

Уравнение $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ — гипербола

3, 2 \Rightarrow жок $\times 6$

Парабола (C) параболу (D) пару параллельных прямых

Прямая $y = 2x$ является асимптотой? $\frac{b}{a}$

$(1, 4, 2) (5, 3, 6)$ — если эти же числа

Дана перестановка $(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{smallmatrix})$, запишите ее в виде произведения циклов и определите порядок перестановки

Циклическая подгруппа порядка 12 порождается элементом a . Какие из следующих элементов также являются образующими этой группы?

(A) a^2 (B) a^3 (C) a^5 (D) a^7

2. Какое из следующих множеств не является линейным пространством над полем вещественных чисел?

(A) Множество матриц размера 2×3 с вещественными элементами

(B) Многочлены не выше второй степени с вещественными коэффициентами

(C) Множество векторов с положительными координатами

(D) Множество всех вещественных чисел

Какие из следующих наборов векторов линейно зависимы?

(A) $(1 \ 2 \ 0 \ -1)^T, (1 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (3 \ 2 \ 0 \ 0)^T$ (B) $(1 \ 2 \ -2 \ -1)^T, (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, (3 \ 3 \ 1 \ -1)^T$

(C) $(1 \ 0 \ 1 \ -1)^T, (2 \ 0 \ 1 \ 1)^T, (2 \ 0 \ 2 \ -2)^T$ (D) $(1 \ 2 \ 0 \ 0)^T, (2 \ 0 \ 1 \ 0)^T, (3 \ 2 \ 1 \ -1)^T$

Какой из следующих векторов дополняет вектора $(1 \ -1 \ 1)^T$ и $(1 \ 0 \ 0)^T$ до базиса в R^3 ?

(A) $(-1 \ 2 \ 1)^T$ (B) $(0 \ 3 \ -1)^T$ (C) $(-1 \ -1 \ -1)^T$ (D) $(2 \ 0 \ 0)^T$

В n -мерном пространстве выделены два подпространства размерностей 2 и 3. Тогда размерность их пересечения

(A) не может равняться 0 (B) не может равняться 1 (C) не может равняться 2 (D) может быть любым из чисел 0, 1 и 2

Какие из следующих линейных пространств имеют размерность 2?

(A) Множество квадратных матриц 2×2

(B) Пространство решений однородной системы линейных уравнений с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 8 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(C) Пространство многочленов степени не выше 2-ой

(D) Пространство векторов из R^3 , ортогональных вектору $(0 \ 1 \ -1)^T$

Приведите пример базиса в пространстве многочленов степени не выше 3, содержащий многочлены $1 + x$ и $x^2 - 2x$

Вектора a_1, a_2 и a_3 , и a_4 четырехмерного пространства образуют базис. Тогда

(A) один из них является линейной комбинацией остальных

(B) каждый вектор пространства является их линейной комбинацией

(C) удалением одного из них можно получить другой базис этого пространства

(D) каждый базис содержит один из векторов этого набора

В n -мерном пространстве выбраны два базиса — старый и новый. Координаты новых базисных векторов в старом базисе равны $(1 \ 1 \ 2)^T, (0 \ 1 \ 1)^T, (0 \ 1 \ 0)^T$.

Найдите матрицу перехода от старого базиса к новому $X_{\text{ст}} = C X_{\text{нов}}$

Какие координаты имеет вектор x в новом базисе, если его координаты в старом базисе равны $(1 \ 0 \ 2)^T$?

(A) $(1 \ 3 \ 2)^T$ (B) $(2 \ 0 \ -1)^T$ (C) $(1 \ 0 \ -1)^T$ (D) $(2 \ 2 \ -2)^T$

Какие из следующих матриц могут быть матрицами перехода от одного базиса к другому?

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$?

(1) только A, (2) только C (B) A и D (4) все могут

Какую размерность имеет подпространство пространства R^4 , порожденное набором векторов $(1 \ -2 \ 1 \ 0)^T$

$(0 \ 2 \ -1 \ 1)^T, (1 \ 0 \ 0 \ 1)^T$ и $(1 \ -4 \ 2 \ -1)^T$?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Какие из следующих векторов пространства R^4 ортогональны относительно стандартного скалярного произведения?

