

Кафедра МОЭВМ

ОТЧЕТ
по дисциплине «Методы оптимизации»
Лабораторная работа №2
«СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД»

Выполнил:	Сучков А.И.
Группа:	3381
Факультет:	КТИ
Вариант:	6
Преподаватель:	Мальцева Н.В.

1. Цель работы

Решение задачи линейного программирования симплекс методом с помощью стандартной программы; решение задачи линейного программирования графически; сравнение результатов решения задачи обоими способами.

2. Формальная постановка задачи

Рассматривается следующая задача линейного программирования.

Найти минимум линейной функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$:

$f = \sum_{i=1}^n c_i x_i$, где c_i – постоянные коэффициенты, на множестве, заданном набором линейных ограничений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m, \\ x_i \geq 0, \quad i = 1 \dots n; \end{cases}$$

где a_{ij}, b_i – постоянные коэффициенты.

В матричной форме ограничения записываются в следующей форме:

$$\begin{cases} AX \geq B, \\ X \geq 0; \end{cases}$$

Целевая функция может быть представлена в виде скалярного произведения: $f = (C, X)$.

3. Результаты решения задачи с помощью готовой программы

Дана линейная функция:

$$f = -2x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$$

Ограничения:

$$\begin{cases} y_1 = 7x_1 + 2x_2 - 14 \geq 0, \\ y_2 = -5x_1 - 6x_2 + 30 \geq 0, \\ y_3 = 3x_1 + 8x_2 - 24 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

В ходе решения задачи симплексным методом была найдена оптимальная точка (4,36; 1,36).

4. Протокол работы программы

Как будет показано дальше, существует несколько вариантов подхода к оптимальной точке. Рассмотрим каждый из них.

Вариант I.

Шаг 1.

Находимся в точке (0; 0).

1			
	x1	x2	b[i]
y1	7.00	2.00	-14.00
y2	-5.00	-6.00	30.00
y3	3.00	8.00	-24.00
c[j]	-2.00	5.00	0.00

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;

$a_{11} = 7$ – разрешающий элемент.

Шаг 2.

Находимся в точке (2; 0).

2			
	y1	x2	b[i]
x1	0.14	-0.29	2.00
y2	-0.71	-4.57	20.00
y3	0.43	7.14	-18.00
c[j]	-0.29	5.57	-4.00

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 3;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;

$a_{21} = -0,71$ – разрешающий элемент.

Шаг 3.

Находимся в точке (6; 0).

3			
	y2	x2	b[i]
x1	-0.20	-1.20	6.00
y1	-1.40	-6.40	28.00
y3	-0.60	4.40	-6.00
c[j]	0.40	7.40	-12.00

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 3;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;
 $a_{32} = 4,4$ – разрешающий элемент.

Шаг 4.

Находимся в точке (4,36; 1,36).

		y_2	y_3		$b[i]$
x_1	:	-0.36	-0.27	:	4.36
y_1	:	-2.27	-1.45	:	19.27
x_2	:	0.14	0.23	:	1.36
$c[j]$:	1.41	1.68	:	-1.91

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – да;
 Существует ли оптимальная точка? – да;
 Оптимальная точка уже найдена? – да;
 Координаты оптимальной точки: (4,36; 1,36).
 Задача решена!

Вариант II.

Шаг 1.

Находимся в точке (0; 0).

		x_1	x_2		$b[i]$
y_1	:	7.00	2.00	:	-14.00
y_2	:	-5.00	-6.00	:	30.00
y_3	:	3.00	8.00	:	-24.00
$c[j]$:	-2.00	5.00	:	0.00

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – нет;
 Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;
 $a_{11} = 7$ – разрешающий элемент.

Шаг 2.

Находимся в точке (2; 0).

[■]		2		[↑]	
	:	y1	x2	:	b[i]
x1	:	0.14	-0.29	:	2.00
y2	:	-0.71	-4.57	:	20.00
y3	:	0.43	7.14	:	-18.00
c[j]	:	-0.29	5.57	:	-4.00

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 3;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;

$a_{32} = 7,14$ – разрешающий элемент.

Шаг 3.

