

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра информационной безопасности**

**ОТЧЕТ**  
**по практической работе №7**  
**по дисциплине «Криптографические методы защиты информации»**  
**Тема: «Изучение асимметричных протоколов и шифров»**

Студент гр. 9361

\_\_\_\_\_

Кисляков Н.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Племянников А.К.

Санкт-Петербург

2023

## Цель работы

Исследовать протокол Диффи–Хеллмана, шифр RSA и получить практические навыки работы с ними, в том числе с использованием приложения CrypTool 1 и 2.

### 1. Протокол Диффи–Хеллмана

#### 1.1 Задание

1. Запустить утилиту `Indiv.Procedures` → `Protocols` → `Diffie-Hellman demonstration...` и установить все опции информирования в ON.

2. Выполнить последовательно все шаги протокола.

3. Сохранить лог-файл протокола для отчета (пиктограмма с изображением ключа).

4. Использовать полученные общие данные  $K$  для создания ключа зашифровки и расшифровки произвольного сообщения. Шифр выбрать самостоятельно.

#### 1.2 Основные параметры и схема протокола

На рисунке 1 представлена схема протокола Диффи-Хеллмана. К основным параметрам протокола Диффи-Хеллмана относятся:

- $(p, g, R_1)$  и  $(p, g, R_2)$  – открытые ключи сторон;
- $x, y$  – закрытые ключи сторон;
- $R_2^x \bmod p$  и  $R_1^y \bmod p$  – односторонние функции с секретом (TOWF).

Математическая модель протокола Диффи-Хеллмана:

$p$  – большое простое число порядка 300 десятичных цифр (1024 бита);

$g$  – порождающий элемент циклической группы (генератор) порядка  $p$ , для которого справедливо:  $g \bmod p, g^2 \bmod p, g^3 \bmod p \dots g^{p-1} \bmod p$  является различными целыми из  $[1, p - 1]$ ;

$x, y$  – большие случайные числа такие, что  $0 < x < p - 1, 0 < y < p - 1$ ;

- Поскольку:

$$R_2^x \bmod p = (g^y \bmod p)^x \bmod p = g^{xy} \bmod p;$$

$$R_1^y \bmod p = (g^x \bmod p)^y \bmod p = g^{xy} \bmod p;$$

- Стороны фактически создают симметричный ключ сеанса без центра распределения ключей (KDC).

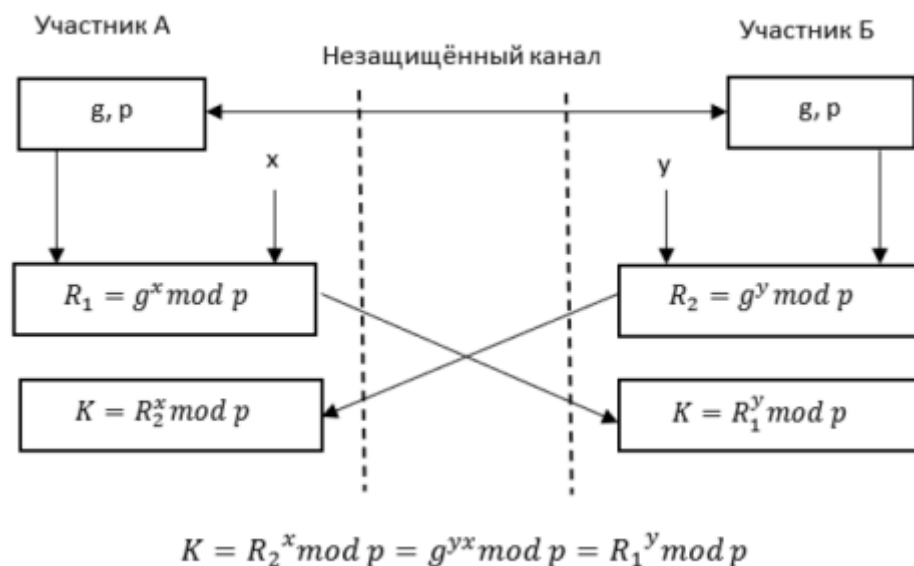


Рисунок 1 – Протокол Диффи–Хеллмана

### 1.3 Скриншот демонстрации работы протокола, реализованной в CrypTool

В CrypTool 1, воспользуемся утилитой Indiv.Procedures -> Protocols -> Diffie-Hellman, была рассмотрена схема работы протокола Диффи-Хеллмана на рисунке 2.

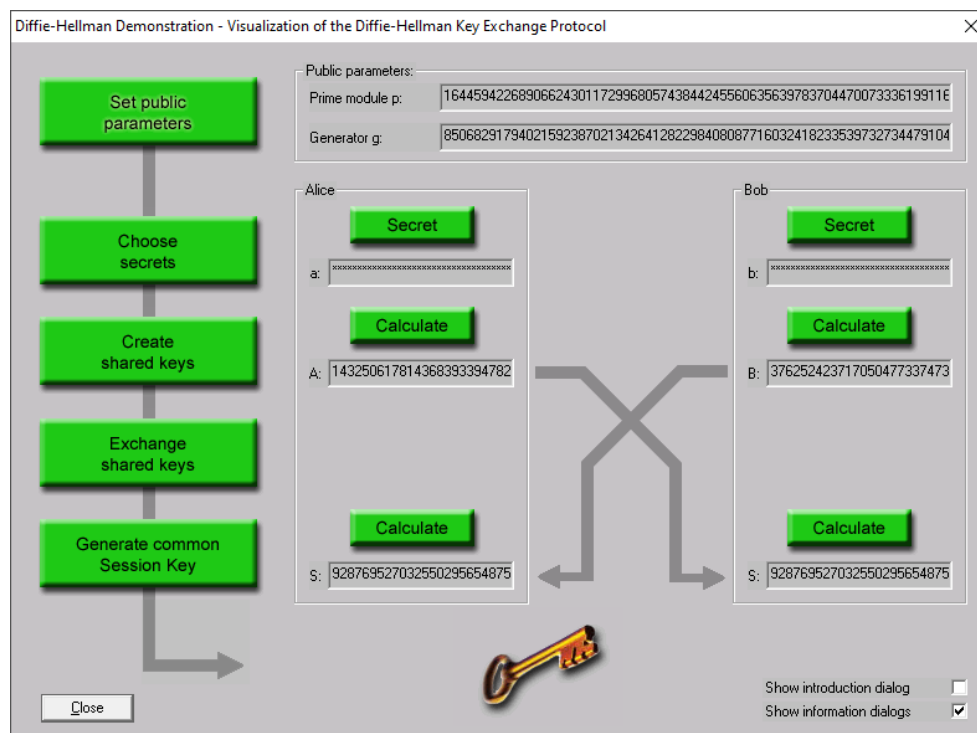


Рисунок 2 – Диффи-Хеллмана

На рисунке 3 представлен лог-файл.

