

Soluções da Ficha2

1.

- a) $2x \cos x^2 e^{\sin x^2}$
- b) $\frac{3\sqrt{x}}{2} + 5 \left(3x^3 - e^{x^2} + \cos \sqrt{x} \right)^4 \left(9x^2 - 2xe^{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} \right)$
- c) $e^y + ey^{e-1}$
- d) $6y \sin 2y + 6y^2 \cos 2y + \cos \frac{y}{2} - \frac{y}{2} \sin \frac{y}{2}$
- e) $-\left(2u + \frac{1}{u \ln 10} \right) e^{u^2 + \log u} \sin(e^{u^2 + \log u})$
- f) $\frac{-2u + \sin u}{2\sqrt{(u^2 + \cos u)^3}}$
- g) $\frac{1}{4\sqrt{1 + \sqrt{z}\sqrt{z}}}$
- h) $\frac{2 \sin z \cos z + 2z \cos z^2}{\sin^2 z + \sin z^2} \frac{1}{\ln 10}$

2.

- a) f é derivável em $R \setminus \{3\}$. As derivadas laterais no ponto $x = 3$: $f'(3^+) = 3$ e $f'(3^-) = 6$.
- b) g é derivável em $R \setminus \{0\}$. As derivadas laterais no ponto $x = 0$: não existe $f'(0^+) = +\infty$; existe $f'(0^-) = 0$.

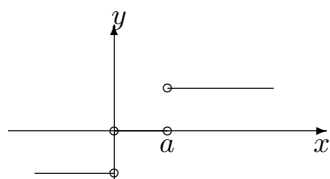
3.

- a) funções deriváveis em todos os pontos: f, h
- b) funções não deriváveis em mais do que num ponto: k
funções não deriváveis em apenas num ponto: i, j

4.

- não existe $f'(b)$; em b não existe nenhuma das derivadas laterais;
- não existe $f'(0)$; existe $f'(0^-)$ e é positiva; existe $f'(0^+)$ e é negativa;
- não existe $f'(c)$; existe $f'(c^-)$ e é negativa; não existe $f'(c^+)$;
- não existe $f'(e)$; existe $f'(e^-)$ e é positiva; existe $f'(e^+) = 0$;

5.



7. $g'(2) = 2$

8. $g'(1) = -\frac{3}{2}$

9. a) $h'(2) = \sqrt{2}\pi$ b) $h'(2) = 7e$ c) $h'(2) = \pi e$

10. a) 4 b) 2 c) $\frac{1}{2}$

17. a) 0 b) 2 c) $+\infty$ d) 1 e) 1 f) 1 g) $\frac{1}{2}$ h) 1

18.

a) $P_{50,0}(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{50}}{50!}$

b) $P_{7,0}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$

c) $P_{8,0}(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!}$

d) $P_{5,1}(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2!} + \frac{2(x-1)^3}{3!} - \frac{6(x-1)^4}{4!} + \frac{24(x-1)^5}{5!}$

19.

$f(0) = 0; \quad f'(0) = 3; \quad f''(0) = 0; \quad f'''(0) = -24; \quad f^{(4)}(0) = 0; \quad f^{(5)}(0) = 0; \quad f^{(6)}(0) = 3600$

20.

$f(0) = 1; \quad f'(0) = 2; \quad g(1) = 3; \quad g'(1) = 2; \quad g''(1) = 0$

21.

$P_{2,1}(x) = 1 + 12(x-1) + \frac{18(x-1)^2}{2!} = 9x^2 - 6x - 2$

22.

$P_{2,3}(x) = 1 - 2(x-3) + \frac{3(x-3)^2}{2!}$

$P_{3,3}(x) = 1 - 2(x-3) + \frac{3(x-3)^2}{2!} - \frac{5(x-3)^3}{3!}$

$f(2.9) \simeq P_{2,3}(2.9) = 1.215; \quad f(2.9) \simeq P_{3,3}(2.9) = 1.214$

23.

$P_{3,5}(x) = 5 + \frac{6(x-5)^3}{3!}$

24.

$P_{3,3}(x) = 3 + 3(x-3) + \frac{3(x-3)^2}{2!} + \frac{3(x-3)^3}{3!}$

26.

$|R_{7,0}(x)| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\pi}{4}\right)^8 \frac{1}{8!}$