CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO MATEMÁTICA: CÁLCULO VETORIAL

1.1. Um caçador sai do seu acampamento e anda 6.0 km para o norte. A seguir anda 3.0 km para leste e 2.0 km para o sul, onde encontra um rio que vai em linha recta até ao seu acampamento.

a) Qual a direção do rio? (S 36.9º W)

b) A que distância estava ele do acampamento no momento em que encontrou o rio? (5 km)

1.2. Um explorador das cavernas anda 100 m em direção a Este. De seguida percorre 50 m na direção N 30º O e por fim 150 m na direção S 45º O. Após um quarto movimento não descrito, ele encontra-se no lugar onde iniciou o percurso. Caracterize este último deslocamento (módulo e direção). ($\Delta\vec{r} = 31.07\hat{i} + 62.77\hat{j}$; 70, 1m; N26.3º E).

1.3. Três vetores fecham um triângulo dando soma nula. Se invertermos o sentido de um deles, a soma vetorial dos três vetores:

A - Será sempre diferente de zero.
B - Será sempre nula.
C - Pode ser zero, dependendo dos módulos dos vetores.
D - Pode ser zero, dependendo dos módulos e dos ângulos que fazem entre si.
E - Nenhuma das respostas.

1.4. O vetor $\vec{A}$ tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de 60º com o eixo *Ox* (primeiro quadrante). O vetor $\vec{B}$ tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de 60º com o eixo *Ox* (quarto quadrante). Achar graficamente e pelo método das componentes:

a) o vetor soma ($\vec{A} + \vec{B}$) ($\vec{A}+\vec{B} = 2\hat{i}$)

b) os vetores diferença ($\vec{A} - \vec{B}$) e ($\vec{B} - \vec{A}$) ($\vec{A}-\vec{B} = 3.46\hat{j}$; $\vec{B}-\vec{A} = -3.46\hat{j}$)

1.5. Um vetor, $\vec{a}$, tem módulo igual a 5 e faz com o semi-eixo positivo dos *xx* um ângulo de 60º. Determine:

a) as componentes do vetor ($a_x = 2.5; a_y = 4.3$)

b) as componentes e o módulo do vetor $\vec{a}-\vec{b}$, sabendo que $\vec{b} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$. ($0.5\hat{i} + 9.3\hat{j}$, 9.31)

1.6. Dados os vetores $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, calcular:

a) os vetores $-\vec{B}$ e $2\vec{B}$ e os seus módulos ($-\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}; 2\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$; 3.74; 7,48)

b) os vetores $\vec{A} - \vec{B}$, $\vec{A} + \vec{B}$, e os seus módulos. Comparar esses valores com $|\vec{A}| - |\vec{B}|$ e $|\vec{A}| + |\vec{B}|$. Comentar os resultados. ($2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}; 4\hat{i} - 4\hat{k}; 4.9; 5.7$);

c) os versores $\hat{A}$ e $\hat{B}$, bem como o versor da direção do vetor $\vec{A} - \vec{B}$ ($\hat{A} = (1/\sqrt{14})\cdot(3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k})$; $\hat{B} = (1/\sqrt{14})\cdot(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$))

d) os produtos escalares $\vec{A}\cdot\vec{B}$ e $\vec{A}\cdot\left(2\vec{B}\right)$. O ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ (2; 4; 81.77º)

e) o vetor projeção do vetor $\vec{B}$ sobre a direção de $\vec{A}$ e o vetor projeção do vetor $\vec{A}$ sobre a direção de $\vec{B}$ ($(1/7)\cdot(3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}); (1/7)\cdot(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$)

f) o produto vetorial de $\vec{A}$ por $\vec{B}$, e o produto vetorial de $\vec{B}$ por $\vec{A}$. Compare e comente os dois resultados. ($\vec{A}\times\vec{B} = 8\hat{i} + 8\hat{j} + 8\hat{k}; \vec{B}\times\vec{A} = -\vec{A}\times\vec{B}$)

1.7. Calcule a distância entre os dois pontos de coordenadas (6, 8, 10) e (-4, 4, 10). (10,8)

1.8. Calcular o ângulo entre os dois vetores, $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ e $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$, usando:

a) o produto escalar (90º)

b) o produto vetorial.

1.9. Determinar as componentes de um vetor cujo módulo é 13 unidades e cujo ângulo, θ, com o eixo dos *zz* é de 22.6º. A projeção desse vetor no plano *xy* faz um ângulo, ϕ, de 37º com o eixo +*Ox*. Calcule também os ângulos com os eixos *x* e *y*. ($|\vec{v}_x| = 4; |\vec{v}_y| = 3; |\vec{v}_z| = 12; \alpha_x = 72^\circ; \alpha_y = 76.7^\circ$)

1.10. Num dado instante, a velocidade, $\vec{v}$, e a aceleração, $\vec{a}$, duma partícula, são dadas por:

$$\vec{v} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{a} = \hat{j} + \hat{k}$$

Sabe-se que o vetor velocidade tem, em cada instante, a direção da tangente à trajetória no ponto ocupado pela partícula nesse instante. Calcule:

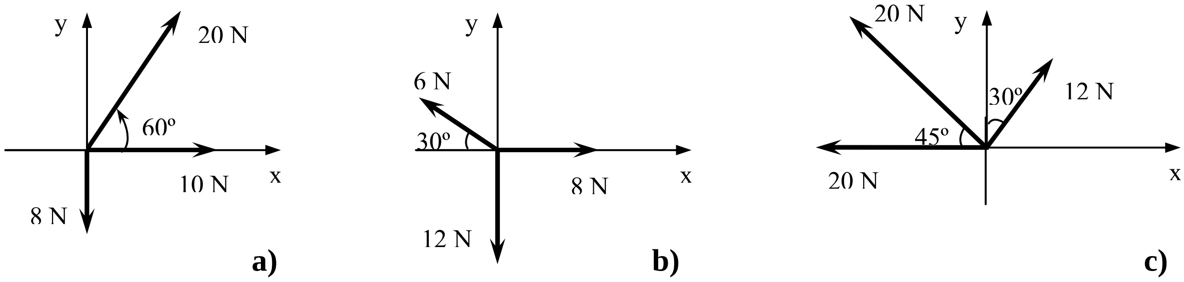
a) para o instante considerado no enunciado, o versor da tangente à trajetória. ($0.41\hat{i} + 0.41\hat{j} + 0.82\hat{k}$)

b) as componentes da aceleração segundo:

i) a direção da tangente. ($1/\sqrt{6}$)

ii) uma direção perpendicular à tangente e contida no plano definido por $\vec{v}$ e $\vec{a}$. ($\sqrt{11/6}$)

