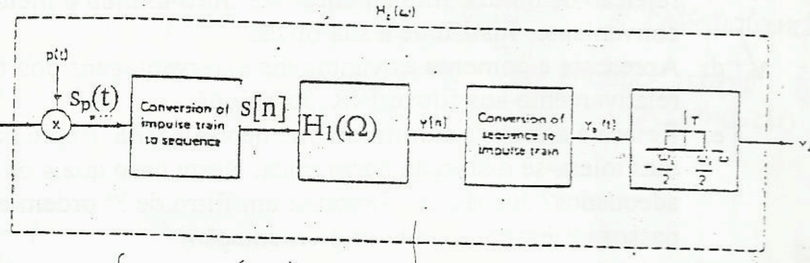
Processamento Digital de Sinal

MIECOM Época Especial 2009/2010

1. Considere o sistema de processamento discreto de sinais contínuos mostrado na figura seguinte com o qual se pretende recuperar o sinal x(t) que se apresenta à entrada do sistema degradado da forma $s_c(t) = x(t) + x(t-3T_0) + x(t+3T_0)$;



a) Considere $x(t) = \begin{cases} \dfrac{w_1}{2\pi}\operatorname{sinc}^2\left(\dfrac{w_1 t}{4\pi}\right); & |t| < \dfrac{\pi}{2w_1} \\ 0; & \text{outros casos} \end{cases}$

O sinal sc(t) pode ser, em sua opinião, directamente aplicado à entrada do sistema? Se a sua resposta for negativa represente em termos de diagrama de blocos um sistema que permita a adaptação de sc(t) ao sistema de processamento digital de sinais contínuos. Justifique a sua resposta.

b) Determine o período de amostragem máximo para o qual x(t) ou uma sua versão modificada possa ser completamente recuperado á saída do sistema. Justifique.

c) Considere o sinal sc(t) amostrado à frequência de Nyquist e determine o atraso do eco para o qual s[n]=x[n]+x[n-1]+x[n+1]. Considere que a frequência de amostragem é de 1KHz.

d) Represente os espectros dos sinais sc(t), p(t), sp(t) e s[n]. Justifique convenientemente os cálculos que efectuar e comente adequadamente as suas representações gráficas.

e) Suponha que o amostrador ideal por trem de impulsos representado na figura era substituído pelo amostrador de ordem zero (sample and hold). Projecte nestas condições o filtro H1(Ω) que permita recuperar x(t) a menos da fase. Pretende-se que $y_c(t)=x(t-6T_0)$.

f) Use a transformada-z para se referir à estabilidade e causalidade do filtro H1.

g) Imagine que na situação da alínea c) fazia uma decimação por um factor de 2 em s[n]. Na sua opinião perdia alguma informação sobre o sinal. Se sim como procederia para minimizar ou anular essa perda. Justifique convenientemente a sua resposta, baseando-a numa representação gráfica adequada.

2. Considere um transmultiplexer digital TDM para FDM com 2 canais áudio comercial de 4 KHz de largura de banda amostrados à frequência de Nyquist. Suponha que a rede FDM dispõe de uma largura de banda que permite acomodar apenas 1 KHz de cada canal.

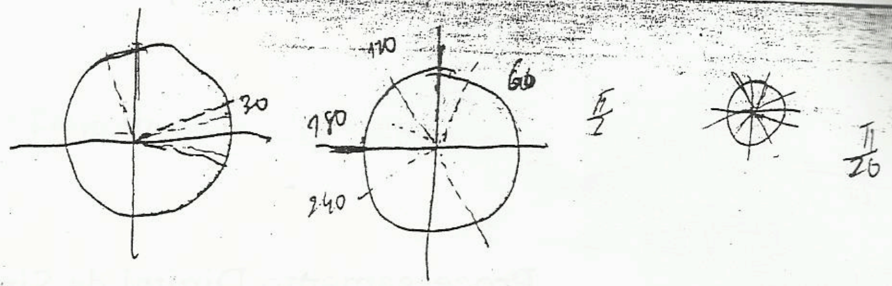
~~Interpol~~ p/ o mesmo nº de amostras temos que diminuir frequência aumentamos duração ↓ a LB, p/ isso

Decimação >LB

Interpolação ↓f <LB

(13)

