Chapitre 3 : Nombre dérivé - Applications

Cours 2 : Tangente à une courbe en un point

R. KHODJAOUI

Lycée J.J. HENNER - 1D

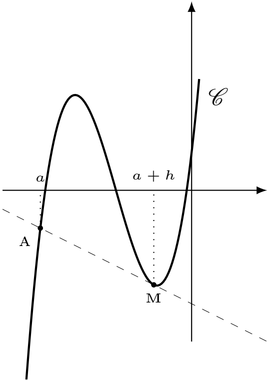
vendredi 11 octobre 2019

Sommaire

Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

Soit a un nombre réel de I.
On suppose que f est dérivable en a.
Soit h un réel non nul tel que $a + h \in \mathrm{I}$.
On note A le point de $\mathcal{C}$ de coordonnées $(a, f(a))$.
Et M le point de $\mathcal{C}$ de coordonnées $(a + h, f(a + h))$.
La droite (AM) est une **sécante** à la courbe $\mathcal{C}$.



Interprétation graphique du nombre dérivé

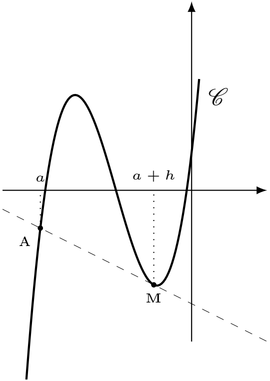
On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

Le coefficient directeur de la droite (AM) est le taux de variation de f entre a et $a+h$.

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Et comme f est par hypothèse, **dérivable en** a, alors

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$$



Interprétation graphique du nombre dérivé

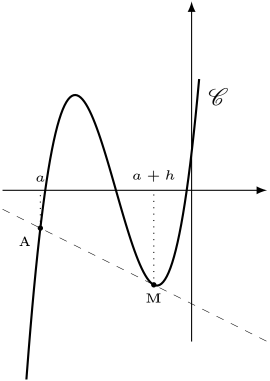
On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

Le coefficient directeur de la droite (AM) est le taux de variation de f entre a et $a+h$.

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Et comme f est par hypothèse, **dérivable en** a, alors

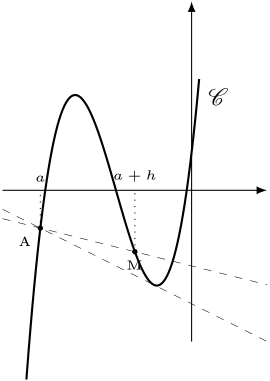
$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)$$



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

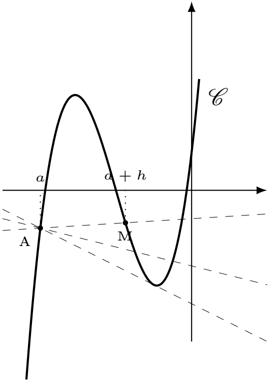
Lorsque l'on fait tendre h vers 0, le réel $a + h$ se rapproche de a.
Par conséquent, le point M se rapproche du point A et la droite (AM), se rapproche d'une position limite.



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

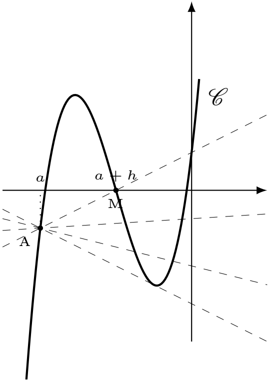
Lorsque l'on fait tendre h vers 0, le réel $a + h$ se rapproche de a.
Par conséquent, le point M se rapproche du point A et la droite (AM), se rapproche d'une position limite.



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

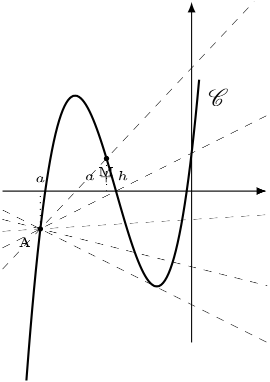
Lorsque l'on fait tendre h vers 0, le réel $a+h$ se rapproche de a.
Par conséquent, le point M se rapproche du point A et la droite (AM), se rapproche d'une position limite.



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

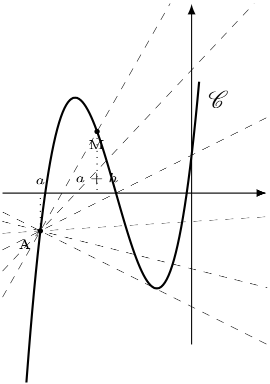
Lorsque l'on fait tendre h vers 0, le réel $a + h$ se rapproche de a.
Par conséquent, le point M se rapproche du point A et la droite (AM), se rapproche d'une position limite.



