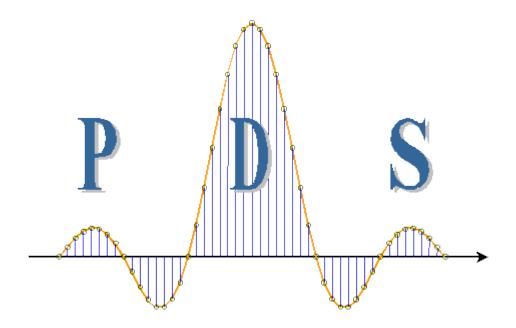


## Universidade do Minho

Escola de Engenharia



# Decimação

PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAL

João Leite A74721 MIEEIC 3º Ano

## Conteúdo

Índice de Figuras	2
Introdução	3
Fundamentos Teóricos	4
Análise ao Problema	6
Implementação	7
Testes e Reflexão sobre os Resultados	11
Teste com fator de subamostragem = 3	11
Teste com fator de subamostragem = 4	14
teste com fator de subamostragem = 5	18
Conclusão	21

## Índice de Figuras

Figura 1 - Modelo da Decimação	4
Figura 2 - Exemplo de Alteração Espectral	5
Figura 3 - Exemplo de Decimação	5
Figura 4 - Introdução do Fator	7
Figura 5 - Recolha do Sinal de Áudio	7
Figura 6 - Determinação dos Parâmetros do Filtro	8
Figura 7 - Criação do Filtro e Aplicação	8
Figura 8 - Janela com FFT dos Sinais	9
Figura 9 - Janela com Sinal Original e Filtrado	9
Figura 10 - Aplicação do "Downsample"	.10
Figura 11 - Filtro Criado	.12
Figura 12 - FFT dos Sinais	.12
Figura 13 - Sinal Original e Filtrado	.13
Figura 14 - Sinal Filtrado depois de "Downsample"	.14
Figura 15 - Filtro Criado	.15
Figura 16 - FFT dos Sinais	16
Figura 17 - Sinal Original e Filtrado	16
Figura 18 - Sinal Filtrado Depois de Downsample	.17
Figura 19 - Filtro Criado	.18
Figura 20 - FFT dos Sinais	.19
Figura 21 - Sinal Original e Filtrado	19
Figura 22 - Sinal Filtrado Depois de Downsample	.20

## Introdução

Este trabalho foi realizado no âmbito da unidade curricular de Processamento Digital de Sinal, sob a orientação do professor Carlos Lima com o intuito de permitir a diminuição da frequência de amostragem por meios digitais, evitando a ocorrência de "aliasing". Este procedimento de diminuição é designado por Decimação. Tem como objetivo a compactação do sinal, para que ocupe menos memória e exija menos cálculos para o seu procedimento.

Recorreu-se a MatLab e todo o processo de decimação foi sintetizado recorrendo a essa ferramenta.

Para um melhor entendimento do objetivo da realização deste trabalho prático, inicialmente, este relatório contêm uma explicação e consolidação de conceitos relevante ao trabalho, uma análise pormenorizada ao trabalho requerido e uma descrição da implementação bem como testes realizados para uma melhor reflexão sobre o realizado.

## **Fundamentos Teóricos**

Suponha-se que se tem uma versão amostrada de um sinal analógico que teve uma frequência de amostragem muito alta. A **decimação** pode ser muito útil nesta situação. Os dados podem ter sido amostrados por um sistema que tem uma frequência de amostragem fixa ou pode ser pertinente para o utilizador ver o espectro com o conteúdo do sinal em valores de frequências mais baixos que metade da frequência de amostragem. Por motivos de armazenamento ou por requisitos de largura de banda em tempo real, pode ser necessário baixar a **frequência de amostragem** do sinal.

Decimação é o processo de redução da frequência de amostragem por um fator inteiro, M. No caso de tempo discreto, considerando  $X_d$  o sinal que já sofreu decimação, pode-se considerar o seguinte teorema:

$$X_d(k) = X(Mk)$$

Pode ser explicado como um processo de 2 passos: primeiro, reduz-se as componentes do sinal com alta frequência através de um **filtro passa-baixo**; segundo, realiza-se "**Downsample**" no sinal filtrado.

