I.S.E.C.

TABELA 1

CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA DE SÉRIES

Critérios	Descrição	Observações
Séries Geométricas $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$	$\lvert r \rvert < 1$, converge para $\frac{a}{1-r}$ $\lvert r \rvert \geq 1$, diverge	
Séries de Dirichlet $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$, $\alpha \in]0,+\infty[$	$\alpha > 1$, converge $0 < \alpha \leq 1$, diverge	
Condição necessária de Convergência $\left(\lim_{n\to\infty}(a_n) \to 0\right)$	Se $\lim_{n\to\infty}(a_n) \neq 0$ então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge	Se $\lim_{n\to\infty}(a_n) \to 0$ então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ poderá convergir ou não
1º Critério de Comparação	Se $0 \leq a_n \leq b_n, \forall n \geq p$, então $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge	
2º Critério de Comparação	Sejam $a_n, b_n > 0$ e $L = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$ i) Se $L \neq 0, \infty$, então as séries $\sum a_n$ e $\sum b_n$ são da mesma natureza ii)Se $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ convergente} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ convergente} \\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ divergente} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ divergente} \end{cases}$ iii)Se $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty \Rightarrow \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ convergente} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ convergente} \\ \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ divergente} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ divergente} \end{cases}$	
Critério do Integral	Se $a_n = f_n \geq 0$ e f é contínua e decrescente em $[1,+\infty[$, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge se e só se $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ converge.	Este critério utiliza-se sempre que *f(x)* se integre facilmente.

Critério de D´Alembert ou **Critério da Razão**	Se $a_n > 0$ e $L = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$, então se: $L > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $L < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge $L \to 1^+ \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $L \to 1^-$ nada se pode concluir	Este critério deve ser usado para estudar séries cujo termo geral envolva factoriais, potências ou produtos sucessivos.
Critério de Cauchy ou **Critério da Raiz**	Se $a_n > 0$ e $L = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$, então se: $L > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $L < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge $L \to 1^+ \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $L \to 1^-$ nada se pode concluir	Este critério deve ser utilizado para estudar séries cujo termo geral envolva potências de expoente n.
Critério de Leibniz (Para séries alternadas $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, $a_n \geq 0$	Convergirá se: a) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ b) $\{a_n\}$ é decrescente	Este critério <u>apenas</u> poderá ser aplicado quando os termos da série são alternadamente positivos e negativos.
Critério da Convergência absoluta	$\sum_{n=1}^{\infty} \|a_n\|$, converge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge	Para estudar a natureza da série $\sum_{n=1}^{\infty} \|a_n\|$, podem ser usados os critérios mencionados atrás para séries de termos não negativos.
Critério de D´Alembert ou **Critério da Razão**	Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \Re$ e $L = \lim_{n\to\infty} \left\| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\|$ $L > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $L < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge(absolutamente)	Quando $L = 1$ ter-se-á de analisar por critérios específicos a convergência da série particular
Critério de Cauchy ou **Critério da Raiz**	Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \Re$ e $L = \lim_{n} \sqrt[n]{\|a_n\|}$ $L > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $L < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge(absolutamente)	Quando $L = 1$ ter-se-á de analisar, por critérios específicos, a convergência da série particular