

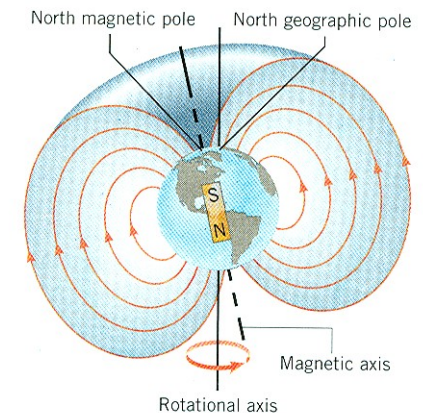
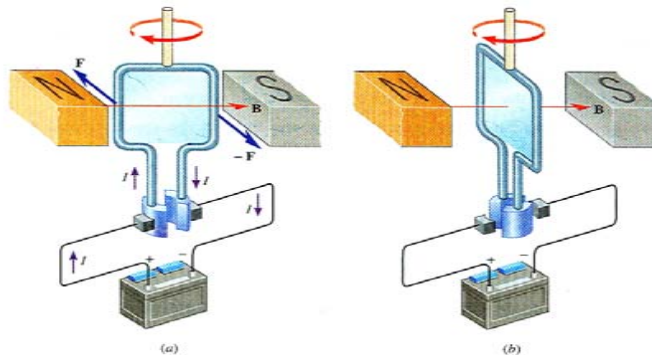
8. Campos Magnéticos

8.1. Definição e propriedades do campo magnético.

8.2. Força magnética num condutor percorrido por uma corrente.

8.3. Momento sobre uma espira de corrente num campo magnético uniforme

8.4. Movimento duma partícula carregada num campo magnético.

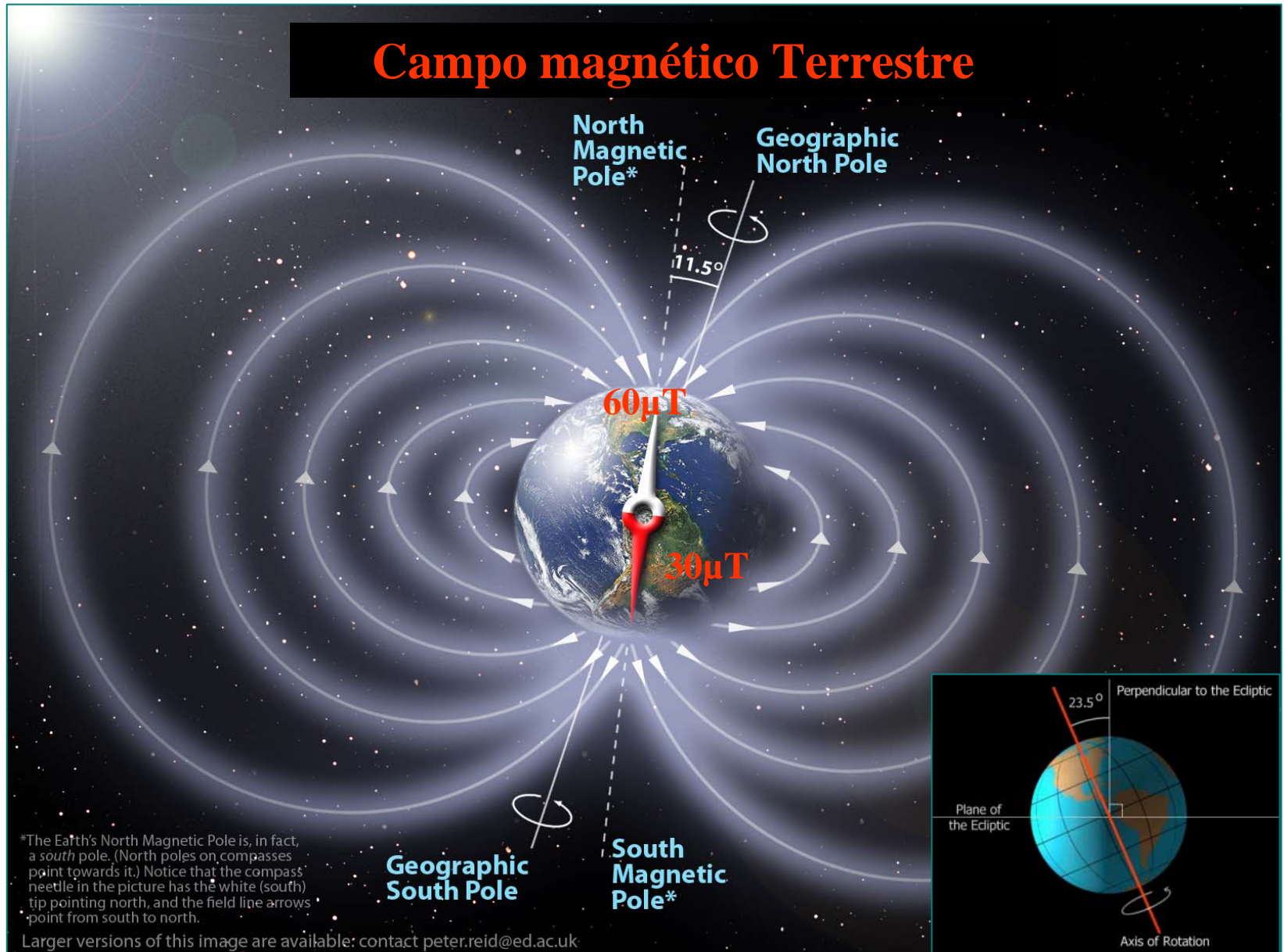


- Magnetismo: conhecido dos gregos, ~ 800 A.C.
certas pedras (magnetite, Fe_3O_4) atraíam pedaços de ferro.
- 1269, Pierre de Maricourt → pólos do íman. Os pólos de mesmo nome repelem-se; os pólos de nomes opostos atraem-se.
- 1600, William Gilbert sugeriu que a própria Terra fosse um íman permanente.
- 1750, John Michell: os pólos magnéticos exercem forças atractivas ou repulsivas, uns sobre os outros, e tais forças variam com o inverso do quadrado da respectiva separação.



