6. Circuitos de Corrente Contínua (DC)

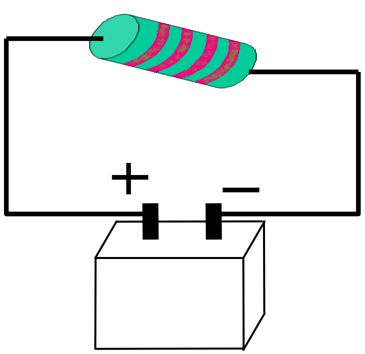
Universidade do Minho

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

6.1. Força Electromotriz

Uma ***fonte de força electromotriz*** (fem) é um dispositivo qualquer (uma bateria ou um gerador) que aumenta a energia potencial das cargas que circulam num circuito.

A ***fem***, ε, duma fonte é medida pelo trabalho feito sobre uma carga unitária. A unidade SI de fem é o volt.



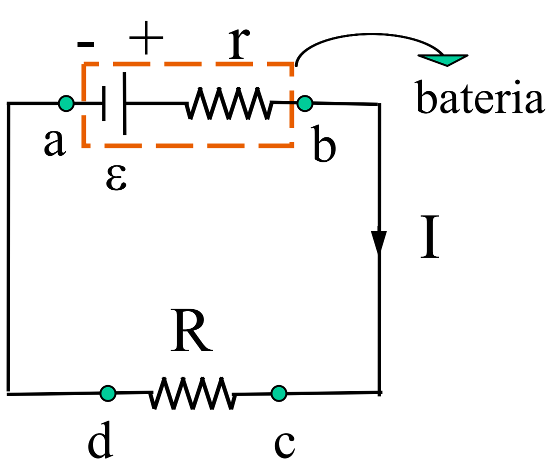
•Vamos admitir que os fios de ligação têm resistência desprezável.

•Se desprezarmos a resistência interna (**r**) da bateria ⇒ **ΔV** na bateria (o potencial entre os terminais) será igual à ***fem*** da bateria.

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

- Uma *bateria real* tem sempre uma certa *resistência interna*, por isso o potencial (ΔV) entre os terminais é diferente da fem da bateria.

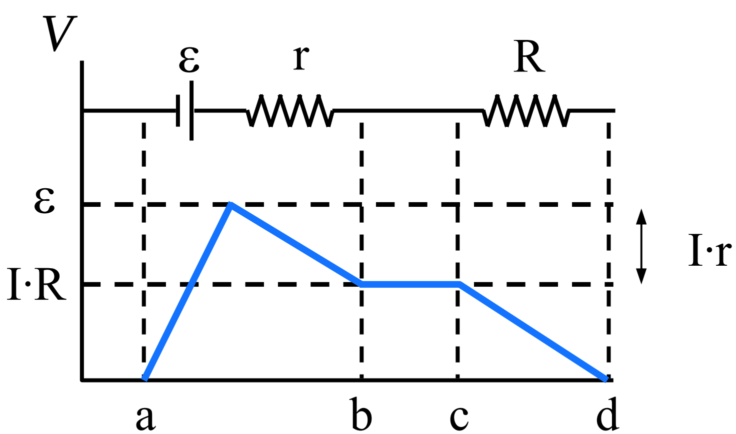
- Para uma carga que se desloque entre "**a**" e "**b**" $\Rightarrow$ quando passa do terminal (–) para o terminal (+) da bateria, o seu potencial eléctrico aumenta de ε; ao deslocar-se através de **r**, o seu potencial diminui de $\mathbf{I \cdot r}$ (I = corrente no circuito)