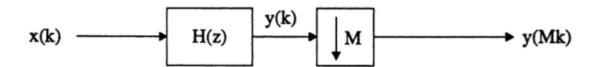


Figura 1 - Modelo da Decimação

O processo de "**Downsampling**" por si só causa que componentes de sinal de alta frequência sejam sobrepostos por outros dados. Este fenómeno é designado por "aliasing". Normalmente, a aplicação do filtro é realizada para suprimir este fenómeno garantidamente. Esse filtro pode ser designado por filtro anti-aliasing.

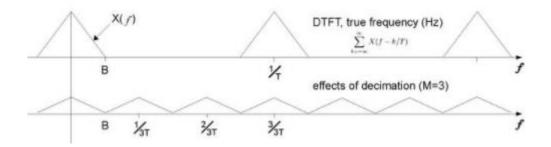


Figura 2 - Exemplo de Alteração Espectral

O gráfico de cima é um exemplo da distribuição periódica da frequência de um sinal amostrado. O gráfico de baixo é a nova distribuição que resulta quando o sinal é amostrado 3x mais devagar, ou seja, o sinal amostrado original é decimado por um fator de M = 3. A condição que assegura que as cópias do sinal não se sobrepõem umas às outras é:

$$B < 1/M + 1/2T$$

, onde T é o intervalo entre amostras, 1/T é a frequência de amostragem e 1/2T é o teorema de Nyquist. Isto é garantido enquanto que a frequência de corte for menor que 1/M \* Frequência de Nyquist.

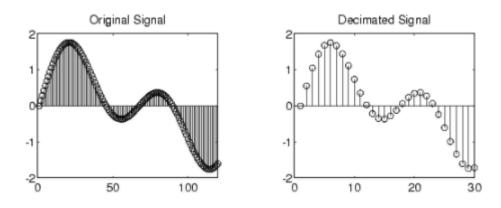


Figura 3 - Exemplo de Decimação

## Análise ao Problema

Como já descrito anteriormente, é necessário realizar uma decimação através de uma função que recebe como parâmetros de entrada um sinal de áudio amostrado a 8kHz e o fator de subamostragem. Esta função deve devolver um sinal amostrado a Fs/N.

Este trabalho deve ser implementado usando o programa MATLAB.

Quanto ao filtro passa-baixo, o atribuído foi o filtro Chebyshev (tipo 1 ou 2) com ripple na banda passante de 40 dB, ripple na banda de rejeição de 60dB e uma largura de banda de transição de 20% da banda passante.

Deve-se também chamar a função recursivamente para valores diferentes de N (ordem crescente) e verificar apenas o áudio para se poder identificar a perda sucessiva de conteúdo espectral do sinal.

## Implementação

De início, iniciou-se o programa por requisitar ao utilizador uma das entradas, o fator de Subamostragem. Como mencionado antes, este valor é uma das entradas da função mencionado no problema.

```
prompt = 'Fator de Sub-Amostragem:'; %Pedido do Fator Sub-Amostragem
x = input (prompt); %Introdução do Valor
```

Figura 4 - Introdução do Fator

De seguida, prosseguiu-se para o pedido da outra entrada da função. Esta entrada consiste num sinal de áudio de 3 segundos, o qual é transformada num array que contêm a data desse áudio e convertido por FFT para mais tarde ser comparado.

```
recorder = audiorecorder; %Criação do Objeto para Gravação
disp('Start speaking.')
recordblocking(recorder, 3);%Gravação por 3 segundos no Objeto
disp('End of Recording.')
play(recorder); %Reprodução do Objeto
pause(3);
y = getaudiodata(recorder); %Conversão do Objeto para um Array
fourier = fft(y); %FFT do Array para Futura Análise
```

Figura 5 - Recolha do Sinal de Áudio

Depois da obtenção do sinal e do fator de subamostragem, as nossas entradas, procedeu-se para a criação do filtro "anti-aliasing".

Definiu-se as varáveis que vão sintetizar o filtro. Traduzimos as especificações mencionadas na análise de problema e definimos um valor para a largura da Banda Passante porque não se identificou uma maneira de revelar um valor mais concreto para a criação do filtro.

Como se pode verificar na figura abaixo, definiu-se os valores das frequências de Banda Passante e Banda de Rejeição bem como os valores de ripple para as bandas. Definiu-se, também, o nosso período de amostragem.

