Universidade do Minho Departamento de Física	Física A M. I. Engª de Comunicações TESTE - RESOLUÇÃO 14/01/2011

Parte 1

1. Resp.: **[C]**

Just.: De acordo com a Lei da Inércia, um corpo sobre o qual não actuem quaisquer forças move-se com MRU relativamente a um referencial inercial, portanto um referencial a ele ligado será necessariamente um referencial inercial.

Nota:

Quando se fala em referencial em repouso, ou referencial não acelerado, sem mencionar **relativamente a quê**, não se pode concluir que tal referencial seja inercial! Um referêncial na ligado à Terra pode ser usado como inercial **apenas localmente**! Evidentemente, devido aos seus movimentos de rotação quer em torno de si própria quer em torno o Sol, a Terra não é um referencial inercial.

2. Resp.: **[C]** e **[E]**

Just.: A 1ª opção é a Lei da Inércia, e a 2ª é imediata da segunda lei de Newtn: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

Nota:

A aceleração de um corpo, $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, dá-nos a medida da variação da sua velocidade $\vec{v}$ (i.e., do seu estado de movimento). Pela segunda lei de Newton, para que $\vec{v}$ varie é necessário que uma força, ou um conjunto de forças de resultante não nula, actue sobre ele. Quanto maior for a massa de um corpo menor será o efeito (aceleração!) da acçaõ dessa força, ou seja, maior será a inércia do corpo.

3. Resp.: **[C]**

Just.: $\sum \vec{F}_A = m_A \vec{a}_A \Rightarrow N_A = m_A g$ e $T - F_{a_A} = m_A a$; $\sum \vec{F}_B = m_B \vec{a}_B \Rightarrow F_{g_B} - T = m_B a$,

resultando: $a = \frac{m_B - \mu m_A}{m_A + m_B} g$, onde μ é o coeficiente de atrito entre A e a superfície.

Nota:

As forças que actuam no bloco A são a força gravítica, a força de tracção exercida pelo fio, e a força de contacto exercida pela superfície (que poderá ter uma componente de atrito). A esfera B está sujeita à força gravítica e à força de tracção. A aceleração tem o mesmo valor para ambos os corpos.

Tomamos para positivo o sentido do movimento.

Da 2ª Lei de Newton temos, para o corpo A: $N_A - m_A g = 0$ e $T - F_{a_A} = m_A a$ onde, uma vez que o bloco escorrega sobre a superfície (atrito cinético) $F_{a_A} = \mu N_A$ e T é a tensão no fio. Para o corpo B resulta: $m_B g - T = m_B a$. Eliminando T no sistema de equações, obtemos $a = \frac{m_B - \mu m_A}{m_A + m_B} g$.

A aceleração é sempre inferior a g, mesmo quando $\mu = 0$, caso em que $a = \frac{m_B}{m_A + m_B} g < g$.

A aceleração só será nula (e o movimento uniforme) se $m_B - \mu m_A = 0 \Leftrightarrow m_B = \mu m_A$, e portanto é necessário que $\mu \neq 0$, i.e., que haja atrito entre o bloco e a superfície de apoio.
Para que o movimento seja retardado, a aceleração de A terá de ter o sentido contrário ao do seu movimento, ou seja, terá de ser $a < 0 \;\Leftrightarrow\; m_B - \mu m_A < 0 \;\Leftrightarrow\; m_A > m_B/\mu$.

4. Resp.: **[C]**

Just.: $\vec{F}_g = m\vec{a}_n \;\Rightarrow\; G\frac{mM_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \;\Leftrightarrow\; G\frac{M_T}{r} = v^2 \;\Leftrightarrow\; v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$

Nota:
O satélite executa um movimento circular uniforme de raio r, com velocidade v, em torno da Terra. A sua aceleração tem apenas componente normal, $a = a_n = v^2/r$. A única força a que o satélite está sujeito é a força gravítica $\vec{F}_g$ exercida pela Terra, de intensidade $G\,mM_T/r^2$. Da 2ª Lei de Newton obtém-se o resultado pretendido.

5.

