

Практическая работа №1

Компьютерная математика

Группы 1303, 1304

Тема работы

Алгоритмы эффективного вычисления одночленов

Цель работы

Сформировать знания о работе алгоритмах вычисления одночленов за минимальное число операций, привить навык использования систем компьютерной математики для реализации алгоритмов.

Постановка задачи

Реализовать алгоритмы вычисления мономов за минимальное число операций с использованием системы компьютерной алгебры SageMath, провести анализ алгоритмов. Полученные результаты содержательно проинтерпретировать.

Порядок выполнения работы

1. С помощью системы компьютерной алгебры SageMath реализовать бинарный метод «SX». Вывести последовательность «S» и «X» для заданного числа n . Последовательно вывести значения x^i после каждой итерации. Сделать выводы.
2. Реализовать бинарный метод возведения в степень справа налево. Привести пример работы программы на нескольких значениях n . Для каждого n результат выводить в виде таблицы:

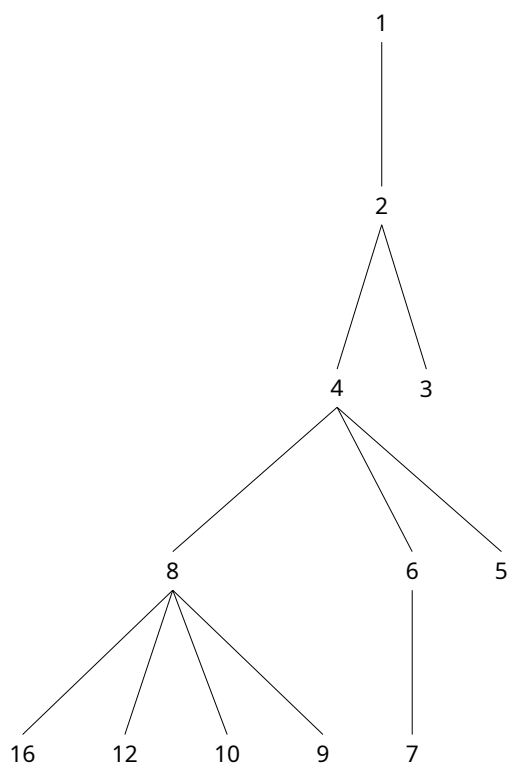
№ итерации	Значение N	Значение Y	Значение Z
0			
...			

Чему будет равно значение Z после завершения алгоритма в общем случае?

3. Сравнить бинарный метод «SX» и метод возведения в степень справа налево. Каково количество итераций в каждом случае. Сделать выводы.
4. Для ранее приведённых n вручную выполнить метод множителей. Показать преимущества данного метода по сравнению с предыдущими. Привести примеры когда метод множителей будет давать результат хуже, чем бинарный метод «SX». Сделать выводы.
5. Реализовать алгоритм «дерева степеней». Отобразить дерево средствами SageMath до заданного уровня k . Выделить цветом путь от вершины дерева до заданного числа n . Сравнить данный метод с предыдущими. Сделать выводы.
- 6*. Если внести незначительные изменения в определения дерева степеней, чтобы узлы, расположенные ниже n присоединялись в порядке *убывания*

$$n + a_{k-1}, \dots, n + a_2, n + a_1, n + 1,$$

а не возрастания, получится дерево убывающих степеней, первые пять уровней которого выглядят следующим образом (см. рис. ниже).



Реализуйте функцию построения такого дерева для заданного уровня k . Покажите, что это дерево даёт метод вычисления x^n , который требует столько же умножений, сколько и при бинарном методе.

Вопросы для самоконтроля

1. Бинарный метод возведения в степень «SX».
2. Бинарный метод возведения в степень справа налево.
3. Метод множителей.
4. m -арный метод.
5. Дерево степеней.

Список литературы

1. Donald E. Knuth. The Art of Computer Programming V. 2 Seminumerical Algorithms, 1st edition, Addison-Wesley 1969. pp 398-422.