Tendo já todos os valores fundamentais para a sintetização do filtro, recorreuse à função que devolve os parâmetros do filtro Chebyshev Tipo II. Deste modo, obteve-se a ordem e a frequência de corte do filtro, chamando a função com entradas

os valores das frequências já convertidas para os valores requeridos pela função e os valores de ripple das bandas.

```
fp = (1500/4000)*pi; %Valores de frequência considerando
fs = 0.2*fp + fp; %1500 como frequência de Banda Passante

pass_atenuation = 40; %Valores de Ripple
stop_atenuation = 60;

Ts = 1/8000; %Período de Amostragem

p_a = (2/Ts)*tan(fp/2); %Valores de W (rad/s)
p_s = (2/Ts)*tan(fs/2);
%Definição da Ordem e Frequência de Corte do Filtro
[n,Wn] = cheb2ord(p_a,p_s,pass_atenuation,stop_atenuation,'s');
```

Figura 6 - Determinação dos Parâmetros do Filtro

De seguida, criou-se uma função recursiva na qual podemos verificar as alterações recorrentes no sinal, à medida que se aumenta o valor de subamostragem até se atingir o valor introduzido.

Tendo já os parâmetros do filtro, procedeu-se à sua criação. Considera-se para uma frequência de corte inversamente proporcional à medida que o fator cresce para que, deste modo, se garanta a não existência de "aliasing" no sinal.

É reproduzido numa figura o filtro criado.

Procedeu-se à transformação bilinear do filtro, para que, recorrendo à função "filter", se possa passar o filtro no sinal introduzido inicialmente. Esta função necessita dos coeficientes do numerador e de denominador, obtidos através da transformação bilinear, e do array que contêm a data do sinal introduzido.

```
[b,a] = cheby2(n,stop_atenuation,Wn/i,'s'); %Criação do Filtro
[num,den] = bilinear(b,a,1/Ts); %T. Bilinear
freqz(num,den,8000)
title('Chebyshev Type I Lowpass Filter')
filtered_signal = filter(num,den,y); %Aplicação do Filtro no Sinal
fourier2 = fft(filtered_signal); %FFT do sinal filtrado
```

Figura 7 - Criação do Filtro e Aplicação

Depois, foi criada uma figura na qual podemos comparar as transformadas de Fourier do sinal de entrada e do sinal filtrado. Para se poder ilustrar num gráfico é preciso transformar em valor absoluto porque a função "fft" retorna os valores dos sinais em valor complexo.

```
figure(2) %Nova Janela
subplot(2,1,1)
plot(abs(fourier)); %Primeiro Gráfico com FFT do Sinal de Entrada
subplot(2,1,2)
plot(abs(fourier2)); %Segundo Gráfico com FFT do Sinal Filtrado
```

Figura 8 - Janela com FFT dos Sinais

De seguida, criou-se uma figura que revela os dois gráficos. Nesta figura, é possível comparar o espectro dos dois sinais, o de entrada e o filtrado.

```
figure(3) %Nova Janela
subplot(2,1,1)
plot(y) %Gráfico com Sinal de Entrada
title('Original Signal')
ylim;
subplot(2,1,2)
plot(filtered_signal) %Gráfico com Sinal Filtrado
title('Lowpass Filtered Signal')
ylim;
```

Figura 9 - Janela com Sinal Original e Filtrado

Por fim, procedeu-se ao "downsample" do sinal filtrado pelo fator de subamostragem, segundo passo no processo de decimação, como já foi mencionado anteriormente. Chama-se a função "downsample" e esta função recebe como parâmetros de entrada, o sinal filtrado e o fator de subamostragem.

Depois, cria-se uma figura e desenha-se o sinal filtrado, alterado por "downsample".

Para se reproduzir áudio, cria-se um objeto com o conteúdo do sinal filtrado com "downsample" amostrado pela frequência de amostragem a dividir pelo fator de subamostragem para que, deste modo, o sinal seja reproduzido no mesmo intervalo de tempo com que foi introduzido, ou seja, 3 segundos.

Figura 10 - Aplicação do "Downsample"

## Testes e Reflexão sobre os Resultados

Para testar o trabalho desenvolvido, realizaram-se 3 testes diferentes com diferentes áudios e diferentes fatores de subamostragem para se poder verificar diferentes resultados. Podia-se usar a ideia de ter um áudio pré-definido, já gravado e usar em todos os testes, mas, tentando cumprir o pedido no problema, resolveu-se usar diferentes áudios para os testes.