5.1. Resp.: **[C]**

Just.: $\sum \vec{F}_{sist}^{ext} = \vec{0} \;\Rightarrow\; \Delta\vec{p}_{sist} = \vec{0} \;\Leftrightarrow\; \vec{p}_{sist,f}(\text{depois do choque}) = \vec{p}_{sist,i}(\text{antes do choque})$

$\vec{p}_{sist} = \vec{p}_A + \vec{p}_B$; $\vec{p}_A = m_A\vec{v}_A$, $\vec{p}_B = m_B\vec{v}_B$. $\vec{v}_{A,i} = 4{,}0\hat{\imath}$, $\vec{v}_{B,i} = -1{,}0\hat{\imath}$, $\vec{v}_{A,f} = 0{,}0\hat{\imath}$

Nota:
Consideramos o sistema formado pelos dois blocos A e B. As forças exteriores a que estão sujeitos enquanto se movem sobre a superfície horizontal lisa são a força gravítica que actua em cada um e a reacção ao contacto que a superfície exerce sobre cada um deles. Tratando-se de uma superfície lisa não há atrito entre os blocos e a superfície, e portanto a reacção apenas tem componente normal. Sendo a superfície horizontal, a reacção é vertical. O movimento é horizontal logo, pela segunda lei de Newton a força gravítica e a reacção normal, ambas verticais, anulam-se.
Na colisão actuam forças de contacto entre os blocos, que são forças interiores do sistema formado pelos dois blocos (constituem um par acção-reacção dentro do sistema).
Sendo nula a resultante das forças exteriores que actuam sobre o sistema, a quantidade de movimento total do sistema conserva-se (resulta da segunda lei de Newton: notar que $d\vec{p}/dt = m\vec{a}$, e sendo nula a aceleração vem $d\vec{p}/dt = \vec{0}$, ou seja, $\vec{p}$ é constante). Portanto, a quantidade de movimento total do sistema terá de ser a mesma antes e depois da colisão. A quantidade de movimento de um sistema de corpos é dada pelo somatório das quantidades de movimento individuais de cada um.

5.2. Resp.: **[B]**

Just.: $\sum \vec{F}_B^{ext} = \frac{d\vec{p}_B}{dt}$. $\sum \vec{F}_B^{ext} = \vec{F}_{BA}$, portanto $\vec{F}_{BA,méd} = \frac{\Delta\vec{p}_B}{\Delta t}$, $\Delta\vec{p}_B = \vec{p}_{B,f} - \vec{p}_{B,i}$

Nota:
Uma vez que pretendemos obter a força que o bloco A exerce sobre o B teremos de isolar o bloco B, i.e., aqui o sistema a analisar é apenas o bloco B. A resultante das forças exteriores que actuam no bloco B durante a colisão é apenas a força exercida em B pelo bloco A, $\vec{F}_{BA}$, já que as restantes (verticais) se

anulam. Então, pela 2ª Lei de Newton, essa força é, em cada instante, igual à derivada em ordem ao tempo da quantidade de movimento de B (o nosso sistema): $\vec{F}_{BA} = \frac{d\vec{p}_B}{dt}$. A força média que, no tempo em que se dá a colisão, exerce sobre B o mesmo efeito que $\vec{F}_{BA}$ será pois $\vec{F}_{BA,méd} = \Delta\vec{p}_B/\Delta t$.

6. Resp.: **[A] [C] [E]**

Just.: $\vec{v}_p = \vec{v}_0 = v_0\hat{\imath}$, $\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a}_f t = v_0\hat{\imath} - gt\hat{\jmath}$; $\vec{v}_{f/p} = \vec{v}_f - \vec{v}_p = -gt\hat{\jmath}$

Nota:

A velocidade do piloto (helicóptero) em relação ao solo, $\vec{v}_p$, é constante e tem uma direcção horizontal (que escolho para direcção do eixo-x). O fardo é largado do helicóptero portanto a sua velocidade inicial na queda, $\vec{v}_0$, é igual a $\vec{v}_p$. A partir do momento que abandona o helicóptero, e desprezando a resistência do ar, a unica força a que está sujeito é a da gravidade, e portanto a sua aceleração é $\vec{g} = -g\hat{\jmath}$, escolhendo o eixo-y vertical para cima.

O piloto vê o fardo mover-se com velocidade $\vec{v}_{f/p} = -gt\hat{\jmath}$, vertical (para baixo), e portanto a trajectória do fardo descrita pelo piloto é rectilínea.

O observador parado no solo vê o fardo mover-se com velocidade $\vec{v}_f = v_0\hat{\imath} - gt\hat{\jmath}$, uniforme em x e acelerada em y, e portanto numa trajectória parabólica.

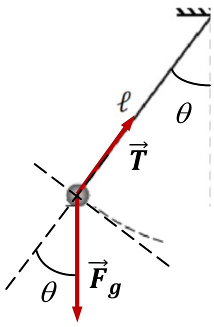
O tempo de queda do fardo apenas depende do seu movimento vertical, e não depende da componente horizontal da sua velocidade, v_0, que é a velocidade do helicóptero.

