Folha 8B – Áreas em coordenadas polares. Comprimentos de curva. Volumes de sólidos de revolução. Áreas de superfícies de revolução.

1. Determine a área da região plana $\mathcal{A}$ definida por:
   (a) $f(\theta) = \theta$ com $\theta \in [0, 2\pi]$;
   (b) $f(\theta) = 1 + \cos\theta$ com $\theta \in [0, 2\pi]$;
   (c) $\mathcal{A}$ é interior às curvas $f(\theta) = 2\cos\theta$ e $f(\theta) = 4\cos\theta$;
   (d) $\mathcal{A}$ é interior às curvas $\rho = \operatorname{sen}\theta$ e $\rho = 1 - \operatorname{sen}\theta$.

2. Calcule os comprimentos dos arcos de curva identificados nas alíneas seguintes:
   (a) $y = \ln(1 - x^2)$, para $-\dfrac{1}{2} \leq x \leq \dfrac{1}{2}$;
   (b) $y = \dfrac{2}{3}x^{3/2}$, para $0 \leq x \leq 8$;
   (c) $y = \ln(\cos x)$, para $\dfrac{\pi}{6} \leq x \leq \dfrac{\pi}{4}$.

3. Determine o volume do sólido $\mathcal{S}$, chamado "toro", gerado pela rotação em torno de OX do disco de raio a e centro no ponto $(b, 0)$, com $b > a > 0$.

4. Determine o volume do sólido $\mathcal{S}$ gerado pela rotação em torno de OX da região plana $\mathcal{R}$ dada por:
   (a) $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - 2| + 1 \leq y \leq 3\}$;
   (b) $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\operatorname{ch} x \leq y \leq e + e^x\}$;
   (c) $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 4)^2 + (y - 4)^2 \leq 1\}$.

5. Calcule a área da superfície de revolução gerada pela rotação em torno de OX das seguintes curvas:
   (a) $y = x^{\frac{3}{2}}$, com $0 \leq x \leq 1$;
   (b) $y = e^x$ com $0 \leq x \leq 1$;
   (c) $y = \dfrac{x^3}{12} + \dfrac{1}{x}$, com $1 \leq x \leq 4$.