

Практическая работа №2

Компьютерная математика

Группы 1303, 1304

Тема работы

Исследование алгоритмов формирования аддитивных цепочек

Цель работы

Формирование представления о аддитивных цепочках, выработать умение составлять и применять алгоритмы для нахождения минимальных аддитивных цепочек для заданного числа, привить навык использования систем компьютерной математики для реализации алгоритмов.

Постановка задачи

Реализовать точные и приближённые алгоритмы нахождения минимальных аддитивных цепочек с использованием системы компьютерной математики SageMath, провести анализ алгоритмов. Полученные результаты содержательно проинтерпретировать.

Порядок выполнения работы

1. Реализовать алгоритм Брауэра (для **нечётных вариантов**) и алгоритм Яо (для **чётных вариантов**) для вычисления приближённых аддитивных цепочек для различных чисел при варьировании параметра k , сопоставить длины полученных аддитивных цепочек с минимальной аддитивной цепочкой для заданного числа. Сделать выводы.

2. Реализовать алгоритм дробления вектора индексов для нахождения минимальной звёздной цепочки для заданного числа. Протестировать алгоритм минимум для 5 значений $n > 1000$. Указать, сколько времени потребовалось на поиск цепочки и какая цепочка получилась. Сравнить с предыдущими методами, сделать выводы.
3. Проверить гипотезу Шольца—Брауэра для всех натуральных $1 \leq n \leq 12$ на алгоритме дробления вектора индексов. Результаты оформить в виде таблицы. Сделать выводы.
- 4*. *Найти или предложить собственные модификации алгоритмов и привести описание модификаций. Реализовать модифицированные алгоритмы и сравнить их мощность.*

Вопросы для самоконтроля

1. Определение аддитивной цепочки.
2. Определение шага аддитивной цепочки и их виды.
3. Определение звёздной цепочки. В чём её преимущества/недостатки?
4. Алгоритм Брауэра, алгоритм Яо.
5. Верхние и нижние границы длины минимальной аддитивной цепочки.
6. Оптимизация длины аддитивной цепочки при определённых условиях.
7. Теорема Брауэра и её следствия.
8. Гипотеза Шольца—Брауэра.

Список литературы

1. Donald E. Knuth. The Art of Computer Programming V. 2 Seminumerical Algorithms, 1st edition, Addison-Wesley 1969. pp 398-422.
2. Daniel J. Bernstein. Pippenger's Exponentiation Algorithm, 2002.
3. Kenneth B. Stolarsky. A lower bound for the Scholz-Brauer problem, Canadian Journal of Mathematics, V. 21, 1969. pp 675-683.

4. Edward G. Thurber. The Scholz-Brauer problem on addition chains. Pacific J. Math, V. 49, 1973. pp 229-242.
5. Arnold Schönhage. A lower bound for the length of addition chains. Theoretical Computer Science, V. 1, 1975. pp 1-12.
6. Сучков А. И., Коточигов А. М. Фильтрационный алгоритм поиска аддитивных цепочек. Современное образование: содержание, технологии, качество, 2017 г., том 1, С. 219–222.
7. Построение аддитивных цепочек для чисел $\leq 2^{27}$ // Shortest Addition Chains. URL: http://wwwhomes.uni-bielefeld.de/achim/addition_chain.html