e **Zn**) e permanece aproximadamente constante até que os reagentes sejam consumidos.



$$\varepsilon = \frac{W}{q}$$

A **força electromotriz**,  $\varepsilon$ , descreve o trabalho realizado por unidade de carga pela fonte:



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

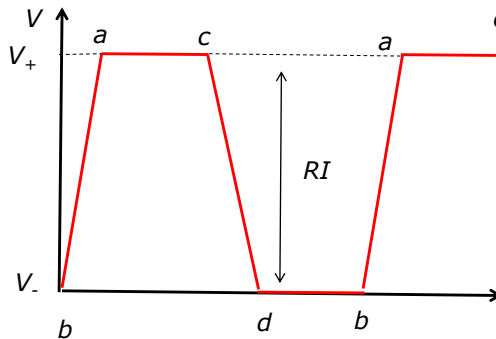
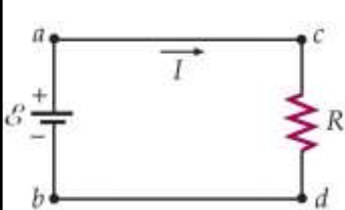


No interior da bateria, esta leva a carga positiva de um local onde o potencial eléctrico é mínimo (terminal -) para uma local onde o potencial é máximo (terminal +) realizando o trabalho necessário para esse efeito. Depois a carga flui através da lâmpada, que oferece uma resistência à sua passagem.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Baterias ideais e circuitos eléctricos

Uma **bateria ideal** mantém uma **ddp constante** nos seus terminais



$$-RI + \mathcal{E} = 0$$

As cargas "perdem" energia  
(-)

As cargas "ganham" energia  
(+)

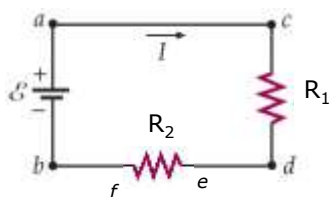
$$V_{ab} = \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = RI$$

$$V_{cd} = V_{ab} = V_{ad} = V_{cb} = RI$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

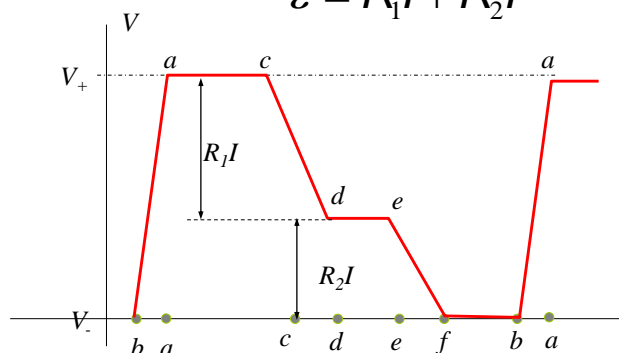
E num circuito com mais resistências?



$$V_{ab} = \varepsilon$$

$$\varepsilon - R_1 I - R_2 I = 0$$

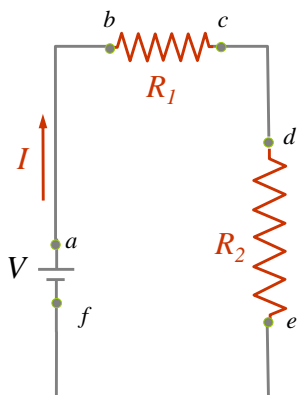
$$\varepsilon = R_1 I + R_2 I$$



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

## 5.5. Associações de resistências

Em Série:

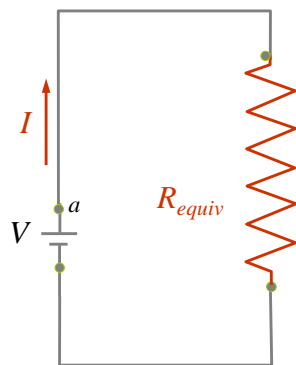


$$V_{af} = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

$$I_1 = I_2 = I$$

$$V_{af} = (R_1 + R_2) I$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



$$V_{af} = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

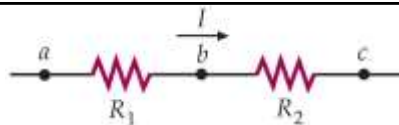
$$I_1 = I_2 = I$$

$$V_{af} = (R_1 + R_2)I$$

$$V_{af} = R_{equivalente} \times I$$

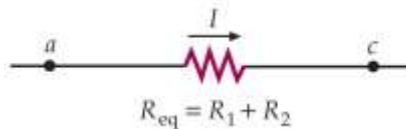
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

Em Série:



$$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc}$$

$$V_{ac} = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

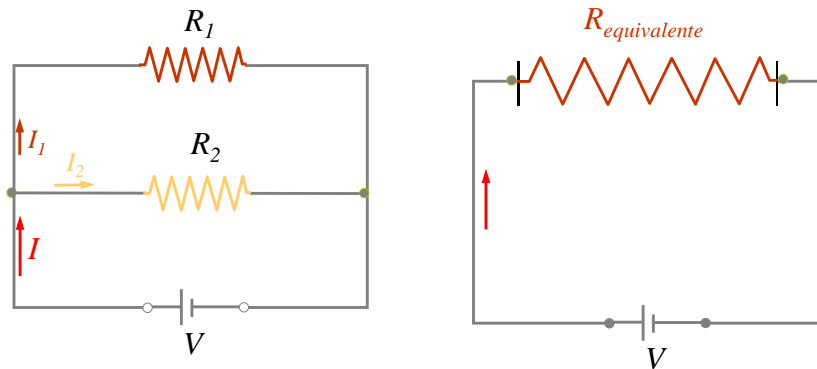


Num circuito com n resistências em série:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

Em Paralelo:



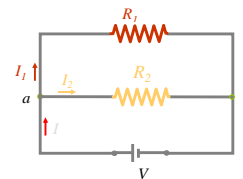
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

Em Paralelo:

$$V_{ab} = V = R_2 I_2 \Leftrightarrow I_2 = \frac{V}{R_2}$$

$$V_{ab} = V = R_1 I_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{V}{R_1}$$

$$\text{mas: } I_1 + I_2 = I$$



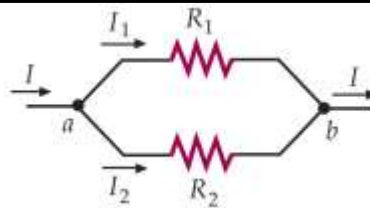
$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Leftrightarrow I = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$\frac{1}{R_{\text{equivalente}}}$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