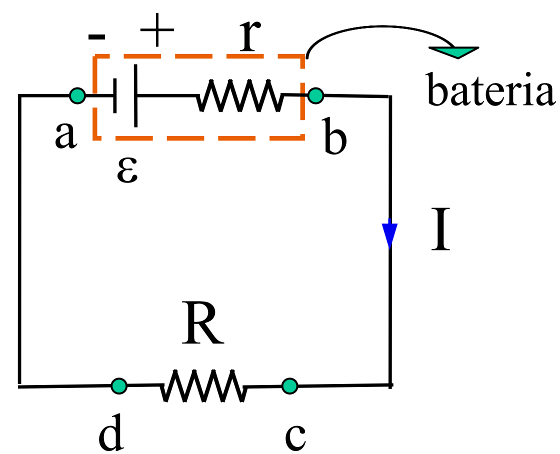


$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta V = V_b - V_a = \varepsilon - I \cdot r}$$

entre os terminais da bateria

- ε é a voltagem (potencial) em circuito aberto; i.e., a voltagem entre os terminais quando a corrente é nula.
- Variações de potencial (**V**) quando o circuito for percorrido no sentido **a, b, c, d**:





Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

- A voltagem, **V**, entre os terminais da bateria é igual à diferença de potencial na resistência (muitas vezes denominada de resistência de carga): **V = I·R**

$$\left.\begin{aligned} V &= \varepsilon - Ir \\ V &= IR \end{aligned}\right\} \Rightarrow \varepsilon = IR + Ir\,, \qquad \boxed{\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{\boldsymbol{R}+\boldsymbol{r}}}$$

I depende de *r* e da *R*

Quando R >> *r* $\Rightarrow$ podemos desprezar *r* na análise.

$$\boxed{I\varepsilon = I^2 \cdot R + I^2 \cdot r}$$

(multiplicando ambos os membros por I)

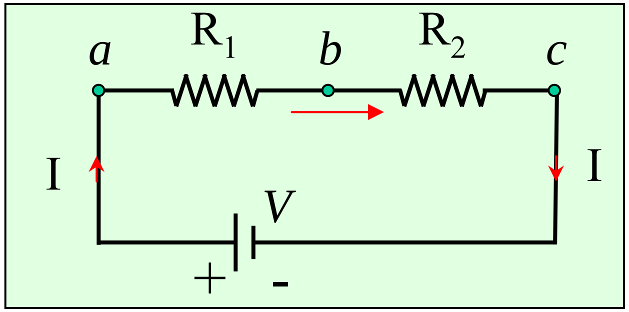
$$\boxed{P = I \cdot V}$$

A potência total debitada pela fonte de fem, **Iε**, converte-se em potência dissipada pelo efeito Joule na resistência de carga, **I^2R**, mais a potência dissipada na resistência interna da fonte, **I^2r**.

Se **R >> r** $\Rightarrow$ a maior parte da potência da bateria transfere-se para a resistência de carga.

Universidade do Minho

a) Resistências em Série



A corrente é a mesma através de ambas as resistência, pois qualquer carga que passa por $\mathbf{R_1}$ também passa por $\mathbf{R_2}$

Queda de potencial entre ***a*** e ***b*** = $\mathbf{IR_1}$

Queda de potencial entre ***b*** e ***c*** = $\mathbf{IR_2}$

A queda de potencial de ***a*** para ***c***:

$$\boxed{V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)}$$

- Podemos substituir os dois R em série por uma única resistência equivalente (R_{eq}),

$$\boldsymbol{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

- R_{eq} é equivalente à combinação em série $R_1 + R_2$ porque a intensidade de corrente (I) no circuito será a mesma se R_{eq} substituir $R_1 + R_2$
- Três ou mais resistências ligadas em série:

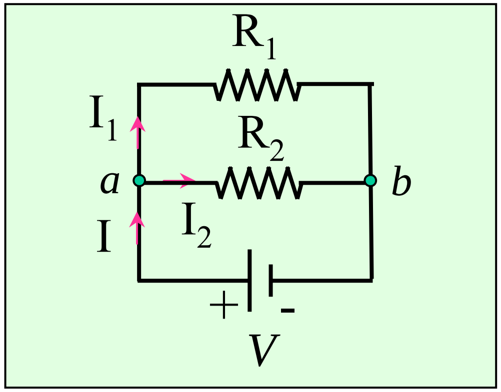
$$\boldsymbol{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots}$$

- A R_{eq} de resistências em série é sempre maior do que qualquer das resistências individuais.

