Teste 2 2013/2014

1\. a) Método IRI (Invariância de Resposta a Impulso) e Transformação Bilinear.

O método IRI tem como fundamento fazer com que a resposta a impulso do sistema discreto seja uma versão amostrada da resposta a impulso do sistema contínuo.

A Transformação Bilinear é baseada em muitos cálculos.

O método IRI é fácil de amostrar, mas existe aliasing.

Já no método da Transformação Bilinear não há aliasing, mas tem-se de fazer a pré-compensação do sistema analógico.

b) Sistema contínuo estável $\Rightarrow$ pólos $s_k \longrightarrow Re(s_k) < 0$

Sistema discreto estável $\Rightarrow$ pólos $z_k \longrightarrow |z_k| < 1$

Supõe-se um pólo s_k $\Rightarrow$ $H(s) = \dfrac{A}{s - s_k} \xleftrightarrow{z} H(z) = \dfrac{A}{\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} - s_k}$

$$\boxed{S = \frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad s_k = \alpha + j\omega \quad \alpha < 0}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} - s_k = 0 \Leftrightarrow \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = s_k \cdot \frac{T}{2} \Rightarrow 1 - z^{-1} = s_k \frac{T}{2} + s_k \frac{T}{2} \cdot z^{-1}$$

$$\Leftrightarrow z^{-1}\left(s_k \frac{T}{2} + 1\right) = 1 - s_k \frac{T}{2} \Rightarrow z^{-1} = \frac{1 - s_k \frac{T}{2}}{1 + s_k \frac{T}{2}} \Rightarrow z = \frac{1 + s_k \frac{T}{2}}{1 - s_k \frac{T}{2}}$$

$1 - \alpha z^{-1}$

$\Rightarrow \alpha < 1$

logo como $Re(s_k) < 0$ o denominador vai ser sempre maior do que o numerador, o que fica dentro do círculo unitário (plano z) sendo estável.

c) $F_s = 8\,kHz \Rightarrow F = \dfrac{F_s}{2} = 4\,kHz$

Pode-se compactar filtrando o sinal a $\frac{\pi}{4}$ (reduzir a largura de banda para 1kHz) e fazendo a decimação por um factor de 4 para reduzir o nº de amostras, pois ao filtrar o sinal a largura de banda é reduzida mas o nº de amostras mantido, tendo mais amostras do que o necessário. Por isso, faz-se a decimação depois de filtrar o sinal.