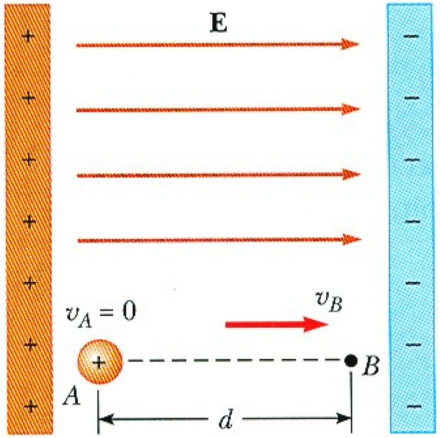
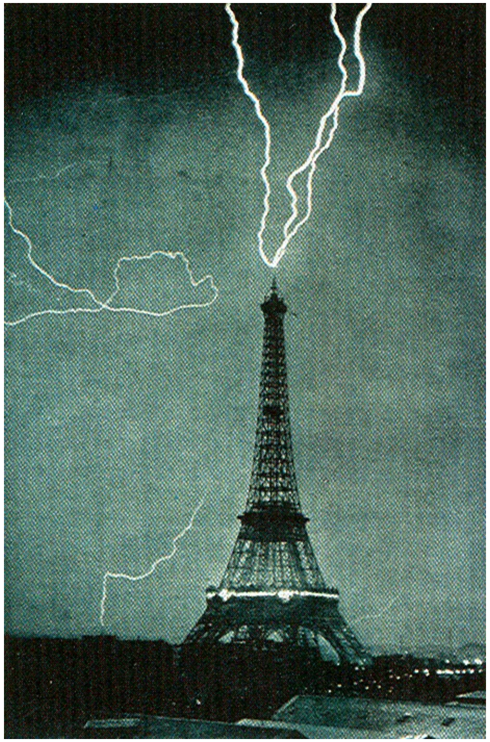
3. Potencial Eléctrico

Universidade do Minho





Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Forças conservativas ⇒ energia potencial

Exemplos: Força da gravidade, força elástica duma mola, <u>força electrostática</u> ...

<u>Potencial Eléctrico</u>
(grandeza escalar)
(grande valor prático)

Lei da conservação da energia

A voltagem (tensão eléctrica) que se mede entre dois pontos dum circuito eléctrico é a diferença do potencial eléctrico (d.d.p.) entre esses pontos.

Uma vez que a força electrostática dada pela lei de Coulomb é **<u>conservativa</u>**, podemos descrever os fenómenos electrostáticos em termos de uma **energia potencial**.

3.1. Diferença de Potencial e Potencial Eléctrico

- A força gravitacional é conservativa (Lei da gravitação universal)
- A força electrostática (Lei de Coulomb) tem a mesma forma, também é conservativa $\Rightarrow$ É possível definir uma função energia potencial associada a essa força.
- Para qualquer carga de prova $\mathbf{q_0}$ colocada num campo electrostático: $\vec{E}$

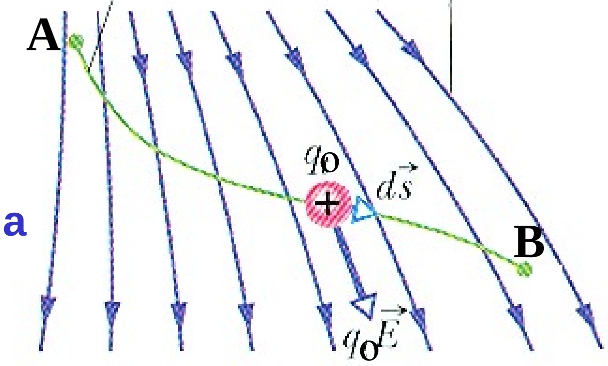
$$\boxed{\vec{F} = q_0 \vec{E}}$$

$\leftarrow$ Soma vectorial de todas as forças individuais $\Rightarrow$ conservativa.

- O **trabalho** feito pela força $q_0 \vec{E}$ é simétrico da variação da energia potencial de uma carga que deslocasse no campo $\vec{E}$ sobre acção de uma força externa

- O **trabalho efectuado pela força eléctrica** $q_0\vec{E}$, sobre a carga de prova, num deslocamento infinitesimal $d\vec{s}$ é:

$$\boxed{dW = \vec{F}\cdot d\vec{s} = q_0\vec{E}\cdot d\vec{s}}$$



- Por definição, o trabalho feito por uma **força conservativa** é igual ao simétrico da **variação da energia potencial** entre A e B, **dU**:

$$\boxed{dU = -q_0\vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

- No caso de um deslocamento finito de carga de prova, entre os pontos A e B, **a variação da energia potencial** é:

$$\boxed{\Delta U = U_B - U_A = -q_0\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

Integral de linha

Não depende do percurso seguido entre A e B

<u>Força Conservativa</u>

- Por definição, **a diferença de potencial (d.d.p.)**, $V_B - V_A$, entre os pontos **A** e **B** é igual à **variação da energia potencial** dividida pela carga de prova q_0.

$$\boxed{V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}} \quad (1)$$

- Diferença de potencial ≠ energia potencial.
- Proporcionais $\Delta U = q_0 . \Delta V$
- $\Delta U \rightarrow$ escalar $\Rightarrow \Delta V$ escalar

$$\boxed{\Delta U = -W = -\Delta K}$$

- ΔU = simétrico do trabalho (**W**) feito sobre a carga pela força eléctrica dessa carga, sendo também igual ao simétrico da variação da energia cinética (Δ**K**).

$\Rightarrow$ $V_B - V_A$ **=** ao trabalho, por unidade de carga, que uma força externa deve efectuar para deslocar uma carga de prova, no campo eléctrico, de A até B, sem alterar a variação da energia cinética (K) da carga**.**

- A equação (1) define somente a **diferença de potencial** $\Rightarrow$ somente as diferenças de **V** têm sentido.

- Por conveniência, a função **V** é tomada muitas vezes como nula num determinado ponto. Usualmente escolhemos um ponto no infinito (∞) como o ponto de **potencial nulo** $\Rightarrow$ Com essa escolha: O potencial eléctrico num ponto arbitrário é igual ao trabalho necessário, por unidade de carga, para trazer uma carga de prova positiva do infinito até o ponto considerado.

$V_A = 0$ no $\infty \Rightarrow$

$$\boxed{V_P = -\int_{\infty}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

Na realidade $\boldsymbol{V_P}$ representa a diferença de potencial entre P e um ponto no ∞.

