

Aula 12

Comparadores

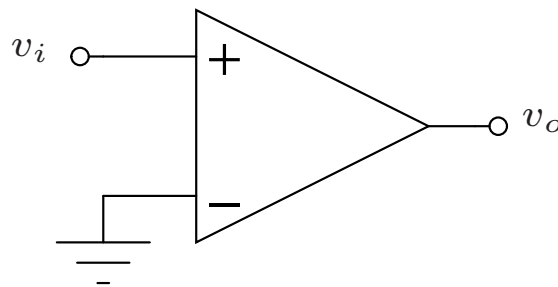
Gerardo Rocha

Comparadores

- Nos circuitos analógicos, frequentemente é necessário comparar duas tensões para verificar qual delas é maior.
- A saída de um circuito que faça a comparação entre duas tensões é binária, ou seja, deve ser do tipo “é maior”, ou “não é maior”.
- Basicamente, um comparador é um circuito que tem uma tensão na entrada não inversora e outra na entrada inversora.
- Quando a tensão na entrada não inversora for maior do que a tensão na entrada inversora, a saída apresentará um nível lógico alto.
- Caso contrário, a saída apresentará um nível lógico baixo.

Circuito básico

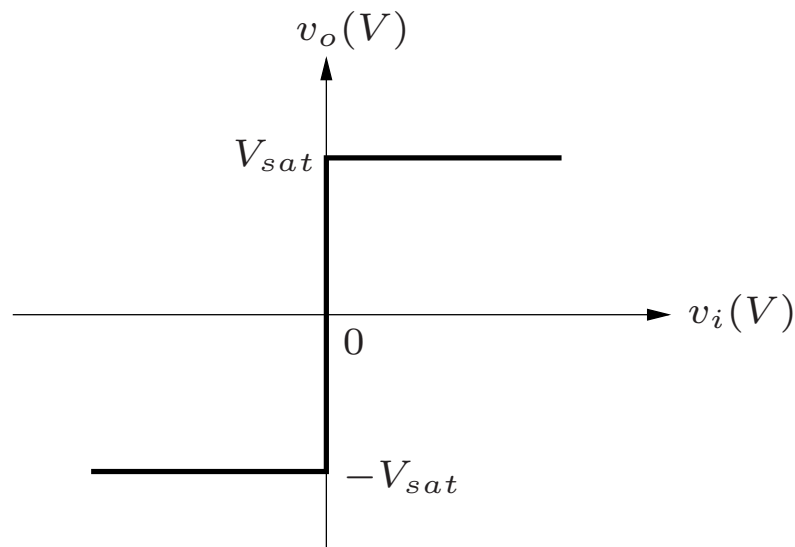
- A forma mais simples de se construir um comparador consiste em ligar um amplificador operacional em malha aberta.



- Como a tensão na entrada inversora é nula, basta uma pequena tensão de entrada para que o amplificador operacional sature.
- Por exemplo, se as tensões de alimentação forem de $\pm 15\text{ V}$, a amplitude máxima de saída varia entre cerca de -13 V e 13 V .
- Se for usado um amplificador operacional com um ganho de 100 000, a tensão de entrada necessária para que a saída sature é de

$$v_i = \frac{13}{100000} = 130\text{ }\mu\text{V}.$$

- A característica de transferência do circuito é portanto uma recta vertical que passa no ponto de tensão nula, tal como mostra a figura.



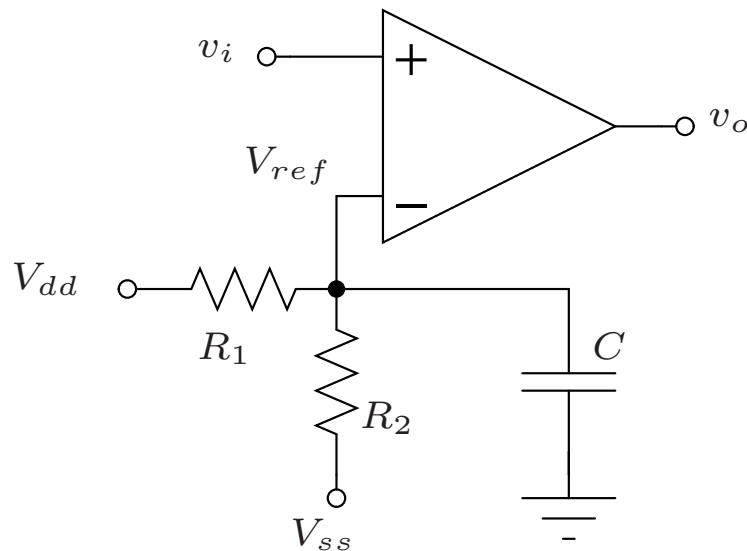
- A recta não é perfeitamente vertical. Um amplificador operacional com um ganho de 100 000, necessita de $130 \mu V$ à entrada para saturar positivamente e $-130 \mu V$ para saturar negativamente.
- Mas como a recta está muito próxima da vertical, por aproximação pode concluir-se que uma tensão positiva de entrada produz a saturação positiva e uma tensão negativa de entrada produz a saturação negativa.

Ponto de comutação

diferente de zero

- O ponto de comutação, ou de referência de um comparador é o valor de tensão de entrada para a qual a saída muda de estado.
- No comparador básico o ponto de comutação era zero, uma vez que era para este valor que a saída mudava de estado.
- Para um comparador em geral, quando a tensão de entrada for maior do que o ponto de comutação, a saída estará ao nível lógico alto e quando a tensão de entrada for menor do que o ponto de comutação, a saída estará ao nível lógico baixo.

- A figura mostra um comparador em que o ponto de comutação é diferente de zero.



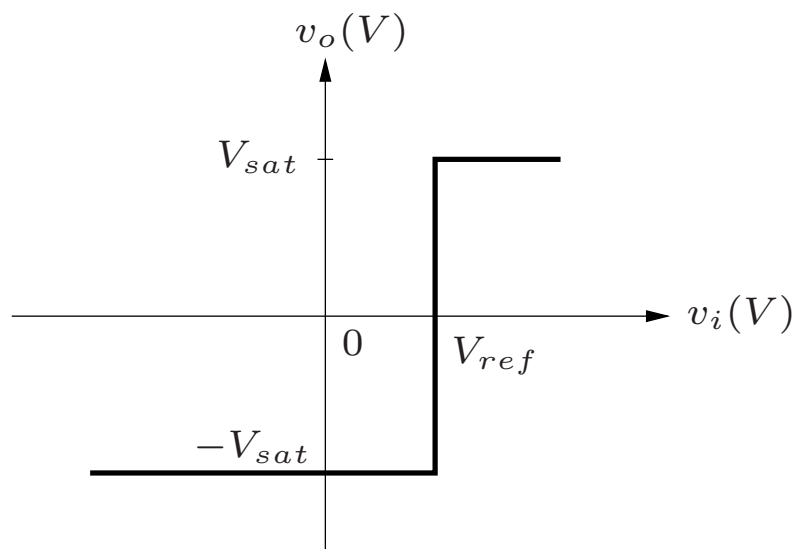
- Neste circuito, a tensão de comutação é dada pela tensão de referência na entrada inversora do amplificador operacional (V_{ref}).
- A corrente que circula nas resistências é de:

$$I = \frac{V_{dd} - (-V_{ss})}{R_1 + R_2} = \frac{V_{dd} + V_{ss}}{R_1 + R_2},$$

e a tensão de comutação é dada por:

$$V_{ref} = V_{dd} - R_1 I = V_{dd} - (V_{dd} + V_{ss}) \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

- A figura mostra a característica de transferência do comparador com o ponto de comutação diferente de zero.



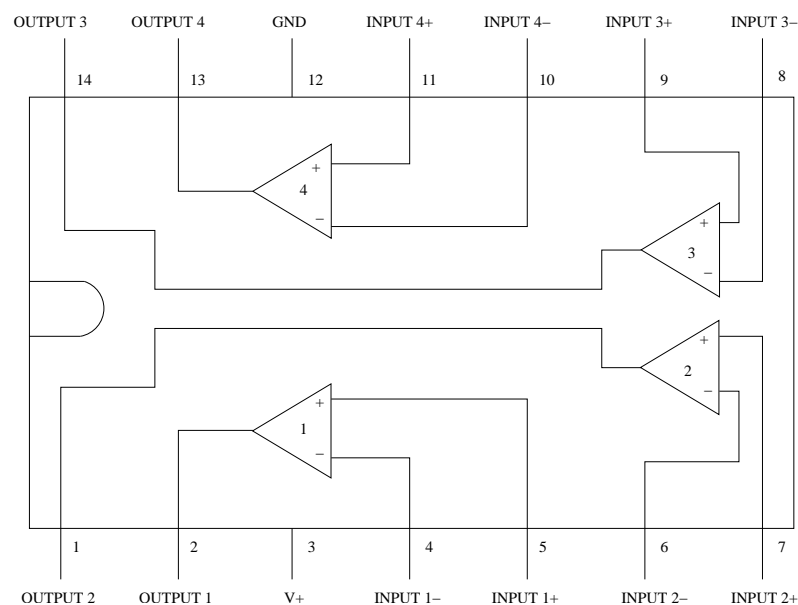
- Mais uma vez se pode verificar que se v_i for menor do que V_{ref} , a saída estará ao nível lógico baixo e se v_i for maior do que V_{ref} , a saída estará ao nível lógico alto.