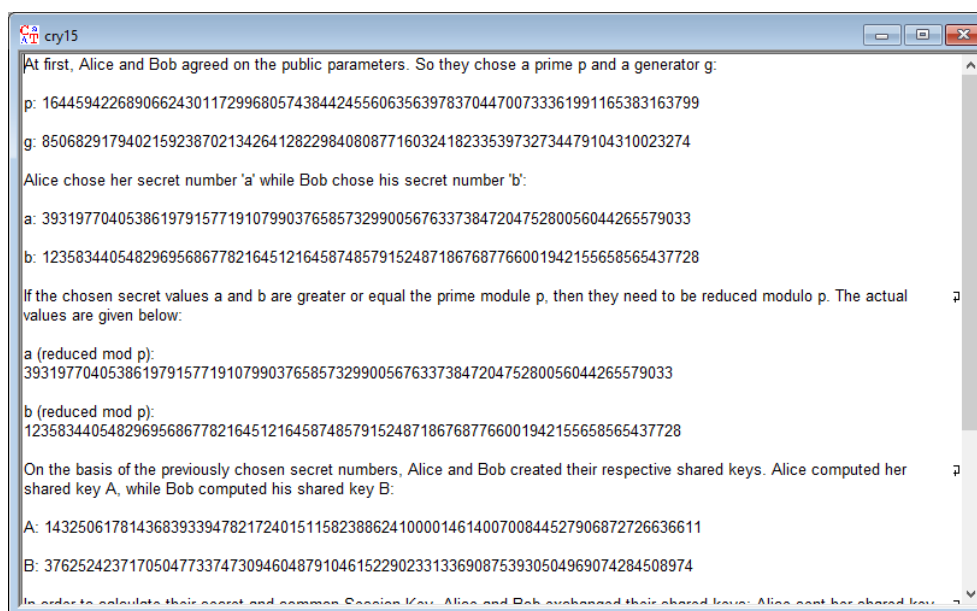


Рисунок 3 – Лог-файл

#### 1.4 Таблица соответствия демонстрации протокола (CrypTool) и параметров протокола

Сопоставим параметры из демонстрационного приложения в CrypTool 1 с параметрами протокола Диффи-Хеллмана. Результаты сопоставления занесены в таблицу 1.

Таблица 1

Параметр протокола Диффи-Хеллмана	Параметр из демонстрационного приложения	Описание параметра
$p$	$p$	Большое простое число порядка 300 десятичных цифр (1024 бита)
$g$	$g$	Порождающий элемент циклической группы (генератор)
$x$	$a$	Закрытый ключ Алисы
$y$	$b$	Закрытый ключ Боба
$R_1$	$A$	Открытый ключ Алисы
$R_2$	$B$	Открытый ключ Боба
$K$	$S$	Общий секретный ключ

### 1.5 Скриншот исходного, зашифрованного и расшифрованного текстов, полученных с помощью выбранного шифра и ключа, созданного на основе протокола ДН

Используя полученный общий секретный ключ из демонстрационного приложения СгурTool 1, было зашифровано и расшифровано произвольное сообщение. В качестве шифра был выбран шифр AES. На рисунке 4 представлен исходный текст. На рисунке 5 и 6 представлена шифровка и расшифровка исходного текста.

Секретный ключ:

«928769527032550295654875438085873984842982496067527682743092  
21474681603554527» (CD 56 7E 0A 3D 7C 9F 6B FD 48 0F 9A 38 49 2C 04 71  
D2 87 8E 85 96 97 6E 7F AB 9E 57 FE AC FC DF).

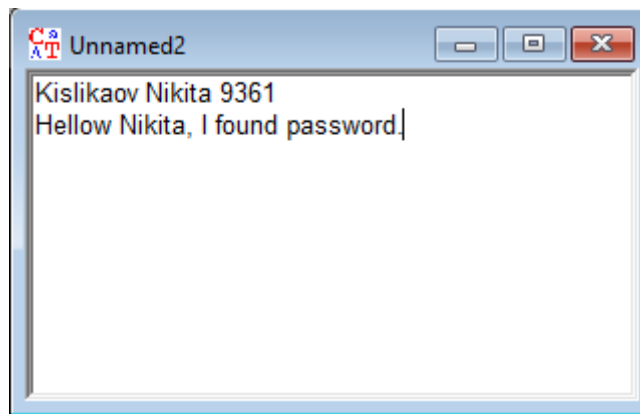


Рисунок 4 – Исходный текст

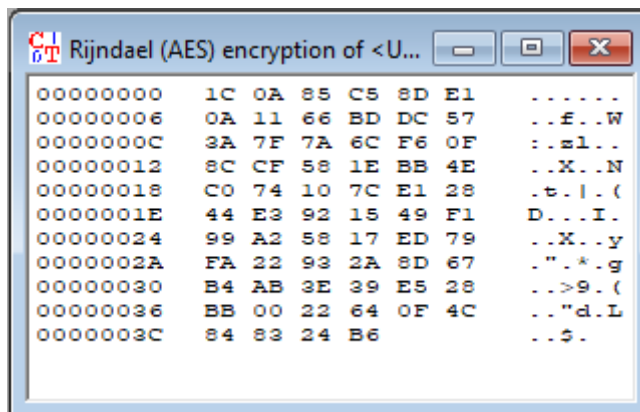


Рисунок 5 – Шифровка

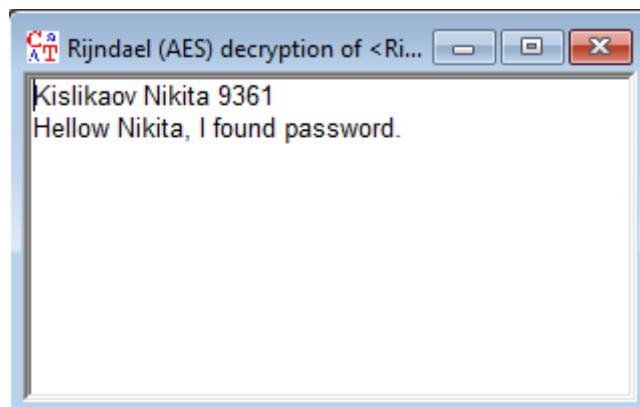


Рисунок 6 – Расшифровка

## 2. Шифр RSA

### 2.1 Задание

1. Запустить утилиту Indiv.Procedures → RSACryptisystem → RSA Demonstration.
2. Задать в качестве обрабатываемого сообщения свои Ф.И.О.
3. Сгенерировать открытый и закрытый ключи.
4. Зашифровать сообщение. Сохранить скриншот результата.

5. Расшифровать сообщение. Сохранить скриншот результата.

6. Убедиться, что расшифрование произошло корректно

## 2.2 Обобщенная схема протокола шифрования RSA

Алгоритм RSA представляет собой асимметричный блочный шифр, в котором блоки открытого и зашифрованного сообщений представляются целыми числами из диапазона от 0 до  $n - 1$  для блока размером  $\log_2 n$  бит.

