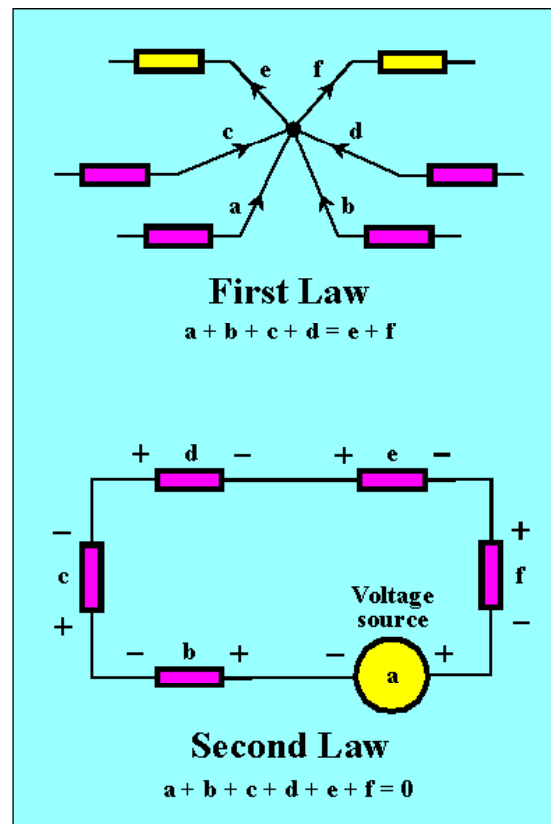


Unidade Curricular
Teoria dos Circuitos Eléctricos
As leis de Kirchhoff



OBJECTIVOS

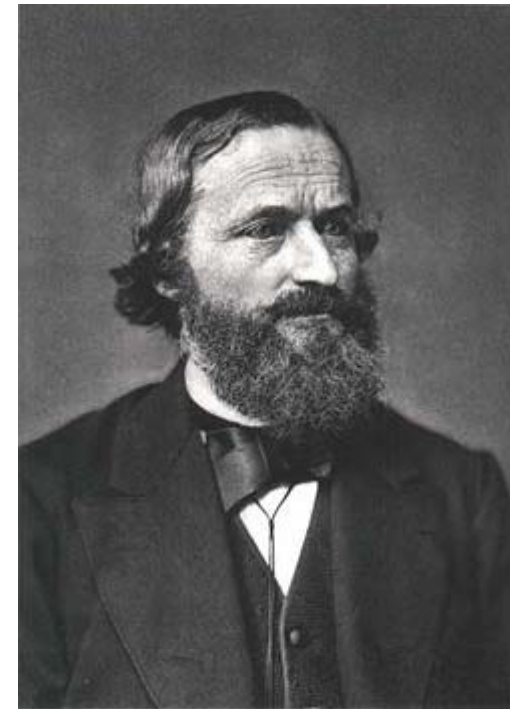
- Identificar os principais termos usados para descrever as componentes de um circuito eléctrico
- Expressar as leis de Kirchhoff (Tensão e Corrente)
- Aplicar a Lei da Corrente de Kirchhoff para calcular correntes desconhecidas num circuito
- Aplicar a Lei da Tensão de Kirchhoff na análise de circuitos

Gustav Kirchhoff

(Königsberg ,Prússia 1824 – Berlim 1887)

Foi um físico alemão, com contribuições científicas principalmente no campo dos circuitos eléctricos, na espectroscopia, na emissão de radiação dos corpos negros e na teoria da elasticidade (modelo de placas de Kirchhoff).

Kirchhoff formulou as leis dos nós e das malhas na análise de circuitos eléctricos (Leis de Kirchhoff) em 1845, quando ainda era um estudante.



Análise de circuitos

- **Circuito eléctrico** é uma combinação de fontes e cargas conectadas de modo que permita a circulação da corrente eléctrica.
- A energia pode ser obtida por um fonte de energia contínua ou alternada.
- Apesar de existirem diferenças fundamentais entre os circuitos ac e os circuitos dc, as leis, teoremas e regras aprendidas para os circuitos dc aplicam-se directamente aos circuitos ac.

Conservação de Energia (Leis de Kirchhoff)

- **Elemento Eléctrico** - Dispositivo capaz de transformar energia, sendo a energia eléctrica uma das formas de energia postas em jogo.
 - **Activo** - Dispositivo que transforma outra forma de energia em energia eléctrica (pilhas, baterias, dínamos, alternadores). Também chamados de fontes, são activos pois fornecem energia eléctrica aos circuitos a eles ligados.
 - **Passivo** - Dispositivo que transforma energia eléctrica noutra forma de energia (motor: mecânica, lâmpada: luminosa, aquecedor: calorífica). Também chamados de receptores, são passivos pois absorvem energia eléctrica.

