

ЗАДАНИЕ на лабораторную работу №1

Тема: Программная реализация приближенных аналитических и численного методов при решении задачи Коши для ОДУ.

Цель работы. Получение навыков решения задачи Коши для ОДУ методами Пикара и разложения решения в ряд Тейлора, а также явным методом Эйлера первого порядка точности.

Содержание работы

В задачах 1-3 найти частное решение для математической модели на основе ОДУ.

Задача 1. Найти первые четыре члена разложения в степенной ряд решения уравнения

$$4xu'' + 2u' + u = 0,$$
$$u(0)=1, \quad u'(0)=-0.5$$

Сравнить результаты расчетов по полученной формуле и численным методом Эйлера. Нарисовать график.

Задача 2. Найти аналитическое и приближенное методом Пикара решения уравнения

$$1 - 2xuu' = u^3 u',$$
$$u(0.5)=0.$$

Показать, что выражение, полученное методом Пикара, сходится к точному аналитическому решению.

Задача 3. Методами Пикара и Эйлера решить уравнение

$$u'(x) = x + u^3,$$
$$u(0)=0.$$

Построить таблицу, содержащую значения аргумента с заданным шагом в интервале $[0, x_{\max}]$ и результаты расчета функции $u(x)$ в приближениях Пикара (от 1-го до 4-го), а также численным методом Эйлера. Правую границу интервала x_{\max} определить как

максимально возможную при условии, что численный метод обеспечивает относительную точность решения уравнения $u(x)$, равную 10^{-4} .

Примерные вопросы при защите лабораторной работы.

1. Укажите интервалы значений аргумента, в которых можно считать решением заданного уравнения каждое из первых 4-х приближений Пикара, т.е. для КАЖДОГО приближения указать свои границы применимости. Точность результата оценивать до второй цифры после запятой.
2. Пояснить, каким образом можно обосновать правильность полученного результата при фиксированном значении аргумента в численных методах.
3. Получите решение задачи 1 методом Пикара.
4. Получите оценку точки разрыва решения уравнения из задачи 3.

Методика оценки работы.

Модуль 1, срок - 5-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - оценка удовлетворительно.
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы- оценка отлично.