(A) $(1 \ 2 \ 0 \ -1)^T$ и $(2 \ 0 \ 1 \ 0)^T$ (B) $(1 \ 2 \ -2 \ -1)^T$ и $(0 \ 0 \ -1 \ -1)^T$

(C) $(1 \ 0 \ 1 \ 1)^T$ и $(0 \ 2 \ 2 \ -2)^T$ (D) $(1 \ 0 \ 1 \ 0)^T$ и $(2 \ 2 \ 0 \ 0)^T$

Какие из следующих выражений является разложением вектора $a = (3 \ 3 \ 1)^T$ на ортогональные составляющие?

(A) $(1 \ 0 \ 1)^T + (2 \ 3 \ 2)^T$ (B) $(1 \ 0 \ -1)^T + (2 \ 3 \ 2)^T$ (C) $(2 \ 1 \ -1)^T + (1 \ 2 \ 2)^T$ (D) $(1 \ -2 \ -2)^T + (2 \ 5 \ 3)^T$

Векторы $a = (1 \ 0 \ 2 \ 0)^T, b = (2 \ -2 \ 0 \ 1)^T, c = (5 \ 0 \ -2 \ 2)^T$ евклидова пространства имеют одинаковые

длины (A) проекции на вектор $(1 \ 0 \ 2 \ 1)^T$ (Скалярное произведение стандартное)

(B) (C) a и c (D) Все проекции разные

Среди следующих матриц только одна может быть матрицей Грама некоторой системы векторов. Какая?

(A) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -3 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

$(2 \times 2) - 24 - (-3) =$

19. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ — матрица Грама некоторого базиса в пространстве R^3 . Тогда скалярное произведение второго и третьего базисных векторов равно

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 9

20. Какую размерность имеет подпространство пространства R^5 , которое описывается системой уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_3 + 5x_4 - x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{3 линейных} \quad 5-2$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) возможны разные варианты

21. Какая из следующих матриц может быть матрицей перехода от одного ортонормированного базиса к другому?

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $C \cdot C^T = E$

22. x_1, x_2 и x_3 — координаты вектора в пространстве R^3 . Какое из следующих преобразований $A(x)$ в R^3 является линейным?

- (A) $A(x) = (2x_1 + 2, -3x_3, 2x_2)$ (B) $A(x) = (3x_2 + x_1, x_1 + x_3, 0)$ (C) $A(x) = (0, x_1x_3, x_2)$ (D) $A(x) = (2x_1 - x_2, x_2, x_3 + 5)$ $A(x+y) = A(x) + A(y)$

23. Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ — это матрица линейного оператора в пространстве R^4 . $A \cdot x =$

- а) Чему равна размерность ядра этого оператора? 2
б) Какой из следующих векторов принадлежит ядру этого оператора?
(A) $(0, 2, 3, 0)$ (B) $(1, 0, -1, 1)$ (C) $(1, 0, 0, 0)$ (D) $(3, -5, 2, 1)$

в) В качестве базиса образа этого оператора можно взять вектора

(A) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

24. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ — матрица линейного оператора. Тогда размерность m его ядра и размерность k его образа равны

- (A) $m=k=2$ (B) $m=3, k=1$ (C) $m=3, k=2$ (D) $m=1, k=3$

25. Матрица оператора A имеет вид $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Какие из следующих подпространств инвариантны относительно этого оператора?
 e_1, \dots, e_k

- (A) линейная оболочка первого базисного вектора (B) линейная оболочка второго базисного вектора
(C) линейная оболочка третьего базисного вектора (D) линейная оболочка первых двух базисных векторов

26. Матрица оператора, который каждому вектору из пространства R^3 сопоставляет его ортогональную проекцию на вектор $a = (1, 1, -2)^T$, равна

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ (B) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ (C) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

27. Какие из следующих подпространств пространства R^3 инвариантны относительно оператора ортогонального проектирования на плоскость, задаваемую уравнением $x+y-2z=0$?

- (A) плоскость $2x - 4y - z = 0$ (B) прямая $2x = y = z$ (C) прямая $2x = 2y = z$ (D) прямая $x = y = z$

28. Как найти координаты вектора в новом базисе, если известны его старые координаты?

- (A) Ко второй координате прибавить третью.
(B) К третьей координате прибавить вторую.
(C) От второй координаты отнять третью.
(D) От третьей координаты отнять вторую.
б) Как найти матрицу оператора в новом базисе, если известна его матрица в старом базисе?
(A) Вторую строку заменить на разность второй и третьей.
(B) Второй столбец заменить на сумму второго и третьего.
(C) Вторую строку заменить на разность второй и третьей, а третий столбец — на сумму второго и третьего.
(D) Третий столбец заменить на разность второго и третьего, а вторую строку — на сумму второй и третьей.