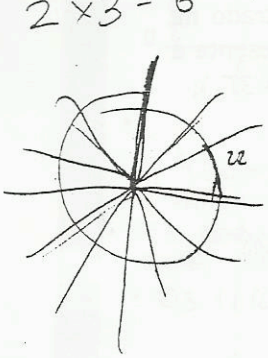
2 Tg $\pi/2$



S

2x4 = 8

2x3 = 6



a. Quais as operações a efectuar sobre os sinais de modo a reduzir para metade a sua largura de banda efectiva? Justifique.

b. Determine a resposta a impulso do filtro ideal que não causa distorção harmónica e permite efectuar o pretendido. Justifique convenientemente todos os passos que efectuar.

c. Suponha que pretende que o filtro seja FIR e apresente um ganho na banda passante superior a 0.995 e inferior a 1.005 e uma atenuação na banda de rejeição de 60 dB. Implemente este filtro usando o método que achar mais conveniente. Justifique a sua opção.

d. Apresente e comente as vantagens e desvantagens dos filtros IIR relativamente aos filtros FIR. Justifique.

e. Refaça a alínea c) admitindo que não se aceita ripple na banda passante mas tolera-se distorção harmónica. Neste caso quais os métodos adequados? Justifique. Suponha um filtro de 3ª ordem e enumere todos os passos necessários à sua implementação.

TABLE 7.2 COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

Window Type	Peak Sidelobe Amplitude (Relative)	Approximate Width of Mainlobe	Peak Approximation Error $20\log_{10}\delta$ (dB)	Equivalent Kaiser Window β	Transition Width of Equivalent Kaiser Window
Rectangular	−13	$4\pi/(M+1)$	−21	0	$1.81\pi/M$
Bartlett	−25	$8\pi/M$	−25	1.33	$2.37\pi/M$
Hanning	−31	$8\pi/M$	−44	3.86	$5.01\pi/M$
Hamming	−41	$8\pi/M$	−53	4.86	$6.27\pi/M$
Blackman	−57	$12\pi/M$	−74	7.04	$9.19\pi/M$

0,01

$$a^n u[n] \xleftrightarrow{Z} \frac{1}{1-az^{-1}} \qquad ROC \equiv |z| > |a|$$

$\frac{38}{2,285}$

$$-a^n u[-n-1] \xleftrightarrow{Z} \frac{1}{1-az^{-1}} \qquad ROC \equiv |z| < |a|$$

$$na^n u[n] \xleftrightarrow{Z} -z\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{1-az^{-1}}\right) = \frac{az^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}, \qquad |z| > |a|$$

$$x_p(t) = p(t)x(t) \xleftrightarrow{\text{T. F.}} X_p(w) = \frac{1}{2\pi}\left[P(w) * X(w)\right] \qquad M = \frac{A-8}{2.285\Delta\Omega}$$

4,08

$$X_p(w) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(w - kw_s)$$

$$w[n] = \begin{cases} \dfrac{I_0\left[\beta\left(1-\left[\dfrac{n-\alpha}{\alpha}\right]^2\right)^{1/2}\right]}{I_0(\beta)}; & 0 \le n \le M \\ 0; & \text{outros casos} \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A-8.7); & A > 50 \\ 0.5842(A-21)^{0.4} + 0.07886(A-21); & 21 \le A \le 50 \\ 0.0; & A < 21 \end{cases}$$

2,117

$$M = \frac{-10\log(\delta_1\delta_2) - 13}{2.324\Delta\Omega}$$

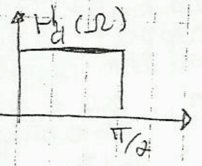
→ Teste ~~especial~~ recurso (época especial) 9/10

(2) Considere um transmultiplexer digital TDM p/ FDM com 2 canais áudio comerciais de 4 kHz de LB amostrados à freq. Nyquist.