- Saliente-se o facto de se usar um condensador entre o terminal inversor do amplificador operacional e a terra.
- O objectivo da utilização deste condensador é reduzir o ruído que aparece na tensão de referência, introduzido pela própria fonte de tensão e pelas resistências.
- Deve ser escolhido um valor de condensador tal que a frequência de corte da malha $(R_1 || R_2)C$ seja muito inferior à frequência de ondulação da fonte.

Problemas de velocidade

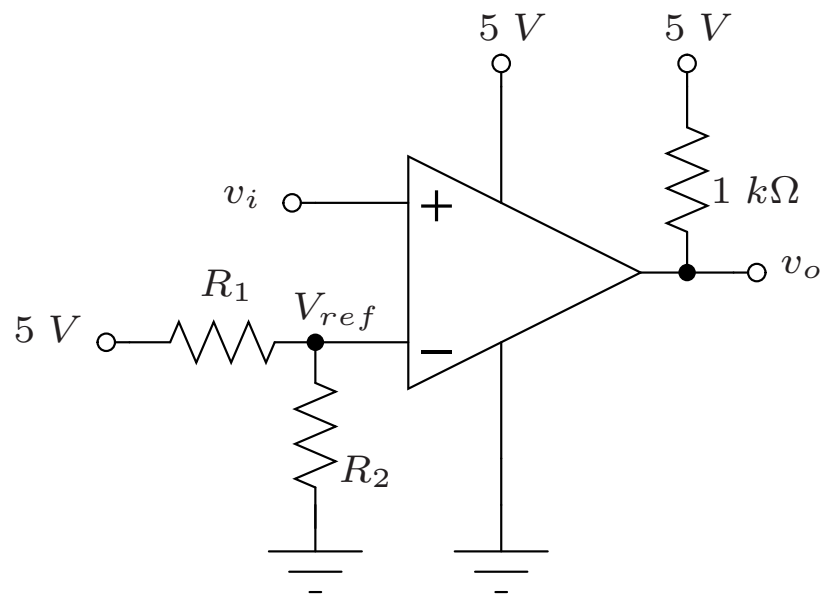
- Um amplificador operacional de uso geral pode ser usado como comparador, mas apresenta um grave problema de velocidade.
- Como foi visto anteriormente, o *slew-rate* limita a taxa de variação da tensão de saída.
- Por exemplo, se o *slew-rate* do amplificador operacional for de $0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$, a sua saída demora $52 \mu\text{s}$ a variar de -13 V a 13 V .
- Como demora outros $52 \mu\text{s}$ a fazer a transição negativa, o período mínimo do sinal de saída será de $104 \mu\text{s}$, que corresponde a uma frequência menor do que 10 kHz .
- Para minimizar este problema deve usar-se um amplificador operacional com um *slew-rate* o maior possível.

- Existem no entanto circuitos integrados otimizados para funcionarem como comparadores.
- Um exemplo clássico é de comparador integrado é o LM339.



- Neste comparador, o andar de saída é do tipo colector-aberto, o que significa que para funcionar correctamente deve ser ligado a V_{dd} por intermédio de uma resistência.

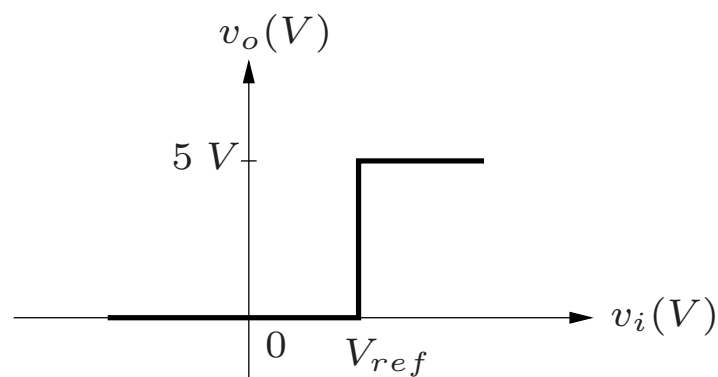
- A figura mostra um exemplo típico de utilização do LM339.



- Neste caso, a alimentação do circuito é de 5 V e a tensão de referência é dada por:

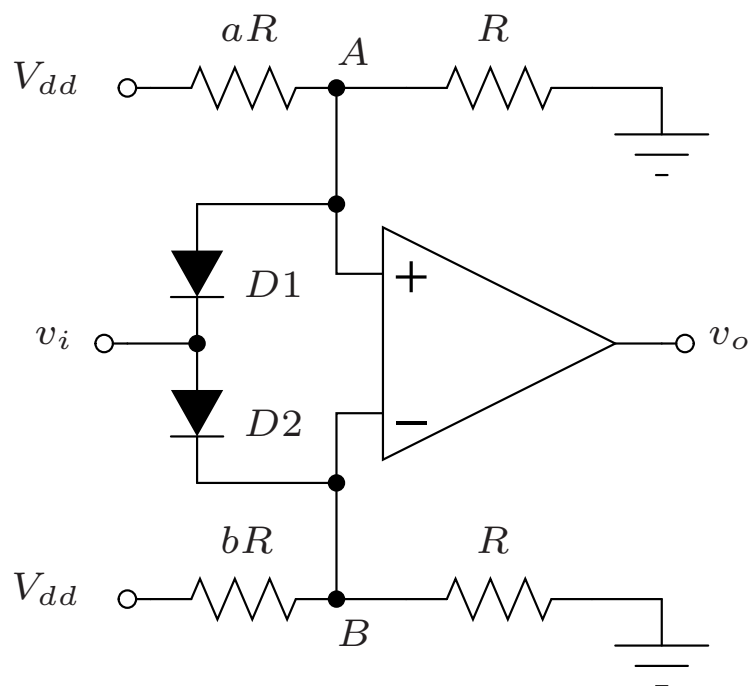
$$V_{ref} = 5 \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

- A figura mostra a característica de transferência do circuito comparador típico.
- Neste caso, a tensão de saída é nula para $v_i < V_{ref}$ e é de 5 V para $v_i > V_{ref}$.



Comparador de janela com um amplificador operacional

- A figura mostra um exemplo de comparador de janela que utiliza um amplificador operacional.



- Para analisar o funcionamento do circuito, irá considerar-se que $b > a$.
- As tensões equivalentes de Thevenin nos pontos A e B são dadas por:

$$\begin{cases} V_A = V_{dd} \frac{R}{R + aR} = \frac{V_{dd}}{1 + a} \\ V_B = V_{dd} \frac{R}{R + bR} = \frac{V_{dd}}{1 + b} \end{cases},$$

em que, devido ao facto de se considerar que $b > a$, $V_A > V_B$.

