Chapitre 8 : Fonction exponentielle

Cours 1 : Etude de la fonction exponentielle

R. KHODJAOUI

Lycée J.J. HENNER - Première D

mars 2019 - semaine 12

Sommaire

Propriété et théorème

Théorème

✍ Il existe une **unique** fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

Propriété et théorème

Théorème

✍ Il existe une **unique** fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

Définition et notation

L'unique fonction f vérifiant $f' = f$ et $f(0) = 1$ est notée *exp*

$$\begin{aligned} exp : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto exp(x) \end{aligned}$$

exp est appelée **fonction exponentielle**

Propriété et théorème

Théorème

✍ Il existe une **unique** fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

Définition et notation

L'unique fonction f vérifiant $f' = f$ et $f(0) = 1$ est notée *exp*

$$exp : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto exp(x)$$

exp est appelée **fonction exponentielle**

Propriétés :

✍ $exp(0) = 1$ (cf définition de exp)

✍ Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $exp'(x) = exp(x)$ (cf définition de exp)

✍ Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $exp(x) \neq 0$ (admise)

Propriété et théorème

Théorème

✍ Il existe une **unique** fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

Définition et notation

L'unique fonction f vérifiant $f' = f$ et $f(0) = 1$ est notée exp

$$exp : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x \mapsto exp(x)$$

exp est appelée **fonction exponentielle**

Ressources vidéo

- ➤ https://youtu.be/sCcy4IQKits?t=49
  Attention : visionner jusqu'à 2 minutes 57
- ➤ https://www.youtube.com/watch?v=kercx5a_--U
  A visionner dans sa totalité

Etude de la fonction exponentielle

Théorème

✍ Pour tous réels x et y :

$$exp(x+y) = exp(x) \times exp(y)$$

Etude de la fonction exponentielle

Théorème

✍ Pour tous réels x et y :

$$exp(x+y) = exp(x) \times exp(y)$$

Exemple illustrant cette propriété

- $exp(1) \approx 2,71828$.
- $exp(2) \approx 7,38906$.
- $exp(3) \approx 20,08554$
- Or $20,08554 \approx 2,71828 \times 7,38906$ ce qui confirme la formule ci-dessus.
- Nous verrons par la suite comment obtenir ces résultats à la calculatrice.

Etude de la fonction exponentielle

Théorème

✍ Pour tous réels x et y :

$$exp(x+y) = exp(x) \times exp(y)$$

Eléments de preuve :

Soit $y \in \mathbb{R}$, considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{exp(x+y)}{exp(x)}$

On peut caculer la dérivée de f et montrer que $f' = 0$ (exercice)

Or une fonction dont la dérivée est nulle est constante donc f est une fonction constante.

$f(0) = \dfrac{exp(0+y)}{exp(0)} = \dfrac{exp(y)}{1} = exp(y)$.

Comme $f(0) = exp(y)$ et que f est constante, pour tout réel x, $f(x) = exp(y)$ d'où le résultat attendu.

Etude de la fonction exponentielle

Propriété admise

Pour tout réel x :

$$exp(x) > 0$$

Etude de la fonction exponentielle

Propriété admise

Pour tout réel x :

$$exp(x) > 0$$

Propriété :

La fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Etude de la fonction exponentielle

Propriété admise

Pour tout réel x :

$$exp(x) > 0$$

Propriété :

La fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

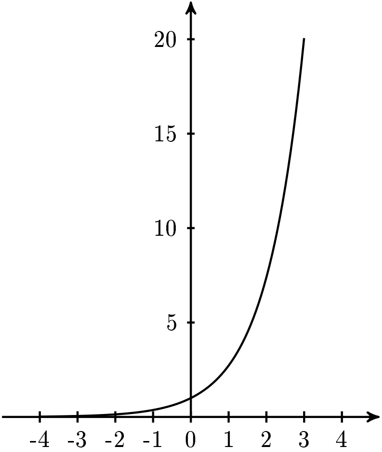
Preuve :

$exp' = exp$ par définition de exp.
Or la propriété admise nous dit que la dérivée est strictement positive sur $\mathbb{R}$ donc f exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Etude de la fonction exponentielle

Tableau de variations et représentation graphique

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$exp'(x)$	$+$
$exp(x)$	$\nearrow$



FIN

Revenir au début