Leis de Kirchhoff - Conceitos

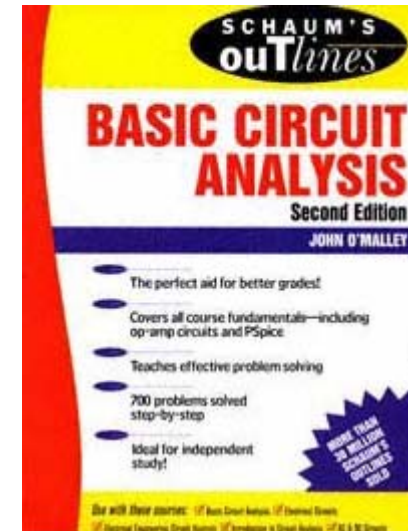
- Tal como em qualquer sistema fechado, a energia eléctrica, num dado circuito, também se conserva.
- De facto, a energia que é produzida (fontes de energia: bateria, dínamo, etc.) é igual à energia que é consumida, tanto pelos receptores propriamente ditos (lâmpada, aquecedor, etc.) como por perdas nas resistências dos fios e contactos necessários à ligação do próprio circuito.

Termos para a descrição de circuitos

- Na análise de circuitos envolvendo as leis de Kirchhoff são usadas algumas definições e terminologias para descrever os componentes do respectivo circuito:
 - Nó
 - Ramo
 - Malha
 - Etc...
- Existem no entanto pequenas variantes nas terminologias dos vários autores. Vejamos algumas:

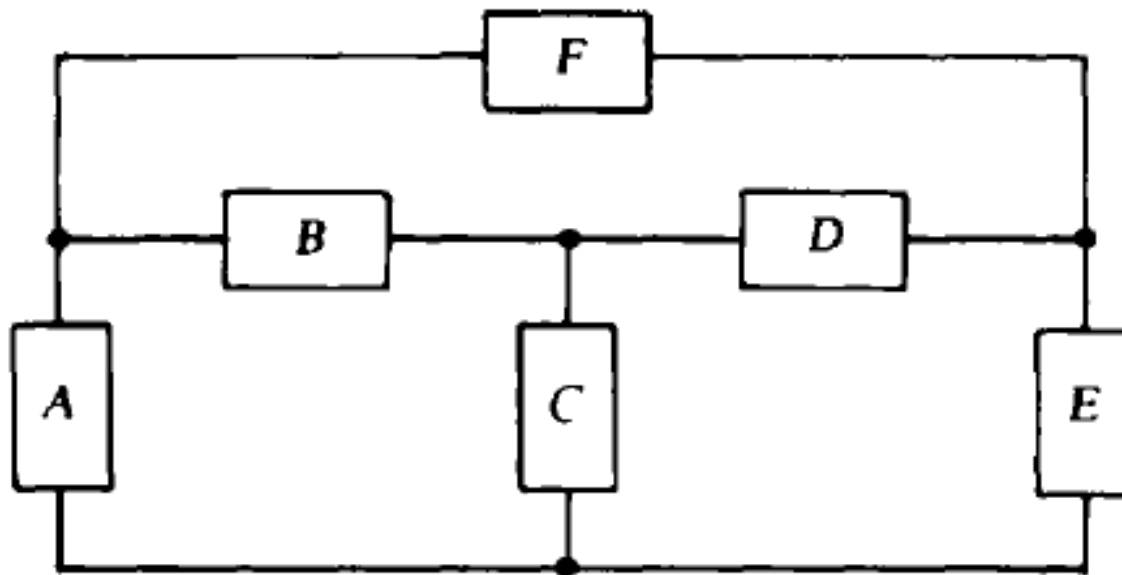
Termos para a descrição de circuitos (*Malley*)

- A branch of a circuit is a single component such as a resistor or a source. Occasionally, though, this term is applied to a group of components that carry the same current, especially when they are of the same type.
- A node is a connection point between two or more branches.
- A loop is any simple closed path in a circuit.
- A mesh is a loop that does not have a closed path in its interior. No components are inside a mesh.



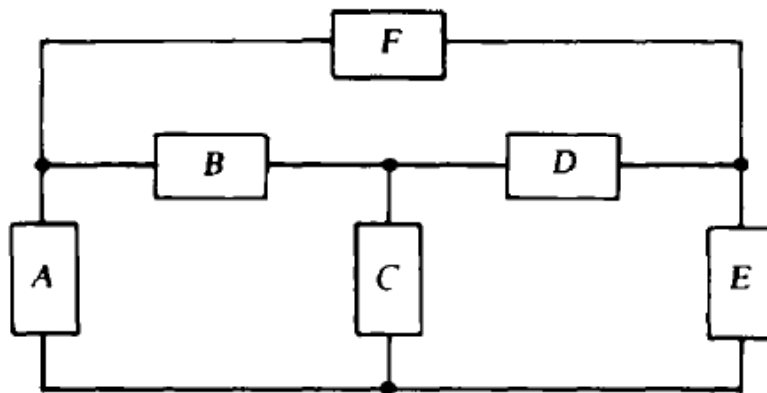
Problema 8.1

Identificar todos as malhas (*meshes*) e circuitos fechados (*loops*) na figura abaixo.