1.11. Calcule o módulo e a direção da resultante dos sistemas de forças representados na figura.



a) $\vec{F}_R = 20\hat{i} + 9.3\hat{j}\ (N); |\vec{F}_R| = 22.1\ N; \alpha = 25^\circ$ **b)** $\vec{F}_R = 2.8\hat{i} - 9\hat{j}\ (N); |\vec{F}_R| = 9.43\ N; \alpha = -72.7^\circ$

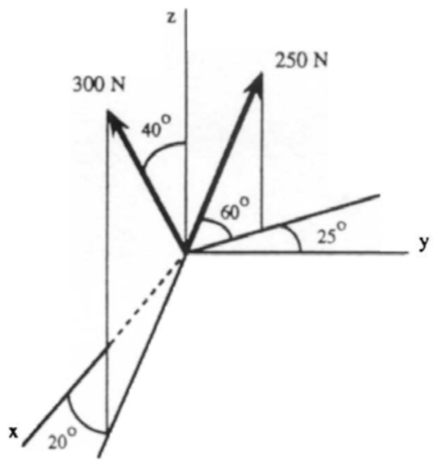
c) $\vec{F}_R = -28.1\hat{i} + 24.5\hat{j}\ (N); |\vec{F}_R| = 37.3\ N; \alpha = 131.1^\circ$

1.12. Determine:

a) as componentes *x*, *y* e *z* da força de 250 N. (- 52.8 N; 113.3 N; 216.5 N)

b) os ângulos θ_x, θ_y e θ_z, que a força forma com os eixos coordenados. (102.2º; 63.1º; 30º)

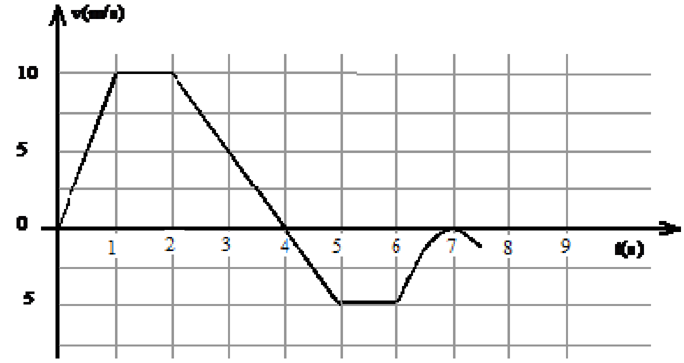
c) Faça o mesmo para a força de 300 N. (181.2 N; 66 N; 229.8 N; 52.8º; 77.3º; 40º)



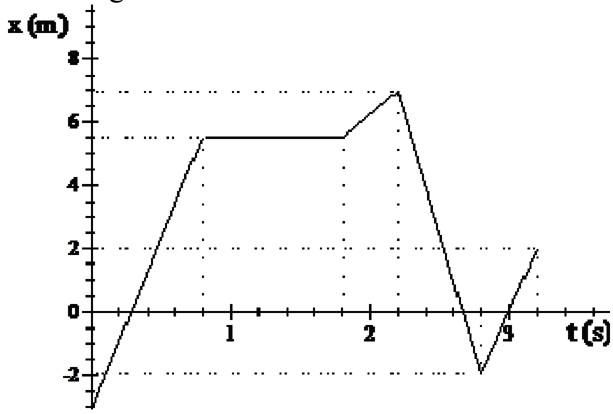
CAPÍTULO II - CINEMÁTICA DA PARTÍCULA

2.1. Um atleta corre 100 m em 12 s, em seguida dá meia volta e, em 30 s, corre 50 m em direção ao ponto de partida. Calcule:
a) o espaço percorrido e o deslocamento do atleta durante este movimento. (Δs = 150 m; $|\Delta\vec{r}| = 50\,m$)
b) a velocidade média do atleta durante os 42 s. (1.19 m/s)

2.2. O gráfico da figura representa a velocidade escalar de um ponto material, em função do tempo. A trajetória é uma linha reta e inicialmente, o ponto material desloca-se de Sul para Norte.
a) Indicar em qual dos três intervalos de tempo, [2, 3] s, [4, 5] s e [6, 7] s:
i) é máximo o módulo da velocidade média.
ii) é mínimo o espaço percorrido.
(i) [2, 3] s; ii) [6, 7] s)
b) Determinar a aceleração no instante t = 3 s.
c) Durante o intervalo de tempo [2, 5] s indicar o espaço percorrido e o deslocamento do ponto material. (Δs = 12.5 m, $|\Delta\vec{r}| = 7.5\,m$)
d) Em que instante esteve o ponto material mais distante do ponto de partida? (t = 4 s, 25 m, para N)
e) Construir o gráfico $a(t)$ para o movimento deste ponto no intervalo de 0 a 7 s.

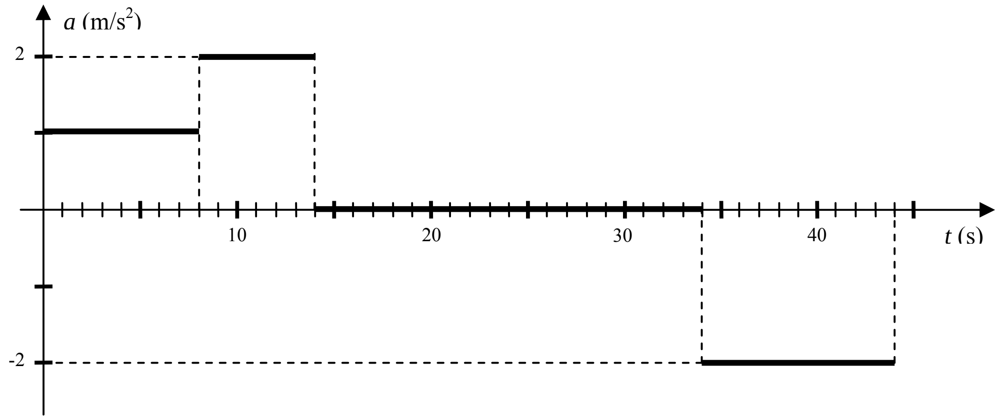


2.3. A posição de um corpo em função do tempo é dada na figura abaixo.
a) Indique:
a.1) onde é que o movimento tem o sentido positivo do eixo dos *xx* e onde tem sentido negativo. (+x $\rightarrow$ t $\in$ [0, 0.8[$\cup$ [1.8, 2.2[$\cup$ [2.8, 3.2]; -x $\rightarrow$ t $\in$ [2.2, 2.8[)
a.2) quando é que o movimento é acelerado e quando é retardado. (a = 0 m/s^2)
a.3) quando é que o corpo passa pela origem. (t = 0.3 s; t = 2.7 s; t = 3 s.)
a.4) quando é que a velocidade é zero. (v = 0 $\rightarrow$ t $\in$ [0.8, 1.8[)



b) Fazer um esboço da velocidade e da aceleração em função do tempo. Estimar, a partir do gráfico, a velocidade média nos intervalos:
- **b.1)** [1,3] s.
- **b.2)** [1,2.2] s.
- **b.3)** [1,1.8] s.