Universidade do Minho

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

b) Resistências em Paralelo



- A diferença de potencial é a mesma em ambas as resistências.
- A corrente não é, em geral, a mesma em todas as resistências.
- Quando **I** atinge "***a***" (um nó), divide-se em duas partes, $\mathbf{I_1}$ pelo ramo $\mathbf{R_1}$, e $\mathbf{I_2}$ pelo ramo $\mathbf{R_2}$. Se $\mathbf{R_1 > R_2 \Rightarrow I_1 < I_2}$. ***A carga tende a seguir a via de menor resistência***.
- A carga dever ser conservada $\Rightarrow$ $\mathbf{I = I_1 + I_2}$ (a corrente I que entra no nó "***a***" deve ser igual à corrente que sai deste nó, $\mathbf{I_1 + I_2}$)

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

- Uma vez que a queda de potencial em cada R é a mesma, a lei de Ohm dá:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V}{R_{eq}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \rightarrow \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

- Para três ou mais resistências

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

- Cada nova resistência ligada em paralelo com uma ou mais resistências diminui a $\mathbf{R_{eq}}$ do conjunto.

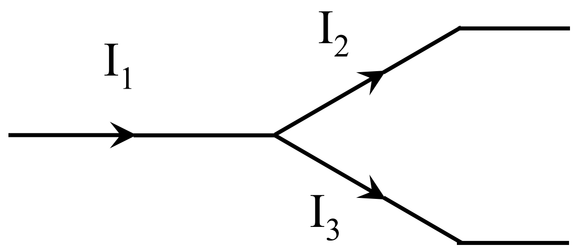
Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Universidade do Minho

6.3. As Regras de Kirchhoff

- Muitas vezes não é possível reduzir um circuito a uma simples malha que possa ser analisada pela Lei de Ohm e as regras das ligações das resistências em série ou em paralelo.
- A análise de circuitos mais complicados pode simplificar-se pelo uso de duas regras simples, as ***Leis de Kirchhoff***:
  1. A ***soma das correntes que entram num nó é igual à soma das correntes que saem desse nó*** (um nó é qualquer ponto do circuito onde é possível a divisão da corrente) $\Rightarrow$ **Lei dos Nós**
  2. A ***soma algébrica das variações de potencial em todos os elementos duma malha fechada do circuito é nula*** $\Rightarrow$ **Lei das Malhas**

- A primeira regra, **Lei dos Nós**, é um enunciado da *conservação da carga*: qualquer carga que chega a um dado ponto do circuito, deve abandonar esse ponto, pois não pode haver acumulação de carga em nenhum ponto.



$$\boxed{I_1 = I_2 + I_3}$$

- A segunda regra, **Lei das Malhas**, é consequência da *conservação da energia*: qualquer *carga* que se desloque ao longo de qualquer malha fechada num circuito (começa e termina o deslocamento no mesmo ponto) deve ganhar tanta energia como aquela que perder.

- Uma carga pode ver a sua energia diminuir, na forma de uma queda de potencial (**-IR**), por exemplo, ao atravessar uma resistência, ou vê-la aumentar na forma de um potencial **ε**, por exemplo, se atravessar uma ***fem***.

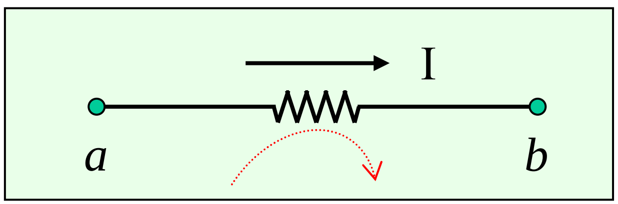
$$\boxed{\sum_i \Delta V_i = 0}$$

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

- Aplicação da segunda regra de Kirchhoff: **Lei das Malhas**

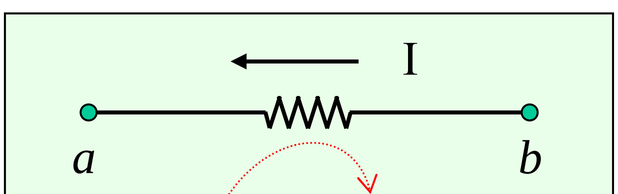
  Regras de cálculo – **<u>durante a análise do circuito</u>**:

1. Se uma resistência for atravessada na direcção da corrente, a variação do seu potencial (**ΔV**) é **-IR**



$$\Delta V = V_b - V_a = -IR$$

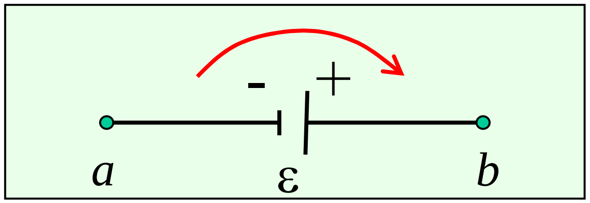
2. Se a resistência for atravessada numa direcção oposta à de **I** $\Rightarrow$ a variação do seu potencial (**ΔV**) é **+IR**



$$\Delta V = V_b - V_a = +IR$$

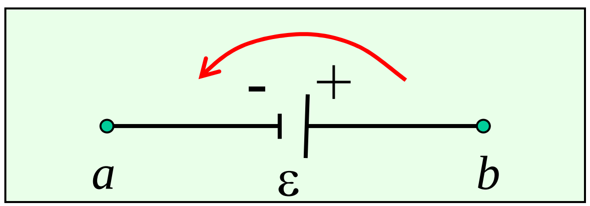
Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

3. Se uma fonte de **fem** for atravessada na direcção da **fem** (***do terminal (-) para o (+)***), a **ΔV** é **+ε** >> salto de potencial



$$\Delta V = V_b - V_a = +\varepsilon$$

4. Se uma fonte de **fem** for atravessada na direcção oposta à da **fem** (***do treminal (+) para (-)***), a **ΔV** é **- ε** >> queda de potencial

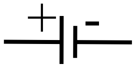


$$\Delta V = V_b - V_a = -\ \varepsilon$$

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Circuitos de corrente contínua

Universidade do Minho

! A lei das malhas pode ser usada desde que em cada nova equação apareça um novo elemento do circuito (R ou ) ou uma nova I.

* Em geral o número de vezes que a lei dos nós deve ser usada é uma unidade menor que o número de nós no circuito.

- O número de equações independentes de que se precisa deve ser pelo menos igual ao número de incógnitas, para que um certo problema seja solúvel.
- Redes complicadas $\Rightarrow$ grande número de eq. lineares independentes e grande número de incógnitas $\Rightarrow$ álgebra de matrizes (ou programas de computador)
- Admite-se que os circuitos estejam em estado estacionário, e as correntes (I) nos diversos ramos sejam constantes.
- Se um condensador (C) aparecer como componente dum ramo, esse C actua como um interruptor aberto no circuito, e a I no ramo onde estiver será nula.

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Estratégia e sugestões para a resolução de problemas:

1. Faça o diagrama do circuito e identifique, com nomes ou símbolos, todas as grandezas conhecidas e desconhecidas.
2. Em cada parte do circuito, atribua uma direcção a I. (*)
3. Aplique a Lei dos Nós (1ª regra)
4. Aplique a Lei das Malhas (2ª regra). Tenha atenção aos sinais!!!
5. Resolva o sistema de equações.

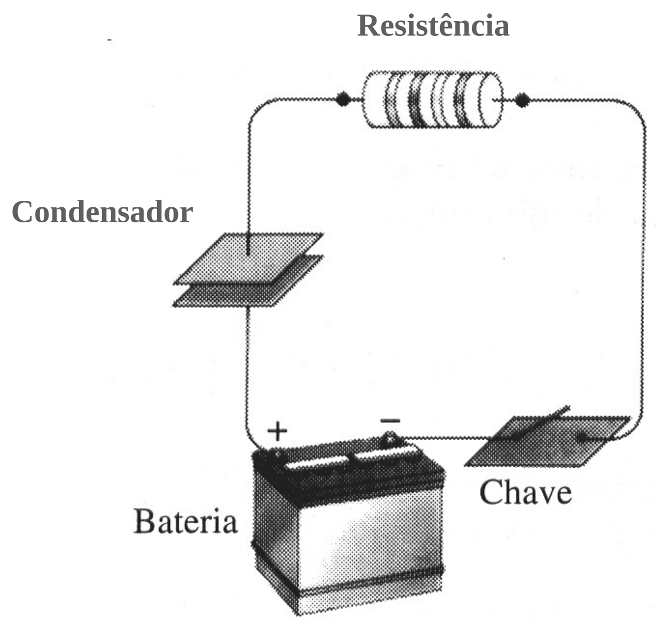
* Não fique preocupado se fizer uma escolha incorrecta do sentido duma corrente: nesse caso, o resultado terá o sinal negativo, mas o seu valor estará correcto. Embora seja arbitrária a fixação inicial da direcção de I, a partir daí é indispensável respeitá-la RIGOROSAMENTE ao aplicar as regras de Kirchhoff.

