



**Universidade Federal de Uberlândia**  
Faculdade de Engenharia Elétrica  
FEELT

**CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS - MEDIDA  
DE POTÊNCIA COM 2 WATTÍMETROS**

Relatório da Disciplina de Experimental de Circuitos Elétricos II  
por

Lesly Viviane Montúfar Berrios  
11811ETE001

Prof. Wellington Maycon Santos Bernardes  
Uberlândia, Novembro / 2019

# Sumário

<b>1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Introdução teórica</b>	<b>2</b>
2.1	Carga em conexão em estrela . . . . .	3
2.2	Carga em conexão em delta ou triângulo . . . . .	4
2.3	Medição de potência pelo método dos 2 wattímetros . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Preparação</b>	<b>5</b>
3.1	Materiais e ferramentas . . . . .	5
3.2	Montagem . . . . .	6
3.2.1	Carga em estrela . . . . .	6
3.2.2	Carga em triângulo . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Análise sobre segurança</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Análise teórica do circuito</b>	<b>8</b>
5.1	Carga em estrela . . . . .	8
5.2	Carga em delta . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Cálculos, análise dos resultados e questões</b>	<b>9</b>
<b>7</b>	<b>Simulação computacional</b>	<b>12</b>
7.1	Carga em conexão estrela . . . . .	12
7.2	Carga em conexão delta . . . . .	14
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>14</b>

# 1 Objetivos

Verificar experimentalmente os conceitos teóricos sobre os métodos utilizados para medir a potência ativa trifásica das cargas. Além disso, comparar os resultados com os valores obtidos utilizando uma análise teórica.

## 2 Introdução teórica

As primeiras linhas de transmissão de energia elétrica, que surgiram no final do século XIX, destinavam-se exclusivamente ao suprimento do sistema de iluminação, pequenos motores e sistema de tração (railway) e operavam em corrente contínua a baixa magnitude de tensão. A geração e transmissão usando os mesmos níveis de tensão das diferentes cargas restringiu a distância entre a planta de geração e os consumidores e a tensão da geração em corrente contínua não podia ser facilmente aumentada para a transmissão a grandes distâncias [1].

Para realizar uma transmissão de energia elétrica a grandes distâncias era necessário um nível elevado de magnitude de tensão, e essa tecnologia de conversão para corrente contínua não era viável naquela época. Por isso, foi necessária a mudança da transmissão de corrente contínua para corrente alternada, devido principalmente aos seguintes motivos:

- O desenvolvimento e uso dos transformadores, permitindo a transmissão a grandes distâncias usando altos níveis de tensão, reduzindo as perdas elétricas dos sistemas e a queda de tensão.
- A elevação/redução da magnitude de tensão é realizado com uma alta eficiência e a baixo custo através dos transformadores.
- Surgimento de geradores e motores em corrente alternada, construtivamente mais simples, eficientes e baratos que as máquinas em corrente contínua

Assim, a corrente alternada seria a melhor alternativa para a transmissão de energia elétrica à grandes distâncias. Além disso, introduz-se o conceito de gerador trifásico, ilustrado pela Figura 1, no qual três bobinas defasadas em  $120^\circ$  elétricos no espaço geram um conjunto de três tensões de mesmo valor máximo, defasadas de  $120$  graus elétricos no tempo.

Um gerador trifásico aproveita melhor o espaço físico, resultando em um gerador de tamanho reduzido e mais barato, comparado com os geradores monofásicos de igual potência, ademais são superiores aos motores monofásicos em rendimento, tamanho, fator de potência e capacidade de sobrecarga. Um sistema monofásico

precisa de dois condutores; e um sistema trifásico (perfeitamente balanceado) precisa de três condutores, porém conduz três vezes mais potência. Na prática, devido a pequenos desequilíbrios inevitáveis, os sistemas trifásicos contam com um quarto condutor, o neutro.

É possível conectar as bobinas de gerador trifásicos em configuração estrela ou delta, assim como a carga em *Conexão em estrela* (2.1) ou *Conexão em delta/triângulo* (2.2).