Находимся в точке (1,28; 2,52).

[■]		3		[↑]	
	:	y1	y3	:	b[i]
x1	:	0.16	-0.04	:	1.28
y2	:	-0.44	-0.64	:	8.48
x2	:	-0.06	0.14	:	2.52
c[j]	:	-0.62	0.78	:	10.04

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – да;

Существует ли оптимальная точка? – да;

Оптимальная точка уже найдена? – нет;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;

$a_{21} = -0,44$ – разрешающий элемент.

Шаг 4.

Находимся в точке (4,36; 1,36).

[■]		4		[↑]	
	:	y2	y3	:	b[i]
x1	:	-0.36	-0.27	:	4.36
y1	:	-2.27	-1.45	:	19.27
x2	:	0.14	0.23	:	1.36
c[j]	:	1.41	1.68	:	-1.91

Существует ли оптимальная точка? – да;

Оптимальная точка уже найдена? – да;

Координаты оптимальной точки: (4,36; 1,36).

Задача решена!

Вариант III.

Шаг 1.

Находимся в точке (0; 0).

		x1	x2		b[i]
y1	:	7.00	2.00	:	-14.00
y2	:	-5.00	-6.00	:	30.00
y3	:	3.00	8.00	:	-24.00
c[j]	:	-2.00	5.00	:	0.00

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;

$a_{32} = 8$ – разрешающий элемент.

Шаг 2.

Находимся в точке (0; 3).

		x1	y3		b[i]
y1	:	6.25	0.25	:	-8.00
y2	:	-2.75	-0.75	:	12.00
x2	:	-0.38	0.13	:	3.00
c[j]	:	-3.88	0.63	:	15.00

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;

$a_{11} = 6,25$ – разрешающий элемент.

Шаг 3.

Находимся в точке (1,28; 2,52).

		3	
	y1	y3	b[i]
x1	0.16	-0.04	1.28
y2	-0.44	-0.64	8.48
x2	-0.06	0.14	2.52
c[j]	-0.62	0.78	10.04

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – да;
 Существует ли оптимальная точка? – да;
 Оптимальная точка уже найдена? – нет;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – l ;
 $a_{21} = -0,44$ – разрешающий элемент.

Шаг 4.

Находимся в точке (4,36; 1,36).

		4	
	y2	y3	b[i]
x1	-0.36	-0.27	4.36
y1	-2.27	-1.45	19.27
x2	0.14	0.23	1.36
c[j]	1.41	1.68	-1.91

Существует ли оптимальная точка? – да;
 Оптимальная точка уже найдена? – да;
 Координаты оптимальной точки: (4,36; 1,36).
 Задача решена!

Вариант IV.

Шаг 1.

Находимся в точке (0; 0).

		1	
	x1	x2	b[i]
y1	7.00	2.00	-14.00
y2	-5.00	-6.00	30.00
y3	3.00	8.00	-24.00
c[j]	-2.00	5.00	0.00

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;
 $a_{32} = 8$ – разрешающий элемент.

Шаг 2.

Находимся в точке (0; 3).

= [■] =		2		= [↑] =	
	:	x1	y3	:	b[i]
y1	:	6.25	0.25	:	-8.00
y2	:	-2.75	-0.75	:	12.00
x2	:	-0.38	0.13	:	3.00
c[j]:		-3.88	0.63	:	15.00

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – нет;
 Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;
 $a_{22} = -0,75$ – разрешающий элемент.

Шаг 3.

Находимся в точке (0; 5).

= [■] =		3		= [↑] =	
	:	x1	y2	:	b[i]
y1	:	5.33	-0.33	:	-4.00
y3	:	-3.67	-1.33	:	16.00
x2	:	-0.83	-0.17	:	5.00
c[j]:		-6.17	-0.83	:	25.00

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – нет;
 Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;
 $a_{11} = 5,33$ – разрешающий элемент.

Шаг 4.

Находимся в точке (0,75; 4,38).