- Em primeiro lugar irão ser vistas as condições em que cada um dos díodos entra em condução:
 - O Díodo D_1 conduz quando:

$$v_i < V_A - 0.7 \Leftrightarrow v_i < \frac{V_{dd}}{1 + a} - 0.7.$$

Quando D_1 conduz, tensão na entrada não inversora do amplificador operacional é dada por:

$$v_p = v_i + 0.7.$$

- O Díodo D_2 conduz quando:

$$v_i > V_B + 0.7 \Leftrightarrow v_i > \frac{V_{dd}}{1+b} + 0.7.$$

Quando D_2 conduz, tensão na entrada inversora do amplificador operacional é dada por:

$$v_n = v_i - 0.7.$$

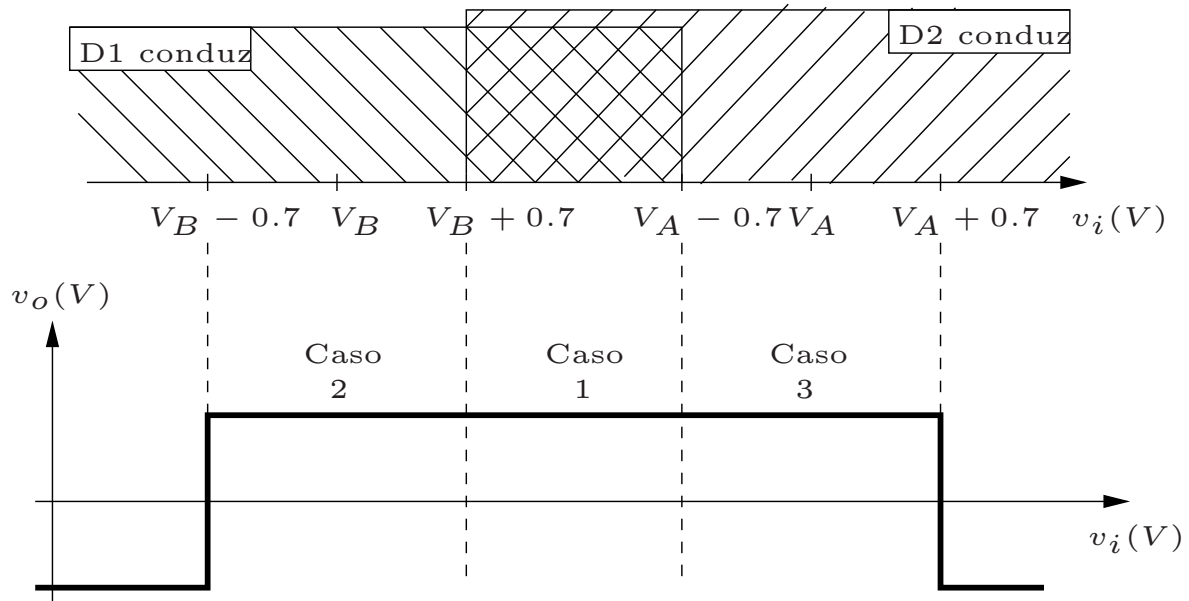
- De seguida irão ser vistos os casos em que a saída está ao nível lógico alto:
 1. Se os dois díodos conduzirem,
 $v_p = v_i + 0.7$ e $v_n = v_i - 0.7$, logo
 $v_p > v_n$.
 2. Se D_1 conduzir e D_2 estiver ao corte,
 $v_p = v_i + 0.7$ e $v_n = V_B$. A saída estaria ao nível lógico alto se

$$v_i + 0.7 > V_B \Leftrightarrow v_i > V_B - 0.7.$$

3. Se D_1 estiver ao corte e D_2 conduzir,
 $v_p = V_A$ e $v_n = v_i - 0.7$. A saída estará ao nível lógico alto se

$$V_A > v_i - 0.7 \Leftrightarrow v_i < V_A + 0.7.$$

- O gráfico da figura ilustra o estado de condução dos díodos, bem como o estado da saída, de acordo com a análise feita anteriormente.



- Depois de analisado o gráfico, chega-se à conclusão que a saída do comparador de janela vai ao nível lógico alto se a tensão de entrada estiver compreendida entre:

$$V_B - 0.7 < v_i < V_A + 0.7,$$

ou seja,

$$\frac{V_{dd}}{1+b} - 0.7 < v_i < \frac{V_{dd}}{1+a} + 0.7.$$

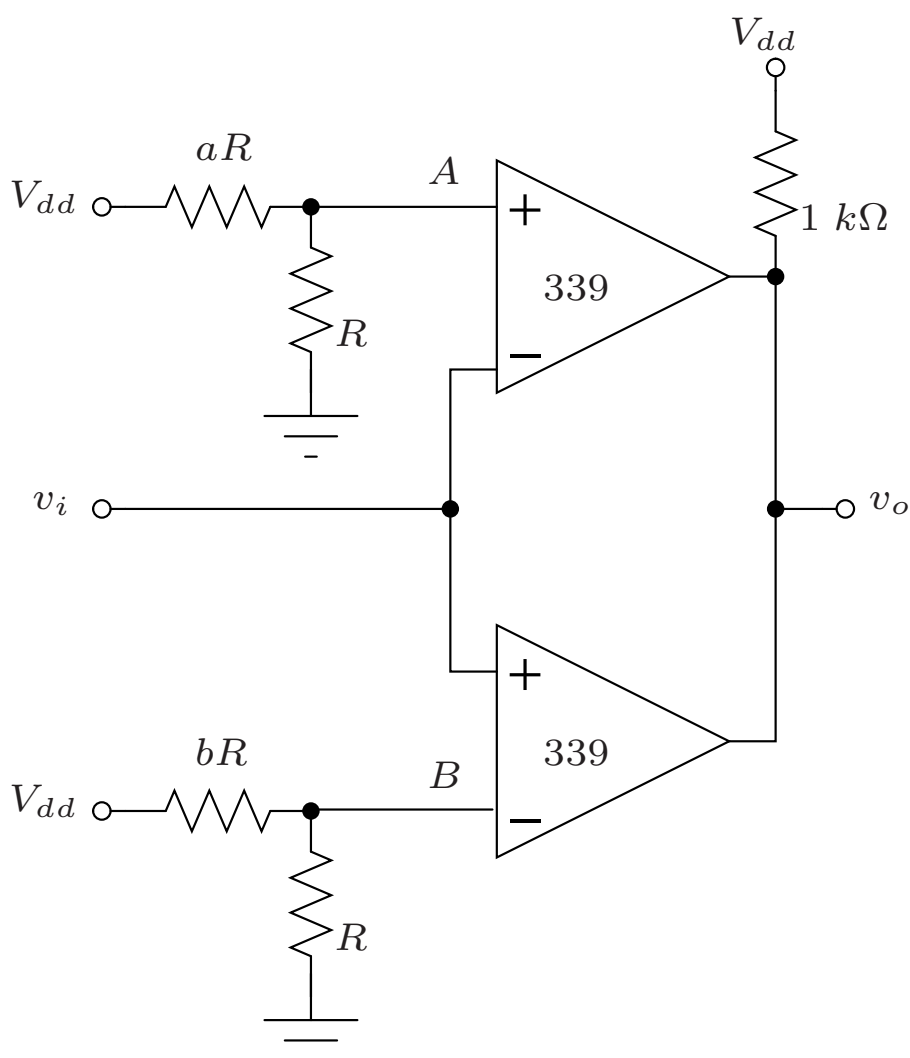
- Daqui deriva o nome do comparador de janela. A saída só está ao nível lógico alto se a tensão de entrada se situar dentro de determinados limites.
- Os limites normalmente são chamados de “*Lower Trip Point*” (*LTP*) e “*Upper Trip Point*” (*UTP*), ou seja:

$$LTP = \frac{V_{dd}}{1 + b} - 0.7$$

$$UTP = \frac{V_{dd}}{1 + a} + 0.7$$

Comparador de janela com o

circuito integrado LM339



- A tensão de referência na entrada não inversora do comparador de cima é dada por:

$$V_A = V_{dd} \frac{R}{R + aR} = \frac{V_{dd}}{1 + a}.$$

- Para o comparador de baixo, a tensão de referência na entrada inversora é dada por:

$$V_B = V_{dd} \frac{R}{R + bR} = \frac{V_{dd}}{1 + b}.$$

- Quando a tensão de entrada v_i estiver entre V_a e V_B , a saída de cada um dos comparadores do LM339 estará ao nível lógico alto.
- Isto significa que o seu transístor de saída está ao corte e a corrente na resistência de $1\text{ k}\Omega$ é nula.
- A tensão v_o vai ser igual a V_{dd} .

- No caso de v_i ser maior do que V_A , o transístor de saída do comparador de cima entrará em condução, enquanto que o do comparador de baixo permanecerá ao corte.
- A tensão v_o será baixa.
- No caso de v_i ser menor do que V_B , o transístor de saída do comparador de baixo entrará em condução, enquanto que o do comparador de cima estará ao corte.
- A tensão v_o também será baixa.
- Os pontos de transição da saída são dados por:

$$LTP = \frac{V_{dd}}{1 + b}$$
$$UTP = \frac{V_{dd}}{1 + a}.$$

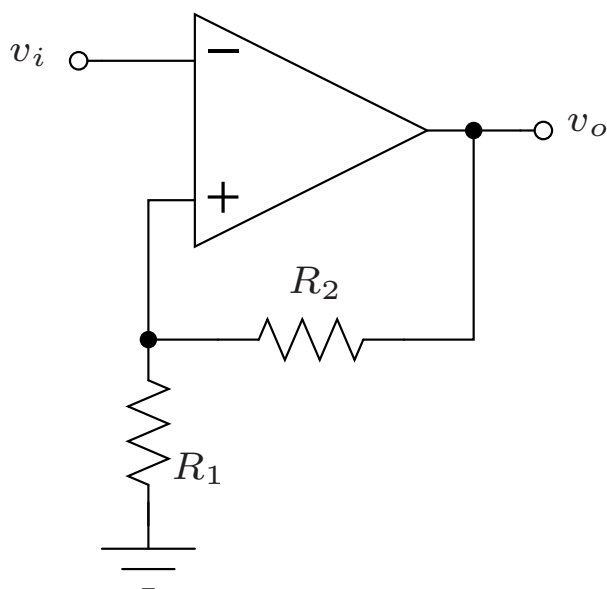
O comparador com histerese ou

Schmitt trigger

- Se à tensão de entrada de um comparador estiver associado um sinal de ruído, quando esta estiver próxima do ponto de transição, a saída pode comutar indevidamente.
- Num comparador, se $v_i < V_{ref}$, a saída estará ao nível lógico baixo e se $v_i > V_{ref}$, a saída estará ao nível lógico alto.
- Se o sinal de entrada v_i , tiver um ruído associado, quando $v_i \approx V_{ref}$, o sinal de saída acompanhará as transições do sinal de ruído.
- Este problema pode ser evitado usando um comparador com histerese.