O ângulo de impacto do fardo com o solo, definido pela direcção do vector velocidade do fardo relativamente ao solo, $\vec{v}_f$, é o ângulo cuja tangente é $v_{f,x}/v_{f,y}$, e portanto depende da velocidade do helicóptero uma vez que $v_{f,x} = v_0$.

Parte 2

1. $m = 0{,}1$ kg

1.a)



1.b)

As únicas forças a que o corpo está sujeito são a força gravítica e a tensão no fio.

Segunda Lei de Newton: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \iff \vec{T} + \vec{F}_g = m\vec{a}$

A trajectória é um arco de circunferência de raio $\boldsymbol{\ell}$, situação em que é mais adequado o uso de coordenadas intrínsecas:

$$\begin{cases} T - mg\cos\theta = ma_n, & a_n = v^2/\boldsymbol{\ell} \\ mg|\sin\theta| = m|a_t|, & a_t = dv/dt \end{cases}$$

(nota: θ é o ângulo que o pêndulo faz com a vertical (posição de equilíbrio); os sinais de θ e de a_t dependem do sentido arbitrado positivo para a trajectória. Na verdade, neste caso (pêndulo simples), θ e a_t têm sempre sinais contrários, pelo que podemos escrever $mg\sin\theta = -ma_t$)

O corpo é largado na posição A (posição inicial), iniciando o movimento com velocidade nula:

$$v_A = 0 \Rightarrow a_{n_A} = 0$$

Portanto: $\quad T_A - mg\cos\theta_A = 0, \quad$ com $\quad \cos\theta_A = \frac{4}{5}$,

$$T_A = mg\cos\theta_A \Leftrightarrow T_A = \frac{4}{5} \times 0{,}1 \times 9{,}8 = 0{,}78\ \mathrm{N}$$

1.c)

Num movimento a duas dimensões a aceleração tem apenas duas componentes. Em termos de coordenadas intrínsecas, $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$.

No ponto A: $\quad \vec{a}_n = \vec{0} \quad$ logo $\quad \vec{a} = \vec{a}_t \Rightarrow \|\vec{a}\| = \|\vec{a}_t\|, \quad \|\vec{a}_t\| = |a_t|$

Da segunda lei de Newton: $\quad |a_{t_A}| = g|\sin\theta_A|$

Ora, $\quad |\sin\theta_A| = \sqrt{1-(\cos\theta_A)^2} \Leftrightarrow |\sin\theta_A| = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$

e portanto

$$|\vec{a}_{t_A}| = 9{,}8 \times \frac{3}{5} = 5{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

1.d)

No ponto B temos $\theta = \theta_B = 0$ rad. Portanto, da 2ª Lei de Newton vem:

$$T_B - mg\cos 0 = ma_{n_B} \Leftrightarrow T_B = m(g + v_B^2/\ell)$$

Como $v_B \neq 0$, temos $T_B > mg$

(Nota: da 2ª Lei de Newton, a tensão é, em cada ponto, dada pela expressão $T = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{\ell}$, dependendo pois dos valores de θ e de v.

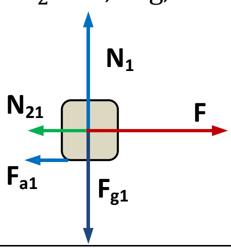
No ponto B temos $\theta = \theta_B = 0$ rad, e portanto a primeira parcela é máxima. Por outro lado,da 2ª Lei, tem-se $a_{t_B} = 0$, ou seja, no ponto B $\frac{dv}{dt} = 0$, e portanto a velocidade também atinge um máximo em B. Assim, o ponto B (ponto de equilíbrio do pêndulo físico) é o ponto da trajectória em que é máxima a tensão no fio.)

2.

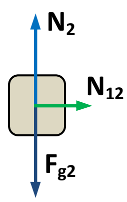
$$m_1 = 4{,}0\ \mathrm{kg},\ \ m_2 = 2{,}0\ \mathrm{kg},\ \ F = 60\ \mathrm{N},\ \ \mu = 0{,}2$$

2.a)

Corpo 1:



Corpo 2:



2.b)

Os dois blocos movem-se solidários. Para determinar a aceleração do conjunto podemos considerar o sistema formado pelos dois blocos.