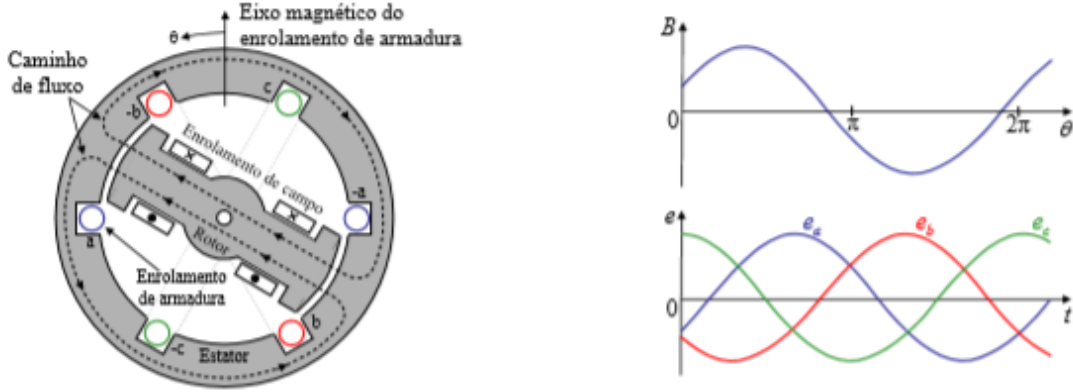


Figura 1: Geração de tensão alternada trifásica.

## 2.1 Carga em conexão em estrela

A carga na configuração estrela é caracterizada por ter uma tensão fase-neutro entre seus terminais e corrente de linha igual à corrente de fase ( $I_L = I_F$ ). Ainda é possível determinar a tensão fase-fase ou de linha pela relação descrita na Figura 2 [2].

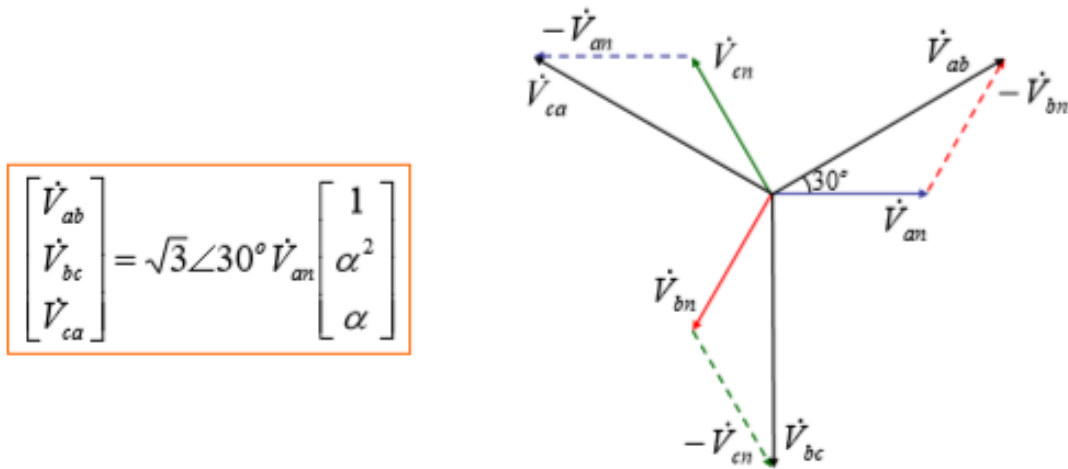


Figura 2: Relação entre tensão de linha e fase numa carga em estrela.

## 2.2 Carga em conexão em delta ou triângulo

Já para a carga na configuração delta, ou triângulo, em seus terminais há uma tensão de linha igual a tensão de fase [2]. Nesse caso, a relação entre linha e fase ocorre para a corrente, conforme descrito na Figura 3.

