Funções reais de várias variáveis - Limites e continuidade

1. Determine os seguintes limites:

a)
$$\lim_{(x,y)\to(2,3)} (2x - y^2)$$
 b) $\lim_{(x,y)\to(\frac{\pi}{3},2)} y \sin\left(\frac{x}{y}\right)$
c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2 + y^2)$ d) $\lim_{(x,y)\to(0,1)} \left(\frac{y-3x}{x}\right)$

2. Estude a existência de limite nos seguintes casos:

a)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x-y}{x+3y}$$
 b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{y}$ c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ d) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x^2y}{x^4+y^2}$

3. Estude a continuidade das seguintes funções:

a)
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{5x^2 - y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

b) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x+y}{5x-y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

4. Determine k de modo que f seja contínua no ponto (2,2).

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x - y} \text{ se } x \neq y\\ k \text{ se } x = y \end{cases}$$