Алгоритм шифрования RSA состоит из следующих операций:

1. Вычисление ключей:

a) генерируются два больших простых числа  $p$  и  $q$  (держатся в секрете);

b) вычисляется  $n = p \times q$ ;

c) выбирается произвольное число  $e$  ( $e < n$ ), взаимно простого с  $\varphi(n)$  (функцией Эйлера);

d) вычисляется число  $d : e \times d = 1 \bmod \varphi(n)$ ;

e) числа  $(e, n)$  составляют открытый ключ,  $d$  – закрытый ключ,  $p$  и  $q$  уничтожаются.

2. Шифрование:

a) открытый текст разбивается на блоки (числа)  $m_i : m_i < n$ ;

b) каждый блок открытого текста преобразуется в шифротекст по формуле:  $c_i = m_i^e \bmod n$ .

3. Расшифрование:

a) шифротекст представляется блоками (числами)  $c_i : c_i < n$ ;

b) каждый блок шифротекста преобразуется в открытый текст по формуле:  $m_i = c_i^d \bmod n$ .

Обобщенная схема протокола шифрования RSA представлена на рисунке 7.



Рисунок 7 – Схема RSA

## 2.3 Скриншот результата генерации ключей

В CrypTool 1 используем утилитой Indiv.Procedures -> RSACryptsystem -> RSA Demonstration, зашифруем и расшифруем текст «Kisliakov Nikita». Чтоб начать использовать утилиту, нужно сгенерировать открытый и акрытый ключ на рисунке 8. В итоге мы получили следующие ключи:

Открытый ключ:  $e = 2^{16} + 1$  и  $n = 29737$ ;

Закрытый ключ:  $d = 3013$ ;

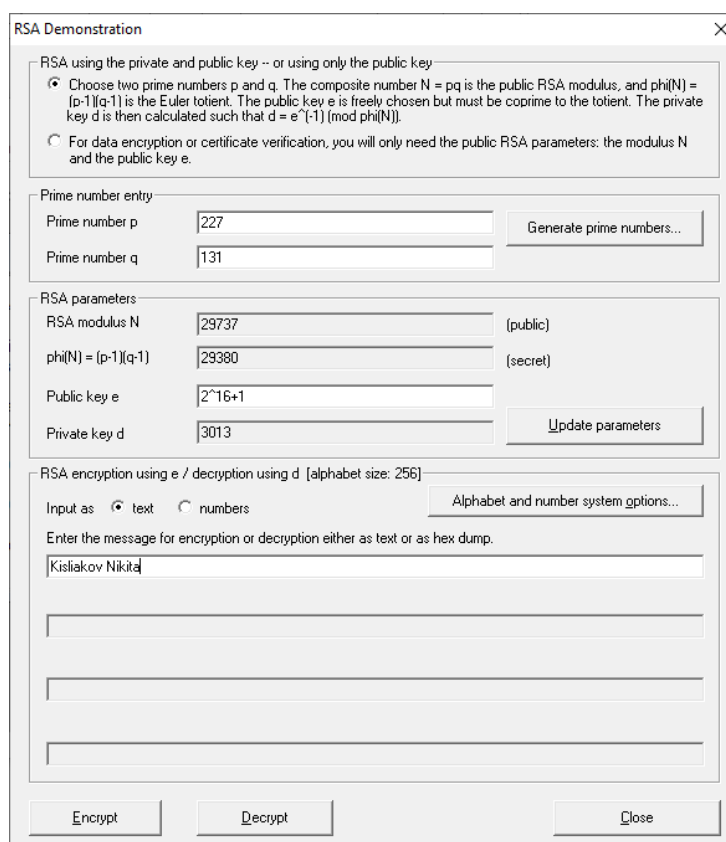


Рисунок 8 – Генерация ключей



## 2.4 Скриншот результата зашифровки

На рисунке 9 представлен результат шифрования.

The screenshot shows the 'RSA Demonstration' application window. It has a title bar with a close button. The window is divided into several sections:

- Top section:** Radio buttons for 'RSA using the private and public key -- or using only the public key'. The first option is selected. Text explains the choice of prime numbers p and q, the composite number N = pq, and the calculation of phi(N) = (p-1)(q-1). The second option is for data encryption or certificate verification.
- Prime number entry:** Input fields for 'Prime number p' (227) and 'Prime number q' (131). A 'Generate prime numbers...' button is to the right.
- RSA parameters:** Input fields for 'RSA modulus N' (29737), 'phi(N) = (p-1)(q-1)' (29380), 'Public key e' (2^16+1), and 'Private key d' (3013). Labels '(public)' and '(secret)' are next to N and phi(N) respectively. An 'Update parameters' button is to the right.
- Encryption/Decryption section:** A label 'RSA encryption using e / decryption using d [alphabet size: 256]'. Radio buttons for 'Input as' with 'text' selected and 'numbers' unselected. An 'Alphabet and number system options...' button. An 'Input text' field containing 'Kislakov Nikita'. A label 'The Input text will be separated into segments of Size 1 (the symbol '#' is used as separator)'. A text area showing the segmented input: 'K # i # s # l # i # a # k # o # v # # N # i # k # i # t # a'. A label 'Numbers input in base 10 format.' and a text area showing the segmented numbers: '075 # 105 # 115 # 108 # 105 # 097 # 107 # 111 # 118 # 032 # 078 # 105 # 107 # 105 # 116 # 097'. A label 'Encryption into ciphertext c[i] = m[i]^e (mod N)' and a text area showing the resulting ciphertext: '24541 # 11692 # 17824 # 11526 # 11692 # 16216 # 01132 # 17123 # 27505 # 29161 # 14221 # 11692 # 0'. At the bottom are three buttons: 'Encrypt', 'Decrypt', and 'Close'.

Рисунок 9 – Результат шифрования

## 2.5 Скриншот результата расшифровки

На рисунке 10 представлена расшифровка сообщения.

Рисунок 10 – Результат расшифровки

### 3. Исследование шифра RSA

#### 3.1 Задание

1. Выбрать текст на английском языке (не менее 1000 знаков) и сохранить в файле формата .txt.
2. Сгенерировать пары асимметричных RSA-ключей утилитой Digital Signatures → PKI → Generate/Import Keys с различными длинами (4 варианта).
3. Зашифровать текст (примерно 1000 символов) различными открытыми ключами. Зафиксировать время зашифровки.
4. Расшифровать текст различными закрытыми ключами. Зафиксировать время зашифровки.
5. Проверить корректность расшифровки. Зафиксировать скриншоты результата.