- Diferença de potencial é uma medida de energia por unidade de carga (SI)

$$1 \text{ V (volt)} = 1 \text{ J/C}$$

- A diferença de potencial também tem as unidades de campo eléctrico vezes distância $\Rightarrow$ a **unidade SI de campo eléctrico** (N/C) também pode ser expressa como volt por metro:

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

- Unidade de energia usualmente usada em física atómica e nuclear é o electrão-volt [def.: energia que um electrão (ou um protão) adquire ao deslocar-se através de uma diferença de potencial de 1V].

$$1 \text{ eV} = 1{,}6\times10^{-19} \text{ C}\cdot\text{V} = 1{,}6\times10^{-19} \text{ J}$$

Exercício 1: Calcule a a diferença de potencial necessária para acelerar um electrão num feixe de um tubo de TV a partir do repouso, sabendo que a sua velocidade é de $5\text{x}10^7$ m/s.

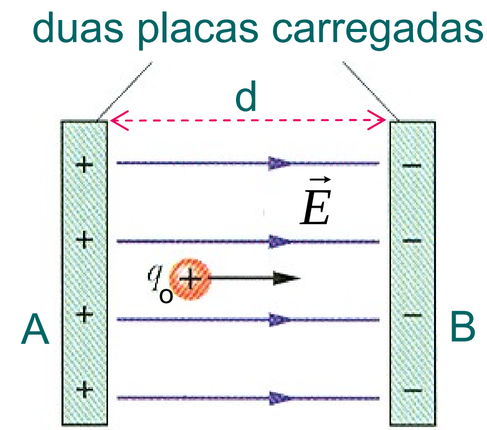
$$\Delta K = \tfrac{1}{2} m_e (v_f^2 - v_i^2) = 0{,}5\cdot 9{,}11\text{x}10^{-31} \cdot (5\text{x}10^7)^2 - 0 = 1{,}14\text{x}10^{-15} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \Delta U/q_e = -\Delta K/q_e = -7125 \text{ V}$$

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

3.2. Diferenças de Potencial num Campo Eléctrico Uniforme

- A **diferença de potencial** não depende da trajectória entre esses dois pontos; isto é, o trabalho de levar uma carga de prova (**q_0**), do **A** até **B**, é sempre o mesmo, ao longo de qualquer trajectória. ⇒ Um campo eléctrico uniforme, estático, é conservativo.



$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_A^B E\cdot\cos 0\cdot ds = -\int_A^B E ds$$

$$\Delta V = -E\int_A^B ds = -Ed$$

E = cte

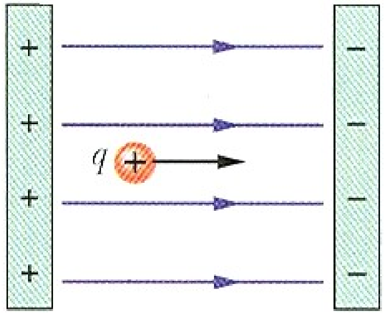
$V_B < V_A$

⇒Linhas do campo eléctrico apontam no sentido do potencial decrescente.

- Se uma carga de prova q_0 se deslocar de **A** para **B** $\Rightarrow$ a variação da sua energia potencial vai ser:

$$\boxed{\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 E d}$$

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = m\vec{a}$$

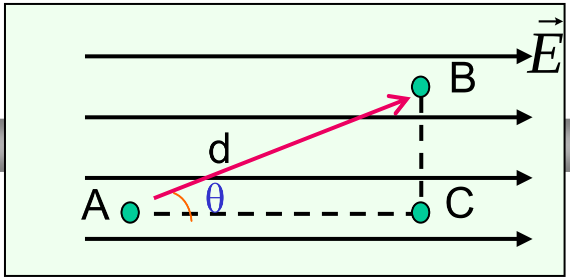


- Se $q_0 > 0$ $\Rightarrow$ $\Delta U < 0$ $\rightarrow$ Uma carga (+) perde energia potencial eléctrica quando se desloca na direcção e sentido do campo eléctrico.

$\Rightarrow$ q_0 é acelerada no sentido de $\vec{E}$ $\Rightarrow$ ganha energia cinética (K) e perde igual quantidade de energia potencial (U).

- Se $q_0 < 0$ $\Rightarrow$ $\Delta U > 0$ $\rightarrow$ Uma carga (-) ganha energia potencial eléctrica (U) quando se move na direcção do campo eléctrico, mas no sentido contrário ($\vec{a}$ tem direcção oposta à direcção do campo eléctrico).

$\Rightarrow$ Quando uma partícula carregada é acelerada, ela perde na realidade, energia, pela radiação de ondas electromagnéticas.



$V_B < V_A$
$V_B = V_C$

Caso geral:

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\int_A^B d\vec{s} = \vec{E}\cdot\vec{d} = E\cdot d\cdot\cos\theta$$

$$\Rightarrow \quad \Delta U = q_0\Delta V = -q_0\vec{E}\cdot\vec{d}$$

- Todos os pontos sobre um plano perpendicular a um campo eléctrico uniforme estão num mesmo potencial: B e C estão ao mesmo potencial

  $\Rightarrow$ **$V_B - V_A = V_C - V_A$**

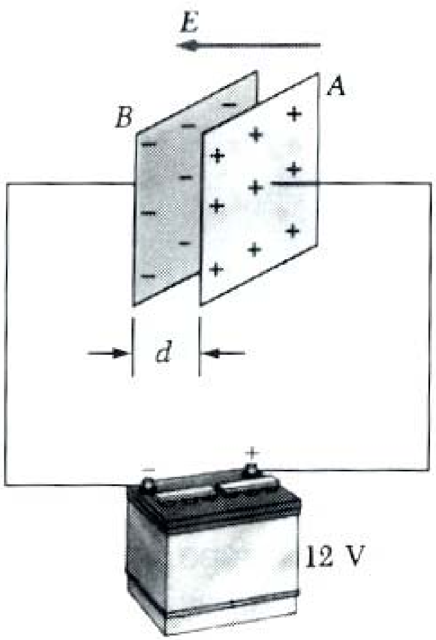
- **Superfície equipotencial** é qualquer superfície constituída por uma distribuição contínua de pontos que possuam o mesmo potencial.
- Sendo **$\Delta U = q_0 \cdot \Delta V$**, não há trabalho para se deslocar a carga de prova entre dois pontos sobre uma mesma superfície equipotencial.
- O ponto B está a um potencial inferior ao de A.

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Universidade do Minho

Exercício 2:

Uma bateria de 12 V está ligada a duas placas planas e paralelas, conforma a figura em baixo. A separação entre as placas é de 0,3 cm. Determine o módulo do campo eléctrico entre as placas, assumindo que é uniforme.



