



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

MIETI :: Métodos de Programação II
2015/16

Práticas Laboratoriais

Módulo 6

António Esteves
esteves@di.uminho.pt

Maio 2016

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

Implementar as seguintes funcionalidades, cada uma numa função, que suportam a utilização de uma árvore binária de pesquisa:

1. Inserir um nodo na árvore
2. Percorrer a árvore e imprimir os dados úteis de cada nodo de forma ordenada, de acordo com o valor das chaves
3. Procurar na árvore o nodo que possui uma dada chave
4. Procurar o nodo com chave mínima e o nodo com chave máxima
5. Procurar o sucessor de um dado nodo
6. Procurar o antecessor de um dado nodo
7. Remover da árvore um determinado nodo
8. Calcular a profundidade da árvore
9. Escreva a função `main()` de modo a testar cada uma das funções

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

- ◇ Assuma que o nodo da árvore binária tem a estrutura que se segue, sendo os dados úteis um nome com capacidade para 50 caracteres:

```
struct nodoA {  
  
    int             chave;  
  
    <tipo>          dadosUteis;  
  
    struct nodoA    *nodoPai;  
  
    struct nodoA    *nodoEsq;  
  
    struct nodoA    *nodoDir;  
  
};
```

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

1. Implementar a função que insere um nodo **z**, passado como argumento, na árvore. Para testar esta função é preciso implementar uma função que cria um nodo. O algoritmo da função de inserção é:

Inserir_Arvore(r,z)

y = NULL

x = **r** // **x**= raiz de **T**

enquanto **x** ≠ NULL fazer

y=**x**

se **z**->chave < **x**->chave então

x = **x**->nodoEsq

senão

x = **x**->nodoDir

fse

fenquanto

z->nodoPai = **y**

se **y** = NULL então

r = **z** // atualizar a raiz de **T**

senão se **z**->chave < **y**->chave então

y->nodoEsq = **z**

senão

y->nodoDir = **z**

fse

Devolve **r** // raiz de T atualizada

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

2. Implementar a função recursiva **Travessia_Ordenada_Arvore()** que percorre a árvore e imprime os dados úteis de cada nodo de forma ordenada, de acordo com o valor das chaves. Utilize o seguinte algoritmo:

Travessia_Ordenada_Arvore(x)

se **x** != NULL então

Travessia_Ordenada_Arvore(**x**->nodoEsq)

Imprimir a chave e os dados úteis de **x**

Travessia_Ordenada_Arvore(**x**->nodoDir)

fse

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

3. Implementar a função **Pesquisa_Arvore()** que pesquisa o nodo com uma dada chave **k**. Recebe como argumentos o apontador para o nodo raiz **r** e a chave **k**, e devolve um apontador para o nodo com a chave **k**, caso ele exista, ou **NULL** se não existir.

Pesquisa_Arvore (r, k)

se **r = NULL** ou **k = r->chave** então

 devolve **r**

fse

se **k < r->chave** então

 devolve Pesquisa_Arvore(**r->nodoEsq**, **k**)

senão

 devolve Pesquisa_Arvore(**r->nodoDir**, **k**)

fse

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

4. Implementar as funções que procuram o elemento com chave mínima e máxima da árvore. As funções recebem como argumento o apontador para o nodo **r**, que é a raiz da (sub)árvore, e devolve o apontador para o nodo com chave mínima/máxima. O algoritmo da função que procura o mínimo é:

Minimo_Arvore(r)

enquanto **r->nodoEsq** \neq NULL fazer

r = r->nodoEsq

fenquanto

devolver **r**

O algoritmo da função que procura o máximo é semelhante:

Maximo_Arvore(r)

enquanto **r->nodoDir** \neq NULL fazer

r = r->nodoDir

fenquanto

devolver **r**

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

5. Implementar a função que procura o sucessor de um dado nodo **x**. A função recebe o apontador para o nodo **x** e devolve o apontador para o seu sucessor (se existir), ou **NULL** se a chave de **x** for a maior da árvore. O algoritmo é:

Sucessor_Arvore(x)

```
se x->nodoDir ≠ NULL então
    devolver Minimo_Arvore(x->nodoDir)
fse
y = x->nodoPai
enquanto y ≠ NULL e x = y->nodoDir fazer
    x=y
    y = y->nodoPai
fenquanto
devolver y
```


Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

6. Implementar a função que procura o antecessor de um dado nodo **x**. A função recebe o apontador para o nodo **x** e devolve o apontador para o seu antecessor (se existir), ou **NULL** se a chave de **x** for a menor da árvore.

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

7. Implementar a função que remove o nodo **z** da árvore. **T** é o apontador para o nodo raiz. O algoritmo da função é o seguinte:

Remover_Arvore(T, z)

// Determinar o nodo a corrigir devido a eliminar-se $z \rightarrow y$

se $z \rightarrow \text{nodoEsq} = \text{NULL}$ ou $z \rightarrow \text{nodoDir} = \text{NULL}$ então

y = z

senão

y = Sucessor_Arvore(z)

fse

// Determinar o filho não NULL de $y \rightarrow x$

se $y \rightarrow \text{nodoEsq} \neq \text{NULL}$ então

x = y->nodoEsq

senão

x = y->nodoDir

fse

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

```
se x ≠ NULL então      // Corrigir o nodo x
    x->nodoPai = y->nodoPai
fse
se y->nodoPai = NULL então // Atualizar o nodo raiz
    T = x
senão se y = (y->nodoPai)->nodoEsq então // Corrigir o pai de y
    (y->nodoPai)->nodoEsq = x
senão
    (y->nodoPai)->nodoDir = x
fse
se y ≠ z então      // Copiar os dados do sucessor de z (y) para z
    chave de z = chave de y
    copiar os dados úteis de y para z
fse
Remover y de memória ; Devolver T
```

Exercício 1 - Árvores Binárias de Pesquisa

8. Implementar a função que calcula a **profundidade** da árvore
9. Implementar a função **main()** para testar todas as funções, usando o seguinte cenário:
 - Inserir nodos com chave: 15, 5, 16, 3, 12, 20, 10, 13, 18, 22, 6, 7
 - Atravessar a árvore de forma ordenada
 - Pesquisar o nodo com chave 50 e depois o nodo com chave 7
 - Calcular o mínimo e o máximo da árvore
 - Encontrar o sucessor do nodo com chave 13
 - Encontrar o antecessor do nodo com chave 18
 - Remover os nodos com chave 13, 13, 16 e 5
 - Calcular a profundidade da árvore