Cálculo B
Mestrado Integrado em Eng. mecânica
Mestrado Integrado em Eng. Comunicações

Soluções Ficha número 1:

1. a) $-\frac{\pi}{4}$,
1. b) $-\pi$
1. c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
1. d) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
1. e) $-\frac{3}{4}$
1. f) $-\frac{5}{13}$
1. g) $\frac{4\sqrt{41}}{41}$
1. h) $\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\frac{4}{5}$.
2. a) $\frac{4\pi}{3}$.
2. b)$\frac{1}{3}$
2. c)$\frac{9}{16}-\frac{16}{9}$
3. a) $D=[0,1]$, $D'=[0,2\pi]$, $x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{sen}(\frac{y-\pi}{2})$
3. b) $D=[0,1/2]$, $D'=[-1,3\pi-1]$, $x=\frac{1}{4}-\frac{\cos(\frac{y+1}{3})}{4}$
3. c) $D=]-\infty,-5]\cup[1,+\infty[$, $D'=[\pi/2,5\pi/2]\backslash\{3\pi/2\}$, $x=-2+\frac{3}{\cos(x/2-\pi/4)}$
3. d)$D=\mathbb{R}\backslash\{-5\}$, $D'=]-\pi/6,5\pi/6]\backslash\{\pi/3\}$, $x=-5+\frac{1}{\text{tg}(y-\pi/3)}$
4. a) $\frac{\pi}{3}$.
4. b) $D=[-2,0]D'=[-\frac{5\pi}{3},\frac{\pi}{3}]\text{D}'=]-\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}]\backslash\{\frac{\pi}{3}\}$
7. c) $x\in]-\infty,0[\cup[2,+\infty[$
7. d) $x=\frac{1}{\text{sen}(\frac{y}{2}-\frac{\pi}{6})}$
7. e) $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$
8. $-1rad/s$.

Soluções ficha número 2:

1. a) $\mathbb{R}$.
1. b) $x=0$.
1. c) positiva: $x>0$, negativa:$x<0$.
1. d) sempre crescente.
1. e) $1,-1$.
4. a) $sh(x)+\frac{sh(x)}{ch^2(x)}$.
4. b) $3e^{3x}cotgh(x^2)-2xe^{3x}cosech^2(x^2)$.
4. c) $\frac{sh(4x)-4xln(x)ch(4x)}{xsh^2(4x)}$.
4. d) $\frac{3cos(3x)ch(2x)-2sen(3x)sh(2x)}{ch^2(2x)}$.
7. $y-\frac{15}{8}=\frac{17}{4}(x-ln(2))$.

Soluções ficha número 3:

1. a) $5k^2\frac{x^7}{7}+C$.
1. b) $\frac{3x^{5/3}}{5}+\frac{7x^2}{2}+8x+C$.
1. c) $-\frac{1}{4x^4}+4\sqrt{x}+C$.
1. d) $\frac{x^2}{2}-\frac{6}{\sqrt{x}}-\frac{4}{x}+C$.
1. e) $\frac{2}{3}ln|3x-5|+C$.
1. f) $\frac{5}{8}ln(4+4x^2)+C$.
1. g) $\frac{1}{3}(2x+3)^{3/2}+C$.
1. h) $\frac{3}{5}\sqrt{1+5x^2}+C$.
2. a) $f(x)=-\frac{1}{2(1+x^2)}+\frac{5}{2}$.
2. b) $f(x)=\frac{x^4}{12}+\frac{x^2}{2}-\frac{11}{6}x+\frac{9}{4}$.
3. 77868.
4. a) $\frac{1}{3}sh(x^3)+\frac{1}{2}\frac{4^{x^2}}{ln4}+C$.
4. b) $-e^{cos^2(x)}+C$.
4. c) $\frac{2a}{a-x}+C$.
4. d) $-\frac{3}{5}ch^{-1/3}(5x)+C$.
4. e) $\frac{1}{3}arcsen(\frac{3x}{2})+C$.
4. f) $arcsen(e^x)+C$.
4. g) $ln(\sqrt{x^2+1})-arctg(x)+C$.
4. h) $\frac{1}{2}argch(\frac{x^2}{2})+C$.
4. i) $-\frac{1}{14sen^2(7x)}+C$.
4. j) $\frac{(ln(x)+e)^5}{5}+C$.
4. l) $-\frac{1}{3}(4-x^2)^{3/2}+C$.
4. m) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+3x-4}+C$.
4. n) $\frac{1}{15}(x^3+e)^5+C$.
4. o) $\frac{x}{2}-\frac{sen(8x)}{16}+C$.
4. p) $-ln|cos(x)|+C$.
5. 4segundos. 40metros.