2.4. O metropolitano viaja entre duas paragens consecutivas descrevendo uma trajetória retilínea com a aceleração indicada na figura. Determine:
a) o intervalo de tempo Δt durante o qual o metropolitano trava até parar com uma desaceleração de 2.0 m/s^2; (t $\in$ [34, 44[)



b) a distância percorrida pelo metropolitano até iniciar a travagem. (516 m)

2.5. Uma partícula move-se ao longo do eixo dos *xx*, de tal modo que a sua posição em qualquer instante é dada por:

$$x = 5t^2 + 1 \qquad \text{(S.I.)}$$

Calcule:

a) a sua velocidade média no intervalo de tempo [2,3] s; ($v_{méd.}$ = 25 m/s)

b) a velocidade instantânea para t = 2 s. (v = 20 m/s)

2.6. Uma partícula move-se em linha recta, de acordo com

$$x = 16t - 6t^2 \text{ (S.I.).}$$

a) Calcule a sua posição ao fim de 1 s.

b) Em que instantes passa o ponto na origem? (t = 2,67s)

c) Calcule a velocidade média no intervalo [0,2] s. (4 m/s)

d) Calcule a sua velocidade inicial.

e) Em que instantes e posições pára a partícula? (t = 1,33s)

f) Calcule a aceleração instantânea em qualquer instante.

g) Em que intervalos de tempo é o movimento acelerado e em que intervalos é retardado?

2.7. O movimento de uma partícula é definido pela expressão: $\boldsymbol{x = t^3 - 9t^2 + 24t - 8}$ na qual x e t são expressos, respetivamente em milímetros e em segundos. Determine:

a) o instante em que a velocidade é zero. (t = 2 s e t = 4 s)

b) a posição, o deslocamento e o espaço total percorrido quando a aceleração é nula.

(x = 10 mm; Δx = 18 mm; Δs = 22 mm)

2.8. A aceleração de uma partícula é definida pela relação a = - 2 m/s^2. Sabendo que v = 8 m/s e x = 0, quando t = 0, determine a velocidade e a posição quando t = 6 s e a distância total percorrida desde o instante inicial até t = 6 s. (v = - 4 m/s; x = 12 m; d = 20 m)

2.9. A aceleração de uma partícula é definida pela expressão: $a = A - 6t^2$, em que A é uma constante. No instante t = 0, a partícula parte da posição x = 8 m com v = 0. Sabendo que em t = 1 s, v = 30 m/s, determine:

a) os instantes para os quais a velocidade é nula. (t = 0 e t = 4 s)

b) o espaço total percorrido até t = 7 s. (672.5 m)

2.10. O movimento de um ponto material é definido pela equação: $\boldsymbol{x = 2t^2 - 8t - 1}$ (SI)
a) Qual é a forma da trajetória?
b) Qual a coordenada da posição no início do movimento? (- 1 m)
c) Qual a posição quando a velocidade se anula? (- 9 m)
d) Determine a aceleração do ponto material. (4 m/s^2)
e) Caracterize o movimento.

2.11. As coordenadas de uma partícula material, com movimento no plano *Oxy*, variam no tempo segundo as leis (unidades SI): $x(t) = 3t$ *e* $y(t) = 6t^2 + 2$
a) Escreva a equação da trajetória da partícula material. ($y = 2x^2/3 + 2$)
b) Represente-a graficamente no plano *Oxy*.
c) Em que sentido é que a trajetória é percorrida?
d) Calcule a distância à origem no instante $t = 2$ s. (26.7 m)
e) Calcule o instante de tempo em que a partícula se encontra mais perto da origem e a distância à origem nesse instante. (2 m, t = 0 s)

2.12. As equações do movimento de uma partícula (x, y em m, quando t em s) são:

$$x = 20 - 3t^2 \qquad e \qquad y = 2t + 5t^2$$

Calcular em $t = 1$ s:
a) a distância da partícula à origem. (18.4 m)
b) os vetores velocidade e aceleração. ($\vec{a} = -6\,\hat{i} + 10\,\hat{j}$ m/s^2)
c) as componentes normal e tangencial da aceleração.
d) o raio de curvatura da trajetória. (201 m)

2.13. O vetor posição de uma partícula é: $\vec{r} = (8t - 5)\hat{i} + (-5t^2 + 8t)\,\hat{j}$
a) Qual a posição da partícula no início do movimento? ($\vec{r}_0 = -5\hat{i}$)
b) Em que instantes a partícula atravessa cada um dos eixos coordenados?
c) Deduza o vetor velocidade da partícula.
d) Deduza o vetor aceleração. ($\vec{a} = -10\,\hat{j}$)
e) Escreva a equação cartesiana da trajetória. ($y = -5(x+5)^2/64 + (x+5)$)

2.14. Uma partícula tem uma velocidade, em qualquer instante t, dada por:

$$\vec{v} = \hat{i} + 3t\hat{j} + 4t\hat{k} \qquad \text{(SI)}$$

Sabendo que partiu do ponto *A* (10, 0, 0) em $t = 0$ s, determine, em qualquer instante:
a) o vetor de posição e a distância à origem.($(t+10)\hat{i} + (3/2)t^2\hat{j} + 2t^2\hat{k}$; $d = \sqrt{(t+10)^2 + (1.5t^2)^2 + (2t^2)^2}$)
b) as acelerações tangencial e normal.($\vec{a} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$; $\vec{a}_t = \left[25t/\left(1+25t^2\right)\right]\vec{v}$; $\vec{a}_n = \left(-25t\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}\right)/\left(1+25t^2\right)$)

2.15. Uma partícula movimenta-se de modo a que a sua aceleração seja dada por:

$$\vec{a}(t) = [2\exp(-t)]\hat{i} + [5\cos(t)]\hat{j} - [3\mathrm{sen}(t)]\hat{k}$$

Se a partícula está localizada em (1, -3, 2) no instante $t = 0$ e se move com velocidade dada por $\vec{v} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$, determine:
a) a velocidade para qualquer instante *t*. ($\left(6 - 2e^{-t}\right)\hat{i} + [5sen(t) - 3]\hat{j} + [3\cos(t) - 1]\hat{k}$)
b) o deslocamento para qualquer instante *t*. ($\left(6t + 2e^{-t} - 1\right)\hat{i} + [2 - 5\cos(t) - 3t]\hat{j} + [3sen(t) - t + 2]\hat{k}$)

2.16. Um camião move-se a uma velocidade constante de 64 km/h ao longo de uma estrada. O camião é seguido por um carro (de comprimento 4.8 m) com a mesma velocidade, que inicia a ultrapassagem com uma aceleração constante de 1.5 m/s^2. O camião tem 18 metros de comprimento, e é necessário que haja 12 metros de distância entre os veículos para se iniciar uma ultrapassagem segura. A ultrapassagem só é considerada terminada quando o carro se tiver distanciado 12 metros do camião.
a) Quanto tempo demorará o carro a ultrapassar o camião? (7.9 s)
b) Que distância percorrerá o carro na ultrapassagem? (187.3 m)
c) Com que velocidade o carro terminará a ultrapassagem? (29.6 m/s)

2.17. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço. (40.7 m; 28.2 m/s).

