

# Processamento Digital de Sinal

## Teste 3 2011-2012

1. Considere um sinal discreto aleatório  $x[n]$  e a estimativa da sequência de autocorrelação dada por:

$$C_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n) \cdot x^*(n+m)$$

- a) Sabendo que quando  $N \gg |m|$  a variância deste estimador é dada por

$$\text{var}[C_{xx}(m)] \approx \frac{1}{N} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [\phi_{xx}^2(r) + \phi_{xx}(r-m) + \phi_{xx}(r+m)]$$

como o classifica relativamente à consistência? Justifique.

- b) Mostre que o valor médio do periodograma é dado por:

$$E[I_N(\Omega)] = \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \frac{N-|m|}{N} \phi_{xx}(m) e^{-j\Omega m}$$

- c) Mostre que o valor médio do periodograma está relacionado com a densidade espectral de potência por

$$E[I_N(\Omega)] = P_{xx}(\Omega) \cdot \frac{1}{N} \left( \frac{\sin\left(\Omega \frac{N}{2}\right)}{\sin \frac{\Omega}{2}} \right)^2$$

- d) Enuncie e justifique o método de Bartlett para a estimação da densidade espectral de potência. Mostre que este método diminui a resolução espectral. Proponha uma alteração ao método que não apresente esta desvantagem. Em sua opinião este aumento de resolução espectral é efetivo? Justifique.

2. Considere um sistema discreto LTI caracterizado pela função de transferência

$$H(z) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

e ao qual é aplicado um sinal ruído branco de média nula.

- a) Explique o que entende por um sinal ruído branco. Caracterize-o em termos de densidade espectral de potência e sequência de autocorrelação. Justifique.

- b) Dos métodos de estimação espectral que conhece qual o mais indicado para estimar a densidade espectral de potência do processo de saída? Justifique.
- c) Mostre que a autocorrelação do sinal de saída é dada por

$$\varphi_{xx}(m) = \sum_{k=1}^N a_k \varphi_{xx}(|m-k|)$$

- d) Considere que dispõe de uma amostra do sinal de saída de 5 pontos  $\{1, -1, 1, 0, -1\}$ . Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para  $-4 \leq m \leq 4$ .
- e) Determine o erro do preditor.
- f) Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para  $m > 4$  e  $m < 9$ .
- g) Determine o espectro de máxima entropia do sinal de saída do sistema.

3. Suponha o caso da detecção da direcção de fontes radiantes ou puras superfícies reflectoras através de um agregado linear e uniforme de sensores.

- a) Diga o que entende por DSFT. Compare qualitativamente este método com o método da decomposição da matriz correlação espacial dos dados em valores singulares (SVD) para a detecção da direcção de chegada? Justifique.
- b) Um dos algoritmos de DoA mais usado é o MUSIC. Descreva convenientemente o algoritmo. Justifique todas as suas afirmações.
- c) Suponha um sistema de comunicações móveis onde o sinal chega à antena receptora degradado por 2 ecos. Suponha que o ângulo de chegada do sinal directo é  $\theta$  sendo os ângulos de chegada das reflexões respectivamente  $\theta_1$  e  $\theta_2$  relativamente à perpendicular ao eixo do agregado. Desenhe o diagrama de blocos com o n.º mínimo de elementos espaçados de  $\lambda/4$  e escreva neste caso um conjunto de equações lineares que lhe permitam determinar as amplitudes dos sinais provenientes de cada elemento do agregado necessárias para garantir a aniquilação das réplicas. Justifique os cálculos que efectuar.
- d) Que alterações efectuar no agregado se pretendesse servir 2 utilizadores em vez de um só admitindo que o 2.º utilizador apresenta apenas um caminho alternativo (eco) em vez de 2. Justifique.