

Die Gesetze der Verteilung

Die gemeinsame Wurzel der Leonardo-Regel, des Pareto-Prinzips
und der Dunbar-Zahl

Inhalt

Die Gesetze der Verteilung	3
Die Verteilungsformel	3
Die Leonardo-Regel	4
Die Kombination der beiden	6
Das Pareto-Prinzip als Konsequenz	7
Die Dunbar-Zahl als Konsequenz	8
Folgen	9
Zusammenfassung	10

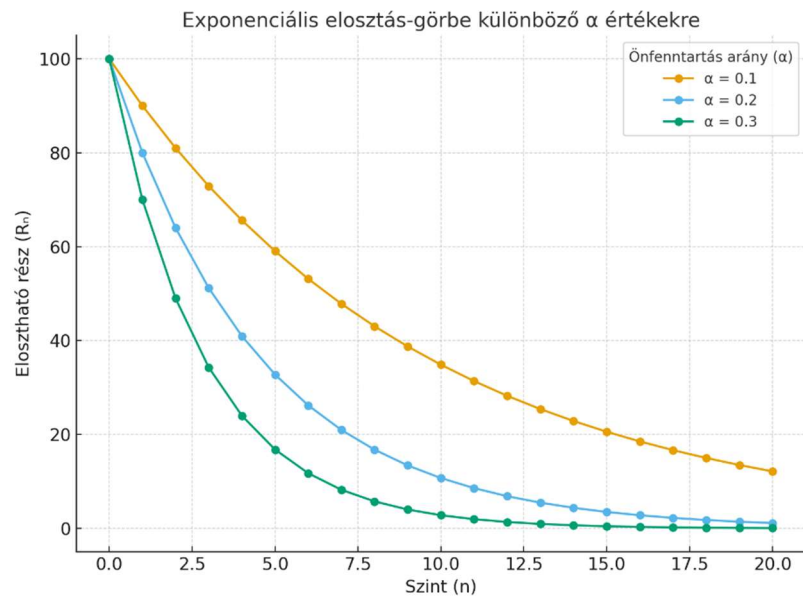
Die Gesetze der Verteilung

Eine der ältesten Fragen in lebenden und menschlichen Systemen ist, wie begrenzte Ressourcen so verteilt werden können, dass das System erhalten bleibt und jeder Endpunkt funktionsfähig bleibt. Auf den ersten Blick scheinen Bäume, Wirtschaftssysteme und soziale Netzwerke nichts gemeinsam zu haben. Doch bei genauerer Betrachtung offenbart sich eine gemeinsame Logik, die dasselbe Gesetz durchsetzt: Die Verteilung ist begrenzt, fraktal und strukturiert sich stets.

Die Verteilungsformel

Stellen wir uns vor, wir verfügen über eine bestimmte Menge an Ressourcen X . An jedem Verzweigungspunkt muss ein Anteil α für die Selbstversorgung zurückgehalten werden, und der Rest kann weitergegeben werden. Die auf diese Weise verteilte Energie oder Aufmerksamkeit wird mit jeder weiteren Ebene kleiner: An den Endpunkten kommt nur das an, was durch das gesamte Netzwerk gefiltert wurde. Dieser Prozess lässt sich mit einer einfachen Formel beschreiben: Der auf Ebene n verteilbare Anteil ist $(1 - \alpha)^n$, was dem System einen endlichen Bereich vorgibt.

$$R_n = X \cdot (1 - \alpha)^n$$



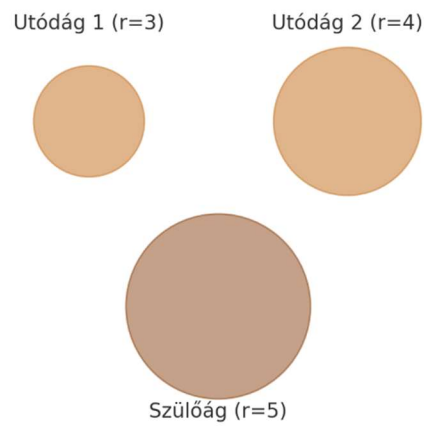
1. Ábra: Exponenciális eloszlás-görbe különböző α értékekre

Die Leonardo-Regel

In der Natur folgt man bei Bäumen, Blutgefäßen und Neuronen demselben geometrischen Gesetz: Die Querschnittsfläche des Elternasts entspricht der Summe der Querschnittsflächen seiner Tochteräste. Dies gewährleistet, dass das System weder zu stark ausdünn noch instabil wird. Die Verzweigungszahl k liegt typischerweise bei 2–3 und prägt die Struktur des gesamten Netzwerks maßgeblich.

