



**Universidade Federal de Uberlândia**  
Faculdade de Engenharia Elétrica  
FEELT

**CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS - MEDIDA  
DE POTÊNCIA COM 2 WATTÍMETROS**

Relatório da Disciplina de Experimental de Circuitos Elétricos II  
por

Lesly Viviane Montúfar Berrios  
11811ETE001

Prof. Wellington Maycon Santos Bernardes  
Uberlândia, Novembro / 2019

# Sumário

<b>1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Introdução teórica</b>	<b>2</b>
2.1	Carga em conexão em estrela . . . . .	3
2.2	Carga em conexão em delta ou triângulo . . . . .	4
2.3	Medição de potência pelo método dos 2 wattímetros . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Preparação</b>	<b>5</b>
3.1	Materiais e ferramentas . . . . .	5
3.2	Montagem . . . . .	6
3.2.1	Carga em estrela . . . . .	6
3.2.2	Carga em triângulo . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Análise sobre segurança</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Análise teórica do circuito</b>	<b>8</b>
5.1	Carga em estrela . . . . .	8
5.2	Carga em delta . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Cálculos, análise dos resultados e questões</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Simulação computacional</b>	<b>14</b>
7.1	Carga em conexão estrela . . . . .	14
7.2	Carga em conexão delta . . . . .	16
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>16</b>

# 1 Objetivos

Verificar experimentalmente os conceitos teóricos sobre os métodos utilizados para medir a potência ativa trifásica das cargas. Além disso, comparar os resultados com os valores obtidos utilizando uma análise teórica.

## 2 Introdução teórica

As primeiras linhas de transmissão de energia elétrica, que surgiram no final do século XIX, destinavam-se exclusivamente ao suprimento do sistema de iluminação, pequenos motores e sistema de tração (railway) e operavam em corrente contínua a baixa magnitude de tensão. A geração e transmissão usando os mesmos níveis de tensão das diferentes cargas restringiu a distância entre a planta de geração e os consumidores e a tensão da geração em corrente contínua não podia ser facilmente aumentada para a transmissão a grandes distâncias [1].

Para realizar uma transmissão de energia elétrica a grandes distâncias era necessário um nível elevado de magnitude de tensão, e essa tecnologia de conversão para corrente contínua não era viável naquela época. Por isso, foi necessária a mudança da transmissão de corrente contínua para corrente alternada, devido principalmente aos seguintes motivos:

- O desenvolvimento e uso dos transformadores, permitindo a transmissão a grandes distâncias usando altos níveis de tensão, reduzindo as perdas elétricas dos sistemas e a queda de tensão.
- A elevação/redução da magnitude de tensão é realizado com uma alta eficiência e a baixo custo através dos transformadores.
- Surgimento de geradores e motores em corrente alternada, construtivamente mais simples, eficientes e baratos que as máquinas em corrente contínua

Assim, a corrente alternada seria a melhor alternativa para a transmissão de energia elétrica à grandes distâncias. Além disso, introduz-se o conceito de gerador trifásico, ilustrado pela Figura 1, no qual três bobinas defasadas em  $120^\circ$  elétricos no espaço geram um conjunto de três tensões de mesmo valor máximo, defasadas de  $120$  graus elétricos no tempo.

Um gerador trifásico aproveita melhor o espaço físico, resultando em um gerador de tamanho reduzido e mais barato, comparado com os geradores monofásicos de igual potência, ademais são superiores aos motores monofásicos em rendimento, tamanho, fator de potência e capacidade de sobrecarga. Um sistema monofásico

precisa de dois condutores; e um sistema trifásico (perfeitamente balanceado) precisa de três condutores, porém conduz três vezes mais potência. Na prática, devido a pequenos desequilíbrios inevitáveis, os sistemas trifásicos contam com um quarto condutor, o neutro.

É possível conectar as bobinas de gerador trifásicos em configuração estrela ou delta, assim como a carga em *Conexão em estrela* (2.1) ou *Conexão em delta/triângulo* (2.2).

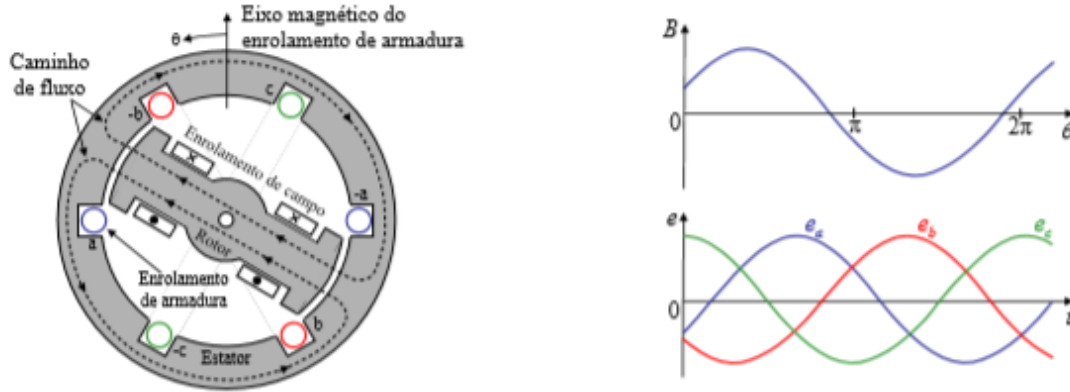


Figura 1: Geração de tensão alternada trifásica.

## 2.1 Carga em conexão em estrela

A carga em configuração estrela é caracterizada por uma tensão fase-neutro entre seus terminais e corrente de linha igual à corrente de fase ( $I_L = I_F$ ). Ademais, determina-se a tensão fase-fase ou de linha pela relação descrita na Figura 2 [2].