- 1819, Hans Oersted: uma corrente eléctrica num condutor desviava uma agulha magnetizada: relação entre o magnetismo e a electricidade.
- 1820, Faraday e J. Henry: uma corrente eléctrica pode ser induzida num circuito, seja pelo movimento de um íman perto do circuito, seja pela alteração duma corrente num outro circuito, vizinho ao primeiro. Um campo magnético variável cria um campo eléctrico.
- 1873, J.C. Maxwell: as Leis do Electromagnetismo. Um campo eléctrico variável cria um campo magnético.
- 1888, Heinrich Hertz: ondas electromagnéticas no laboratório. Verificação das previsões de Maxwell.
- Aplicações tecnológicas do magnetismo: medidores eléctricos, transformadores, motores, aceleradores de partículas, alto-falantes. Registo de som, registo de imagens de TV, memórias de computadores ...

Campo magnético Terrestre

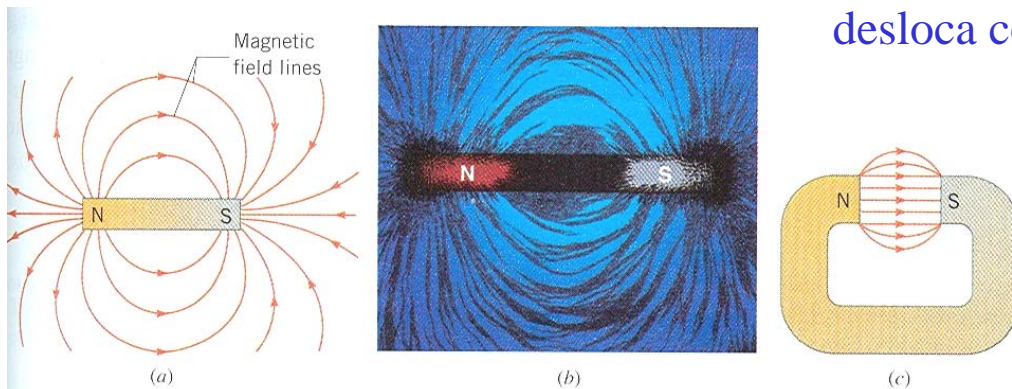


8.1. Definição e Propriedades do Campo Magnético.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad ; \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

- Vamos definir o **vector campo magnético** \vec{B} num certo ponto do espaço em termos de uma **força magnética** que seria exercida sobre um corpo de prova

Uma partícula carregada que se desloca com uma velocidade \vec{v}



- Admitimos que não existem campos eléctricos \vec{E} ou gravíticos \vec{g} na região onde se encontra a partícula.

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Valor da **força magnética** em módulo:

$$F_m = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta$$

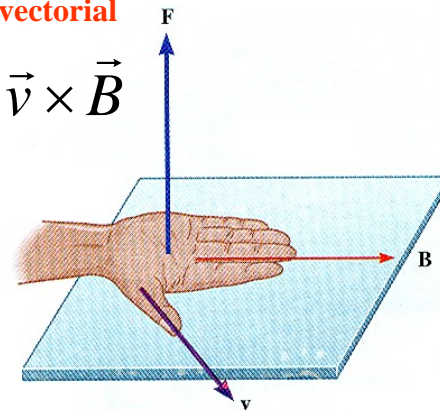
1

Produto vectorial

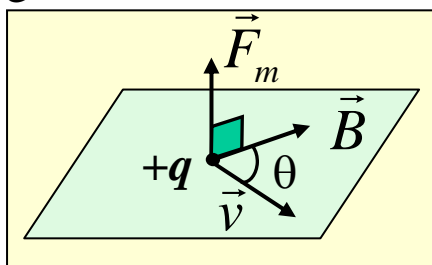
! Regra da *mão direita* para a determinação da direcção do: $\vec{v} \times \vec{B}$
(para o caso de uma partícula **positiva**)

! $F_m = 0$ se $\vec{v} \parallel \vec{B}$ ($\theta = 0$ ou 180°)

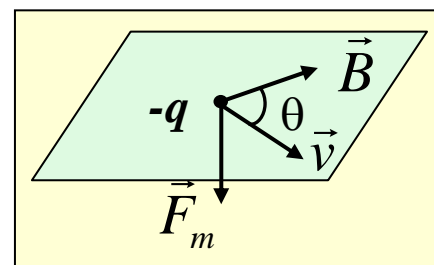
! $F_m = qvB$ (valor máximo) se $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($\theta = 90^\circ$)



1 é uma definição operacional do \vec{B} num ponto do espaço: O **campo magnético** define-se em termos duma força lateral que actua sobre uma partícula carregada.

