ADM UE 3.64

a) $8x \equiv 4 \pmod{16}$

Ann $\exists x \in \mathbb{Z}: \overline{8x} = \overline{4}$ für $m=16$

$\overline{8} \cdot \overline{x} = \overline{4}$

$\overline{x} = \overline{4} \cdot \overline{8}^{-1}$ ↯ $ggT(8,16) \neq 1$

b)

$8x \equiv 4 \pmod{15}$

$\overline{x} = \overline{4} \cdot \overline{8}^{-1}$

$ggT(8,15) = 1$

$15 = 8 \cdot 1 + 7$

$8 = 7 \cdot 1 + \boxed{1} \to ggT$

$1 = 8 - 7 \cdot 1$

$= 8 - 1 \cdot (15 - 8 \cdot 1)$

$= 8 - 15 + 8$

$= 2 \cdot 8 - 15 \quad \Rightarrow \overline{8}^{-1} = \overline{2}$

$\overline{x} = \overline{4} \cdot \overline{2} = \underline{\underline{\overline{8}}}$

$\overline{64} = \overline{4} \pmod{15}$ 64 mod 15 = 4

$\overline{4} = \overline{4}$ ✓

ADM UE 3.11

1) Einzelfehler

$$\overset{n=1}{\uparrow}a_1 + \overset{n=3}{\uparrow}\underbrace{3\cdot a_2 + a_3 + \ldots + 3\cdot a_{12} + p}_{s} \equiv 0 \pmod{10}$$

$a,b \leq 9$

Ann: $\exists a,b \in \mathbb{N}_0,\ a\neq b: n\cdot a + s \equiv 0 \pmod{10} \wedge n\cdot b + s \equiv 0 \pmod{10}$

$\overline{n\cdot a+s} = \overline{n\cdot b+s} \quad /-\overline{s}$

$\overline{n\cdot a} = \overline{n\cdot b} \quad /\cdot\overline{n}^{-1} \quad$ (i)

$\overline{a} = \overline{b}$

(i)
1) $n=1 \quad ggT(1,10)=1$
2) $n=3 \quad ggT(3,10)=1$

(ii) $\overline{n}\cdot\overline{n}^{-1} = \overline{1}$

$\Rightarrow$
$a \equiv 0 \pmod{10}$
$b \equiv 0 \pmod{10}$

$\Rightarrow a = b$ ↯

2) Vertauschung mit $a=b$

$s+n\cdot a+m\cdot b \equiv 0 \mod 10 \Leftrightarrow s+n\cdot b+m\cdot a \equiv 0 \mod 10$

3) Vertauschung mit $a,b \in \mathbb{N},\ a,b \leq 9: b = a\pm 5$

$s+n\cdot a+m\cdot b \equiv s+n\cdot b+m\cdot a \pmod{10}$

$\Rightarrow$
$s+n\cdot a+m\cdot(a\pm 5) \equiv s+n\cdot(a\pm 5)+m\cdot a \pmod{10}$
$s+n\cdot a+m\cdot a \pm 5m \equiv s+n\cdot a \pm 5n + m\cdot a \pmod{10} \quad /-n\cdot a\ /-m\cdot a$

$\pm 5m \equiv \pm 5n \pmod{10}$

$\pm 5 \equiv \pm 5\cdot 3 \pmod{10} \quad /:3$

$\pm 5\cdot 7 \equiv \pm 5 \pmod{10}$

$\pm 35 \equiv \pm 5 \pmod{10}$

$\pm 5 \equiv \pm 5 \pmod{10}$ ✓

(i) $m=1, n=3$
$\vee$
$m=3, n=1$

(ii) $\overline{3}^{-1} = \overline{7}$

ADM

UE 3.81

$$(a \land \neg b) \land \neg c \iff a \land \neg(b \land \neg c)$$

a	b	c	$\neg b$	$(a \land \neg b)$	$\neg c$	$(a \land \neg b) \land \neg c$	$\neg c$	$b \land \neg c$	$\neg(b \land \neg c)$	$a \land \neg(b \land \neg c)$
W	W	W	F	F	F	F	F	F	W	W
W	W	F	F	F	W	F	W	W	F	F
W	F	W	W	W	F	F	F	F	W	W
W	F	F	W	W	W	W	W	F	W	W
F	W	W	F	F	F	F	F	F	W	F
F	W	F	F	F	W	F	W	W	F	F
F	F	W	W	F	F	F	F	F	W	F
F	F	F	W	F	W	F	W	F	W	F

↯

ADM UE 3.99

$A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$

A	B	C	$B \triangle C$	$A \cap (B \triangle C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \triangle (A \cap C)$
$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$
$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

ADM UE 3.109

$aRb \iff 3 \mid a^2 - b^2$

1) Reflexivität

$aRa \iff 3 \mid a^2 - a^2 \iff a^2 \equiv a^2 \pmod 3$ ✓

2) Symmetrie

$aRb \iff 3 \mid a^2 - b^2 \iff b^2 \equiv a^2 \pmod 3 \iff a^2 \equiv b^2 \pmod 3 \iff 3 \mid b^2 - a^2 \iff bRa$ ✓