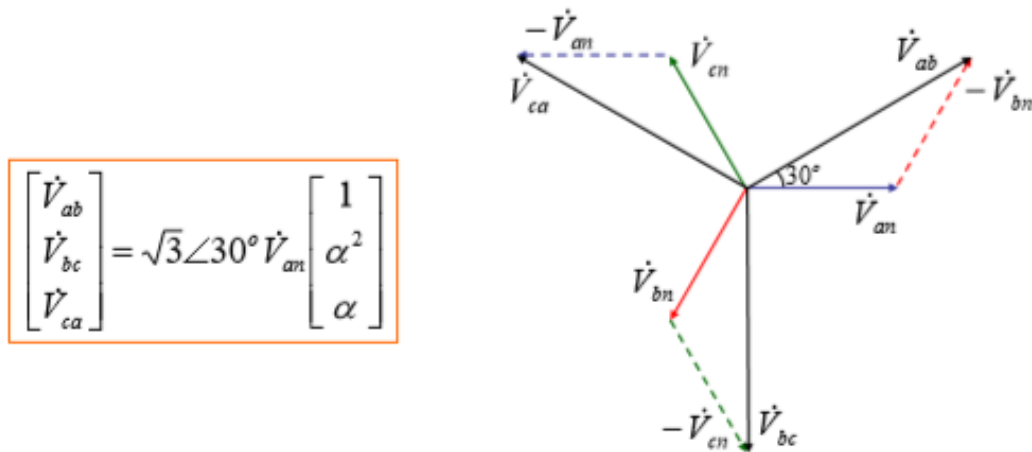


Figura 2: Relação entre tensão de linha e fase numa carga em estrela.

## 2.2 Carga em conexão em delta ou triângulo

Já para a carga na configuração delta, ou triângulo, em seus terminais há uma tensão de linha igual a tensão de fase [2]. Nesse caso, a relação entre linha e fase ocorre para a corrente, conforme descrito na Figura 3.

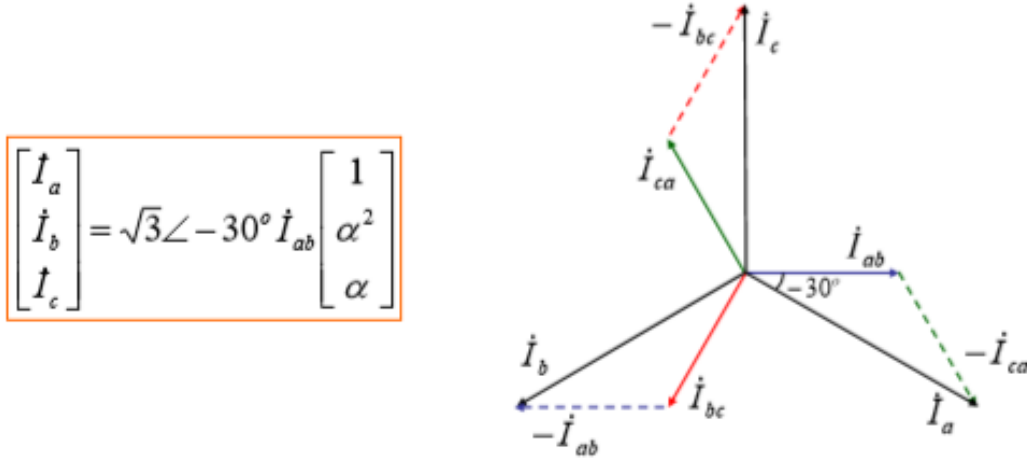


Figura 3: Relação entre corrente de linha e fase numa carga em delta.

## 2.3 Medição de potência pelo método dos 2 wattímetros

A medição de potência por meio de dois wattímetros analógicos possui o esquema de ligação mostrado na Figura 4. A facilidade deste método advém da possibilidade de obter potências ativas e reativas a partir de um recurso menos sofisticado quando comparado com o medidor *Kron*.

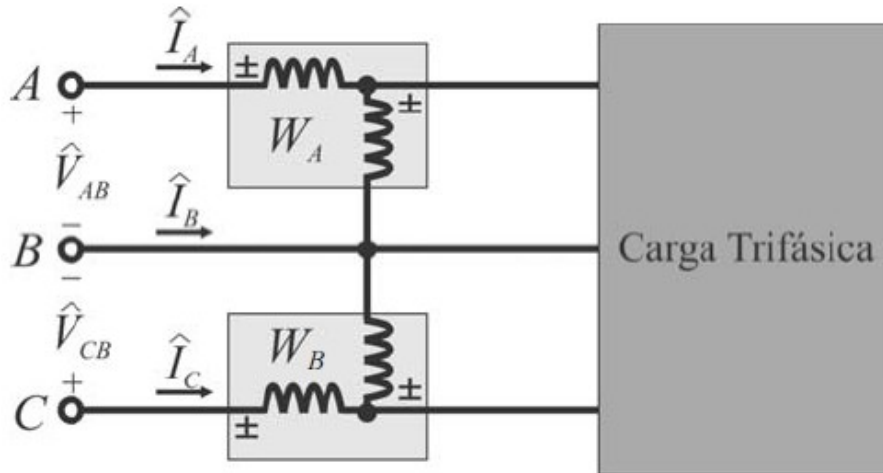


Figura 4: Esquema de ligação para medição de potência com 2 wattímetros.

