Chapitre 1 : Le second degré

Cours 1 : Étude d'une fonction polynôme de degré 2

R. KHODJAOUI

Lycée J.J. HENNER - Première D

Samedi 7 septembre 2019

Sommaire

Fonction polynôme du second degré

Forme développée

La fonction qui à tout réel x associe $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ est une fonction polynôme du second degré. a, b et c sont les coefficients de ce polynôme.

Exemples de fonctions polynômes du second degré

- $f : x \mapsto -x^2 + 2x - 3$ $(a = -1,\ b = 2 \text{ et } c = -3)$
- $g : x \mapsto 3x^2 - 4$ $(a = 3,\ b = 0 \text{ et } c = -4)$
- $h : x \mapsto x^2 - 8x$ $(a = 1,\ b = -8 \text{ et } c = 0)$

Remarque

On dit que les fonctions f, g et h sont données sous leur forme développée.

Exercice

- Justifier que la fontion $f : x \mapsto 0x^2 + x + 1$ n'est pas une fonction polynôme de degré 2.
- Démontrer que la fonction carré est une fonction polynôme de degré 2.

Fonction polynôme du second degré

Forme développée

La fonction qui à tout réel x associe $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ est une fonction polynôme du second degré. a, b et c sont les coefficients de ce polynôme.

Exemples de fonctions polynômes du second degré

- → $f : x \mapsto -x^2 + 2x - 3$ $\quad (a = -1,\ b = 2 \text{ et } c = -3)$
- → $g : x \mapsto 3x^2 - 4$ $\quad (a = 3,\ b = 0 \text{ et } c = -4)$
- → $h : x \mapsto x^2 - 8x$ $\quad (a = 1,\ b = -8 \text{ et } c = 0)$

Remarque

On dit que les fonctions f, g et h sont données sous leur forme développée.

Exercice

- → Justifier que la fontion $f : x \mapsto 0x^2 + x + 1$ n'est pas une fonction polynôme de degré 2.
- → Démontrer que la fonction carré est une fonction polynôme de degré 2.

Fonction polynôme du second degré

Forme développée

La fonction qui à tout réel x associe $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ est une fonction polynôme du second degré. a, b et c sont les coefficients de ce polynôme.

Exemples de fonctions polynômes du second degré

→ $f : x \mapsto -x^2 + 2x - 3 \qquad (a = -1,\ b = 2 \text{ et } c = -3)$

→ $g : x \mapsto 3x^2 - 4 \qquad (a = 3,\ b = 0 \text{ et } c = -4)$

→ $h : x \mapsto x^2 - 8x \qquad (a = 1,\ b = -8 \text{ et } c = 0)$

Remarque

On dit que les fonctions f, g et h sont données sous leur forme développée.

Exercice

→ Justifier que la fontion $f : x \mapsto 0x^2 + x + 1$ n'est pas une fonction polynôme de degré 2.

→ Démontrer que la fonction carré est une fonction polynôme de degré 2.

Fonction polynôme du second degré

Forme développée

La fonction qui à tout réel x associe $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ est une fonction polynôme du second degré. a, b et c sont les coefficients de ce polynôme.

Exemples de fonctions polynômes du second degré

→ $f : x \mapsto -x^2 + 2x - 3$ $\quad (a = -1,\ b = 2 \text{ et } c = -3)$

→ $g : x \mapsto 3x^2 - 4$ $\quad (a = 3,\ b = 0 \text{ et } c = -4)$

→ $h : x \mapsto x^2 - 8x$ $\quad (a = 1,\ b = -8 \text{ et } c = 0)$

Remarque

On dit que les fonctions f, g et h sont données sous leur forme développée.

Exercice

→ Justifier que la fontion $f : x \mapsto 0x^2 + x + 1$ n'est pas une fonction polynôme de degré 2.

→ Démontrer que la fonction carré est une fonction polynôme de degré 2.

Fonction polynôme du second degré

Forme canonique

Toute fonction f, polynôme de degré 2, a une expression qui peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$$

avec $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = -\dfrac{b^2-4ac}{4a}$.

De plus on constate que : $f(\alpha) = \beta$

Exemple

Soit f la fonction polynôme de degré 2 dont l'expression est $f(x) = -2x^2 + 8x - 4$.

On a donc : $a = -2$, $b = 8$ et $c = -4$.

On calcule α et β :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2\times(-2)} = -\frac{8}{-4} = 2$$

$$\beta = -\frac{b^2-4ac}{4a} = -\frac{8^2 - 4\times(-2)\times(-4)}{4\times(-2)} = -\frac{32}{-8} = 4.$$

La forme canonique de f est donc $f(x) = -2\,(x-2)^2 + 4$.

Fonction polynôme du second degré

Forme canonique

Toute fonction f, polynôme de degré 2, a une expression qui peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$$

avec $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = -\dfrac{b^2-4ac}{4a}$.

De plus on constate que : $f(\alpha) = \beta$

Exemple

Soit f la fonction polynôme de degré 2 dont l'expression est
$f(x) = -2x^2 + 8x - 4$.
On a donc : $a = -2$, $b = 8$ et $c = -4$.
On calcule α et β :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2\times(-2)} = -\frac{8}{-4} = 2$$

$$\beta = -\frac{b^2-4ac}{4a} = -\frac{8^2 - 4\times(-2)\times(-4)}{4\times(-2)} = -\frac{32}{-8} = 4.$$

La forme canonique de f est donc $f(x) = -2\,(x-2)^2 + 4$.

Courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2

Le plan est muni d'un repère orthogonal

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa représentation graphique est la **parabole** d'équation $y = ax^2 + bx + c$.

Courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2

Le plan est muni d'un repère orthogonal

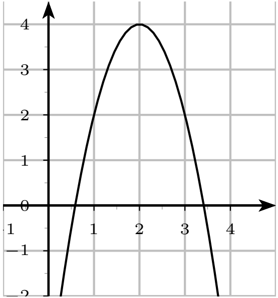
Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa représentation graphique est la **parabole** d'équation $y = ax^2 + bx + c$.

Exemple

On considère la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 4$$

Parabole d'équation : $y = -2x^2 + 8x - 4$



Variations d'une fonction polynôme de degré 2

Les variations dépendent du signe de a

- Cas a>0 :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	β	$\nearrow$

f admet un minimum en $x = \alpha$ qui vaut β

- Cas a<0 :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	β	$\searrow$

f admet un maximum en $x = \alpha$ qui vaut β

Exemple

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 4$$

$a < 0$, $\alpha = 2$ et $\beta = 4$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	4	$\searrow$

Variations d'une fonction polynôme de degré 2

Les variations dépendent du signe de a

- Cas a>0 :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	β	$\nearrow$	

f admet un minimum en $x = \alpha$ qui vaut β

- Cas a<0 :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	β	$\searrow$	

f admet un maximum en $x = \alpha$ qui vaut β

Exemple

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 4$$

$a < 0$, $\alpha = 2$ et $\beta = 4$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$	

FIN

Revenir au début