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2$$

Leonardo-szabály: a szülőág keresztmetszete = utódágak összege



2. Ábra: Leonardo-szabály: a szülőág keresztmetszete = utódágak összege

Die Kombination der beiden

Vergleicht man die Verteilungsformel mit der Leonardo-Regel, wird deutlich: Der Anteil, der die Endpunkte erreicht, folgt stets der Form

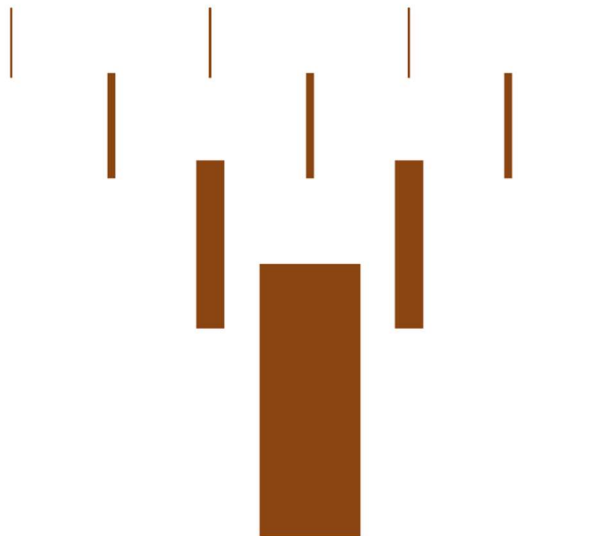
$$\frac{X \cdot (1 - \alpha)^L}{k^L}$$

wobei L die Anzahl der Ebenen ist. Daraus ergibt sich unmittelbar, dass jedes System eine maximale Anzahl von Endpunkten hat. Nicht, weil es „nicht mehr will“, sondern weil es die Physik und Geometrie nicht zulassen.

Formel:

$$\text{Endpunktanteil} = X \cdot \frac{(1 - \alpha)^L}{k^L}$$

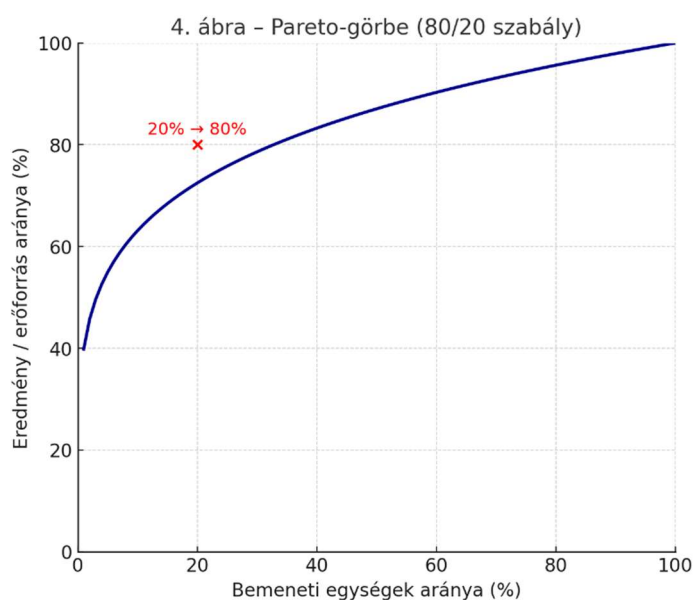
3. ábra - Háromszintes fraktálfa az elosztással



3. Ábra: Háromszintes fraktálfa az elosztással

Das Pareto-Prinzip als Konsequenz

Das Pareto-Prinzip ist keine empirische Regel, sondern das natürliche Ergebnis der Kombination aus Verteilungsformel und Leonardo-Regel. Das System wird kopflastig: In den oberen Ebenen erhalten wenige Knoten viele Ressourcen, während in den unteren Ebenen viele Endpunkte sich wenig teilen müssen. Daraus entsteht das bekannte 80/20-Verhältnis des Pareto-Prinzips: Wenige Einheiten tragen den Großteil des Gesamtwerts des Systems. Es ist keine Ausnahme – sondern eine notwendige Konsequenz. (Hinweis: Das von Pareto beobachtete Verhältnis passt nicht exakt zur Kurve; die Gründe dafür werde ich später ausführlich darlegen.

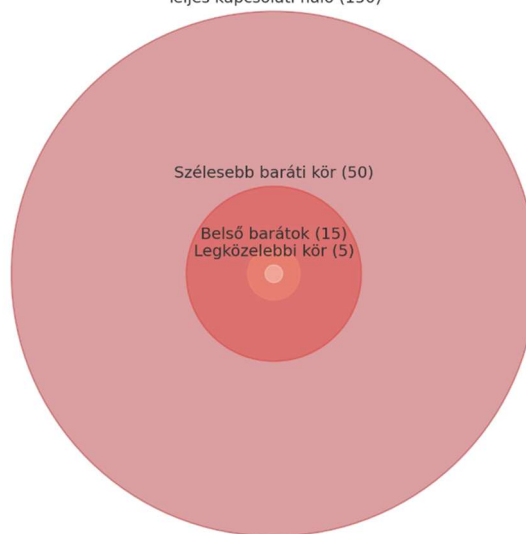


4. Ábra: Az elosztás normalizált százalékos reprezentációja

Die Dunbar-Zahl als Konsequenz

Auch menschliche Beziehungen sind keine Ausnahme. Aufmerksamkeit, Zeit und Energie sind ebenfalls teilbare Größen. Wenn jede Beziehung ein Mindestmaß an Aufmerksamkeit ε erfordert und jede Person einen Anteil α für sich selbst zurückbehält, ergibt sich mit der Zeit eine Grenze: die maximale Anzahl stabiler Beziehungen, die aufrechterhalten werden können. Dies ist die Dunbar-Grenze (~ 150), die durch zahlreiche Studien empirisch bestätigt wurde.