#### 3.2 Выбранный текст

В СрупTool 1 выбрали файл «english», данный текст представлен на рисунке 11

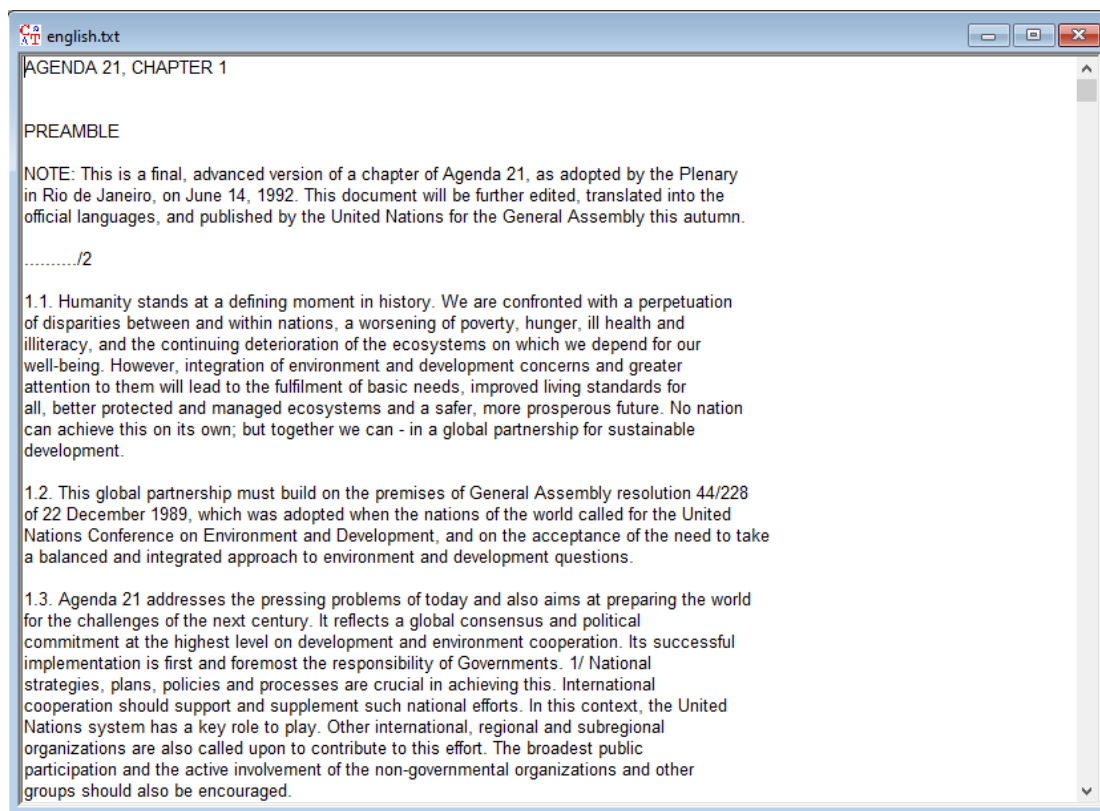


Рисунок 11 – Выбранный текст

### 3.3 Результаты генерации ключевых пар различной длины

Воспользуемся утилитой из CrypTool 1, Digital Signatures -> PKI -> Generate/Import Keys, чтобы сгенерировать пары ассиметричных RSA-ключей длиной 512, 768, 1024 и 2048 бит. Сгенерированные ключи представлены в таблице 2.

Таблица 2

Длина ключа	Экспонента	Модуль
512	65537	1338002827632406209095988162644045914502253771017975 0541672551662006074843582494407969080540056790913098 686387383818855564924270301511236753601867746791473
768	65537	1545678252506588699418064912320346599073703764811227 8188369428974910310173566388133472516783175864685464 9772964575159165596488872011594121707223543178172214 6206834471248928698436045746998121533094555779968360 820111087620738967296567

1024	65537	1769169460620528700623588495775017022385615257573651 0490611869950040409939144177703623262513449487493480 9936461915206422215161736557852245470990561164238773 6205413859555868533507269041182212883066861145595876 6510835321943222035151721545286200238266493188354957 9727826786720301233748490310661816231948199469693
2048	65537	3165611213713777199351627791204169317678413047639368 2433150390938914876880236896394661777574977312449113 5310093524144303426700857954573594259444664402548543 2650720227319762837819678612491778006101967080127008 9261540209522817043788472042758028094915461811331811 7948335018969233855535196674621924110043654225050275 9700183192159496739206631795564161722713472223622596 8213450690574181754100930885771516521861134846818759 9907361429847135251556247597976832233566849195030997 2453805058235805439101785625882297018282632654202076 7372869831763823016483468102310758042600119749097868 625006766840541430244203395797545177329274547

### 3.4 Размер исходного текста

Файл «english» состоит из 143253 символа вместе с пробелами.

### 3.5 Таблица затрат времени на зашифровку и расшифровку при использовании ключей разной длины

После генерации ассиметричных RSA-ключей, зашифруем и расшифруем наш исходный текст. В таблице 3 представлено время шифрования и расшифрования исходного текста.

Таблица 3

Длина ключа	Время шифрования	Время расшифрования
512	0,022 секунд	0,508 секунд
786	0,038 секунд	0,804 секунд
1024	0,053 секунд	1,259 секунд
2048	0,099 секунд	4,240 секунд

На рисунке 12, 13, 14 и 15, представлены результаты шифрования исходного текста с помощью ассиметричных RSA-ключей длиной 512, 768, 1024 и 2048 бит