2.18. Suponha que um advogado o contrata para dar uma opinião sobre um problema relacionado com Física, surgido num dos seus casos. A questão seria de saber se um motorista excedeu ou não a velocidade limite de 60 km/h, antes de parar de emergência, aplicando os travões. As marcas dos pneus na estrada, produzidas pelo deslizamento das rodas, tinham um comprimento de 8.0 m. O Inspector fez o cálculo da velocidade do automóvel levando em consideração que a desaceleração produzida pelos travões não podia exceder, em módulo, o valor de g e deteve o motorista por excesso de velocidade. Refaça os cálculos do inspector e verifique se estes cálculos estavam correctos ou não. Com base na hipótese de que a desaceleração era igual a g, qual seria a velocidade do automóvel no momento da aplicação dos travões?

2.19. Um elevador aberto está a subir com uma velocidade constante de v = 10 m/s. Um dos ocupantes do elevador, quando está à altura h = 20 m acima do solo, atira para cima um porta-chaves. A velocidade inicial do porta-chaves relativamente ao elevador é v_0 = 20 m/s. Determine:
a) a altura máxima atingida pelo porta-chaves; (65.9 m)
b) quanto tempo passa até o porta-chaves regressar ao elevador. (3.5 s)

2.20. Um condutor viaja, a 100 km/h, de noite quando vê, a uma distância de 70 m, um veiculo parado na faixa de rodagem. Admitindo que o condutor demora 0.5 s a pôr o pé no travão, e que durante a travagem a desaceleração do carro é de 5 m/s^2, qual será o fim da história:
a) se o condutor fosse mais rápido podia evitar o acidente?
b) E se a velocidade fosse 50 km/h?

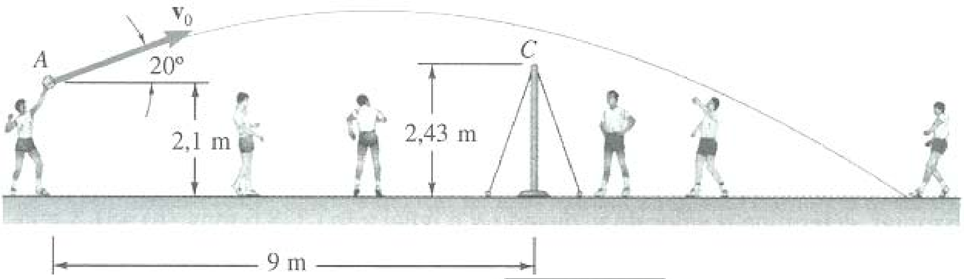
2.21. Um grupo de turistas visita um parque natural na África do Sul, e resolve parar para fazer um pic-nic. A certa altura avistam uma chita que os observa a 200 m. Precipitam-se para dentro do carro descapotável, e em 10 s arrancam. Admita que a chita pode acelerar de o a 100 km/s em 2 s, e que não ultrapassa geralmente os 120 km/h. Será que a chita consegue almoçar? (admita para o automóvel valores de velocidade máxima e aceleração que lhe pareçam razoáveis).

LANÇAMENTO DE PROJECTEIS

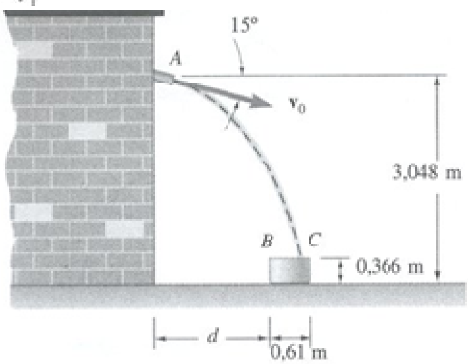
2.22. Uma bola é lançada verticalmente para baixo do topo de um edifício com velocidade 10 m/s.
a) Qual será a sua velocidade depois de cair durante 1 s? (19.8 m/s)
b) Quanto é que ela cairá em 2 s? (39.6 m)
c) Qual será a sua velocidade depois de cair 10 m? (17.2 m/s)
d) Se a bola partiu de um ponto a 40 m de altura, quanto tempo demora a atingir o chão? Qual será a velocidade e aceleração ao atingi-lo? (apresente o resultado na forma vetorial).
(2.013s, 29.73 m/s)

2.23. Um projétil é lançado para cima, com velocidade de 98 m/s, do topo de um edifício cuja altura é 100 m. Determinar:
a) o tempo necessário para atingir a altura máxima. (10 s)
b) A altura máxima do projétil acima da rua. (590 m)
c) O tempo total decorrido desde o lançamento até ao momento em que atinge o solo. (21 s)
d) A velocidade ao atingir a rua. (-107.54 m/s)

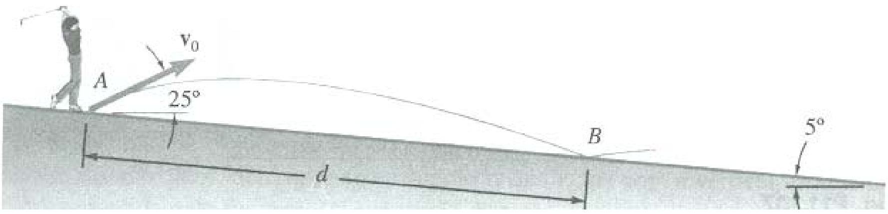
2.24. Um jogador de voleibol executa o serviço do jogo imprimindo à bola uma velocidade v_0, cujo módulo é 13.4 m/s e faz um ângulo de 20º com a horizontal. Determine:
a) se abola passa a rede. (Sim)
b) A que distância da rede a bola toca no solo. (7.01 m)



