17/02/2010

Complementos de Análise Matemática B/C

Exame de Recurso

ECOM, EEIEC, EMAT, EMEC

LEIA COM ATENÇÃO ANTES DE INICIAR A SUA PROVA

Esta prova de avaliação tem a duração de:

2 horas para os alunos que realizem a **totalidade** do exame

1 hora para os alunos que realizem a **parte A** ou a **parte B** do exame

Material permitido: Material habitual de escrita;
Tabelas de primitivas e Formulário da UC **sem anotações**.

Esta prova é **estritamente individual**, devendo a **identificação do aluno** ser colocada em cima da respectiva mesa, de forma visível, durante toda a prova. **Qualquer tentativa de fraude implicará, no mínimo, a anulação da prova**.

Esta folha deve ser entregue no final da prova, juntamente com a respectiva resolução.

Declaro que li o texto acima,

Nome: ____

Número: _____________

Curso: _______________

Realizo (assinalar com **x** apenas uma das seguintes opções):

a totalidade do exame _____

apenas a parte A do exame _____ (melhoria dos testes 1 e 2)

apenas a parte B do exame _____ (melhoria dos testes 3 e 4)

Enunciado no verso

Complementos de Análise Matemática B/C

PARTE A

1. a) Determine a solução do seguinte PVI e mostre que a solução obtida o verifica formalmente, (4.0)

$$(1+xe^x \cos y)\, dx-(1+(x-1)e^x \operatorname{sen} y)\, dy=0, \quad y(0)=0.$$

b) Em que condições é que a EDO $\dfrac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ é de variáveis separáveis? Justifique. (1.0)

2. a) Determine a solução geral da seguinte EDO, sabendo que a função e^x é uma solução, (2.0)

$$\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}-y=0.$$

b) Determine a solução do seguinte PVI usando o método dos coeficientes indeterminados, sabendo que as funções e^x e 1 são soluções da equação homogénea associada, (3.0)

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}=-1+3x-2e^{-x}, \quad y(0)=0, \quad \frac{dy}{dx}(0)=0.$$

PARTE B

3. a) Determine, sem usar a definição, a transformada de Laplace da função: (2.0)

$$h(t)=\begin{cases} 1, & 0<t\le 1,\\ t^2, & 1<t\le 2,\\ 1, & t>2.\end{cases}$$

b) Determine a solução do seguinte PVI usando a transformada de Laplace, (3.0)

$$\frac{d^2y}{dt^2}+4y=f(t), \quad y(0)=1, \quad \frac{dy}{dt}(0)=0, \quad \text{onde } L\{f(t)\}=\frac{1}{s+1}e^{-\pi s}.$$

4. a) Determine, usando o método de separação de variáveis, a solução de: (3.0)

$$u=u(x,y): \quad \frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial x}-u\,\operatorname{tg}(x)=0, \quad u(0,y)=e^{-y}-e^{y}.$$

b) Determine, usando o método de separação de variáveis, a solução do seguinte problema: (2.0)

$$u=u(x,t):\begin{cases} u_t=u_{xx}, \ t>0, \ 0<x<\pi,\\ u(0,t)=u(\pi,t)=0, \ t>0,\\ u(x,0)=1, \ 0<x<\pi,\end{cases}$$

sabendo que o PVF

$$\frac{d^2X}{dx^2}+\lambda X=0, \ X(0)=0, \ X(\pi)=0,$$

admite os seguintes valores próprios e funções próprias: $\lambda_n=n^2$, $X_n(x)=\operatorname{sen}(nx)$, $n\in\mathbb{N}$.