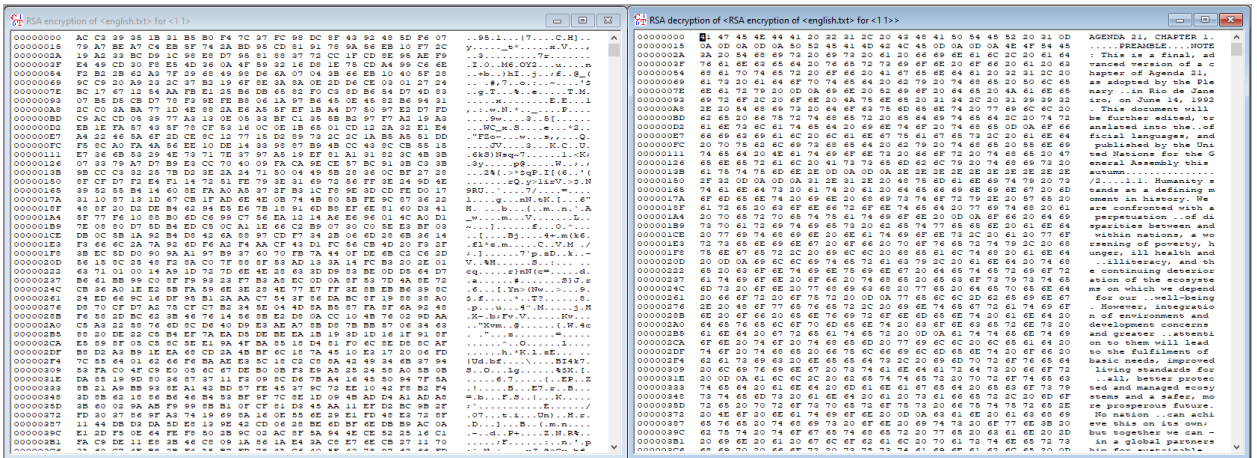


Рисунок 12 – Результат с длиной 512 бит

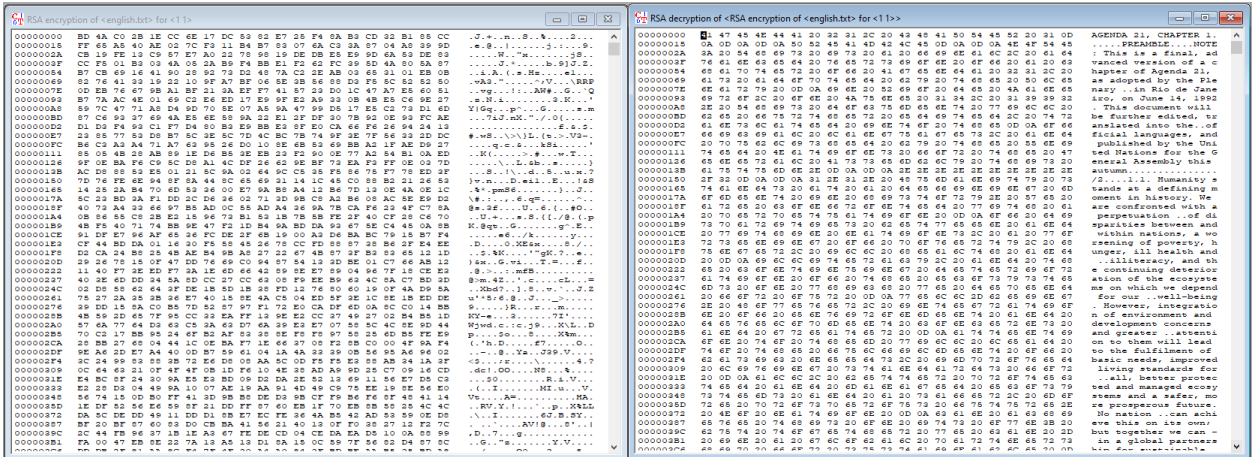


Рисунок 13 – Результат с длиной 768 бит

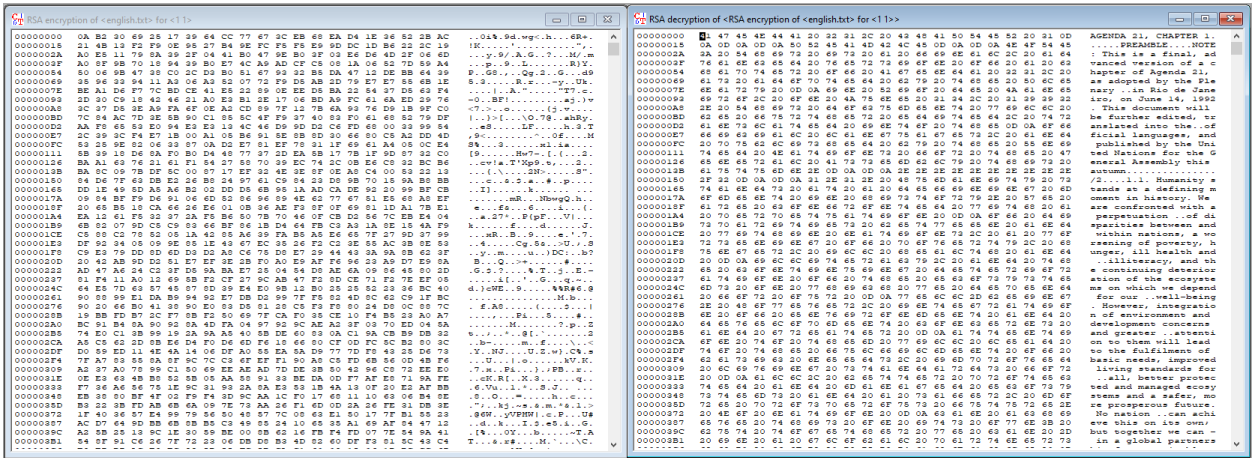


Рисунок 14 – Результат с длиной 1024 бит

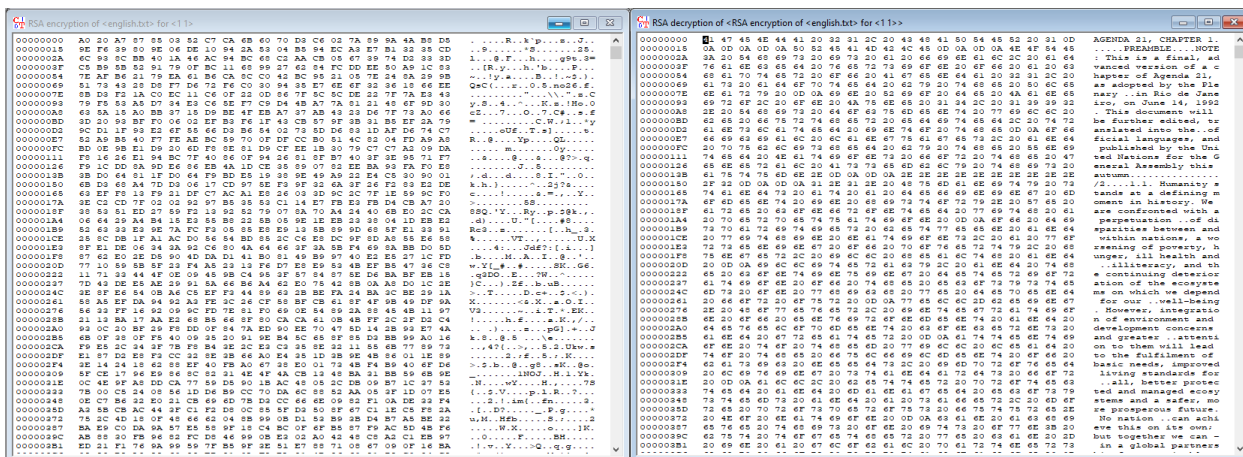


Рисунок 15 – Результат с длиной 2048 бит

## 4. Атака «грубой силы» на RSA

### 4.1 Задание

1. Запустить утилиту Indiv.Procedures → RSACryptosystem → RSA Demonstration.

2. Установить переключатель в режим «Choose two prime...».

3. Выбрать параметры  $p$  и  $q$  так, чтобы  $n = pq > 256$ .

4. Задать открытый ключ  $e$ .

5. Зашифровать произвольное сообщение и передать его вместе с открытым ключом  $(n, e)$  коллеге. В ответ получить аналогичные данные.

6. Запустить утилиту Indiv.Procedures → RSACryptosystem → RSADemonstration и установить переключатель в режим «For data encryption...».