Em Paralelo:

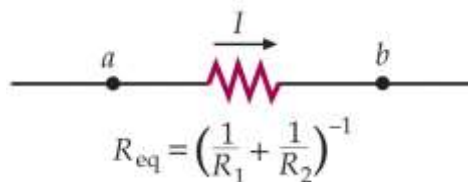


$$I = I_1 + I_2$$

$$V_{ab} = I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$R_{eq} = \frac{V_{ab}}{I}$$

$$I = \frac{V_{ab}}{R_{eq}} = I_1 + I_2 = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} = V_{ab} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{eq} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$$

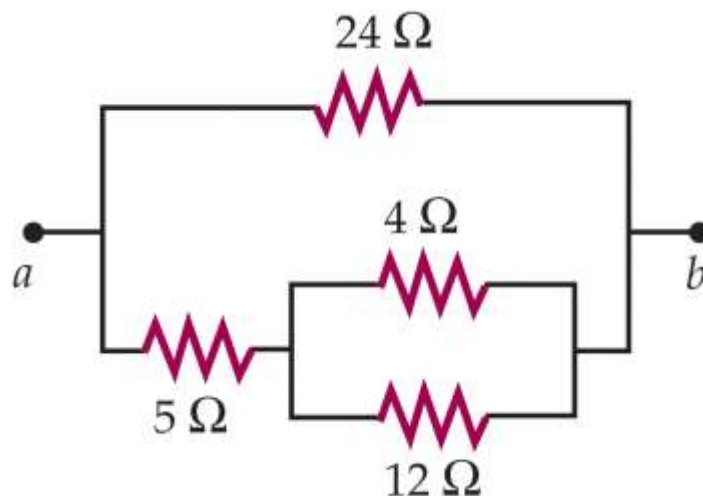
Num circuito com n resistências em paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Checkpoint

Calcule a resistência equivalente da seguinte associação

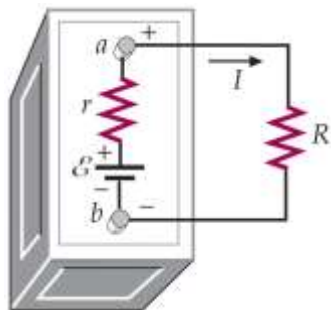


Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

## 5.5 Baterias reais

Uma bateria real possui uma pequena resistência interna.

Um modelo de bateria real pode ser esquematizado como uma fem ideal associado com uma **resistência interna em série**:

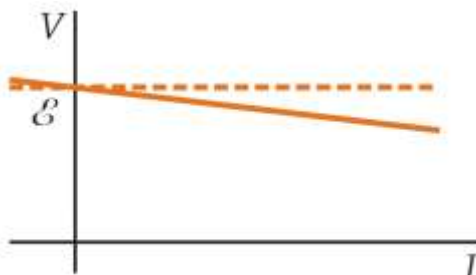


$$\mathcal{E} = (r + R)I$$

Sendo a **ddp nos terminais da bateria**.

$$V_{ab} = RI$$

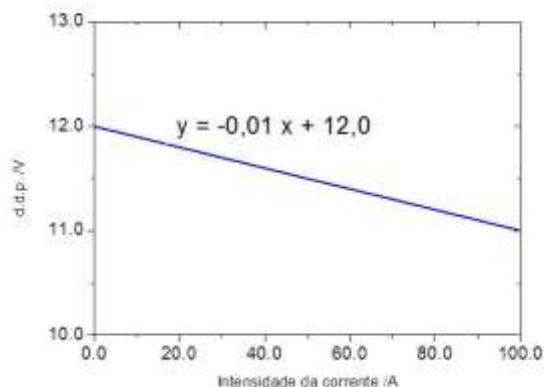
$$V_{ab} = \mathcal{E} - rI$$



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Checkpoint

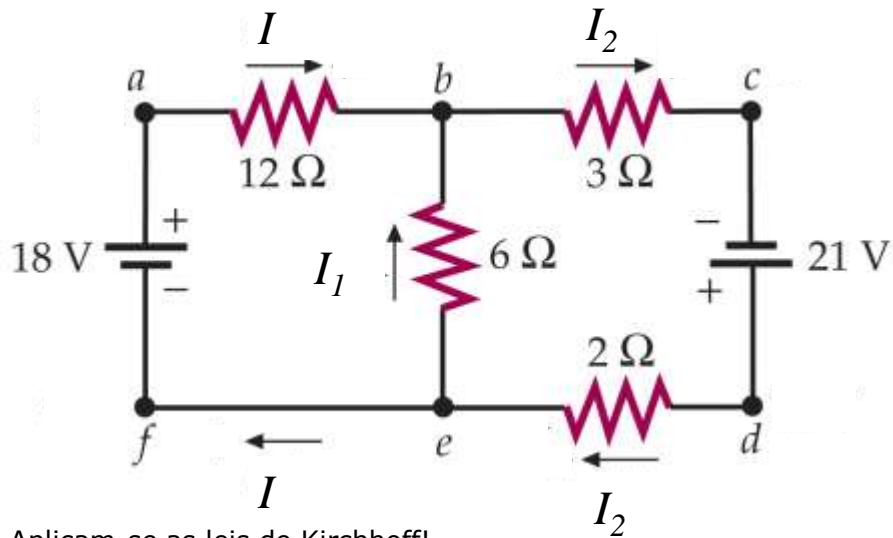
O gráfico representa a curva característica de uma bateria de automóvel usada. Qual a força eletromotriz e a resistência interna da bateria?