Soluções ficha número 4:

1. a) $xch(x)-sh(x)+C$.
1. b) $\frac{x^3}{3}ln(3x)-\frac{x^3}{9}+C$.
1. c) $4e^x(x^2-2x+2)+C$.
1. d) $\frac{1}{5}e^x(cos(2x)+2sen(2x))+C$.
1. e) $-\frac{1}{2x^2}(ln^2(x)+ln(x)+\frac{1}{2})+C$.
1. f) $x^2\sqrt{1+x^2}-\frac{2}{3}(1+x^2)^{3/2}+C$.
1. g) $xarctg(x)-\frac{1}{2}ln(1+x^2)+C$.

1. h) $xtg(x) + ln|cos(x)| + C$.
1. i) $xarcsen(x) + \sqrt{1-x^2} + C$.
2. a) $x + 5ln|x-2| - 3ln|x-1| + C$.
2. b) $ln|\frac{x}{x+1}| + \frac{1}{x+1} + C$.
2. c) $x + ln|x| - \frac{1}{2}ln|x^2+1| + C$.
2. d) $x - 2ln|x| + \frac{ln|x+1|}{2} + \frac{3ln|x-1|}{2} + C$.
2. e) $\frac{1}{4}ln|\frac{x-1}{x+1}| + \frac{arctg(x)}{2} + C$.
2. f) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2}ln|\frac{x-1}{x+1}| + C$.
2. g) $2arctg(x) + \frac{arctg(x)}{2} + \frac{1}{4}sen(2arctg(x)) + C$.
2. h) $2arctg(\frac{x}{2}) - arctg(x) + C$.
2. i) $-\frac{1}{2}ln(x^2+1) + 3arctg(x) + 2ln|x| + C$.
3. $f(x) = ln|\frac{x-2}{\sqrt{x^2-2}}| - 2arctg(x) + \pi - ln(\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi)$.
4. $\frac{13}{3}$metros.
5. a) $-cos(x) + \frac{2}{3}cos^3(x) - \frac{cos^5(x)}{5} + C$.
5. b) $\frac{3}{8}x + \frac{1}{4}sen(2x) + \frac{1}{32}sen(4x) + C$.
5. c) $\frac{x}{8} - \frac{sen(4x)}{32} + C$.
5. d) $\frac{sec^4(x)}{4} - sec^2(x) - ln|cos(x)| + C$.
5. e) $x - \frac{coth^3(x)}{3} - coth(x) + C$.
5. f) $th(x) - \frac{2th^3(x)}{3} + \frac{th^5(x)}{5} + C$.
6. a) $\frac{2}{45}(1+3x)^{5/2} - \frac{2}{27}(1+3x)^{3/2} + C$.
6. b) $2argsh(\frac{x}{2}) + x\sqrt{1+\frac{x^4}{4}} + C$.
6. c) $2\sqrt{x-1} + \frac{6}{5}(x-1)^{5/6} + C$.
6. d) $-ln|\frac{1}{e^x} + 1| + C$.
6. e) $\frac{arcsen(3x)}{6} + \frac{1}{2}xcos(arcsen(3x)) + C$.
6. f) $ln|tg(\frac{x}{2})| - ln|tg(\frac{x}{2}) + 1| + C$.

Soluções ficha número 5:

1. a) 30.
1. b) $\frac{1}{3}$.
1. c) $\frac{1}{2}(\frac{1}{3} - \frac{125}{3})$.
1. d) 6.
1. e) $2ln(2) - \frac{3}{4}$.
1. f) $1 + \frac{\pi}{4}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$.
3. $c = 0, c = \frac{3}{2}$.
4. $-6t(t-1)$.
5. $f(x) = 6x + 2cos(2x) - sen(2x)$, $f'(x) = 6 - 4sen(2x) - 2cos(2x)$. $f(\pi/2) = 3\pi - 2$e $f'(\pi/4) = 2$.

6. $y = x$.
7. $f(2) = 1 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
8. a) $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.
8. b) $2(\frac{ch^3(argsh(\sqrt{3}))}{3} - ch(argsh(\sqrt{3})) - \frac{ch^3(0)}{3} + ch(0))$.
8. c) $6(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - 1 + \frac{\pi}{4})$.
8. d) $\frac{argsh(3/4)}{4} + \frac{1}{8}sh(2argsh(3/4))$.
8. e) $\frac{\pi}{2} - 1$.
8. f) $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$.

