

# Mathématiques pour l'écologie

Simuler des écosystèmes désertiques

---

Sophie Donnet (INRAE)

# Inspiré d'un travail multidisciplinaire



B. Pichon

ISEM



S. Donnet

MIA Paris Saclay



I. Gounand

IEES



S. Kéfi

ISEM

1. Introduction
2. Les données Biocom
3. Un modèle minimal des dynamiques de végétation
4. Résultats de l'inférence
5. Prédire le futur de ces écosystèmes

# Zones arides

- Zones arides : environnements aux ressources limitées
- Végétation spatialement organisée



Nigerian bush



Departamento de Potosí, Bolivia

Organisation est dûe à la biologie et notamment aux interactions entre plantes

# Plantes tolérantes au stress



- Facilitent leur environnement local en augmentant l'infiltration d'eau, en fournissant de l'ombre et en augmentant la disponibilité des nutriments locaux. [1, 6, 3, 5, 8]
- Le mécanisme conduit à l'agrégation des plantes en patches séparés par des zones de sol nu (mosaïque à deux phases)

# Objectifs du travail

Zones arides : des écosystèmes fragiles qui peuvent se dégrader  
brutalement

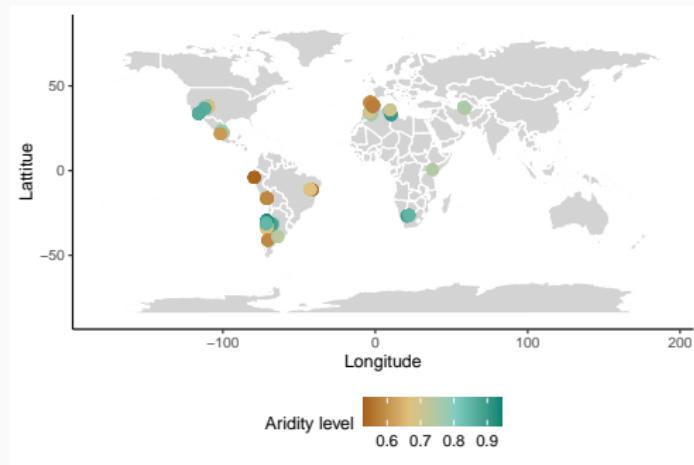
**Idée** : la répartition spatiale des plantes pourrait être un indicateurs de l'approche des points de basculement vers la dégradation des écosystèmes



**But** : Utiliser ces motifs spatiaux pour estimer une distance à l'effondrement à partir d'images satellites des zones arides

# Les données Biocom. i

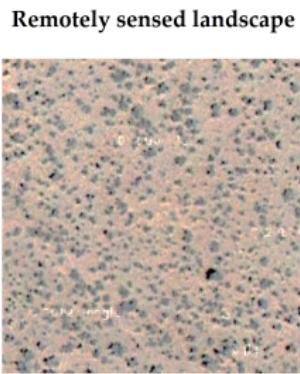
- 293 images réparties sur 115 sites autour du globe (13 countries)



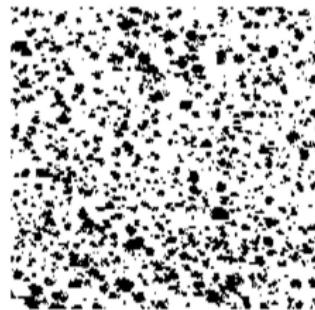
- Paysages 50m × 50m
- Résolution suffisante pour identifier les patches de végétation (résolution spatiale  $\leq 0.3$  mètres par pixel).

## Les données Biocom. ii

- Binarisation des images



Binarized landscape



## Pourquoi un modèle

- **Hypothèse** : chaque image est la réalisation d'un processus aléatoire qui obéit à des principes d'écologie
- Simplification de la réalité
- Suffisamment complexe pour représenter la réalité

# Notre modèle minimal

Variation autour de [2, 9]

- Vise à imiter les écosystèmes stressés tels que les zones arides ou les marais salants :
- Automate cellulaire stochastique qui décrit l'évolution temporelle d'un paysage
- Image :  $C \times C$  ( $C = 100$ ) cellules qui peuvent se trouver dans deux états possibles  $I_i(t)$ .
  - soit colonisé par la végétation ( $V$ )
  - soit vide ( $E$ ).
- 1 cellule : une plante individuelle (typiquement dans les zones arides entre  $0.25m^2$  et  $1m^2$ ).