Tem-se que para uma fase ABC,  $W_A = W_2$  e  $W_B = W_1$ , uma vez que é usada a convenção das Equações (5) e (6).

$$W_1 = V_L \times I_L \times \cos(\theta - 30^\circ) \quad (1)$$

$$W_2 = V_L \times I_L \times \cos(\theta + 30^\circ) \quad (2)$$

Assim, obtém-se as potências totais reativa e ativa, a partir da medição dos wattímetros, como observa-se em (3) e (4). Consequentemente é possível calcular outros parâmetros como defasagem tensão-corrente ou fator de potência, do que se percebe a facilidade desse método na prática.

$$P_{3\phi} = W_1 + W_2 \quad (3)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3}(W_1 - W_2) \quad (4)$$

## 3 Preparação

### 3.1 Materiais e ferramentas

- 1 - **Fonte:** Alimentará todo o circuito. Possui frequência de  $60Hz$ .
- 2 - **Regulador de tensão (Varivolt):** Também chamado de autotransformador, permitirá obter o valor desejado de corrente a partir da regulação correta da tensão fornecida pela fonte.
- 3 - **Conectores:** Para as conexões no circuito foi utilizado majoritariamente cabos banana-banana.
- 4 - **Medidor eletrônico KRON Mult K:** Possibilita encontrar a medição da potência real (P) - vatímetro, reativa (Q) e aparente (S) do circuito. Ele também possui função de cofasímetro, instrumento elétrico que mede o fator de potência ( $\text{fp}$ ,  $\cos\theta$ ) ou o ângulo da impedância  $\theta$  do circuito, para um circuito com a impedância  $Z = Z\angle\theta$ .
- 5 - **Amperímetro analógico AC:** Instrumento utilizado para acompanhar visualmente o aumento da corrente.
- 6 - **Reatores de 160 mH:** Foram utilizados 3, para compor a carga do circuito trifásico. Sendo  $L = 160mH$  e  $R_L = 3,8\Omega$ . Pode haver pequena variação na indutância conforme a disponibilidade do dispositivo.
- 7 - **Resistores de 50Ω:** Foram utilizados 3, para compor a carga do circuito trifásico.

8 - **Capacitores de  $45,9\mu F$** : Foram utilizados 3, para compor a carga do circuito trifásico. Sendo  $C = 45,9\mu F$ .

## 3.2 Montagem

### 3.2.1 Carga em estrela

Efetue a montagem indicada na Figura 1 abaixo, alimentando os pontos **a b c n** através de uma fonte alternada trifásica em seqüência de fases **abc** (ou **direta**), aplicando uma tensão entre linhas  $V_L$  igual a  $100V$ , em frequência de  $60\text{ Hz}$ . Os parâmetros da carga são:  $R = 50\Omega$ ;  $R_L = 3,8\Omega$ ;  $L = 160mH$ . Na Figura 5,  $V_L$  representa um voltímetro conectado para medir a tensão entre linhas;  $A_L$  representa um amperímetro conectado para medir a corrente de linha (igual a de fase);  $W_i$  representa um wattímetro analógico conectado para medir a potência ativa da carga. Os valores dos instrumentos devem ser anotados na Tabela 1.

Utilize os medidores digitais *Kron* para medida de corrente e tensão ( $TL = 0048 - 3\phi$  sem Neutro). Além disso, compare os valores das potências entre *Kron* e os wattímetros analógicos. **Atente-se a escala do wattímetro (corrente e tensão).**

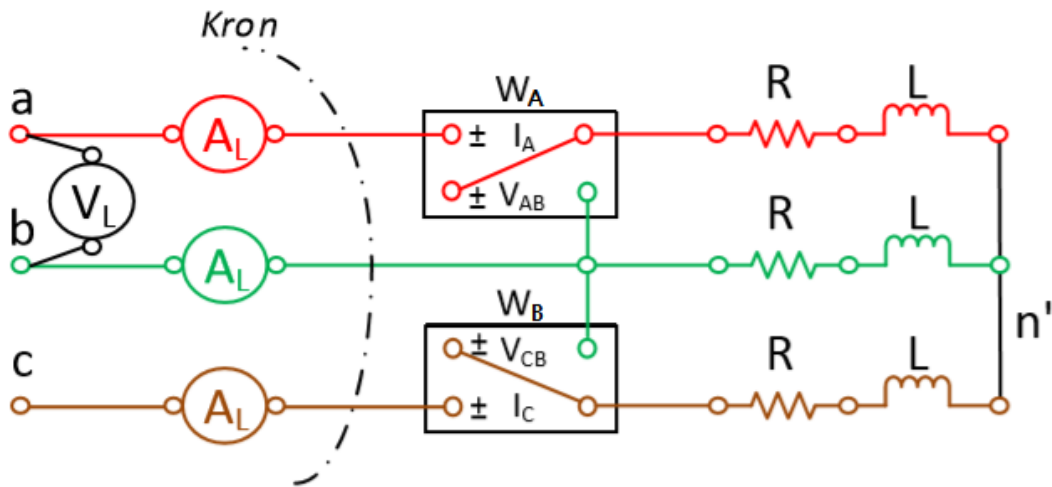


Figura 5: Ligação em estrela em seqüência de fases abc.

Observa-se pelo desenho que não é possível obter a tensão e corrente de todas as fases de forma simultânea, sendo necessária a mudança dos medidores  $V_L$  e  $V_F$  para a obtenção dos demais valores. Para isso, utilizaremos o medidor trifásico eletrônico *Kron Mult-K* (wattímetro), usando as entradas  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$ ,  $V_N$  para as medidas de tensão e  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  para as medidas de corrente, assim sendo, realizando as ligações apropriadas. Como o *Kron* não mede a corrente de neutro, então é necessário um amperímetro analógico  $A_C$  entre  $n$  e  $n'$ .

Tabela 1: Ligação em triângulo em sequência de fases abc.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
99,46	0,501	5,00	50,00	16,15	51,44	25,01	75,43	29,60	90,96	0,543
100,60	0,514			18,09		24,52		30,32		0,596
100,50	0,532			17,20		25,90		31,04		0,556

Agora, troque duas fases na saída do *varivolt* para obter a **sequência cba** da conexão acima. Anote os valores na Tabela 2.

