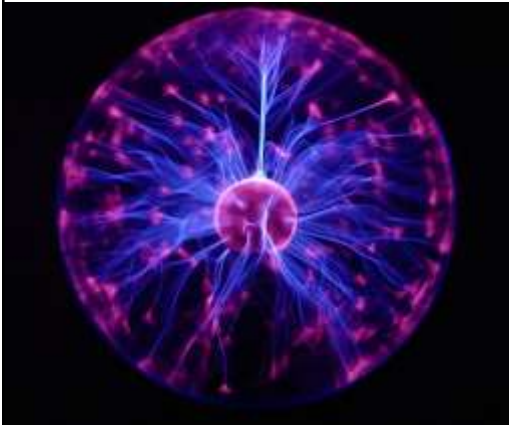


## Cap. 5 - Circuitos Eléctricos DC



Esfera de plasma "**Eye of the storm**"

Uma **ddp entre 3 e 8 kV** com frequências entre 20 e 50 kHz são aplicadas entre a esfera central e a casca exterior (que está ligada à Terra). O globo contém gases inertes.

A ddp aplicada ioniza parcialmente os gases, criando um plasma que conduz **corrente eléctrica**.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

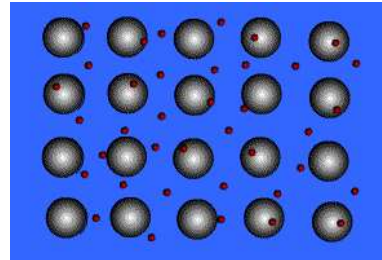
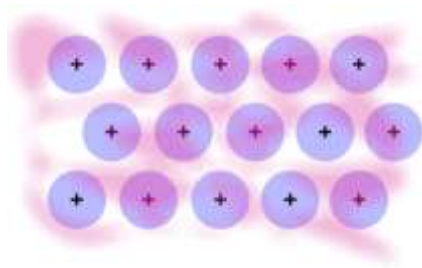
### Tópicos:

- Corrente eléctrica. Intensidade de corrente eléctrica, Densidade de corrente eléctrica.
- Mecanismos de limitação da velocidade dos electrões na matéria. Velocidade de arrastamento.
- Condutividade eléctrica. Resistência e resistividade. Lei de Ohm
- Energia dissipada numa resistência eléctrica (efeito de Joule).
- Amperímetro. Voltímetro
- Leis de Kirchoff en circuitos dc.
- Circuitos RC.
- Carga e descarga do condensador

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

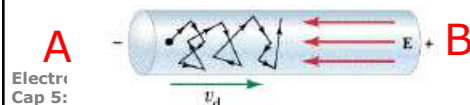
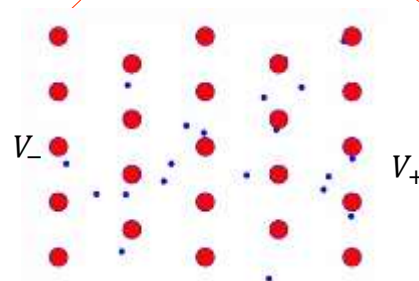
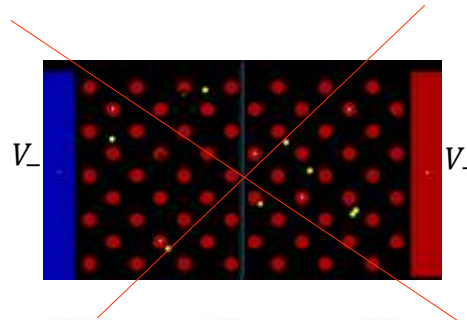
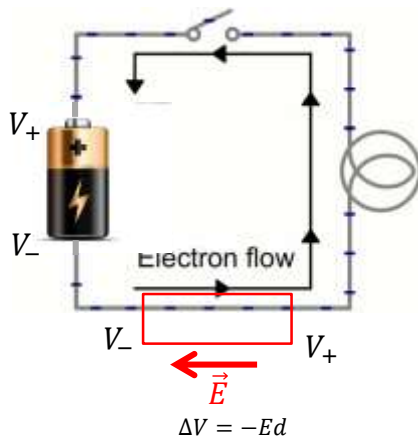
## 5.1 Corrente eléctrica. Densidade de corrente

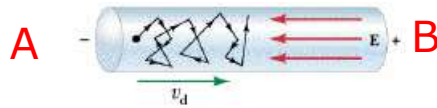
- Os metais possuem **electrões (os electrões livres)**, que se podem mover "livremente".
- Os electrões livres movem-se **aleatoriamente** a uma velocidade  $\sim 10^6$  m/s.
- Em média**, não existe um sentido preferencial no movimento do "gás de electrões".