$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12}{0{,}003} = 4000\,(\mathrm{V/m})$$

<u>A placa positiva está a um potencial mais elevado que o da placa negativa</u>

Exercício 3:

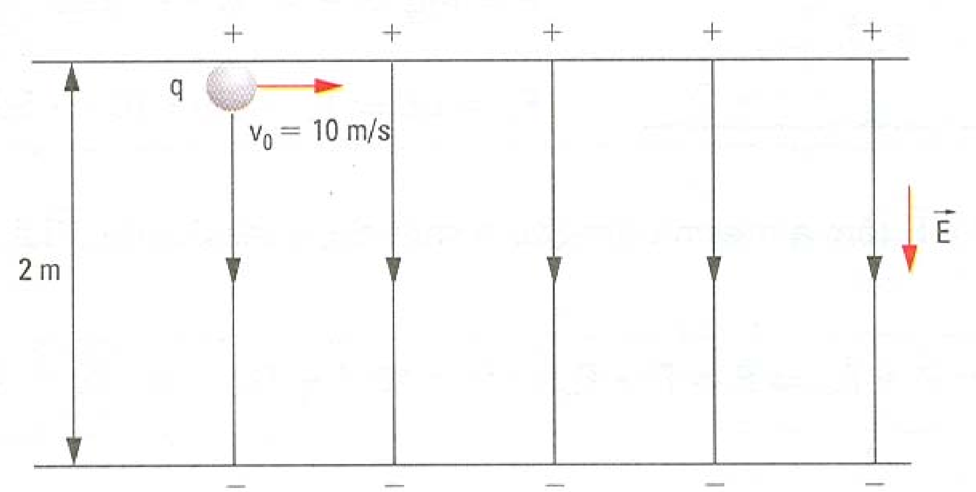
Entre as placas metálicas paralelas de dois condutores electrizados existe um campo eléctrico uniforme de intensidade E = 100 N/C. Uma partícula de carga q =10 μC e massa m=1 g penetra na região perpendicularmente às linhas de força do campo, com uma velocidade horizontal v_0 = 10 m/s, de acordo com a figura, atingindo, depois de certo tempo, a placa negativa. Admitindo que a única interacção sobre a partícula é eléctrica, determine:

a)a aceleração da partícula;

b)o intervalo de tempo que a partícula leva para ir de uma placa à outra;

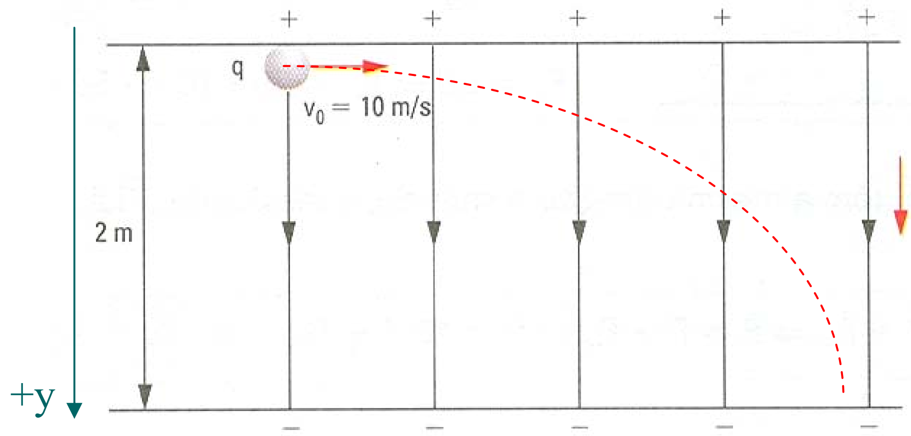
c)a energia cinética da partícula imediatamente antes de atingir a placa negativa;

d)o trabalho da força eléctrica no deslocamento da partícula de uma placa à outra.



Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Exercício 3: resolução



a) $\vec{F}_e = m\vec{a}$

$$\Leftrightarrow a = \frac{qE}{m} \Rightarrow \mathbf{a = 1\,m/s^2}$$

b) $$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot t^2 \Rightarrow \mathbf{t = 2\,s}$$

c) $$v_{fy} = v_{0y} + a_y t = 0 + 1\cdot 2 \Rightarrow v_{fy} = 2\text{ m/s}$$

$$v_f = \sqrt{v_{fx}^2 + v_{fy}^2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = 10{,}2\text{ m/s}$$

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow \mathbf{K_f} = 0{,}052\ \mathbf{J}$$

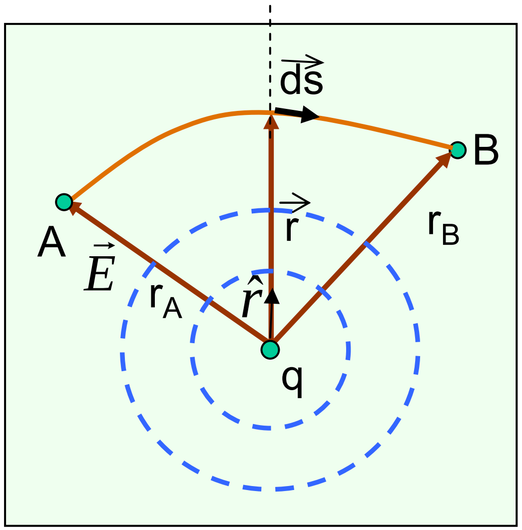
d) $$W_{+\to -} = qEd \Rightarrow \mathbf{W_{+\to -} = 2\,x\,10^{-3}\ \ J}$$ Experimente W= ΔK

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Universidade do Minho

- Carga pontual positiva isolada.

  $\vec{E}$ radial, para fora



Diferença de potencial na superfície entre A e B:

$$V_A - V_B = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = k\frac{q}{r^2}\hat{r} \cdot d\vec{s}$$?

$$\hat{r} \cdot d\vec{s} = 1 \cdot ds \cdot \cos\theta = dr$$ ($\theta \equiv$ ângulo entre $\hat{r}$ e $d\vec{s}$)

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

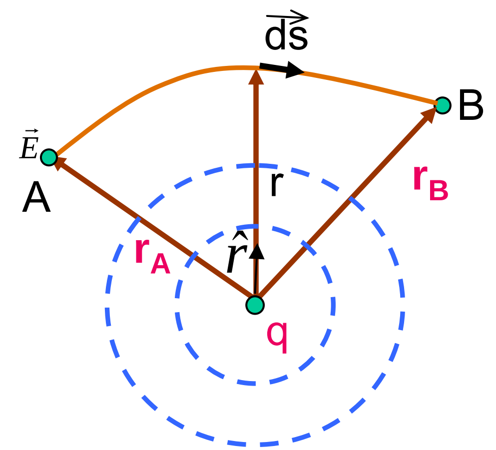
- ***ds·cos*θ** é a projecção de $d\vec{s}$ sobre $\vec{r}$ $\Rightarrow$ ***ds·cos*θ *= dr***