5. ábra - Dunbar-körök (kapcsolati rétegek)
Teljes kapcsolati háló (150)



5. Ábra: Dunbar-körök (kapcsolati rétegek)

Folgen

Es lohnt sich zu erkennen, dass jedes System auch eine Strategie wählt:

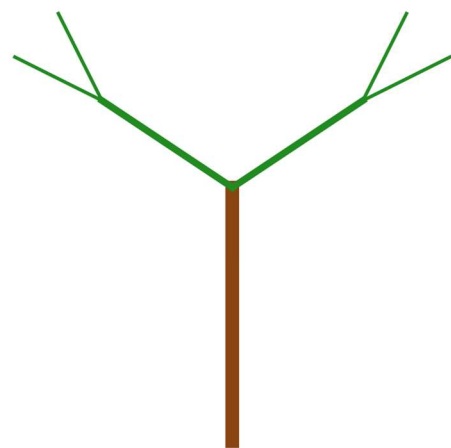
- **Hohe Bäume** mit wenigen Verzweigungen (kleines k) bilden lange Stämme und entfalten ihre Krone nur an der Spitze. Deshalb können sie Höhen von bis zu hundert Metern erreichen.
- **Breite Bäume** mit mehr Verzweigungen (größeres k) breiten sich weit aus, erreichen aber geringere Höhen.
- Auch menschliche Netzwerke zeigen ein ähnliches Muster: Der innere Kreis ist eng mit starken Beziehungen, der äußere Kreis weit, aber mit lockereren Verbindungen.

6. ábra – Fa-stratégiák összehasonlítása

Magas fa
(kevés elágazás)



Széles fa
(sok elágazás)

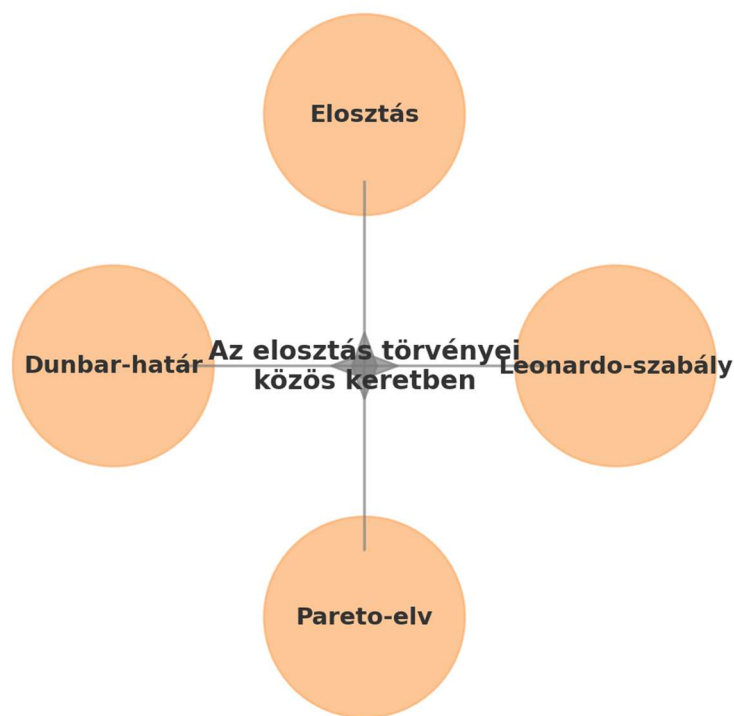


6. Ábra: Fa-stratégiák összehasonlítása

Zusammenfassung

Die Verteilungsformel, die Leonardo-Regel, das Pareto-Prinzip und die Dunbar-Zahl sind keine vier getrennten Welten, sondern unterschiedliche Ausdrucksformen desselben tieferliegenden Gesetzes. Eine einzige Logik beschreibt, wie ein System überleben kann, wie weit Ressourcen verteilt werden können und warum sich dieselben Muster in der Natur und Gesellschaft wiederholen. Dieser gemeinsame Deutungsrahmen ist nicht nur eine Erklärung – sondern eine Brücke: Die Verzweigungen eines Baumes, die wirtschaftliche Verteilung und menschliche Beziehungen geben alle dieselbe Antwort: **Wie kann das Ganze erhalten bleiben, wenn die Ressourcen begrenzt sind?**

7. ábra – Összegző keret



7. Ábra: Összegző keret: Az elosztás törvényei közös keretben