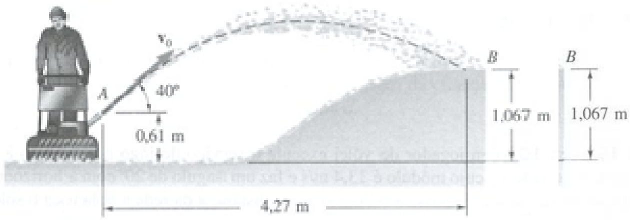
2.25. A água escorre de uma conduta com uma velocidade de 0.76 m/s e com um ângulo de 15º com a horizontal. Determine a gama de valores da distância *d* para os quais a água entra no reservatório *BC*. (-0.081 m ≤ d ≤ 0.529 m)



2.26. Um jogador de golfe dá uma tacada na bola, fazendo um ângulo de 25º com a horizontal e com uma velocidade inicial de 48.8 m/s. Sabendo que o campo tem um declive de 5º, determine a distância *d* entre o jogador e o ponto onde se dá o primeiro impacto da bola com o solo. (221.9 m)

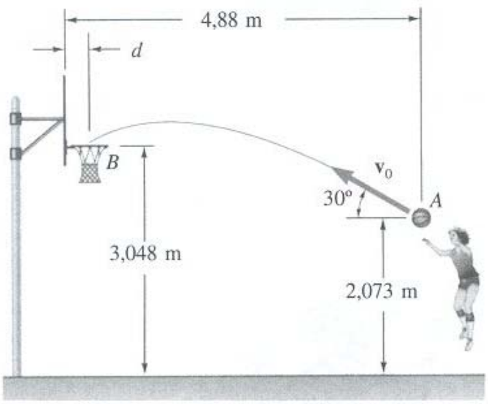


2.27. O proprietário de uma casa usa um lança-neve para desimpedir a sua via de acesso. Sabendo que a neve é descarregada com um ângulo de 40º com a horizontal, determine a velocidade inicial v_0 da neve. (6.98 m/s)



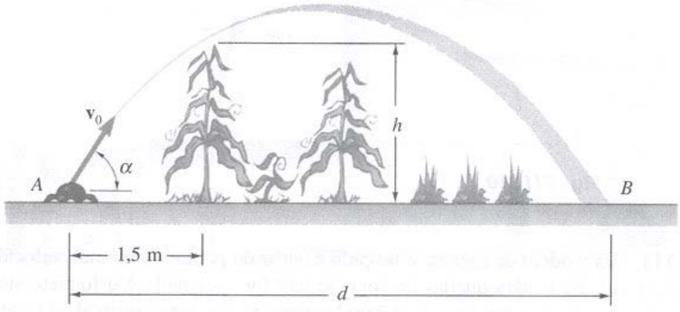
2.28. Uma jogadora de basquete lança a bola quando está a 4.88 m do cesto. Sabendo que a bola possui uma velocidade inicial v_0 e faz um ângulo de 30º com a horizontal, determine o valor de v_0 quando d é igual a:

a) 228.6 mm. (9.08 m/s)
b) 431.8 mm. (9.02 m/s)



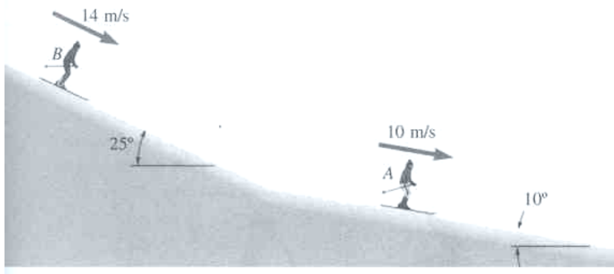
2.29. Um aspersor oscilante de um jardim lança água com uma velocidade v_0. Sabendo que no ponto mais alto da trajetória a velocidade da água é de 6.9 m/s, atingindo o ponto B ao fim de 5 s, determine:

a) a distância d. (6.52 m)
b) O ângulo α. (45º)
c) A velocidade inicial, v_0.
d) O vetor velocidade no ponto a que corresponde a distância horizontal, $x = 1.5$ m.
e) A direção do vetor velocidade no ponto a que corresponde a altura, $h = 20$ cm.



MOVIMENTO RELATIVO

2.30. As velocidades dos esquiadores A e B estão indicadas na figura. Determine a velocidade de A relativamente a B.
(5.05 m/s; α = 124.2º)



2.31. Uma partícula *A* desloca-se relativamente a outra partícula, *B*, com uma velocidade dada por: $\vec{v}_{AB} = 2\hat{i} - \hat{j}$. A partícula *B* desloca-se em relação a uma outra partícula *C* com uma velocidade dada por: $\vec{v}_{BC} = \hat{i} - 2\hat{j}$. Determine a velocidade da partícula *A* relativamente à partícula *C*. ($\vec{v}_{AC} = 3\hat{i} - 3\hat{j}$)

2.32. Um nadador capaz de nadar a uma velocidade de 0.7 m/s em relação à água quer atravessar um rio de 50 m de largura e com uma corrente de 0.5 m/s.
a) Em que direção deve nadar se quiser atingir a margem em frente ao ponto de partida? Qual a sua velocidade relativamente à margem? Quanto tempo demora a travessia? (45.6º; 0.49 m/s; 102 s)
b) Em que direção deve nadar para atravessar o rio no menor tempo possível? Qual a sua velocidade relativamente à margem? Quanto tempo demorará a travessia? A que distância a jusante atingirá a outra margem? (0.86 m/s; 71.4 s; 35.7 m)

2.33. Um barco a motor viaja num rio cuja corrente pode supor-se constante. O motor do barco comunica-lhe uma velocidade constante e tal que as velocidades do barco, em relação à margem, são respetivamente de 45 $km.h^{-1}$ e 63 $km.h^{-1}$ na subida e na descida do rio.
a) Calcule as velocidades da corrente e comunicada ao barco pelo motor. (54 km/h; 9 km/h)
b) Mantendo-se as condições de funcionamento e a velocidade da corrente, o barco atravessa o rio, cuja largura são 5 km, apontando perpendicularmente às margens.
b1) Represente esquematicamente os vetores velocidade do barco e velocidade da corrente.
b2) Calcule a que distância da perpendicular do ponto de partida, o barco alcança a outra margem. (833.3 m)

2.34. Um comboio viaja à velocidade de 25 m/s, num dia em que a chuva, soprada pelo vento, cai de tal modo que a trajetória das gotas de água forma com a vertical um ângulo de 40º, quando vista por um observador parado na plataforma da estação. Um passageiro, viajando sentado no interior de uma carruagem, vê as gotas de água caírem segundo a vertical. Determine a velocidade das gotas de chuva em relação à Terra. (38.9 m/s)

Um avião desloca-se em linha recta à velocidade de 358 m/s. Determine a velocidade do avião em relação a um observador que se move à mesma altitude a 90 km/h:
a) na mesma direção e mesmo sentido. (333 m/s)
b) na mesma direção e sentidos opostos. (383 m/s)
c) perpendicularmente à trajetória do avião.
d) segundo uma direção tal que o avião pareça deslocar-se transversalmente em relação ao observador móvel.