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

Quando se aplica um campo eléctrico a um metal, os electrões livres adquirem movimento preferencial no **sentido oposto** ao campo aplicado.





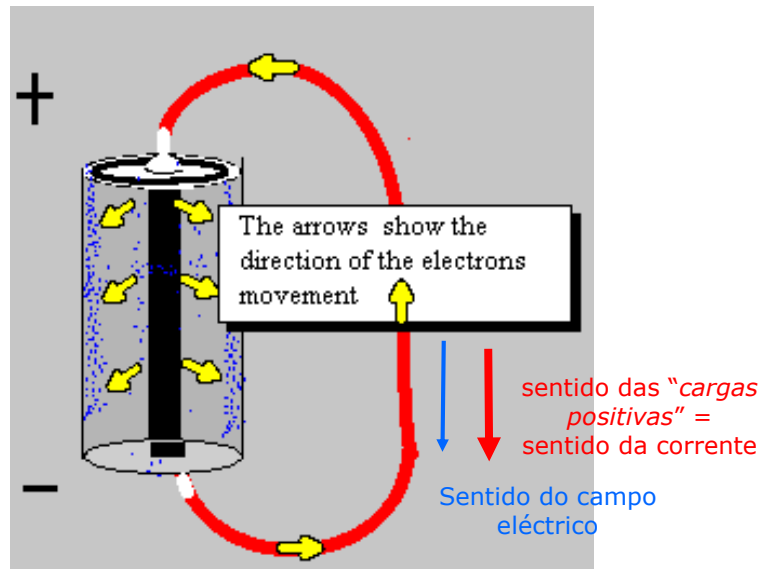
**A corrente eléctrica entre A e B é transitória:** mantém-se apenas enquanto houver uma diferença de potencial entre A e B.

No caso de uma ddp provocada por um condensador carregado, quando se ligam as placas através de um condutor, a corrente de cargas eléctricas é transitória

Para haver uma **corrente eléctrica constante permanente** entre A e B seria necessário um mecanismo que mantenha a diferença de potencial entre A e B.

Algo que forneça energia ao sistema: uma bateria, uma pilha, ... uma fonte ...

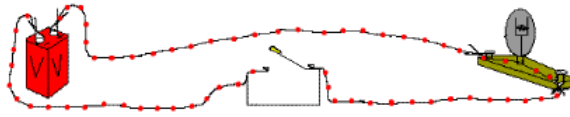
Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)



O sentido da corrente eléctrica convencionalmente é o oposto ao sentido preferencial dos electrões!

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

OPEN CIRCUIT



CLOSED CIRCUIT



Quando as cargas eléctricas negativas (ou positivas) têm o mesmo sentido, a corrente eléctrica é contínua (dc = *direct current*).

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

**Corrente convencional:** inicialmente era definida como sendo o fluxo de cargas positivas (não se conheciam ainda os electrões).

Do modo como se convencionaram as cargas das partículas, sabemos hoje que nos em condutores metálicos, as cargas positivas são "imóveis", e portanto, apenas as cargas negativas fluem, em sentido contrário à corrente convencional.

Noutros materiais, partículas carregadas fluem em ambas as direcções ao mesmo tempo. Nas ***soluções químicas***, a corrente pode ser devida ao movimento de iões, tanto positivos como negativos.

