

Complementos de Análise Matemática B/C

MIECOM, MIEEIEC, MIEMAT

Teste 2

Duração: 2h00

Nome: _____ N.º _____ Curso: _____

Indique todos os cálculos que efectuar.

1. Determine a transformada de Laplace das seguintes funções:

$$f(t) = e^{-2t} \cos 5t, \quad g(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \pi/2 \\ \sin t, & t \geq \pi/2 \end{cases},$$

e indique em cada um dos casos, justificando, o respectivo domínio.

2. Determine a transformada inversa de Laplace da seguinte função:

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 5} + \frac{1}{s^2 + s}.$$

3. Determine, usando a transformada de Laplace, a solução do PVI

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = H(x-1), \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 1,$$

explicitando-a por ramos. $H(x)$ é a função de Heaviside.

4. Determine os valores próprios positivos e as respectivas funções próprias do PVF

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) + y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(1) + y(1) = 0.$$

5. Determine a solução do problema

$$u(x, t) : 3t^2 u_t - u_x = u, \quad u(x, 1) = 2e^{-3x} - 5e^{2x}.$$

6. Indique duas funções seccionalmente contínuas, definidas para $t > 0$, que tenham a mesma transformada de Laplace (não é necessário calcular a transformada, apenas indicar duas funções).

Cotações: 1: 0,5 + 1,25 pontos

2: 1,25 pontos

3: 1,5 pontos

4: 1,5 pontos

5: 1,5 pontos

6: 0,5 pontos