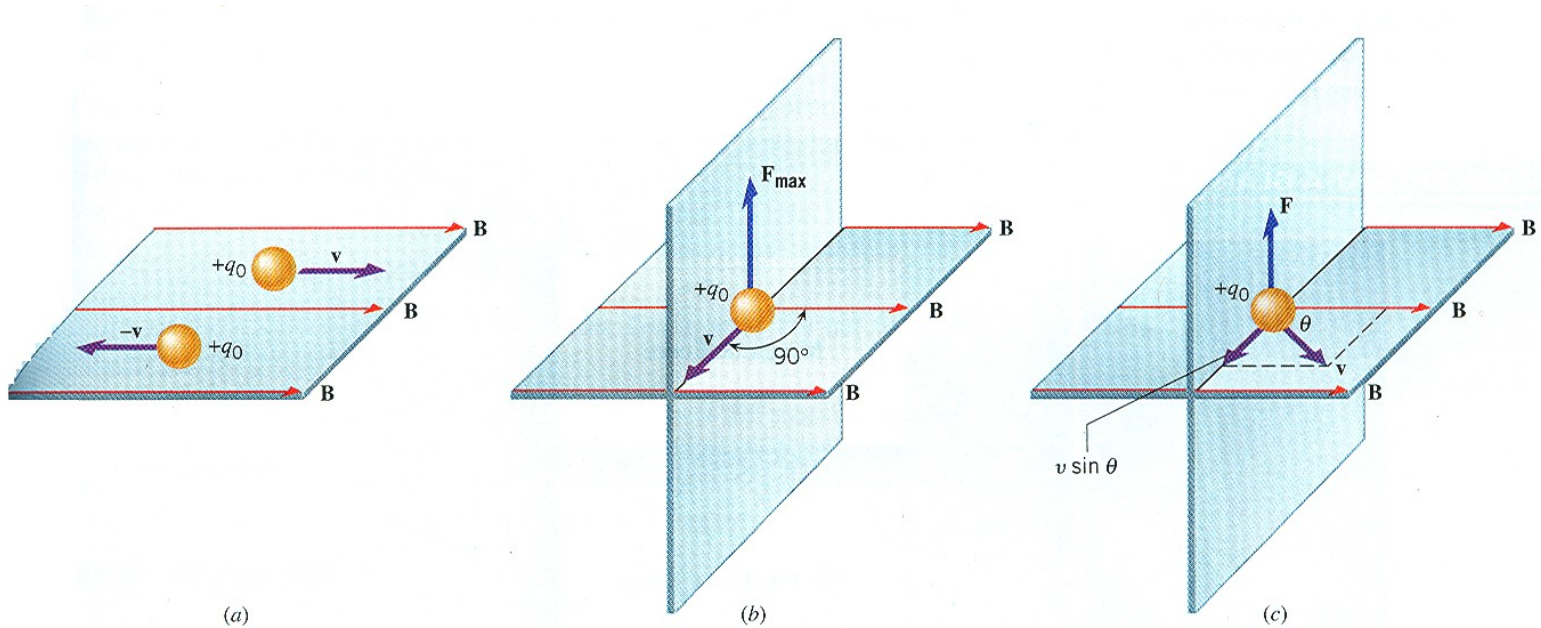


a

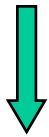


b

Força magnética sobre uma carga em movimento

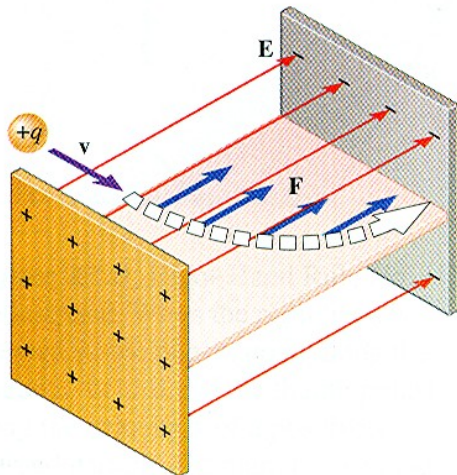


$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} = 0$$



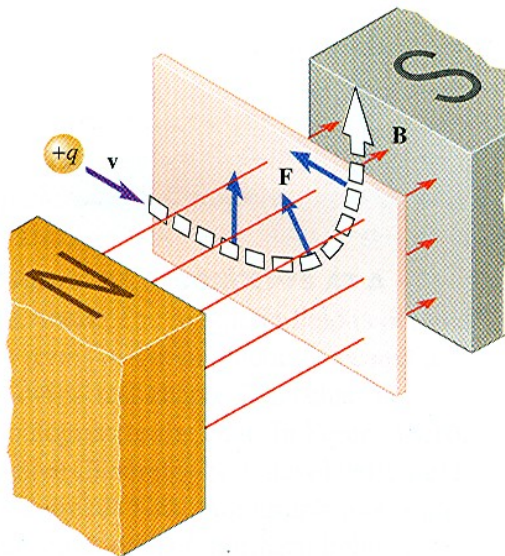
$$\vec{v} \parallel \vec{B}$$

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}_m| = qvB \sin \theta$$



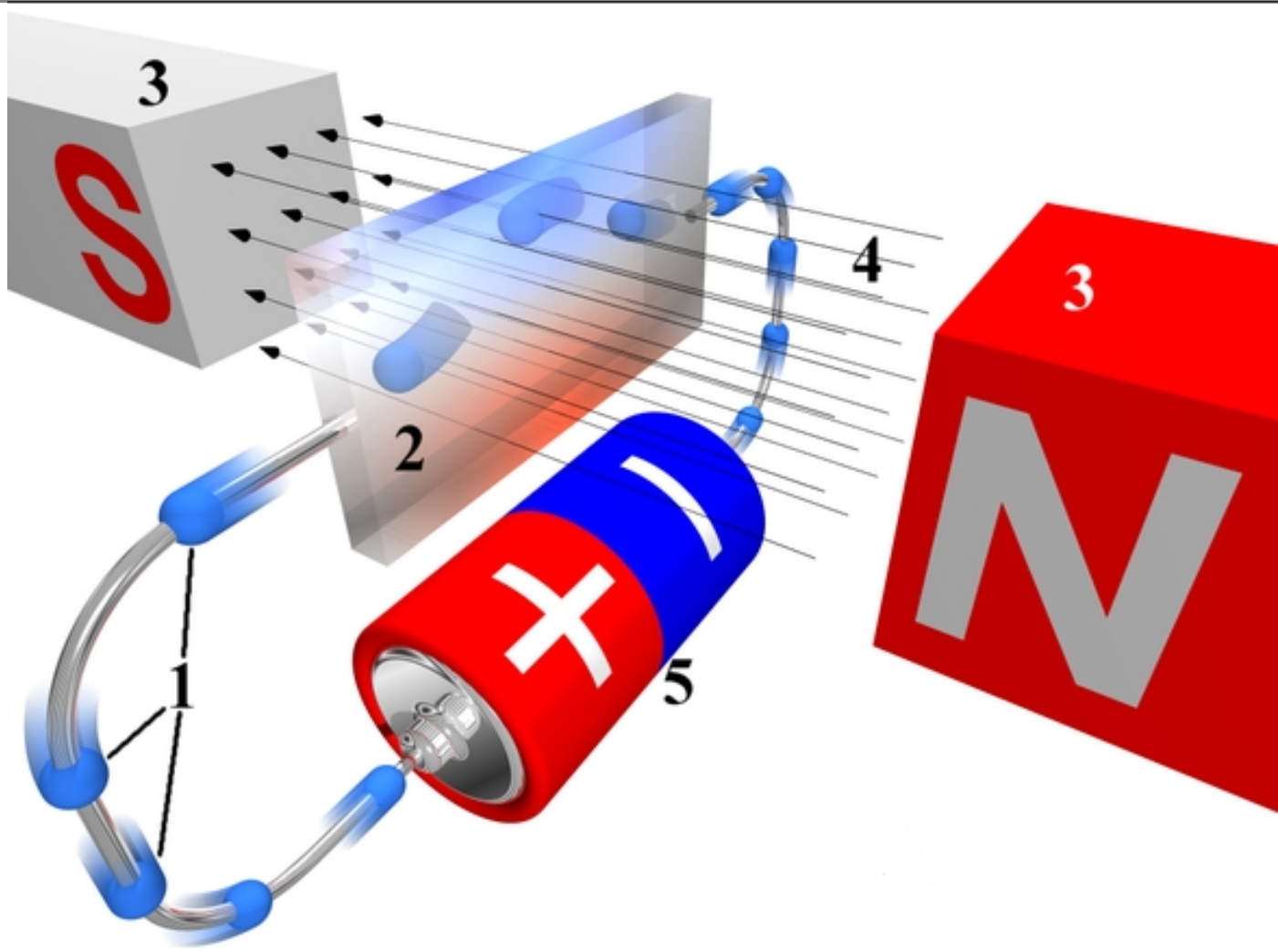
(a)

- (a) A **força eléctrica**, ao actuar numa **carga positiva**, é paralela ao **campo eléctrico (E)** e faz com que a trajectória dessa carga encurve no plano horizontal.



(b)

- (b) A **força magnética**, ao actuar numa **carga positiva**, é perpendicular quer ao vector velocidade (v) quer ao **campo magnético (B)**, fazendo com que a trajectória da partícula encurve no plano vertical.



Diferenças importantes entre as forças eléctricas e as magnéticas:

- \vec{F}_e está sempre na direcção do \vec{E} ; $\vec{F}_m \perp \vec{B}$
- \vec{F}_e actua sobre uma partícula carregada, independentemente da \vec{v} da partícula
- \vec{F}_m actua sobre uma partícula carregada somente se $\vec{v} \neq 0$

\vec{F}_e efectua trabalho ao deslocar uma carga q , enquanto a \vec{F}_m associada a um \vec{B} permanente, não efectua trabalho quando a partícula é deslocada.

$$\hookrightarrow W = \vec{F}_m \cdot d\vec{s} = \underbrace{(\vec{F}_m \cdot \vec{v})}_{\text{Produto escalar de vectores}} dt = 0 \quad (\vec{F}_m \perp \vec{v})$$

A **energia cinética** (K) de uma carga não pode ser alterada por um \vec{B} isolado. Isto é, quando uma carga se deslocar com velocidade \mathbf{v} , **um campo magnético** aplicado pode alterar a direcção do vector velocidade mas não o seu módulo.

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$



Unidade SI de \vec{B} : Weber por metro quadrado (Wb/m²) também designado **Tesla (T)**.

