

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №3
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Коммивояжер

Студентка гр. 1304

Хорошкова А.С.

Преподаватель

Шевелева А.М.

Санкт-Петербург

2023

Цель работы.

Построение гамильтонова цикла в *ориентированном* графе.

Задание.

Дана карта городов в виде ассиметричного, неполного графа $G = (V, E)$, где $V(|V|=n)$ – это вершины графа, соответствующие городам; $E(|E|=m)$ – это ребра между вершинами графа, соответствующие путям сообщения между этими городами.

Каждому ребру m_{ij} (переезд из города i в город j) можно сопоставить критерий выгодности маршрута (вес ребра) равный w_i (натуральное число $[1, 1000]$), $m_{ij}=inf$, если $i=j$.

Если маршрут включает в себя ребро m_{ij} , то $x_{ij}=1$, иначе $x_{ij}=0$.

Требуется найти минимальный маршрут (минимальный гамильтонов цикл): $\min W = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} w_{ij}$

Выполнение работы.

Описание алгоритма.

Сначала считывается граф в структуру `List< PriorityQueue<Edge>>` так, чтобы каждая вершина являлась индексом для очереди с исходящими из неё рёбрами. В свою очередь рёбра заполняют очередь с приоритетом так, чтобы наверху всегда было ребро с наименьшим весом. Засекается время старта. После чего с начальной вершины (по умолчанию 1) запускается «коммивояжер», который ищет гамильтонов цикл. С помощью алгоритма бэктрекинга ищется минимальный цикл. Фиксируется время конца алгоритма. Печатается результат.

В качестве оптимизаций алгоритма бэктрекинга реализованы следующие условия для продолжения алгоритма по текущему ребру:

1. Длина текущего пути меньше ранее найденного минимального.
2. Размер минимального остовного дерева не превышает разницы между ранее найденным минимальным и текущим размером пути.

Описание функций и структур данных.

Класс, реализующий алгоритм, назван `Salesman`. Класс имеет следующие поля. `graph` — ориентированный граф, заданный в формате, описанном при описании метода `printResult()`. `START_BACKTRACKING_VERTEX` — вершина, с которой начинается алгоритм. `way` — итоговый путь. `currentWay` —

текущий путь во время работы алгоритма. `minDistance` — длина минимального пути. `currentDistance` — текущая длина пути во время работы алгоритма. `time` — затраченное время на работу алгоритма. `graphSize` — размер графа. Хранится для оптимизации времени.

Внутри класса определён внутренний класс `Edge`, реализующий интерфейс `Comparable<Edge>`, — класс, хранящий одно исходящее ребро. Класс имеет поля `to` — конечная вершина, `weight` — вес ребра, конструктор, принимающий на вход оба поля, и переопределённый метод `compareTo()`, сравнивающий рёбра по их весу.

Класс имеет следующие методы. `Saleman()` — конструктор без параметров, считывает граф с помощью метода `readGraph()`. После запускает алгоритм для поиска цикла с помощью метода `runSalesman()`. В конце печатает результат с помощью метода `printResult()`. `readGraph()` — считывание графа в формате <начало графа> <граф в табличном виде>. `runSalesman()` — запуск алгоритма поиска минимального гамильтонова пути с помощью функции `backtracking(int vertex)`. Фиксация времени работы алгоритма. `printResult()` — вывод результата работы программы в консоль. `backtracking(int vertex)` — алгоритм бэктрекинга для поиска минимального по весу пути, начинается с переданной в качестве параметра вершины. Оптимизация при помощи остовного дерева реализуется с помощью метода `getSpanningTreeSize(HashSet<Integer> usedVertex, int startVertex)`. `getSpanningTreeSize(HashSet<Integer> usedVertex, int startVertex)` — поиск минимального остовного дерева для вершин, не входящих в `usedVertex`, начиная со `startVertex`. `saveWay()` — сохранение текущего пути как результата. Итоговый результат сохраняется как объект класса `StringBuilder` для оптимизации времени.

Также создан публичный метод `Main`, содержащий единственный метод `main()` — точку входа в программу. В методе `main()` создаётся новый экземпляр класса `Saleman`.

Тестирование.