Tabela 2: Ligação em triângulo em sequência de fases abc.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
100,70	0,499	50,00	5,00	15,92	51,42	24,30	75,30	29,13	91,42	0,550
100,50	0,540			17,17		26,50		31,68		0,544
100,90	0,523			18,33		24,50		30,61		0,599

### 3.2.2 Carga em triângulo

Efetue a montagem indicada na Figura 6 abaixo, alimentando os pontos **a b c** através de uma fonte alternada trifásica em sequência de fases **abc** (ou *direta*), aplicando uma tensão entre linhas  $V_L = 80V$  (para que a corrente de linha não ultrapasse os  $2A$ ), em frequência de 60 Hz. Os parâmetros da carga são:  $R = 50\Omega$ ;  $C = 45,9\mu F$ . Na Figura 6,  $V_L$  representa um voltímetro conectado para medir a tensão entre linhas;  $A_F$  representa um amperímetro conectado para medir a corrente de fase;  $A_L$  representa o amperímetro conectado para medir a corrente de linha;  $W_i$  representa um wattímetro analógico conectado para medir a potência ativa trifásica da carga. Os valores dos instrumentos devem ser anotados na Tabela 3.

Utilize os medidores digitais Kron para medida de corrente e tensão ( $TL = 0048 - 3\phi$  sem Neutro). Além disso, compare os valores das potências entre *Kron* e os wattímetros analógicos. Atente-se a escala do wattímetro (corrente e tensão).

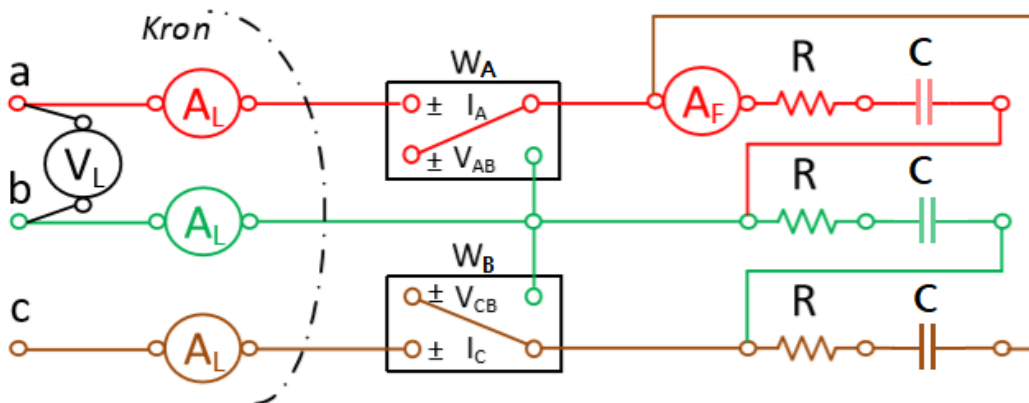


Figura 6: Ligação em estrela em sequência de fases abc.



Tabela 3: Ligação em triângulo em sequência de fases abc.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$I_{AF}(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
79,53	1,782	0,5	132,50	25,00	55,44	164,68	61,57	185,39	81,65	245,23	0,673
80,36	1,777				54,24		62,50		81,76		0,660
80,59	1,787				55,00		61,32		81,82		0,667

Agora, troque duas fases na saída do *varivolt* para obter a **sequência cba** da conexão acima. Anote os valores na Tabela 4.

Tabela 4: Ligação em triângulo em sequência de fases cba.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$I_{AF}(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
80,18	1,789	0,5	30,00	120,00	55,28	165,96	62,28	185,52	82,93	248,51	0,665
80,45	1,776				55,12		61,55		82,91		0,667
80,60	1,791				55,56		61,69		82,67		0,667

## 4 Análise sobre segurança

Os óculos de segurança são Equipamentos de Proteção Individual (EPIs) e são utilizados para a proteção da área ao redor dos olhos contra qualquer tipo de detrito estranho, que possa causar irritação ou ferimentos. Também protegem contra faíscas, respingos de produtos químicos, detritos, poeira, radiação e etc [4].

É importante a utilização desse equipamento durante os experimentos a fim de evitar qualquer dano, além de preparar o profissional para o manejo correto e seguro de qualquer equipamento. Além disso, foi de extrema importância a presença do professor ou técnico na verificação da montagem do circuito antes de energizá-lo. Assim, reduziu-se riscos de curtos-circuitos ou sobrecarga na rede.

## 5 Análise teórica do circuito

### 5.1 Carga em estrela

Correspondente à primeira montagem mostrada na Figura 5 tem o circuito da Figura 7, o qual também será utilizado na simulação.

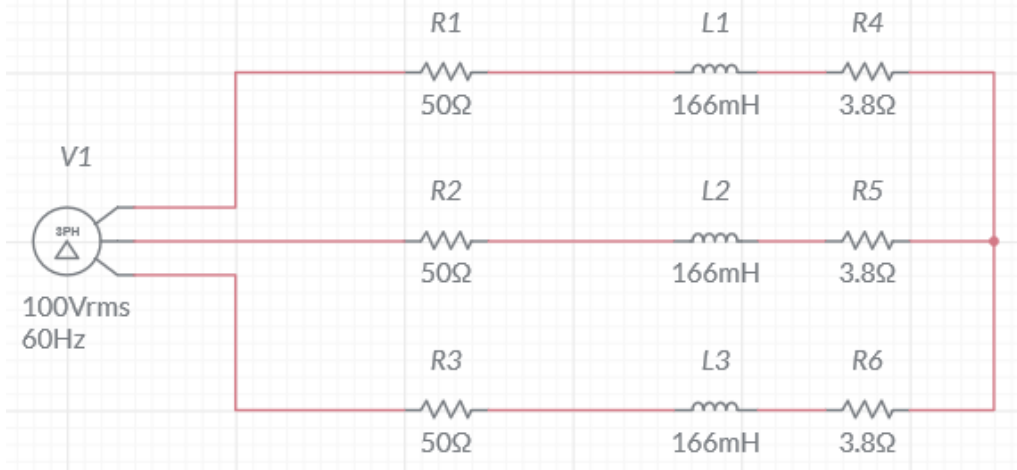


Figura 7: Circuito referente à montagem em estrela.