Eq. (1): Uma carga de 1 C, movendo-se num campo de 1 T, com a velocidade de 1 m/s, \perp ao campo, sofre uma força de 1N.

$$[B] = T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{N}{C \cdot m / s} = \frac{N}{A \cdot m}$$

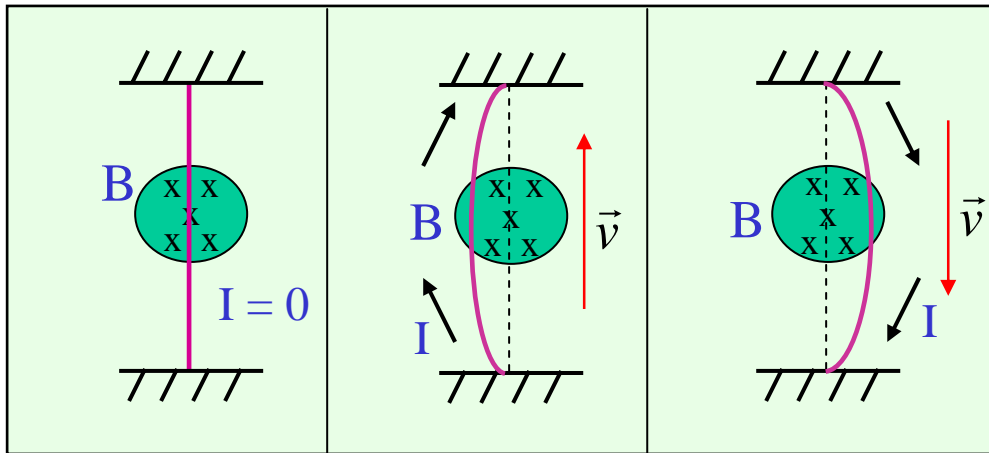
- Muitas vezes, na prática, usa-se o Gauss (G) (unidade cgs)

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$$

- Ímanes de laboratório $\sim 25.000 \text{ G}$, ou $2,5 \text{ T}$
- Ímanes supercondutores $\sim 250.000 \text{ G}$, ou 25 T
- Valor médio do campo magnético da Terra, nas vizinhanças da superfície terrestre $\sim 0,5 \text{ G}$ ou $50\mu\text{T}$

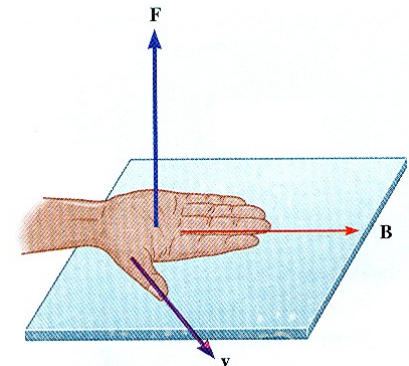
8.2. Força Magnética num Condutor Percorrido por uma Corrente.

- Caso exista uma **força sobre uma carga (q) em movimento** num $\vec{B} \Rightarrow$ um fio condutor percorrido por uma corrente também **sofre** uma \vec{F}_m nesse \vec{B}
- **I**: conjunto de muitas q em movimento \Rightarrow a \vec{F}_m resultante no fio deve-se à soma das \vec{F}_m individuais sobre as q .



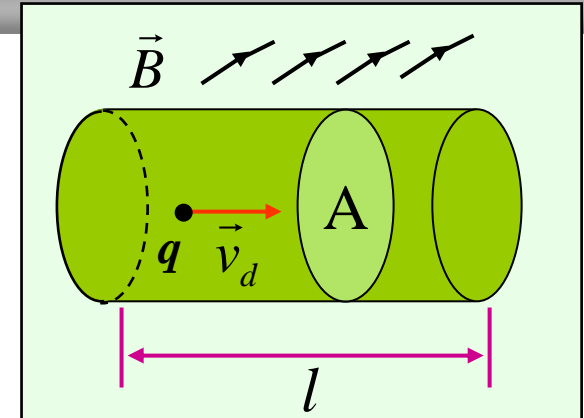
Supondo que o campo magnético é perpendicular ao plano da folha, e apontando para dentro desta.

Por convenção, o sentido das cargas é sempre do + para o -; daí que é como se as cargas fossem positivas.



- Fio condutor rectilíneo de secção recta uniforme, num \vec{B} externo uniforme.

Segmento condutor rectilíneo; comprimento l ; área da secção recta A ; percorrido por uma corrente I , num campo magnético externo \vec{B}



\vec{F}_m sobre uma carga q com a velocidade de migração $\vec{v}_d : \Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = q \vec{v}_d \times \vec{B}}$

\vec{F}_m total sobre o condutor: ($q \vec{v}_d \times \vec{B}$) multiplicado pelo número de cargas q no segmento.

A força sobre as cargas é transmitida ao fio condutor através das colisões dessa cargas com os átomo do material do fio.

- $A \cdot l$: volume do segmento;
- n : nº de cargas por unidade de volume (densidade de cargas);
- $N = nAl =$ nº de cargas no segmento.