6.4. Circuitos RC

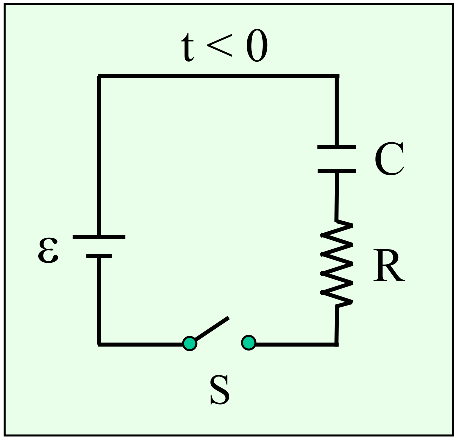
! Até agora: circuitos com as correntes constantes, os circuitos em estado estacionário.

! Agora: circuitos com condensadores, nos quais as ***correntes podem variar com o tempo***.

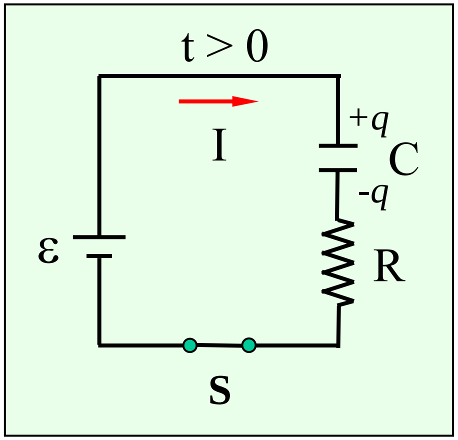
Quando se aplica uma diferença de potencial a um condensador descarregado, a velocidade de carga do condensador depende da sua capacidade e da resistência do circuito.



I - Carregando um Condensador



- **C** inicialmente descarregado.
- Quando o interruptor **S** estiver aberto ⇒ não há corrente (**I**) no circuito.
- Se **S** for fechado (t = 0) ⇒ estabelece-se uma corrente (**I**) ⇒ principia a carga do condensador (C).



- Há transferência de ***carga*** da placa esquerda para a placa da direita do condensador, através de **R**, **S** e **ε**, até que o **C** adquira a plena carga.
- O valor da $\mathbf{q_{max}}$ depende da **fem** da bateria.
- Uma vez atingida esta $\mathbf{q_{max}}$ a **I** no circuito anula-se.

Discussão Quantitativa:

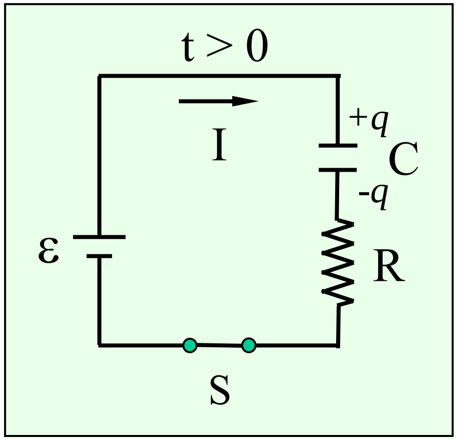
Aplicamos a lei das malhas (Kirchhoff), ao circuito depois de **S** ter sido fechado $\Rightarrow$

$$V = \frac{q}{C}$$

1 $$\boxed{\boldsymbol{\varepsilon - IR - \frac{q}{C} = 0}}$$

queda de potencial no **C**

queda de potencial na **R**



! $\boldsymbol{q}$ e $\boldsymbol{I}$ são valores instantâneos e variáveis durante o processo de carga do $\boldsymbol{C}$.

