Вар. 1 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = 5x^2 - 4x$ в базисе $e_1(x) = x^2$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = 1$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-1, -3, -1)^T$, $e_2 = (1, 1, 2)^T$, $e_3 = (3, 1, 7)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (7, -8, 7)^T$ в базисе $f_1 = (0, 1, -2)^T$, $f_2 = (1, -1, 1)^T$, $f_3 = (-2, 2, -1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum\limits_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (3, 3, -4)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (1, -1, 1)^T$, $f_2 = (-1, -3, -2)^T$, $f_3 = (-5, -1, 4)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $4x + 1$ и $x + 1$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?

Вар. 2 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (2, -2, 1)^T$, $e_2 = (6, -7, 3)^T$, $e_3 = (1, -3, 1)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (0, -3, -5)^T$ в базисе $f_1 = (1, 2, 2)^T$, $f_2 = (0, 1, 2)^T$, $f_3 = (1, 1, 1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum\limits_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (-4, -4, 3)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (-2, -4, -1)^T$, $f_2 = (-3, 1, 2)^T$, $f_3 = (-1, 1, -2)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $2x^2 + 3x - 2$ и $-2x^2 + 2x + 1$, если скалярное произведение (f, g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?

Вар. 3 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -4x^2 - 6x + 8$ в базисе $e_1(x) = x^2$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = 1$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-5, -1, 1)^T$, $e_2 = (-3, 3, 1)^T$, $e_3 = (-5, 8, 2)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (0, 2, 7)^T$ в базисе $f_1 = (1, -2, -3)^T$, $f_2 = (-1, 2, 4)^T$, $f_3 = (2, -3, -4)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum\limits_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a = (3, -3, -1, -1)^T$ и $b = (-2, 2, 4, 4)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $3x - 1$ и $x + 2$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(-1)g(-1) + f'(-1)g'(-1)$?

Вар. 4 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-7, -3, 8)^T$, $e_2 = (2, 1, -3)^T$, $e_3 = (4, 3, -8)^T$, $e_4 = (3, -1, 1)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (4, -9, 0)^T$ в базисе $f_1 = (1, -1, 1)^T$, $f_2 = (2, -1, 2)^T$, $f_3 = (1, 1, 2)^T$.
4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p, q) = \sum\limits_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?
5. Даны столбцы $a = (3, 2, -4, 2)^T$ и $b = (-5, -4, 5, 5)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 2$ и $x + 1$ относительно скалярного произведения $(f, g) = \int_0^3 f(x)g(x)\,dx$?

Вар. 5 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -4x^2 - 8x - 5$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-2, -2, -6)^T$, $e_2 = (3,1,1)^T$, $e_3 = (2,1,2)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (9,6,0)^T$ в базисе $f_1 = (1,1,0)^T$, $f_2 = (-3, -3,1)^T$, $f_3 = (1,2, -1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех матриц размера 5×6 со скалярным произведением $(A,B) = \operatorname{Tr} A^T B$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (3, -5, -3)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (1, -1,2)^T$, $f_2 = (-4, -2,1)^T$, $f_3 = (1, -3, -2)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $2x + 1$ и $4x - 3$ относительно скалярного произведения $(f,g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?

Вар. 6 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} -8 & -7 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-7,2, -2)^T$, $e_2 = (2,2,1)^T$, $e_3 = (7,4,3)^T$, $e_4 = (-5, -2, -2)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (7, -9,5)^T$ в базисе $f_1 = (1, -1,1)^T$, $f_2 = (-1,1,0)^T$, $f_3 = (-3,4, -1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех матриц размера 5×6 со скалярным произведением $(A,B) = \operatorname{Tr} A^T B$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (5,4,4)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (3,2, -1)^T$, $f_2 = (-2,1, -4)^T$, $f_3 = (-1,2,1)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $3x^2-4x+1$ и x^2-x-1, если скалярное произведение (f,g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?

Вар. 7 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -3x^2 + 3x - 5$ в базисе $e_1(x) = x^2$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = 1$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-5,2,2)^T$, $e_2 = (-3,1, -1)^T$, $e_3 = (-2,1,2)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (6,9, -8)^T$ в базисе $f_1 = (1,2, -1)^T$, $f_2 = (1,2,0)^T$, $f_3 = (-1, -1,2)^T$.
4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p,q) = \sum\limits_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?
5. Найти координаты столбца $x = (5,1, -3)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (-2, -3,1)^T$, $f_2 = (-3,3,3)^T$, $f_3 = (-4,1, -5)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 4$ и $x - 3$ относительно скалярного произведения $(f,g) = f(-1)g(-1) + f'(-1)g'(-1)$?