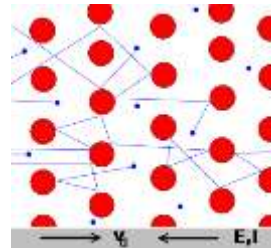
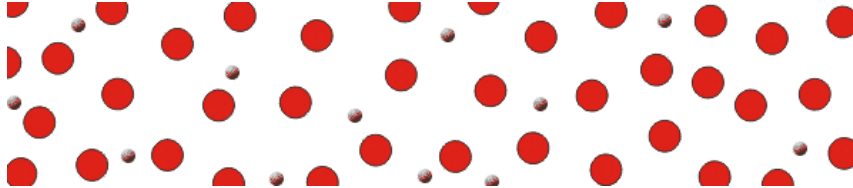
Correntes eléctricas no plasma são o fluxo de electrões bem como o de iões positivos. No gelo e em certos electrólitos sólidos, o fluxo de prótons constitui a corrente eléctrica. Para simplificar essa situação, a definição original da corrente convencional ainda permanece.

<http://antoine.frostburg.edu/chem/senese/101/kits/conductivitysimulation3.html>

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

Os electrões livres movem-se **aleatoriamente** a uma velocidade  $\sim 10^6$  m/s.

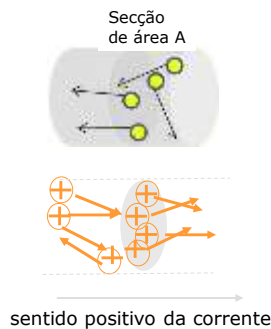
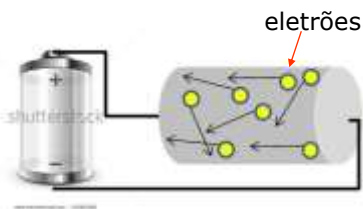
Quando é aplicado um campo eléctrico, os electrões colidem frequentemente com os **iões da rede cristalina metálica** e rapidamente atingem uma **velocidade de arrastamento** ( $v_d$  - "drift velocity") estacionária. O arrastamento estacionário de **carga eléctrica** é denominado por **corrente eléctrica**.



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

### Intensidade de Corrente eléctrica ( $I$ )

A **intensidade corrente eléctrica** ( $I$ ), normalmente designada por **corrente eléctrica** ou simplesmente **corrente**, é a quantidade de carga que atravessa a secção reta de um condutor por unidade de tempo.



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Corrente instantânea

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Ampere

$$1\text{A} = 1\text{C/s}$$

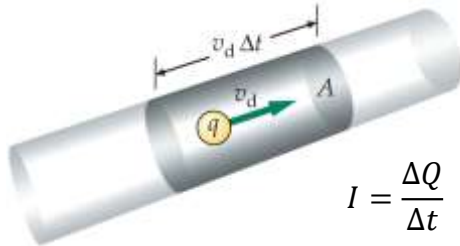


Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

André-Marie Ampère  
(1775-1836)

## Velocidade de arrastamento ( $v_d$ )

Num curto intervalo de tempo  $\Delta t$ , todas as partículas com velocidade de arrastamento (*drift velocity*)  $v_d$ , no volume  $v_d \Delta t A$  cruzam a área  $A$



Supondo que existem  $n$  partículas por unidade de volume, cada uma com carga  $q$ , como poderemos obter a carga total que cruza a área  $A$ ?

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\Delta Q = nqAv_d\Delta t$$

volume

Carga de cada portador

Número de portadores /unidade de volume

E a corrente será...

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqAv_d$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

### Exemplo:

Um fio típico, usado no laboratório é feito de cobre, e tem um raio de 0.815mm. Calcule a velocidade de arrastamento (*drift velocity*) dos eletrões quando o fio é percorrido pela corrente de 1 A. Admita que por cada átomo de cobre existe um electrão livre. ( $M_{\text{cobre}} = 63.5 \text{ g/mol}$ ;  $\rho_{\text{cobre}} = 8.93 \text{ g/cm}^3$ )



densidade de portadores de carga ( $\text{m}^{-3}$ )

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

Uma vez que há 1 electrão livre por átomo de Cu:

$$\rho = \frac{nM}{N_A} \Leftrightarrow n = \frac{\rho N_A}{M}$$

$$n = \frac{8.93 \times 6.02 \times 10^{23}}{63.5} = 8.5 \times 10^{28} \text{ Átomos/m}^3 \text{ ou eletrões livres/m}^3$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

$n = 8.47 \times 10^{28}$  electrões livres /  $m^3$

$v_d = \frac{I}{nqA}$


secção do fio  $(\pi \times (0.815 \times 10^{-3})^2)$

carga do electrão  $(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$

$v_d = 3.5 \times 10^{-5} \text{ m/s}$        $v_d = 3.5 \times 10^{-2} \text{ mm/s} = 0.035 \text{ mm/s}$

Uma velocidade de arrastamento muito lenta!