Problema 8.1 (resposta)

Identificar todos as malhas (*meshes*) e circuitos fechados (*loops*) na figura abaixo:



Malhas:

A, B e C

C, D e E

B, F e D

Circuitos Fechados:

A, B, D e E

A, F e E

A, F, D e C

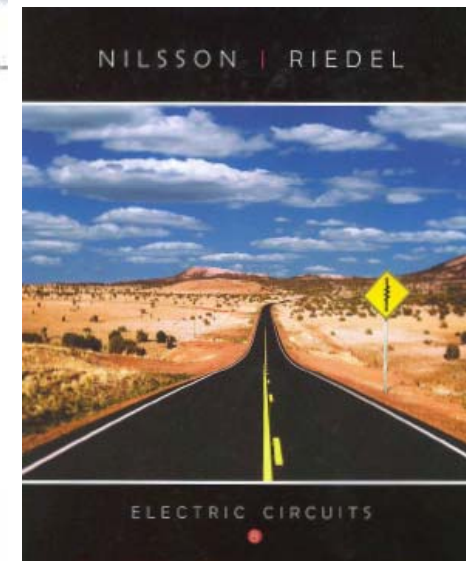
F, E, C e B

Logo, o circuito tem 7 circuitos fechados, três dos quais são malhas

Termos para a descrição de circuitos (*Nilsson*)

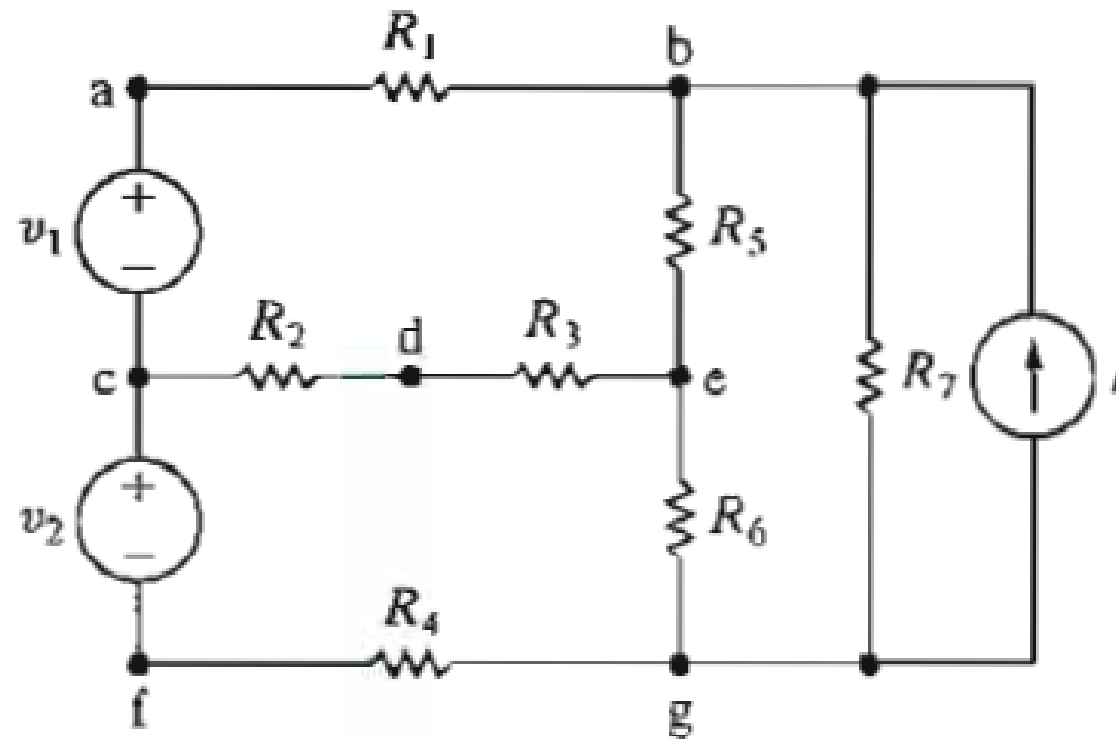
TABLE 4.1 Terms for Describing Circuits

Name	Definition
node	A point where two or more circuit elements join
essential node	A node where three or more circuit elements join
path	A trace of adjoining basic elements with no elements included more than once
branch	A path that connects two nodes
essential branch	A path which connects two essential nodes without passing through an essential node
loop	A path whose last node is the same as the starting node
mesh	A loop that does not enclose any other loops
planar circuit	A circuit that can be drawn on a plane with no crossing branches

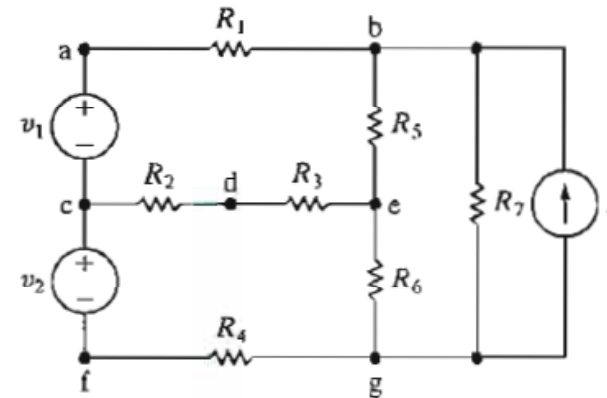


Problema 8.2

Identificar todos os nós, nós essenciais, ramos, ramos essenciais e malhas.