(qualquer deslocamento $d\vec{s}$ provoca uma variação ***dr*** no módulo de $\vec{r}$)

$$\vec{E}\cdot d\vec{s} = k\frac{q}{r^2}\hat{r}\cdot d\vec{s} = \left(k\frac{q}{r^2}\right)d\vec{r}$$

$$V_B - V_A = -\int E_r dr = -kq\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \left.\frac{kq}{r}\right|_{r_A}^{r_B}$$

$\vec{E}$



$$\boxed{V_B - V_A = kq\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]}$$

$$nota: \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$\Rightarrow$ $-\int_{r_A}^{r_B}\vec{E}\cdot d\vec{s}$ é independente da trajectória entre A e B, como deve ser.

- $V_B - V_A$ só depende das coordenadas radiais r_A e r_B
- É comum escolher como zero o potencial em $\mathbf{r_A = \infty}$

(naturalmente $V \propto \frac{1}{r_A}$; $r_A \to \infty \Rightarrow V \to 0$)

$\Rightarrow$ Com esta escolha, o potencial eléctrico de uma carga pontual, a uma distância $\vec{r}$ da carga, é:

$$\boxed{V = k\frac{q}{r}}$$

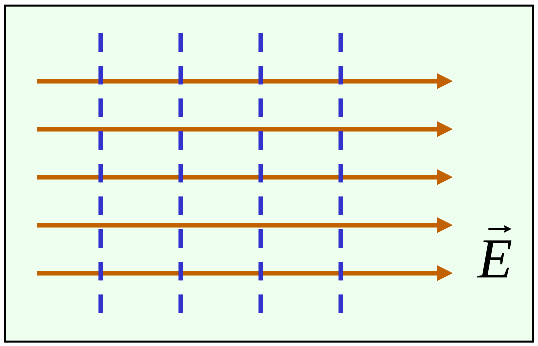
$\Rightarrow$ V é constante sobre uma superfície esférica de raio r. No caso de uma esfera, as **superfícies equipotenciais** são superfícies esféricas e concêntricas com a carga.

Recorde que uma Superfície equipotencial é perpendicular em cada ponto a uma linha do campo eléctrico. $\Delta V = -Ed$

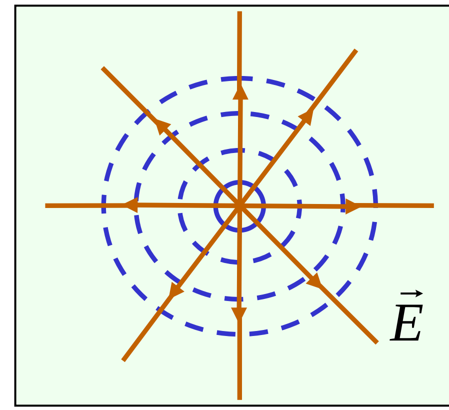
Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

$$\Delta V = -Ed$$

a



b



Superfícies equipotenciais (---) e linhas do campo eléctrico (→)

a campo eléctrico uniforme provocado por um plano ∞ carregado

b uma carga pontual

$$\boxed{V = k\frac{q}{r}}$$

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

- **Potencial eléctrico de duas ou mais cargas pontuais**

  $\Rightarrow$ **princípio da sobreposição**.

Potencial total em P: $$\boxed{V = k\sum_i \frac{q_i}{r_i}} \quad (1)$$

Onde tomamos V = 0 no ∞, e $\boldsymbol{r_i}$ é a distância do ponto ***P*** à carga $\boldsymbol{q_i}$

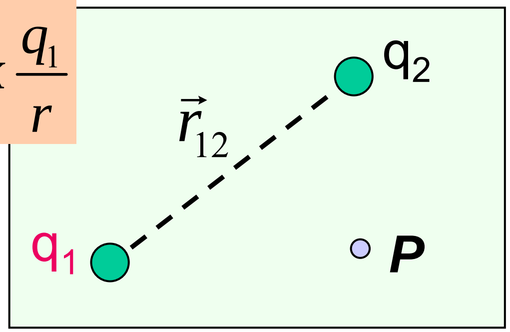
¡! (1) é uma soma algébrica de escalares $\Rightarrow$ é muito mais fácil calcular ***V*** do que calcular $\vec{E}$

Energia potencial de interacção de um par de partículas carregadas

V_1 = potencial da carga ***q_1*** no ***P*** $\Rightarrow$ o trabalho necessário para trazer ***q_2***, do ∞ até ***P***, sem aceleração, é dado por $|q_2 \cdot V_1|$

•Por definição, esse trabalho é o simétrico da variação da energia potencial, ***U***, do sistema de 2 partículas separadas por ***r_{12}***.

$$V_1 = k\frac{q_1}{r}$$



$$\boxed{U = q_2 V_1 = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

- q_1 e q_2 mesmo sinal $\Rightarrow$ **U > 0**

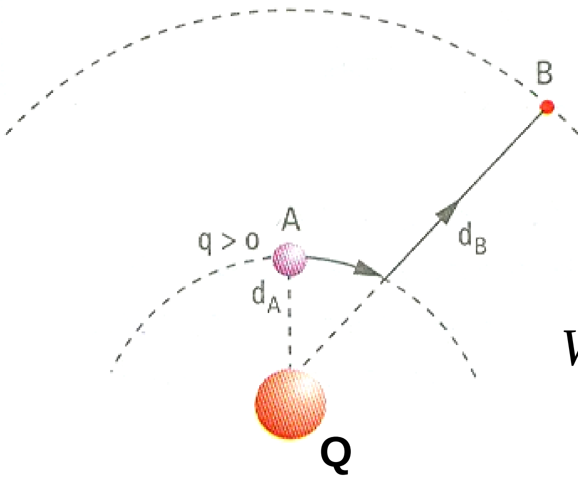
  q_1 e q_2 repelem-se e efectuou-se trabalho sobre o sistema para aproximar uma carga da outra (**W<0**).

- q_1 e q_2 sinais opostos $\Rightarrow$ **U < 0**

  q_1 e q_2 atraem-se e o sistema cede trabalho quando as cargas se aproximam (**W>0**).