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### 5.7. Nodos e malhas. Leis de Kirchhoff

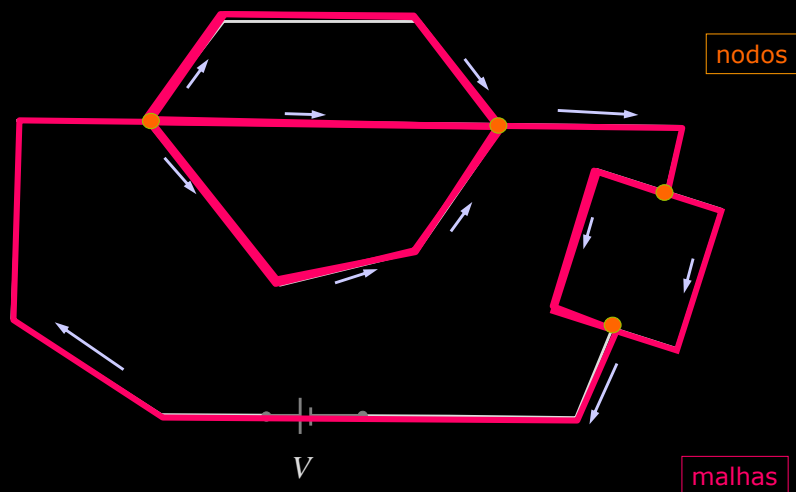
Como se distribui a corrente elétrica em circuitos mais complexos?



Aplicam-se as leis de Kirchhoff!

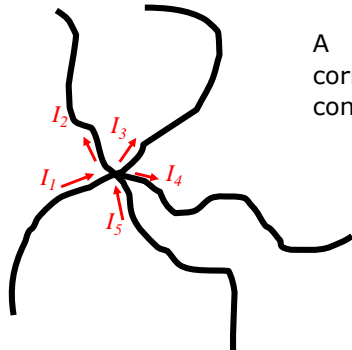
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Nodos (ou nós) e malhas



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### leis de Kirchhoff: a lei dos nodos



A soma algébrica das intensidades das correntes num dado nodo de uma rede de condutores é nula\*.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

\* ou, dito de forma mais simples, a soma das correntes que entram tem que ser igual à soma das correntes que saem.

entram no nodo

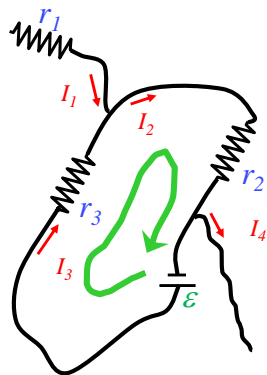
$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

Saem do nodo



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### leis de Kirchhoff: a lei das malhas



A soma algébrica das diferenças de potencial ao longo de uma malha fechada é igual a zero.

$$-r_3 I_3 - r_2 I_2 + \varepsilon = 0$$

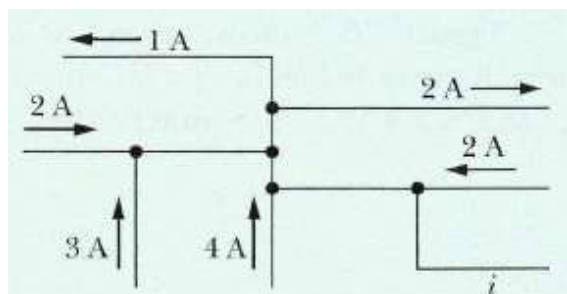
As cargas "perdem" energia  
(-)

As cargas "ganham" energia  
(+)

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Checkpoint

A figura mostra uma parte dum circuito eléctrico. Qual é a magnitude e o sentido da corrente eléctrica  $i$ ?



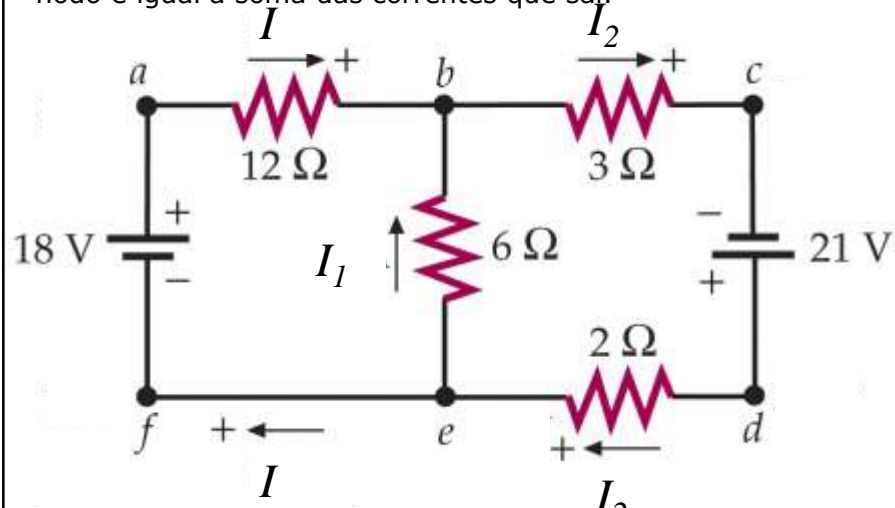
8 A  $\longrightarrow$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Leis de Kirchhoff

1 Lei das malhas: A soma das diferenças de potencial ao longo de um caminho fechado (malha) é nula.

2 Lei dos nodos: Num nodo, a soma das correntes que chega ao nodo é igual à soma das correntes que sai.



1. Faça o diagrama do circuito e identifique, com nomes ou símbolos, todas as grandezas conhecidas e desconhecidas.
2. Em cada ramo do circuito, atribua um sentido à corrente  $I$ . (\*)
3. Aplique a Lei dos Nós (1ª regra)
4. Aplique a Lei das Malhas (2ª regra). Tenha atenção aos sinais!!! (\*\*)
5. Resolva o sistema de equações.

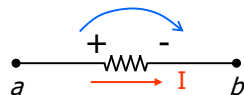
\* Não fique preocupado(a) se fizer uma escolha incorrecta do sentido duma corrente: nesse caso, o resultado terá o sinal negativo, mas o seu valor estará correcto. Embora seja arbitrária a fixação inicial do sentido de  $I$ , a partir daí é indispensável respeitá-la RIGOROSAMENTE ao aplicar as regras de Kirchhoff.

\*\* Uma ajuda, nas resistências marque um sinal + e um sinal - nos terminais, atendendo ao sentido da corrente (maior para menor potencial).

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

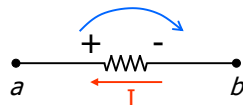
#### Aplicação da Lei das Malhas: regras de cálculo.