Do circuito esquemático Figura 7, considera-se primeiro sequência de fases positiva (abc), com  $V_{AB}$  na referência tem-se os resultados mostrados a seguir.

$$\begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} = 100V \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$V_L = V_F \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = 57,74V \angle -30^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$Z_Y = 53,8 + j \cdot 1,04 = 82,53 \angle 49,31^\circ$$

$$\theta_Z = 49,31^\circ$$

$$fp = \cos \theta_Z = \cos (49,31^\circ) = 0,652$$

$$W_B = W_1 = 100 \cdot 0,7 \cdot \cos (49,31^\circ - 30^\circ) = 66,06W$$

$$W_A = W_2 = 100 \cdot 0,7 \cdot \cos (49,31^\circ + 30^\circ) = 12,98W$$

$$P_T = W_1 + W_2 = 66,06 + 12,98 = 79,04W$$

$$Q_T = \sqrt{3} (W_1 - W_2) = \sqrt{3} (66,06 - 12,98) = 91,94[VAr]$$

$$S_T = P_T + j Q_T = 79,04 + j 91,94 = 121,2 \angle 49,31[V A]$$

Para inversão de fase o cálculo é semelhante, havendo somente a permuta na medição de  $W_A$  e  $W_B$ . Ademais, como no experimento foi trocado somente a alimentação nas fases A e B, o wattímetro A continuou medindo  $W_2$  de acordo com

a convenção adotada, pois estará sobre a tensão  $V_{CB}$ . Abaixo, nas Tabelas 5, 6 e 7, é visto um comparativo das informações obtidas.

Tabela 5: Comparação das correntes na configuração estrela ABC.

Fases	$I_L$ (A) experimental	$I_L$ (A) teórico	Erro (%)
A	0,501	0,7	-28,43
B	0,504		-26,57
C	0,532		-24,00

Tabela 6: Comparativo de potências experimentais ( $Kron$ ) e teórico, na configuração estrela ABC.

	$P_T$ (W)	$Q_T$ (VAr)	$S_T$ (VA)	FP
Experimento	51,44	75,93	90,96	0,565
Teórico	79,04	91,94	121,20	0,652
Erro (%)	-34,92	-17,41	-24,95	-13,34

Tabela 7: Comparativo entre potências experimentais a partir medições nos wattímetros e experimental no  $Kron$  e teórico, na configuração estrela ABC.

	$P_T$ (W)	$Q_T$ (VAr)
Experimento com $W_1$ e $W_2$	55,00	77,94
Erro (%) Teórico	-30,41	-15,23
Erro (%) $Kron$	6,92	2,65

Observe da Tabela 5 que o erro é elevado entre o valor teórico encontrado e o obtido experimentalmente, o que pode ter sido ocasionado por variação no valor da impedância nos componentes. Desconsidera-se um sistema desequilibrado por perda de contato em um dos conectores, uma vez que a corrente foi relativamente regular em cada fase. Entretanto, o incidente não demonstrou muitas mudanças a nível de entendimento do experimento com dois wattímetros, dado que as potências obtidas a partir da medição nos wattímetros pode ser comparada com as lidas no medidor  $Kron$ .

Como mostra a Tabela 7 é pequeno o erro das medições com o wattímetro analógico, quando comparadas às obtidas no medidor  $Kron$ , o que demonstra a confiabilidade nos valores obtidos, mesmo em condições diferentes das ideais. Esse erro deve-se principalmente ao fato do instrumento analógico aumentar a chance de o erro humano durante observação da grandeza.

## 5.2 Carga em delta

Correspondente à primeira montagem mostrada na Figura 6 tem o circuito da Figura 8, o qual também será utilizado na simulação.

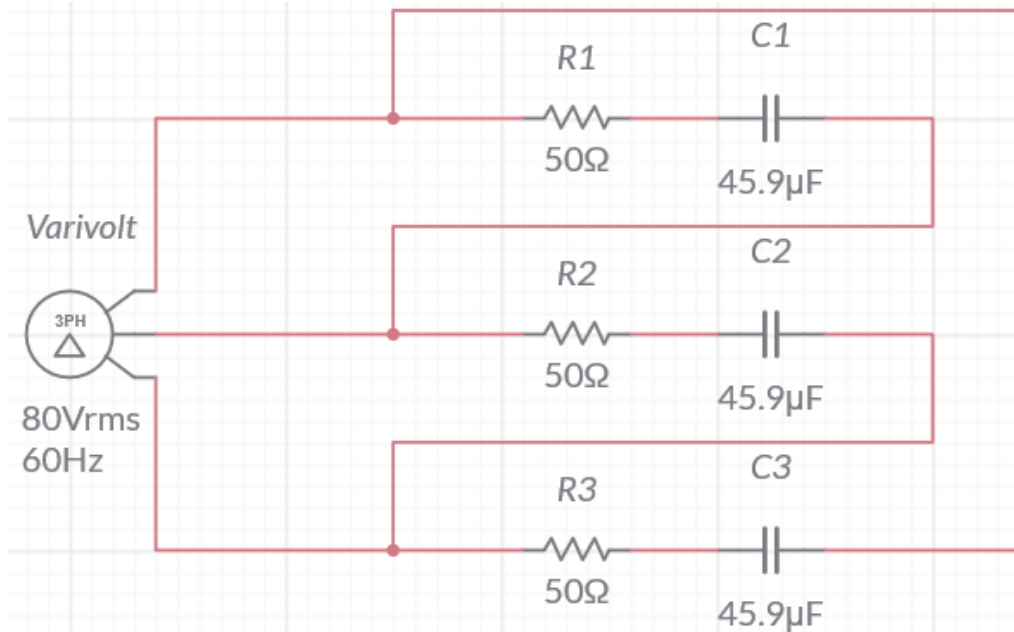


Figura 8: Circuito referente à montagem em delta.

Do circuito esquemático Figura 8, considera-se primeiro sequência de fases positiva (abc), com  $V_{AB}$  na referência tem-se os resultados mostrados a seguir.