Em cada teste, ilustrou-se as diferentes janelas para uma melhor perceção dos efeitos que a decimação teve no sinal de entrada.

#### TESTE COM FATOR DE SUBAMOSTRAGEM = 3

Para o primeiro teste, entendeu-se a utilização de um fator de subamostragem de valor 3 e gravou-se um áudio durante 3 segundos, seguindo-se o devido processamento do áudio.

Na figura abaixo, pode-se ver o filtro criado. É clara a existência de ripple na banda de rejeição de aproximadamente 60 dB pelo que a escala não permite uma melhor análise. Consoante a frequência de corte definida inicialmente na parametrização do filtro, este filtro é gerado com uma frequência diferente, frequência calculada pela frequência de corte a dividir pelo fator de subamostragem. Esta sintetização permite a prevenção da ocorrência do fenómeno "aliasing".

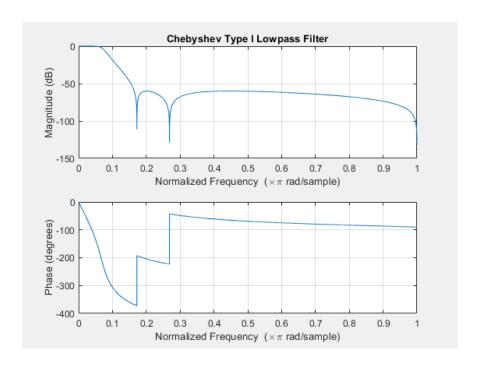


Figura 11 - Filtro Criado

Na figura abaixo, é possível observar a FFT do sinal de entrada e do sinal filtrado. Aqui pode-se verificar que, após a aplicação do filtro no sinal, se tem uma melhor perceção do conteúdo que foi filtrado e aquele que permaneceu no sinal. Daqui, verifica-se a correta aplicação do filtro no sinal.

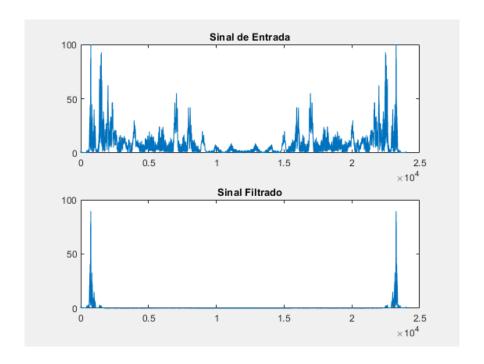


Figura 12 - FFT dos Sinais

Na figura abaixo, pode-se identificar os espectros do sinal de entrada e do sinal filtrado. É de salientar a escala diferente no eixo dos y. Com a diferente escala de um espectro para o outro, pode-se identificar o efeito da atenuação do filtro porque no espectro do sinal de entrada é evidente um valor de amplitude de sinal superior relativamente ao espectro do sinal filtrado.

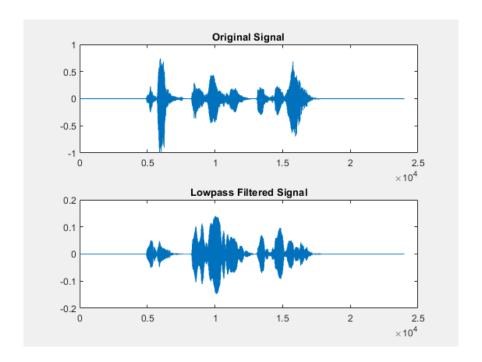


Figura 13 - Sinal Original e Filtrado

Na figura abaixo, tem-se uma melhor perceção do sinal filtrado. Através da escala do eixo dos yys, verifica-se uma redução na amplitude do sinal filtrado significativa.

Sendo que o sinal passa por um processo de "Downsample" em que o fator de subamostragem é de 3, pode-se verificar a ocorrência correta desse fenómeno. Como o sinal contêm 3 segundos e é amostrado a 8000 Hz, o número total de amostras do sinal é de 24000. Quando passa pelo "Downsample" com fator de subamostragem igual a 3, o número de amostra passa para 1/3 do número total de amostras, daí que no gráfico, o limite no eixo dos xxs seja exatamente 8000.

