

Complementos de Análise Matemática B

MIECOM

Teste 4

Duração: 50 minutos

Nome: _____ N.º _____ Curso: _____

1. Considere-se o seguinte PVF: (1.75)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, \quad y(0) - y(1) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) - \frac{dy}{dx}(1) = 0.$$

Determinar os respectivos valores próprios e funções próprias, sabendo que a solução geral da EDO envolvida é:

$$\lambda = 0: y = c_1 + c_2 x,$$

$$\lambda < 0: y = c_1 \cosh(\sqrt{-\lambda}x) + c_2 \sinh(\sqrt{-\lambda}x) = k_1 e^{\sqrt{-\lambda}x} + k_2 e^{-\sqrt{-\lambda}x},$$

$$\lambda > 0: y = c_1 \cos(\sqrt{\lambda}x) + c_2 \sin(\sqrt{\lambda}x).$$

Nota: $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$, $\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$

2. Determinar a solução do problema (1.75)

$$u(x, t): \begin{cases} x u_t + u_x = 3x^2 u, & x > 0, t > 0, \\ u(0, t) = \cosh 2t. \end{cases}$$

Nota: Em alternativa pode-se determinar a solução do problema

$$u(x, t): \begin{cases} 3u_t + u_x = 3u, & x > 0, t > 0, \\ u(x, 0) = \sinh 2x, \end{cases}$$

mas nesse caso a cotação máxima da questão é 1.0 em vez de 1.75.

3. Considere-se a seguinte EDO: (0.50)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + \lambda y = 0.$$

Determinar a respectiva solução geral sabendo que λ é uma constante real.