As forças exteriores que actuam sobre o sistema, são a força gravítica, $\vec{F}_{g1} + \vec{F}_{g2}$, a força de contacto que a superfície (horizontal) exerce sobre o sistema ($\vec{N}_1 + \vec{F}_{a1} + \vec{N}_2$), e a força $\vec{F}$

Da 2ª Lei de Newton: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \iff \vec{F}_{g1} + \vec{F}_{g2} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{a1} + \vec{N}_2 + \vec{F} = m\vec{a}$

Em que m e $\vec{a}$ representam a massa e a aceleração do conjunto, respectivamente. Uma vez que a superfície é horizontal (o movimento será rectilíneo num eixo horizontal) a aceleração não tem componente vertical: as forças verticais (gravítica e reacção normal) cancelam-se. Temos então

$$\vec{F} + \vec{F}_{a1} = m\vec{a} \;\Rightarrow\; F - F_{a1} = (m_1 + m_2)a \;\Leftrightarrow\; a = \frac{F - F_{a1}}{m_1 + m_2}$$

onde $F = \|\vec{F}\|$. Precisamos de determinar F_{a1}, que é o valor da componente de atrito da força que a superfície exerce sobre o bloco B: $F_{a1} = \|\vec{F}_{a1}\| = \mu\|\vec{N}_1\|$.

Da segunda Lei de Newton, desta vez considerando apenas o bloco 1, e mais uma vez sendo o movimento horizontal, temos $\vec{N}_1 + \vec{F}_{g1} = \vec{0}$, e portanto $\|\vec{N}_1\| = m_1 g$.

Substituindo na expressão da aceleração, vem

$$a = \frac{F - \mu m_1 g}{m_1 + m_2} \;\Leftrightarrow\; a = \frac{60 - 0{,}2 \times 4{,}0 \times 9{,}8}{4{,}0 + 2{,}0} = 8{,}7\ \mathrm{m/s^2}$$

2.c)

A força de contacto que o bloco 1 exerce sobre a superfície e a força de contacto que a superfície exerce sobre o bloco 1 constituem um par acção reacção, logo têm a mesma intensidade.

A força de contacto que a superfície exerce sobre o bloco 1, $\vec{F}_{c1}$ tem a componente normal, $\vec{N}_1$, e a componente de atrito, $\vec{F}_{a1}$, que são evidentemente perpendiculares entre si, portanto

$$\vec{F}_{c1} = \vec{N}_1 + \vec{F}_{a1} \;\Rightarrow\; \|\vec{F}_{c1}\| = \|\vec{N}_1 + \vec{F}_{a1}\| \;\Leftrightarrow\; \|\vec{F}_{c1}\| = \sqrt{\|\vec{N}_1\|^2 + \|\vec{F}_{a1}\|^2}$$

Portanto $\|\vec{F}_{c1}\| = \sqrt{(m_1 g)^2 + (\mu m_1 g)^2} = m_1 g\sqrt{1 + \mu^2}$

Substituindo valores: $\|\vec{F}_{c1}\| = 4{,}0 \times 9{,}8\sqrt{1 + 0{,}2^2} \;\Leftrightarrow\; \|\vec{F}_{c1}\| = 46{,}4\ \mathrm{N}$

2.d)

Para determinar a força de contacto entre os blocos teremos de os isolar. Uma vez conhecida a aceleração dos blocos, basta-nos considerar apenas um deles. O mais simples é, evidentemente, considerar o bloco 2:

$\sum \vec{F}_{ext_2} = m_2\vec{a} \iff \vec{F}_{g2} + \vec{N}_2 + \vec{N}_{12} = m_2\vec{a} \Rightarrow \vec{N}_{12} = m_2\vec{a}$

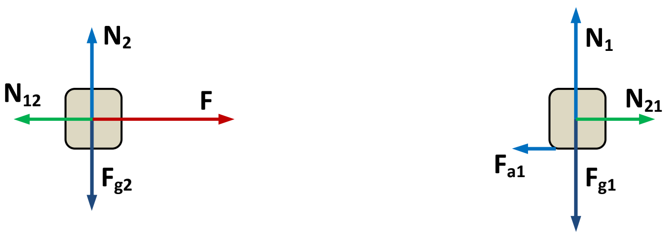
uma vez que as forças verticais se anulam.

Temos então $\|\vec{N}_{12}\| = m_2\|\vec{a}\| \;\Leftrightarrow\; \|\vec{N}_{12}\| = 2{,}0 \times 8{,}7 = 17{,}4\ \mathrm{N}$

2.e)

Invertendo a disposição dos blocos, a aceleração do sistema seria exactamente a mesma, uma vez que nem a massa do sistema nem o somatório das forças exteriores que sobre ele actuam se altera.

