Chapitre 4 : Probabilités conditionnelles

Cours 3 : Indépendance en probabilité

R. KHODJAOUI

Lycée J.J. HENNER - Première D

Samedi 16 novembre 2019

Sommaire

Événements indépendants

Définition

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles.
On dit que A et B sont **indépendants** lorsque :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Événements indépendants

Propriété

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles.
A et B sont indépendants si, et seulement si $P_A(B) = P(B)$.
(ou alors $P_B(A) = P(A)$)

Événements indépendants

Propriété

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles.
A et B sont indépendants si, et seulement si $P_A(B) = P(B)$.
(ou alors $P_B(A) = P(A)$)

Preuve

A et B sont indépendants signifie que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Or, on sait que $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$. Ainsi :

$$\begin{aligned}
\text{A et B sont indépendants} &\Leftrightarrow P(A) \times P_A(B) = P(A) \times P(B) \\
&\Leftrightarrow P_A(B) = \frac{P(A) \times P(B)}{P(A)} \quad (\text{car } P(A) \neq 0) \\
&\Leftrightarrow P_A(B) = P(B)
\end{aligned}$$

Événements indépendants

Propriété

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles.
A et B sont indépendants si, et seulement si $P_A(B) = P(B)$.
(ou alors $P_B(A) = P(A)$)

Remarque

Si A et B sont des événements indépendants alors A et $\overline{B}$ sont aussi indépendants.

Événements indépendants

Propriété

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles.
A et B sont indépendants si, et seulement si $P_A(B) = P(B)$.
(ou alors $P_B(A) = P(A)$)

Exemple

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

- L'événement A « la carte tirée est un as » a pour probabilité $P(A) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$
- L'événement B « la carte tirée est un coeur » a pour probabilité $P(B) = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$
- L'événement $A \cap B$ est « la carte tirée est l'as de coeur » de probabilité $\dfrac{1}{32}$

Événements indépendants

Propriété

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles.
A et B sont indépendants si, et seulement si $P_A(B) = P(B)$.
(ou alors $P_B(A) = P(A)$)

Exemple

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

- L'événement A « la carte tirée est un as » a pour probabilité $P(A) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$
- L'événement B « la carte tirée est un coeur » a pour probabilité $P(B) = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$
- L'événement $A \cap B$ est « la carte tirée est l'as de coeur » de probabilité $\dfrac{1}{32}$

Événements indépendants

Propriété

Soient A et B deux événements de probabilités non nulles.
A et B sont indépendants si, et seulement si $P_A(B) = P(B)$.
(ou alors $P_B(A) = P(A)$)

Exemple

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

- L'événement A « la carte tirée est un as » a pour probabilité $P(A) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$
- L'événement B « la carte tirée est un coeur » a pour probabilité $P(B) = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$
- L'événement $A \cap B$ est « la carte tirée est l'as de coeur » de probabilité $\dfrac{1}{32}$

Événements indépendants

Bilan exemple

$P(A) = \dfrac{1}{8}$, $P(B) = \dfrac{1}{4}$ et $P(A \cap B) = \dfrac{1}{32}$.
Ainsi $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
D'où :

- Les événements A et B sont indépendants.
- La probabilité de tirer un as dans le jeu, $P(A)$, est égale à la probabilité de tirer un as parmi les coeurs, $P_B(A)$.

Définition

On appelle **succession de deux épreuves indépendantes** la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire deux fois, les résultats de la première épreuve n'influençant pas ceux de la seconde.

Définition

On appelle **succession de deux épreuves indépendantes** la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire deux fois, les résultats de la première épreuve n'influençant pas ceux de la seconde.

Remarques

- Lors de la succession de deux épreuves indépendantes, les probabilités de chaque issue ne changent pas.
- On peut assimiler une succession de deux épreuves indépendantes à deux tirages successifs avec remise.
- On représente une succession de deux épreuves indépendantes par un arbre pondéré à deux niveaux. Les événements et leur probabilités restent les mêmes entre le premier niveau et le second niveau de l'arbre.

Définition

On appelle **succession de deux épreuves indépendantes** la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire deux fois, les résultats de la première épreuve n'influençant pas ceux de la seconde.

Remarques

- Lors de la succession de deux épreuves indépendantes, les probabilités de chaque issue ne changent pas.
- On peut assimiler une succession de deux épreuves indépendantes à deux tirages successifs avec remise.
- On représente une succession de deux épreuves indépendantes par un arbre pondéré à deux niveaux. Les événements et leur probabilités restent les mêmes entre le premier niveau et le second niveau de l'arbre.

Définition

On appelle **succession de deux épreuves indépendantes** la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire deux fois, les résultats de la première épreuve n'influençant pas ceux de la seconde.

Remarques

- Lors de la succession de deux épreuves indépendantes, les probabilités de chaque issue ne changent pas.
- On peut assimiler une succession de deux épreuves indépendantes à deux tirages successifs avec remise.
- On représente une succession de deux épreuves indépendantes par un arbre pondéré à deux niveaux. Les événements et leur probabilités restent les mêmes entre le premier niveau et le second niveau de l'arbre.

Définition

On appelle **succession de deux épreuves indépendantes** la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire deux fois, les résultats de la première épreuve n'influençant pas ceux de la seconde.

Exemple

Une urne contient deux boules vertes et une rouge. On tire successivement et **avec remise** deux boules.

- Le tirage est avec remise donc les épreuves sont indépendantes.
- Dans la représentation par arbre, les probabilités sont identiques dans les deux niveaux.

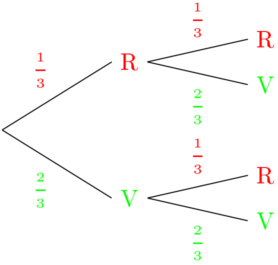
Définition

On appelle **succession de deux épreuves indépendantes** la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire deux fois, les résultats de la première épreuve n'influençant pas ceux de la seconde.

Exemple

Une urne contient deux boules vertes et une rouge. On tire successivement et **avec remise** deux boules.

- Le tirage est avec remise donc les épreuves sont indépendantes.
- Dans la représentation par arbre, les probabilités sont identiques dans les deux niveaux.



FIN

Revenir au début