МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МОЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2
по дисциплине «Методы оптимизации»
Тема: Симплексный метод

Студентка гр. 9382	____________________	Балаева М.О.
Преподаватель	____________________	Мальцева Н. В.

Санкт-Петербург
2022

Цели работы:

1. Решение задачи линейного программирования симплекс методом с помощью стандартной программы.
2. Решение задачи линейного программирования графически.
3. Сравнение результатов решения задачи обоими способами.

Постановка задачи:

Рассматривается следующая задача линейного программирования.

Найти минимум линейной функции f(x1,x2,...,xn):

f = c[1]*x[1] + c[2]*x[2] +...+ c[n]*x[n] ,

где c[i] - постоянные коэффициенты, на множестве, заданном набором линейных ограничений:

a[1,1]*x[1] + ... + a[1,n]*x[n] >= b[1]

a[m,1]*x[1] + ... + a[m,n]*x[n] >= b[m]

x[1]>=0,...,x[n]>=0 ,

где a[i, j],b[i] - постоянные коэффициенты.

В матричной форме ограничения записываются следующим образом:

AX>=B , X>=0 .

Целевая функция может быть представлена в виде скалярного произведения :

f = (C,X).

Вариант 1.

Целевая функция имеет вид: $\varphi(x) = -x_1 \to min$

$$X: \begin{cases} x_1 - x_2 - 2 \geq 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 6 \geq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Общие теоретические положения:

Симплексный метод решения задачи линейного программирования состоит из двух этапов:

1) поиск крайней точки допустимого множества,

2) поиск оптимальной точки путем направленного перебора крайних точек.

Крайняя точка не существует, если в таблице существует строка, все элементы которой не положительны, а последний элемент – отрицательный.

Крайняя точка найдена, если все элементы вектора-столбца B больше нуля.

Чтобы найти крайнюю точку, надо:

1) выбрать строку i, в которой $b[i] < 0$;

2) выбрать столбец s, в котором $a[i, s] >= 0$;

3) в столбце s задать номер строки r разрешающего элемента так, чтобы отрицательное отношение $b[r]/a[r, s]$ было максимальным.

4) поменять местами имена координат в таблице из строки r и столбца s;

5) рассматривая элемент $a[r, s]$ как разрешающий, необходимо преобразовать таблицу по формулам:

$ARS := a[r, s]$;

$z_1[r, s] := 1/ARS$;

$z_1[r, j] := -z[r, j]/ARS,\ j <> s$;

$z_1[i, s] := z[i, s]/ARS,\ i <> r$;

$z_1[i, j] := (z[i, j]*ARS - z[i, s]*z[r, j])/ARS,\ i <> r, j <> s$;

$z := z_1$,

где под z и z_1 понимается соответственно первоначальное и преобразованное значение таблицы (кроме левого столбца и верхней строки).

Оптимальная точка найдена, если все элементы вектор-строки $C >= 0$ (при этом все элементы вектор-столбца $B >= 0$).

Оптимальная точка не существует, если в таблице есть столбец j, в котором $c[j] < 0$, а все $a[i, j] > 0$ при любом i.

Чтобы найти оптимальную точку, надо:

1) выбрать столбец s, в котором $c[s] < 0$;

2) в столбце s задать номер строки r разрешающего элемента так, чтобы отрицательное отношение $b[r]/a[r, s]$ было максимальным;

3) поменять местами имена координат в таблице из строки r и столбца s;

4) рассматривая элемент $a[r, s]$ как разрешающий, необходимо преобразовать таблицу по формулам (см. выше).

Координаты оптимальной точки определяются следующим образом:

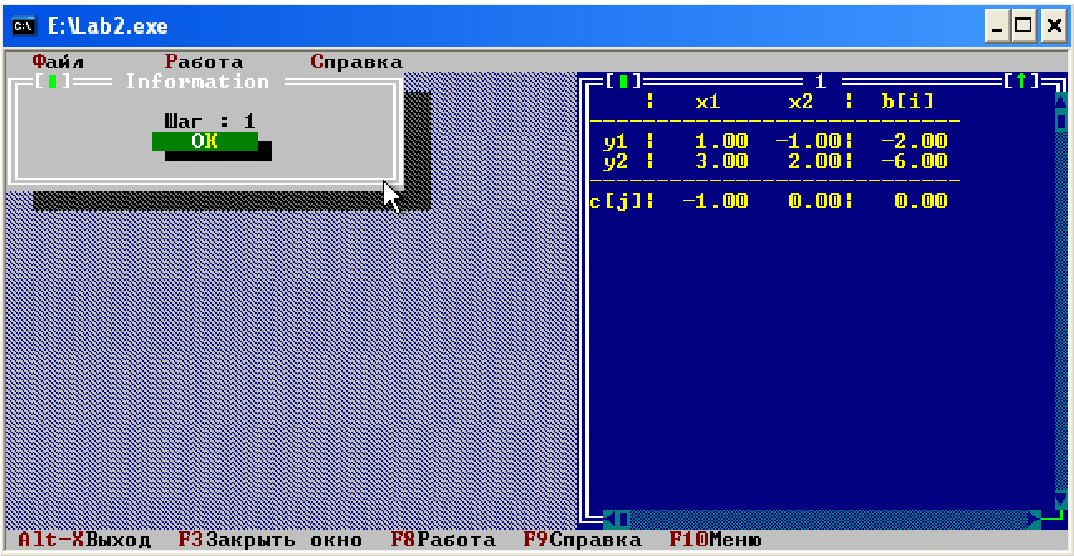
1) если $x[j]$ находится на i-м месте левого столбца, то его значение равно $b[i]$;

2) если $x[i]$ находится на j-м месте верхней строки, то его значение равно 0.