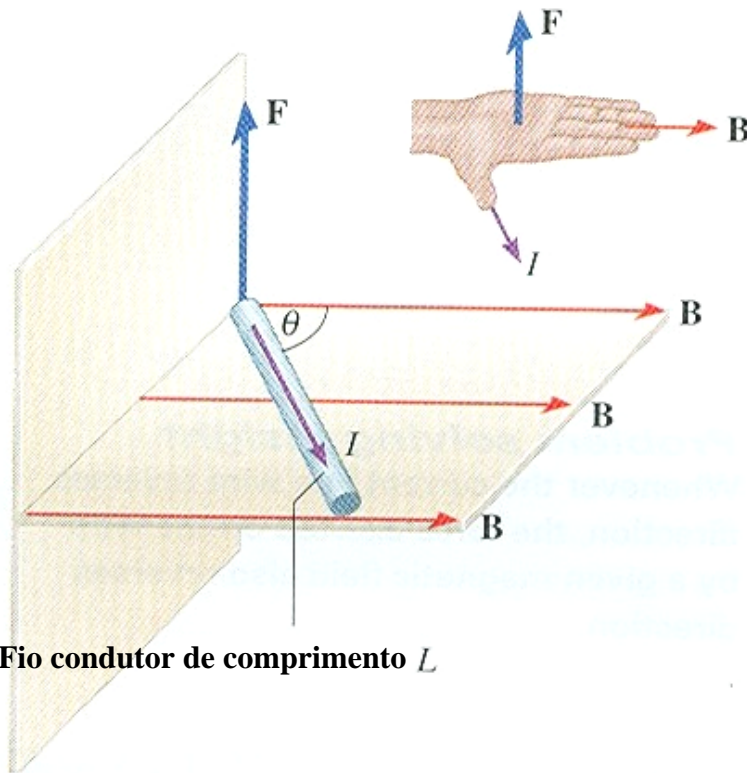
$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \vec{F}_m &= (q\vec{v}_d \times \vec{B}) n A \ell \\ I &= nqv_d A \quad (\text{Capítulo 5}) \end{aligned} \right\} \boxed{\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}} \quad (1)$$



$\vec{\ell}$: é um vector na direcção de I
 $|\vec{\ell}| =$ comprimento l

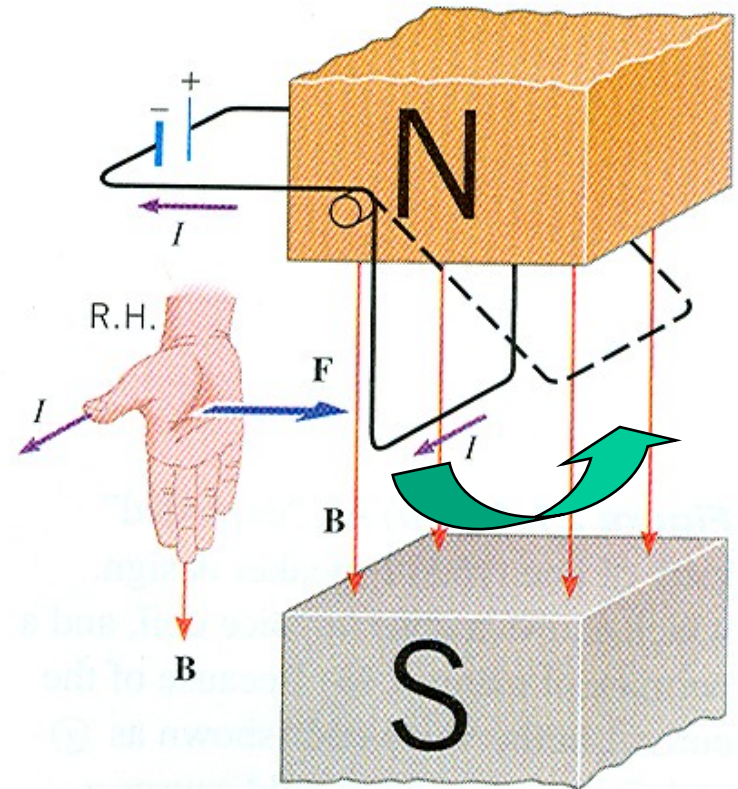
(1) só se aplica a um fio condutor rectilíneo, num \vec{B} externo e uniforme.

Força magnética sobre um condutor inserido num campo magnético



Fio condutor de comprimento L

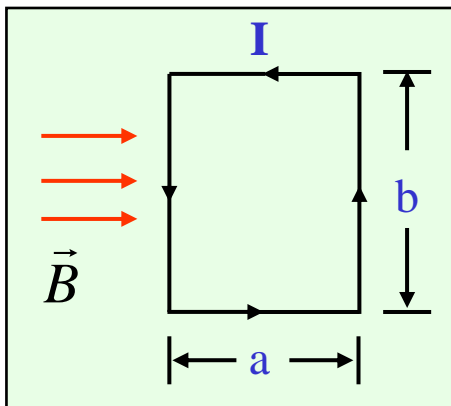
$$\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$



8.3. Momento sobre uma Espira de Corrente num Campo Magnético Uniforme.



Universidade do Minho

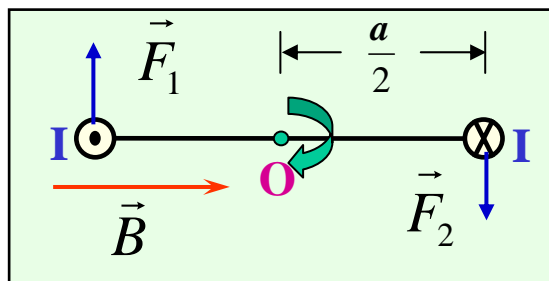


- \vec{B} uniforme no plano da espira
- As \vec{F}_m sobre os lados “a” são nulas

$$d\vec{s} \parallel \vec{B} \Rightarrow d\vec{s} \times \vec{B} = \vec{0}$$
- O $|\vec{F}_m|$ sobre os lados “b” $\Rightarrow F_1 = F_2 = I \cdot b \cdot B \cdot \sin 90^\circ = IbB$

- A direcção de F_1 (lado esquerdo) : \odot
- A direcção de F_2 (lado direito): \otimes

$$\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$



(vista inferior da espira)

- Essas duas forças provocam um **momento** (torque) em relação a \odot , que *provoca uma rotação no sentido horário (visto por baixo da espira)*.