## 6 Cálculos, análise dos resultados e questões

- 1) Para os sistemas das Figuras 1 e 2, ao ser ligado, o que aconteceu com os wattímetros  $W_1$  e  $W_2$  quando a sequência de fases foi invertida? Algum deles marcou valor negativo? Explique. Encontre as potências usando as leituras.

**Resposta.** Quando a sequência de fases foi invertida, houve uma permuta entre as leituras dos wattímetros  $W_1$  e  $W_2$ , uma vez que o sistema é equilibrado, e, no caso deste experimento em especial, não foi marcado nenhum valor negativo. Daria negativo no caso em que o fator de potência  $\cos\theta < 0,5$ , conforme mostrado na Figura 9.

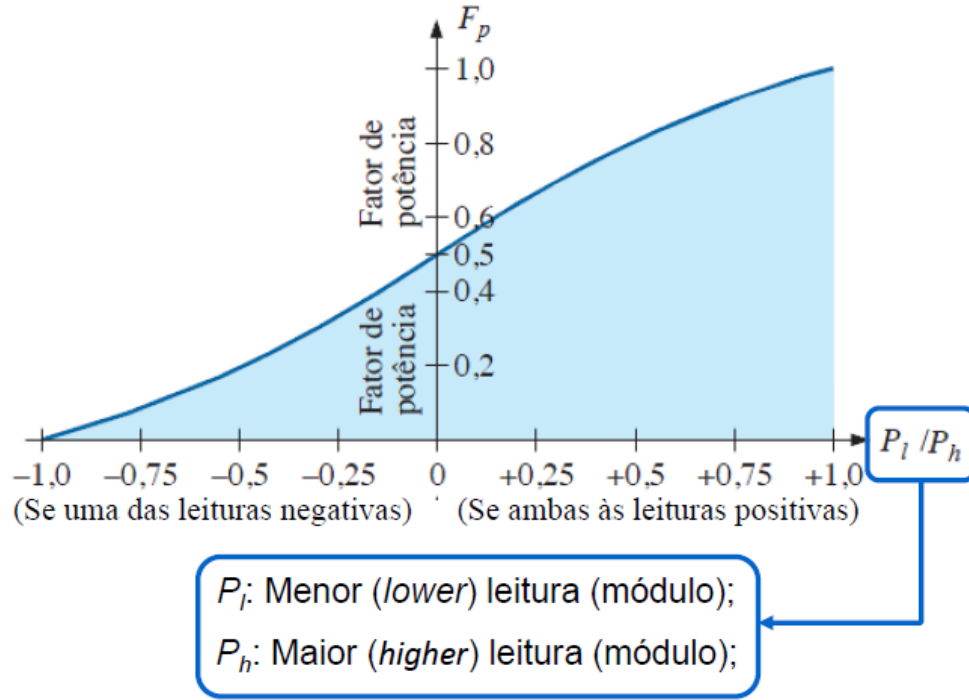


Figura 9: Curva das Relações de Potência no Método dos Dois Wattímetros [1].

Para o cálculo das potências utilizando-se as leituras dos wattímetros tem-se a teoria descrita na seção 2.3. Assim, para a sequência ,  $P_{3\phi} = W_1 + W_2 = 5,00 + 50,00 = 55W$  e  $Q_{3\phi} = \sqrt{3} (W_1 - W_2) = \sqrt{3} (50 - 5) = 77,94VAr$  e como a potência aparente é dada por  $S = P + Qj$ , tem-se  $S = 55 + 77,94 \cdot j \Rightarrow S_{3\phi} = 95,392\angle 54,79$  [VA]. O resultado visual teórico e experimental é visto na Figura 12. Note que o triângulo de potências é o mesmo para ambas as sequências, uma vez que a permuta das leitura nos wattímetros também permuta os valores a serem considerados como  $W_1$  e  $W_2$  (que agora será o wattímetro conectado a tensão  $V_{CB}$ ).

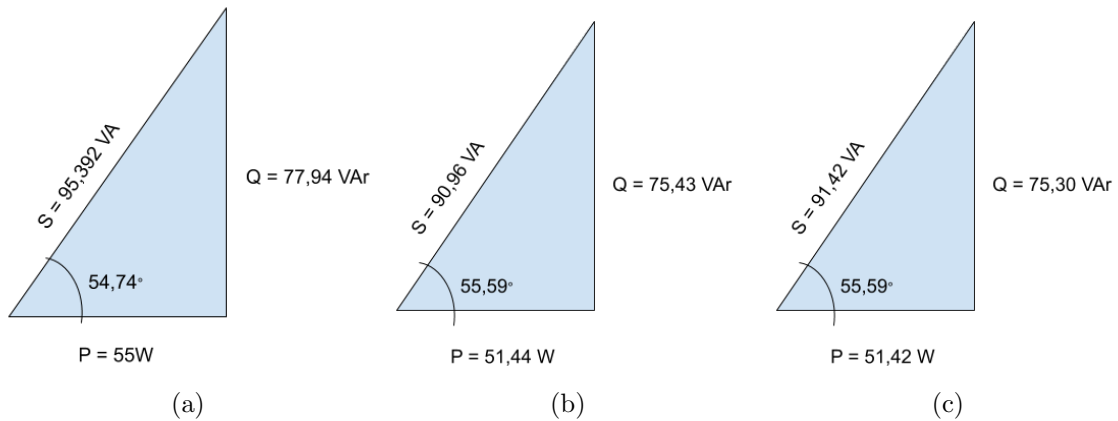


Figura 10: Comparação das potências obtidas no caso estrela (a) teórico, (b) **abc** experimental, (c) **cba** experimental.

2) Encontre o valor das leituras dos wattímetros usando as expressões analíticas.

**Resposta.** A leitura dos wattímetros dos wattímetros  $W_1$  e  $W_2$  analiticamente são descritas pelas Equações (5) e (6), conforme na Seção 2.3.

$$W_1 = V_L \times I_L \times \cos(\theta - 30^\circ) \quad (5)$$

$$W_2 = V_L \times I_L \times \cos(\theta + 30^\circ) \quad (6)$$

Assim, analiticamente tem-se os resultados da Tabela 8 e na Tabela 9, um comparativo dos resultados obtidos.

