Processamento Digital de Sinal

Recurso 2014-2015

1. Considere o sistema LTI discreto que para a entrada $x[n] = (n-1)\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n+1]$ tem como saída $y[n] = n\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \delta[n-1]$

    a) Determine a transformada-Z da resposta impulsional do sistema.
    b) Determine a resposta impulsional do sistema.
    c) Faça o diagrama de zeros e pólos do sistema. Como caracteriza este sistema em termos de estabilidade e causalidade. O sistema é fisicamente realizável?
    d) Determine a equação de diferenças do sistema.
    e) Apresente uma função em Matlab que calcule a saída deste sistema supondo que tem a entrada na variável x.

2. Pretende-se desenvolver um estetoscópio digital. O sinal de auscultação do pulmão tem componentes importantes até à frequência de 1 kHz. Sabendo que o sinal é adquirido à 5 kHz projecte um filtro digital passa-baixo de butterworth. Na sua resposta justifique todos os passos.
    a) Supondo que utiliza a transformação bilinear, determine a ordem mínima do filtro digital. No seu projecto deve garantir uma atenuação de 1dB à frequência de 1 kHz Hz e de 60 dB à frequência de 1.2 kHz. Justifique.
    b) Determine a frequência para a qual atenuação é superior a 100, sabendo que o filtro anterior foi projectado para optimizar a banda de rejeição. Justifique.
    c) Foi aplicado à entrada um sinal sinusoidal com frequência de 1.1 kHz, determine a amplitude do sinal à saída do filtro. Justifique.
    d) No sistema anterior pretende-se analisar as componentes do sinal entre as frequências de 100 a 400 Hz, usando um filtro FIR, sabendo que a frequência de amostragem foi decimada para 2.5 kHz. Pretende-se que o filtro tenha um ganho de rejeição de -60 dB e uma banda de transição de 45 Hz com um ganho máximo e mínimo na banda passante respectivamente de 1.01 e 0.99.
    e) Diga quais janelas que permitem a implementação do filtro. Justifique.
    f) Deduza, justificando todos os passos, a resposta impulsional do filtro FIR desejado.
    g) Implemente o filtro requerido usando o método que achar mais conveniente. Justifique todos os passos que efectuar bem como a escolha do método.
    h) Apresente uma função em Matlab devidamente comentada que implemente o filtro. Diga como poderia testar o filtro. Apresente um bloco de código em Matlab que teste o filtro.

3. Considere um sinal discreto s[n] de média m_s e desvio padrão σ_s corrompido de modo multiplicativo por um sinal ruído branco e[n] de média m_e e desvio padrão σ_e .

a) Determine a média e a variância do processo x[n]=s[n].e[n] admitindo que os processos são não correlados.
b) Determine a sequência de autocorrelação e a densidade espectral de potência de x[n] em função dos parâmetros conhecidos dos processos s[n] e e[n].
c) Considere que s[n] é um sinal sinusoidal com fase aleatória e uniformemente distribuída em [0, 2π[ou seja $s[n]=A\cos(w_0 n+\varphi)$. Mostre que nestas circunstâncias, se os processos são não correlados então

$$\Phi_{xx}[m] = \frac{A^2}{2}\cos w_0\, m.\,[\sigma_e^2\delta[m] + m_e^2]$$

d) Determine e esboce justificando, no contexto da alínea c) a densidade espectral de potência do processo x[n].
e) Apresente um método eficiente para estimar a densidade espectral do ruído e[n] tomando por base Cxx(m). Mostre que este estimador é consistente relativamente à média.
f) Mostre que o periodograma é um estimador consistente da densidade espectral de potência mas apenas relativamente à média. Explique como é que o método de Bartlett diminui a variância deste estimador. Justifique.

4. Considere um sistema discreto LTI caracterizado pela função de transferência

$$H(z) = \frac{1}{1-\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

e ao qual é aplicado um sinal ruído branco de média nula.
   a) Dos métodos de estimação espectral que conhece qual o mais indicado para estimar a densidade espetral de potência do processo de saída? Justifique.
   b) Mostre que a autocorrelação do sinal de saída é dada por

$$\varphi_{xx}(m) = \sum_{k=1}^{N} a_k \varphi_{xx}(|m-k|)$$

   c) Considere que dispõe de uma amostra do sinal de saída de 4 pontos {1, 0,-1, -1}. Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para $-3\leq m\leq 3$.
   d) Determine o erro do preditor.
   e) Estime a sequência de autocorrelação do processo de saída para m>3 e m<9.

TABLE 7.2 COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

Window Type	Peak Sidelobe Amplitude (Relative)	Approximate Width of Mainlobe	Peak Approximation Error $20\log_{10}\delta$ (dB)	Equivalent Kaiser Window β	Transition Width of Equivalent Kaiser Window
Rectangular	−13	$4\pi/(M+1)$	−21	0	$1.81\pi/M$
Bartlett	−25	$8\pi/M$	−25	1.33	$2.37\pi/M$
Hanning	−31	$8\pi/M$	−44	3.86	$5.01\pi/M$
Hamming	−41	$8\pi/M$	−53	4.86	$6.27\pi/M$
Blackman	−57	$12\pi/M$	−74	7.04	$9.19\pi/M$

$$M = \frac{-10\log(\delta_1\delta_2)-13}{2.324\Delta\Omega}$$

$$M = \frac{A-8}{2.285\Delta\Omega}$$

$$|H_c(w)|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{jw}{jw_c}\right)^{2N}}$$

$$\{0.1102(A-8.7) \qquad A>50$$