Um tubo está montado sobre uma plataforma que se move horizontalmente com *v* = 2 m/s. Qual deve ser o ângulo de inclinação do tubo relativamente à horizontal para que as gotas de chuva, que caiem verticalmente à velocidade de 6 m/s, alcancem o fundo do tubo sem tocar nas paredes? (Nota: a velocidade das gotas de chuva é aproximadamente constante devido à resistência do ar). (71.6º)

Um helicóptero está sobrevoando, em linha recta, uma planície com uma velocidade constante de 6 m/s a uma altitude constante de 8 m. Um fardo é atirado para fora (horizontalmente) com uma velocidade de 10 m/s relativamente ao helicóptero e numa direção perpendicular ao seu movimento. Determine:

a) a velocidade inicial do fardo relativamente ao solo. ($v_0 = \sqrt{136}\, m/s \cong 11.7\, m/s$)

b) a distância horizontal entre o helicóptero e o fardo no instante em que este cai ao solo. (12.8 m)

c) o ângulo que o vetor velocidade do fardo faz com o solo no instante imediatamente anterior ao impacto. (42.96º)

Um homem quer atravessar um rio de 700 m de largura. O barco, no qual ele rema, possui uma velocidade relativamente à água de 4 km/h. A velocidade da corrente é de 2 km/h. Quando o homem caminha em terra firme a sua velocidade é de 4.8 km/h. Ao atravessar o rio a remo, ele atinge um ponto a jusante do local inicial; a seguir ele retorna a pé até ao ponto oposto ao ponto onde ele se encontrava na outra margem do rio. Determine:

a) a direção seguida pelo barco e a distância total percorrida (entre atravessar o rio e andar), para que o tempo do percurso seja mínimo (para atingir o ponto considerado). (-36º, 780.5 m)

b) o valor desse tempo. (200.5 s)

MOVIMENTO CIRCULAR

2.35. A frequência angular do motor de um automóvel aumenta 1000 rpm para 3500 rpm em 18 s.

a) Calcule a aceleração angular do motor, supondo que ela seja uniforme. (14.5 rad/s^2)

b) Quantas rotações completas efetua o motor durante esse período? (675 rot.)

2.36. Um disco homogéneo gira em torno de um eixo fixo, partindo do repouso e acelerando com uma aceleração constante. Num determinado instante, ele gira com frequência angular de 10 rps. Após executar mais 65 rotações completas, a sua frequência angular passa para 18 rps. Nestas condições, determine:

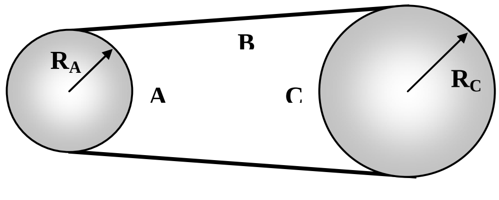
a) A aceleração angular; (10.8 rad/s^2)

b) o tempo necessário para completar as 65 rotações mencionadas; (4.64 s.)

c) o tempo necessário para atingir a frequência angular de 10 rps; (5.80 s)

d) o número de rotações efectuadas no intervalo de tempo decorrido desde o instante inicial e o momento em que atinge a frequência angular de 10 rps. (29 rot)

2.37. A roda *A* de raio R_A = 10 cm está acoplada por uma correia *B* a uma roda *C* de raio R_C = 25 cm, como se ilustra na figura. A roda *A* desenvolve, a partir do repouso, uma velocidade angular à taxa uniforme de π/2 rad/s^2. Determine o tempo necessário para a roda *C* atingir a velocidade angular de 100 rpm, supondo que a correia não desliza. (16.7 s)

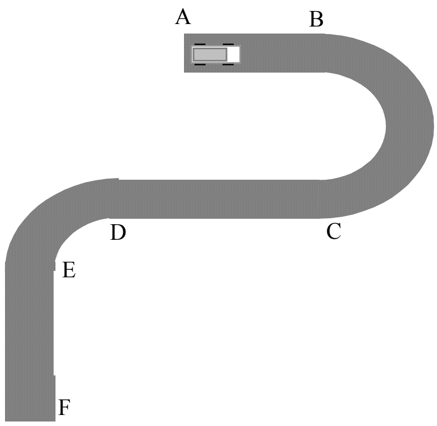


2.38. Um motorista parte do repouso, iniciando uma curva de 120 m de raio e acelera numa razão uniforme de 0.9 m/s^2. Determine a distância que o automóvel terá percorrido até que a sua aceleração seja de 1.8 m/s^2.

2.39. A figura seguinte mostra a trajetória de um automóvel, constituída por troços rectilíneos e troços circulares. O automóvel parte do repouso em *A* e, a partir do ponto *B* desloca-se, com velocidade constante, até ao ponto *E*. A partir de *E* trava, até parar em *F*.

a) A meio de cada segmento (*AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*) qual a direção do vetor velocidade?

b) Em quais desses pontos tem o carro aceleração, e qual a sua direção e sentido, relativamente à concavidade da curva?



2.40. A órbita da Terra em volta do Sol é aproximadamente circular com raio $R = 1.5 \times 10^{11}$ m. Determine a grandeza da velocidade angular e da velocidade linear correspondentes.

2.41. Uma pedra atada a um fio, descreve uma circunferência, num plano horizontal, com um metro de raio. Qual o número de voltas por minuto que deve executar se a sua aceleração normal for igual à aceleração da gravidade?

2.42. Uma partícula descreve uma trajetória circular de raio 18 m e parte do repouso com uma velocidade que cresce proporcionalmente à raiz quadrada do tempo. Ao fim de 3 s, o vetor aceleração faz um ângulo de 60º com o raio vetor no ponto onde se encontra a partícula.

a) Ao fim de quanto tempo estará esse ângulo reduzido a 45º? (1.324 s)

b) Quais serão nesse instante, as grandezas da velocidade e da aceleração? (2.08 m/s; 0.34 m/s^2)

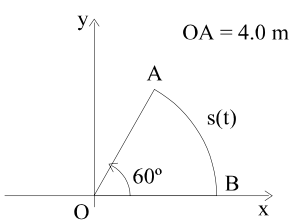
2.43. A figura representa uma trajetória de uma partícula, *P*, no plano *Oxy*. Os pontos *A* e *B* estão situados sobre uma circunferência de raio *OA*. A partícula parte do ponto *O* e em toda a trajetória obedece à lei: $s(t) = 2\,t^2$ (S.I.). Determine:

a) os instantes em que a partícula (*P*) passa pelos pontos *A* e *B*;
($t_A = \sqrt{2}$ s; $t_B = 2.02$ s)

