Тест 1
Выполнила Чернякова Валерия, группа 1304

БИЛЕТ 4

1 Если точка (x,y) отражается относительно оси, перпендикулярной плоскости XY и проходящей через начало координат, то отраженная точка (X,Y) равна:

a) (x, - y) b) (- x, - y) c) (- x, - y) d) (y, x)

Ответ: c

---

2. Первый параметр просмотра, который мы должны рассмотреть, это?
1. опорная плоскость вида 2. точка отсчета просмотра 3. окно просмотра 4. вектор сдвига

Ответ: 2

---

3. Пусть задан отрезок, соединяющий начало правосторонней системы координат с точкой P(x,y,z). Совместить этот отрезок с помощью поворотов с положительной полуосью Z различными способами и покажите алгебраически, что результаты эквивалентны

- поворот вокруг оси Y до совмещения с плоскостью YZ, затем поворот вокруг оси X до совмещения с осью Z;
- поворот вокруг оси Z до совмещения с плоскостью XZ, затем поворот вокруг оси Y до совмещения с осью Z;

Для каждого из поворотов вычислить sin и cos углов поворотов

Ответ:

Первый способ

1. Поворот вокруг оси Y до совмещения с плоскостью YZ:

Для этого нам понадобятся координаты точки P(x,y,z) после поворота вокруг оси Y. После этого поворота новые координаты точки будут (0, y', z'). Где:

$$y' = y \times \cos(\theta_1) - x \times \sin(\theta_1)$$
$$z' = y \times \sin(\theta_1) + x \times \cos(\theta_1)$$

Где θ_1 - угол поворота вокруг оси Y.

Теперь вычислим угол θ_1.
Учитывая, что $\cos(\theta_1) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ и $\sin(\theta_1) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$,

получим:

$$\cos(\theta_1) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$
$$\sin(\theta_1) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

2. Поворот вокруг оси X до совмещения с осью Z:

После поворота вокруг оси X новые координаты точки будут (0, y", z"). Где:

$$y'' = y' \times \cos(\theta_2) + z' \times \sin(\theta_2)$$
$$z'' = -y' \times \sin(\theta_2) + z' \times \cos(\theta_2)$$

Где θ_2 - угол поворота вокруг оси X.

Теперь вычислим угол θ_2.
Учитывая, что $\cos(\theta_2) = \frac{z'}{\sqrt{y'^2+z'^2}}$ и $\sin(\theta_2) = \frac{y'}{\sqrt{y'^2+z'^2}}$,

получим:

$$\cos(\theta_2) = \frac{z'}{\sqrt{y'^2+z'^2}}$$
$$\sin(\theta_2) = \frac{y'}{\sqrt{y'^2+z'^2}}$$

Второй способ

1. Поворот вокруг оси Z до совмещения с плоскостью XZ:

После этого поворота новые координаты точки будут (x', 0, z'). Где:

$$x' = x \times \cos(\theta_1) - y \times \sin(\theta_1)$$
$$z' = x \times \sin(\theta_1) + y \times \cos(\theta_1)$$

Теперь вычислим угол θ_1.

$$\cos(\theta_1) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$
$$\sin(\theta_1) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

2. Поворот вокруг оси Y до совмещения с осью Z:

После поворота вокруг оси Y новые координаты точки будут (x'', 0, z''). Где:

$$x'' = x' \times \cos(\theta_2) + z' \times \sin(\theta_2)$$
$$z'' = -x' \times \sin(\theta_2) + z' \times \cos(\theta_2)$$

Теперь вычислим угол θ_2.

$$\cos(\theta_2) = \frac{z'}{\sqrt{x'^2+z'^2}}$$
$$\sin(\theta_2) = \frac{x'}{\sqrt{x'^2+z'^2}}$$

---

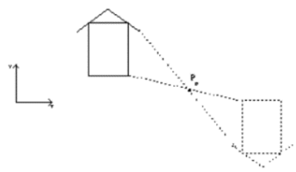
4. Если (x,y,w), w=0 , является точкой в однородной системе координат, то ее эквивалентом в двумерной системе является

a) (x, y, 1) b) (x, y, 0) c) (x/w,y/w) d)(x, y, x-y)

Ответ: c

---

5. Для заданного 2D многоугольника покажите, как его можно отразить в произвольной точке на плоскости xy. Опишите необходимые преобразования, используя однородные координаты. Вам не нужно умножать матрицы вместе, но напишите полную формулу, как переместить точку многоугольника (x, y) в (x ', y').-



Ответ:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2a \\ 0 & -1 & 2b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+2a \\ -y+2b \\ 0 \end{pmatrix}$$

Где a и b координаты точки, относительно которой происходит отражение

----

6. Какое множество получается в результате линейных сжимающих отображений подобия?

1. Система частиц 2. Динамические объекты 3. Фракталы 4. Аффинных преобразований

Ответ: 3

---

7. Объясните, как одну кривую можно аппроксимировать кубическими полиномами и семью контрольными точками для следующих методов: б) B-сплайн

Ответ:

Основные шаги аппроксимации кривой кубическими B-сплайнами:

Первый шаг:

Выбор контрольных точек
У нас есть 7 контрольных точек, которые определяют форму кривой.

Второй шаг:
Определение узлового вектора
Узловой вектор – это последовательность параметров, которая разбивает область определения сплайна. Для кубического B-сплайна, при 7 контрольных точках нужно 11 узлов (количество контрольных точек + степень полинома + 1).
Обычно узлы выбираются равномерно, например,
t=[0,0,0,0,1,2,3,4,4,4,4]

Третий шаг:
Формирование базисных функций:
Кубические B-сплайны строятся на основе базисных функций
$N_i^3(t)$
i – индекс контрольной точки, а 3 – степень сплайна.
Базисные функции вычисляются рекурсивно:

$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t_i \le t < t_{i+1} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$N_i^k(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k} - t_i} N_i^{k-1}(t) + \frac{t_{i+k+1} - t}{t_{i+k+1} - t_{i+1}} N_{i+1}^k(t)$$

k – степень сплайна

Четвертый шаг:
Вычисление координат кривой
Для каждого значения параметра t в пределах области определения узлового вектора, координаты кривой вычисляются как:

$$C_x(t) = \sum_{i=0}^{6} P_{ix} N_i^3(t)$$

$$C_y(t) = \sum_{i=0}^{6} P_{iy} N_i^3(t)$$

где Pix и Piy – координаты контрольных точек Pi.

---

8. Самый простой способ заполнения – это исследовать ___ в растре.
   (а) 1 пиксель (б) 2 пикселя (в) 5 пикселей (г) Каждый пиксель

Ответ: г