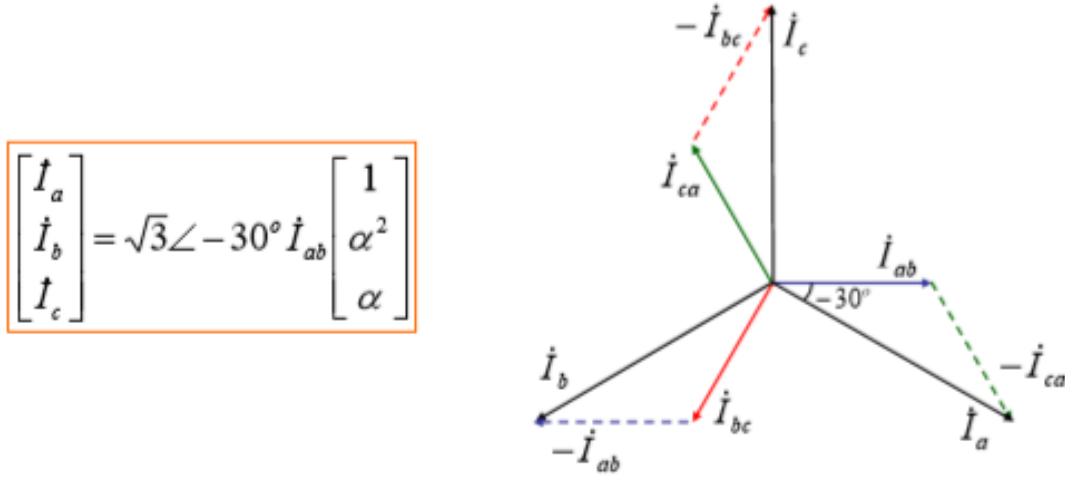


Figura 3: Relação entre corrente de linha e fase numa carga em delta.

## 2.3 Medição de potência pelo método dos 2 wattímetros

A medição de potência por meio de dois wattímetros analógicos possui o esquema de ligação mostrado na Figura 4.

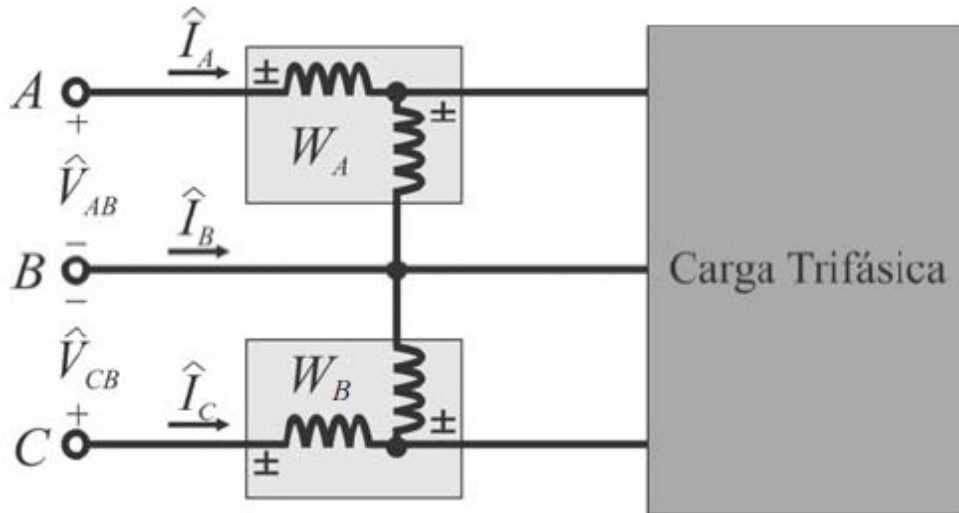


Figura 4: Esquema de ligação para medição de potência com 2 wattímetros.

Tem-se que para uma fase ABC,  $W_A = W_2$  e  $W_B = W_1$ , uma vez que é usada

a convenção das Equações (5) e (6).

$$W_1 = V_L \times I_L \times \cos(\theta - 30^\circ) \quad (1)$$

$$W_2 = V_L \times I_L \times \cos(\theta + 30^\circ) \quad (2)$$

Assim, obtém-se as potências totais reativa e ativa, a partir da medição dos wattímetros, como observa-se em (3) e (4). Consequentemente é possível calcular outros parâmetros como defasagem tensão-corrente ou fator de potência, do que se percebe a facilidade desse método na prática.

$$P_{3\phi} = W_1 + W_2 \quad (3)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3}(W_1 - W_2) \quad (4)$$