E uma corrente de 1 A é uma corrente elevada!



Electromagnetismo EE (2016/17)  
 Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

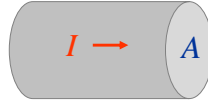
Ainda sobre a velocidade de arrastamento:

- Aplicação de um campo eléctrico  $\Rightarrow$  electrões "sentem":  $\vec{F} = e\vec{E}$
- Sofrem uma aceleração:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}$
- As "Colisões" com os iões da rede funcionam como "atrito"  $\Rightarrow$  a existência de uma velocidade limite:  $\mathbf{V_d}$
- Espera-se que:  $\mathbf{V_d} \propto \mathbf{a} \tau$  ( $\tau$  = tempo médio entre colisões)
- Cálculos mostram que:  $\mathbf{V_d} = \mathbf{a} \tau$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
 Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

### Densidade de Corrente eléctrica ( $J$ )

Nos materiais eléctricos há uma densidade de cargas limite que podem atravessar uma secção desse material. Podemos, assim, falar de uma densidade de corrente para um dado condutor como a razão entre a intensidade de corrente eléctrica e secção reta desse condutor (área):



Dividindo pela área obtém-se a densidade de corrente:

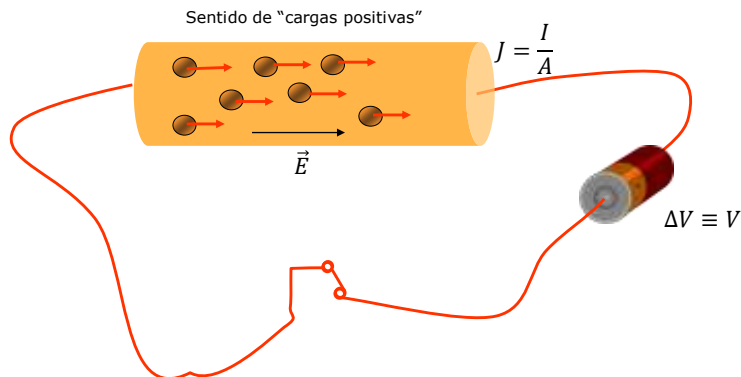
$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

A densidade de corrente é importante em termos de projectos de sistemas eléctricos. Veremos que **os condutores eléctricos possuem uma resistência eléctrica finita, fazendo-os então dissipar energia sob a forma de calor.** A densidade de corrente deve permanecer suficientemente baixa para prevenir que o condutor funda ou queime, ou que o isolamento do condutor se degrade.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

### 5.2. Condutores óhmicos. Lei de Ohm. Resistência Eléctrica ( $R$ ). Condutividade ( $\sigma$ ) e Resistividade ( $\rho$ ) eléctricas

Quando é estabelecida uma ddp entre os terminais de um condutor, estabelece-se um campo eléctrico ( $\vec{E}$ ), uma corrente eléctrica ( $I$ ).



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)



Se a **ddp** ( $V$ ) é constante, o **campo eléctrico** ( $E$ ) e a **intensidade de corrente** ( $I$ ) são também constantes.

Para muitos condutores a densidade de corrente ( $J$ ) é diretamente proporcional ao campo eléctrico aplicado ( $E$ ):

### Condutores Ohmicos



Lei de Ohm

Georg Simon Ohm  
1789-1854

$$J = \sigma E$$

↓  
Condutividade eléctrica

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

Se o condutor tem secção reta  $A$  e comprimento  $L$ , como  $V = E \cdot L$ , podemos escrever:

$$\frac{I}{A} = \sigma \frac{V}{L}$$

Dimensões do condutor

ddp aos terminais do condutor

Condutividade do condutor (depende do material de que é feito o condutor)

Intensidade de corrente que percorre o condutor

$$V = \frac{L}{A} \frac{1}{\sigma} I$$

resistividade

resistência eléctrica do condutor

$$V = RI$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

$V = RI$

ddp aos terminais do condutor (V)

Intensidade de corrente que percorre o condutor (A)

resistência do condutor

$1\Omega = \frac{1V}{1A}$

$J = \sigma E$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

Dentro de determinados limites, para muitos materiais condutores, a ddp nos terminais do condutor é directamente proporcional à corrente eléctrica que o percorre.