Вар. 8 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (3,2, -2,1)^T$, $e_2 = (7,8, -5,3)^T$, $e_3 = (8,6, -5,3)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^4$?
3. Найти координаты столбца $x = (-2,2, -2)^T$ в базисе $f_1 = (0,1, -1)^T$, $f_2 = (1, -2,3)^T$, $f_3 = (1, -1,3)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех матриц размера 5×6 со скалярным произведением $(A,B) = \operatorname{Tr} A^T B$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a = (5,3,3, -3)^T$ и $b = (-5, -5, -2,2)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 3$ и $-x + 1$ относительно скалярного произведения $(f,g) = \int_0^3 f(x)g(x)\,dx$?

Вар. 9 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x)=2x^2+8x+3$ в базисе $e_1(x)=1,\ e_2(x)=x,\ e_3(x)=x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1=(-2,1,1)^T$, $e_2=(-8,3,-1)^T$, $e_3=(5,-1,5)^T$, $e_4=(3,-1,1)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x=(-1,-6,2)^T$ в базисе $f_1=(1,3,-2)^T$, $f_2=(1,3,-1)^T$, $f_3=(0,1,-1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f,g)=\int\limits_0^1 f(t)g(t)\,dt$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a=(2,-1,-3,-2)^T$ и $b=(-4,3,5,5)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x-1$ и $x-2$ относительно скалярного произведения $(f,g)=f(0)g(0)+f(1)g(1)$?

Вар. 10 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix}-7 & 9\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ в базисе $e_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $e_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $e_3=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $e_4=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1=(1,-1,1,1)^T$, $e_2=(-1,1,-2,-1)^T$, $e_3=(-4,4,-1,-3)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^4$?
3. Найти координаты столбца $x=(5,2,2)^T$ в базисе $f_1=(1,0,1)^T$, $f_2=(-1,1,-1)^T$, $f_3=(-2,-1,-1)^T$.
4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p,q)=\sum\limits_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?
5. Даны столбцы $a=(-2,3,-1,-1)^T$ и $b=(3,-3,-5,5)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $3x^2-3x+1$ и $3x^2+4x+3$, если скалярное произведение (f,g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?

Вар. 11 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x)=-10x^2-8x+6$ в базисе $e_1(x)=x^2$, $e_2(x)=x$, $e_3(x)=1$.
2. Является ли набор векторов $e_1=(-3,8,-6)^T$, $e_2=(3,-5,7)^T$, $e_3=(2,-3,6)^T$, $e_4=(1,-2,2)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x=(-2,5,2)^T$ в базисе $f_1=(0,1,-1)^T$, $f_2=(1,-3,1)^T$, $f_3=(-1,4,-1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех матриц размера 5×6 со скалярным произведением $(A,B)=\operatorname{Tr}A^TB$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a=(2,2,-1,2)^T$ и $b=(3,5,-3,-3)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x+1$ и $x-2$ относительно скалярного произведения $(f,g)=f(1)g(1)+f'(1)g'(1)$?

Вар. 12 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix}-3 & -4\\ 3 & -7\end{pmatrix}$ в базисе $e_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $e_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $e_3=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $e_4=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1=(-4,3,-5)^T$, $e_2=(-5,3,-3)^T$, $e_3=(-1,1,-2)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x=(-5,-4,-2)^T$ в базисе $f_1=(1,1,2)^T$, $f_2=(-1,-1,-1)^T$, $f_3=(0,1,4)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f,g)=\int\limits_0^1 f(t)g(t)\,dt$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a=(-2,-5,-2,-1)^T$ и $b=(-1,-4,-5,-2)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x-1$ и $x+2$ относительно скалярного произведения $(f,g)=\int_0^3 f(x)g(x)\,dx$?