## 3 Preparação

### 3.1 Materiais e ferramentas

- 1 - **Fonte:** Alimentará todo o circuito. Possui frequência de  $60Hz$ .
- 2 - **Regulador de tensão (Varivolt):** Também chamado de autotransformador, permitirá obter o valor desejado de corrente a partir da regulação correta da tensão fornecida pela fonte.
- 3 - **Conectores:** Para as conexões no circuito foi utilizado majoritariamente cabos banana-banana.
- 4 - **Medidor eletrônico KRON Mult K:** Possibilita encontrar a medição da potência real (P) - vatímetro, reativa (Q) e aparente (S) do circuito. Ele também possui função de cofasímetro, instrumento elétrico que mede o fator de potência ( $\text{fp}$ ,  $\cos\theta$ ) ou o ângulo da impedância  $\theta$  do circuito, para um circuito com a impedância  $Z = Z \angle \theta$ .
- 5 - **Amperímetro analógico AC:** Instrumento utilizado para acompanhar visualmente o aumento da corrente.
- 6 - **Reatores de 160 mH:** Foram utilizados 3, para compor a carga do circuito trifásico. Sendo  $L = 160mH$  e  $R_L = 3,8\Omega$ .
- 7 - **Resistores de 50Ω:** Foram utilizados 3, para compor a carga do circuito trifásico.
- 8 - **Capacitores de 45,9μF:** Foram utilizados 3, para compor a carga do circuito trifásico. Sendo  $C = 45,9\mu F$ .

## 3.2 Montagem

### 3.2.1 Carga em estrela

Efetue a montagem indicada na Figura 1 abaixo, alimentando os pontos **a b c n** através de uma fonte alternada trifásica em seqüência de fases **abc** (ou **direta**), aplicando uma tensão entre linhas  $V_L$  igual a  $100V$ , em frequência de  $60\text{ Hz}$ . Os parâmetros da carga são:  $R = 50\Omega$ ;  $R_L = 3,8\Omega$ ;  $L = 160mH$ . Na Figura 5,  $V_L$  representa um voltímetro conectado para medir a tensão entre linhas;  $A_L$  representa um amperímetro conectado para medir a corrente de linha (igual a de fase);  $W_i$  representa um wattímetro analógico conectado para medir a potência ativa da carga. Os valores dos instrumentos devem ser anotados na Tabela 1.

Utilize os medidores digitais *Kron* para medida de corrente e tensão ( $TL = 0048 - 3\phi$  sem Neutro). Além disso, compare os valores das potências entre *Kron* e os wattímetros analógicos. **Atente-se a escala do wattímetro (corrente e tensão).**

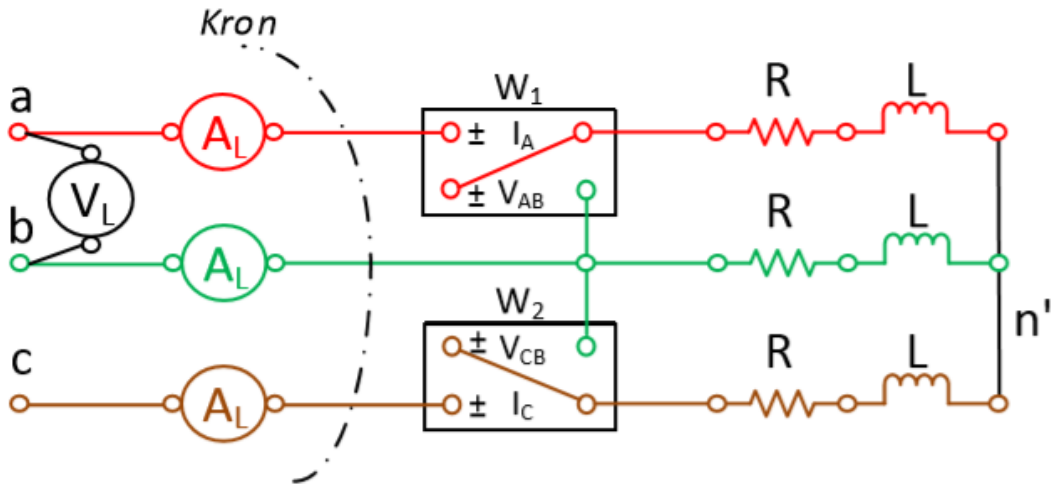


Figura 5: Ligação em estrela em seqüência de fases abc.