$V = RI$  Versão da Lei de Ohm

Estes são materiais óhmicos.

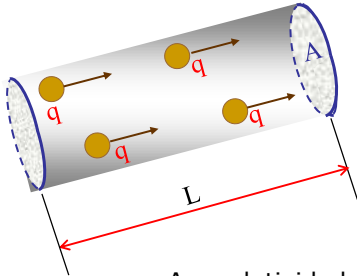
Declive =  $1/R$

Exemplo de um material não óhmico.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

Os condutores apresentam uma resistência eléctrica finita.

A resistência eléctrica dos condutores óhmicos depende do material que o constituem, mas também da geometria dos condutores.



Vimos que: 
$$R = \frac{L}{A} \frac{1}{\sigma}$$

mas: 
$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$
 Resistividade  
(característica dos materiais)

A condutividade eléctrica ( $\sigma$ ) é o inverso da resistividade

Quais as unidades SI de resistividade e condutividade?

$$R = \frac{L}{A} \frac{1}{\sigma} = \rho \frac{L}{A}$$

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

## Resumo: Factores que afetam R

1. O **comprimento L** do condutor.



2. A **área A** da secção recta do condutor.



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

3. A **temperatura T** a que o condutor se encontra



4. O **material** de que é feito o condutor.



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

### Checkpoint

Um determinado condutor óhmico cilíndrico de níquel-crómio ( $\rho = 10^{-6} \Omega \text{ m}$ ) tem um raio de 0.65 mm.

- Calcule o comprimento necessário para que o condutor tenha uma resistência eléctrica de  $2 \Omega$ .
- Preencha a tabela abaixo, tendo em conta que V representa uma ddp aplicada nos terminais de um condutor cilíndrico de níquel-crómio

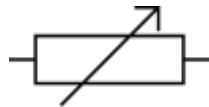
L (m)	r (mm)	V (V)	I (A)
2.65	0.65	1	
5.30	0.65	1	
2.65	1.30	1	
2.65	0.65		1

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

Símbolos de resistência elétricas:

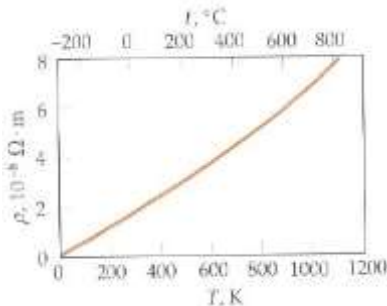


Símbolos de resistência elétricas variáveis:



Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

A resistividade, e consequentemente a condutividade e a resistência, variam com a temperatura



A figura mostra a resistividade do Cu em função da temperatura. A variação é praticamente linear. A muito baixas temperaturas há uma quebra desta linearidade, o que acontece para muitos metais ("supercondutividade"). Este efeito não é revelado nesta figura.

A variação da resistividade com a temperatura pode ser descrita por (desde que não seja a temperaturas muito baixas):

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

resistividade à temperatura  $T$

resistividade a uma temperatura de referência  $T_0$

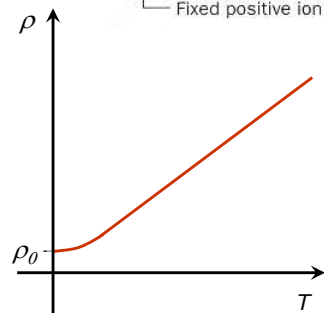
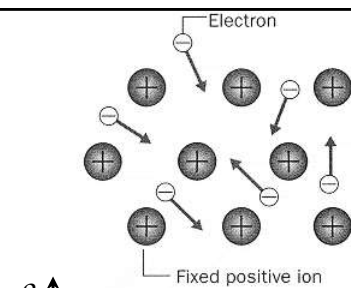
Coefficiente de resistividade/temperatura