Podemos usar 1 para achar a $\boldsymbol{I}$ inicial no circuito e a $\boldsymbol{q_{max}}$ no condensador.

$$\varepsilon - IR - \cancel{\frac{Q}{C}}_{0} = 0$$

- Em t = 0, o interruptor S é fechado ⇒ a carga no C é zero.

  ⇒ de 1 temos que a corrente inicial no circuito, $\mathbf{I_0}$, **é máxima**: $I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R}$

! Nesse instante, a queda de potencial ocorre inteiramente na resistência.

- No Fim, quando o C estiver com a sua $\mathbf{q_{max} = Q}$ ⇒ cessa o movimento das cargas ⇒ **I = 0**

- ! A queda de potencial ocorre inteiramente no C

  Substituindo **I = 0** em 1 $\varepsilon - \cancel{IR}_{0} - \dfrac{Q}{C} = 0$

⇒ **Q = Cε** (***carga máxima***)

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

- Dependência temporal da carga (q) e da corrente (I) durante a carga

1 $\longrightarrow$ $$\frac{d}{dt}\left(\varepsilon - \frac{q}{C} - IR\right) = 0 - \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} - R\frac{dI}{dt} = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$\varepsilon = cte \Rightarrow \frac{d\varepsilon}{dt} = 0$$

$$-\frac{1}{C}I - R\frac{dI}{dt} = 0 \Leftrightarrow R\frac{dI}{dt} = -\frac{I}{C}$$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC}dt$$

R e ***C*** são constantes $\Rightarrow$ esta equação pode ser integrada, com a condição inicial:

$I = I_0$ em $t = 0$

$$\int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I} = \int_0^t -\frac{1}{RC}dt \Leftrightarrow \ln I - \ln I_0 = -\frac{1}{RC}t \Leftrightarrow \ln\frac{I}{I_0} = -\frac{1}{RC}t \Leftrightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Universidade do Minho

Obtemos assim:

$$\boxed{I(t) = I_0 e^{-t/RC} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}} \quad (2)$$

Dependência temporal da corrente (*I*)

A fim de achar a carga no ***C***, em função de ***t:*** ***q(t)***, podemos substituir e $I_0=\varepsilon/R$ na eq. (2) e integrar: $I = \dfrac{dq}{dt}$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \Leftrightarrow dq = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} dt$$

Usando q = 0 em t = 0 $\Rightarrow$

$$\int_0^q dq = \frac{\varepsilon}{R} \int_0^t e^{-t/RC} dt$$

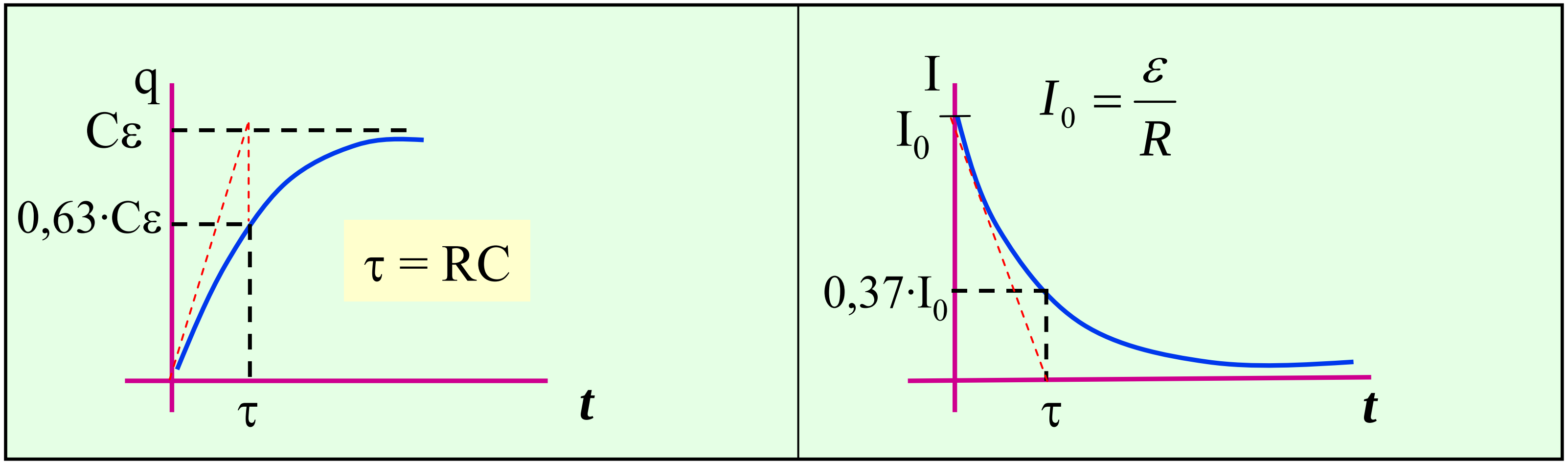
$$usando \int e^{-\alpha x} dx = -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha x} \quad , vem: \Rightarrow$$

