Exercice 42 page 173

a) $f(x) = e^{-5x+3}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x : $f'(x) = -5e^{-5x+3}$.

Il est clair que $f'(x)<0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

c) $f(x) = (-2x+5)e^{3x}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$ $\quad f = uv$ $\quad u'(x) = -2$ $\quad v'(x) = 3e^{3x}$

$(uv)' = u'v + uv'$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -2e^{3x} + (-2x+5)\times 3e^{3x} = e^{3x}(-2 + 3(-2x+5))$

$f'(x) = (-6x+13)e^{3x}$ $\qquad -6x+13 = 0 \iff x = \frac{13}{6}$

x	$-\infty$		$\frac{13}{6}$		$+\infty$
e^{3x}		$+$		$+$	
$-6x+13$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f(\frac{13}{6})$	$\searrow$	

⚠ Remplacer f par h

$f(\frac{13}{6}) \approx 443,4$

(43) $f \to \mathcal{C}_4$ $\quad g \to \mathcal{C}_2$

$h \to \mathcal{C}_1$ $\quad k \to \mathcal{C}_3$

(44) a) décroissante $(0;1)$ et $(1;e^{-5})$

b) croissante $(0;\frac{3}{e^4})$ et $(1;3e)$

c) décroissante $(0;\frac{-3}{e})$ et $(1;-3e)$

d) $k(x) = \dfrac{e^{-x+2}}{x^2-x-2}$ $\quad D_f = \mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$

$k = \frac{u}{v}$ $\quad u(x) = e^{-x+2}$ $\quad u'(x) = -e^{-x+2}$

$v(x) = x^2-x-2$ $\quad v'(x) = 2x-1$

pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$, $k'(x) = \dfrac{(x^2-x-2)(-e^{-x+2}) - (2x-1)e^{-x+2}}{(x^2-x-2)^2}$

$= \dfrac{e^{-x+2}\left(-(x^2-x-2) - (2x-1)\right)}{(x^2-x-2)^2}$

$= \dfrac{e^{-x+2}(-x^2+x+2-2x+1)}{(x^2-x-2)^2}$

$= \dfrac{e^{-x+2}(-x^2-x+3)}{(x^2-x-2)^2}$

Signe de $-x^2-x+3$: $\Delta = (-1)^2 - 4\times(-1)\times 3 = 13 > 0$ $\quad x_1 = \frac{1-\sqrt{13}}{-2} = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \approx 1,3$ $\quad x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{-2} = -\frac{1+\sqrt{13}}{2} \approx -2,3$

$-x^2-x+3$ est positif entre x_1 et x_2

x	$-\infty$		$-\frac{1+\sqrt{13}}{2}$		-1		$\frac{1-\sqrt{13}}{-2}$		2		$+\infty$
e^{-x+2}		$+$		$+$	‖	$+$		$+$	‖	$+$	
$-x^2-x+3$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$(x^2-x-2)^2$		$+$		$+$	‖	$+$		$+$	‖	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(x_2) \approx 13,2$	$\nearrow$	‖	$\nearrow$	$f(x_1) \approx -1,25$	$\searrow$	‖	$\searrow$	