

Complementos de Análise Matemática B

MIECOM, MIEEIEC

Exame da época Especial 2011/12

Duração: 2 horas (1ª + 2ª Parte)

Nome: _____ N.º _____ Curso: _____Realização de (assinalar só uma das opções): 1ª Parte (1 hora) ☐ 2ª Parte (1 hora) ☐ 1ª + 2ª Parte (2 horas) ☐

Indique todos os cálculos que efectuar.**1ª Parte****1.** cotação: a) 1,50 valores, b) 3,50 valores**a)** Comente, justificando adequadamente, a afirmação: “uma EDO linear de primeira ordem não pode ser nunca uma EDO de variáveis separáveis”;**b)** Determine a solução geral da seguinte EDO:

$$x \frac{dy}{dx} - \frac{1}{2x} y = 4xe^{-1/(2x)} \cotg x .$$

2. cotação: a) 1,50 valores, b) 3,50 valores**a)** Considere a EDO $\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 0$. Determine a sua solução geral sabendo que e^{-x} é uma solução da EDO;**b)** Determine a solução geral de $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = e^{-x} + xe^x - 1$, sabendo que as funções e^x e e^{-x} são soluções da equação homogénea associada.

Indique todos os cálculos que efectuar.

2ª Parte

3. cotação: a) 2,0 valores, b) 3,0 valores

a) Determine a transformada inversa de Laplace de $H(s) = \frac{5s-6}{s^2+4} e^{-\pi s/2}$;

b) Determine, aplicando a transformada de Laplace, a solução do PVI:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} - 16y &= 9e^{4t}, \\ y(0) &= 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 2. \end{aligned}$$

4. cotação: a) 2,0 valores, b) 3,0 valores

a) Determine os valores próprios negativos e as correspondentes funções próprias do seguinte PVF:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(\pi) = 0.$$

b) Determine a solução do seguinte problema usando o método de separação de variáveis:

$$u = u(x, y) : \begin{cases} u_x + \frac{1}{\cos y} u_y = u, & x > 0, y > \pi, \\ u(x, \pi) = 3e^{-x} - e^x, & x > 0. \end{cases}$$