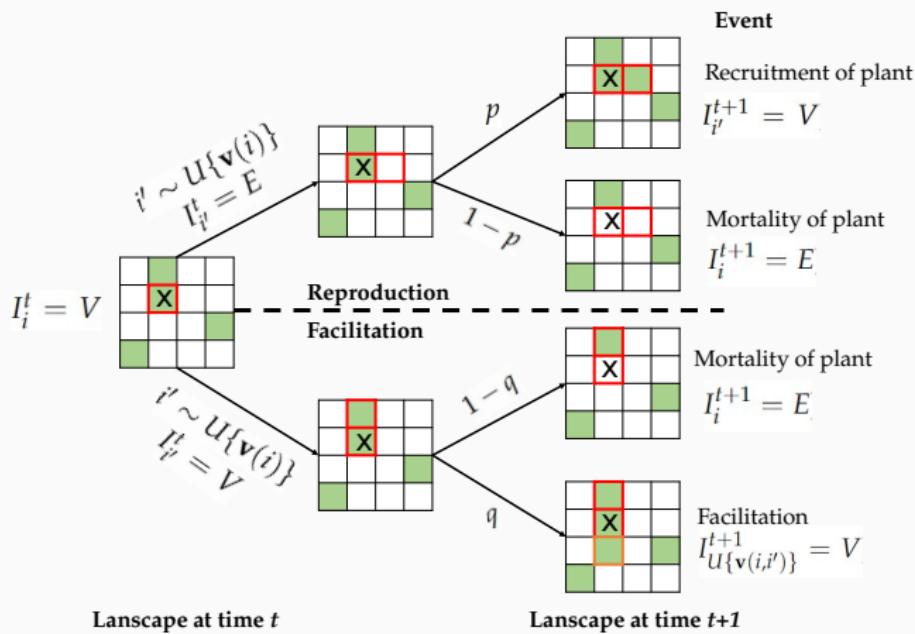
## Un modèle à deux paramètres

A chaque pas de temps  $t$ , l'état des cellules  $I_i(t)$  dans le paysage change en fonction de deux paramètres de probabilité :

- $p$  la reproduction locale de la végétation,
- $q$  un paramètre d'agrégation spatiale qui quantifie l'auto-organisation spatiale.

$$\forall i \mid I_i(t) = V$$

Perform the following simulations



jusqu'à stationnarité

## Exemples de simulations



$\uparrow p, \downarrow q$



$\uparrow q, \downarrow p$

# Nos objectifs

## D'ici la fin de la semaine

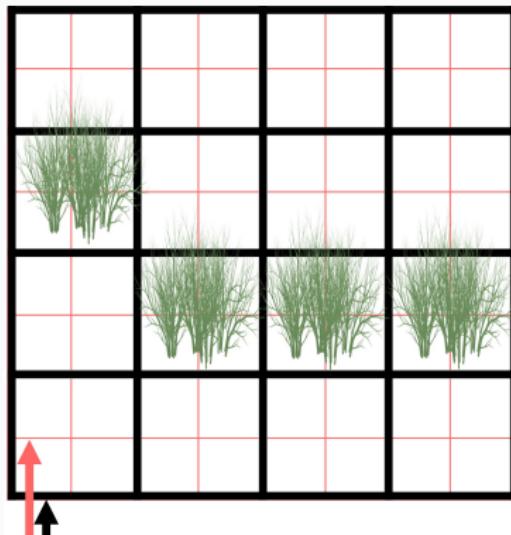
Ecrire un code Python qui permet de générer des paysages désertiques

1. S'entraîner à Python, à l'aléatoire et à la modélisation sur un modèle de marche aléatoire
2. Coder le modèle décrit précédemment
3. Comprendre comment il se comporte quand je change les paramètres
4. \*
5. Décrire les données "images" à notre disposition

1. Introduction
2. Les données Biocom
3. Un modèle minimal des dynamiques de végétation
4. Résultats de l'inférence
5. Prédire le futur de ces écosystèmes

1. Introduction
2. Les données Biocom
3. Un modèle minimal des dynamiques de végétation
4. Résultats de l'inférence
5. Prédire le futur de ces écosystèmes

# Echelle d'observation



Scale of the model: a pixel corresponds to a plant

Scale of the observation: a pixel does not correspond to a plant

$\eta^2$  : nombre de pixels inclus dans une cellule biologique.