Supor que a rede FDM dispõe de 1 LB que permite acomodar apenas 1 kHz de cada sinal.

a) Quais as operações a efectuar sobre os sinais de modo a reduzir a p/ metade a sua LB efectiva? o interpolando o sinal (p/ aumentar a LB diminuímos)

b) Determine a resposta a impulso do filtro ideal q̄ n̄ causa distorção harmónica e permite efectuar o pretendido



$$H_d(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| \le \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < |\Omega| \le \pi \end{cases}$$

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} H_d(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega = \dots = \frac{\Omega_c}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Omega_c}{\pi} n\right)$$

$$= \frac{1}{2} \sin\left(\frac{n}{2}\right) \xrightarrow[\text{harmonica}]{\text{sem distorção}} \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{n - M/2}{2}\right)$$

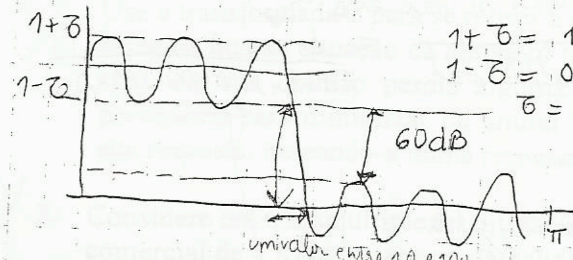
M → comprimento da janela

ou então

$$H(\Omega) = \begin{cases} e^{-j\Omega M/2} & |\Omega| \le \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < |\Omega| \le \pi \end{cases}$$

c) Supor que pretende q̄ o filtro seja FIR e apresente um ganho na Banda Passante sup. a 0,995 e inf. a 1,005 e uma atenuação na Banda de Rejeição de 60 dB. Implementar este filtro usando o método + conveniente

Kaiser → método óptimo



$1+\delta = 1{,}005$
$1-\delta = 0{,}995$
$\delta = 0{,}005$

$A = -20\log_{10}\delta = 46{,}02$

pela tabela (1ª coluna) vemos q̄ n̄ há 60 (vai de -13 a -57) então temos q̄ ir pelo Kaiser

$$M = \frac{A-8}{2{,}285\,\Delta\Omega} = \frac{52}{2{,}285\,\frac{\pi}{100}}$$

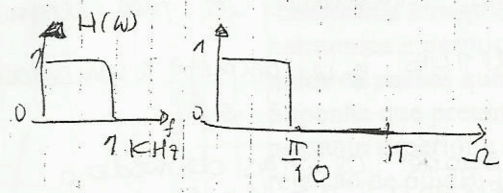
$\beta = 0{,}1102(60 - 8{,}7)$

$h[n] = h_d[n] - w[n]$

d) Vantagens e Desvantagens dos filtros IIR relativamente aos f. FIR

• <u>Vantagens IIR</u> no FIR todos tem

Facto de partir sempre de um modelo analógico



$\Omega c = Wc \cdot Ts$
$= \frac{Wc}{Fs}$ daqui já se consegue tirar 1 conclusão que é

$Wc = \frac{\pi}{10}$. fs a freq. corte

- Alguns (chebychev tipo I e butterworth) ~~têm~~ tem ripple na B. Passante mas a vantagem no geral é pequenha ripple na B. Passante. Nem todos não têm ripple (o cheb. tipo II e Butterw. tem ripple) o que faz disto uma vantagem nos IIR. Nos FIR todos os filtros têm ripple o que é uma desvantagem ... .
- Os IIR têm ordem mais baixa que os FIR

• <u>Vantagem FIR</u>

- fase linear

e) Refazer a alínea c) admitindo q não se aceita ripple na Banda Passante mas tolera-se distor. harm. Qual o método + adequado.. Enumerar os passos necessarios supondo um filtro 3ª ordem

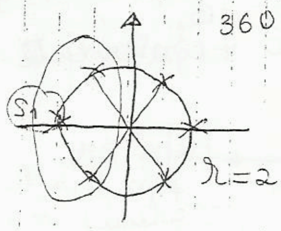
⇒ O método mais adequado é a Transf. Bilinear porque evita o aliasing.

⇒ IIR , Butterworth , Transf. Bilinear , $N=3$ $\Omega_c = \pi/2$
⇓

$N=3 \Rightarrow 2N=6$

$360 \mid 6$
$60°$

$Wc = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\Omega c}{2}\right) = 2 \tan \frac{\pi}{4} = 2$
$\hookrightarrow T=1$



supor que há compon. continua e que o ganho seja unitário então

$H(s) = \frac{K}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)} = \frac{s_1 s_2 s_3}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)}$

$s_1 = -2$

$s_2 = 2\left(\underbrace{\cos\frac{2\pi}{3}}_{-1/3} \pm j \underbrace{\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}}_{\sqrt{3}/2}\right) = -1 \pm j\sqrt{3}$

$H(z) = H(s)\Big|_{s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$ ⇒ e substituir s em
$\hookrightarrow T=1$