Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет

Кафедра МОЭВМ

Отчет по лабораторной работе № 2

«Симплексный метод»

Выполнил: Голубков А.М.
Группа: 9381
Факультет: КТИ

Проверил:

Санкт-Петербург
2012 г.

1. Формулировка:

Дана целевая функция $f(x) = -x_1$ и ограничения: $\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq -6 \end{cases}$

Нужно минимизировать целевую функцию.

2. Постановка задачи

Найти минимум линейной функции f n аргументов:

$f = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$,

где C_i - постоянные коэффициенты,
на множестве, заданном набором линейных ограничений:

$\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \ldots + \alpha_{1n}x_n \geq B_1$

...

$\alpha_{m1}x_1 + \alpha_{m2}x_2 + \ldots + \alpha_{mn}x_n \geq B_m$

$x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0,$

где α_{ij}, B_i - постоянные коэффициенты.

Пусть А = $\{\alpha_{ij}\}_{i,j=1}^{mn}$ - $m*n$ - матрица, а

$B = \{B_i\}_{i=1}^{m}$, $X = \{X_j\}_{j=1}^{n}$, $C = \{C_j\}_{j=1}^{n}$ - векторы,

тогда ограничения записываются следующим образом:

$AX \geq B,\ X \geq 0,$

где неравенства понимаются покоординатно.

Целевая функция f может быть представлена в виде скалярного произведения $f = (C, X)$.

Оптимальной точкой задачи линейного программирования называется такая точка X^*, *что* $x^* \in X$ *и* $(C, X^*) \leq (C, X)$ для всех $x \in X$.

Известно, что среди оптимальных точек содержится хотя бы одна крайняя точка X.

3. Описание метода

Симплексный метод решения задач линейного программирования состоит из двух этапов:

1) поиск крайней точки допустимого множества,
2) поиск оптимальной точки путём направленного перебора крайних точек.

Преобразуем ограничения $Ax \geq B$ к виду $Y = Ax - B \geq 0$

Графический способ решения задачи симплексным методом связан с таблицей:

	X_1	X_2	...	X_n	B
Y_1	α_{11}	α_{12}	...	α_{1n}	B_1
Y_2	α_{21}	α_{22}	...	α_{2n}	B_2
...	...	...	...	...	...
Y_m	α_m	α_m	...	α_{mn}	B_m
	C_1	C_2	...	C_n	$f($

Крайняя точка найдена, если все элементы вектора-столбца B больше нуля. Крайняя точка не существует, если в таблице существует строка, все элементы которой неположительны, а последний элемент - отрицательный.

Чтобы найти крайнюю точку надо:

1) выбрать строку i, в которой $B[i] < O$;

2) выбрать столбец S, в котором $A[i, S] \geq 0;$

3) в столбце S задать номер строки r разрешающего элемента так, чтобы отрицательное отношение $B[r]/A[r, S]$ было максималь-ным.

4) поменять местами имена координат в таблице из строки r и столбца S.

5) рассматривая элемент $A[r, S]$ как разрешающий, необходимо преобразовать таблицу по формулам

$$
\begin{aligned}
&ARS := A[r, s];\\
&Z1[r, S] := 1 / ARS;\\
&Z1[r, j] := -Z[r, j] / ARS, j \neq S;\\
&Z1[i, S] := Z[i, S] / ARS, i \neq r;\\
&Z1[i, j] := (Z[i, j] * ARS - Z[i, S] * Z[r, j]) / ARS,\\
&\qquad\qquad i \neq r, j \neq S;\\
&Z := Z1,
\end{aligned}
$$

где под Z и $Z1$ понимается соответственно первоначальное и преобразованное значение таблицы (кроме левого столбца и верхней строки).

Оптимальная, точка найдена, если все элементы вектор-строки $C \geq O$ (при этом все элементы вектор-столбца $B \geq 0)$.

Оптимальная точка не существует, если в таблице есть столбец j, в котором $C[j] < 0$, а все $A[i, j] > 0$ при $\forall i$.

Чтобы найти оптимальную точку, надо:

1) выбрать столбец S, в котором $C[S] < 0;$

2) в столбце S задать номер строки r разрешающего элемента так, чтобы отрицательное отношение $B[r] / A[r, S]$ было максимальным.

3) поменять местами в таблице имена координат из строки r и столбца S.

4) преобразовать таблицу по формулам (3.1).

Координаты оптимальной точки определяются следующим образом:

1) если $X[j]$ находится на i -м месте левого столбца, то его значение равно $B[i];$

2) если $X[i]$ находится на j -м месте верхней строки, то его значение равно 0.

4. Графический метод

// Тут нет, надо рисовать на листочке.

5. **Аналитический метод:**

Шаг 1:

	x_1	x_2	В
y_1	1	-1	-2
y_2	3	2	-6
с	-1	0	0

Крайняя точка существует, так как в таблице не существует строки, все элементы которой неположительные, а последний элемент - отрицательный.

Крайняя точка не найдена, так как не все коэффициенты b>0.

Оптимальная точка не существует, так как в таблице есть столбец j, в котором c[j] < 0, а все a[i,j]>0 при любом i.

Возможен только один вариант выбора столбца s, в котором c[s] < 0.
c[1] = -1. Следовательно, S = 1.

Выбираем номер строки r таким образом, чтобы было выполнено: $-\frac{b[r]}{a[r,2]} = \max$

Max (2, 2) = 2.
Следовательно, r = 1 или r = 2, выбираем r = 1.

Шаг 2, вариант 1 (r = 1):

	y_1	x_2	b
x_1	1	1	2
y_2	3	5	0
с	-1	-1	-2

Крайняя точка существует, т.к. не существует строки, все элементы которой неположительные, а последний элемент – отрицательный.

Крайняя точка найдена, так как все коэффициенты b>0.

Оптимальная точка не существует, так как в таблице есть столбец j = 1 или j = 2, в котором c[j] < 0, а все a[i,j]>0 при любом i.

Шаг 2, вариант 2 (r = 2):

	y_2	x_2	b
y_1	0.33	-1.67	0
x_1	0.33	-0.67	2
c	-0.33	0.67	-2

Крайняя точка существует, т.к. не существует строки, все элементы которой неположительные, а последний элемент – отрицательный.

Крайняя точка найдена, так как все коэффициенты b>0.

Оптимальная точка не существует, так как в таблице есть столбец j = 1, в котором c[j] < 0, а все a[i,j]>0 при любом i.

Вывод:
Был изучен симплексный метод для задач линейного программирования. Для заданной линейной функции в заданных ограничениях не было найдено оптимальной точки.