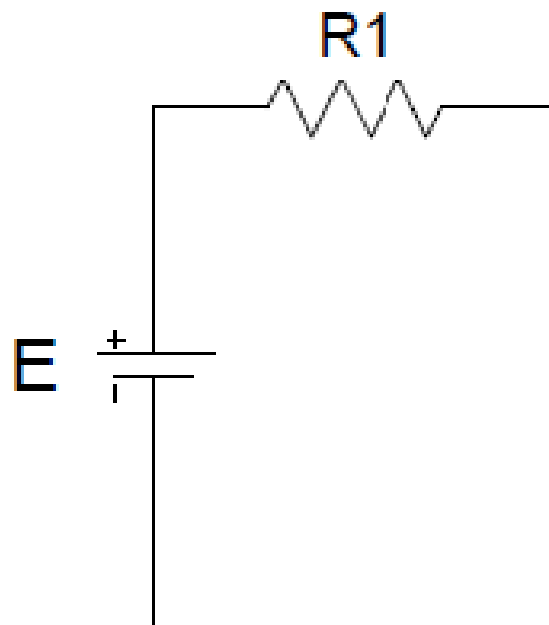


Resposta:

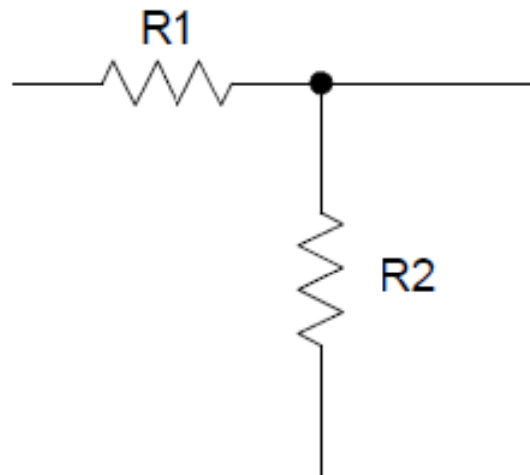


- The nodes are a, b, c, d, e, f, and g.
- The essential nodes are b, c, e, and g.
- The branches are v_1 , v_2 , R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5 , R_6 , R_7 , and I .
- The essential branches are $v_1 - R_1$, $R_2 - R_3$, $v_2 - R_4$, R_5 , R_6 , R_7 , and I .
- The meshes are $v_1 - R_1 - R_5 - R_3 - R_2$, $v_2 - R_2 - R_3 - R_6 - R_4$, $R_5 - R_7 - R_6$, and $R_7 - I$.

- **Ramo** - Conjunto de elementos eléctricos em série, percorridos pela mesma corrente (o termo também se aplica a apenas um elemento).



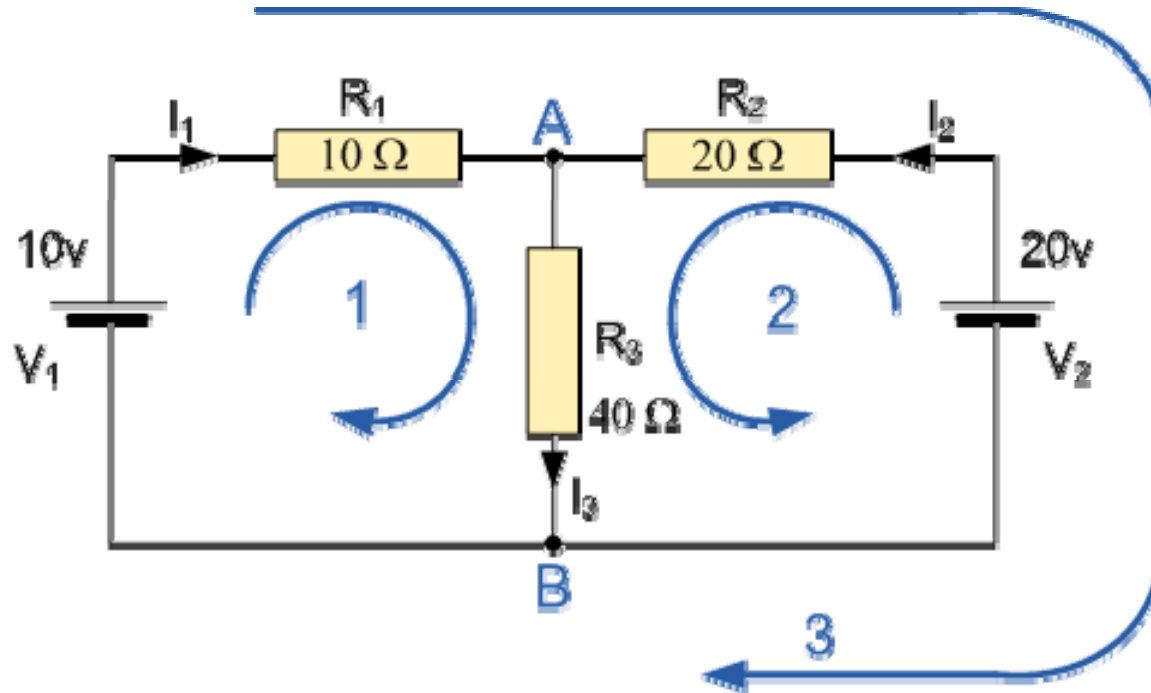
- **Nó** - Ponto de ligação de dois ou mais ramos. O nó também inclui todos os fios conectados a esse ponto, isto é, inclui todos os pontos ao mesmo potencial.



- **Circuito Fechado (*loop*)** - é qualquer caminho fechado num circuito.
- **Malha (*mesh*)** - Conjunto de ramos formando um circuito fechado, sem qualquer trajecto fechado no seu interior
- Alguns autores chamam malha aos circuitos fechados. Nestes casos importa distinguir entre malhas dependentes e independentes.

