Departamento de Matemática e Aplicações

Analise Matemática B

Ficha 6a | MIECOM

Diferenciabilidade, Diferenciais e Derivadas de funções compostas

1. Considere a função real definida em $\mathbf{R}^2$ $f(x,y) = \begin{cases} x+y \text{ se } xy=0 \\ 1 \text{ se } xy \neq 0 \end{cases}$

a) Verifique se existem as derivadas parciais de primeira ordem no ponto $(0,0)$.

b) Mostre que f não é contínua em $(0,0)$.

c) f é ou não uma função diferenciável?

2.Calcule o diferencial de f (df) da função definida do seguinte modo $f(x,y,z,t) = 3x - 2y^2 - z^3 + t$.

3.Usando diferenciais calcule um valor aproximado de $\ln\left(1.01^2 + 0.02^3\right)$.

4.Determine o erro máximo cometido no cálculo da área de um rectângulo de 10cm de comprimento e 5cm de largura, sabendo que o erro cometido em cada uma destas medições não ultrapassa 0,1cm.

5. Sendo $z = txy^2$ em que $x = t + \ln\left(y + t^2\right)$ e $y = e^t$, calcule $\dfrac{\partial z}{\partial t}$ e $\dfrac{dz}{dt}$.

6. Calcule $\dfrac{d^2u}{dt^2}$ para $u = e^{x-2y}$, onde $x = \sin t$ e $y = t^3$.

7. Seja $z = f(x,y)$, onde $x = 2v + \ln t$ e $y = \dfrac{1}{t}$. Calcule $\dfrac{\partial^2 z}{\partial v^2}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial v \partial t}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial t^2}$.

8. Considere que a temperatura T num certo líquido depende da profundidade z e do tempo t, através da fórmula $T = e^{-t}z$.

a) Determine a taxa de variação da temperatura relativamente ao tempo, num ponto que se move no líquido, de modo que no instante t se encontre ao nível de profundidade $z = f(t)$.

b) Calcule a taxa de variação de temperatura considerada na alínea anterior quando $f(t) = e^t$.