Tabela 8: Cálculo de  $W_1$  e  $W_2$  analiticamente.

		$V_L(V)$	$I_L(A)$	$\cos\theta$	$\theta(^{\circ})$	$\cos(\theta - 30^\circ)$	$\cos(\theta + 30^\circ)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$
Estrela	ABC ( $V_{AB}$ )	99,46	0,501	0,543	57,11	0,890	0,050	44,35	2,51
	CBA ( $V_{CB}$ )	100,70	0,499	0,550	56,63	0,894	0,059	44,92	2,95
Delta	ABC	79,53	1,782	0,673	47,70	0,953	0,213	135,06	30,19
	CBA	80,18	1,789	0,665	48,32	0,949	0,202	136,13	28,98

Tabela 9: Comparação dos medições obtidas analiticamente nos wattímetros com às lidas e sujeitas à erro do olho humano.

		Experimento analítico	Experimento prático	Erro (%)
ABC	$W_1$ (W)	44,35	50	12,74
	$W_2$ (W)	2,51	5	99,20
CBA	$W_1$ (W)	44,92	50	11,3
	$W_2$ (W)	2,95	5	65,49

- 3) Mostre através de um diagrama fasorial que de acordo com as polaridades das bobinas de corrente e de potencial a leitura do wattímetro analógico é positiva para um ângulo  $|\theta_Z| < 60^\circ$ . Mostre que a leitura será negativa se  $|\theta_Z| > 60^\circ$ .

**Resposta.**

- 4) Mostre através de um diagrama fasorial que se a polaridade de uma das bobinas não for seguida a leitura terá um sinal oposto ao correto.

**Resposta.**

## 7 Simulação computacional

### 7.1 Carga em conexão estrela

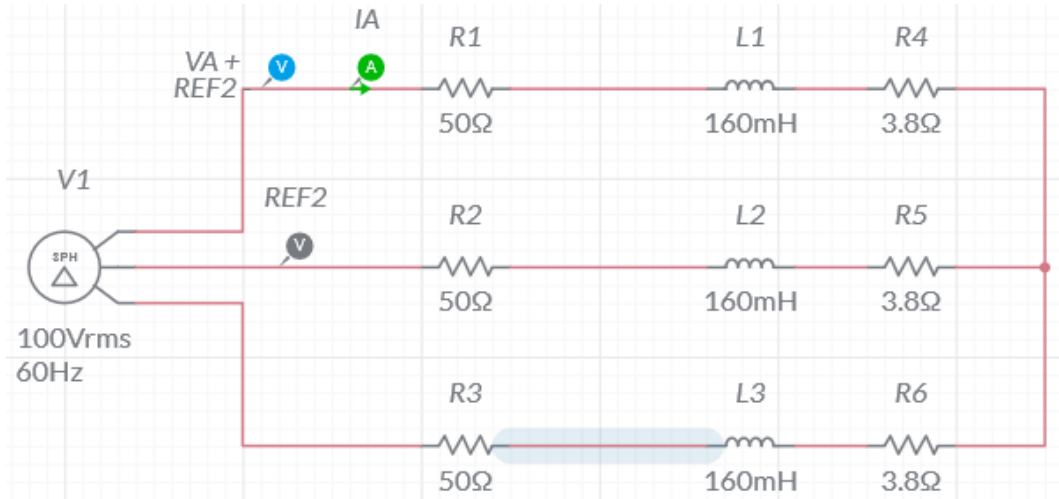
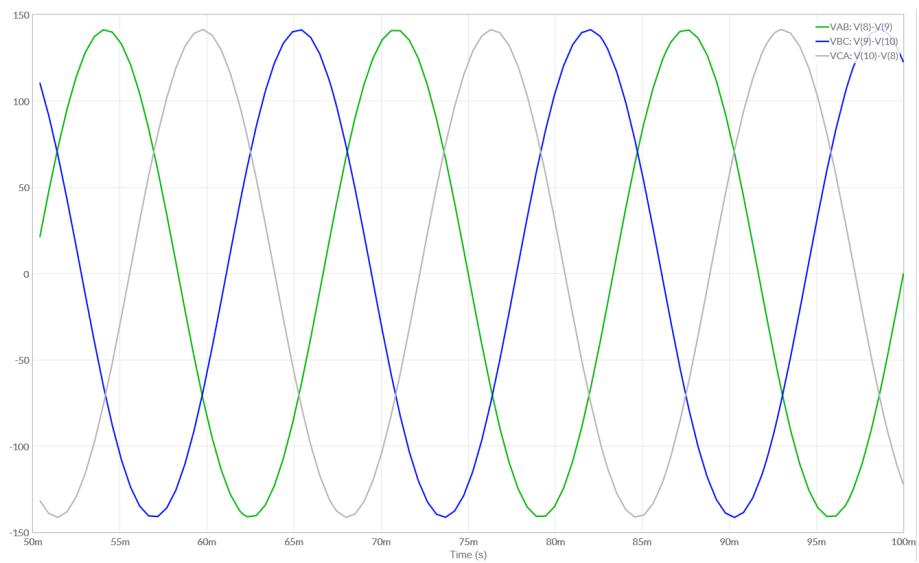
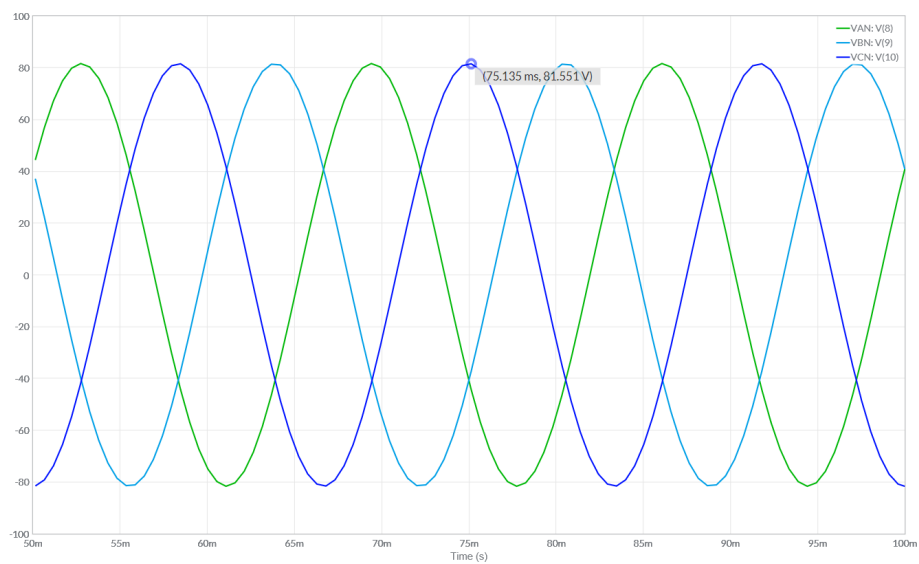


