ЗАДАНИЕ
на лабораторные работы №2

Тема: Программно- алгоритмическая реализация методов Рунге-Кутта 2-го и 4-го порядков точности при решении системы ОДУ .

Цель работы. Получение навыков разработки алгоритмов решения задачи Коши при реализации моделей, построенных на системе ОДУ, с использованием метода Рунге-Кутта 2-го и 4-го порядков точности.

Исходные данные.

1. Дано дифференциальное уравнение второго порядка с соответствующими краевыми условиями, описывающее радиационный перенос в цилиндре, заполненном излучающим высокотемпературным газом

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{1}{k(r)}\frac{du}{dr}\right)=3r\,k(r)(u-u_p).$$

$$0\le r\le R$$

При $r=0,\quad \dfrac{du}{dr}=0,$

$$r=R,\quad -\frac{1}{3k(R)}\frac{du}{dr}=0.39\cdot u(R).$$

Обозначения:

$u(r)$ **-искомая функция**, объемная плотность энергии излучения в Дж/ см^3,

$k(r)\equiv k(T(r))$-коэффициент поглощения, зависящий от температуры, 1/см. Варианты задания данного коэффициента представлены в таблице1

Таблица 1

№	T, K	$k(T)$	
		Вариант 1	Вариант 2
1	2000	8.200E-03	1.600E+00
2	3000	2.768E-02	5.400E+00
3	4000	6.560E-02	1.280E+01
4	5000	1.281E-01	2.500E+01
5	6000	2.214E-01	4.320E+01
6	7000	3.516E-01	6.860E+01
7	8000	5.248E-01	1.024E+02
8	9000	7.472E-01	1.458E+02
9	10000	1.025E+00	2.000E+02

Замечания.

1. При сведении исходного уравнения к системе уравнений 1-го порядка замену переменных выполнить по формуле

$$-\frac{c}{3k(r)}\frac{du}{dr}=F$$

В этом случае новая переменная F будет иметь физический смысл потока излучения (Вт/ см^2).

2. При интерполяции по таблице1 целесообразно сделать замену переменных, позволяющую выполнять данную процедуру полиномом 1-й степени

$$\xi=\ln(T),\quad \eta=\ln(k),$$

R, c -радиус цилиндра и скорость света. $c=3\cdot 10^{10}$ см/с,

$u_p(r)$ - функция Планка, при этом $u_p(r)=\dfrac{3.084\cdot 10^{-4}}{\exp(4.799\cdot 10^4/T(r))-1}$

$T(r)$ - температурное поле в цилиндре (задано):

$$T(r)=(T_w-T_0)\left(\frac{r}{R}\right)^p+T_0 .$$

Для отладки принять

$$R=0.35\,см,$$
$$T_w=2000\,K,$$
$$T_0=10^4\,K,$$
$$p=4$$

Замечание. Подбор начального условия для функции $u(r)$ при решении задачи методом стрельбы удобно проводить по формуле $u(0)=\chi u_p(0)$, где χ не превышает 1.

Результаты работы

1. Алгоритм и программа, реализующие решение сформулированной краевой задачи сведением ее к задаче Коши (метод стрельбы).

2. Графики зависимостей $F(r),\ u(r), u_p(r)$ от радиальной координаты r при заданных выше параметрах. Указать диапазон параметра χ, обеспечивающего получение решения.

3. Результаты исследования влияния параметров задачи на выходные данные, т.е. зависимости $F(r),\ u(r)$ от коэффициента $k(T)$ (изменяя данные в таблице 1), а также от $T_w, T_0, p,\ R$.

Вопросы при защите лабораторной работы.

1. Какие можно предложить способы тестирования программы? Можно ли получить аналитическое решение задачи, при каких условиях?
2. Приведите классификацию методов решения систем ОДУ для задачи Коши
3. Получите систему разностных уравнений для решения сформулированной задачи неявным методом Эйлера. Опишите алгоритм реализации полученных уравнений.
4. Получите систему разностных уравнений для решения сформулированной задачи неявным методом трапеций. Опишите алгоритм реализации полученных уравнений.
5. Из каких соображений проводится выбор численного метода того или иного порядка точности, учитывая, что чем выше порядок точности метода, тем он более сложен и требует, как правило, больших ресурсов вычислительной системы?

Методика оценки работы.

Модуль 2, срок - 12-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - оценка удовлетворительно.
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы- оценка отлично.