

---

Folha 4A – Primitivas de funções racionais e por substituição

1. Determine as primitivas das seguintes funções racionais:

(a)  $f(x) = \frac{1}{2(x-1)(x+3)}$  ;

(b)  $f(x) = \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x}$  ;

(c)  $f(x) = \frac{x+1}{x(x-1)^2}$  ;

(d)  $f(x) = \frac{x}{(x^2+1)(x-1)^2}$  .

2. Determine as seguintes primitivas, usando a substituição indicada em cada caso:

(a)  $P\left(\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ , fazendo  $x = \sin t$ ;

(b)  $P\left(x(x+3)^{1/3}\right)$ , fazendo  $x+3 = t^3$ ;

(c)  $P\left(\frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt[3]{x}}\right)$ , fazendo  $x = t^6$ ;

(d)  $P\left(\frac{3^x}{3^{2x} - 3^x - 2}\right)$ , fazendo  $3^x = t$ .

Utilize a Tabela de Substituições para justificar as mudanças de variável recomendadas no exercício anterior.

No final deste capítulo sobre primitivas, o aluno deve ser capaz de:

1. distinguir claramente as operações de *derivação* e de *primitivação*;
2. primitivar as funções trigonométricas, a função exponencial, a função potência e as demais funções que integram a tabela de primitivas imediatas usada no curso;
3. trabalhar com a tabela de primitivas imediatas;
4. calcular primitivas imediatas com bastante rapidez;
5. aplicar o método de primitivação por partes e identificar as situações em que este método se revela útil;
6. primitivar potências pares e ímpares de funções trigonométricas;
7. decompor correctamente uma função racional em elementos simples, bem como efectuar divisão de polinómios;
8. primitivar funções racionais;
9. aplicar o método de primitivação por substituição e intuir qual a substituição aconselhada em cada caso;
10. identificar qual a forma de primitivar mais adequada a cada função dada.

Nota: não esquecer que não se conhecem métodos para primitivar uma grande variedade de funções primitiváveis (por exemplo,  $e^{-x^2}$ ,  $\frac{1}{\ln x}$ ,  $\sin x^2$ ).