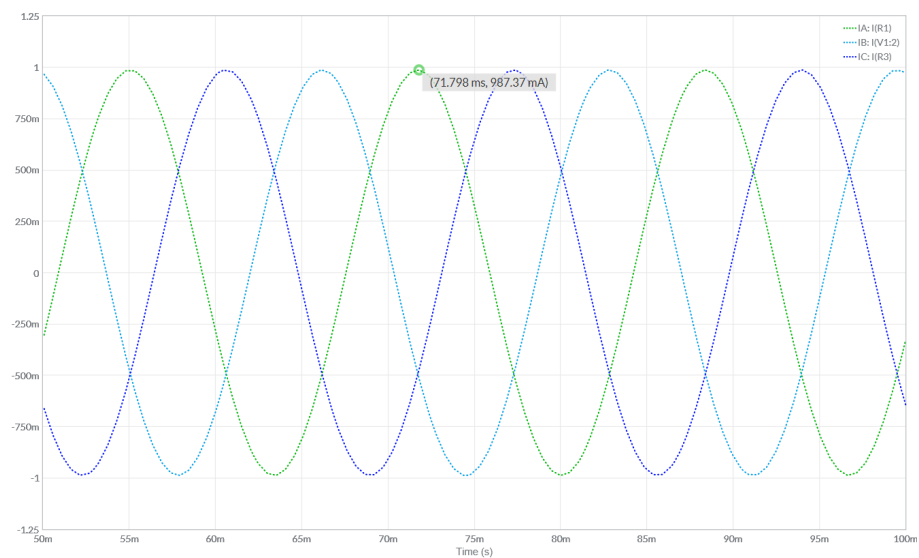
Figura 11: Circuito da carga em conexão estrela.



(a)



(b)



(c)

Figura 12: Comparação das potências obtidas no caso estrela (a) teórico, (b) **abc** experimental, (c) **cba** experimental.



## 7.2 Carga em conexão delta

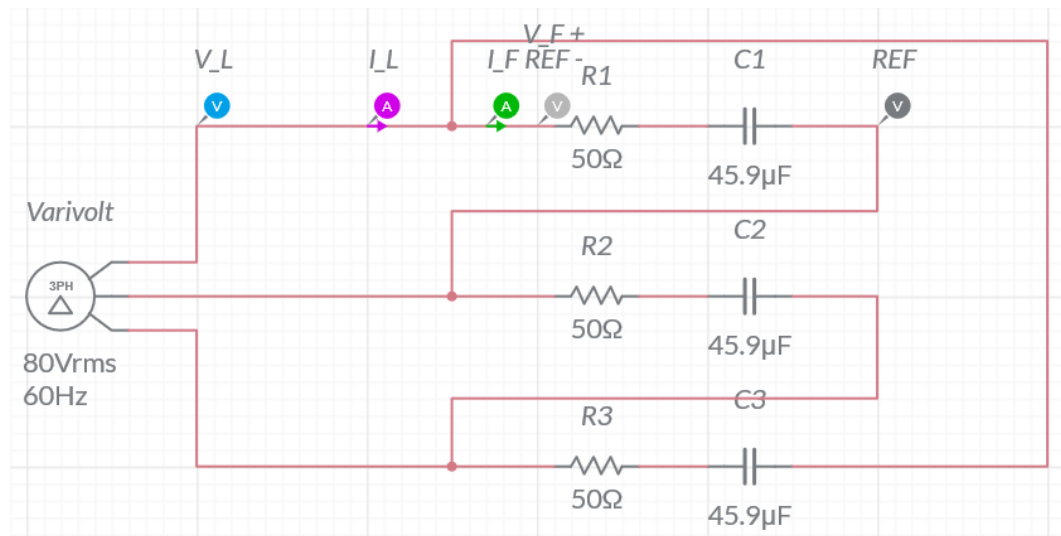


Figura 13: Circuito da carga em conexão delta.

## 8 Conclusões

Neste experimento investiga-se as acerca da medição de potências ativas e reativas a partir dois wattímetros analógicos. O método dos dois wattímetros facilita o cálculo quando não se dispõe de equipamentos mais sofisticados, além de ser uma otimização do método com 3 wattímetros, no qual é exigido mais em recursos. Para isso, é proposta a análise de dois circuitos equilibrados

## Referências

- [1] P. H. O. Rezende, "Circuitos Polifásicos Equilibrados", 2018.
- [2] J. D. Irwin, "Análise de Circuitos Em Engenharia", Pearson, 4ª Ed., 2000.
- [3] R. L. Boylestad, "Introdução À Análise de Circuitos", Pearson, 10ª Ed., 2004.
- [4] SafetyTrabi, "Óculos de segurança: Saiba quando utilizar este EPI", SafetyTrab, 2019. Disponível em: <https://www.safetytrab.com.br/blog/oculos-de-seguranca/>. Acesso em: ago. 2019.