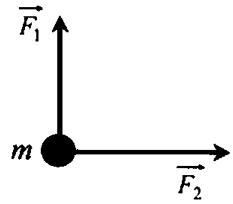
b) o vetor posição $\vec{r}(t)$ nos instantes $t_1 = 1.0$ s e $t_2 = (2 + \pi/3)^{1/2}$ s, medido em *Oxy*; ($\vec{r}_1 = \hat{i} + 1.732\hat{j}$; $\vec{r}_2 = 3.464\hat{i} + 2\hat{j}$)

c) o vetor aceleração $\vec{a}(t_2)$; ($\vec{r}_1 = -8.56\hat{i} - 9.56\hat{j}$)

d) o vetor velocidade média no intervalo [t_1,t_2]. ($2\hat{i} - 12.76\hat{j}$)

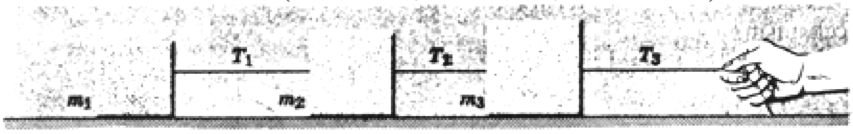


CAPÍTULO III - DINÂMICA DA PARTÍCULA



3.1. Duas forças F_1 e F_2 de intensidades 4.0 N e 6.0 N, respectivamente, actuam sobre um corpo de massa m = 8.0 kg. Determine o vetor aceleração do corpo.
($\vec{a} = 0.75\,\hat{\imath} + 0.5\,\hat{\jmath}$)

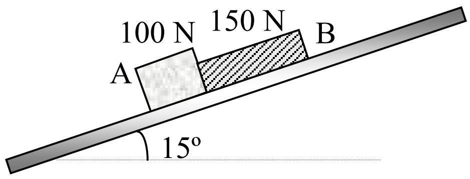
3.2. Três blocos, ligados como mostra a figura, estão sobre uma mesa horizontal sem atrito, e são puxados para a direita por uma força de intensidade F = 100 N. Sabendo que m_1 = 10 kg, m_2 = 15 kg e m_3 = 25 kg, determine:
a) a aceleração do sistema. (2 m/s^2)
b) os módulos das tensões nas cordas. (T_1 = 20 N, T_2 = 50 N, T_3 = 100 N)



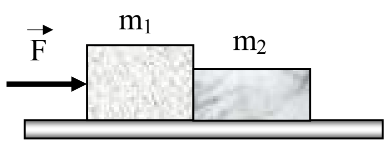
3.3. Um homem cuja massa é de 90 kg está num elevador. Determine a força que o piso exerce sobre o homem quando:
a) o elevador sobe com velocidade constante. (882 N)
b) o elevador desce com velocidade constante. (882 N)
c) o elevador sobe com aceleração, para cima, de 3 m/s^2. (1152 N)
d) o elevador desce com aceleração, para baixo, de 3 m/s^2. (612 N)
e) o cabo parte e o elevador cai livremente. (0 N)

3.4. Um corpo de 1,0 kg encontra-se num plano inclinado que forma um ângulo de 30º com a horizontal. Qual a aceleração do corpo, se aplicarmos uma força de 8 N, paralela ao plano, dirigida:
a) para cima; (3,1 m/s^2)
b) para baixo. (12,9 m/s^2)

3.5. Duas caixas são colocadas num plano inclinado como o representado na figura. O coeficiente de atrito entre o plano inclinado e a caixa *B* é de 0.15 e entre o plano inclinado e a caixa *A* é de 0.25. Sabendo que as caixas estão em contacto quando libertadas, determine:
a) a aceleração de cada caixa. (0.7 m/s^2)
b) a força exercida pela caixa *A* sobre a caixa *B*. (5.8 N)

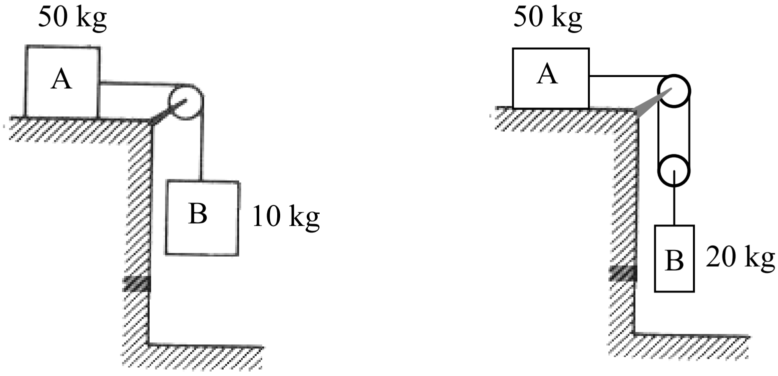


3.6. Dois blocos estão em contacto sobre uma mesa plana sem atrito. Uma força horizontal é aplicada a um dos blocos conforme indicado na figura.
a) Se m_1 = 3,0 kg, m_2 = 2,0 kg e F = 6 N, determine a força de contacto entre os dois blocos. (2,4 N)
b) Suponha que a força F seja aplicada a m_2, ao invés de m_1. Obtenha o módulo da força de contacto entre os corpos. (3,6 N)

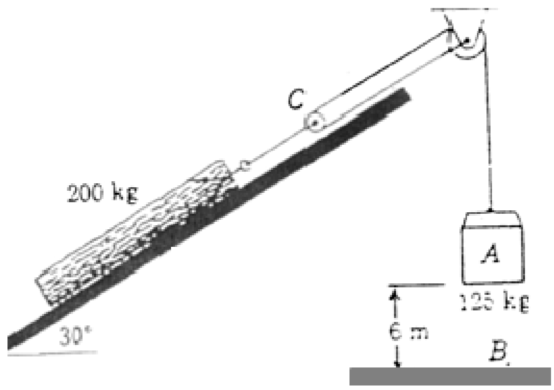


3.7. Um bloco de massa 0,2 kg sobe um plano inclinado que faz um ângulo de 30º com a horizontal. Se no início do plano inclinado tiver uma velocidade de 12 $m.s^{-1}$ e o coeficiente de atrito cinético for de 0,16, determine:
a) a altura a que o bloco sobe; (5,75 m)
b) qual a velocidade do bloco quando (e se) voltar a passar pela base do plano. (9,0 m/s)

3.8. A velocidade inicial de um bloco de 50 kg é de 5 m/s para a esquerda. Determine, para as duas situações ilustradas na figura, o instante *t* no qual o bloco tem velocidade nula. (3.06 s; 2.81 s)



