Processamento Digital de Sinal

Teste 2 2013-2014

1. Considere um sinal contínuo filtrado passa-baixo a 9 kHz e amostrado a 18 kHz. Considere ainda que pretende filtrar o sinal discreto de tal modo que apenas as frequências entre 3kHz e 6 kHz permaneçam no sinal descartando-se as restantes frequências.
   a) Esboce a resposta em frequência do filtro digital desejado. Justifique.
   b) Considere a realização de um filtro FIR com ganho na banda de rejeição de -40dB, ganho máximo e mínimo na banda passante respectivamente de 1.01 e 0.98 e diga quais as janelas que permitem a implementação do filtro. De todas qual a mais adequada à síntese do filtro. Justifique.
   c) Deduza, justificando todos os passos que efectuar, a resposta impulsional do filtro FIR desejado que não causa distorção harmónica.
   d) Usando o método que achar mais adequado sintetize um filtro FIR que permita servir a corrente aplicação. Considere uma banda de transição de 10% da banda passante. Justifique todos os passos que efctuar.
   e) Qual a ordem do filtro de ordem mais baixa que permite efectuar o pretendido. Justifique.
   f) Sintetize o filtro em Matlab apresentando todas as linhas de código comentadas.
   g) Se a aplicação não permitisse ripple na banda passante que solução apresentaria para a síntese do filtro? Apresente, justificando todos os passos e necessários à realização deste filtro bem como todas as opções tomadas.
   h) Realize a alínea anterior em Matlab apresentando todas as linhas de código comentadas.

2. Considere um sinal ruído branco s[n] de média m_s e desvio padrão σ_s corrompido de modo aditivo por um outro sinal ruído branco e[n] de média m_e e desvio padrão σ_e.

   a) Determine a média e a variância do processo x[n]=s[n]+e[n] admitindo que os processos são não correlados.
   b) Determine a sequência de autocorrelação e a densidade espectral de potência de x[n] em função dos parâmetros conhecidos dos processos s[n] e e[n].
   c) Determine e esboce justificando, no contexto da alínea b) a densidade espectral de potência do processo x[n].
   d) Suponha que s[n] é um som não vozeado, que tem um segmento contendo apenas ruído (e[n]) e diga como poderia estimar a densidade espectral de potência de s[n]. Justifique.

e) Apresente um método eficiente para estimar a densidade espectral do ruído e[n] tomando por base Cxx(m). Mostre que este estimador é consistente relativamente à média.

f) Mostre que o periodograma é um estimador consistente da densidade espectral de potência mas apenas relativamente à média. Explique como é que o método de Bartlett diminui a variância deste estimador. Justifique.

3. Considere um sistema discreto LTI caracterizado pela função de transferência

$$H(z) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

e ao qual é aplicado um sinal ruído branco de média nula.

a) Dos métodos de estimação espectral que conhece qual o mais indicado para estimar a densidade espetral de potência do processo de saída? Justifique.

b) Mostre que a autocorrelação do sinal de saída é dada por

$$\varphi_{xx}(m) = \sum_{k=1}^{N} a_k \varphi_{xx}(|m-k|)$$

c) Considere que dispõe de uma amostra do sinal de saída de 4 pontos {1, 0,- 1, 1}. Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para $-3 \leq m \leq 3$.

d) Determine o erro do preditor.

e) Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para m>3 e m<9.

TABLE 7.2 COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

Window Type	Peak Sidelobe Amplitude (Relative)	Approximate Width of Mainlobe	Peak Approximation Error $20\log_{10}\delta$ (dB)	Equivalent Kaiser Window β	Transition Width of Equivalent Kaiser Window
Rectangular	−13	$4\pi/(M+1)$	−21	0	$1.81\pi/M$
Bartlett	−25	$8\pi/M$	−25	1.33	$2.37\pi/M$
Hanning	−31	$8\pi/M$	−44	3.86	$5.01\pi/M$
Hamming	−41	$8\pi/M$	−53	4.86	$6.27\pi/M$
Blackman	−57	$12\pi/M$	−74	7.04	$9.19\pi/M$

$$M = \frac{-10\log(\delta_1\delta_2) - 13}{2.324\Delta\Omega}$$

$$M = \frac{A-8}{2.285\Delta\Omega}$$

$$|H_c(w)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{jw}{jw_c}\right)^{2N}}$$

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A-8.7); & A > 50 \\ 0.5842(A-21)^{0.4} + 0.07886(A-21); & 21 \leq A \leq 50 \\ 0.0; & A < 21 \end{cases}$$

$$s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \qquad w = \frac{2}{T}\tan(\Omega/2)$$

$$w[n] = \begin{cases} 0.42 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{M}\right); & 0 \leq n \leq M \\ 0; & outros\ casos \end{cases}$$