Já a força de contacto entre os blocos seria diferente. O diagrama de corpo livre para cada bloco ficaria:



Para o bloco 2, da 2ª Lei de Newton teríamos agora: $\sum \vec{F}_{ext_2} = m_2\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{N}_{12} = m_2\vec{a}$,

e portanto $\|\vec{F}\| - \|\vec{N}_{12}\| = m_2\|\vec{a}\| \;\Leftrightarrow\; \|\vec{N}_{12}\| = \|\vec{F}\| - m_2\|\vec{a}\|$

Substituindo valores: $\|\vec{N}_{12}\| = 60 - 2{,}0 \times 8{,}7 \;\Leftrightarrow\; \|\vec{N}_{12}\| = 42{,}6\ \mathrm{N}$

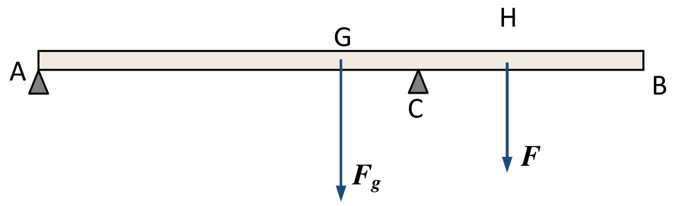
3.

Forças aplicadas na barra: força gravítica, $\vec{F}_g$, força exercida pelo homem, $\vec{F}$, forças de reacção nos apoios A e C, $\vec{R}_A$ e $\vec{R}_C$ (desconhecidas)

$M = 100\ \mathrm{kg}, \quad m = 75\ \mathrm{kg}$

$\overline{AB} = l = 4{,}0\ \mathrm{m}, \quad \overline{AC} = 2{,}5\ \mathrm{m},$

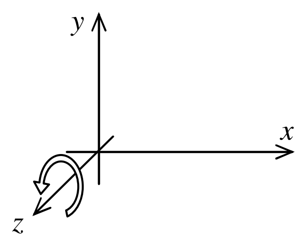
$\overline{AG} = {}^{l}/_{2} = 2{,}0\ \mathrm{m}, \quad \overline{AH} = x$



Condições de equilíbrio:

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ (equilíbrio de translacção)

$\sum \vec{M}_{ext} = \vec{0}$ (equilíbrio de rotação)



A barra pode rodar em torno do ponto C. Pretende-se determinar a distância máxima x a que o homem se pode afastar de A sem que a barra rode. O problema resolve-se impondo o equilíbrio de rotação.

A escolha do ponto em relação ao qual calculamos os momentos externos é arbitrária. Neste caso a escolha indicada é o ponto C:

$$\sum \vec{M}_{ext,C} = \vec{M}_C(\vec{F}_g) + \vec{M}_C(\vec{F}) + \vec{M}_C(\vec{R}_A) + \vec{M}_C(\vec{R}_C)$$

Ora,

$$\vec{M}_C(\vec{F}_g) = \overrightarrow{CG} \times \vec{F}_g = (-0{,}5\hat{\imath}) \times (-Mg\hat{\jmath}) = 0{,}5Mg\hat{k},$$

$$\vec{M}_C(\vec{F}) = \overrightarrow{CH} \times \vec{F} = (x - 2{,}5)\hat{\imath} \times (-mg\hat{\jmath}) = -(x - 2{,}5)mg\hat{k},$$

$$\vec{M}_C(\vec{R}_A) = \overrightarrow{CA} \times \vec{R}_A = (-2{,}5)\hat{\imath} \times \vec{R}_A\ ,$$

$$\vec{M}_C(\vec{R}_C) = \vec{0}$$

A condição de equilibrio fica então:

$$0{,}5Mg\hat{k} - (x - 2{,}5)mg\hat{k} - 2{,}5\hat{\imath} \times \vec{R}_A = \vec{0} \;\Leftrightarrow\; [0{,}5Mg - (x - 2{,}5)mg]\hat{k} = 2{,}5\hat{\imath} \times \vec{R}_A$$

Interessa a situação limite, em que a barra fica na iminência de rodar em torno de C. Nessa situação, a barra perde o contacto com o apoio em A, e então $\vec{R}_A = \vec{0}$. Portanto, na situação limite teremos

$$0{,}5Mg - (x - 2{,}5)mg = 0 \;\Leftrightarrow\; x - 2{,}5 = 0{,}5\frac{M}{m} \;\Leftrightarrow\; x = 0{,}5\frac{100}{75} + 2{,}5$$

e a distância máxima a que o homem se pode afastar de A sem que a barra rode é $x = 3{,}17\ \mathrm{m}$.