Soluções ficha número 6:

1. a) primeira espécie, convergente (2).
1. b) segunda espécie, convergente $(\frac{3}{2})$.
1. c) segunda espécie, convergente -1.
1. d) primeira espécie, divergente.
1. e) primeira espécie, divergente.
1. f) primeira espécie, convergente (2).
1. g) segunda espécie, convergente $-\frac{1}{2}ln(3)$.
1. h) primeira espécie, convergente $(\frac{\pi}{2})$.
2. a) $area = 1$.
2. b) $area = e$.
2. c) $area = 8$.
2. d) $area = 6$.
3. $\frac{1}{s^2}$

Soluções ficha número 7:

1. a) $\frac{4}{3}$.
1. b) $2\frac{\sqrt{2}}{3}$.
1. c) $\int_{-2}^{0}[(x+2) + \sqrt{4-x^2}]dx + \int_{0}^{2}[(2-x) + \sqrt{4-x^2}]dx = 4 + 2\pi$.
1. d) $\int_{1}^{2}[x - \sqrt{x}]dx = \frac{13}{6} - 4\frac{\sqrt{2}}{3}$.
1. e) $\int_{1}^{2}[(x-1) - (x^2 - 2x)]dx = \frac{7}{6}$.
1. f) $\int_{\frac{1}{4}}^{1}[4 - \frac{1}{x}]dx + \int_{1}^{2}[4 - x^2]dx = \frac{14}{3} - ln4$.
2. a) $\pi\int_{-1}^{1}[(1 + \sqrt{1-x^2})^2 - (1 - \sqrt{1-x^2})^2]dx = 2\pi^2$.
2. b) $\pi\int_{0}^{2}[1 - (y-1)^2]dy = \frac{4}{3}\pi$.
2. c) $\pi\int_{-1}^{1}[(5 - (1 - \sqrt{1-x^2}))^2 - (5 - (1 + \sqrt{1-x^2}))^2]dx = 8\pi^2$.
2. d) $\pi\int_{0}^{2}[(3 + \sqrt{1-(y-1)^2})^2 - (3 - \sqrt{1-(y-1)^2})^2]dy = 6\pi^2$.
3. a1) $\pi\int_{0}^{1}[1^2 - (\sqrt{1-x})^2]dx + \pi\int_{1}^{2}[1^2 - (\sqrt{x-1})^2]dx$.

3. a2) $\pi \int_0^1 [(y^2+1)^2 - (1-y^2)^2]dy$.
3. a3) $\pi \int_0^1 [(5-\sqrt{1-x})^2 - 4^2]dx + \pi \int_1^2 [(5-\sqrt{x-1})^2 - 4^2]dx$.
3. a4) $\pi \int_0^1 [(4+y^2)^2 - (4-y^2)^2]dy$.
3. b1) $\pi \int_0^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} [(1-x^2)^2 - x^2]dx$.
3. b2) $\pi \int_0^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} y^2 dy + \pi \int_{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}^1 (\sqrt{1-y})^2 dy$.
3. b3) $\pi \int_0^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} (5-x)^2 - (4+x^2)^2 dx$.
3. b4) $\pi \int_0^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} [(y+3)^2 - 3^2]dy + \pi \int_{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}^1 [(\sqrt{1-y}+3)^2 - 3^2]dy$.
5. a) $4\frac{\pi^3}{3}$.
5. b) π.
5. c) $3\frac{\pi}{2}$.
6. 3π.
7. a) $4\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3}$.
7. b) $13\frac{\sqrt{13}}{27} - \frac{8}{27}$.
7. c) $ln|\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}| - ln|\frac{1+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}| = ln|\sqrt{2}+1| - ln|\sqrt{3}|$.
8. $2\pi a$.
9. $2a \int_0^{2\pi} sin(\frac{t}{2})dt = 8a$.
10. a) $2\pi \int_0^2 x^2\sqrt{1+4x^2}dx$.
10. b) $2\pi \int_0^1 x\sqrt{1+\frac{9x}{4}}dx$.
10. c) $2\pi \int_0^1 (e^x+1)\sqrt{1+e^{2x}}dx$.

Soluções ficha número 8:

1. a) divergente.
1. b) divergente.
1. c) convergente (4).
1. d) convergente($\frac{1}{8-\pi}$).
1. e) convergente (1).
1. f) convergente ($\frac{3}{4}$).
2. a) convergente.
2. b) divergente.
2. c) convergente.
2. d) divergente.
2. e) convergente.
2. f) divergente.
2. g) convergente.
2. h) convergente.
2. i) convergente.
5. 50metros.

6. a) absolutamente convergente.
6. b) convergente.
6. c) absolutamente convergente.
6. d) divergente.
6. e) absolutamente convergente.
6. f) divergente.