3) Transitivität

$aRb \iff a^2 \equiv b^2 \pmod 3$

$bRc \iff b^2 \equiv c^2 \pmod 3$

$\Rightarrow a^2 \equiv b^2 \equiv c^2 \pmod 3 \Rightarrow a^2 \equiv c^2 \pmod 3$

4) Partitionen bilden

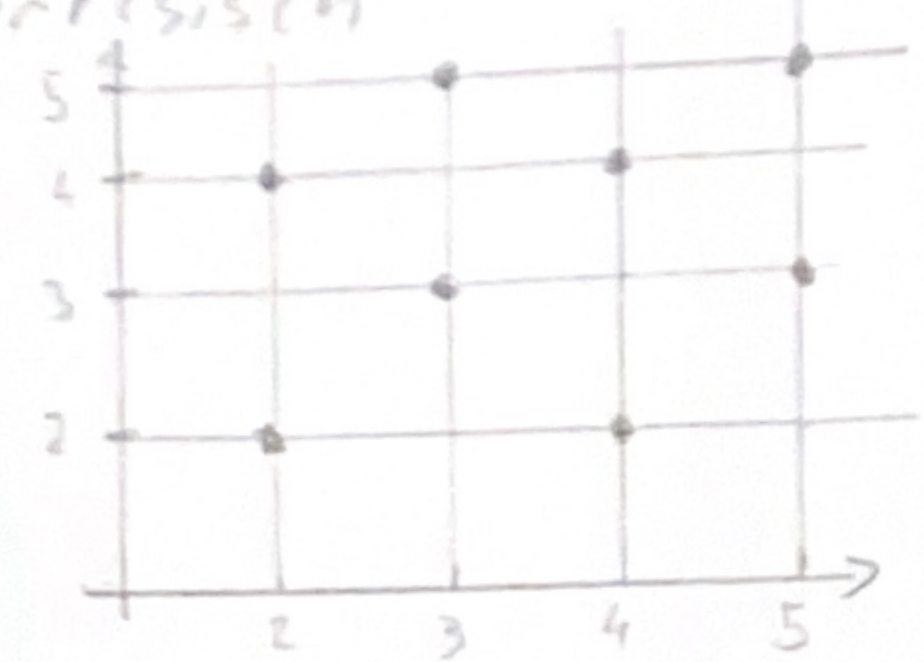
$K(0) = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \equiv 0^2 \pmod 3\} = \{\ldots, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \ldots\}$

$K(1) = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \equiv 1^2 \pmod 3\} = \{\ldots, -7, -5, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 5, 7, \ldots\}$

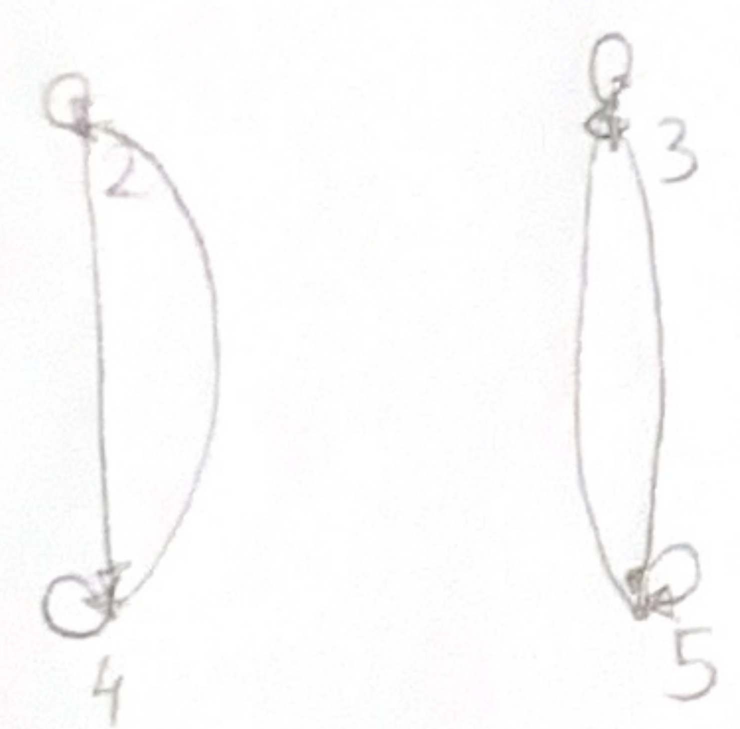
ADM UE 3.113

$mRn \Leftrightarrow m+n$ ist gerade für alle $m,n \in \{2,3,4,5\}$

1) Kartesisch



2) Graph



3)

Reflexiv

$mRm \Leftrightarrow 2 \mid m+m \Leftrightarrow 2 \mid 2m$ ✓

Symmetrisch

$mRn \Leftrightarrow 2 \mid m+n \Leftrightarrow 2 \mid n+m \Leftrightarrow nRm$ ✓

Transitiv

I: $mRn \Leftrightarrow 2 \mid m+n \Leftrightarrow m+n = k \cdot 2$

II: $nRx \Leftrightarrow 2 \mid n+x \Leftrightarrow n+x = l \cdot 2$

I+II: $(m+n)+(n+x) = k \cdot 2 + l \cdot 2$

$2n + m + x = k \cdot 2 + l \cdot 2$

$m + x = \underbrace{(k+l+n)}_{y} \cdot 2$

$m+x = y \cdot 2 \Rightarrow mRx$ ✓