

**Continuidade de funções de várias variáveis**

1. Estude a continuidade da função f no seu domínio

$$\text{b) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{5x^2 - y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases},$$

$$\text{a) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x+1} & \text{se } x \neq -1 \\ 0 & \text{se } x = -1 \end{cases},$$

2. Determine o valor da constante k tal que a função g seja contínua em $(0, 0)$:

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} & \text{se } x^2 + y^2 \neq 0 \\ k & \text{se } x^2 + y^2 = 0 \end{cases}.$$

Derivadas parciais

3. Utilize a definição de derivada parcial para calcular $\frac{\partial f}{\partial x}(P)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(P)$, sabendo que:

$$\text{a) } f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}, P = (2, -1),$$

$$\text{b) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}, P = (0, 0)$$

4. Determine as derivadas parciais de primeira e segunda ordem das seguintes funções:

$$\text{a) } f(x, y) = x^3y + 7x^2 - 2y^3 - 1 \quad \text{b) } g(x, y) = \frac{3x + y^2}{7x + y}$$

$$\text{c) } m(x, y) = \sin(1 + e^{xy})$$

5. Tendo $z = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{3}}$, verifique se $3x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 3y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

6. Mostre que a função $v(x, t) = t^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x^2}{4kt}}$, $k \in \mathbf{R}$ satisfaz a equação de difusão $\frac{\partial v}{\partial t} = k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$