杂然赋流形丶

谢邀 @Leurre　　创作声明：内容包含虚构创作

52 人赞同了该回答

Jumping 恒等式（Jumping identity）是人类数学史上的**一朵奇葩。**

本回答从 Jumping 恒等式出发，**证明费马大定理。**

“费马猜想”由17世纪法国数学家费马提出，即整数 $n>2$ 时，不定方程 $x^n+y^n=z^n$ 无正整数解。

> 费马表示“关于此，我已确信我发现一种美妙的证法，可惜这里的空白处太小，写不下。”

但直到三百多年后，才由英国数学家安德鲁·怀尔斯完成证明。

为了对费马猜想进行证明，需要使用一系列进阶数学知识，如代数几何中的椭圆曲线、模形式和分圆域理论，伽罗瓦理论和赫克代数等。但使用 Jumping 恒等式可以将证明过程**简化到大一高数范围。**

Hardy-Littlewood 圆法是处理解析数论整数解问题的一个有力工具，借助圆法可以将费马猜想转化为一个等价形式，

$$\int_0^1 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{2\pi i n^k x}\right)^2 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-2\pi i n^k x}\right) \mathrm{d}x = 0 \qquad (\star)$$

展开后利用 Fourier 基的正交性即可返回原始的费马猜想形式。

由 Jumping 恒等式，

$$\sum = \frac{\quad}{2}$$

我们可以将 $(\star)$ 式改写为

$$\int_0^1 \left(\frac{\infty}{2} \mathrm{e}^{2\pi i n^k x}\Big|_{n=1}\right)^2 \left(\frac{\infty}{2} \mathrm{e}^{-2\pi i n^k x}\Big|_{n=1}\right) \mathrm{d}x = 0$$

即

$$\Leftrightarrow \quad \int_0^1 \left(\frac{\infty}{2}\mathrm{e}^{2\pi i x}\right)^2 \left(\frac{\infty}{2}\mathrm{e}^{-2\pi i x}\right) \mathrm{d}x = 0$$

也即

$$\Leftrightarrow \quad \cancel{\left(\frac{\infty}{2}\right)^3} \int_0^1 \mathrm{e}^{2\pi i x}\,\mathrm{d}x = 0$$

由简单的积分知识可知，

$$\int_0^1 \mathrm{e}^{2\pi i x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2\pi i}\oint_{|z|=1} \mathrm{d}z = 0$$

至此，费马大定理得证！

编辑于 2024-06-22 18:59 · IP 属地北京

姜萍和雷绍武，谁的数学能力更胜一筹？

一个提出了Σ=1/2，一个提出了dv/dt=v/t，两人提出的数学公式哪个更能改变世界？