Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

Analise Matemática B

Ficha 9A — MIECOM

Integrais duplos

1. Calcule os seguintes integrais duplos

   (a) $\displaystyle\int_{y=0}^{y=2} dy \int_{x=0}^{x=1} \frac{x^2}{1+y^2} dx$

   (b) $\displaystyle\int\int_D (x^2 - y) dxdy$ onde $D = \{(x,y) \in R^2 : -x^2 \leq y \leq x^2, -1 \leq x \leq 1\}$

   (c) $\displaystyle\int\int_D f(x,y) dxdy$ onde $D = [0,1] \times [0,2]$ e $f(x,y) = \begin{cases} x^3 y \text{ se } x^2 < y < 2x^2 \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}$.

2. Coloque os limites de integração no integral duplo $\displaystyle\int\int_D f(x,y) dxdy$, onde o campo D é definido pelas condições:

   (a) $x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x + y \leq 1$

   (b) $x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x \leq 1 - y^2$

   (c) $x^2 + y^2 \leq x$

3. Inverta a ordem dos seguintes integrais:

   (a) $\displaystyle\int_{x=0}^{x=1} dx \int_{y=2x}^{y=8x} f(x,y) dy$

   (b) $\displaystyle\int_{x=0}^{x=2} dx \int_{y=1-\frac{x^2}{4}}^{y=\sqrt{4-x^2}} f(x,y) dy$

4. Calcule os seguintes integrais duplos usando uma mudança de variável adequada:

   (a) $\displaystyle\int\int_D \sqrt{x^2+y^2} dxdy$ onde $D = \{(x,y) \in R^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0\}$

   (b) $\displaystyle\int\int_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dxdy$ onde $D = \{(x,y) \in R^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0\}$

5. Calcule a área da região plana limitada pelas curvas $y = 2 - x^2$ e $y = x$.

6. Escreva o integral que permite calcular o volume do sólido $S = \{(x,y,z) \in R^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$.