- O módulo desse momento de rotação é dado por:

$$\tau_{\max} = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2} = (IbB) \frac{a}{2} + (IbB) \frac{a}{2} = IabB$$

$\frac{a}{2}$ é o braço de cada força em relação a O

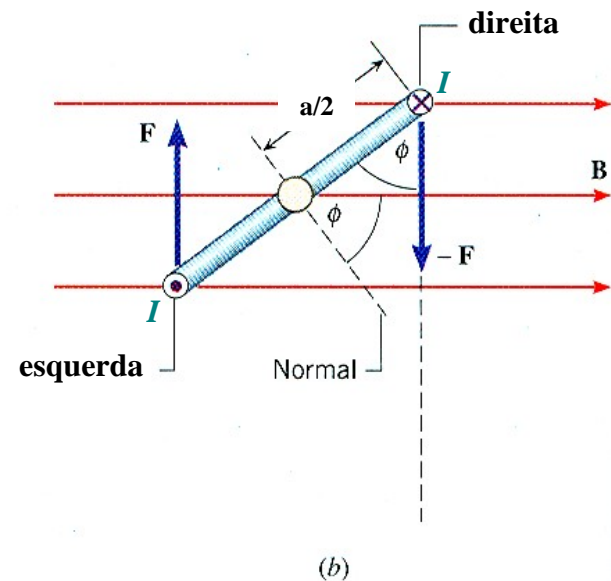
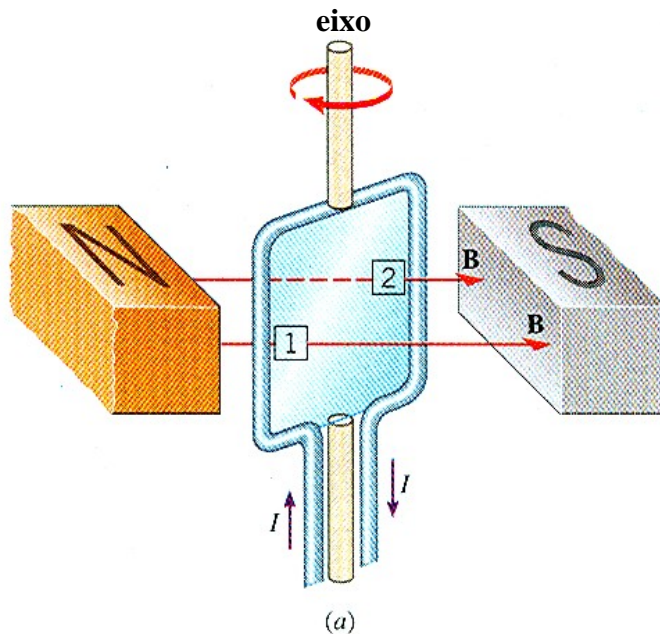
Como $A = ab \Rightarrow \boxed{\tau = I \cdot A \cdot B}$ **Momento de rotação**

! Só válido quando $\vec{B} \parallel$ ao plano da espira

! Sentido de rotação horário (**visto de baixo**)

! Se a I for invertida \Rightarrow as forças serão invertidas \Rightarrow rotação anti-horária.

Momento sobre uma espira de corrente



- (a) Espira percorrida por uma corrente (I) inserida num campo magnético produzido por um íman. A espira pode rodar em torno de um eixo vertical.
- (b) Vista de cima da espira. As forças em ambos os lados são opostas, e conjuntas produzem um momento no sentido horário.

Vectorialmente podemos escrever: $\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}$

$\tau_{max} = IAB$ se $\theta = 90^\circ$ ($\vec{B} \parallel$ ao plano da espira)

$\tau = 0$ se $\theta = 0$ ($\vec{B} \perp$ ao plano da espira)

\vec{A} é um vector \perp ao plano da espira, $|\vec{A}|$ = área da espira

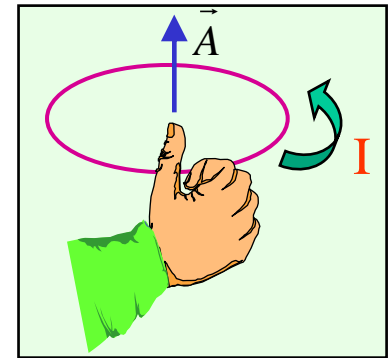
Sentido de \vec{A} : regra da mão direita



O produto $I\vec{A}$ é definido como o **momento magnético da espira**:

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

$$[\mu] = [I]L^2 \rightarrow SI : A \cdot m^2$$



$$\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

\forall orientação de \vec{B} em relação à espira e para uma espira de qualquer forma!