# Formalisation

Pour chaque photo  $\ell$  :

$$\begin{aligned} Y_{\ell,\bullet}(t) &= F_{\mathcal{O}}(I_{\ell,\bullet}(t), \eta_\ell) \\ I_{\ell,\bullet}(t) &\sim \mathcal{M}_V(p_\ell, q_\ell) \\ \theta_\ell &= (p_\ell, q_\ell, \eta_\ell) \end{aligned}$$

- Model  $\mathcal{M}(\theta)$
- “Easy” to simulate

# Estimation des paramètres

$$\ell = 170\text{-}b$$



$$\ell = 116\text{-}c$$



Valeurs probables de  $(p,q)$  pour chaque paysage?

# ABC inference

## Approximate Bayesian Inference

Soit  $Y^{obs}$  l'image qui nous intéresse.

### For all $m = 1, \dots, M$

- Génération de paramètres “au hasard”

$$\theta^{(m)} = (p^{(m)}, q^{(m)}, \eta^{(m)}) \sim \text{prior}$$

- Simulation de données fictives pour ces paramètres

$$Y^{(m)} \mid \theta^{(m)} \sim \mathcal{M}(\theta^{(m)})$$

- Si l'image simulée ressemble à la “vraie” image, on garde le paramètre  $\theta^{(m)}$ ,
- Sinon on le rejette

L'échantillon obtenu ainsi est appelé “échantillon sous la loi a posteriori”

# Comment quantifier la ressemblance ?

## Définition d'une discrépance

Repose sur 11 statistiques spatiales qui résument la complexité de la structuration spatiale.

- **Le couvert végétal** (3 statistiques)
- **L'aggrégation** (4 statistics) : R-package spatialwarnings [4].
- **La distribution de la taille des patchs** (4 statistiques)

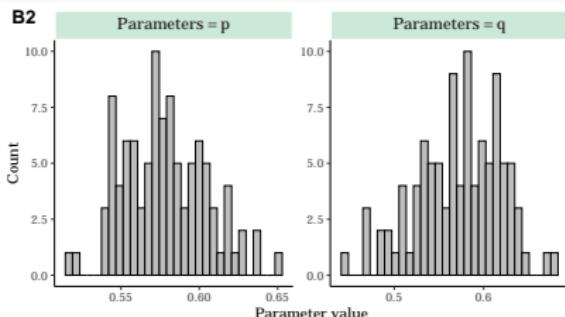
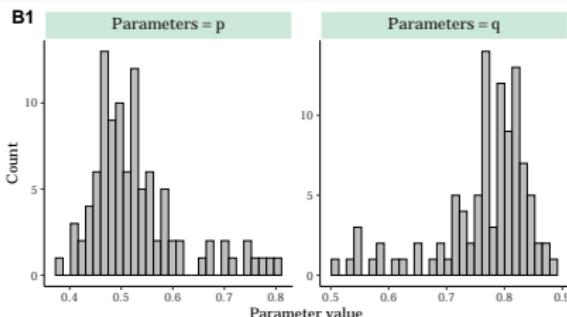
## Validation de la méthode d'inférence

Ici  $M = 367500$

- On fabrique des fausses données  $Y^{obs}$  sous notre modèle ou sous un autre
- Pour ces données on connaît ses paramètres  $p^*, q^*$
- On les oublie et on applique ABC pour essayer de les retrouver
- On valide la méthode d'inférence si on est capable de retrouver les paramètres