Observa-se pelo desenho que não é possível obter a tensão e corrente de todas as fases de forma simultânea, sendo necessária a mudança dos medidores  $V_L$  e  $V_F$  para a obtenção dos demais valores. Para isso, utilizaremos o medidor trifásico eletrônico *Kron Mult-K* (wattímetro), usando as entradas  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$ ,  $V_N$  para as medidas de tensão e  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  para as medidas de corrente, assim sendo, realizando as ligações apropriadas. Como o *Kron* não mede a corrente de neutro, então é necessário um amperímetro analógico  $A_C$  entre  $n$  e  $n'$ .

Tabela 1: Ligação em triângulo em seqüência de fases abc.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
99,46	0,501	5,00	50,00	16,15	51,44	25,01	75,43	29,60	90,96	0,543
100,60	0,514			18,09		24,52		30,32		0,596
100,50	0,532			17,20		25,90		31,04		0,556

Lembre-se que  $P = W_1 + W_2$  e que  $Q = \sqrt{3}(W_2 - W_1)$  para a **sequência abc** da conexão acima.

Agora, troque duas fases na saída do *varivolt* para obter a **sequência cba** da conexão acima. Anote os valores na Tabela 2.

Tabela 2: Ligação em triângulo em sequência de fases abc.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
100,70	0,499	50,00	5,00	15,92	51,42	24,30	75,30	29,13	91,42	0,550
100,50	0,540			17,17		26,50		31,68		0,544
100,90	0,523			18,33		24,50		30,61		0,599

### 3.2.2 Carga em triângulo

Efetue a montagem indicada na Figura 6 abaixo, alimentando os pontos **a b c** através de uma fonte alternada trifásica em sequência de fases **abc** (ou *direta*), aplicando uma tensão entre linhas  $V_L = 80V$  (para que a corrente de linha não ultrapasse os 2 A), em frequência de 60 Hz. Os parâmetros da carga são:  $R = 50\Omega$ ;  $C = 45,9\mu F$ . Na Figura 6,  $V_L$  representa um voltímetro conectado para medir a tensão entre linhas;  $A_F$  representa um amperímetro conectado para medir a corrente de fase;  $A_L$  representa o amperímetro conectado para medir a corrente de linha;  $W_i$  representa um wattímetro analógico conectado para medir a potência ativa trifásica da carga. Os valores dos instrumentos devem ser anotados na Tabela 3.

Utilize os medidores digitais Kron para medida de corrente e tensão ( $TL = 0048 - 3\phi$  sem Neutro). Além disso, compare os valores das potências entre *Kron* e os wattímetros analógicos. Atente-se a escala do wattímetro (corrente e tensão).

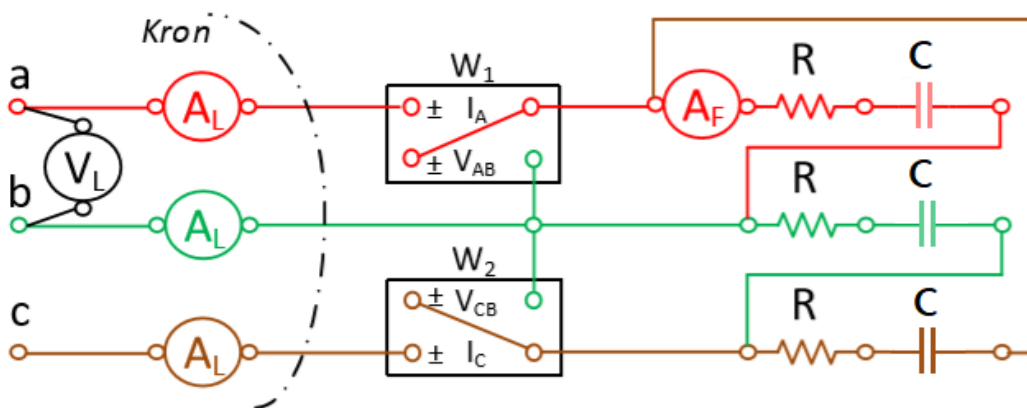


Figura 6: Ligação em estrela em sequência de fases abc.