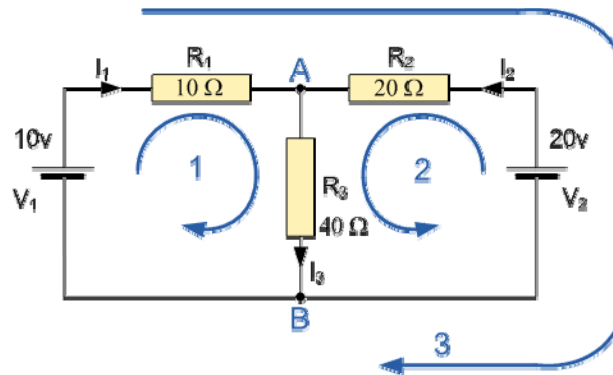
Problema 8.3

Identificar todos os nós, ramos e malhas no circuito apresentado.



Problema 8.3 (resposta)

Identificar todos os nós, ramos e malhas no circuito apresentado.

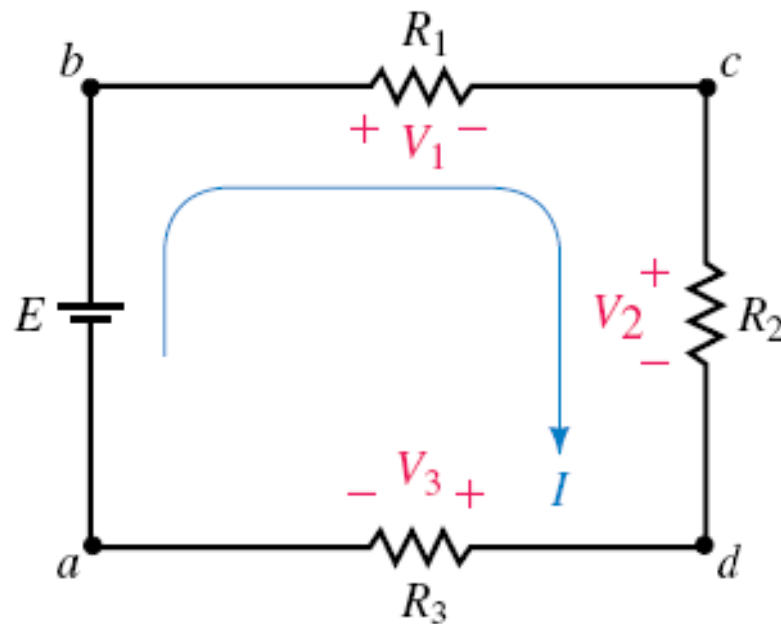


O circuito tem 3 ramos, 2 nós (A e B) e duas malhas (1 e 2).

Tem ainda o circuito fechado 3 (que pode ser chamado de malha dependente), sendo as malhas 1 e 2, malhas independentes.

Lei da Tensão de Kirchhoff

- A soma algébrica (os sinais das correntes e quedas de tensão são incluídas na adição) de todas as tensões tomadas num sentido determinado (horário ou anti-horário), em torno de um circuito fechado é nula.*



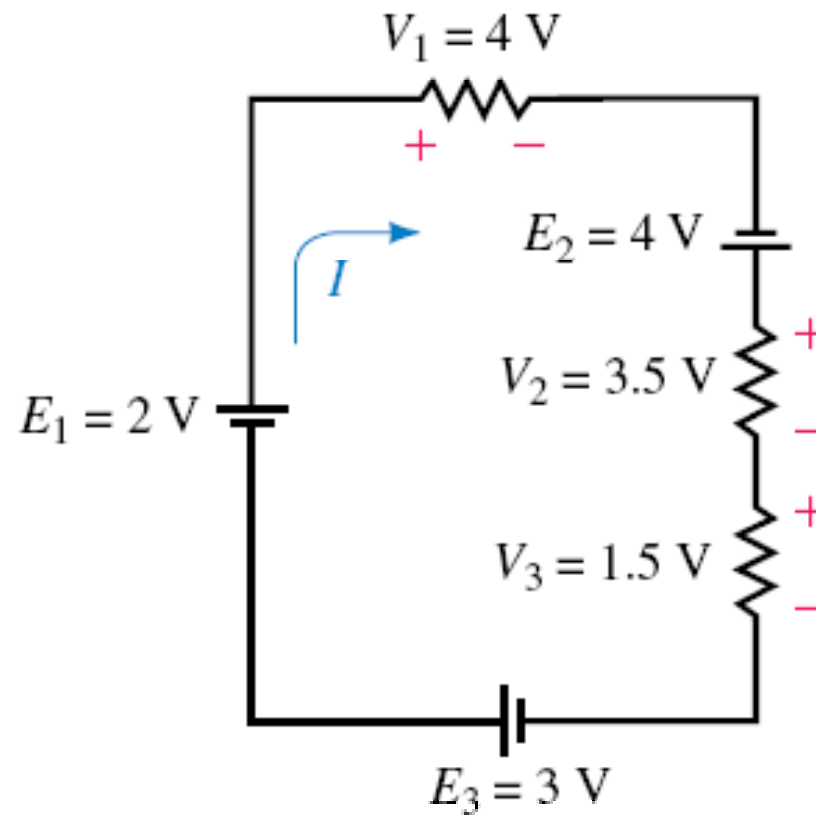
$$E - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

Lei da Tensão de Kirchhoff

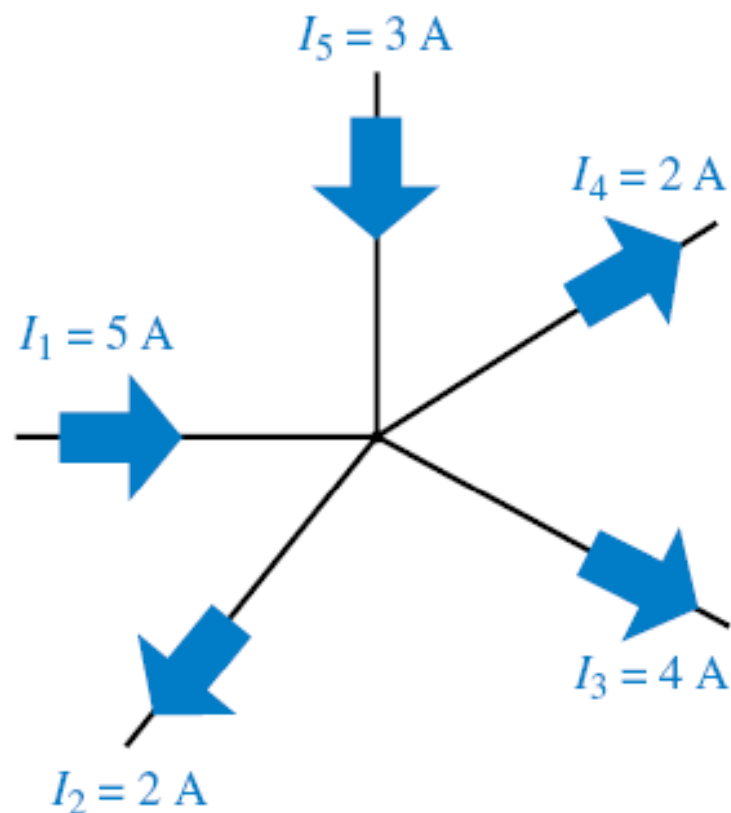
- A Lei da Tensão de Kirchhoff pode ainda ser expressa de outras formas:
 - Em qualquer instante, num circuito fechado, tanto em sentido horário como anti-horário, a soma algébrica das quedas de tensão é zero.
 - Em qualquer instante, num circuito fechado, tanto em sentido horário como anti-horário, a soma algébrica das subidas de tensão é zero.

Problema 8.4

Verifique a Lei da Tensão de Kirchhoff no seguinte circuito:



Lei da corrente de Kirchhoff



$$\sum I_{\text{entering node}} = \sum I_{\text{leaving node}}$$

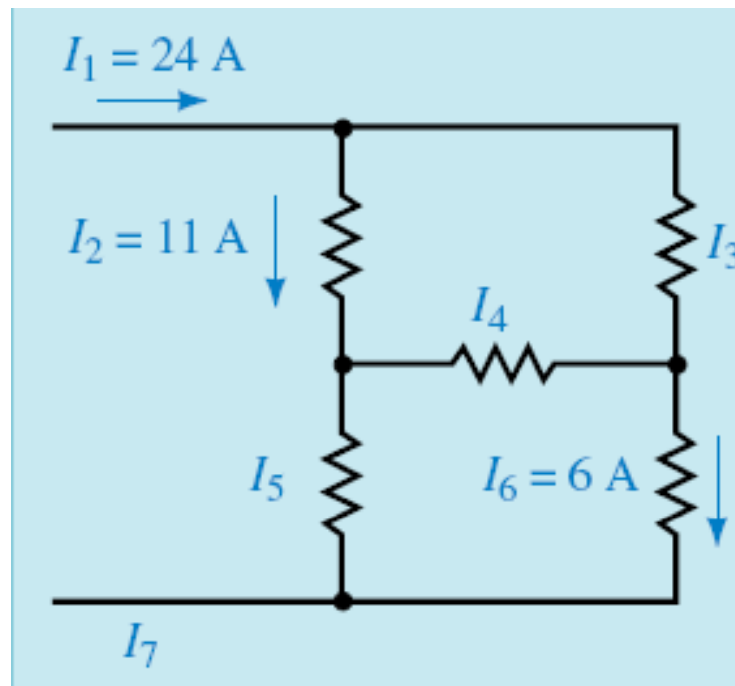
$$\begin{aligned}\sum I_{\text{in}} &= \sum I_{\text{out}} \\ 5\text{ A} + 3\text{ A} &= 2\text{ A} + 4\text{ A} + 8\text{ A} \\ 8\text{ A} &= 8\text{ A} \quad (\text{checks!})\end{aligned}$$

Lei da Corrente de Kirchhoff

- Num determinado circuito, em qualquer instante:
 - A soma algébrica das corrente que sai de um nó é igual a 0 (zero).
 - A soma algébrica das correntes que entra num nó é igual a 0 (zero).
 - A soma algébrica das correntes que entram num nó é igual à soma algébricas das correntes que saem desse mesmo nó.

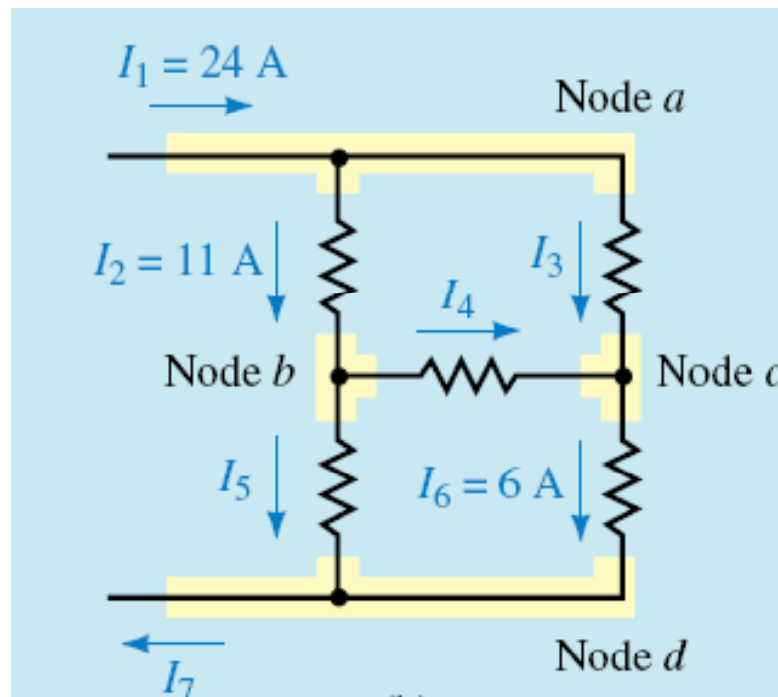
Problema 8.5

- Determine as correntes desconhecidas no fragmento de circuito apresentado.



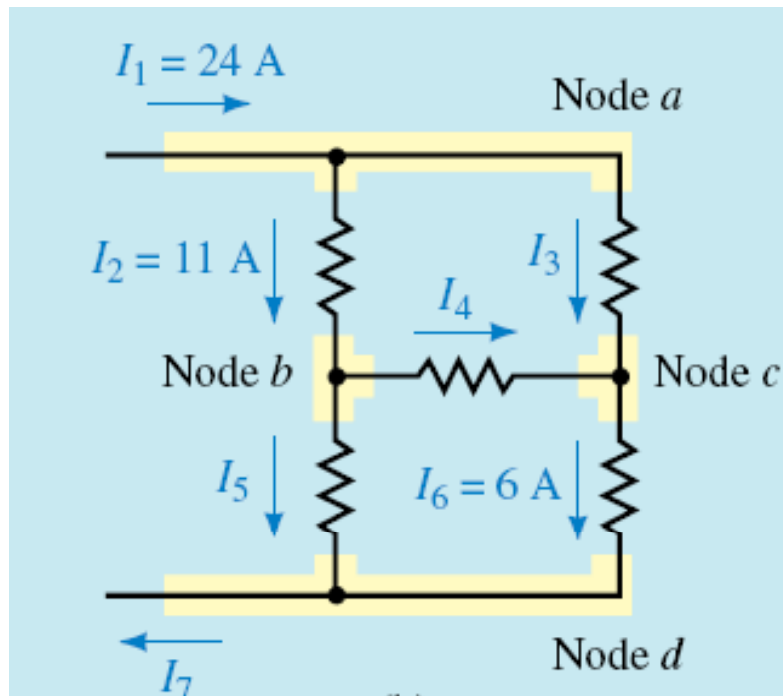
Resolução 8.5

1º - assumir sentidos para a corrente. Caso a corrente após o cálculo seja negativa, então o sentido da corrente será o oposto ao assumido.



Resolução 8.5

2º - Examinar o circuito e aplicar a Lei da Corrente de Kirchhoff.



$$I_7 = I_1 = 24 \text{ A}$$

Nó a

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 24 \text{ A} - 11 \text{ A} = 13 \text{ A}$$

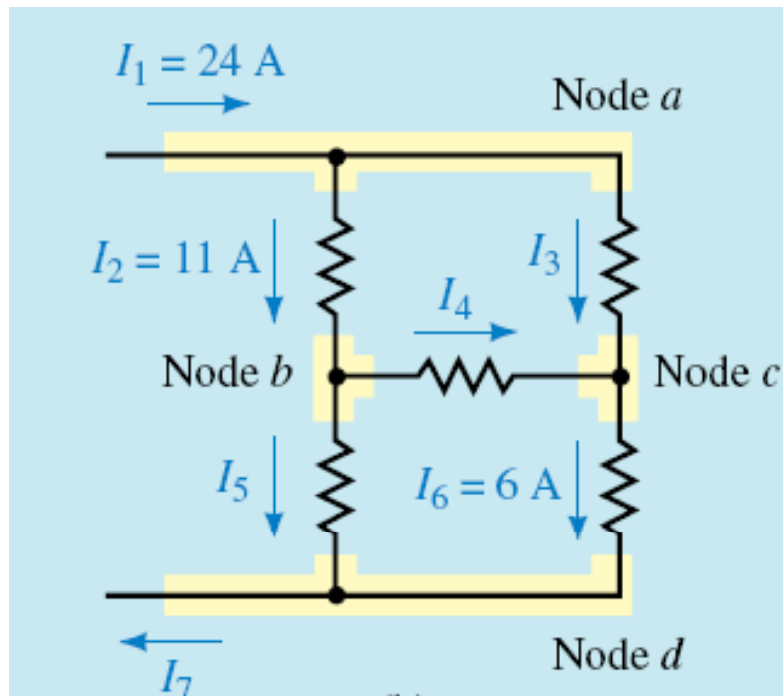
Nó c

$$I_3 + I_4 = I_6$$

$$I_4 = I_6 - I_3 = 6 \text{ A} - 13 \text{ A} = -7 \text{ A}$$

Resolução 8.5

2º - Examinar o circuito e aplicar a Lei da Corrente de Kirchhoff.