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

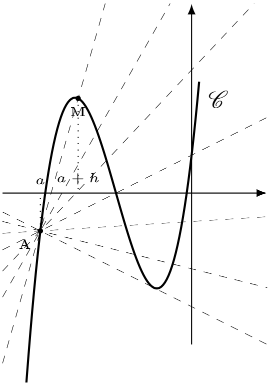
Lorsque l'on fait tendre h vers 0, le réel $a+h$ se rapproche de a.
Par conséquent, le point M se rapproche du point A et la droite (AM), se rapproche d'une position limite.



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

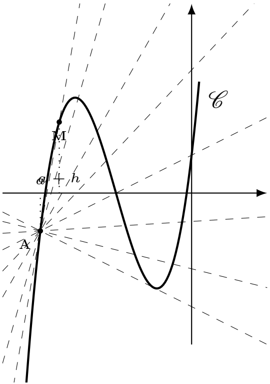
Lorsque l'on fait tendre h vers 0, le réel $a + h$ se rapproche de a.
Par conséquent, le point M se rapproche du point A et la droite (AM), se rapproche d'une position limite.



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

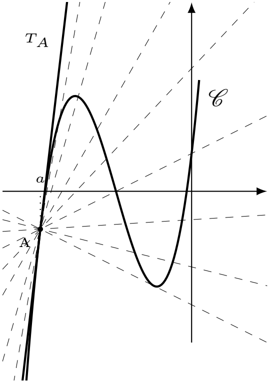
Lorsque l'on fait tendre h vers 0, le réel $a+h$ se rapproche de a.
Par conséquent, le point M se rapproche du point A et la droite (AM), se rapproche d'une position limite.



Interprétation graphique du nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, de courbe $\mathcal{C}$

On peut donc concevoir que la position limite des sécantes est une droite - notée T_A sur la figure - dont le coefficient directeur est $f'(a)$.



Tangente à une courbe

On considère une fonction f définie sur un intervalle I

On suppose que f est dérivable en a et on note C_f sa courbe représentative. La droite passant par $A(a, f(a))$ et de coefficient directeur $f'(a)$ est appelé **tangente** à la courbe C_f au pointA.

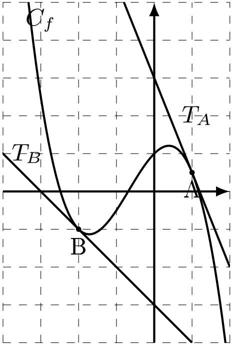
Tangente à une courbe

On considère une fonction f définie sur un intervalle I

On suppose que f est dérivable en a et on note C_f sa courbe représentative. La droite passant par $A(a, f(a))$ et de coefficient directeur $f'(a)$ est appelé **tangente** à la courbe C_f au pointA.

Illustration

On suppose que f est dérivable en $x = a$, et en $x = b$, A et B sont les points de la courbe d'abscisses respectives a et b.
T_A est la tangente à C_f au point A d'abscisse a.
T_B est la tangente à C_f au point B d'abscisse b.



Équation de la tangente

On considère une fonction f définie sur un intervalle I

Soit f une fonction dérivable en $a \in I$, de courbe représentative $\mathscr{C}$. Soit A$(a\,;f(a))$. La tangente à la courbe de f au point A a pour équation réduite :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

Équation de la tangente

On considère une fonction f définie sur un intervalle I

Soit f une fonction dérivable en $a \in I$, de courbe représentative $\mathscr{C}$. Soit A$(a\,;f(a))$. La tangente à la courbe de f au point A a pour équation réduite :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

Exemple : soit f la fonction carré

Nous allons déterminer l'équation de la tangente T_A, à la courbe de f au point A d'abscisse 1.
D'après la propriété, l'équation de T_A est :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

Or $f(1) = 1$ et $f'(1) = 2$, ainsi $f'(1)(x-1) + f(1) = 2(x-1) + 1 = 2x - 1$.
Finalement, l'équation de T_A est :

$$y = 2x - 1$$

Équation de la tangente

On considère une fonction f définie sur un intervalle I

Soit f une fonction dérivable en $a \in I$, de courbe représentative $\mathscr{C}$. Soit A$(a\,;f(a))$. La tangente à la courbe de f au point A a pour équation réduite :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

Exercice

Déterminer l'équation de la tangente T_A à la courbe de la fonction inverse au point A d'abscisse -1.

FIN

Revenir au début