Circuito básico

- A figura mostra o circuito básico de um comparador com histerese. O circuito tem uma malha de realimentação positiva, formada pelo divisor de tensão.



- Quando a saída do amplificador operacional saturar positivamente, existirá uma tensão positiva na entrada não inversora que fará com que a saída se mantenha no nível lógico alto.
- Por outro lado, quando a saída estiver saturada negativamente, a tensão na entrada não inversora será negativa, fazendo com que a saída esteja ao nível lógico baixo.
- Em ambos os casos, a realimentação reforça a saída existente.
- A fracção de realimentação é dada por:

$$B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

- Quando a saída estiver saturada positivamente, a tensão na entrada não inversora é dada por:

$$V_p = BV_{sat},$$

e quando a saída saturar negativamente, a tensão na entrada não inversora é dada por:

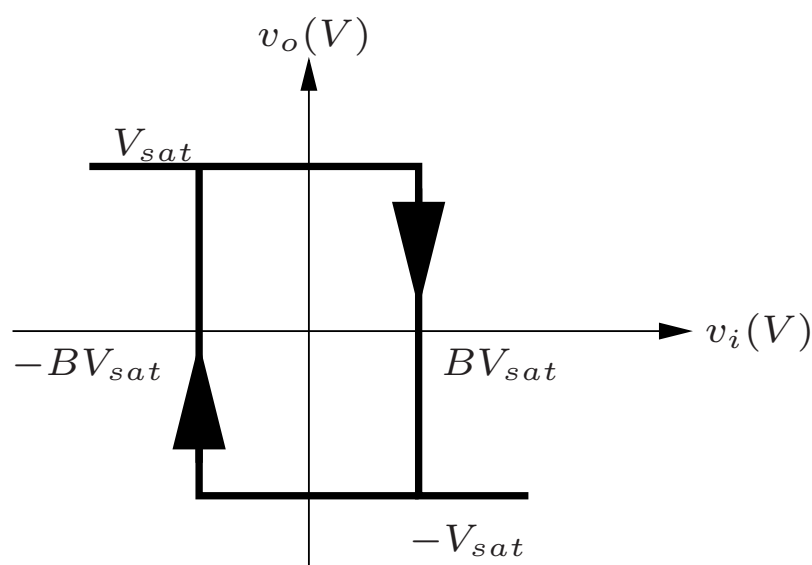
$$V_p = -BV_{sat}.$$

- Estes dois valores de tensão na entrada não inversora correspondem aos pontos de transição do circuito:

$$UTP = BV_{sat}$$

$$LTP = -BV_{sat}.$$

- Quando a tensão de saída estiver saturada positivamente, a tensão de referência na entrada não inversora é igual a BV_{sat} .
- Neste caso é necessário que a tensão de entrada seja maior do que BV_{sat} para que a saída comute de estado.
- De um modo análogo, quando a saída estiver saturada negativamente, é necessário que a tensão de entrada desça abaixo de $-BV_{sat}$ para que a saída comute de estado.
- Este efeito pode ser visto no gráfico da característica de transferência do circuito.

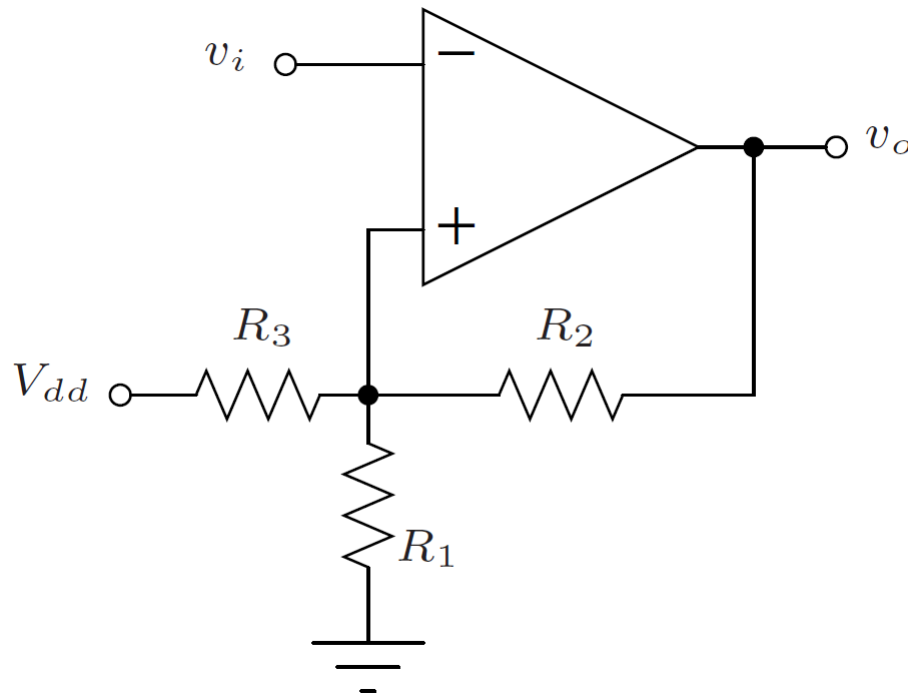


Histerese

- Neste circuito, a realimentação positiva força a tensão de referência do comparador (na entrada não inversora do amplificador operacional) a ter a mesma polaridade da tensão de saída.
- A tensão de referência do comparador é positiva quando a saída for alta e negativa quando a saída for baixa.
- Isto leva a que existam dois pontos de transição.
- A histerese é a diferença entre a tensão dos dois pontos de transição do circuito e no caso do circuito anterior é de $2BV_{sat}$.

Deslocamento dos pontos de transição

Para que os pontos de transição sejam deslocados, basta colocar uma resistência entre a entrada não inversora do amplificador operacional e V_{dd} .



Deslocamento dos pontos de transição

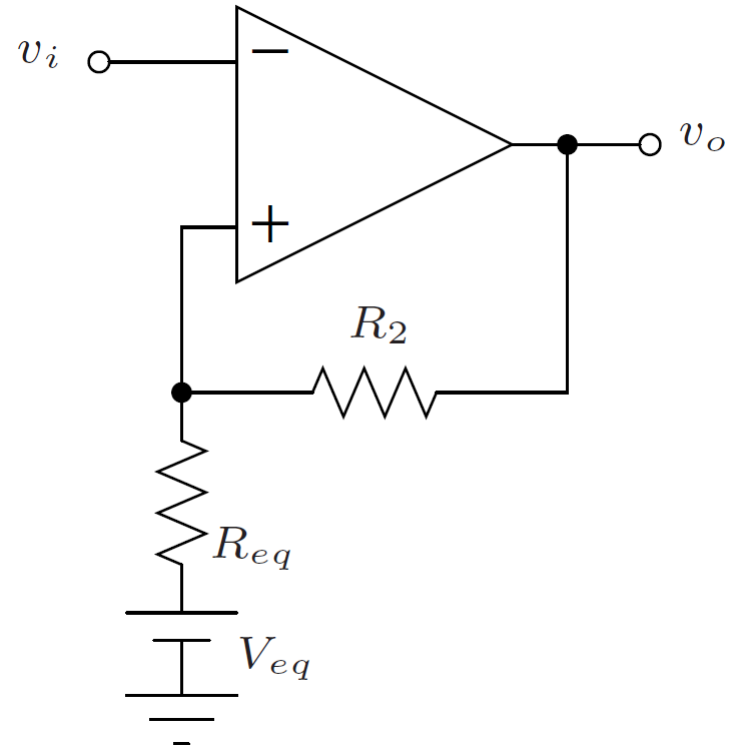
Para analisar este circuito, pode considerar-se o equivalente de Thevenin no terminal não inversor do amplificador operacional.