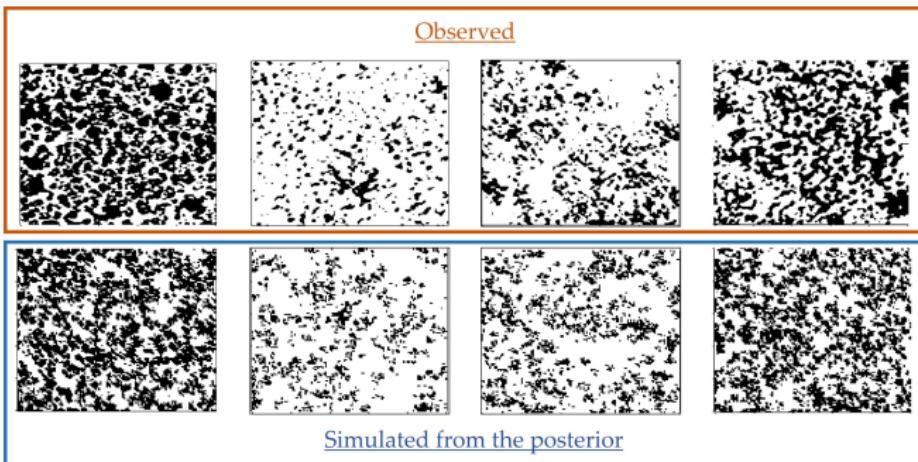
1. Introduction
2. Les données Biocom
3. Un modèle minimal des dynamiques de végétation
4. Résultats de l'inférence
5. Prédire le futur de ces écosystèmes

# Deux exemples de l'inférence a posteriori

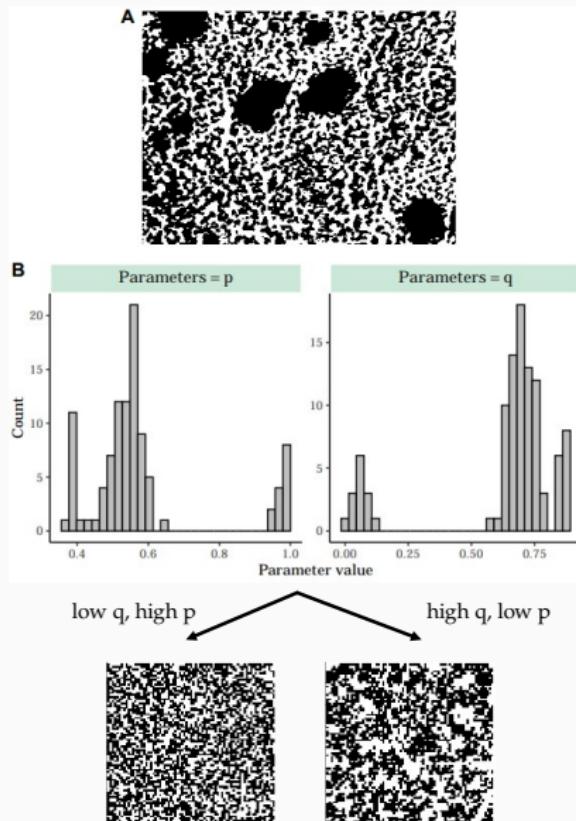


Exemples de distributions a posteriori des deux paramètres ( $p, q$ ) pour deux sites à structure spatiale contrastée (170-b et 116-c de BIOCOP [7]).