1. Se uma resistência for atravessada no sentido da corrente (queda de potencial), a variação do seu potencial ( $\Delta V$ ) é negativa  $\Rightarrow \Delta V = -IR$



$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -IR$$

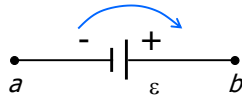
2. Se a resistência for atravessada num sentido oposto à de  $I$  (aumento de potencial), a variação do seu potencial ( $\Delta V$ ) é positiva  $\Rightarrow \Delta V = +IR$



$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = +IR$$

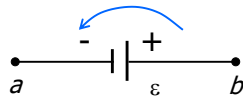
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

3. Se uma fonte "for atravessada" do terminal (-) para o (+) ou seja, no sentido de um aumento de potencial, a diferença de potencial é positiva:  $\Delta V = +\varepsilon$



$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = +\varepsilon$$

4. Se uma fonte "for atravessada" do terminal (+) para o (-) ou seja, no sentido de um aumento de potencial, a diferença de potencial é negativa:  $\Delta V = -\varepsilon$ .



$$\Delta V_{ba} = V_a - V_b = -\varepsilon$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

- A lei das malhas pode ser usada para qualquer malha, mas é importante que em cada nova equação apareça um novo elemento do circuito (R ou fonte) ou uma nova I.
- Em geral o número de vezes que a lei dos nós deve ser usada é uma unidade menor que o número de nós no circuito.
- O número de equações independentes de que se precisa deve ser pelo menos igual ao número de incógnitas, para que um certo problema seja solúvel.
- Redes complicadas  $\Rightarrow$  grande número de eq. lineares independentes e grande número de incógnitas  $\Rightarrow$  álgebra de matrizes (ou programas de computador)
- Admite-se que os circuitos estejam em estado estacionário, e as correntes (I) nos diversos ramos sejam constantes.
- Se um condensador (C) aparecer como componente dum ramo, esse C actua como um interruptor aberto no circuito, e a I no ramo onde estiver é nula.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

No nodo  $b$

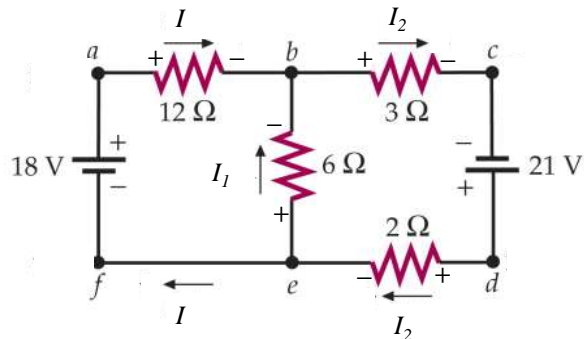
$$I + I_1 = I_2$$

No ramo  $fabef$

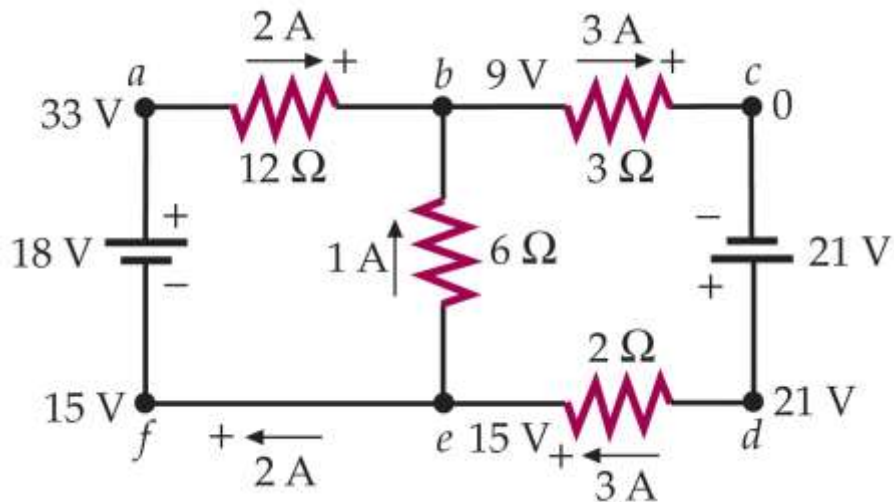
$$+18\text{V} - I(12\Omega) + I_1(6\Omega) = 0$$

No ramo  $ebcde$

$$-I_1(6\Omega) - I_2(3\Omega) + 21\text{V} - I_2(2\Omega) = 0$$



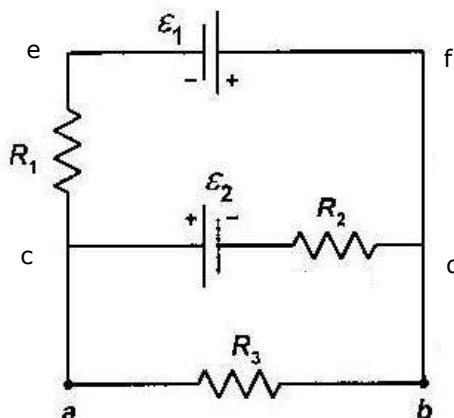
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



### Checkpoint

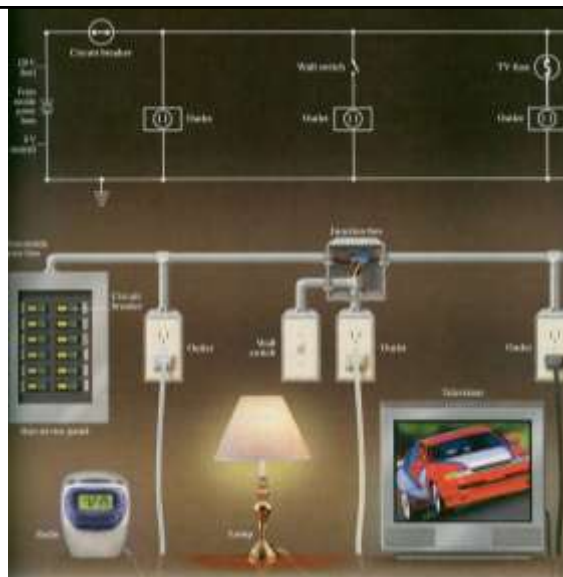


No circuito representado na figura, onde as forças electromotrizes de 2 fontes ideais são:  $\varepsilon_1 = 14 \text{ V}$  e  $\varepsilon_2 = 10 \text{ V}$ . Valor das resistências:  $R_1 = 4 \, \Omega$ ,  $R_2 = 6 \, \Omega$ ,  $R_3 = 2 \, \Omega$ .

