

Complementos de Análise Matemática B/C

MIECOM, MIEEIEC, MIEMAT

Teste 1

Duração: 1h45



Nome: _____ N.º _____ Curso: _____

1. Considere o PVI

$$(y + 4e^{-xy} \sin x)dx + (x + 2ye^{-xy})dy = 0, \quad y(0) = 0.$$

- a) Mostre que e^{axy} , onde a é uma constante real, é um fator integrante da EDO dada apenas quando $a = 1$;
b) Determine uma solução do PVI atendendo à propriedade referida na alínea a);
c) Mostre que a solução obtida na alínea anterior verifica formalmente o PVI dado.

2. Determine uma solução da seguinte EDO que não contenha constantes arbitrárias

$$-x \frac{dy}{dx} = (1-x)y + xe^{-3x}.$$

3. Mostre que a função e^{-x} é uma solução da seguinte EDO e determine a solução geral da mesma

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 17 \frac{dy}{dx} + 13y = 0.$$

4. Determine uma solução da EDO

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{d^2 y}{dx^2} = 2x + e^x - 3e^{-2x},$$

sabendo que as funções 1 , x e e^x formam um conjunto fundamental de soluções da equação homogénea associada.

5. Considere a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} + a(x)y = b(x),$$

onde $a(x)$ e $b(x)$ são funções não nulas.

- a) Indique, justificando, que condições deverão verificar as funções $a(x)$ e $b(x)$ para que a EDO seja também homogénea;
b) Dê um exemplo de uma EDO que satisfaça as condições referidas na alínea a).

Cotações: 1: 2,5 pontos

2: 1,5 pontos

3: 1,0 pontos

4: 2,5 pontos

5: 0,5 pontos