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Exemplo: Trabalho realizado para levar a carga **q** de **A** para **B** na presença da carga **Q**

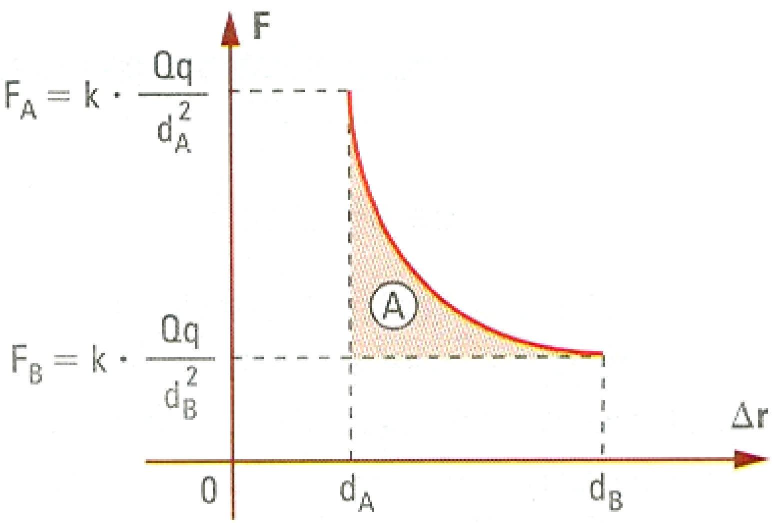


$$W_{F_{e(A\to B)}} = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$W_{F_e} = -\Delta U = -\left(U_f - U_i\right) = -\left(U_B - U_A\right)$$

$$W_{F_e} = U_A - U_B = qV_A - qV_B = k\cdot\frac{qQ}{d_A} - k\cdot\frac{qQ}{d_B}$$

$$W_{F_e} = q\cdot k\left(\frac{Q}{d_A} - \frac{Q}{d_B}\right)$$



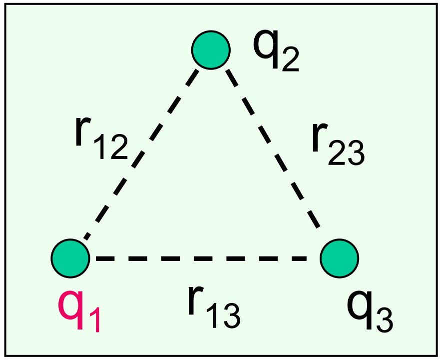
O **trabalho** realizado pode também ser calculado a partir da área **A** sob o gráfico da **Força** em função da **distância** à carga **Q**.

O trabalho realizado não depende da trajectória efectuada para ir de A para B, em virtude da força eléctrica ser **conservativa**.

Se o sistema tiver mais de duas partículas carregadas

Cálculo da energia potencial **U** para todos os pares de cargas

- Soma algébrica dos resultados.



Para 3 cargas, por exemplo, teremos a **energia potencial de interacção entre essas cargas**:

$$U = k\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

Interpretação: Suponhamos $\mathbf{q_1}$ fixa (numa posição dada) e $\mathbf{q_2}$ e $\mathbf{q_3}$ no ∞ .

Trabalho para trazer $\mathbf{q_2}$ do ∞ à sua posição na vizinhança de $\mathbf{q_1}$ é igual à energia potencial:

$$U = q_2 V_1 = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Trabalho para trazer $\mathbf{q_3}$ do ∞ à sua posição na vizinhança de $\mathbf{q_1}$ e $\mathbf{q_2}$ é igual à energia potencial:

$$U = q_3 V_1 + q_3 V_2 = k\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

Exercício 4:

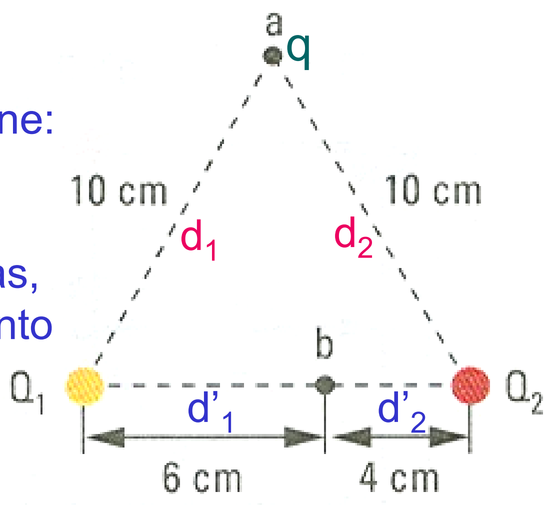
Universidade do Minho

Duas cargas pontuais, $Q_1 = 4x10^{-8}$ C e $Q_2 = -4x10^{-8}$ C, criam um campo eléctrico, como mostra a figura. Determine:

a) o potencial eléctrico total no ponto **a**;

b) o potencial eléctrico total no ponto **b**;

c) o trabalho realizado pela resultante das forças eléctricas, no deslocamento de uma carga q= $1x10^{-10}$ C, desde o ponto **a** até ao ponto **b**.



a) $$V_{a1} = \frac{kQ_1}{d_1} = 3,6x10^3 \text{ V} \qquad V_{a2} = \frac{kQ_2}{d_2} = -3,6x10^3 \text{ V}$$

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} \Rightarrow \mathbf{V_a = 0}$$

b) $$V_{b1} = \frac{kQ_1}{d'_1} \Rightarrow V_{b1} = 6x10^3 \text{ V} \qquad V_{b2} = \frac{kQ_2}{d'_2} \Rightarrow V_{b2} = -9x10^3 \text{ V}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} \Rightarrow \mathbf{V_b = -3x10^3 \ V}$$

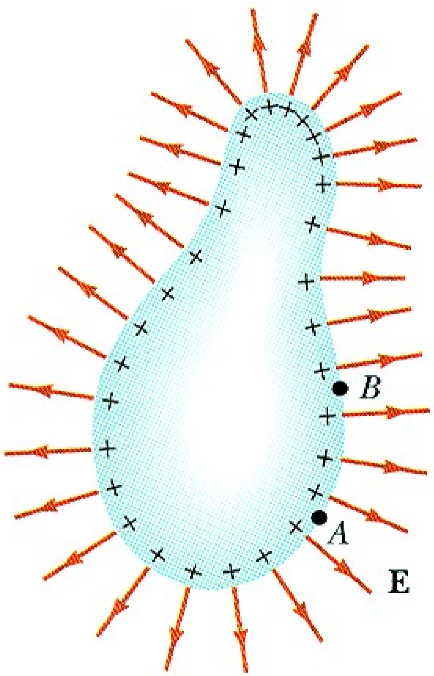
c) $$W_{a\to b} = -\Delta U = -q\Delta V_{AB} = -q\left(V_b - V_a\right) \Rightarrow \mathbf{W_{a\to b} = 3 \, x \, 10^{-7} \ J}$$

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

condutor em equilibro (resumo):

- Se tiver excesso de carga ela distribui-se na superfície externa.
- $\vec{E}$ no exterior é perpendicular à superfície.
- $\vec{E} = 0$ no interior do condutor.
- Todo ponto sobre a superfície dum condutor carregado, em equilíbrio, tem o mesmo potencial.