A tensão equivalente de Thevenin é dada por:

$$V_{eq} = V_{dd} \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

A resistência equivalente de Thevenin é dada por:

$$R_{eq} = R_1 || R_3$$



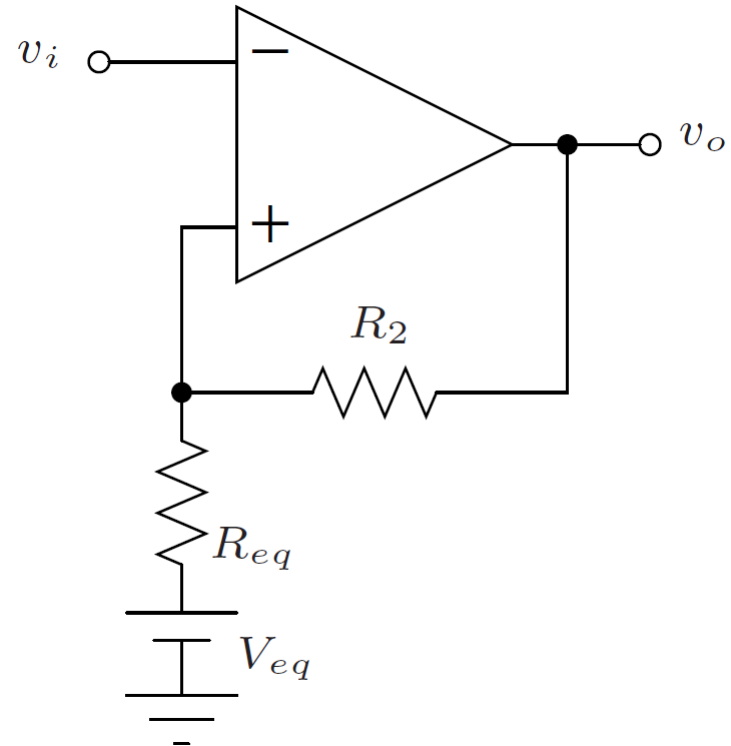
Deslocamento dos pontos de transição

De um modo análogo ao do comparador com histerese, calcula-se a tensão na entrada não inversora. A corrente de saída é dada por:

$$i_o = \frac{v_o - V_{eq}}{R_2 + R_{eq}}$$

Quando a saída estiver saturada positivamente, $v_o = V_{SAT}$, a tensão de referência na entrada não inversora é de:

$$\begin{aligned} UTP &= V_{SAT} - R_2 i_o \\ &= V_{SAT} - \frac{R_2 (V_{SAT} - V_{eq})}{R_2 + R_{eq}} \\ &= \frac{R_2 V_{eq} + R_{eq} V_{SAT}}{R_2 + R_{eq}}, \end{aligned}$$



Deslocamento dos pontos de transição

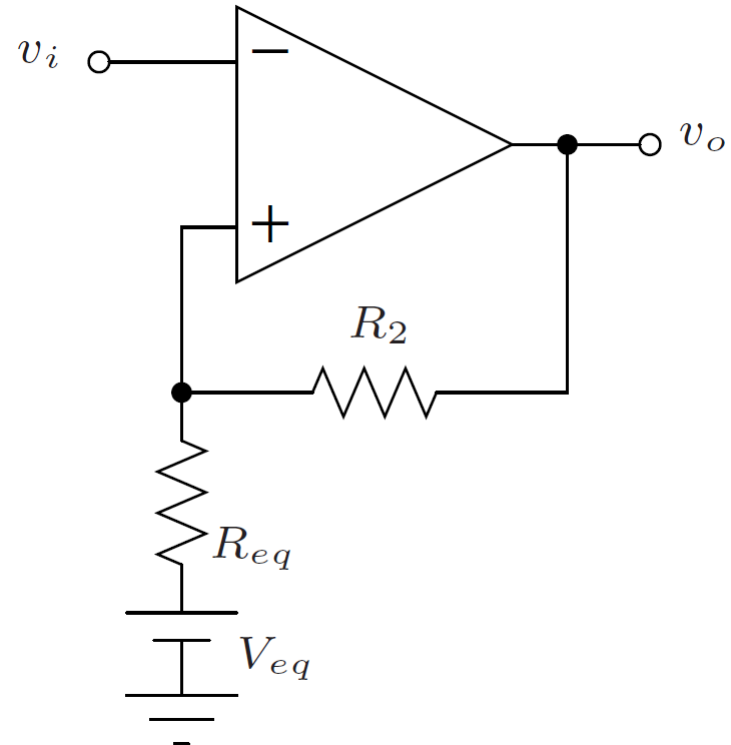
Quando a saída estiver saturada negativamente, $v_o = -V_{SAT}$, a tensão de referência na entrada não inversora é dada por:

$$\begin{aligned} LTP &= -V_{SAT} - R_2 i_o \\ &= -V_{SAT} - \frac{R_2(-V_{SAT} - V_{eq})}{R_2 + R_{eq}} \\ &= \frac{R_2 V_{eq} - R_{eq} V_{SAT}}{R_2 + R_{eq}}. \end{aligned}$$

Em qualquer dos casos, os pontos de transição estão deslocados em relação aos do comparador com histerese.

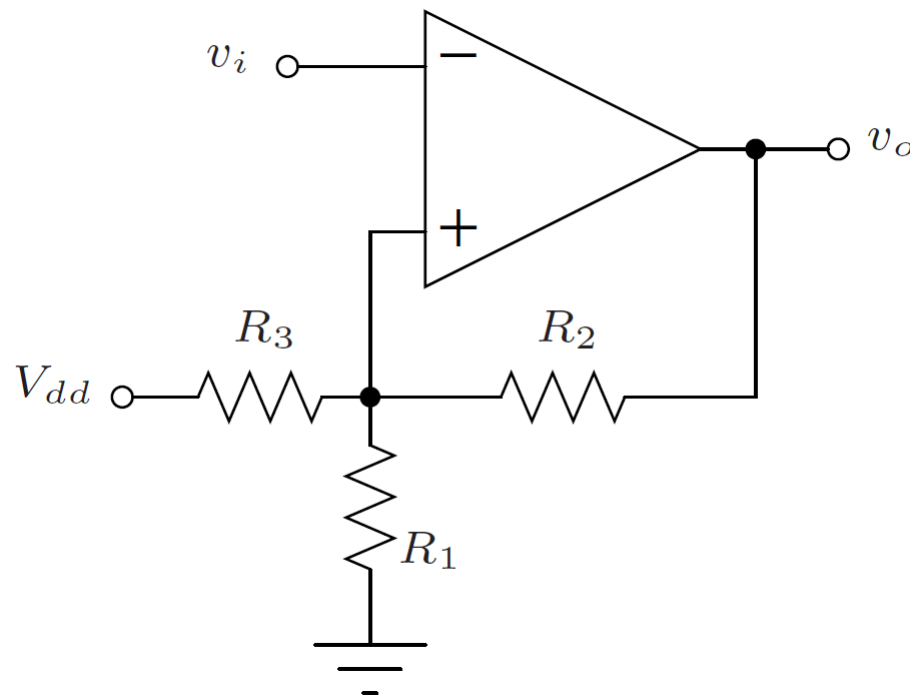
No caso de se pretender um deslocamento dos pontos de transição no sentido negativo, pode ligar-se R_3 a $-V_{SS}$, em vez de V_{DD} .

Neste caso, V_{eq} irá ser negativa.



Exemplo

Considere o comparador com histerese, em que $V_{DD} = -V_{SS} = 12V$, $R_1 = R_3 = 2k\Omega$, $R_2 = 9k\Omega$ e $V_{SAT} = V_{DD} - 2V$. Calcule os pontos de transição do comparador.