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Gráficos da evolução da carga e corrente num *circuito RC* durante o carregamento do condensador

$$\Rightarrow \int_0^q dq = \frac{\varepsilon}{R}\int_0^t e^{-\frac{t}{RC}}dt \Leftrightarrow q(t) = \frac{\varepsilon}{R}\cdot(-RC)\cdot\left[e^{-\frac{t}{RC}} - e^0\right]$$

$$\boxed{q(t) = C\varepsilon\left[1 - e^{-t/RC}\right] = \underbrace{Q}_{q_{max} \text{ no C}}\left[1 - e^{-t/RC}\right]} \quad 3$$



3 2

Processo de carga de um condensador

! $q = 0$ em $t = 0$; $q \to q_{max} = C\varepsilon$ quando $t \to \infty$

! $I_{max} = I_0 = \varepsilon/R$ em $t = 0$ e decai exponencialmente até zero quando $t \to \infty$

- A grandeza ***RC*** das Eqs. é a ***constante de tempo***, τ, do circuito → O tempo necessário para I decrescer para o valor ***1/e*** do seu valor inicial.

- No tempo τ, $I = e^{-1}.I_0 = 0.37\, I_0$

  No tempo 2τ $I = e^{-2}.I_0 = 0.135\, I_0$

- Da mesma forma, no tempo τ a carga aumentará de zero até $C\varepsilon\left[1-e^{-1}\right]=0,63\ C\varepsilon$

$$[\tau]=[\boldsymbol{RC}]=\left[\frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}}\times\frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{V}}\right]=\left[\frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{Q}/\boldsymbol{T}}\right]=[\boldsymbol{T}] \qquad \leftarrow \text{Dimensão de tempo}$$

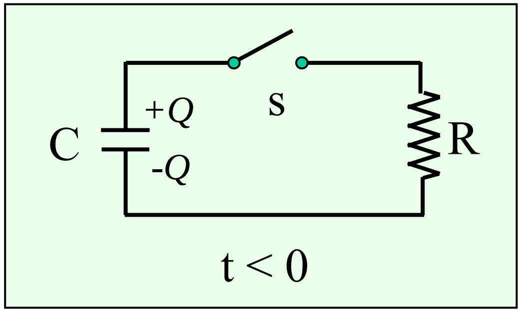
Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

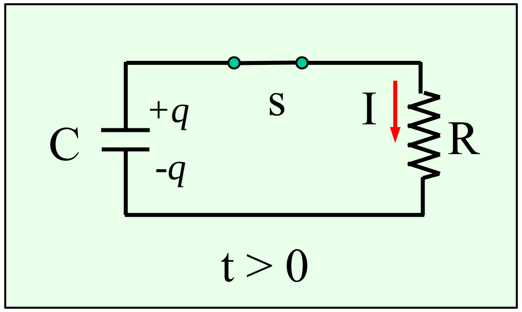
Trabalho feito pela bateria no processo de carga $|W|=Q\cdot\varepsilon = C\varepsilon\cdot\varepsilon = C\varepsilon^2$

C completamente carregado → energia no C: $U=\frac{1}{2}Q\varepsilon = \frac{1}{2}C\varepsilon^2$ = metade do W feito pela bateria.