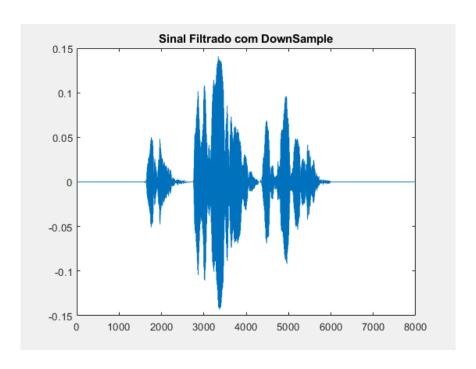


Figura 14 - Sinal Filtrado depois de "Downsample"

Quanto ao áudio que se retorna no programa, o sinal filtrado depois de "Downsample" é transmitido com uma frequência de amostragem de 1/3 da frequência de amostragem com que foi recolhido. Deste modo, permite-se que o sinal depois de "Downsample" seja exatamente também em 3 segundos como o sinal de entrada.

Verifica-se que o áudio transmitido torna-se mais "abafado" e mais impercetível à medida que o fator de subamostragem vai incrementando de 1 até ao valor introduzido inicialmente, como requerido pelo problema.

#### TESTE COM FATOR DE SUBAMOSTRAGEM = 4

Para o segundo teste, entendeu-se a utilização de um fator de subamostragem de valor 4 e gravou-se um áudio durante 3 segundos, seguindo-se o devido processamento do áudio.

Na figura abaixo, pode-se ver o filtro criado. É clara a existência de ripple na banda de rejeição de aproximadamente 60 dB pelo que a escala não permite uma melhor análise. Consoante a frequência de corte definida inicialmente na parametrização do filtro, este filtro é gerado com uma frequência diferente,

frequência calculada pela frequência de corte a dividir pelo fator de subamostragem. Esta sintetização permite a prevenção da ocorrência do fenómeno "aliasing".

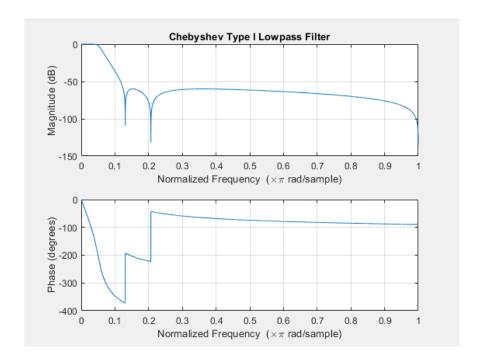


Figura 15 - Filtro Criado

Na figura abaixo, é possível observar a FFT do sinal de entrada e do sinal filtrado. Aqui pode-se verificar que, após a aplicação do filtro no sinal, se tem uma melhor perceção do conteúdo que foi filtrado e aquele que permaneceu no sinal. Daqui, verifica-se a correta aplicação do filtro no sinal.

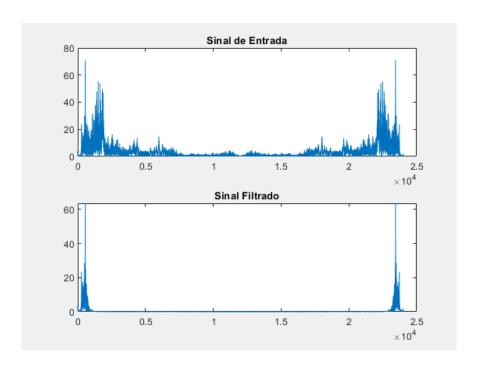


Figura 16 - FFT dos Sinais

Na figura abaixo, pode-se identificar os espectros do sinal de entrada e do sinal filtrado. É de salientar a escala diferente no eixo dos y. Com a diferente escala de um espectro para o outro, pode-se identificar o efeito da atenuação do filtro porque no espectro do sinal de entrada é evidente um valor de amplitude de sinal superior relativamente ao espectro do sinal filtrado.

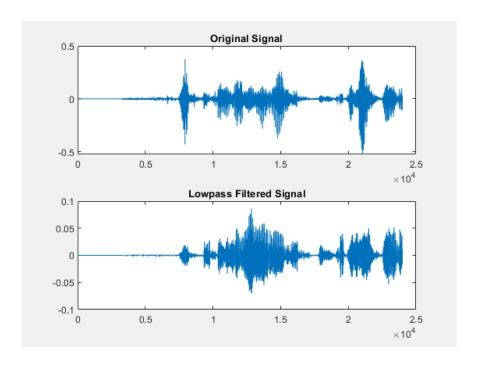


Figura 17 - Sinal Original e Filtrado

Na figura abaixo, tem-se uma melhor perceção do sinal filtrado. Através da escala do eixo dos yys, verifica-se uma redução na amplitude do sinal filtrado significativa.