7. Выполнить факторизацию модуля  $n$  командой Factorize...

8. Использовать полученный результат для расшифровки сообщения, полученного от коллеги. Проверить корректность.

### 4.2 Исходные данные для атаки, полученные от коллеги

Предположим, наш коллега отправил нам следующие исходные данные:

- Шифротекст: «31442 # 07428 # 41521 # 41521 # 34310 # 09394 # 29564 # 20714 # 30861 # 20714 # 10710 # 18504 # 47242 # 09394 # 37508 # 09394 # 32522 # 34310 # 22842 # 47010 # 42283 # 09394 # 02206 # 34310 # 22842 #



08293 # 09394 # 06415 # 18504 # 06205 # 06205 # 06415 # 34310 # 08293 # 42283 # 04897»;

- $n = 49163$ ;
- $e = 2^{16} + 1$ ;

#### 4.3 Результат факторизации (скриншот)

В CrypTool 1 воспользуемся утилитой Indiv.Procedures -> RSACryptosystem -> RSA Demonstration. Выполним факторизацию полученного модуля  $n$ . Результат факторизации представлен на рисунке 16. В конечном результате были получены параметры  $p = 211$  и  $q = 233$ .

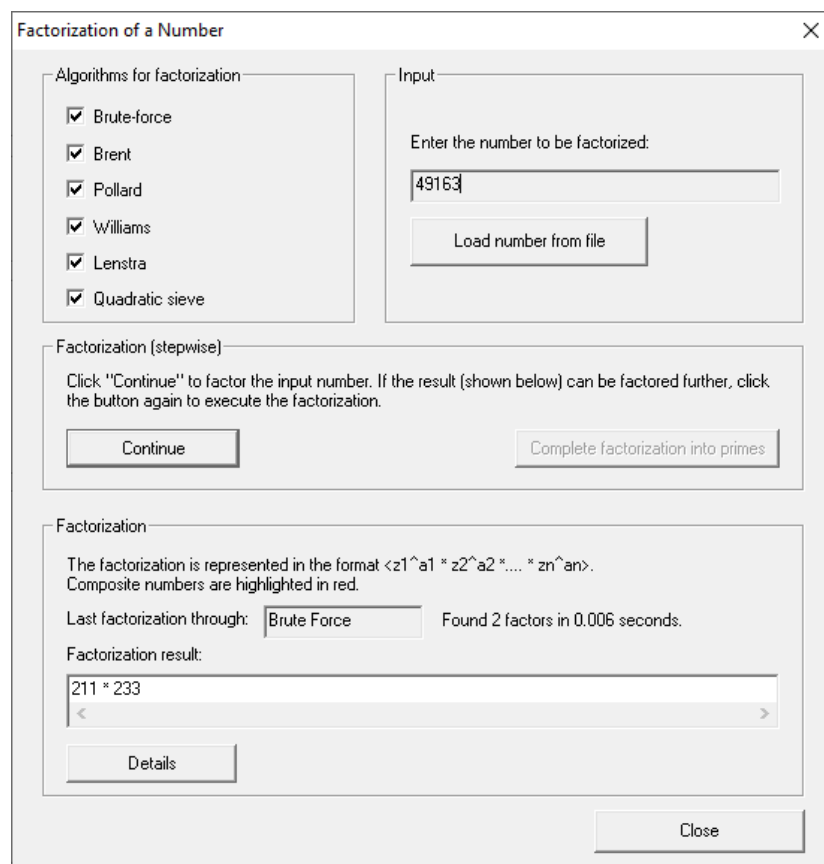


Рисунок 16 – Факторизация модуля  $n$

#### 4.4 Расшифрованное в итоге сообщение (скриншот)

Имея достаточно параметров, мы можем расшифровать сообщение нашего коллеги. В итоге мы получили «Hello Nikita, I found your passport.». Результат представлен на рисунке 17.

**RSA Demonstration**

☒ RSA using the private and public key -- or using only the public key  
☐ Choose two prime numbers p and q. The composite number  $N = pq$  is the public RSA modulus, and  $\phi(N) = (p-1)(q-1)$  is the Euler totient. The public key e is freely chosen but must be coprime to the totient. The private key d is then calculated such that  $d = e^{-1} \pmod{\phi(N)}$ .  
☐ For data encryption or certificate verification, you will only need the public RSA parameters: the modulus N and the public key e.

**Prime number entry**  
 Prime number p: 211  
 Prime number q: 233  
 Generate prime numbers...

**RSA parameters**  
 RSA modulus N: 49163 (public)  
 $\phi(N) = (p-1)(q-1)$ : 48720 (secret)  
 Public key e:  $2^{16}+1$   
 Private key d: 44273  
 Update parameters

RSA encryption using e / decryption using d [alphabet size: 256]  
 Input as: ☐ text ☒ numbers  
 Alphabet and number system options...  
 Ciphertext coded in numbers of base 10:  
 31442 # 07428 # 41521 # 41521 # 34310 # 09394 # 29564 # 20714 # 30861 # 20714 # 10710 # 18504 # 4  
 Decryption into plaintext  $m[i] = c[i]^d \pmod{N}$   
 00072 # 00101 # 00108 # 00108 # 00111 # 00032 # 00078 # 00105 # 00107 # 00105 # 00116 # 00097 # 0  
 Output text from the decryption (into segments of size 1; the symbol '#' is used as separator).  
 H # e # l # l # o # # N # i # k # i # t # a # , # # I # # f # o # u # n # d # # y # o # u # r # # p # a # s # s #  
 Plaintext:  
 Hello Nikita, I found your passport.

Encrypt Decrypt Close

Рисунок 17 – Расшифрованное сообщение

## 5. Имитация атаки на гибридную криптосистему

### 5.1 Задание

1. Подготовить текст передаваемого сообщения на английском с вашим именем в конце.
2. Запустить утилиту Analysis → Asymmetric Encr... → Side-Channel attack on «Textbook RSA»...
3. Настроить сервер, указав в качестве ключевого слова ваше имя, используемое в конце текста.
4. Выполнить последовательно все шаги протокола.
5. Сохранить лог-файлы участников протокола для отчета.

**5.2 Описание цели атаки, модель (возможности) злоумышленника, схема атакуемого протокола гибридного шифрования**



Модель гибридной криптосистемы, асимметричная составляющая которой использует асимметричный шифр (например, RSA), показана на рисунке 18.

