

Complementos de Análise Matemática B/C**Teste 3 + Teste 4****LER COM ATENÇÃO ANTES DE INICIAR A SUA PROVA**

Esta prova de avaliação integra os Testes 3 e 4, tendo a **duração total de 1h45m**

O Teste 3 corresponde aos exercícios 1, 2 e 3; o Teste 4 corresponde aos exercícios 4, 5 e 6. Não é necessário realizar os testes em folhas distintas, nem respeitar a ordem das perguntas, sendo apenas necessário indicar de forma clara qual o exercício que está a ser resolvido.

Material permitido: Material habitual de escrita

Tabelas de primitivas e Formulário da UC **sem anotações**

Esta prova é **estritamente individual**, devendo a **identificação do aluno** ser colocada em cima da respectiva mesa, de forma visível, durante toda a prova

Qualquer tentativa de fraude implicará, no mínimo, a anulação da prova

Esta folha deve ser entregue no final da prova, juntamente com a respectiva resolução. No topo das folhas de teste que entregar deve escrever “**Teste B**”

Nome: _____

Número: _____

Curso: _____

Complementos de Análise Matemática B/C

Teste 3 (4 valores)

1. Determine, usando a função de Heaviside, a transformada de Laplace da função: (1.75)

$$f(t) = \begin{cases} -1, & 0 < t \leq 1, \\ 1, & 1 < t \leq 3, \\ (t-3)^2 e^{2t}, & t > 3. \end{cases}$$

2. Determine, usando a transformada de Laplace, a solução do PVI:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = h(t), \quad y(0) = 1, \quad \frac{dy}{dt}(0) = -1, \quad (1.75)$$

onde $L\{h(t)\} = \frac{s}{s^2 - 2s + 1} e^{-3s}$.

3. A respeito das funções $f(t)$, $g(t)$ e $h(t)$ sabe-se que todas admitem transformada de Laplace e que têm as seguintes propriedades: (0.50)

$$f(t) = e^{4t}, \quad h(t) = te^{3t}, \quad h(t) = f(t) * g(t), \quad \text{onde } * \text{ representa a convolução de funções.}$$

Determine $g(t)$.

Teste 4 (4 valores)

4. Determine os valores próprios e as funções próprias do PVF: (1.75)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(\pi) = 0.$$

5. Determine a solução do seguinte problema: (1.75)

$$u = u(x, y): \quad x^2 \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad u(1, y) = 2e^{-5y} - 5e^{2y}.$$

6. Escreva a forma mais geral de uma EDP linear de 2ª ordem onde a incógnita é $v = v(x, y, z)$. (0.50)