Chapitre 2 : Généralités sur les suites

Cours 2 : Sens de variations d'une suites numérique

R. KHODJAOUI

Lycée J.J. HENNER - Première

Samedi 21 septembre 2019

Sommaire

Représentation graphique d'une suite numérique

On considère un repère du plan

La représentation graphique d'une suite (u_n) est le **nuage de points** de coordonnées $(n; u_n)$ où $n \in \mathbb{N}$.

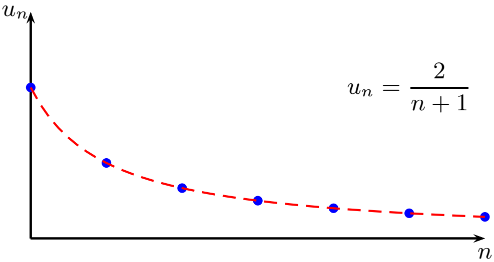
Représentation graphique d'une suite numérique

On considère un repère du plan

La représentation graphique d'une suite (u_n) est le **nuage de points** de coordonnées $(n; u_n)$ où $n \in \mathbb{N}$.

Exemple

Dans cet exemple, la suite u est définie par une formule explicite, elle est représentée par le nuage de points constitué des points bleus d'abscisses entières sur la courbe rouge de la fonction f associée telle que $u_n = f(n)$.



Représentation graphique d'une suite numérique

On considère un repère du plan

La représentation graphique d'une suite (u_n) est le **nuage de points** de coordonnées $(n; u_n)$ où $n \in \mathbb{N}$.

Remarque

Une suite définie par récurrence peut être représentée graphiquement à l'aide d'une méthode géométrique particulière qui vous découvrirez en exercice.

Sens de variation

(u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$

- ➔ La suite u est croissante lorsque pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \geqslant u_n$.
- ➔ La suite u est décroissante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leqslant u_n$.
- ➔ La suite u est constante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n$.

Sens de variation

(u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$

- ➔ La suite u est croissante lorsque pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \geqslant u_n$.
- ➔ La suite u est décroissante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leqslant u_n$.
- ➔ La suite u est constante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n$.

Remarques

- Une suite qui est ni croissante, ni décroissante (ni constante) est dite non monotone, sinon elle est dite monotone.
- Certaines suites sont croissantes, ou décroissantes, ou constantes à partir d'un certain rang n_0.
- Pour étudier la monotonie d'une suite (u_n), on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.

Sens de variation

(u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$

- ➔ La suite u est croissante lorsque pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \geqslant u_n$.
- ➔ La suite u est décroissante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leqslant u_n$.
- ➔ La suite u est constante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n$.

Remarques

- Une suite qui est ni croissante, ni décroissante (ni constante) est dite non monotone, sinon elle est dite monotone.
- Certaines suites sont croissantes, ou décroissantes, ou constantes à partir d'un certain rang n_0.
- Pour étudier la monotonie d'une suite (u_n), on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.

Sens de variation

(u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$

- ➔ La suite u est croissante lorsque pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \geqslant u_n$.
- ➔ La suite u est décroissante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leqslant u_n$.
- ➔ La suite u est constante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n$.

Remarques

- Une suite qui est ni croissante, ni décroissante (ni constante) est dite non monotone, sinon elle est dite monotone.
- Certaines suites sont croissantes, ou décroissantes, ou constantes à partir d'un certain rang n_0.
- Pour étudier la monotonie d'une suite (u_n), on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.

Sens de variation

(u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$

- ➔ La suite u est croissante lorsque pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \geqslant u_n$.
- ➔ La suite u est décroissante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leqslant u_n$.
- ➔ La suite u est constante lorsque que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n$.

Exemple

Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 1$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = 2(n+1) + 1 = 2n + 3$$

Donc

$$u_{n+1} - u_n = 2n + 3 - (2n+1) = 2 \geqslant 0$$

Par conséquent pout tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} \geqslant u_n$$

Donc u est une suite croissante.

Cas particulier des suites définies par une formule explicite

Dans ce cas, on peut utiliser les variations de f

Soit u une suite définie par une **formule explicite**, $u_n = f(n)$ où f est une fonction définie sur $[0\,;+\infty[$:

- ➔ Si f est croissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est croissante.
- ➔ Si f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est décroissante.

Cas particulier des suites définies par une formule explicite

Dans ce cas, on peut utiliser les variations de f

Soit u une suite définie par une **formule explicite**, $u_n = f(n)$ où f est une fonction définie sur $[0\,;+\infty[$:

- ➔ Si f est croissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est croissante.
- ➔ Si f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est décroissante.

Exemple

Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2$.
$u_n = f(n)$, f étant la fonction carré.
Or on sait que la fonction carré est croissante sur $[0\,;+\infty[$, donc la suite u est croissante.

Cas particulier des suites définies par une formule explicite

Dans ce cas, on peut utiliser les variations de f

Soit u une suite définie par une **formule explicite**, $u_n = f(n)$ où f est une fonction définie sur $[0\,;+\infty[$:

- ➔ Si f est croissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est croissante.
- ➔ Si f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est décroissante.

Remarque

La réciproque est fausse :
La suite u peut être croissante sans que la fonction f le soit.

Cas particulier des suites définies par une formule explicite

Dans ce cas, on peut utiliser les variations de f

Soit u une suite définie par une **formule explicite**, $u_n = f(n)$ où f est une fonction définie sur $[0\,;+\infty[$:

- ➔ Si f est croissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est croissante.
- ➔ Si f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$ alors u est décroissante.

Exercice

Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{1}{n}$.
Etudier le sens de variation de la suite u.

FIN

Revenir au début