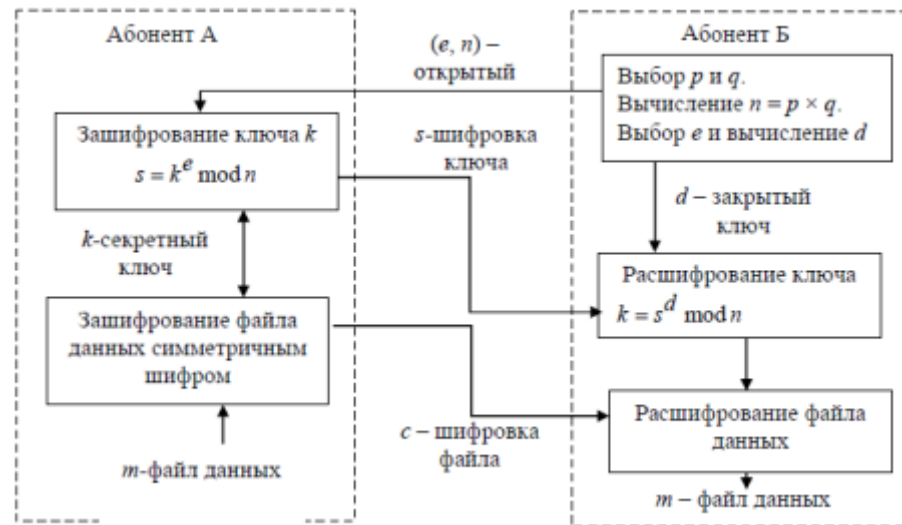


Рисунок 18 – Модель гибридной криптосистемы

Шифрование в рамках модели осуществляется следующим образом:

1. Сообщение шифруется симметричным секретным ключом.
2. Секретный ключ шифруется открытым ключом получателя.
3. Зашифрованное сообщение и ключ объединяются в цифровой конверт, который отправляется получателю.
4. Получатель сначала расшифровывает секретный ключ своим закрытым ключом, а затем расшифровывает этим секретным ключом шифровку сообщения.

Атака на модель гибридной криптосистемы основана на том, что злоумышленник сначала перехватывает цифровой конверт, содержащий зашифрованные сообщение и секретный ключ, затем специальным образом модифицирует шифровку ключа из конверта и восстанавливает бит за битом зашифрованный секретный ключ, анализируя положительные и отрицательные ответы сервера, которые злоумышленник получает по побочным каналам.

Цель атаки – определить симметричный секретный ключ, зашифрованный открытым ключом криптосистемы.

Условия атаки:

- Нарушитель может перехватывать сообщения, адресованные серверу;
- Нарушитель может модифицировать сообщения и направлять их серверу;
- Сервер не определяет, от кого был получен конверт;
- Нарушитель может классифицировать ответы сервера на ПРИНЯТО/ОТКЛОНЕНО, т.е. случаи успешной и неуспешной расшифровки (по распознаванию ключевого слова).

### **5.3 Алгоритм действий злоумышленника**

Длина в битах модуля  $n$ , используемого в RSA, существенно больше, чем длина в битах секретного ключа. При расшифровке конверта сервер использует только младшие биты расшифрованного сообщения в качестве секретного ключа.

Модификация на первом шаге выполняется путем замены старших бит конверта шифровкой ключа, сдвинутой на один бит влево. Анализируется ответ сервера: если ПРИНЯТО, то бит, следующий за старшим битом конверта – нулевой, а если ОТКЛОНЕНО, то бит равен единице. Продолжая действовать подобным образом, можно бит за битом восстановить целиком секретный ключ.

### **5.4 Текст передаваемого сообщения**

На рисунке 19 представлен исходный текст.

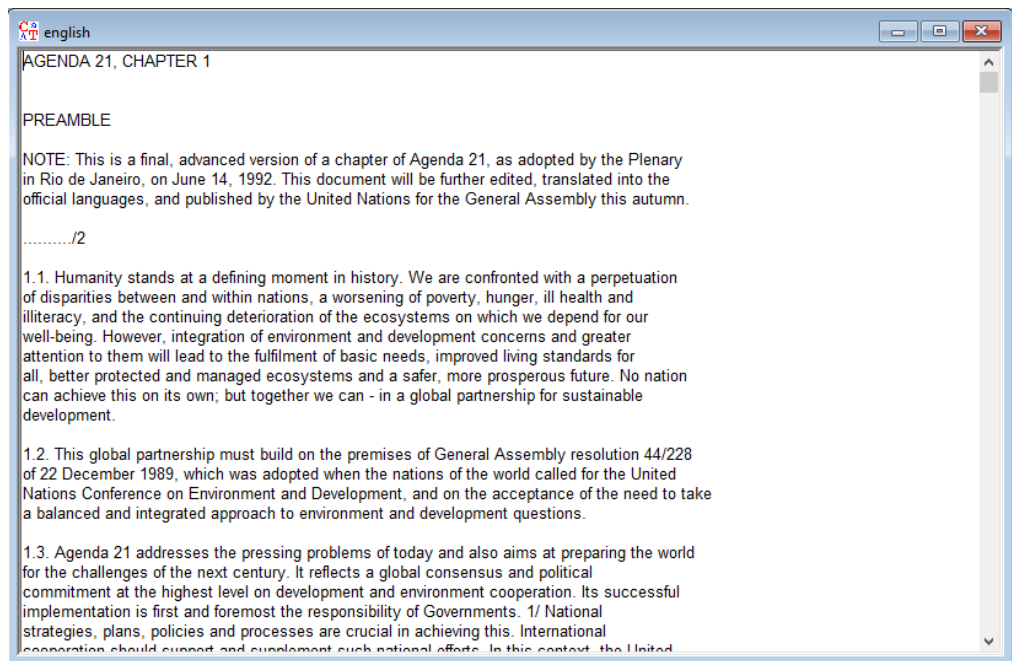


Рисунок 19 – Исходный текст

## 5.5 Лог-файлы участников протокола

В CrypTool 1, воспользуемся утилитой Analysis -> Asymmetric Encr... -> Side-Channel attack on «Textbook RSA». Используем ключевое слово «Nikita». На рисунке 20 представлен результат работы, после выполнение всех шагов атаки.