4			
	y1	y2	b[i]
x1	0.19	0.06	0.75
y3	-0.69	-1.56	13.25
x2	-0.16	-0.22	4.38
c[j]	-1.16	-1.22	20.38

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – да;

Существует ли оптимальная точка? – да;

Оптимальная точка уже найдена? – нет;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – l;

$a_{21} = -0,69$ – разрешающий элемент.

Шаг 5.

Находимся в точке (4,36; 1,36).

4			
	y2	y3	b[i]
x1	-0.36	-0.27	4.36
y1	-2.27	-1.45	19.27
x2	0.14	0.23	1.36
c[j]	1.41	1.68	-1.91

Существует ли оптимальная точка? – да;

Оптимальная точка уже найдена? – да;

Координаты оптимальной точки: (4,36; 1,36).

Задача решена!

Вариант V.

Шаг 1.

Находимся в точке (0; 0).

1			
	x1	x2	b[i]
y1	7.00	2.00	-14.00
y2	-5.00	-6.00	30.00
y3	3.00	8.00	-24.00
c[j]	-2.00	5.00	0.00

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – нет;

Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;
 $a_{32} = 8$ – разрешающий элемент.

Шаг 2.

Находимся в точке (0; 3).

= [■] =		2		= [↑] =	
	:	x1	y3	:	b[i]
y1	:	6.25	0.25	:	-8.00
y2	:	-2.75	-0.75	:	12.00
x2	:	-0.38	0.13	:	3.00
c[j]:		-3.88	0.63	:	15.00

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – нет;
 Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;
 $a_{22} = -0,75$ – разрешающий элемент.

Шаг 3.

Находимся в точке (0; 5).

= [■] =		3		= [↑] =	
	:	x1	y2	:	b[i]
y1	:	5.33	-0.33	:	-4.00
y3	:	-3.67	-1.33	:	16.00
x2	:	-0.83	-0.17	:	5.00
c[j]:		-6.17	-0.83	:	25.00

Существует ли крайняя точка? – да;
 Крайняя точка уже найдена? – нет;
 Номер строки с отрицательным свободным членом – 1;
 Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;
 $a_{11} = 5,33$ – разрешающий элемент.

Шаг 4.

Находимся в точке (0,75; 4,38).

[]		4		[↑]	
	:	y1	y2	:	b[i]
x1	:	0.19	0.06	:	0.75
y3	:	-0.69	-1.56	:	13.25
x2	:	-0.16	-0.22	:	4.38
c[j]:		-1.16	-1.22	:	20.38

Существует ли крайняя точка? – да;

Крайняя точка уже найдена? – да;

Существует ли оптимальная точка? – да;

Оптимальная точка уже найдена? – нет;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 2;

$a_{22} = -1,56$ – разрешающий элемент.

Шаг 5.

Находимся в точке (1,28; 2,52).

[]		5		[↑]	
	:	y1	y3	:	b[i]
x1	:	0.16	-0.04	:	1.28
y2	:	-0.44	-0.64	:	8.48
x2	:	-0.06	0.14	:	2.52
c[j]:		-0.62	0.78	:	10.04

Существует ли оптимальная точка? – да;

Оптимальная точка уже найдена? – нет;

Возможный номер столбца для разрешающего элемента – 1;

$a_{21} = -0,44$ – разрешающий элемент.

Шаг 6.

Находимся в точке (4,36; 1,36).

[]		4		[↑]	
	:	y2	y3	:	b[i]
x1	:	-0.36	-0.27	:	4.36
y1	:	-2.27	-1.45	:	19.27
x2	:	0.14	0.23	:	1.36
c[j]:		1.41	1.68	:	-1.91

Существует ли оптимальная точка? – да;

Оптимальная точка уже найдена? – да;

Координаты оптимальной точки: (4,36; 1,36).

Задача решена!

5. Графическое решение задачи

Графическое решение с отображением шагов выполнения программы для каждого варианта представлены ниже.

6. Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была решена задача линейного программирования симплекс методом с помощью стандартной программы, а также с помощью графического метода. При решении задачи симплексным методом была найдена оптимальная точка с координатами $(4,36; 1,36)$, что говорит о непустом допустимом множестве. При решении задачи графическим методом было подтверждено, что оптимальная точка существует и допустимое множество не пусто.