Exemplo

$$V_{eq} = V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 12 \frac{2k}{2k + 2k} = 6 \text{ V.}$$

$$R_{eq} = R_1 \parallel R_3 = 2k \parallel 2k = 1 \text{ k}\Omega.$$

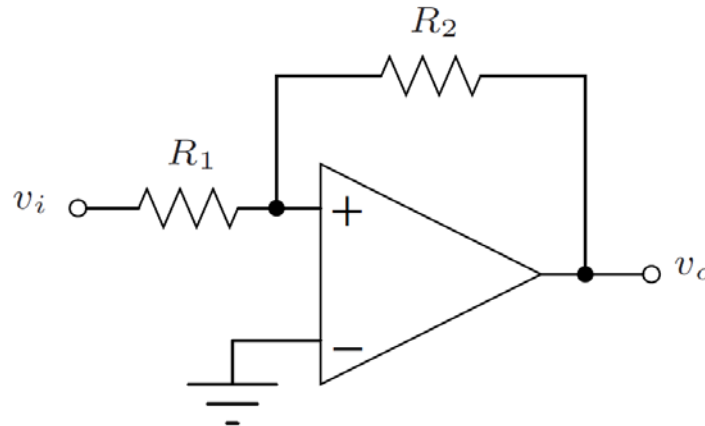
$$UTP = \frac{R_2 V_{eq} + R_{eq} V_{SAT}}{R_2 + R_{eq}} = \frac{9k \times 6 + 1k \times 10}{9k + 1k} = 6.4 \text{ V.}$$

$$LTP = \frac{R_2 V_{eq} + R_{eq} V_{SAT}}{R_2 + R_{eq}} = \frac{9k \times 6 - 1k \times 10}{R_2 + R_{eq}} = 4.4 \text{ V.}$$

Circuito não inversor

Quando a tensão na entrada não inversor (v_p) for maior do que zero, a saída será positiva e quando a tensão na entrada não inversora for menor do que zero, a saída será negativa.

Isto leva a que os pontos de transição ocorram quando $v_p \approx 0$.



Circuito não inversor

A corrente que circula em R1 é dada por:

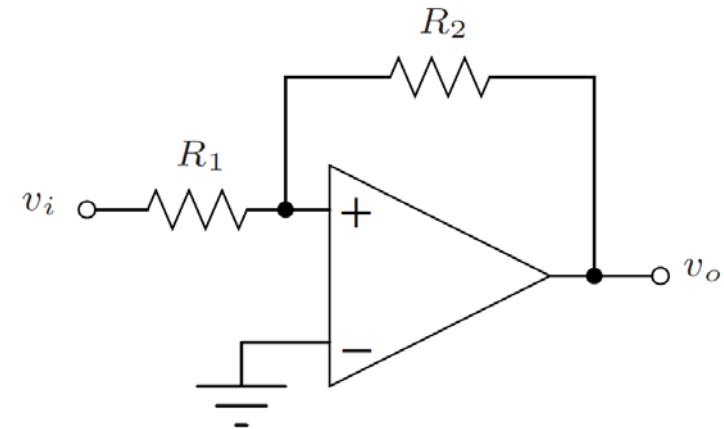
$$i_1 = \frac{v_i}{R_1}$$

que, devido à impedância de entrada do amplificador operacional ser muito elevada, circula também em R2:

$$i_2 = i_1 = \frac{0 - v_o}{R_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{v_i}{R_1} = -\frac{v_o}{R_2} \Leftrightarrow$$

$$v_i = -v_o \frac{R_1}{R_2}.$$



Quando a saída for igual a V_{sat} está-se em presença do ponto de transição superior:

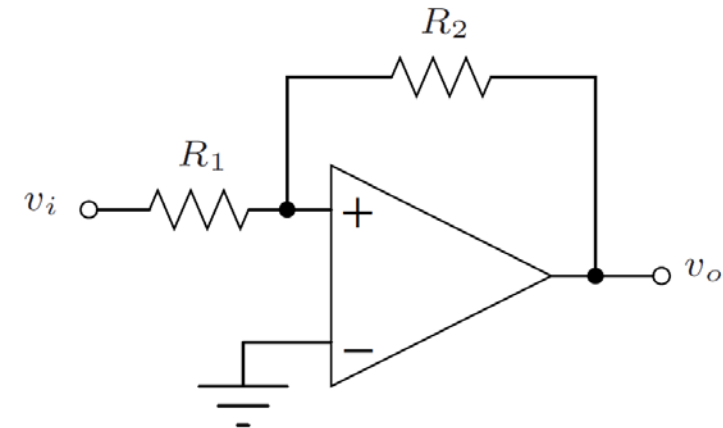
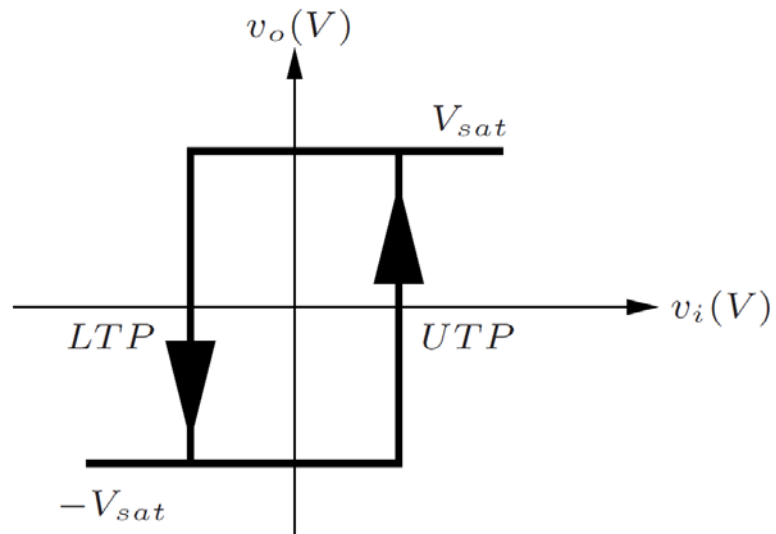
$$UTP = V_{sat} \frac{R_1}{R_2}$$

Quando a saída for igual a $-V_{sat}$ está-se em presença do ponto de transição inferior:

$$LTP = -V_{sat} \frac{R_1}{R_2}$$

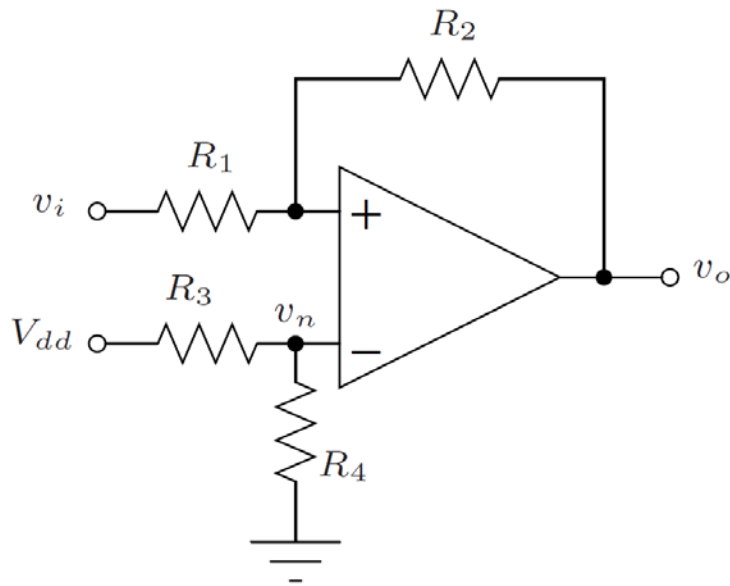
Circuito não inversor

Característica de transferência do comparador com histerese não inversor



Circuito não inversor

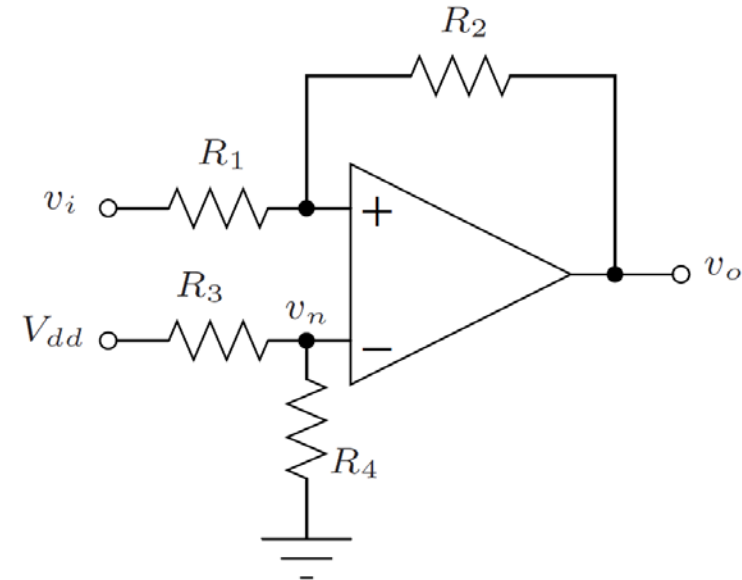
Neste comparador também é possível deslocar os pontos de transição. Basta para isso aplicar uma tensão V_n à entrada inversora do amplificador operacional