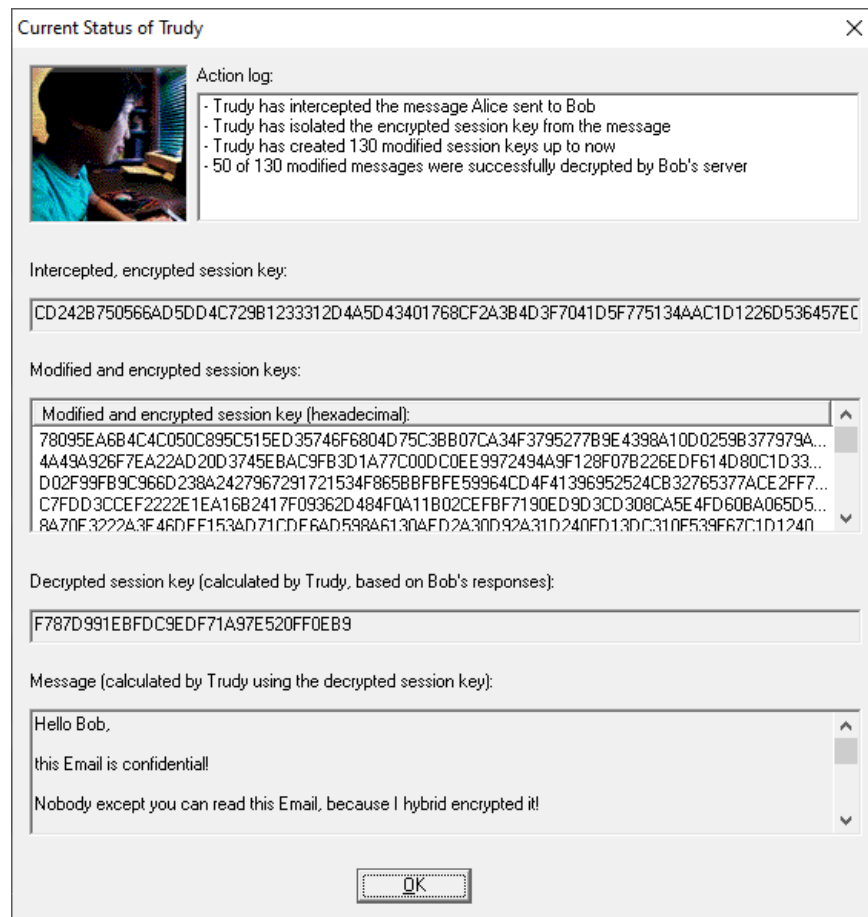


Рисунок 20 – Результат атаки

На рисунке 21 представлен лог-файл.

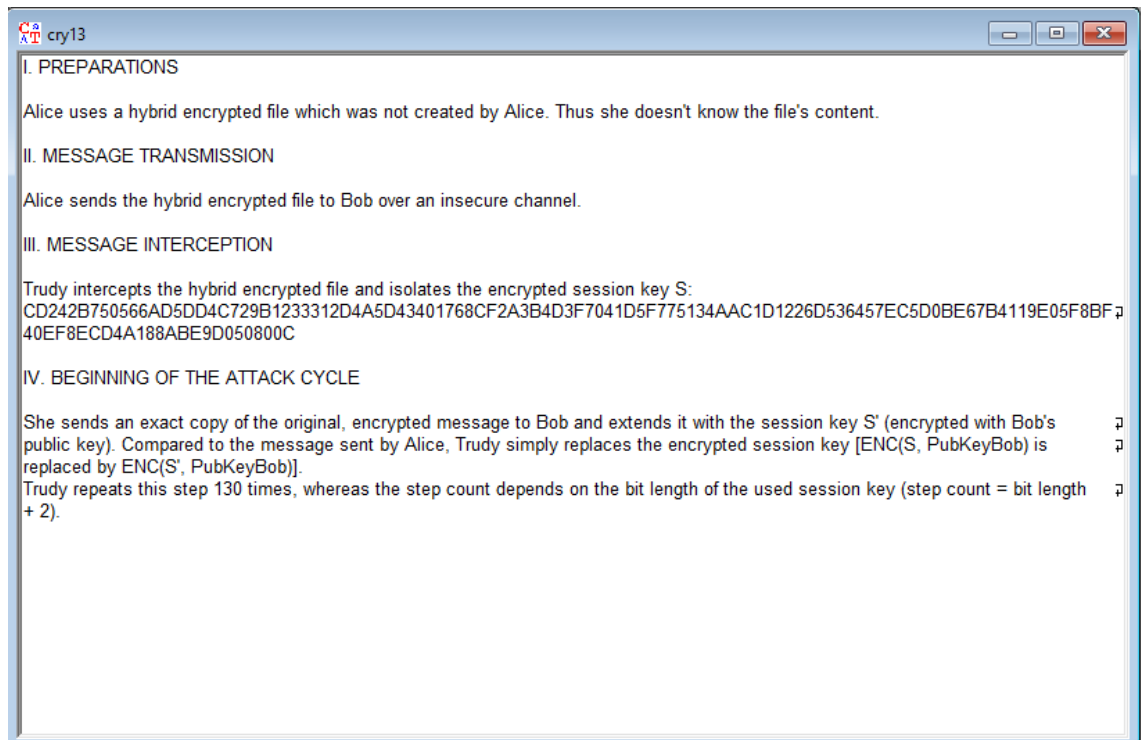


Рисунок 21 – Лог-файл

## Вывод

В данной работе, были изучены принцип работы протоколов Диффи-Хелмана, шифр RSA, атака «грубой силы» на шифр RSA и атака на гибридную криптосистему. Данные протоколы были изучены в такой программе как CrypTool 1.

### 1. Протокол Диффи-Хелмана

В данной главе, ознакомились с работой протокола Диффи-Хелмана. Основные параметры протокола ДиффиХеллмана:  $(p, g, R_1)$  и  $(p, g, R_2)$  – открытые ключи сторон;  $x, y$  – закрытые ключи сторон;  $R_2^x \bmod p$  и  $R_1^y \bmod p$  – односторонние функции с секретом (TOWF);  $p$  – большое простое число порядка 300 десятичных цифр (1024 бита);  $g$  – порождающий элемент циклической группы (генератор) порядка  $pp$ ;  $x, y$  – большие случайные числа такие, что  $0 < x < p - 1, 0 < y < p - 1$ . Секретный ключ вычисляется следующим образом:  $K = R_2^x \bmod p = R_1^y \bmod p$ .

### 2. Шифр RSA

В данной главе, мы изучили принцип работы протокола RSA. Протокол RSA является симметричным блочным шифром. В котором блоки открытого и зашифрованного сообщений представляются целыми числами из диапазона от 0 до  $n - 1$  для блока размером  $\log_2 n$  бит.

При помощи утилиты из CrypTool 1, мы сгенерировали ключ, по определенным параметрам и после это зашифровали наш исходный текст, а после этого расшифровали наше сообщение.

Также пришли к выводу что шифр RSA для больших объемов данных использовать нецелесообразно. Лучше использовать гибридное шифрование.

### 3. Атака «грубой силой» на шифр RSA.

В этой главе мы изучили и применили атаку «грубой силой» на шифр RSA. Мы сгенерировали 4 пары ассиметричных RSA-ключей длиной 512, 768, 1024 и 2048 бит с экспонентой 65537. Затем зашифровали и расшифровали текст, который состоит из 143253 символов. Время, которое уделялось для

шифрования и расшифрования записали в таблицу. По данной таблице можно сделать вывод, чем больше длина ключа, тем больше времени он будет тратить на это.

#### 4. Атака на гибридную криптосистему.

Была изучена имитация атаки на гибридную криптосистему. Целью атаки является определение симметричного секретного ключа, зашифрованного открытым ключом асимметричной криптосистемы. Атака основана на том, что злоумышленник перехватывает цифровой конверт, содержащий зашифрованное сообщение и зашифрованный секретный ключ. Затем, модифицируя полученные данные, побитово восстанавливает зашифрованный секретный ключ, анализируя ответы сервера.