Sendo que o sinal passa por um processo de "Downsample" em que o fator de subamostragem é de 4, pode-se verificar a ocorrência correta desse fenómeno. Como o sinal contêm 3 segundos e é amostrado a 8000 Hz, o número total de amostras do sinal é de 24000. Quando passa pelo "Downsample" com fator de subamostragem igual a 4, o número de amostra passa para 1/4 do número total de amostras, daí que no gráfico, o limite no eixo dos xxs seja exatamente 6000.

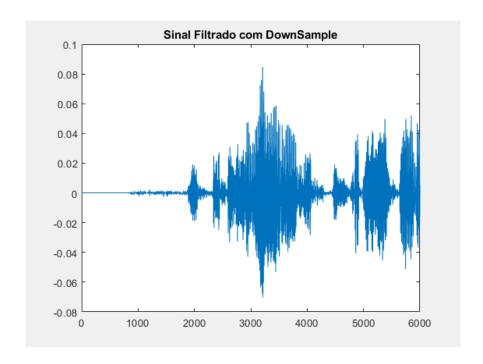


Figura 18 - Sinal Filtrado Depois de Downsample

Quanto ao áudio que se retorna no programa, o sinal filtrado depois de "Downsample" é transmitido com uma frequência de amostragem de 1/4 da frequência de amostragem com que foi recolhido. Deste modo, permite-se que o sinal depois de "Downsample" seja exatamente também em 3 segundos como o sinal de entrada.

Verifica-se que o áudio transmitido torna-se mais "abafado" e mais impercetível à medida que o fator de subamostragem vai incrementando de 1 até ao valor introduzido inicialmente, como requerido pelo problema.

#### TESTE COM FATOR DE SUBAMOSTRAGEM = 5

Para o terceiro teste, entendeu-se a utilização de um fator de subamostragem de valor 5 e gravou-se um áudio durante 3 segundos, seguindo-se o devido processamento do áudio.

Na figura abaixo, pode-se ver o filtro criado. É clara a existência de ripple na banda de rejeição de aproximadamente 60 dB pelo que a escala não permite uma melhor análise. Consoante a frequência de corte definida inicialmente na parametrização do filtro, este filtro é gerado com uma frequência diferente, frequência calculada pela frequência de corte a dividir pelo fator de subamostragem. Esta sintetização permite a prevenção da ocorrência do fenómeno "aliasing".

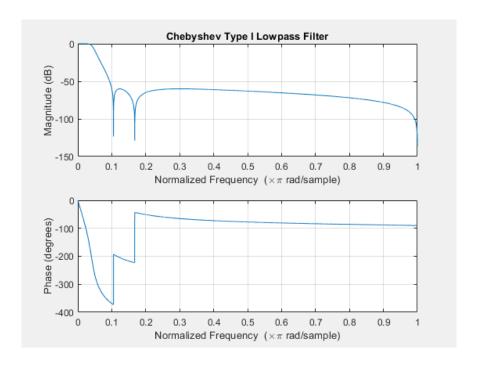


Figura 19 - Filtro Criado

Na figura abaixo, é possível observar a FFT do sinal de entrada e do sinal filtrado. Aqui pode-se verificar que, após a aplicação do filtro no sinal, se tem uma melhor perceção do conteúdo que foi filtrado e aquele que permaneceu no sinal. Daqui, verifica-se a correta aplicação do filtro no sinal.

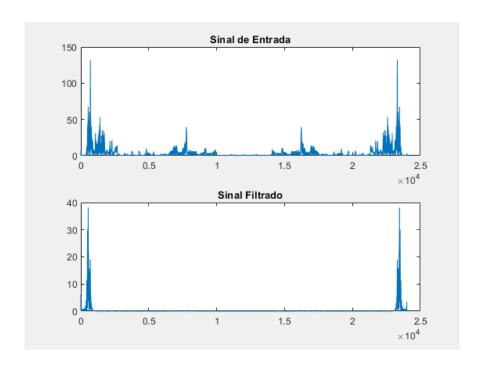


Figura 20 - FFT dos Sinais

Na figura abaixo, pode-se identificar os espectros do sinal de entrada e do sinal filtrado. É de salientar a escala diferente no eixo dos y. Com a diferente escala de um espectro para o outro, pode-se identificar o efeito da atenuação do filtro porque no espectro do sinal de entrada é evidente um valor de amplitude de sinal superior relativamente ao espectro do sinal filtrado.