Circuito não inversor

Neste comparador também é possível deslocar os pontos de transição. Basta para isso aplicar uma tensão à entrada inversora do amplificador operacional

$$v_n = V_{DD} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$



Cálculo da tensão na entrada não inversora:

$$\frac{v_i - v_p}{R_1} = \frac{v_p - v_o}{R_2} \Leftrightarrow v_p = \frac{R_2 v_i + R_1 v_o}{R_1 + R_2}$$

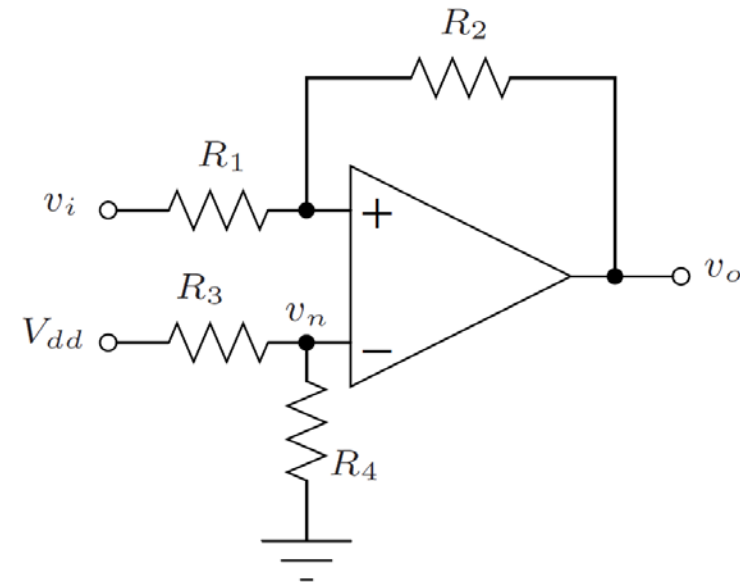
Circuito não inversor

Os pontos de transição ocorrem quando $V_n = v_p$. O LTP corresponde ao valor de v_i quando $v_o = V_{SAT}$:

$$\frac{R_2 v_i + R_1 V_{SAT}}{R_1 + R_2} = v_n$$

$$v_i = \frac{(R_1 + R_2)v_n - R_1 V_{SAT}}{R_2}$$

$$LTP = \frac{(R_1 + R_2)v_n - R_1 V_{SAT}}{R_2}$$



O UTP corresponde ao valor de v_i quando $v_o = -V_{SAT}$:

$$\frac{R_2 v_i - R_1 V_{SAT}}{R_1 + R_2} = v_n \Leftrightarrow v_i = \frac{(R_1 + R_2)v_n + R_1 V_{SAT}}{R_2}$$

$$UTP = \frac{(R_1 + R_2)v_n + R_1 V_{SAT}}{R_2}.$$

Conversão de formas de onda: Sinusoidal em retangular

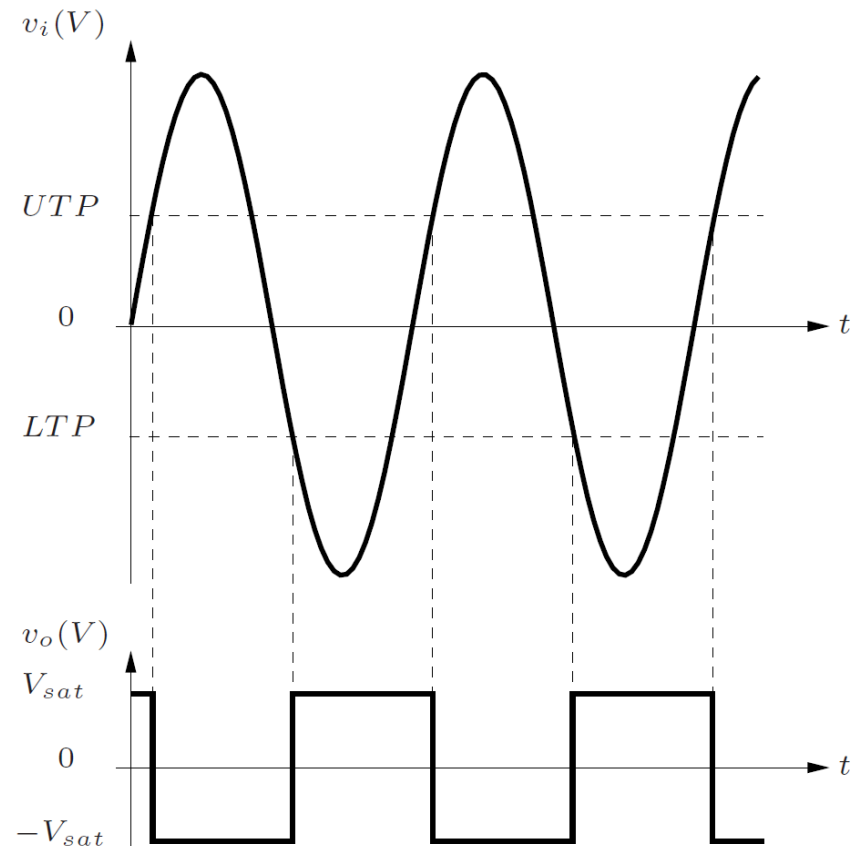
Um bom método para converter uma onda sinusoidal em quadrada consiste em usar um comparador com histerese.

O comparador com histerese é um bom circuito para converter qualquer forma de onda periódica numa retangular.

Isto pressupõe que o sinal a converter tenha uma amplitude superior à tensão dos pontos de transição do comparador com histerese.

Quando a tensão de entrada ultrapassa o UTP, a tensão de saída comuta para $-V_{sat}$.

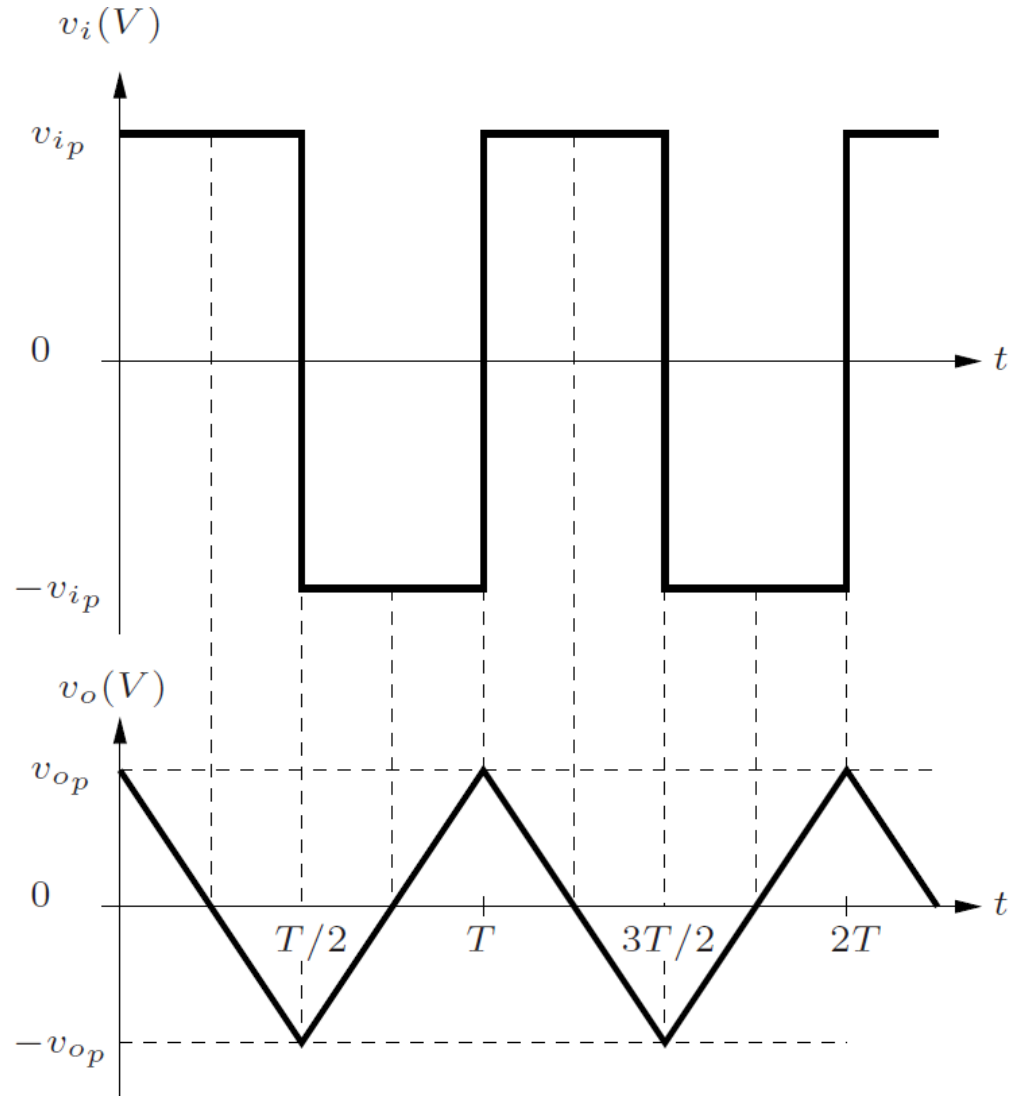
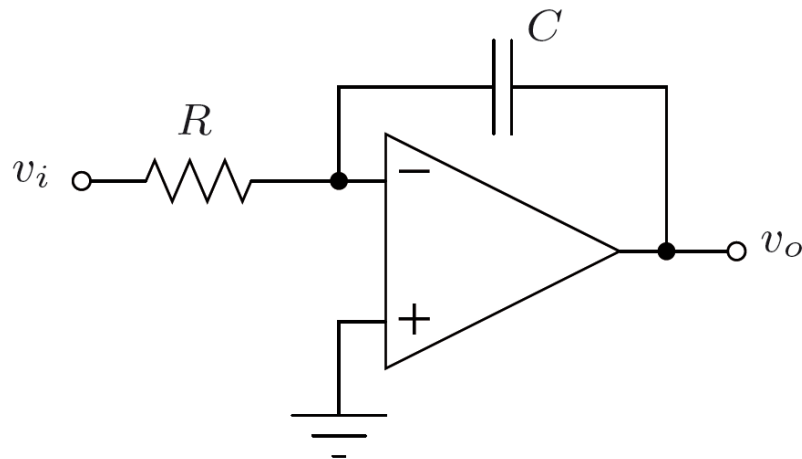
Quando a tensão de entrada for inferior ao LTP, a saída comuta para $+V_{sat}$.



