Universidade do Minho

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E APLICAÇÕES

ANALISE MATEMÁTICA B

FICHA 4B

MIECOM

Funções de várias variáveis - domínios e limites

1. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções e represente-os geometricamente:

(a) $f(x,y,z) = \sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$;

(b) $g(x,y) = \sqrt{6-(2x+2y)}$;

(c) $i(x,y) = \ln[(16-x^2-y^2)(x^2+y^2-4)]$;

(d) $b(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x+y}} + \dfrac{1}{\sqrt{x-y}}$;

(e) $h(x,y) = \sqrt{(x^2+y^2-16)\sin x}$;

(f) $b(x,y) = \{ \begin{array}{lll} x^2 & se & x \neq y \\ 0 & se & x = y \end{array}$;

2. Represente geometricamente o gráfico das seguintes funções:

(a) $h(x,y) = x^2+y^2+4$;

(b) $l(x,y) = 4-x^2-y^2$;

(c) $k(x,y) = x+y$.

3. Considere o gráfico das funções definidas em 2. Represente geometricamente a intersecção desses gráficos com os planos $z=0, z=9, y=0, y=4, x=0, x=2$.

4. Determine os seguintes limites:

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2+y^2)$;

(b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{y-3x}{x}$;

5. Considere o limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{x+y}$.

(a) Calcule o limite pela recta $y=0$;

(b) Calcule o limite pela recta $x=0$;

(b) Considerando as alíneas anteriores, diga se existe $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x}{x+y}$.

6. Estuda a existência de limite das seguintes funções, nos pontos indicados:

a)$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x-y}{x+3y}$ **b)**$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{(3x^2+3y^2)}-1}{8x^2+8y^2}$ **c)**$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

7. Mostre que:

a)$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3x^2y}{x^2+y^2} = 0$ **b)**$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x^2-3y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$