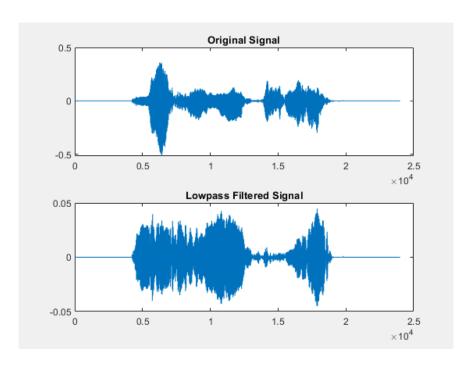


Figura 21 - Sinal Original e Filtrado

Na figura abaixo, tem-se uma melhor perceção do sinal filtrado. Através da escala do eixo dos yys, verifica-se uma redução na amplitude do sinal filtrado significativa.

Sendo que o sinal passa por um processo de "Downsample" em que o fator de subamostragem é de 5, pode-se verificar a ocorrência correta desse fenómeno. Como o sinal contêm 3 segundos e é amostrado a 8000 Hz, o número total de amostras do sinal é de 24000. Quando passa pelo "Downsample" com fator de subamostragem igual a 5, o número de amostra passa para 1/5 do número total de amostras, daí que no gráfico, o limite no eixo dos xxs seja exatamente 4800.

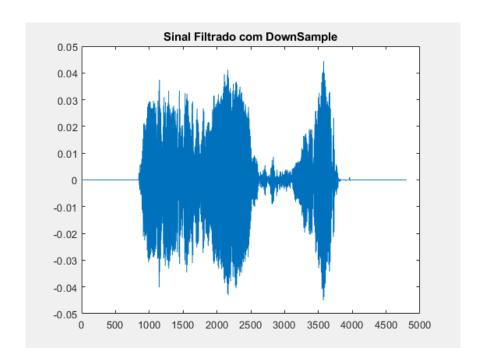


Figura 22 - Sinal Filtrado Depois de Downsample

Quanto ao áudio que se retorna no programa, o sinal filtrado depois de "Downsample" é transmitido com uma frequência de amostragem de 1/5 da frequência de amostragem com que foi recolhido. Deste modo, permite-se que o sinal depois de "Downsample" seja exatamente também em 3 segundos como o sinal de entrada.

Verifica-se que o áudio transmitido torna-se mais "abafado" e mais impercetível à medida que o fator de subamostragem vai incrementando de 1 até ao valor introduzido inicialmente, como requerido pelo problema.

## Conclusão

Através da realização deste trabalho foi possível consolidar, de uma forma geral, todos os conhecimentos, em particular da ferramenta de desenvolvimento (*Matlab*), abordados nas aulas da unidade curricular de Processamento Digital de Sinal.

Assim, após a realização de todos os testes ao algoritmo desenvolvido, pode ser observado de uma melhor forma o seu funcionamento, consoante a gravação efetuada, previamente. Podendo-se, então, retirar as seguintes conclusões associados aos 2 passos que complementam a decimação:

- Quanto ao filtro, pode-se concluir que aquando da gravação do sinal, este é
  guardado no array com ruído e certos sons que não correspondem àquilo que
  se pretende gravar. A utilização do filtro neste array (som gravado) permite
  limpar todo aquele som que não é pertinente guardar como ruídos. Só com a
  utilização do filtro é possível verificar-se uma melhor clareza do som que foi
  gravado.
- Quanto ao "Downsampling", à medida que o fator de subamostragem aumenta, pode-se verificar uma maior perda de valores no array, resultando assim na perda de informação do som gravado.
- No caso de aplicar o fator de subamostragem tanto no filtro como no "downsampling", verifica-se que, com o aumento do fator de subamostragem, existem 2 alterações mais notórias no sinal introduzido. Estas alterações são a diminuição da amplitude do sinal devido ao filtro gerado e a perda de informação no sinal gerado devido ao "Downsampling". Daí que, ao se ouvir o som final gerado, se verifique um som mais abafado e pouco compreensível no ouvido humano.