A) Determine a intensidade das correntes em cada ramo do circuito.

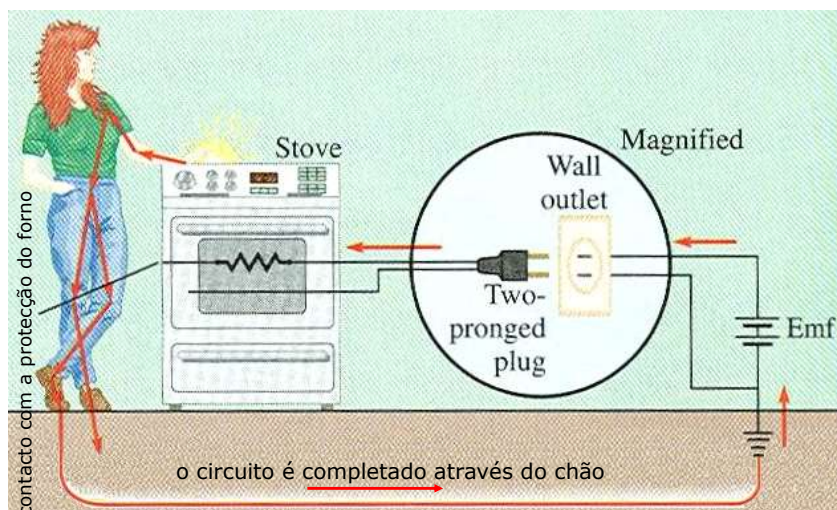
B) A ddp entre diferentes pontos do circuito.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



Várias aplicações são ligadas em paralelo com um dos lados do circuito ligado à Terra e o outro ao potencial a utilizar. O circuito está protegido por um disjuntor, que dispara se ocorrer algum curto-circuito.

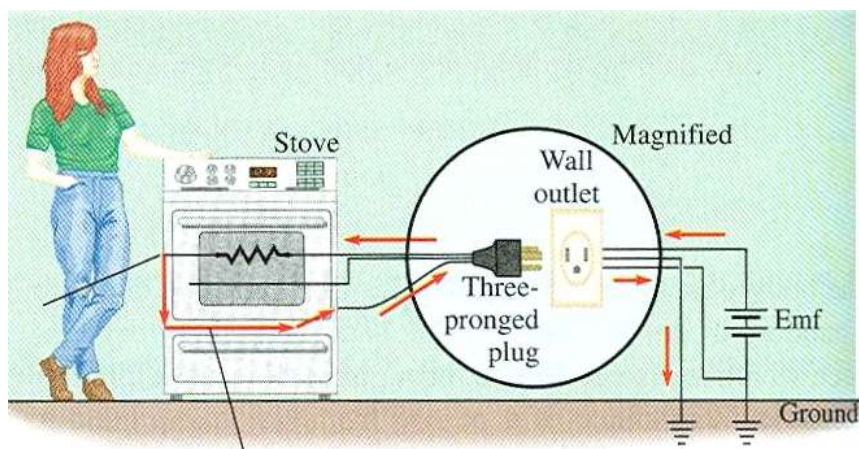
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



As tomadas sem ligação à terra não protegem contra curto-circuitos. Se um dos fios entrar em contacto com o corpo metálico do equipamento ocorrerá um curto circuito. Se alguém tocar no equipamento a corrente fluirá para a terra através dessa pessoa.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

#### Ligação à terra dos electrodomésticos



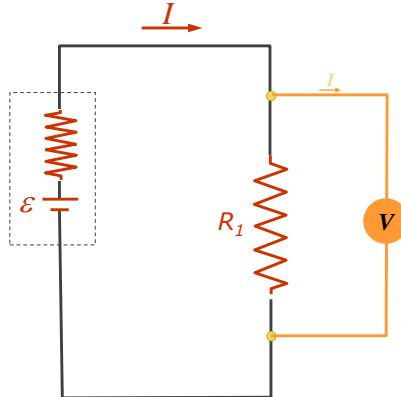
Com as tomadas com ligação à terra, o corpo metálica ficará ligado à terra. Qualquer curto-circuito fará a corrente fluir pelo terceiro perno para a terra.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

## 5.9. Amperímetros, Voltímetros

Pretende-se medir a queda de potencial entre os terminais da resistência  $R_1$ .  
Como fazer?

O Voltímetro é colocado em paralelo com a resistência a medir.

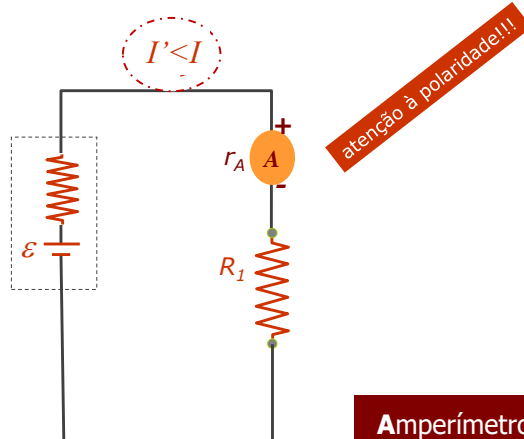


Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

**Voltímetro Ideal:**  $r_V \rightarrow \infty$

Pretende-se medir a intensidade de corrente que atravessa a resistência  $R_1$ .  
Como fazer?

O amperímetro é colocado em série com a resistência a medir.



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

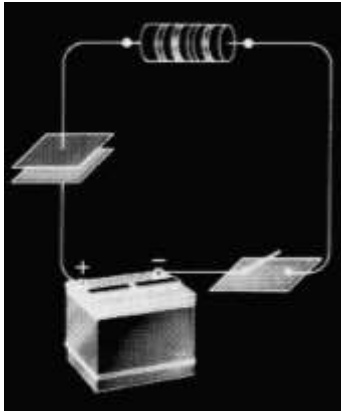
**Amperímetro Ideal:**  $r_A \rightarrow 0$

## 5.10. Circuitos RC

### Circuitos com resistência e condensador.

Até agora: circuitos com as correntes constantes, os circuitos em estado estacionário.