# Simulation sur la loi prédictive a posteriori

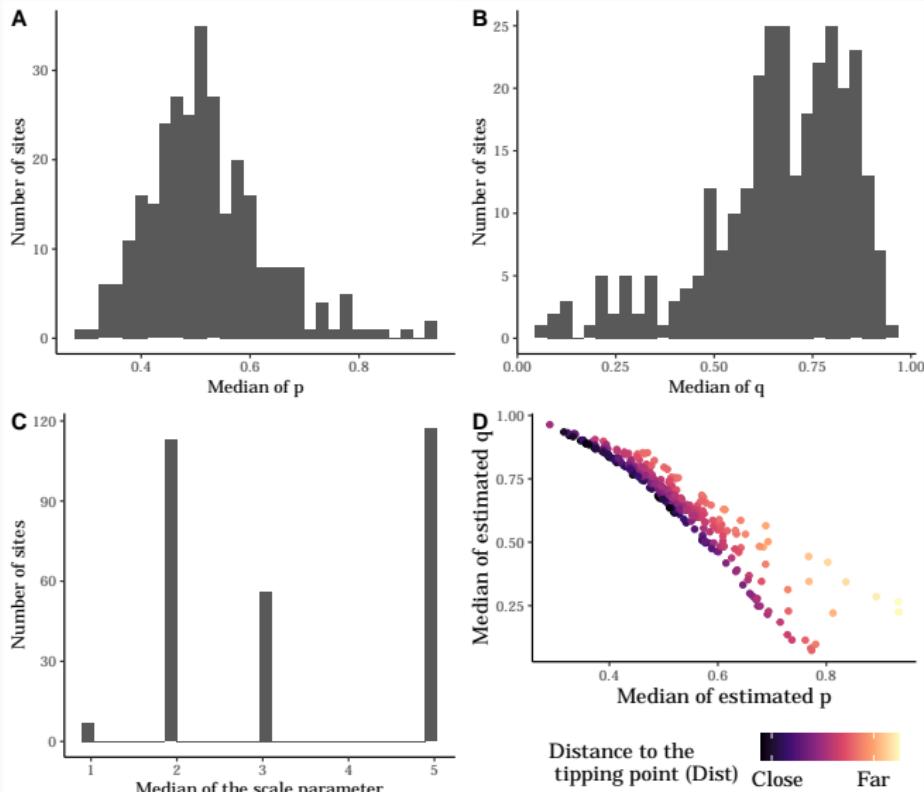


# Quand on échoue



# Global estimation

Considering all the landscapes



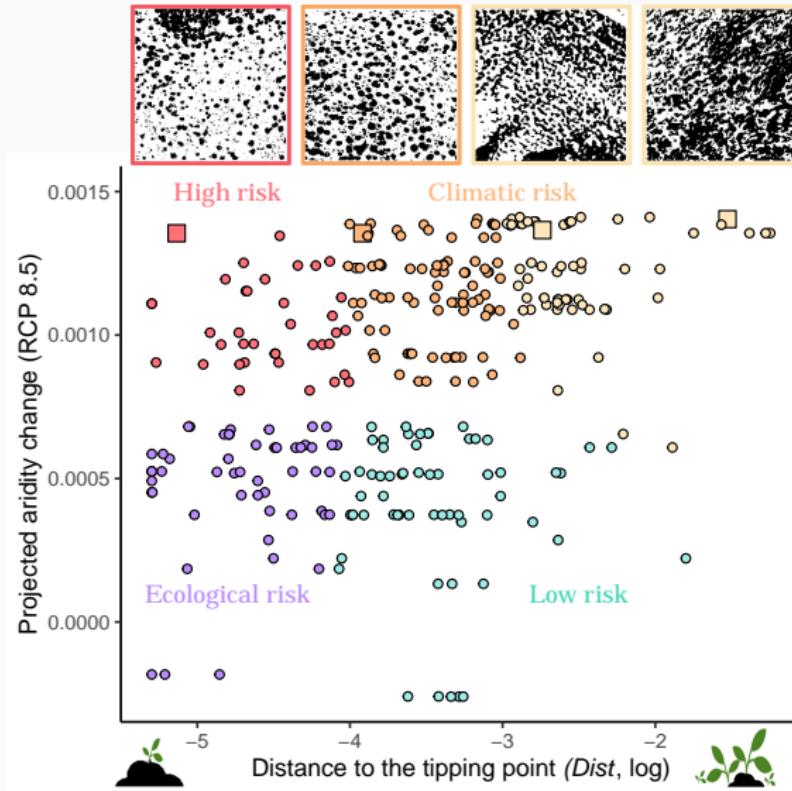
1. Introduction
2. Les données Biocom
3. Un modèle minimal des dynamiques de végétation
4. Résultats de l'inférence
5. Prédire le futur de ces écosystèmes

# Simuler l'augmentation d'un stress abiotique

- **Objectif** : comment les écosystèmes observés évolueront-ils en cas d'augmentation du stress abiotique ?
- **Scénario** : diminuer le paramètre lié à la reproduction des plantes ( $p$ ).
- **Méthode**
  - Pour chaque paysage  $\ell$  et échantillon  $\theta_\ell^{(m)}$  de la distribution postérieure : diminuer  $p_\ell^{(m)}$  avec des pas fixes (0.005) jusqu'à ce que nous ayons atteint une végétation de 0.
  - $p_{\text{crit},\ell}^{(m)}$  : valeur maximale du paramètre  $p$  pour laquelle il y a encore de la végétation.
  - Distance par rapport au point de désertification

$$Dist_\ell^{(m)} = p_\ell^{(m)} - p_{\text{crit},\ell}^{(m)}.$$

# Distance versus projected aridity



# Conclusion

- Un modèle simple mais identifiable
- Première méthode pour comparer la fragilité des écosystèmes
- On pourrait vouloir considérer deux tailles de végétation (arbres et herbes)
- D'autres pressions telles que le pâturage pourraient être prises en compte ?