Вар. 13 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -8x^2 + 4x - 8$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (3, -8, -8, -1)^T$, $e_2 = (1, -1, -1, -2)^T$, $e_3 = (1, -2, -2, -1)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^4$?
3. Найти координаты столбца $x = (-1, -5, -8)^T$ в базисе $f_1 = (0, 1, 1)^T$, $f_2 = (1, 3, 3)^T$, $f_3 = (-1, -2, -1)^T$.
4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p, q) = \sum\limits_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?
5. Найти координаты столбца $x = (-2, -4, -2)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (1, -5, 4)^T$, $f_2 = (-3, 1, 2)^T$, $f_3 = (2, 2, 2)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 1$ и $-x$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?

Вар. 14 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-3, 3, 1, 1)^T$, $e_2 = (1, -5, -3, -1)^T$, $e_3 = (-2, 4, 2, 1)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^4$?
3. Найти координаты столбца $x = (1, -2, 9)^T$ в базисе $f_1 = (0, 1, -2)^T$, $f_2 = (1, 2, -1)^T$, $f_3 = (-1, -2, 2)^T$.
4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p, q) = \sum\limits_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?
5. Даны столбцы $a = (3, 2, -4, -2)^T$ и $b = (5, -3, -4, -4)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x^2 - 3$ и $x^2 - x - 1$, если скалярное произведение (f, g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?

Вар. 15 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -10x^2 + 6x + 10$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (3, -1, 1)^T$, $e_2 = (-7, 5, -3)^T$, $e_3 = (-5, 3, -2)^T$, $e_4 = (-5, 3, -2)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (0, 1, 5)^T$ в базисе $f_1 = (1, -2, -3)^T$, $f_2 = (0, 1, 1)^T$, $f_3 = (1, -1, -1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех матриц размера 5×6 со скалярным произведением $(A, B) = \operatorname{Tr} A^T B$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a = (-3, -3, -2, 5)^T$ и $b = (-1, 5, 5, -5)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $4x - 1$ и $-x - 4$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f'(0)g'(0)$?

Вар. 16 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-2, 1, -2)^T$, $e_2 = (-3, 1, 1)^T$, $e_3 = (-5, 1, 7)^T$, $e_4 = (-3, 2, -7)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (1, -1, 4)^T$ в базисе $f_1 = (1, 2, 0)^T$, $f_2 = (2, 4, 1)^T$, $f_3 = (-1, -1, -1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \int\limits_0^1 f(t)g(t)\,dt$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a = (1, -4, -3, 2)^T$ и $b = (-1, -2, -5, 4)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 1$ и $x - 3$ относительно скалярного произведения $(f, g) = \int_0^3 f(x)g(x)\,dx$?

Вар. 17 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -10x^2 - 5x + 1$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (7, -6, -3)^T$, $e_2 = (-5, 6, 1)^T$, $e_3 = (-2, 2, 1)^T$, $e_4 = (-3, 3, 1)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (-4, 5, 7)^T$ в базисе $f_1 = (1, -1, -1)^T$, $f_2 = (0, 1, 1)^T$, $f_3 = (-1, 2, 3)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \int\limits_0^1 f(t)g(t)\,dt$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (-2, -3, -4)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (-1, 2, 3)^T$, $f_2 = (4, -1, 2)^T$, $f_3 = (-1, -2, 1)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $3x - 1$ и $x - 2$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?

Вар. 18 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} -8 & 9 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-2, 6, 5)^T$, $e_2 = (1, -2, -2)^T$, $e_3 = (3, 1, -3)^T$, $e_4 = (2, 3, -1)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (6, -3, 8)^T$ в базисе $f_1 = (1, -1, 0)^T$, $f_2 = (3, -2, 3)^T$, $f_3 = (3, -2, 4)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum\limits_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a = (3, -2, -5, -3)^T$ и $b = (-5, 4, 3, 3)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $2x^2 - 4x - 3$ и $x^2 - x$, если скалярное произведение (f, g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?

Вар. 19 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -5x^2 + 3x - 6$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (2, -2, 1)^T$, $e_2 = (1, 3, -1)^T$, $e_3 = (1, 3, -1)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (-3, -4, 6)^T$ в базисе $f_1 = (0, 1, -1)^T$, $f_2 = (1, 2, -4)^T$, $f_3 = (1, 2, -3)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \int\limits_0^1 f(t)g(t)\,dt$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (-5, 1, 5)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (-3, -1, -2)^T$, $f_2 = (-2, 4, 1)^T$, $f_3 = (-1, -1, 2)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $x + 1$ и $x + 1$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f'(0)g'(0)$?