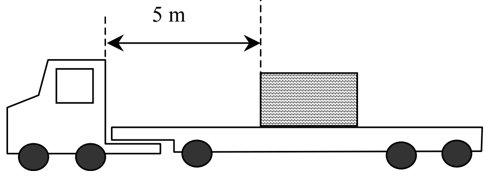
3.9. A figura representa um plano inclinado, sobre o qual se encontra um tronco de 200 kg, ligado a um bloco de 125 kg de massa. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é de 0.5. O movimento inicia-se a partir da posição indicada na figura, sendo desprezável a massa e o atrito nas roldanas. Tendo em atenção estas condições, determine:

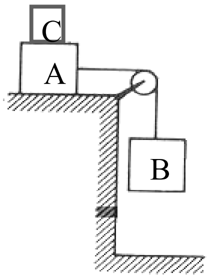


a) as acelerações dos movimentos do bloco e do tronco. ($a_T = 0.89$ m/s^2, $a_A = 1.78$ m/s^2)
b) as velocidades do bloco *A* e do tronco, no instante em que o bloco atinge o solo.
($v_T = 2.3$ m/s; $v_A = 4.6$ m/s)

3.10. Um ponto material de 2 kg de massa está sob a acção de uma força que, expressa em Newton, é dada por $\vec{F} = (8-6t)\hat{i} + (4-t^2)\hat{j} - (4+t)\hat{k}$. Sabendo que a velocidade do ponto material é $\vec{v} = 150\hat{i} + 100\hat{j} - 250\hat{k}$ (m/s) quando *t* = 0, determine:
a) o instante em que a aceleração do ponto material é paralela ao plano *Oyz*. (4/3 s)
b) a velocidade correspondente do ponto material. ($\vec{v} = 152.7\hat{i} + 102.3\hat{j} - 253.1\hat{k}$ m/s)

3.11. O coeficiente de atrito entre a carga e o reboque no camião indicado na figura é de 0.40. Viajando a 100 km/h, o motorista faz uma travagem de emergência e o camião desliza 90 m até parar. Determine a velocidade da carga em relação ao reboque quando ela atinge a borda da frente do reboque (suponha que a travagem é feita com aceleração constante). (1.92 m/s)





3.12. As massas dos corpos *A* e *B* na figura são, respectivamente, 10 kg e 5 kg. O coeficiente de atrito entre a mesa e o corpo *A* é de 0.20. Determine:
a) a massa mínima de C que impede o corpo *A* de se mover. (15 kg)
b) a aceleração do sistema se *C* for removido. (0.2 g.)

3.13. Um homem faz oscilar um balde cheio de água num plano vertical, numa circunferência de 0.75 m de raio. Qual a menor velocidade que o balde deverá ter no topo da circunferência para que não derrame a água? ($v \geq 2.71$ m/s)

3.14. Uma curva circular com 100 m de raio está projectada para tráfego que circule a 80 km/h.
a) Se a estrada não for inclinada qual o coeficiente de atrito necessário para impedir que os carros, a 80 km/h, saiam da estrada? (0.50)
b) Qual a inclinação em relação à horizontal que a estrada deveria ter se o coeficiente de atrito fosse de 0.25? (12.5º)

3.15. Uma partícula de poeira encontra-se sobre um disco e roda com ele a uma velocidade de 45 revoluções por minuto (rpm). Se a partícula estiver a 10 cm do eixo de rotação, determine:
a) a sua velocidade linear. (0.47 m/s)
b) o módulo da sua aceleração (2.2 m/s^2)
c) a força de atrito que actua sobre a partícula, se a sua massa for de 1.0g. (2.2x10^{-3} N)
d) o coeficiente de atrito entre a partícula de poeira e o disco, sabendo que a partícula só escorrega quando estiver a mais de 15 cm do eixo. (0.34)

3.16. Um prato de gira-discos roda a 33.5 rpm. Constatou-se que um pequeno objecto colocado sobre o prato fica em repouso em relação a ele se a distância ao centro for menor que 4 polegadas, mas escorrega se a distância for maior.
a) Qual o coeficiente de atrito estático entre o objecto e o prato? (0.128)
b) A que distância máxima do eixo o objecto pode ser colocado sem escorregar, se o prato girar a 45 rpm? (5.65 cm)

3.17. Uma pedra de 1 kg de massa está presa à extremidade de um cordão de 1 m de comprimento, cuja carga de ruptura é de 500 N; a pedra descreve uma circunferência horizontal sobre uma mesa sem atrito. A outra extremidade do cordão é mantida fixa. Determinar a velocidade máxima que a pedra pode atingir sem rebentar o cordão. (22.36 m/s)

3.18. Uma partícula de massa 3.2 kg move-se de oeste com uma velocidade de 6 m.s^{-1} interactuando com outra partícula de massa 1.6 kg que se move do norte com uma velocidade de 5 m.s^{-1}. Após 2 s a primeira partícula move-se na direção N 30º E com uma velocidade de 3 m.s^{-1}. Calcule:
a) a magnitude e direção da velocidade da outra partícula. (13.6 m/s; $\alpha = 48.6º$)
b) a quantidade de movimento total das duas partículas no inicio e após os 2 s. ($\vec{p} = 19.2\hat{i} - 8\hat{j}$ N.s)
c) a variação da quantidade de movimento de cada partícula. ($\Delta\vec{p}_1 = -14.4\hat{i} + 8.3\hat{j}$ N.s; $\Delta\vec{p}_2 = -\Delta\vec{p}_1$)

3.19. Qual é a força constante necessária para aumentar a quantidade de movimento de um corpo de 2300 kg.m.s^{-1} para 3000 kg.m.s^{-1} em 50 s? (14 N)

3.20. Um automóvel com uma massa de 1500 kg e uma velocidade inicial de 60 km.h^{-1}, trava com aceleração constante, e o carro pára em 1.2 min. Calcule a força aplicada ao carro. (- 347.2 N)

3.21. Qual o tempo que uma força de 80 N deve ser aplicada a um corpo de 12.5 kg, de forma a pará-lo, se a sua velocidade inicial for de 72 km.h^{-1} ? (3.125 s)

3.22. Um corpo com uma massa de 10 g cai de uma altura de 3 m sobre um monte de areia. O corpo penetra 3 cm na areia antes de parar. Qual a força que a areia exerceu sobre o corpo? (9.9 N)

3.23. Uma massa de 200 g move-se com velocidade constante $\vec{v} = 50\hat{i} \quad (\mathrm{cm.s^{-1}})$. Quando a massa se encontra em $\vec{r} = -10\hat{i}\ (\mathrm{cm})$, uma força constante $\vec{F} = -400\hat{i}\ (\mathrm{N})$ é aplicada ao corpo. Determine:

a) o tempo que a massa demora a parar. (2.5x10^{-4} s)

b) a posição da partícula no instante em que pára. (x = - 9.994 cm)