Tabela 3: Ligação em triângulo em sequência de fases abc.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$I_{A_F}(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
79,53	1,782	0,5	132,50	25,00	55,44	164,68	61,57	185,39	81,65	245,23	0,673
80,36	1,777				54,24		62,50		81,76		0,660
80,59	1,787				55,00		61,32		81,82		0,667



Lembre-se que  $P = W_1 + W_2$  e que  $Q = \sqrt{3}(W_2 - W_1)$  para a **sequência abc** da conexão acima.

Agora, troque duas fases na saída do *varivolt* para obter a **sequência cba** da conexão acima. Anote os valores na Tabela 4.

Tabela 4: Ligação em triângulo em sequência de fases cba.

$V_L(V)$	$I_L(A)$	$I_{A_F}(A)$	$W_1(W)$	$W_2(W)$	$P_F(W)$	$P_T(W)$	$Q_F(Var)$	$Q_T(Var)$	$S_F(VA)$	$S_T(VA)$	Fator de potência
80,18	1,789	0,5	30,00	120,00	55,28	165,96	62,28	185,52	82,93	248,51	0,665
80,45	1,776				55,12		61,55		82,91		0,667
80,60	1,791				55,56		61,69		82,67		0,667

## 4 Análise sobre segurança

Os óculos de segurança são Equipamentos de Proteção Individual (EPIs) e são utilizados para a proteção da área ao redor dos olhos contra qualquer tipo de detrito estranho, que possa causar irritação ou ferimentos. Também protegem contra faíscas, respingos de produtos químicos, detritos, poeira, radiação e etc [4]. É importante a utilização desse equipamento durante os experimentos a fim de evitar qualquer dano, além de preparar o profissional para o manejo correto e seguro de qualquer equipamento. Além disso, foi de extrema importância a presença do professor ou técnico na verificação da montagem do circuito antes de energizá-lo. Assim, reduziu-se riscos de curtos-circuitos ou sobrecarga na rede.

## 5 Análise teórica do circuito

### 5.1 Carga em estrela

Correspondente à primeira montagem mostrada na Figura 5 tem o circuito da Figura 7, o qual também será utilizado na simulação.

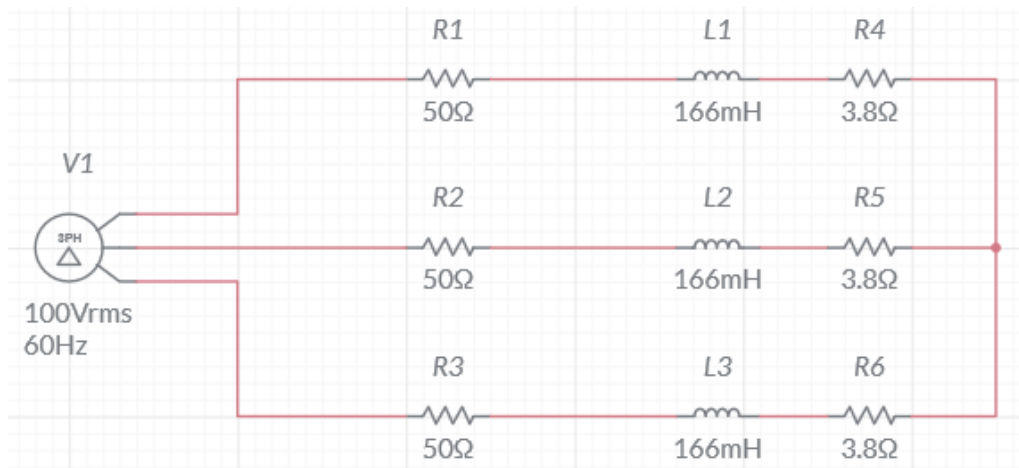


Figura 7: Circuito referente à montagem em estrela.