Sobre qualquer curva, na superfície: $\vec{E} \perp d\vec{s}$

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$$

$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0}$$ para todo A e B

⇒ **A superfície de qualquer condutor carregado, em equilíbrio, é uma superfície equipotencial.**

$\vec{E} = 0$ no interior ⇒ o potencial é constante ∀P no interior do condutor, é igual ao valor que tem na superfície do condutor.

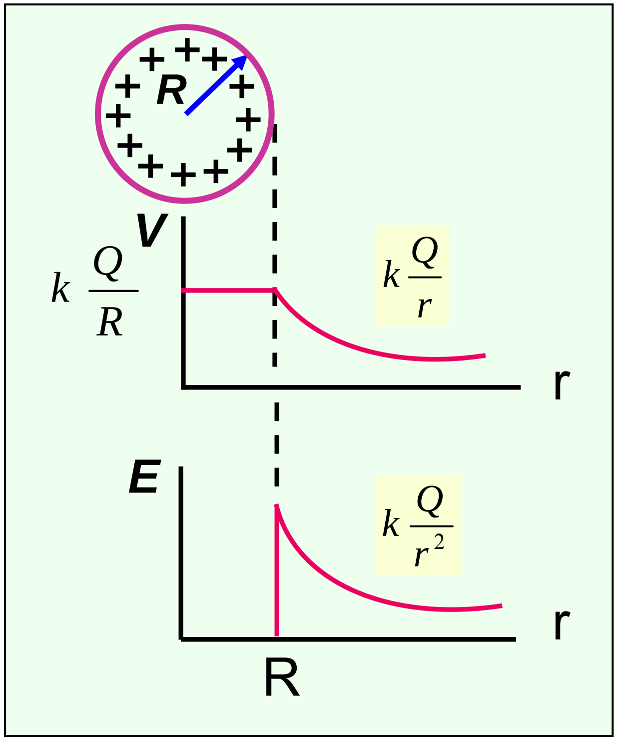
⇒ Não há trabalho para deslocar uma carga de prova do interior dum condutor carregado até a sua superfície.

- Esfera metálica maciça raio R, carga Q

$$E = k\frac{Q}{r^2}$$ r > R; E = 0 se r < R

$$V = k\frac{Q}{R}$$ $r \leq R \Rightarrow$ V=constante

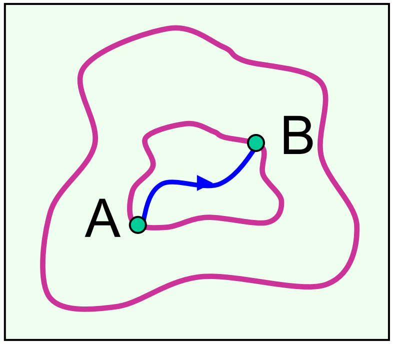
$$V = k\frac{Q}{r}$$ $r \geq R$; ($V = 0$ no ∞)



Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Universidade do Minho

Cavidade no Interior de um Condutor



- Não existem cargas no interior da cavidade.
- O campo eléctrico no interior da cavidade deve ser nulo, independentemente da distribuição da carga na superfície externa do condutor e mesmo que exista $\vec{E}$ no exterior do condutor.

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

V_B - V_A = 0 (todo ponto num condutor está ao mesmo potencial)

$$\boxed{\Rightarrow -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0}$$

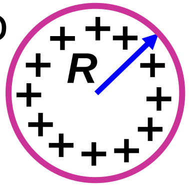
¡! Uma cavidade, envolta por paredes condutoras, é uma região livre de campos, desde que não haja cargas no interior da cavidade.

Aplicações: blindar circuitos electrónicos, laboratórios... contra campos externos.

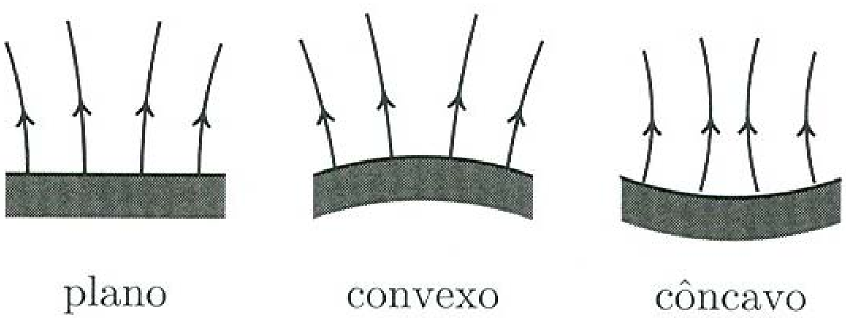
Densidade de Carga (σ)

Universidade do Minho

- σ uniforme num condutor esférico

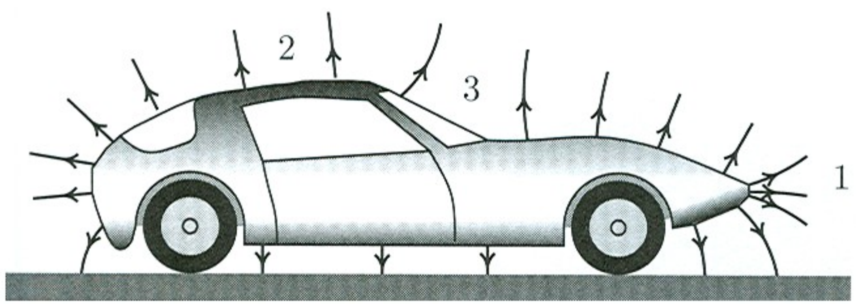


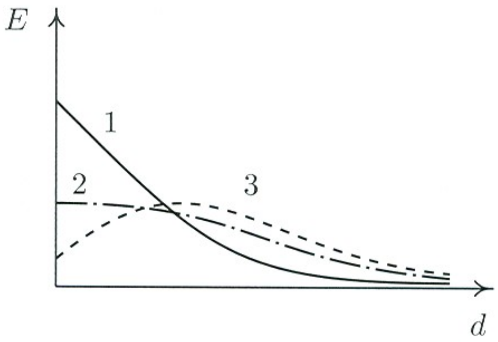
- Condutor não esférico ⇒
  - σ elevada onde o raio de curvatura for pequeno e a superfície convexa.
  - σ baixa onde o raio de curvatura for grande e a superfície côncava.