Вар. 20 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-1, 1, -8)^T$, $e_2 = (-2, -3, -8)^T$, $e_3 = (1, 2, 3)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (-2, 3, 3)^T$ в базисе $f_1 = (1, -3, 2)^T$, $f_2 = (1, -3, 3)^T$, $f_3 = (1, -2, 1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех матриц размера 5×6 со скалярным произведением $(A, B) = \operatorname{Tr} A^T B$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a = (2, 3, 2, -2)^T$ и $b = (-4, -5, 2, 1)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $3x + 4$ и $x + 4$ относительно скалярного произведения $(f, g) = \int_0^3 f(x)g(x)\,dx$?

Вар. 21 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -5x^2 + 7x - 9$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-2, 5, 5)^T$, $e_2 = (1, -2, -2)^T$, $e_3 = (-1, 1, 1)^T$, $e_4 = (3, -3, -3)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (4, 5, -7)^T$ в базисе $f_1 = (1, 3, -2)^T$, $f_2 = (-1, -2, 2)^T$, $f_3 = (1, 0, -1)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (4, 4, -5)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (-2, 2, 4)^T$, $f_2 = (2, 4, -1)^T$, $f_3 = (3, -1, 2)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 2$ и $x - 2$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?

Вар. 22 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} -4 & -7 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (3, 1, 3)^T$, $e_2 = (-4, -2, -8)^T$, $e_3 = (-5, -2, -7)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (-3, -8, -4)^T$ в базисе $f_1 = (1, 2, 1)^T$, $f_2 = (-2, -4, -1)^T$, $f_3 = (-1, -1, 0)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (-4, -5, 2)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (4, 4, -2)^T$, $f_2 = (-1, 2, 2)^T$, $f_3 = (2, -1, 2)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $x^2 + x + 1$ и $x^2 - 2x + 1$, если скалярное произведение (f, g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?

Вар. 23 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = 10x^2 - 3x - 1$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (2, -1, 1)^T$, $e_2 = (-2, -3, -2)^T$, $e_3 = (1, 1, 1)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (3, 2, 2)^T$ в базисе $f_1 = (1, 1, 2)^T$, $f_2 = (-1, -1, -1)^T$, $f_3 = (1, 2, 3)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Найти координаты столбца $x = (-3, -3, -3)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (3, -1, 2)^T$, $f_2 = (1, -5, -4)^T$, $f_3 = (1, 1, -1)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $x + 2$ и $2x - 1$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f'(0)g'(0)$?

Вар. 24 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} -9 & 1 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (2, -1, 7)^T$, $e_2 = (1, -3, 1)^T$, $e_3 = (1, -1, 3)^T$, $e_4 = (1, -2, 2)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (-2, -1, 1)^T$ в базисе $f_1 = (1, 2, -1)^T$, $f_2 = (0, 1, 1)^T$, $f_3 = (1, 1, -1)^T$.
4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p, q) = \sum_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?
5. Даны столбцы $a = (1, -1, -1, -1)^T$ и $b = (4, -3, 2, -3)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 2$ и $-x$ относительно скалярного произведения $(f, g) = \int_0^3 f(x)g(x)\,dx$?

Вар. 25 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -4x+4$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.

2. Является ли набор векторов $e_1 = (1, 1, -3)^T$, $e_2 = (2, 3, -5)^T$, $e_3 = (-1, 2, 4)^T$, $e_4 = (2, 6, -3)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?

3. Найти координаты столбца $x = (0, -5, -7)^T$ в базисе $f_1 = (0, 1, 2)^T$, $f_2 = (1, 1, 2)^T$, $f_3 = (-1, -2, -3)^T$.

4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum\limits_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.

5. Даны столбцы $a = (-1, 2, -3, 2)^T$ и $b = (2, 2, 4, -4)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.

6. Являются ли ортогональными многочлены x и $x + 4$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?

Вар. 26 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Является ли набор векторов $e_1 = (-2, 1, -1)^T$, $e_2 = (1, 1, -2)^T$, $e_3 = (-6, -3, 7)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?

3. Найти координаты столбца $x = (1, 5, 3)^T$ в базисе $f_1 = (1, 3, 3)^T$, $f_2 = (-1, -2, -2)^T$, $f_3 = (0, -3, -2)^T$.

4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p, q) = \sum\limits_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?

5. Даны столбцы $a = (1, 1, 1, 1)^T$ и $b = (2, 4, -3, 5)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.