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

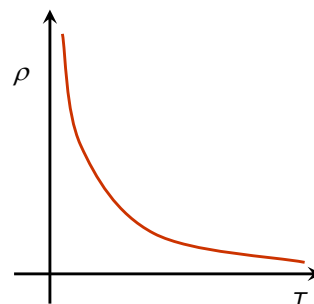
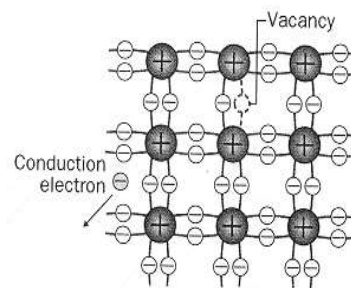
### Resistividade de alguns materiais

Material	$\rho$ @ $\sim 20^\circ\text{C}$ ( $\Omega \text{ m}$ )	Coefficiente de temperatura ( $\text{K}^{-1}$ )
Cu	$1.7 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
Ag	$1.6 \times 10^{-8}$	$3.8 \times 10^{-3}$
Al	$2.8 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
Fe	$10 \times 10^{-8}$	$5.0 \times 10^{-3}$
Ge	0.45	$-4.8 \times 10^{-2}$
Si	640	$-7.5 \times 10^{-2}$
Madeira	$10^8 - 10^{14}$	-
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$	-
Água do mar	0.2	-
Água engarrafada	20 a 2000	-
Água desion.	$1.8 \times 10^5$	-
Teflon	$10^{14}$	-

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)



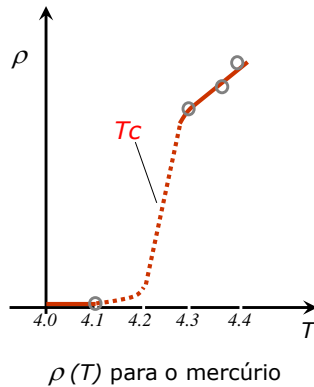
$\rho(T)$  para um metal tóxico  
(por exemplo, cobre)



$\rho(T)$  para um semiconductor  
(como por exemplo o Si ou Ge)

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)

## supercondutores



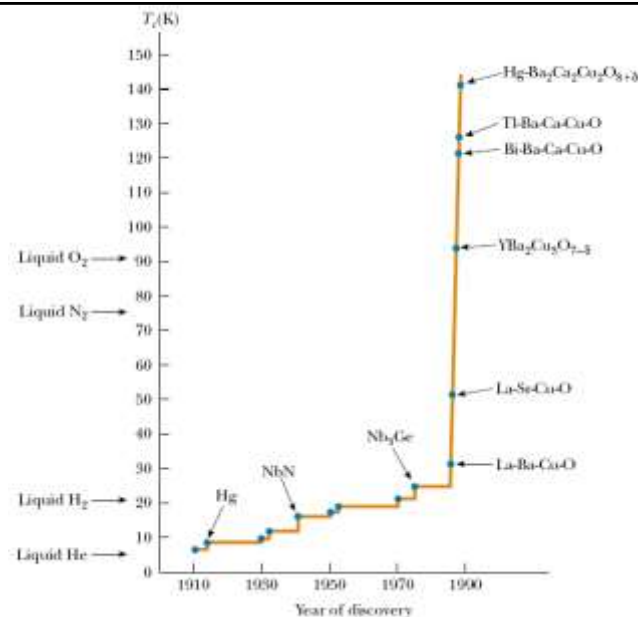
Em alguns materiais a resistividade cai abruptamente para baixas temperaturas, para valores quase nulos (cerca de  $4 \times 10^{-25}$  W.m, valores cerca de  $10^{17}$  vezes menores que a resistividade do cobre).

Como  $R \approx 0$  a corrente pode persistir num supercondutor sem existir um diferença de potencial aplicada.



Pequeno magnete que levita sobre um disco supercondutor de  $\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , a 77 K.

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)



Evolução da temperatura crítica de supercondutividade ao longo do tempo, desde a descoberta do fenómeno, em 1911, por Kamerlingh-Onnes (1853–1926).

Electromagnetismo EE (2016/17)  
Cap 5: Corrente eléctrica DC (parte 1)