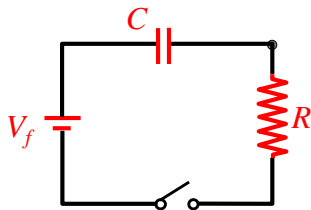
Agora: circuitos com condensadores, nos quais as correntes podem variar com o tempo.



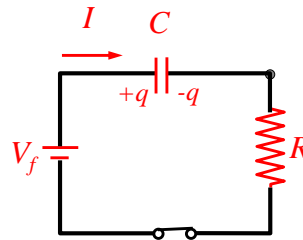
Quando se aplica uma diferença de potencial a um condensador descarregado, o tempo de carga do condensador depende da sua capacidade e da resistência do circuito.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

#### i) Carga dum condensador.



$$t < 0 \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \\ q_C = 0 \end{cases}$$



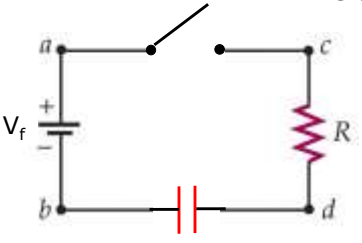
$$t > 0 \Rightarrow \begin{cases} I = \frac{dq}{dt} \\ q_C = q(t) \end{cases}$$

A ddp criada devido à presença da fonte cria uma corrente que transfere carga de uma para a outra placa do condensador.

Quando  $V_f = V_c$  a corrente cessa e o condensador está completamente carregado.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

De acordo com a lei das malhas de Kirchhoff



$$V_f = V_R + V_C$$

$$V_f = RI(t) + \frac{q(t)}{C}$$

Para  $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = I_0 \\ q_C = q_0 = 0 \end{cases}$

$$V_f = RI_0 + 0$$

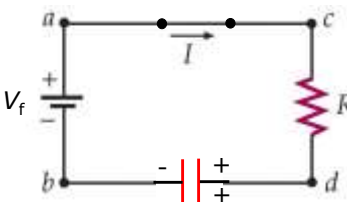
$$I_0 = \frac{V_f}{R}$$

Esta corrente ( $I_0$ ) é a corrente máxima. A partir daqui, diminui.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

$$V_f = RI(t) + \frac{q(t)}{C}$$

À medida que a carga do condensador aumenta, a corrente eléctrica tem de diminuir. O condensador terá a carga máxima ( $q_{\text{máx}} = V_f C$ ) quando  $I=0$ .

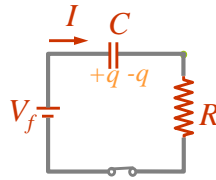


Quando o condensador está completamente carregado:

- $q = q_{\text{máx}}$
- intensidade de corrente no circuito é nula ( $I=0$ )
- a carga é  $q_{\text{máx}} = V_f C$  (carga máxima)

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

Vimos que:



- No instante em que se liga o circuito ( $t=0$ ):

$$t = 0 \left\{ \begin{array}{l} I = I_{\text{máx}} = I_0 = \frac{V_f}{R} \\ q_C = q_0 = 0 \end{array} \right.$$

- Quando o condensador está completamente carregado:

$$t_{\text{final}} \left\{ \begin{array}{l} I = 0 \\ q_C = q_{\text{máx}} = V_f C \end{array} \right.$$

Como se passa o processo de carga?

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

A equação geral é:

$$V_f = RI(t) + \frac{q(t)}{C} \quad \Leftrightarrow V_f = R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C}$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{V_f}{R} - \frac{q(t)}{RC} \quad \Leftrightarrow dq(t) = \left( \frac{V_f}{R} - \frac{q(t)}{RC} \right) dt$$

integrando esta expressão, pode-se concluir que:

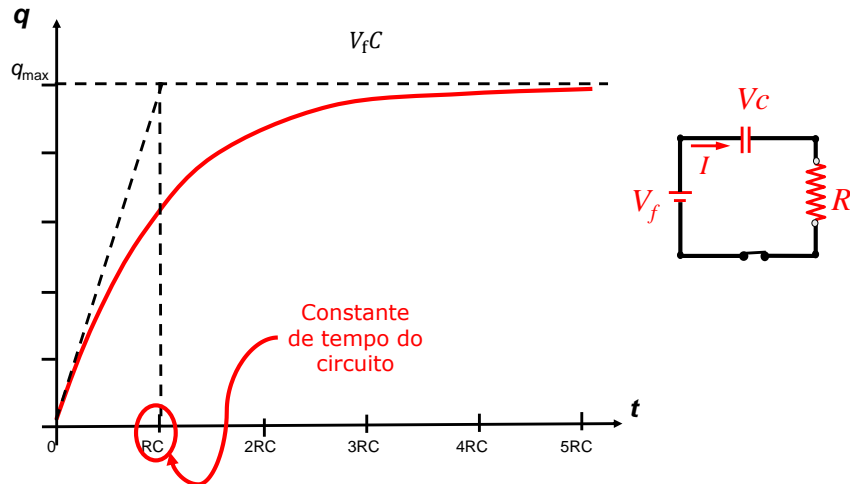
$$q(t) = V_f C \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = q_{\text{máx}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Em que  $\tau(=RC)$  é a **constante de tempo**.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

Variação da carga do condensador com o tempo de carga

$$q(t) = V_f C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = q_{\text{máx}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

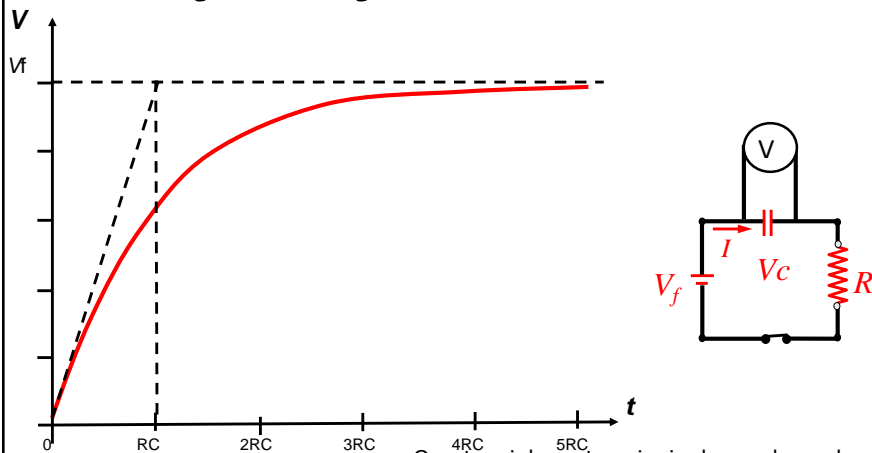


Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

E como varia a ddp nos terminais do condensador?