6. Являются ли ортогональными многочлены $2x^2+2x-1$ и $x^2 + 1$, если скалярное произведение (f, g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?

Вар. 27 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = -8x^2 + 3x - 8$ в базисе $e_1(x) = x^2$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = 1$.

2. Является ли набор векторов $e_1 = (-2, 4, -1)^T$, $e_2 = (-2, 3, -1)^T$, $e_3 = (-1, 3, 5)^T$, $e_4 = (1, -1, 2)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?

3. Найти координаты столбца $x = (-6, -3, 7)^T$ в базисе $f_1 = (1, 1, -1)^T$, $f_2 = (3, 3, -2)^T$, $f_3 = (1, 2, 0)^T$.

4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \int\limits_0^1 f(t)g(t)\,dt$. Найдите ортогональный базис пространства V.

5. Найти координаты столбца $x = (-2, -4, -5)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (4, 5, -1)^T$, $f_2 = (-2, 1, -3)^T$, $f_3 = (3, -3, -3)^T$

6. Являются ли ортогональными многочлены $x - 2$ и $-3x - 4$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(-1)g(-1) + f'(-1)g'(-1)$?

Вар. 28 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -7 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Является ли набор векторов $e_1 = (8, -8, 3)^T$, $e_2 = (2, -3, 1)^T$, $e_3 = (6, -5, 2)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?

3. Найти координаты столбца $x = (-4, -4, -2)^T$ в базисе $f_1 = (1, 1, 0)^T$, $f_2 = (1, 2, 2)^T$, $f_3 = (1, 2, 3)^T$.

4. Пусть V – евклидово пространство всех матриц размера 5×6 со скалярным произведением $(A, B) = \operatorname{Tr} A^T B$. Найдите ортогональный базис пространства V.

5. Найти координаты столбца $x = (3, 5, 1)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (-5, 5, -5)^T$, $f_2 = (1, 3, 2)^T$, $f_3 = (-5, -1, 4)^T$

6. Являются ли ортогональными многочлены x и $x - 4$ относительно скалярного произведения $(f, g) = \int_0^2 f(x)g(x)\,dx$?

Вар. 29 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $f(x) = 8x^2 - x - 6$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (3, -2, -3)^T$, $e_2 = (-2, 3, 1)^T$, $e_3 = (-1, 1, 1)^T$ базисом в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (2, 6, -7)^T$ в базисе $f_1 = (0, 1, -1)^T$, $f_2 = (1, 2, -4)^T$, $f_3 = (1, 2, -3)^T$.
4. Пусть V – евклидово пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 2$ со скалярным произведением $(f, g) = \sum\limits_{k=0}^{2} p(k)q(k)$. Найдите ортогональный базис пространства V.
5. Даны столбцы $a = (-2, -2, -1, -4)^T$ и $b = (-4, -3, 1, -3)^T$. Разложить b в сумму двух ортогональных столбцов так, чтобы один из них был параллелен a.
6. Являются ли ортогональными многочлены $2x + 3$ и $x + 2$ относительно скалярного произведения $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$?

Вар. 30 (7305)

1. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Является ли набор векторов $e_1 = (1, -1, -3)^T$, $e_2 = (1, -6, -2)^T$, $e_3 = (1, -3, -2)^T$, $e_4 = (1, -4, -2)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в $\mathbb{R}^3$?
3. Найти координаты столбца $x = (-1, 8, -9)^T$ в базисе $f_1 = (0, 1, -1)^T$, $f_2 = (1, -2, 1)^T$, $f_3 = (-1, 1, 1)^T$.
4. Пусть V – линейное пространство всех многочленов над $\mathbb{R}$ степени $\leqslant 5$, а ν – билинейная форма на V, заданная формулой $\nu(p, q) = \sum\limits_{k=1}^{n} p(k)q(k)$. При каких значениях n форма ν является скалярным произведением на V?
5. Найти координаты столбца $x = (-4, -2, -3)^T$ в ортогональном базисе $f_1 = (4, 4, -4)^T$, $f_2 = (1, 4, 5)^T$, $f_3 = (-3, 2, -1)^T$
6. Являются ли ортогональными многочлены $4x^2 - x + 1$ и $x^2 - 3x + 4$, если скалярное произведение (f, g) задано как сумма произведений коэффициентов f и g при соответствующих степенях x?