$\Rightarrow$Como $\left|\vec{E}\right| \propto \sigma$

- $\vec{E}$ grande nas vizinhanças dos pontos que têm curvatura convexa, com pequeno raio de curvatura, e atinge valores muito elevados nas vizinhanças de pontas agudas.





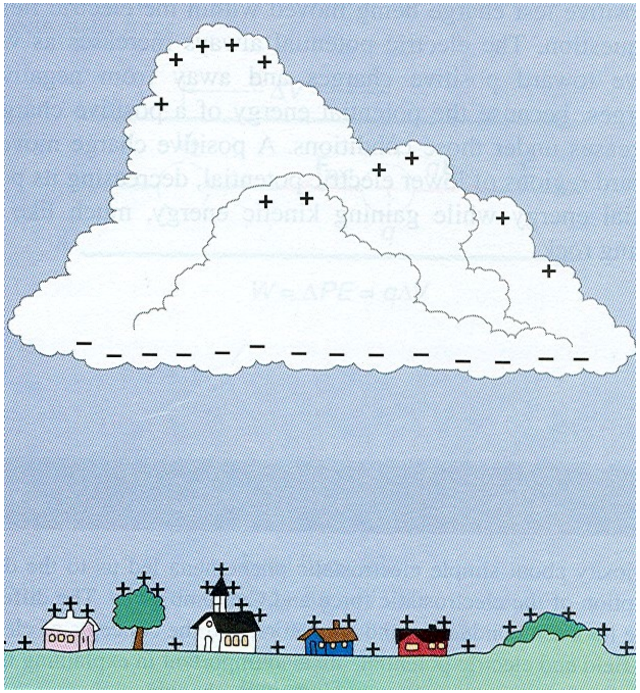
Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

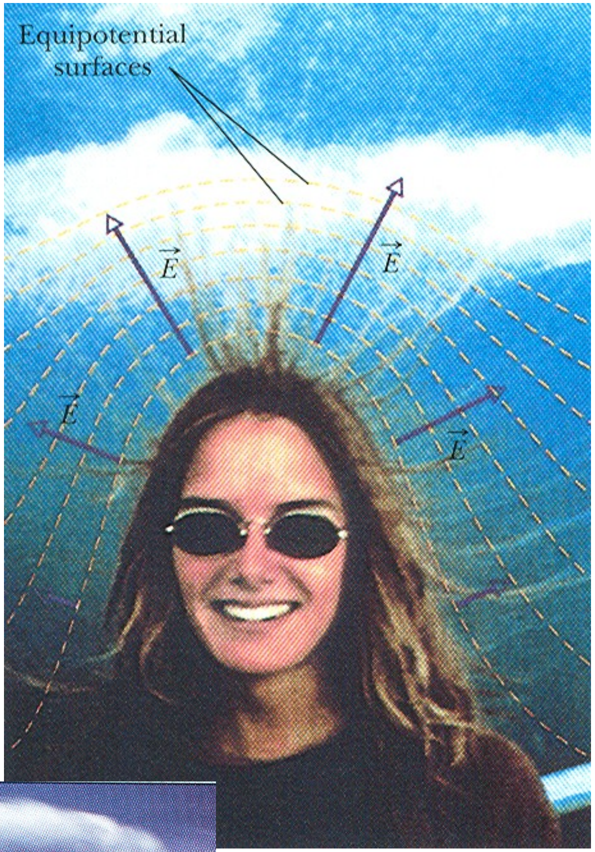
Universidade do Minho

Descarga em Coroa

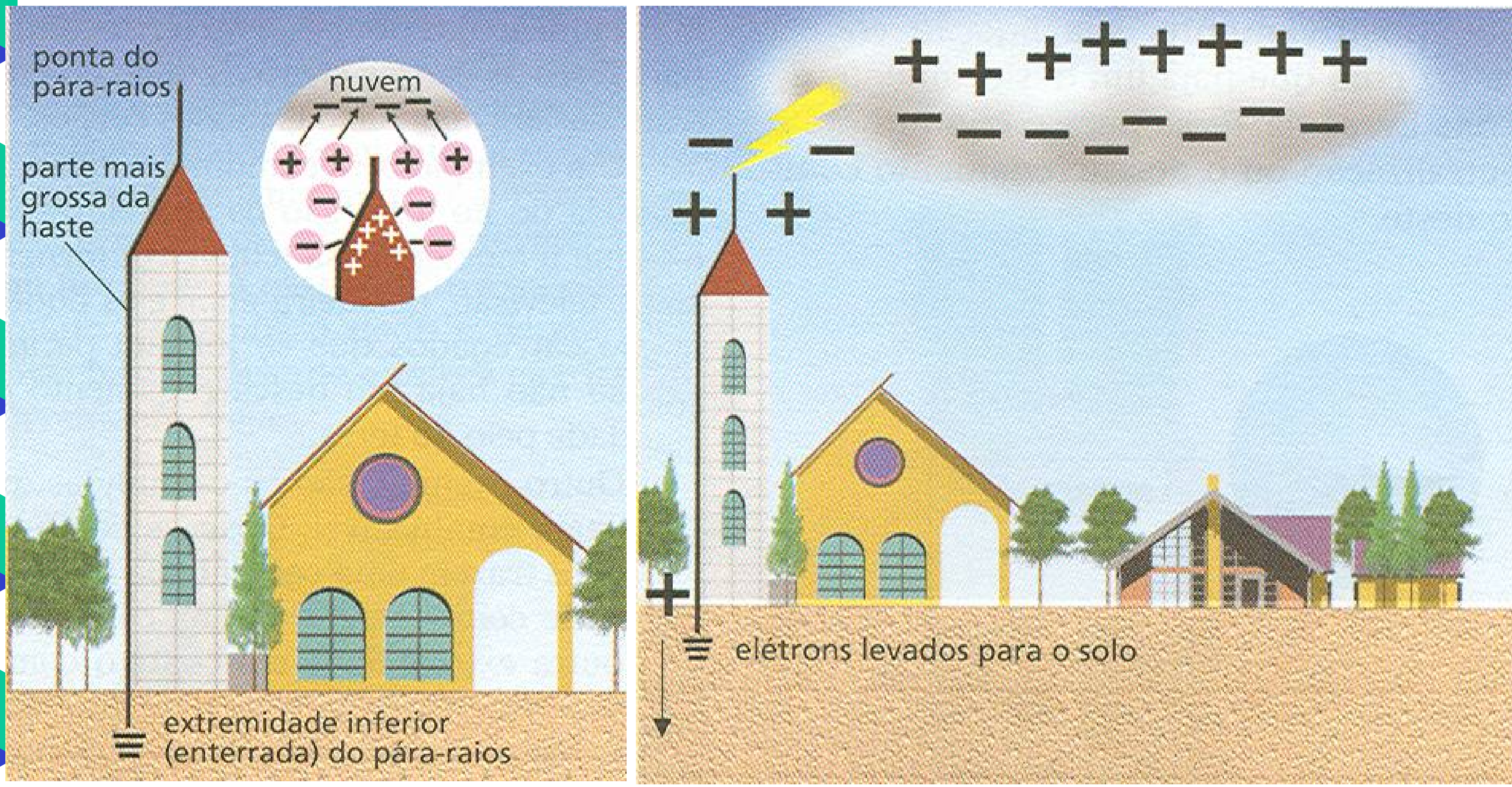
- Brilho azulado, visível a olho nu nas vizinhanças de pontas agudas de um condutor num potencial eléctrico elevado.
- O ar atmosférico torna-se condutor, em virtude da ionização das moléculas de ar nas regiões de campos eléctricos elevados.
- Em condições normais de T e P esse tipo de descarga acontece quando $E \approx 3\times10^6$ V/m ou mais.
- Condutor carregado $\Rightarrow$ atrai os iões de sinais opostos ao seu.
- Vizinhanças de pontas agudas $\Rightarrow$ campo muito elevado $\Rightarrow$ iões do ar acelerado a velocidades muito elevadas.
- Iões muito energéticos colidem com outras moléculas de ar $\Rightarrow$ produzem mais iões e elevam a condutividade eléctrica do ar.
- Descarga do condutor acompanhada, muitas vezes, por uma luminosidade azulada que envolve as pontas aguçadas.