Retangular para triangular

Para converter uma onda retangular numa triangular, usa-se um circuito integrador.

A figura mostra as formas de onda de entrada e de saída do circuito.

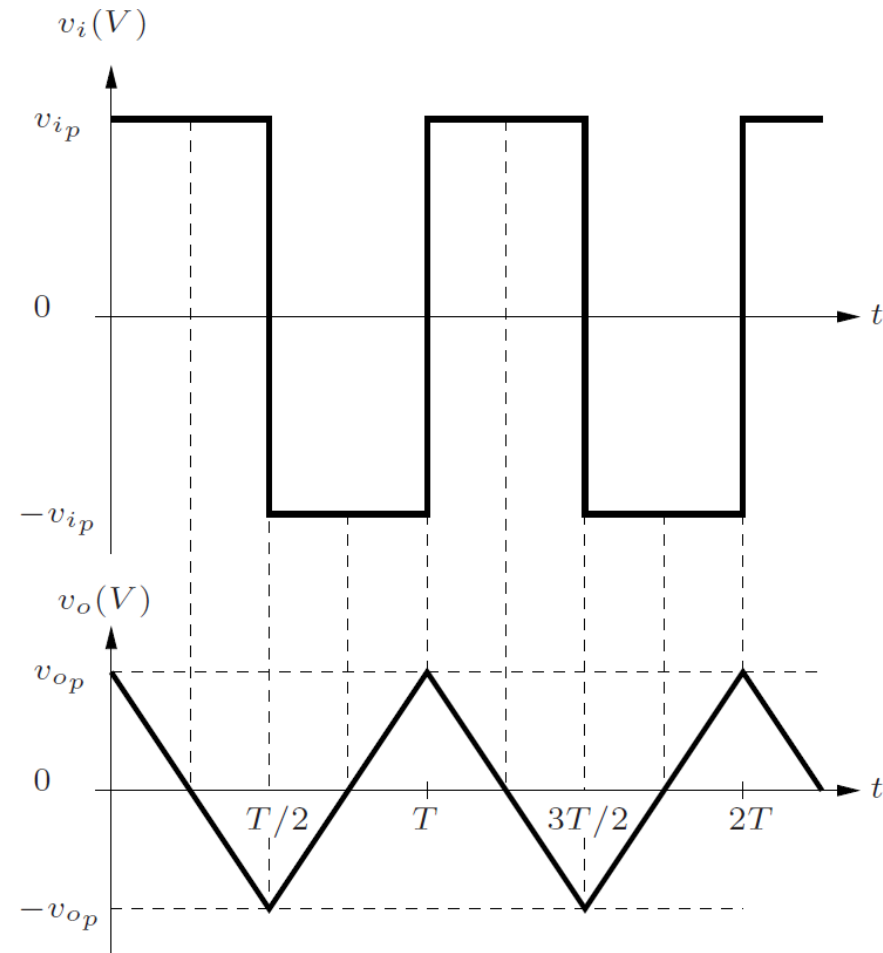


Retangular para triangular

Para calcular o pico negativo da tensão de saída, integra-se o sinal de entrada:

$$v_o(t) = v_o(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t v_i(t) dt$$

Analisando as formas de onda da figura, chega-se à conclusão de que para $t = T/4$, $v_o(t) = 0$ e para $t = T/2$, a tensão de saída atinge o pico negativo.



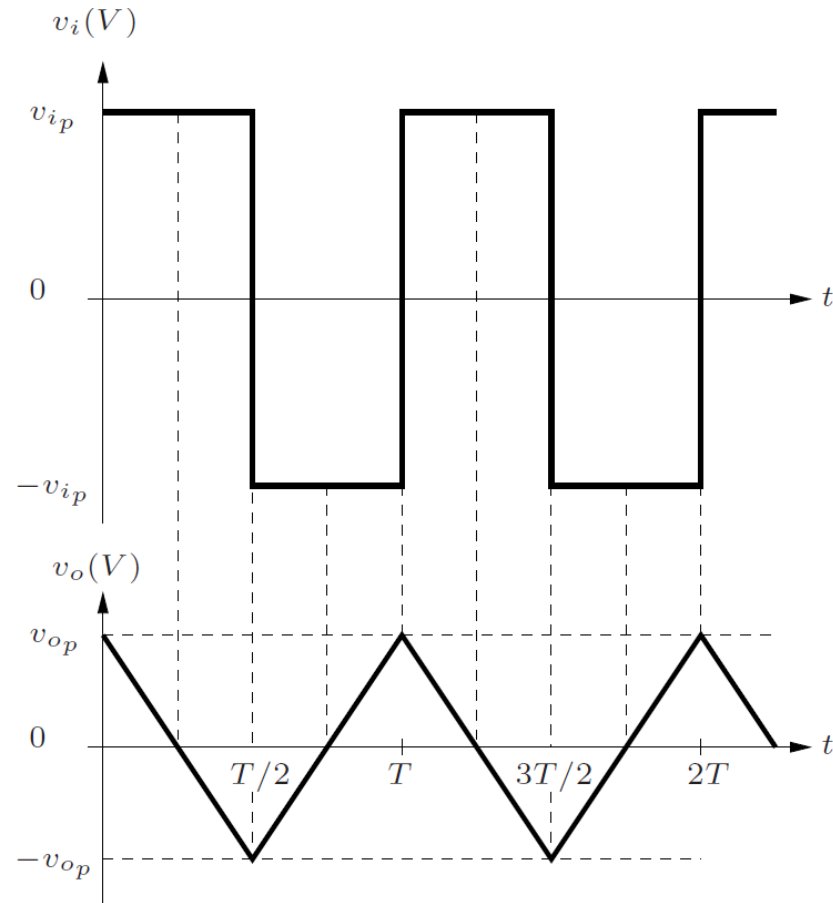
Retangular para triangular

Para calcular o valor desse pico negativo, basta integrar o sinal de entrada v_{ip} (que é constante) entre $T/4$ e $T/2$:

$$\begin{aligned} -v_{op} &= v_o(T/4) - \frac{1}{RC} \int_{T/4}^{T/2} v_{ip} dt \\ &= -\frac{1}{RC} [v_{ip}t]_{T/4}^{T/2} \\ &= -\frac{T}{4RC} v_{ip}. \end{aligned}$$

Por questões de simetria, o pico positivo do sinal de saída é dado por:

$$v_{op} = \frac{T}{4RC} v_{ip}$$



Triangular para impulso de dutty-cycle variável

Em algumas aplicações são necessários pulsos retangulares com o dutty-cycle variável.

Um circuito que produz pulsos de frequência constante e dutty-cycle variável, a partir de uma onda triangular, é o comparador. A frequência do sinal de saída é igual à da onda triangular de entrada e o dutty-cycle é determinado pela tensão de referência V_{ref} .

