Universidade do Minho
Departamento de Electrónica Industrial

Sistemas Digitais

Exercícios de Apoio - I

Sistemas de Numeração

CONVERSÃO ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Conversão Decimal - Binário

Números Inteiros

O método mais sistemático consiste em efectuar divisões sucessivas por 2.

O equivalente encontrado é formado pelo último quociente (MSB - Most Significant Bit) e pelos restos das divisões sucessivas escritos pela ordem inversa à que forma obtidos. O primeiro resto encontrado é o LSB (Least Significant Bit)

Números Fraccionários

As fracções decimais podem converter-se para binário pelo método das multiplicações sucessivas por 2.

Os dígitos obtidos são as partes inteiras dos produtos obtidos, sendo o 1º o MSB e o último o LSB

Conversão Decimal - Octal

Tal como na conversão de números decimais para binário, a conversão para o sistema de numeração octal efectua-se de modo sistemático pelo método das divisões sucessivas, neste caso por 8, para a parte inteira. Para a parte fraccionária do número, utilizam-se as multiplicações sucessivas por 8.

Conversão Decimal - Hexadecimal

Utiliza-se a mesma técnica descrita anteriormente, só que neste caso, em vez de 2 ou 8, utiliza-se o 16.

Nota: Relativamente à parte fraccionária de um número que se pretende converter de uma base b1 para uma base b2 é necessário garantir que o número a obter deve ter uma precisão não inferior à do número inicial.

Supondo que o número da base de partida, a qual vamos designar por b1, tem n dígitos na sua parte fraccionária, a representação desse mesmo número numa nova base b2 deverá ter x dígitos na sua parte fraccionária, de tal forma que se verifique a seguinte desigualdade:

$$b_1^{-n} \geq b_2^{-x}$$

Desta forma podemos escrever:

$$x \geq n \frac{\log b_1}{\log b_2}$$

onde x toma o valor inteiro imediatamente superior ao valor determinado pela expressão anterior.

Conversão entre Binário, Octal e Hexadecimal

Cada dígito octal pode ser representado por um número binário de 3 bits - $2^3 = 8$.
Na conversão de um número octal para binário substitui-se cada dígito pelo correspondente grupo de 3 bits.
Na conversão de um número binário para octal divide-se o número binário em grupos de 3 bits, a partir da vírgula, e converte-se cada grupo no seu equivalente octal.

Cada dígito hexadecimal pode ser representado por um número binário de 4 bits - $2^4 = 16$.
Na conversão de um número hexadecimal para binário substitui-se cada dígito pelo correspondente grupo de 4 bits.
Na conversão de um número binário para hexadecimal divide-se o número binário em grupos de 4 bits, a partir da vírgula, e converte-se cada grupo no seu equivalente octal.

Representação de Números Negativos

Representação de Números em Sinal e Módulo

Nos computadores digitais, os números binários são armazenados em registos, em que cada um tem a capacidade de armazenar um bit. Assim, um registo de 5 bits tem a possibilidade de armazenar números binários desde 0000 até 11111 (0 a 31, no sistema de numeração decimal), cujo valor representa o módulo (grandeza) do número. Dado que os números a manusear podem ser tanto positivos como negativos é necessário encontrar um processo de indicar o respectivo sinal. Na representação de números em sinal e módulo introduz-se um novo bit, denominado por bit de sinal, que toma o valor 0 se o número for positivo e o valor 1 se o número for negativo.

Representação de Números em Complemento para 1

O complemento para 1 de um número obtém-se trocando, na sua representação binária, todos os 0s por 1s e vice-versa. Dado que esta é uma notação de sinal e grandeza, os números positivos têm como MSB um 0, enquanto que os negativos têm como MSB um 1.

Representação de números em complemento para 2

Partindo do complemento para um de um número, podemos obter o seu complemento para dois adicionando-lhe uma unidade. Do mesmo modo que na representação em complemento para um se o MSB for um 0 trata-se de um número positivo, caso contrário é um número negativo.

Regra prática:

1) representar o número pretendido em binário;
2) Acrescentar 0s à esquerda do número até obter o número de bits pretendido;
3) Rescrever o número, repetindo-o da direita para a esquerda até encontrar o primeiro 1. A partir desse 1, exclusive, trocam-se todos os 1s por 0s e vice-versa.

Nota: Apesar do processo de representação de números em sinal mais módulo ser relativamente simples, não é utilizado em calculadoras e outros sistemas digitais visto a sua implementação ser algo complexa. Um dos métodos mais utilizados é a representação em complemento para 2.

Códigos BCD

Ao representarmos cada dígito de um número decimal pelo seu equivalente binário obtemos o chamado código BCD (**B**inary **C**ode **D**ecimal). Deste modo cada dígito de 0 a 9 é representado por um código binário de 4 bits.

BCD 8421 (Natural)

A designação 8421 indica os pesos dos 4 bits. Apesar de existirem 16 combinações possíveis de 4 bits, em BCD apenas são válidas as combinações correspondentes aos dígitos de 0 a 9.

Adição em BCD

Quando se adicionam números em BCD deve-se verificar se o resultado é válido. Assim, se o resultado obtido for um valor igual ou inferior a 9 (1001) ele é válido. No caso de se obter um resultado inválido deve-se-lhe adicionar 6 (0110), tendo ainda o cuidado de adicionar o *carry*, se for caso disso.

Outros Códigos BCD

O código excesso 3, usado em alguns computadores mais antigos, é um código não pesado que se obtém do código BCD adicionando-lhe 3 unidades. O código 2421 é um código pesado e auto-complementar, isto é, o complemento para 9 de um número decimal obtém-se de forma fácil ao trocar os 0s por 1s e vice-versa.