As células e o sangue do corpo contêm agua salgada que funciona como um condutor. O óleo natural do cabelo também funciona como um condutor, daí que uma pessoa colocada num campo eléctrico muito forte pode funcionar como um condutor inicialmente descarregado.





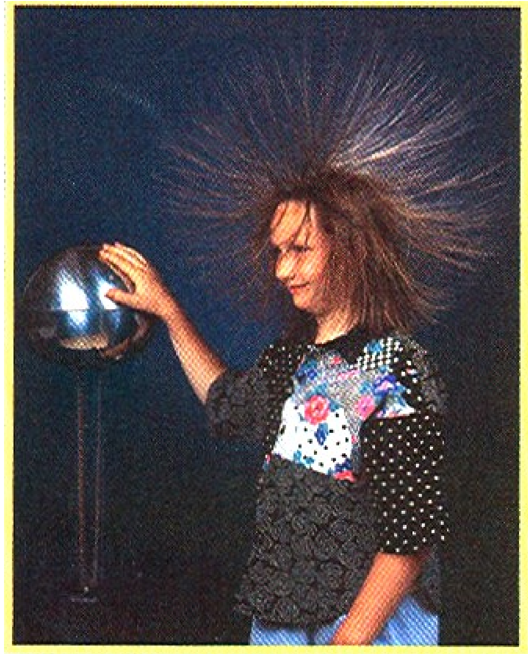
Efeito do pára-raios

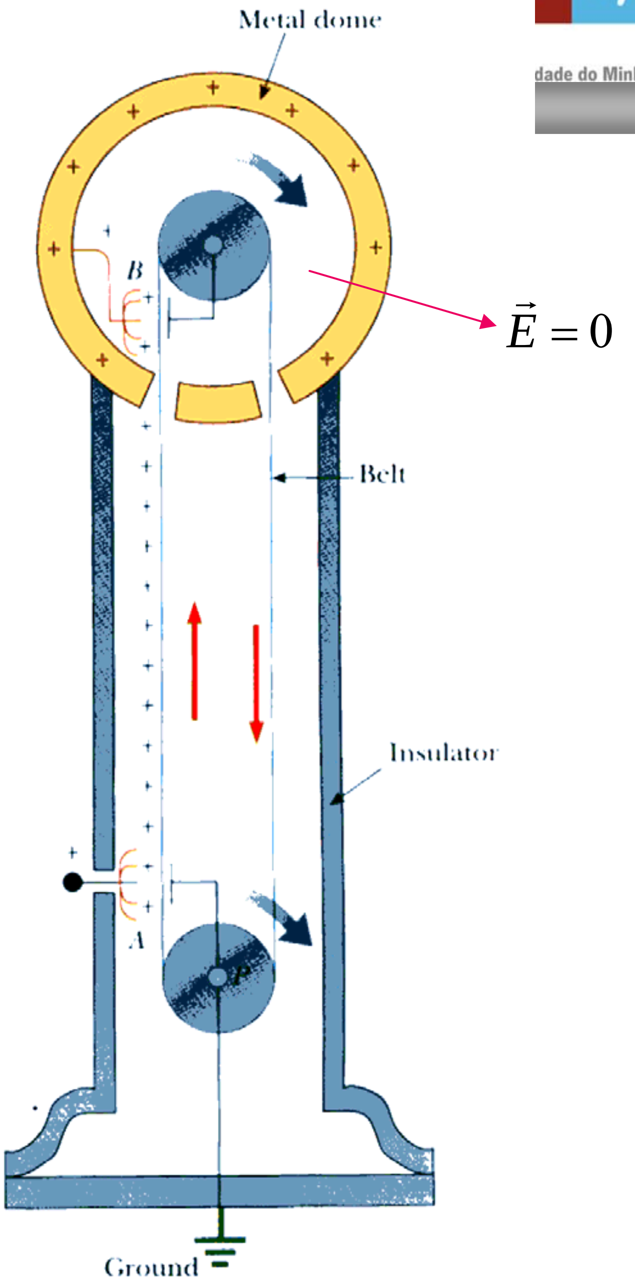


Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Gerador de Van de Graaff

Esquema de um gerador de Van de Graaff. A carga eléctrica é transferida para o condutor oco (de A para B) através de uma passadeira (correia móvel). É possível elevar o potencial do eléctrodo (condutor oco) até que ocorra uma descarga no ar. Sabendo que o potencial de rompimento do ar (rigidez dieléctrica) 3×10^6 V/m , uma esfera com um raio de 1 m pode ser elevada a 3×10^6 V.





Experiência de Millikan

Esta experiência, decorrida no princípio do sec. XX, possibilitou a determinação da carga elementar do electrão e natureza quantificada da carga eléctrica. Valeu-lhe o prémio Nobel da Física em 1923.