Partindo de:  $q(t) = V_f C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = q_{\text{máx}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$V_C = \frac{q}{C} \Rightarrow V_C = \frac{q_{\text{máx}}}{C} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = V_f \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

O potencial aos terminais do condensador,  
 $V_C$ , em função do tempo

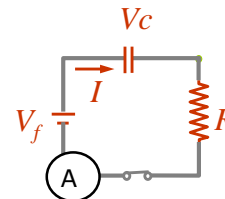
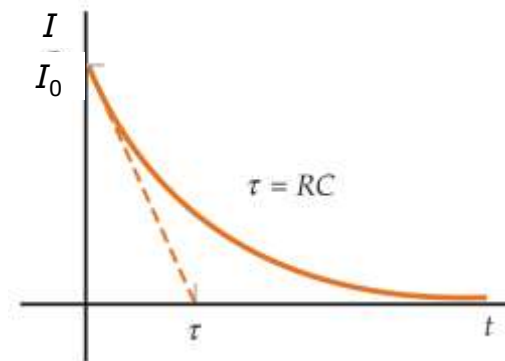
A corrente é obtida a partir de:  $I = \frac{dq(t)}{dt}$

Derivando a variação da carga com  $t$ :

$$q(t) = V_f C (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = q_{\text{máx}} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

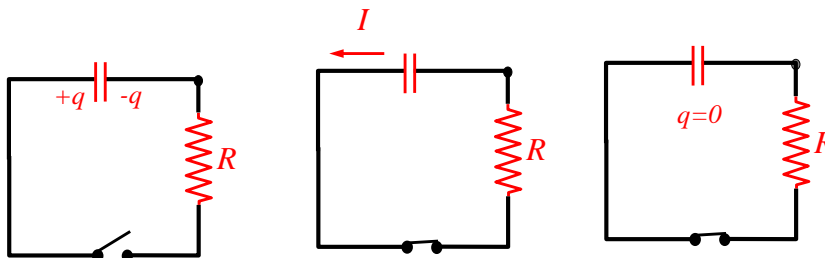
Obtém-se

$$I(t) = -V_f C e^{-\frac{t}{RC}} \left( -\frac{1}{RC} \right) = \frac{V_f}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

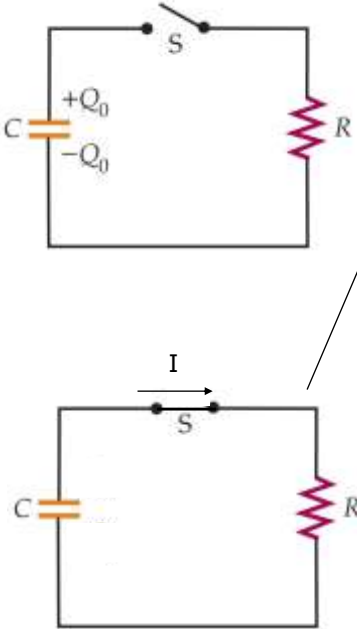
ii) Descarga dum condensador.



$$t < 0 \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \\ q_c = 0 \end{cases} \quad t > 0 \Rightarrow \begin{cases} I = \frac{dq}{dt} \\ q_c = q(t) \end{cases} \quad t \text{ final} \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \\ q_c = 0 \end{cases}$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)





Condensador carregado  $V_C = V_0 = \frac{q_{\text{máx}}}{C}$

No momento em que o interruptor é fechado ( $t = 0$ ):

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{q_{\text{máx}}}{RC}$$

A partir daí:  $I = \frac{dq}{dt} < 0$

De acordo com a lei das malhas de Kirchhoff:

$$0 = \frac{q(t)}{C} + RI$$

$$0 = \frac{q(t)}{C} + R \frac{dq(t)}{dt}$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

$$\frac{q(t)}{C} + R \frac{dq(t)}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq(t)}{q(t)} = - \frac{dt}{RC}$$

integrando:

$$\int_q^0 \frac{1}{q(t)} dq(t) = - \int_0^t \frac{1}{RC} dt$$

$q_0 = V_f C$

$$\int_{V_f C}^0 \frac{1}{q(t)} dq(t) = - \int_0^t \frac{1}{RC} dt$$

$$\left[ \ln q(t) \right]_{V_f C}^q = - \frac{t}{RC}$$

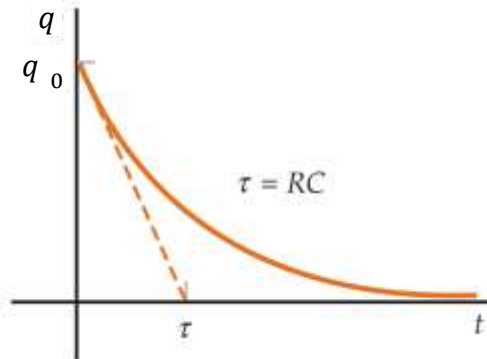
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

$$\left[ \ln q(t) \right] \bigg|_{V_f C} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln q - \ln V_f C = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln \frac{q}{V_f C} = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = V_f C e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow q(t) = q_{\text{máx}} e^{-\frac{t}{RC}} = q_{\text{máx}} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A constante de tempo  $\tau$  ( $=RC$ ) corresponde ao tempo que demora o condensador a ter uma carga  $1/e$  do valor inicial.

