

Exercice 1

Dans cet exercice, les résultats approchés seront donnés à 0,000 1 près.

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note :

M l'évènement : « l'animal est porteur de la maladie » ;

T l'évènement : « le test est positif ».

1 Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.

2 Un animal est choisi au hasard.

a. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?

b. Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058.

3 Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie ?

Exercice 2

Une entreprise fabrique, en grande quantité, des pièces métalliques rectangulaires dont les cotes sont exprimées en millimètres.

Un contrôle de qualité consiste à vérifier que la longueur et la largeur des pièces sont conformes à la norme en vigueur.

On suppose que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans le stock de l'entreprise soit conforme est 0,9.

Deux machines automatiques de l'entreprise notées « machine 1 » et « machine 2 » fabriquent ces pièces en grande quantité.

On suppose que la probabilité qu'une pièce :

- prélevée au hasard dans la production d'une journée de la machine 1 soit conforme est 0,914 ;
- prélevée au hasard dans la production d'une journée de la machine 2 soit conforme est 0,879 ;

La machine 1 fournit 60% de la production totale de ces pièces et la machine 2 le reste de cette production.

On prélève au hasard une pièce parmi la production totale de l'entreprise de la journée.

On définit les événements suivants :

- A : « La pièce provient de la machine 1 » ;

- B : » La pièce provient de la machine 2 » ;
- C : » La pièce est conforme » ;

1 Déterminer les probabilités $P(A)$, $P(B)$, $P_A(C)$ et $P_B(C)$.

2 En déduire $P(C \cap A)$ et $P(C \cap B)$.

3 Calculer $P(C)$.