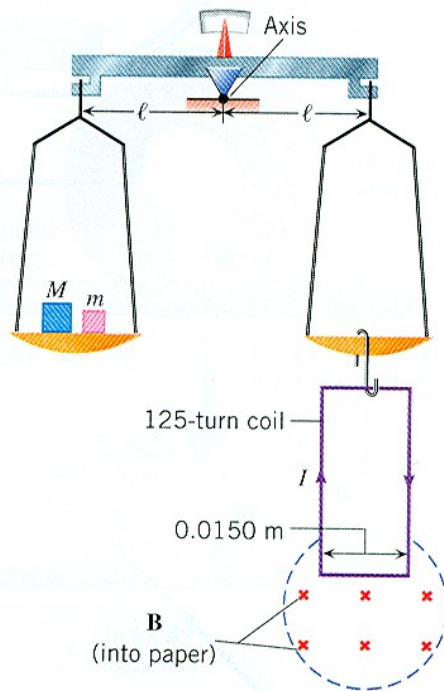
- Se uma bobina tiver N espiras com as mesmas dimensões e a mesma I :

$$\Rightarrow \vec{\tau} = N\vec{\mu} \times \vec{B}$$

Exercício:



Um bobina rectangular com 125 espiras é suspenso no prato direito de uma balança, conforme ilustrado na figura. Com o campo magnético desligado, um corpo de massa M é colocado no prato esquerdo da balança de modo a equilibrar o peso do bobina. Quando o campo magnético uniforme ($B=0,2$ T) for ligado e circular uma corrente de 8,5 A através do bobina, qual será a massa do corpo m adicional que teremos que colocar no prato esquerdo para equilibrar novamente a balança?



Resolução: campo desligado:

$$\sum_i \vec{M}_O^{F_i} = 0 \Leftrightarrow \vec{M}_O^{P_{\text{pratoesquerdo}}} + \vec{M}_O^M + \vec{M}_O^{P_{\text{pratodireito}}} + \vec{M}_O^{P_{\text{bobina}}} = 0$$

$$\cancel{P_{\text{prato}}}l + Mgl - \cancel{P_{\text{prato}}}l - P_{\text{bobina}}l = Mgl - P_{\text{bobina}}l = 0$$

$$\Rightarrow Mgl = P_{\text{bobina}}l$$

campo ligado:

$$\sum_i \vec{M}_O^{F_i} = 0 \Leftrightarrow \vec{M}_O^{P_{\text{pratoesquerdo}}} + \vec{M}_O^{P_{M+m}} + \vec{M}_O^{P_{\text{pratodireito}}} + \vec{M}_O^{P_{\text{bobina}}} + \vec{M}_O^{F_{\text{magnética}}} = 0$$

$$P_{\text{prato}}l + Mgl + mgl - P_{\text{prato}}l - P_{\text{bobina}}l - (INLB)l = 0$$

$$P_{\text{bobina}}l + mgl - P_{\text{bobina}}l - (INLB)l = 0 \Leftrightarrow mgl - (INLB)l = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{INLB}{g} = \frac{8,5 \cdot 125 \cdot 0,015 \cdot 0,2}{9,8} = 0,325 \text{ kg}$$

8.4. Movimento de uma Partícula Carregada num Campo Magnético.

! $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ logo o **trabalho (W)** efectuado pela \vec{F}_m é nulo ($\vec{F} \perp d\vec{s} \Rightarrow$ um \vec{B} estático altera a direcção da \vec{v} , mas não afecta $|\vec{v}|$ nem a **energia cinética (K)** duma partícula carregada ($W=\Delta K$).

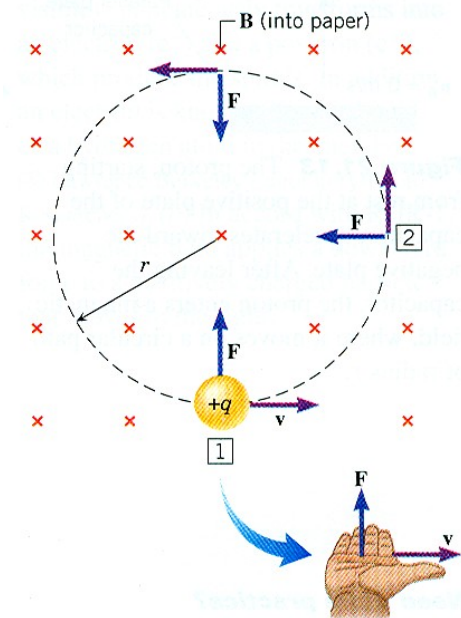
Consideramos o caso especial: $+q$, \vec{B} uniforme, \vec{v} inicial $\perp \vec{B}$;

A partícula carregada positivamente move-se num círculo cujo plano é perpendicular a \vec{B}

\Rightarrow ocorre em virtude da \vec{F}_m fazer um ângulo recto com \vec{v} e com \vec{B} . $|\vec{F}_m| = qvB$.

Quando \vec{F}_m desvia a $q \Rightarrow$ as direcções de \vec{v} e \vec{F}_m alteram-se continuamente.

Para o caso de uma **partícula positiva**, o movimento é no sentido **anti-horário**.



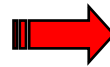
\vec{F}_m é uma força centrípeta, que só altera a direcção de \vec{v} , mas $|\vec{v}| = \text{cte.}$

Sentido da rotação: anti-horário
horário

→ +q

→ -q

\vec{F}_m radial; $|\vec{F}_m| = qvB \equiv m \frac{v^2}{r}$



$$r = \frac{mv}{qB}$$

momento linear!

A frequência angular da carga q:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

O período de movimento:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Exemplos:

