

1 (versão a). A figura mostra a posição de seis cargas elétricas, iguais em módulo, dispostas sobre circunferências de raios 1 e 2 cm.

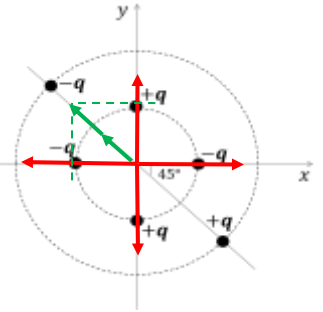
Nota: Considere que o módulo de cada carga é  $q = 1 \text{ nC}$ .

a) Determinar o potencial elétrico na origem.

b) Determine o vetor campo elétrico na origem.

c) Se um elétron for colocado na origem, determine a força (direção, sentido e magnitude) a que o elétron fica sujeito.

d) Se a carga na posição  $x=0 \text{ cm}$ ,  $y=1 \text{ cm}$  for retirada do sistema, de quanto varia o potencial na origem, relativamente à situação da alínea a)?



$$a) \quad V = \sum_{i=1}^n V_n = K \left( \frac{+q}{r} + \frac{+q}{r} + \frac{-q}{r} + \frac{-q}{r} + \frac{+q}{2r} + \frac{-q}{2r} \right) = 0$$

$$b) \quad \text{Campo criado pelas cargas a } r = 1 \text{ cm} \quad \sum_{i=1}^4 \vec{E}_i = \vec{0} \quad \text{Campo criado pelas cargas a } r = 2 \text{ cm} \quad \sum_{i=1}^2 \vec{E}_i \neq \vec{0}$$

$$\vec{E} = -2 \left( k \frac{q}{r^2} \cos 45^\circ \right) \hat{i} + 2 \left( k \frac{q}{r^2} \sin 45^\circ \right) \hat{j} = -2 \left( 9 \times 10^9 \frac{10^{-9}}{0.02^2} \cos 45^\circ \right) \hat{i} + 2 \left( 9 \times 10^9 \frac{10^{-9}}{0.02^2} \sin 45^\circ \right) \hat{j}$$

$$\vec{E} = -3.2 \times 10^4 \hat{i} + 3.2 \times 10^4 \hat{j} \text{ V/m}$$

$$c) \quad \vec{F} = q\vec{E} = -1.6 \times 10^{-19} \times (-3.2 \times 10^4 \hat{i} + 3.2 \times 10^4 \hat{j}) = (5.1 \times 10^{-15} \hat{i} - 5.1 \times 10^{-15} \hat{j}) \text{ N}$$

$$d) \quad V = \sum_{i=1}^n V_n = K \left( \frac{+q}{r} + \frac{-q}{r} + \frac{-q}{r} + \frac{+q}{2r} + \frac{-q}{2r} \right) = 9 \times 10^9 \frac{-10^{-9}}{0.01} = -900 \text{ V}$$

1 (versão b). A figura mostra a posição de seis cargas elétricas, iguais em módulo, dispostas sobre circunferências de raios 1 e 2 cm.

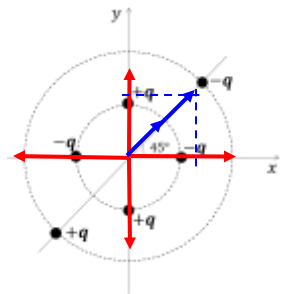
Nota: Considere que o módulo de cada carga é  $q = 2 \text{ nC}$ .

a) Determinar o potencial elétrico na origem.

b) Determine o vetor campo elétrico na origem.

c) Se um elétron for colocado na origem, determine a força (direção, sentido e magnitude) a que o elétron fica sujeito.

d) Se a carga na posição  $x=1 \text{ cm}$ ,  $y=0 \text{ cm}$  for retirada do sistema, de quanto varia o potencial na origem, relativamente à situação da alínea a)?



$$a) \quad V = \sum_{i=1}^n V_n = K \left( \frac{+q}{r} + \frac{+q}{r} + \frac{-q}{r} + \frac{-q}{r} + \frac{+q}{2r} + \frac{-q}{2r} \right) = 0$$

$$b) \quad \text{Campo criado pelas cargas a } r = 1 \text{ cm} \quad \sum_{i=1}^4 \vec{E}_i = \vec{0} \quad \text{Campo criado pelas cargas a } r = 2 \text{ cm} \quad \sum_{i=1}^2 \vec{E}_i \neq \vec{0}$$

$$\vec{E} = 2 \left( k \frac{q}{r^2} \cos 45^\circ \right) \hat{i} + 2 \left( k \frac{q}{r^2} \sin 45^\circ \right) \hat{j} = 2 \left( 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-9}}{0.02^2} \cos 45^\circ \right) \hat{i} + 2 \left( 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-9}}{0.02^2} \sin 45^\circ \right) \hat{j}$$

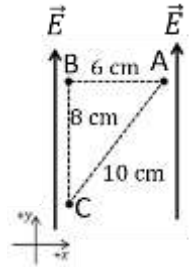
$$\vec{E} = 9.0 \times 10^4 \hat{i} + 9.0 \times 10^4 \hat{j} \text{ V/m}$$

$$c) \quad \vec{F} = q\vec{E} = -1.6 \times 10^{-19} \times (9.0 \times 10^4 \hat{i} + 9.0 \times 10^4 \hat{j}) = (-1.4 \times 10^{-14} \hat{i} - 1.4 \times 10^{-14} \hat{j}) \text{ N}$$

$$d) \quad V = \sum_{i=1}^n V_n = K \left( \frac{+q}{r} + \frac{+q}{r} + \frac{-q}{r} + \frac{+q}{2r} + \frac{-q}{2r} \right) = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-9}}{0.01} = 1800 \text{ V}$$

2 (versão a). Um campo elétrico uniforme de magnitude **3600 N/C**, atua no sentido positivo do eixo y, conforme se ilustra na figura. Determine

- a diferença de potencial  $V_B - V_A$
- a diferença de potencial  $V_A - V_C$
- o trabalho realizado pela força elétrica quando um próton se desloca de B para C



$$\begin{aligned} \text{a)} \quad V_B - V_A &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -(3600\hat{j}) \cdot (6 \times 10^{-2}\hat{i}) = 0 \text{ V} \\ \text{b)} \quad V_A - V_C &= - \int_C^A \vec{E} \cdot d\vec{r} = -(3600\hat{j}) \cdot (6 \times 10^{-2}\hat{i} + 8 \times 10^{-2}\hat{j}) = -288 \text{ V} \\ \text{c)} \quad W_{B \rightarrow C} &= -\Delta E_p = -e \times (V_C - V_B) = -1.6 \times 10^{-19} \times 288 = -4.6 \times 10^{-17} \text{ J} \end{aligned}$$

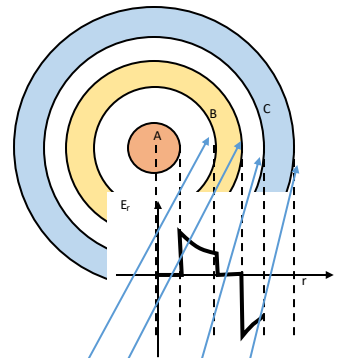
2 (versão b). Um campo elétrico uniforme de magnitude **2400 N/C**, atua no sentido negativo do eixo y, conforme se ilustra na figura. Determine

- a diferença de potencial  $V_B - V_A$
- a diferença de potencial  $V_A - V_C$
- o trabalho realizado pela força elétrica quando um próton se desloca de B para C.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad V_B - V_A &= - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -(2400\hat{j}) \cdot (6 \times 10^{-2}\hat{i}) = 0 \text{ V} \\ \text{b)} \quad V_A - V_C &= - \int_C^A \vec{E} \cdot d\vec{r} = -(2400\hat{j}) \cdot (6 \times 10^{-2}\hat{i} + 8 \times 10^{-2}\hat{j}) = -192 \text{ V} \\ \text{c)} \quad W_{B \rightarrow C} &= -\Delta E_p = -e \times (V_C - V_B) = -1.6 \times 10^{-19} \times (192) = -3.1 \times 10^{-17} \text{ J} \end{aligned}$$

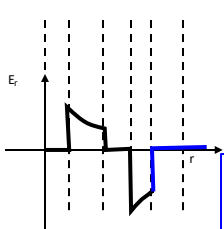
3 (versão a). A figura representa uma esfera maciça e duas esferas ocas (ou cascas), concêntricas. Todas são condutoras. A carga elétrica total das três esferas é nula. O gráfico representa o campo elétrico radial ( $E_r$ ) em função do raio.

- Qual o sinal da carga elétrica em cada esfera (A, B e C)? Justifique.
- Complete o gráfico de  $E_r$  no interior da casca C e no exterior das três esferas (use a figura do enunciado).
- Se a carga da esfera A for  $2 \mu\text{C}$  e a carga da esfera B for  $-8 \mu\text{C}$ , calcule o campo elétrico na região entre as esferas B e C a 25 cm do centro? Diga, justificando, se é um campo centrípeto ou centrífugo.
- Admitindo as cargas referidas na alínea c), diga qual a distribuição de cargas nas duas esferas ocas. Justifique.



$$\text{a)} \quad q_A > 0 \quad q_B < 0 \quad q_C > 0$$

b)



$$\text{c)} \quad \phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

Área de superfície gaussiana esférica de  $r = 25 \text{ cm}$

Carga no interior da superfície gaussiana esférica de  $r = 25 \text{ cm}$ :  $q_{in} = 2 - 8 = -6 \mu\text{C}$

$$E = \frac{q_{in}}{4\pi r^2 \times \epsilon_0} = \frac{-6 \times 10^{-6}}{4\pi \times 0.25^2 \times 8.85 \times 10^{-12}} = -8.6 \times 10^5 \text{ V/m}$$

Centrípeto

$$\text{d) Se } q_A = 2 \mu\text{C} \quad q_B = -8 \mu\text{C}$$

$$q_B (\text{sup int}) = -2 \mu\text{C}$$

$$q_B (\text{sup ext}) = -6 \mu\text{C}$$

$$\text{E se } q_A + q_B + q_C = 0$$

$$q_C = +6 \mu\text{C}$$

$$q_C (\text{sup int}) = +6 \mu\text{C}$$

$$q_B (\text{sup ext}) = 0 \mu\text{C}$$

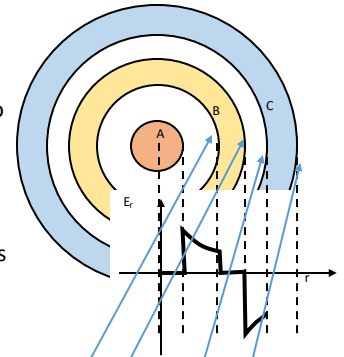
3 (versão b). A figura representa uma esfera maciça e duas esferas ocas (ou cascas), concêntricas. Todas são condutoras. A carga elétrica total das três esferas é nula. O gráfico representa o campo elétrico radial ( $E_r$ ) em função do raio.

a) Qual o sinal da carga elétrica em cada esfera (A, B e C)? Justifique.

b) Complete o gráfico de  $E_r$  no interior da casca C e no exterior das três esferas (use a figura do enunciado).

c) Se a carga da esfera A for  $4 \mu\text{C}$  e a carga da esfera B for  $-16 \mu\text{C}$ , calcule o campo elétrico na região entre as esferas B e C a  $25 \text{ cm}$  do centro? Diga, justificando, se é um campo centrípeto ou centrífugo.

d) Admitindo as cargas referidas na alínea c), diga qual a distribuição de cargas nas duas esferas ocas. Justifique.



a)  $q_A > 0$        $q_B < 0$        $q_C > 0$

b)  c)  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

Carga no interior da superfície gaussiana esférica de  $r = 25 \text{ cm}$ :  $q_{in} = 4 - 16 = -12 \mu\text{C}$

Área de superfície gaussiana esférica de  $r = 25 \text{ cm}$

$$E = \frac{q_{in}}{4\pi r^2 \times \epsilon_0} = \frac{-12 \times 10^{-6}}{4\pi \times 0.25^2 \times 8.85 \times 10^{-12}} = -1.7 \times 10^6 \text{ V/m}$$

Centrípeto

d) Se  $q_A = 4 \mu\text{C}$        $q_B = -16 \mu\text{C}$

$q_B (\text{sup int}) = -4 \mu\text{C}$

$q_B (\text{sup ext}) = -12 \mu\text{C}$

E se  $q_A + q_B + q_C = 0$

$q_C = +12 \mu\text{C}$

$q_C (\text{sup int}) = +12 \mu\text{C}$

$q_B (\text{sup ext}) = 0 \mu\text{C}$

4 (versão a). A figura a o lado representa dois condensadores ligados a um circuito. Ambos estão inicialmente descarregados. Atendendo a que o dielétrico de ambos os condensadores é ar, que  $V = 10 \text{ V}$ ;  $d = 0.01 \text{ mm}$ ;  $A = 12 \text{ cm}^2$ , quando se fecha o interruptor:

a) Qual a carga e a energia acumuladas nos condensadores  $C_1$  e  $C_2$ ?

b) Os dielétricos só isolam as duas placas do condensador até um certo ponto. Se a tensão for suficientemente alta dá-se uma descarga através do dielétrico. Neste circuito, se a tensão da bateria for aumentada progressivamente, qual o condensador que entrará em rutura primeiro, o  $C_1$ , o  $C_2$  ou ambos ao mesmo tempo? (Nota: será aquele com maior campo elétrico entre as placas). **Justifique.**

c) Se for colocado um dielétrico com constante dielétrica  $\kappa = 2$  que preencha totalmente o espaço entre as placas de ambos os condensadores, a carga acumulada por cada condensador, relativamente ao dielétrico constante? **Justifique.**

a)  $Q = CV$        $C_1 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \frac{1 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 12 \times 10^{-4}}{0.01 \times 10^{-3}} = 1.1 \times 10^{-9} \text{ F}$

$Q_{c1} = C_1 V = 1.1 \times 10^{-9} \times 10 = 1.1 \times 10^{-8} \mu\text{C}$

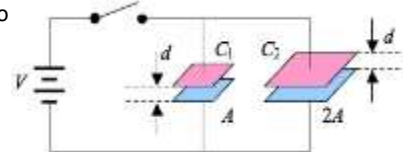
$C_2 = \frac{\kappa \epsilon_0 2A}{d} = \frac{1 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 2 \times 12 \times 10^{-4}}{0.01 \times 10^{-3}} = 2.2 \times 10^{-9} \text{ F}$

$Q_{c2} = C_2 V = 2.2 \times 10^{-9} \times 10 = 2.2 \times 10^{-8} \mu\text{C}$

$E_P = \frac{1}{2} CV^2$

$E_P(1) = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} \times 1.1 \times 10^{-9} \times 10^2 = 5.5 \times 10^{-8} \text{ J}$

$E_P(2) = \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^{-9} \times 10^2 = 1.1 \times 10^{-7} \text{ J}$



- b)  $E = \frac{V}{d}$  Como a ddp aumenta simultaneamente para ambos os condensadores, como a distância entre as placas é a mesma, o campo elétrico entre as placas é o mesmo e entram em colapso simultaneamente.
- c)  $Q = CV$   $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$  Com a mesma fonte ligada em paralelo a ambos os condensadores, usando um dielétrico com constante dielétrica que é dupla da do ar, a carga acumulada por cada condensador vai duplicar.

4 (versão b). A figura ao lado representa dois condensadores ligados a um circuito. Ambos estão inicialmente descarregados. Atendendo a que o dielétrico de ambos os condensadores é ar, que  $V = 20 \text{ V}$ ;  $d = 0.01 \text{ mm}$ ;  $A = 12 \text{ cm}^2$ , quando se fecha o interruptor:

- a) Qual a carga e a energia acumuladas nos condensadores  $C_1$  e  $C_2$ ?
- b) Os dielétricos só isolam as duas placas do condensador até um certo ponto. Se a tensão for suficientemente alta dá-se uma descarga através do dielétrico. Neste circuito, se a tensão da bateria for aumentada progressivamente, qual o condensador que entrará em rutura primeiro, o  $C_1$ , o  $C_2$  ou ambos ao mesmo tempo? (Nota: será aquele com maior campo elétrico entre as placas). **Justifique.**

- c) Se for colocado um dielétrico com constante dielétrica  $\kappa = 3$  que preencha totalmente o espaço entre as placas de ambos os condensadores, a carga acumulada por cada condensador, relativamente ao dielétrico constante? **Justifique.**

a)  $Q = CV$   $C_1 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \frac{1 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 12 \times 10^{-4}}{0.01 \times 10^{-3}} = 1.1 \times 10^{-9} \text{ F}$

$$Q_{c1} = C_1 V = 1.1 \times 10^{-9} \times 20 = 2.2 \times 10^{-8} \mu\text{C}$$

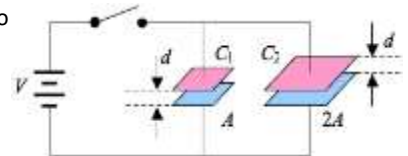
$$C_2 = \frac{\kappa \epsilon_0 2A}{d} = \frac{1 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 2 \times 12 \times 10^{-4}}{0.01 \times 10^{-3}} = 2.2 \times 10^{-9} \text{ F}$$

$$Q_{c2} = C_2 V = 2.2 \times 10^{-9} \times 20 = 4.4 \times 10^{-8} \mu\text{C}$$

$$E_P = \frac{1}{2} CV^2$$

$$E_P(1) = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} \times 1.1 \times 10^{-9} \times 20^2 = 2.2 \times 10^{-7} \text{ J}$$

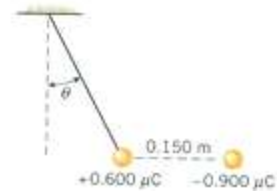
$$E_P(2) = \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{1}{2} \times 2.2 \times 10^{-9} \times 20^2 = 4.4 \times 10^{-7} \text{ J}$$



- b)  $E = \frac{V}{d}$  Como a ddp aumenta simultaneamente para ambos os condensadores, como a distância entre as placas é a mesma, o campo elétrico entre as placas é o mesmo e entraram em colapso simultaneamente.
- c)  $Q = CV$   $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$  Com a mesma fonte ligada em paralelo a ambos os condensadores, usando um dielétrico com constante dielétrica que é tripla da do ar, a carga acumulada por cada condensador vai triplicar.

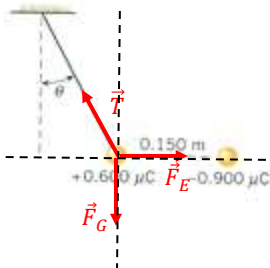
5 - Uma pequena esfera isolante de massa igual a 80 g e com carga positiva de  $0,600 \mu\text{C}$  é suspensa através de um fio de massa desprezável. Uma outra carga de  $-0,900 \mu\text{C}$  é colocada à direita da primeira e a uma distância de  $0,150 \text{ m}$ , de tal modo que o fio de suspensão se afasta da vertical de um ângulo  $\theta$ .

- a) Das forças de interação elétrica entre a carga positiva e a negativa, qual delas tem magnitude maior, a força que a carga positiva exerce na negativa ou a força que a carga negativa exerce na positiva? Justifique.
- b) Represente na figura todas as forças que atuam sobre a carga positiva.
- c) Qual deverá ser o ângulo  $\theta$  e a tensão no fio de modo a que o sistema fique em equilíbrio?



a)  $F_E = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$  A magnitude é igual      c)  $F_E = 9 \times 10^9 \frac{0,6 \times 10^{-6} \times 0,9 \times 10^{-6}}{0,150^2} = 0,216 \text{ N}$   
 $F_G = mg = 0,080 \times 9,8 = 0,784 \text{ N}$

b)  $\begin{cases} F_E - T \sin \theta = 0 \\ T \cos \theta - F_G = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,216 - T \sin \theta = 0 \\ T \cos \theta - 0,784 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T \sin \theta = 0,216 \\ T \cos \theta = 0,784 \end{cases} \Leftrightarrow \tan \theta = \frac{0,216}{0,784}$   
 $\theta = 15,4^\circ$



$$\begin{cases} T \sin 15,4^\circ = 0,216 \\ T = 0,813 \text{ N} \end{cases}$$