

Вопросы к экзамену (2022 год)

1. Источники и классификация погрешностей результатов численного решения задач. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности. Правила записи приближенных чисел.
2. Погрешности арифметических операций над приближенными числами.
3. Погрешность функции одной и нескольких переменных.
4. Корректность вычислительной задачи. Примеры корректных и некорректных задач.
5. Обусловленность вычислительной задачи. Примеры хорошо и плохо обусловленных задач.
6. Классификация вычислительных методов. Вычислительные алгоритмы. Корректность и обусловленность вычислительных алгоритмов.
7. Постановка задачи решения нелинейных уравнений. Основные этапы решения задачи.
8. Скорость сходимости итерационных методов уточнения решения.
9. Обусловленность задачи решения нелинейных уравнений. Понятие об интервале неопределенности. Правило Гарвика.
10. Метод бисекции решения нелинейных уравнений. Скорость сходимости. Критерий окончания.
11. Метод Ньютона. Вывод итерационной формулы метода Ньютона.
12. Априорная оценка погрешности метода Ньютона (теорема о скорости сходимости).
13. Апостериорная оценка погрешности (критерий окончания). Правило выбора начального приближения на отрезке локализации корня, гарантирующего сходимость метода.
14. Модификации метода Ньютона. Упрощенный метод Ньютона. Метод хорд.
15. Модификации метода Ньютона. Метод секущих. Скорость сходимости метода секущих.
16. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Постановка задачи.

17. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Определение понятия нормы вектора. Абсолютная и относительная погрешности вектора.
18. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Определение понятия нормы матрицы, подчиненной норме вектора. Геометрическая интерпретация нормы матрицы.
19. Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений для приближенно заданной правой части. Количественная мера обусловленности системы линейных алгебраических уравнений. Геометрическая интерпретация числа обусловленности.
20. Обусловленность задачи решения системы линейных алгебраических уравнений для приближенно заданных матрицы и правой части.
21. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Схема единственного деления. LU – разложение. Свойства метода.
22. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Схемы частичного и полного выбора ведущих элементов. Свойства метода.
23. Применение метода Гаусса к решению задач линейной алгебры. Вычисление решений системы уравнений с несколькими правыми частями.
24. Применение метода Гаусса к решению задач линейной алгебры. Вычисление обратной матрицы.
25. Применение метода Гаусса к решению задач линейной алгебры. Вычисление выражений вида $v = B^{-1}CA^{-1}WD^{-1}w$. Вычисление определителя матрицы.
26. Метод Холецкого решения систем линейных алгебраических уравнений с симметричной положительно определенной матрицей. Свойства метода.
27. Метод прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами. Свойства метода.
28. Постановка задачи приближения функций. Приближение функций обобщенными многочленами.

29. Приближение методом интерполяции. Интерполяция обобщенными многочленами.
30. Понятия линейно-независимой системы функций на заданном множестве точек. Теорема о существовании единственного решения задачи интерполяции.
31. Понятия ортогональной системы функций на заданном множестве точек. Утверждение о существовании единственного решения задачи интерполяции с помощью ортогональной системы функций. Решение задачи интерполяции для этого случая.
32. Полиномиальная интерполяция. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
33. Погрешность полиномиальной интерполяции.
34. Интерполяционный многочлен с кратными узлами. Погрешность интерполяции с кратными узлами.
35. Минимизация оценки погрешности интерполяции. Многочлены Чебышева и их свойства. Применение для решения задачи минимизации погрешности.
36. Интерполяционная формула Ньютона для неравных промежутков. Разделенные разности и их свойства.
37. Вывод формулы Ньютона для неравных промежутков с помощью разделенных разностей.
38. Интерполяционная формула Ньютона для равных промежутков. Конечные разности и их связь с разделенными разностями.
39. Вывод формул Ньютона для интерполирования вперед и назад.
40. Проблемы глобальной полиномиальной интерполяции. Интерполяция сплайнами. Определение сплайна. Интерполяционный сплайн.
41. Интерполяция сплайнами. Построение локального кубического интерполяционного сплайна.
42. Интерполяция сплайнами. Глобальные способы построения кубического интерполяционного сплайна.
43. Простейшие формулы численного дифференцирования. Вычисление первой производной. Погрешность формул.
44. Простейшие формулы численного дифференцирования. Вычисление второй производной. Погрешность формул.

- 45. Общий подход к выводу формул численного дифференцирования.
Обусловленность формул численного дифференцирования.
- 46. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы.
Формула прямоугольников. Погрешность формулы.
- 47. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы.
Формула трапеций. Погрешность формулы.
- 48. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы.
Формула Симпсона. Погрешность формулы.
- 49. Апостериорные оценки погрешности квадратурных формул.
Правило Рунге.