Código Gray

O código Gray não é utilizado em operações aritméticas visto ser um código não pesado, sendo no entanto usado em alguns conversores analógico-digitais. A principal característica deste código reside no facto de ao passarmos de um valor decimal para o seguinte, o equivalente de Gray apenas apresenta uma variação num bit. Assim, o código de Gray é utilizado em situações onde outros códigos, nomeadamente o código binário, podem produzir resultados errados ou ambíguos.

Com base nos conhecimentos adquiridos resolva o conjunto de problemas seguinte:

1 - Determine o equivalente decimal dos seguintes números:

a) $132_{(4)}$	b) $257_{(8)}$	c) $523_{(6)}$
d) $125{,}643_{(8)}$	e) $0{,}324_{(5)}$	f) $10{,}47_{(8)}$
g) $11011010{,}01011_{(2)}$	h) $103{,}12_{(4)}$	i) $B5C{,}8D_{(16)}$
j) $3A2{,}4B_{(12)}$	k) $100110{,}1101_{(2)}$	l) $1B1{,}CD_{(16)}$

2 - Represente cada um dos seguintes números decimais nas bases binária, octal e hexadecimal:

a) 87,26	b) 315,42	c) 14,758
d) 62,7	e) 0,0625	f) 8,125

3 - Represente cada um dos números que a seguir se apresentam nos sistemas de base 3, 13, 20:

a) $1101011_{(2)}$	b) $157_{(10)}$	c) $2235_{(7)}$
d) $5AD1_{(25)}$	e) $9F{,}C4_{(16)}$	f) $876{,}42_{(9)}$

4 - Partindo sempre da base binária, represente cada um dos seguintes números seguintes nas bases 4, 8 e 16:

a) $110110111_{(2)}$	b) $1110011{,}1110101_{(2)}$	c) $0{,}100110_{(2)}$
d) $10001101{,}110001_{(2)}$	e) $10001010{,}000011_{(2)}$	f) $1011011011101_{(2)}$

5 - Represente o equivalente hexadecimal de cada um dos seguintes números decimais:

a) 1254,7	b) 525	c) 88,25
d) 45,9856	e) 246,0625	f)319,5625

6 - Represente o equivalente binário de cada um dos seguintes números hexadecimais:

a) 24A,8C	b) 4A5,B6	c) 3D,4A
d) 1FF,C2	e) 785,26	f) AB7

7 - Represente cada um dos seguintes números no sistema de numeração de base 3:

a) $625_{(9)}$	b) $702{,}5_{(9)}$	c) $4A{,}68_{(27)}$	d) $F72A_{(27)}$

9 - Represente o número $1221211_{(3)}$ nos sistemas de numeração de bases 9 e 27.

9 - Represente cada um dos números que se seguem nos sistemas de numeração de bases 2, 10 e 16:

a) $247{,}63_{(8)}$ b) $41A{,}9_{(12)}$ c) $63D{,}F_{(64)}$
d) $3A2B{,}87_{(14)}$ e) $543B{,}C_{(32)}$ f) $321{,}123_{(4)}$

10 - Determine, para cada um dos casos, qual deve ser o valor da base b de forma a que se verifiquem as seguintes igualdades:

a) $A8A_{(16)} = 2698_{(b)}$ b) $219_{(10)} = 3123_{(b)}$ c) $22_{(b)}+33_{(b)}+20_{(b)} = 201_{(b)}$
d) $\sqrt{41}_{(b)} = 5_{(b)}$ e) $1619_{(10)} = 653_{(b)}$ f) $25_{(b)}+34_{(b)} = 61_{(b)}$
g) $32_{(b)}+24_{(b)} = 10^2{}_{(b)}$ h) $21213_{(4)} = 615_{(b)}$

11 - Determine qual o valor da base do sistema de numeração n qual se encontra representada a equação $x^2 + 10x - 20 = 0$, de forma a que a mesma tenha como raiz o número 1.

12 - Complete o seguinte quadro:

Número Decimal	Binário		
	Sinal + Módulo	Complemento para 2	Complemento para1
+245			
	01011011		
		10101101	
			11111111

13 - Efectue as operações de números binários que se seguem:

a) 11010 + 01011 b) 101101 + 110110
c) 10111 + 11011 d) 111011 + 101110

14 - Efectue as seguintes operações:

a) $0010_{(BCD)} + 0110_{(BCD)}$ b) $0111_{(BCD)} + 0101_{(BCD)}$
c) $10000100_{(BCD)} + 01011001_{(BCD)}$

15 - Represente os equivalentes binários dos seguintes números em Gray:

a) 10101111 b) 11000110

16 - Represente os equivalentes Gray dos seguintes números binários:

a) 11000110 b) 1000111

17 - Considere os seguintes números decimais:

x = +5217 y = - 2145 z = +6254 w = +1547

a) Represente-os em binário natural.
b) Utilizando a aritmética de complemento para 2 realize as seguintes operações:

i) x + z ii) y + w iii) x + y

18 - Considere os seguintes números decimais:

x = +6325 y = -3145 z = +7253 w = +1214

a) Represente-os em binário natural.
b) Utilizando a aritmética de complemento para 1 realize as seguintes operações:

i) x + z ii) y + w iii) x + y

19 - Complete o seguinte quadro:

Número Decimal	BCD		
	8421	X-3	2421
	001001000101		
+4573			
-812			
-1257			