Nó b

$$I_2 = I_4 + I_5$$

$$I_5 = I_2 - I_4 = 11 \text{ A} - (-7 \text{ A}) = 18 \text{ A}$$

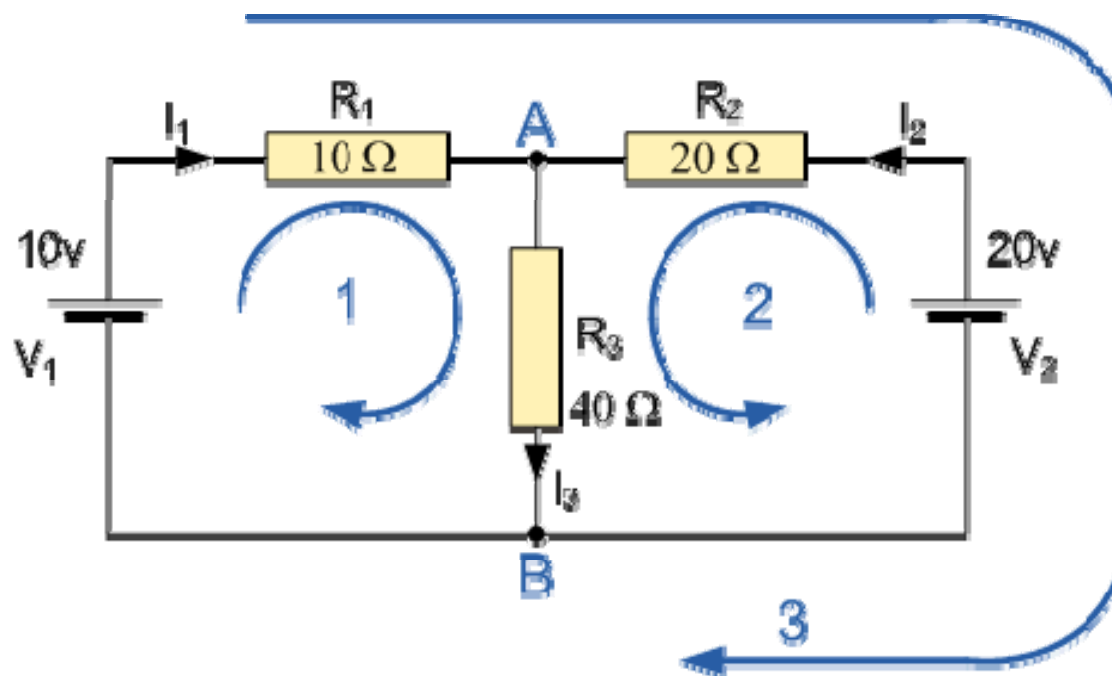
Nó d

$$I_5 + I_6 = I_7$$

$$I_7 = I_5 + I_6 = 18 \text{ A} + 6 \text{ A} = 24 \text{ A}$$

Problema 8.6

- Determine a corrente na resistência R_3 .



Resolução Problema 8.6

Usando a Lei da Corrente de Kirchhoff, obtemos as seguintes equações:

- Nó A : $I_1 + I_2 = I_3$
- Nó B : $I_3 = I_1 + I_2$

Usando a Lei da Tensão de Kirchhoff, obtemos as seguintes equações:

- Loop 1 : $10 = R_1 \times I_1 + R_3 \times I_3 = 10I_1 + 40I_3$
- Loop 2 : $20 = R_2 \times I_2 + R_3 \times I_3 = 20I_2 + 40I_3$
- Loop 3 : $10 - 20 = 10I_1 - 20I_2$

Resolução Problema 8.6

Como $I_1 + I_2 = I_3$, as equações podem ser reescritas:

- Eq. Nº 1 : $10 = 10I_1 + 40(I_1 + I_2) = 50I_1 + 40I_2$
- Eq. Nº 2 : $20 = 20I_1 + 40(I_1 + I_2) = 40I_1 + 60I_2$

Temos agora duas equações simultâneas que podem ser reduzidas para obter I_1 e I_2 . Após a resolução do sistema, obtemos:

$$I_1 = -0.143 \text{ A}$$

$$I_2 = 0.429 \text{ A}$$

Resolução Problema 8.6

Como $I_3 = I_1 + I_2$

A corrente que percorre a resistência R_3 é dada por:

$$-0.143 + 0.429 = 0.286 \text{ A}$$

A queda de tensão na resistência R_3 é dada por:

$$0.286 \times 40 = 11.44 \text{ V}$$

O sinal negativo em I_1 significa que o sentido da corrente inicialmente escolhido estava errado, mas mesmo assim é válido. De facto, a bateria de 20V está a carregar a bateria de 10V.