Ниже представлена таблица с данными для тестирования (Таблица 1). В Левом столбце представлены входные данные (input), в правом столбце представлены выходные данные (output).

Таблица 1. Примеры тестовых случаев

| input: | output: |
|---|---|
| <p>6</p> <p><i>inf 1 1 1 1 1</i></p> <p><i>1 inf 1 1 1 1</i></p> <p><i>1 1 inf 1 1 1</i></p> <p><i>1 1 1 inf 1 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 inf 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 inf</i></p> | <p>Way: 1-2-6-5-4-3-1</p> <p>Distance: 6</p> <p>Time: 8mls</p> |
| <p>20</p> <p><i>- 1</i></p> <p><i>1 - 1</i></p> <p><i>1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 - 1</i></p> <p><i>1 - 1</i></p> <p><i>1 - 1</i></p> <p><i>1 - 1</i></p> | <p>Way: 1-2-20-19-18-17-16-15-14-13-12-11-10-9-8-7-6-5-4-3-1</p> <p>Distance: 20</p> <p>Time: 10mls</p> |

Продолжение Таблица 1

| input: | output: |
|---|---|
| 5 inf 1 - 1 1 1 inf - - 1 1 - inf 1 1 1 - - inf 1 1 - - 1 inf | <i>There is no way</i> |
| 3 - 1000 1 1 - 1 1 1 - | Way: 1-3-2-1 Distance: 3 Time: 1mls |
| 20 inf 12 65 2 2 16 15 67 38 17 1 74 68 21 13 26 85 7 21 20 5 inf 8 63 14 10 46 11 5 22 3 27 57 55 62 25 45 14 50 63 14 68 inf 24 16 28 19 17 19 6 11 93 15 63 42 23 58 73 91 67 12 50 75 inf 87 62 89 21 60 41 45 89 68 35 32 9 16 88 23 75 84 19 89 90 inf 93 69 52 71 3 62 62 23 71 77 93 68 24 20 38 17 77 48 19 70 inf 22 43 5 63 83 78 10 25 91 8 39 79 35 50 8 29 95 19 94 15 inf 20 60 79 43 32 5 7 61 60 49 30 25 15 7 1 76 60 64 20 1 inf 12 4 42 15 75 10 34 71 9 35 69 79 23 41 90 38 81 68 22 49 inf 91 87 30 58 1 6 47 48 6 100 78 21 20 72 67 43 22 30 78 50 inf 22 47 26 66 72 59 11 47 30 41 5 60 98 97 34 45 7 55 1 47 inf 8 47 38 35 97 15 53 61 95 64 51 21 64 75 92 64 21 68 66 56 inf 70 25 77 84 55 87 82 48 45 2 49 54 81 34 9 97 18 76 43 40 inf 54 46 22 77 1 84 42 4 63 93 4 73 13 73 66 73 17 95 10 29 inf 1 27 71 11 85 5 4 80 81 11 76 68 83 28 67 16 45 79 1 84 inf 74 81 19 15 26 20 54 17 89 16 8 56 18 42 84 20 83 76 62 61 inf 84 30 34 20 17 12 71 62 41 46 12 42 96 37 34 25 46 53 36 11 inf 13 81 49 54 70 11 4 75 28 20 60 24 9 63 76 10 61 8 28 30 inf 25 4 63 85 47 77 90 32 4 29 16 31 82 11 76 71 33 92 70 8 inf 6 22 29 72 5 31 43 50 22 95 63 87 52 72 40 5 94 2 41 16 inf | Way: 1-11-9-14-15- 19-12-8-2-3-5-10- 17-7-13-18-20-4- 16-6-1 Distance: 151 Time: 2822mls |

Выводы.

В ходе лабораторной работы был реализован поиск минимального гамильтонова цикла (задача коммивояжера) с помощью алгоритма бэктрекинга.

В ходе тестирования все графы обрабатывались менее, чем за 3 секунды благодаря введённым оптимизациям (сравнение текущей длины пути и минимального, поиск минимального остовного дерева для оставшихся вершин для оценки минимальной длины продолжения пути).

Алгоритм верно нашёл кратчайший гамильтонов цикл для всех примеров, использовавшихся при тестировании. При отсутствии каких-либо гамильтоновых циклов в графе программа определяла это и выводила соответствующее сообщение.