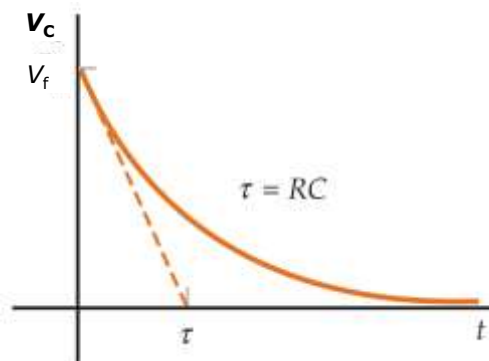


Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

E a ddp nos terminais do condensador?

Partindo de:  $q(t) = V_f C e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow q(t) = q_{\text{máx}} e^{-\frac{t}{RC}} = q_{\text{máx}} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$V_C = \frac{q}{C} \Rightarrow V_C = q_{\text{máx}} e^{-\frac{t}{RC}} = V_f e^{-\frac{t}{RC}} = V_f e^{-\frac{t}{\tau}}$$

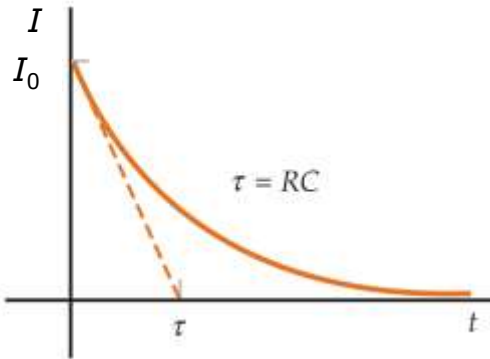


Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

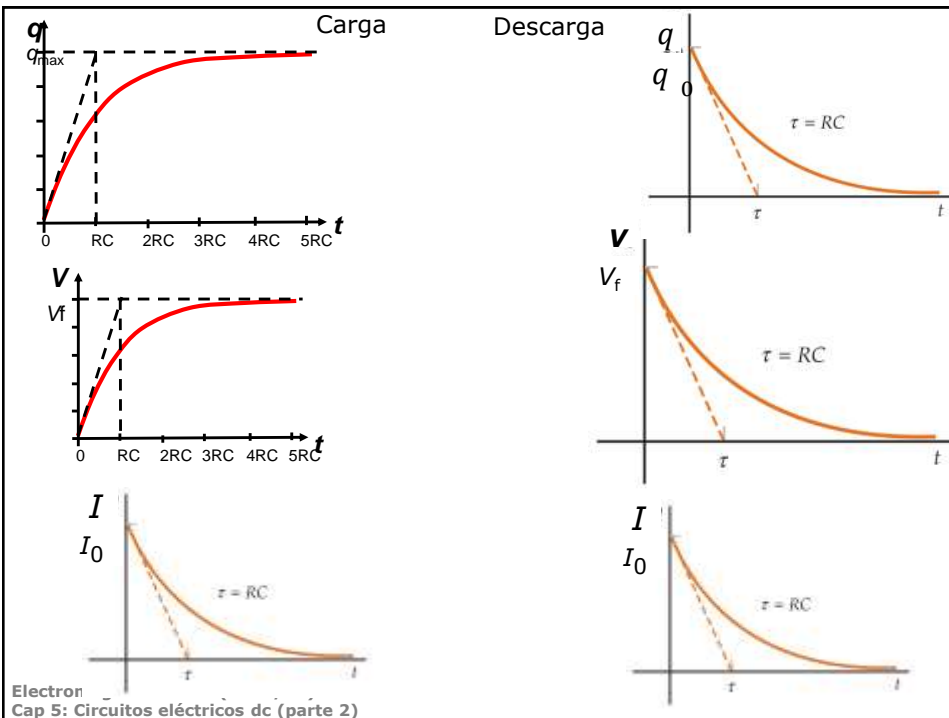
E a corrente?

$$q(t) = V_f C e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow q(t) = q_{\text{máx}} e^{-\frac{t}{RC}} = q_{\text{máx}} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow I = \frac{q_{\text{máx}}}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)



Electron  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

### Checkpoint

Uma bateria de  $6V$ , com resistência interna negligenciável, é utilizada para carregar um condensador de  $2\mu F$ , através de uma resistência de  $100\Omega$ . Calcule:

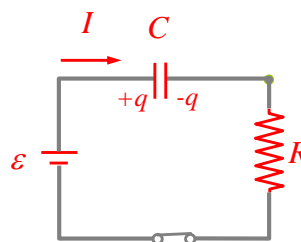
- a) a corrente inicial;  $I = 60 \text{ mA}$
- b) a carga final do condensador;  $q = 12 \mu C$
- c) o tempo necessário para que a carga do condensador atinja 90% do valor máximo.  $t = 460 \mu s$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

$$\varepsilon = 6V$$

$$C = 2\mu F$$

$$R = 100\Omega.$$



**a) a corrente inicial**

No início ( $t=0$ ) a  $ddp$  aos terminais do condensador é nula. Aplicando a lei das malhas, vem:

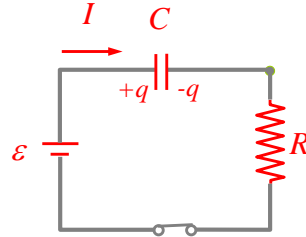
$$\varepsilon = RI + \overset{=0}{\frac{Q}{C}} \Leftrightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I = \frac{6V}{100\Omega} = 0.06A$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

$$\varepsilon = 6V$$

$$C = 2\mu F$$

$$R = 100\Omega$$



**b) a carga final do condensador;**

Quando o condensador fica completamente carregado a *ddp* aos seus terminais é igual à *ddp* aos terminais da fonte:

$$\varepsilon = RI + \frac{Q}{C}$$

**=0**

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow V_c = \varepsilon$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = VC = 6(V) \times 2 \times 10^{-6}(F)$$

$$Q = 12 \times 10^{-6} C$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)

$$\varepsilon = 6V$$

$$C = 2\mu F$$

$$R = 100\Omega$$

**c) o tempo necessário para que a carga do condensador atinja 90% do valor máximo.**

$$q(t) = CV_f(1 - e^{-t/RC})$$

$$0.9Q$$

$$0.9Q = Q(1 - e^{-t/2 \times 10^{-4}})$$

$$\ln(0.1) = -\frac{t}{2 \times 10^{-4}}$$

$$t = 460 \mu s$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Circuitos eléctricos dc (parte 2)