Article soumis : *Estimating distances to tipping points from dryland ecosystem images*, B. Pichon, S. Donnet, I. Gounand, S. Kéfi. [bioRxiv](#)

# References i

-  P. Choler, R. Michalet, Ragan, , and C. MR.  
**Facilitation and competition on gradients in alpine plant communities.**  
*Ecology*, 82 :3295–3308, Dec. 2001.
-  S. Eby, A. Agrawal, S. Majumder, A. P. Dobson, and V. Guttal.  
**Alternative stable states and spatial indicators of critical slowing down along a spatial gradient in a savanna ecosystem.**  
*Global Ecology and Biogeography*, 26(6) :638–649, June 2017.
-  J. Flores and E. Jurado.  
**Are nurse-protégé interactions more common among plants from arid environments ?**  
*Journal of Vegetation Science*, 14(6) :911–916, Dec. 2003.
-  A. Génin, S. Majumder, S. Sankaran, A. Danet, V. Guttal, F. D. Schneider, and S. Kéfi.  
**Monitoring ecosystem degradation using spatial data and the R package spatialwarnings.**  
*Methods in Ecology and Evolution*, 9(10) :2067–2075, Oct. 2018.
-  Q. He, B. Cui, M. D. Bertness, and Y. An.  
**Testing the importance of plant strategies on facilitation using congeners in a coastal community.**  
*Ecology*, 93(9) :2023–2029, 2012.
-  P. Liancourt, R. M. Callaway, and R. Michalet.  
**Stress tolerance and competitive-response ability determine the outcome of biotic interactions.**  
*Ecology*, 86(6) :1611–1618, 2005.

## References ii



Miguel Berdugo, Sonia Kéfi, Santiago Soliveres codina, and Fernando T. Maestre.

Data from "Berdugo, M.; Kéfi, S.; Soliveres, S.; Maestre, F.T. Plant spatial patterns identify alternative ecosystem multifunctionality states in global drylands. *Nature Ecology & Evolution* 1 : 0003. 2017. doi :10.1038/s41559-016-0003", Jan. 2017.



M. Qi, T. Sun, S. Xue, W. Yang, D. Shao, and J. Martínez-López.

**Competitive ability, stress tolerance and plant interactions along stress gradients.**

*Ecology*, 99(4) :848–857, Apr. 2018.



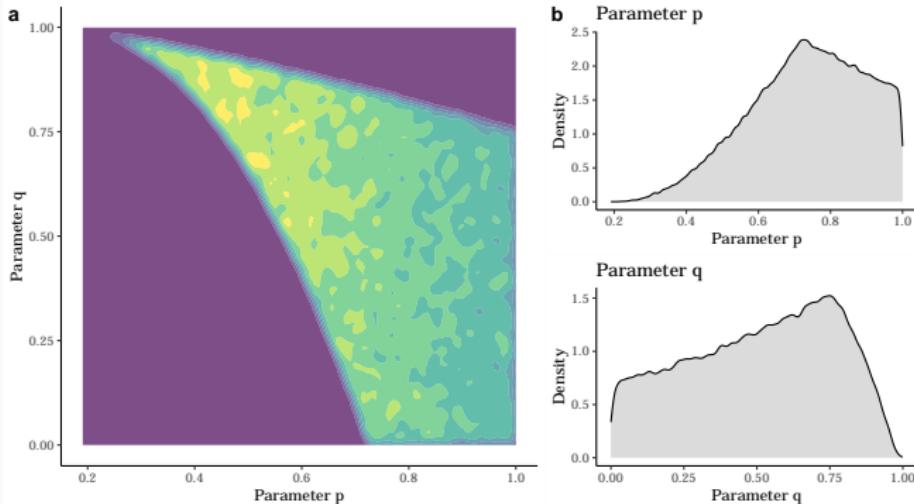
S. Sankaran, S. Majumder, A. Viswanathan, and V. Guttal.

**Clustering and correlations : Inferring resilience from spatial patterns in ecosystems.**

*Methods in Ecology and Evolution*, 10(12) :2079–2089, Dec. 2019.

# Prior distribution

$$\eta \sim \mathcal{U}_{\{1, \dots, 5\}}$$



Prior ensures that vegetation cover  $\in [0.05, 0.9]$