Одномерные методы оптимизации второго порядка

Задача оптимизации — это задача при решении которой требуется добиться минимума (реже максимума) некоторого критерия при заданных ограничениях. [2]

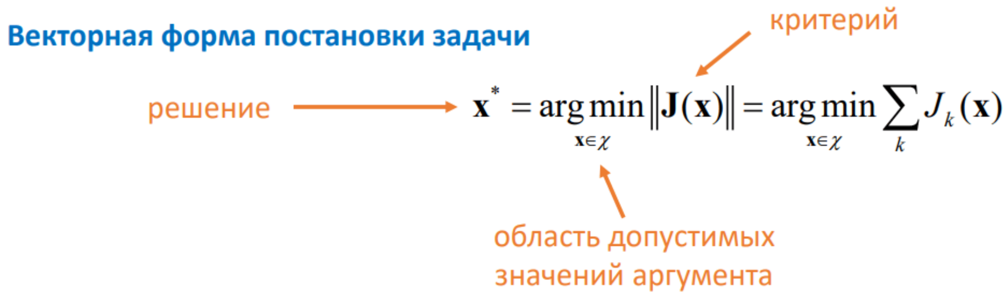

Рисунок 1 – Векторная форма постановки задачи

Методы второго порядка — это методы поиска экстремума функций нескольких переменных, где шаг поиска минимума определяется матрицей Гессе:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{x}_{k-1})\nabla f(\mathbf{x}_{k-1}), \tag{1}$$

где $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$ — матрица Гессе:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}_k}.$$

Основным таким методом является **метод Ньютона—Рафсона**:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda_k \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{x}_k)\nabla f(\mathbf{x}_k), \tag{2}$$

где λ_k находится из решения оптимизационной задачи:

$$\lambda_k = \arg\min_{\lambda_k} f\left(\mathbf{x}_k + \lambda_k \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{x}_k)\nabla f(\mathbf{x}_k)\right). \tag{3}$$

Проблемы применения методов второго порядка:

1. вычисление матрицы Гессе (большой объем вычислений, особенно численных);
2. вычисление обратной матрицы Гессе (большой объем вычислений, потенциальная неустойчивость). [2]

Список использованных источников

[1] И.В. Гребенникова. *Методы оптимизации: учебное пособие.* Екатеринбург: УрФУ, 2017. — 148 с. ISBN 978-5-7996-2090-5.

[2] Масленников, А.Л. *Методы вычислений: Численные методы поиска экстремумов функций.* Презентация, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023.

О.Н. Талышева ИУ7-55Б