Chapitre 5 : Fonctions dérivées

Cours 1 : Dérivée des fonctions usuelles

R. KHODJAOUI

Lycée J.J. HENNER - Première D

Vendredi 29 novembre 2019

Sommaire

Fonction dérivée

Définition

Soit D un intervalle de $\mathbb{R}$ ou une réunion d'intervalles.

- ☞ On dit que f est dérivable sur D si, et seulement si elle est dérivable en tout réel a de D.
- ☞ Dans ce cas la fonction qui à tout a de D, associe le nombre dérivé $f'(a)$ de f en a est appelée fonction dérivée de f, on la note :

$$f' : \begin{array}{l} D \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto f'(x) \end{array}$$

Fonction dérivée

Définition

Soit D un intervalle de $\mathbb{R}$ ou une réunion d'intervalles.

- On dit que f est dérivable sur D si, et seulement si elle est dérivable en tout réel a de D.
- Dans ce cas la fonction qui à tout a de D, associe le nombre dérivé $f'(a)$ de f en a est appelée fonction dérivée de f, on la note :

$$\begin{aligned} f' : \quad & D \mapsto \mathbb{R} \\ & x \mapsto f'(x) \end{aligned}$$

Exercice

Soit g la fonction carré.
Démontrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que sa dérivée est la fonction g' définie par :

$$\begin{aligned} g' : \quad & \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \\ & x \mapsto 2x \end{aligned}$$

Dérivée des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	**f dérivable sur**
k	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
x^3	$3x^2$	$\mathbb{R}$
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}_+^*$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$

Application

Exercice de synthèse

1. Prouver que la dérivée d'une constante est nulle.
2. Prouver que la dérivée d'une fonction affine est une fonction constante égale à son coefficient directeur.
3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^4$. Calculer $f'(2)$.
4. Soit g la fonction cube. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.
5. Soit h la fonction inverse. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de h au point d'abscisse -1.

Application

Exercice de synthèse

1. Prouver que la dérivée d'une constante est nulle.
2. Prouver que la dérivée d'une fonction affine est une fonction constante égale à son coefficient directeur.
3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^4$. Calculer $f'(2)$.
4. Soit g la fonction cube. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.
5. Soit h la fonction inverse. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de h au point d'abscisse -1.

Application

Exercice de synthèse

1. Prouver que la dérivée d'une constante est nulle.
2. Prouver que la dérivée d'une fonction affine est une fonction constante égale à son coefficient directeur.
3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^4$. Calculer $f'(2)$.
4. Soit g la fonction cube. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.
5. Soit h la fonction inverse. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de h au point d'abscisse -1.

Application

Exercice de synthèse

1. Prouver que la dérivée d'une constante est nulle.
2. Prouver que la dérivée d'une fonction affine est une fonction constante égale à son coefficient directeur.
3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^4$. Calculer $f'(2)$.
4. Soit g la fonction cube. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.
5. Soit h la fonction inverse. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de h au point d'abscisse -1.

Application

Exercice de synthèse

1. Prouver que la dérivée d'une constante est nulle.
2. Prouver que la dérivée d'une fonction affine est une fonction constante égale à son coefficient directeur.
3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^4$. Calculer $f'(2)$.
4. Soit g la fonction cube. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.
5. Soit h la fonction inverse. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de h au point d'abscisse -1.

FIN

Revenir au début