→ A outra metade da energia é dissipada como calor na **R**, por efeito de Joule.

II - Descarga de um Condensador



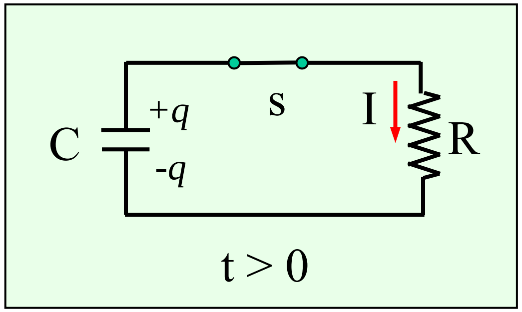


Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho

Universidade do Minho

- Carga inicial do C $\rightarrow$ **Q**
- **t < 0**, interruptor (**S**) aberto $\Rightarrow$ V = Q/C no C

  V = 0 na R (I = 0)
- **t = 0**, interruptor (**S**) fechado $\Rightarrow$ o condensador inicia a descarga através da resistência.
- Num determinado instante t $\Rightarrow$ corrente = I, carga = q
- 2ª lei de Kirchhoff (lei das malhas) $\Rightarrow$ **$-IR + q/C = 0$** 4
- A queda de potencial na resistência é igual à diferença de potencial no condensador.



Durante a descarga do condensador, a corrente no circuito é igual à taxa de diminuição da carga no C, $I = -dq/dt$

4 ⇨ $$IR = \frac{q}{C} \Leftrightarrow -\frac{dq}{dt}R = \frac{q}{C} \Leftrightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

Integrando, com a condição inicial **q = Q** em **t = 0**

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{q}\right) - \ln\left(\frac{1}{Q}\right) = -\frac{t}{RC} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC} \rightarrow \boxed{q(t) = Qe^{-t/RC}}$$

Derivando a equação da diminuição de carga em ordem ao tempo ⇒

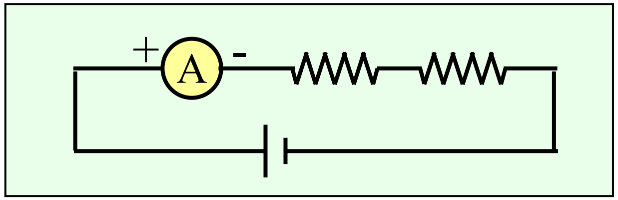
$$I(t) = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[Qe^{-t/RC}\right] = \frac{Q}{RC}e^{-t/RC} = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \rightarrow \boxed{I(t) = I_0 e^{-t/RC}}$$

Onde $\mathbf{I_0 = \varepsilon/R = Q/RC}$ (corrente inicial)

A carga no **C** e a **I** no circuito decrescem exponencialmente a uma taxa caracterizada pela *constante de tempo* τ = **RC**

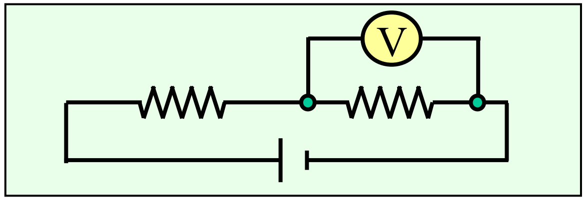
6.5. Instrumentos Eléctricos

- O Amperímetro → aparelho que mede corrente eléctrica



No caso ideal, um amperímetro deve ter resistência nula, de modo a não alterar a corrente a ser medida. Deve sempre ser inserido em série num circuito eléctrico.

- O Voltímetro → dispositivo que mede diferenças de potencial.



Um voltímetro ideal tem resistência infinita, de modo que não haja passagem de corrente através dele. Deve sempre ser inserido em paralelo num circuito eléctrico.

Ter sempre em conta a polaridade do instrumento!!

Carlos Tavares - Depto. Física - Universidade do Minho