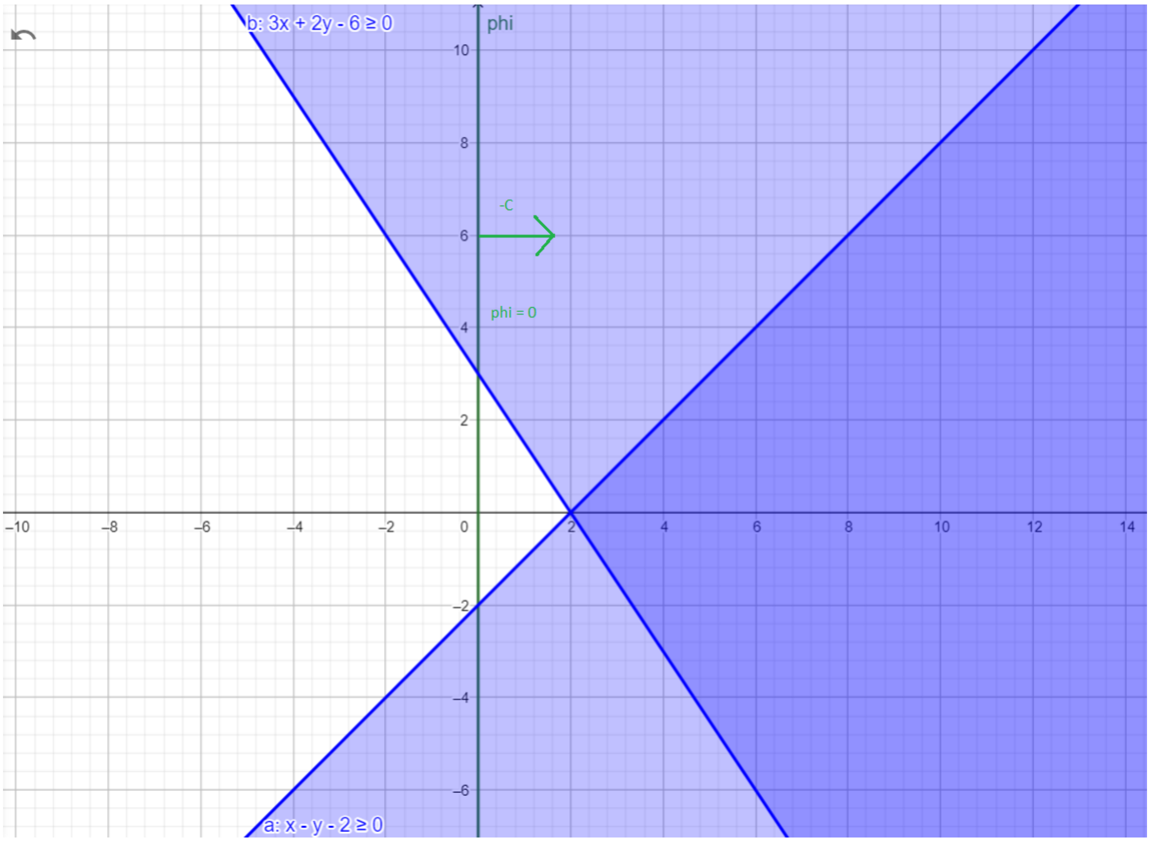
Ход выполнения работы:

1. Шаг 1.

Таблица симплекс-метода на первом шаге:



Отобразим данную таблицу графически:



Начинаем работу из точки $x_1 = 0$, $x_2 = 0$

Точка (0,0) – не крайняя ⇒ ищем разрешающий элемент.

Т.к. в обоих строчках b[i] < 0 и есть a[i,j] > 0, то выбираем любую из строчек и ищем разрешающий элемент.

Выберем вторую строку.

Пусть столбец, в котором a[i,s] >= 0 – первый, т.е. s = 1

$$\frac{b_1}{a_{11}} = -2, \frac{b_2}{a_{21}} = -2$$

Т.к. они равны, то разрешающим элементом может быть и a_{11} и a_{21}.

Пусть разрешающим элементом будет a_{11}.

2. Шаг 2.

Таблица симплекс-метода на втором шаге:

2

	y1	x2	b[i]
x1	1.00	1.00	2.00
y2	3.00	5.00	0.00
c[j]	-1.00	-1.00	-2.00

Точка (2,0) – крайняя.

Оптимальной точки не существует, т.к. существует столбец j, в котором $c[j] < 0$, а все $a[i, j] > 0$ при любом i.

$\inf\varphi = -\infty$ (целевая функция не ограничена на допустимом множестве)

Симплекс-метод завершает свою работу. Оптимальной точки не существует, что подтверждается графическим решением.

Вывод.

В ходе выполнения лабораторной работы был изучен симплекс-метод, с помощью которого была решена задача линейного программирования. Графическое решение совпало с результатом работы симплекс-метода.