Do circuito esquemático Figura 7, considera-se primeiro sequência de fases positiva (abc), com  $V_{AB}$  na referência tem-se os resultados mostrados a seguir.

$$\begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} = 100V \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$V_L = V_F \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = 57,74V \angle -30^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$$Z_Y = 53,8 + j \cdot 1,04 = 82,53 \angle 49,31^\circ$$

$$\theta_Z = 49,31^\circ$$

$$fp = \cos \theta_Z = \cos (49,31^\circ) = 0,652$$

$$W_B = W_1 = 100 \cdot 0,7 \cdot \cos (49,31^\circ - 30^\circ) = 66,06W$$

$$W_A = W_2 = 100 \cdot 0,7 \cdot \cos (49,31^\circ + 30^\circ) = 12,98W$$

$$P_T = W_1 + W_2 = 66,06 + 12,98 = 79,04W$$

$$Q_T = \sqrt{3} (W_1 - W_2) = \sqrt{3} (66,06 - 12,98) = 91,94[VAr]$$

$$S_T = P_T + j Q_T = 79,04 + j 91,94 = 121,2 \angle 49,31[V A]$$

Para inversão de fase o cálculo é semelhante, havendo somente a permuta na medição de  $W_A$  e  $W_B$ .

## 5.2 Carga em delta

## 6 Cálculos, análise dos resultados e questões

- 1) Para os sistemas das Figuras 1 e 2, ao ser ligado, o que aconteceu com os wattímetros  $W_1$  e  $W_2$  quando a sequência de fases foi invertida? Algum deles marcou valor negativo? Explique. Encontre as potências usando as leituras.

**Resposta.** Quando a sequência de fases foi invertida, houve uma permuta entre as leituras dos wattímetros  $W_1$  e  $W_2$ , uma vez que o sistema é equilibrado, e, no caso deste experimento em especial, não foi marcado nenhum valor negativo. Daria negativo no caso em que o fator de potência  $\cos \theta < 0,5$ , conforme mostrado na Figura 8.

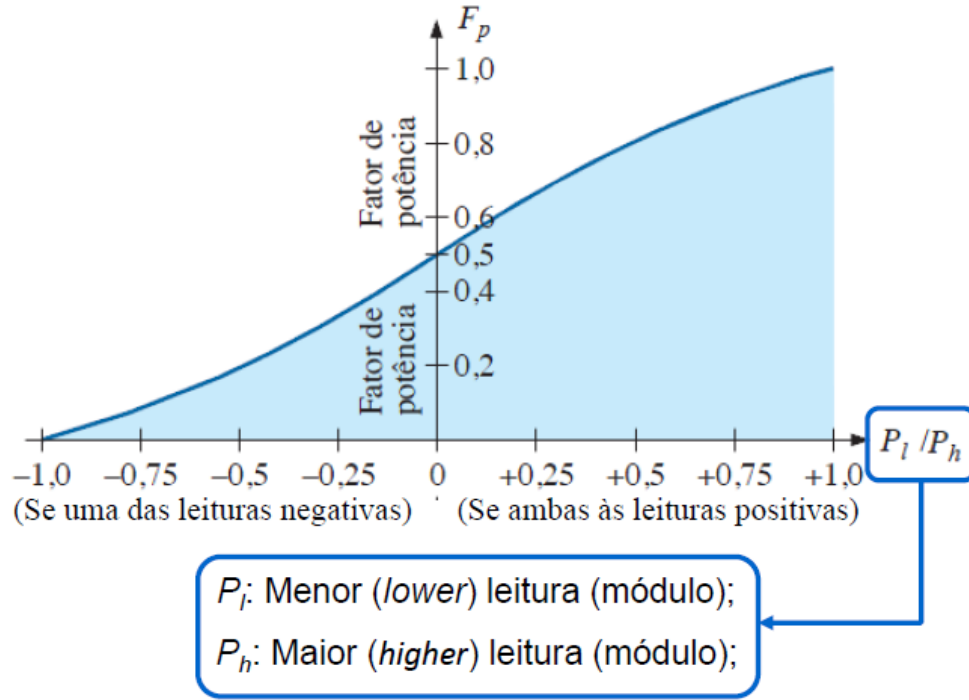


Figura 8: Curva das Relações de Potência no Método dos Dois Wattímetros [1].

Para o cálculo das potências utilizando-se as leituras dos wattímetros tem-se a teoria descrita na seção 2.3. Assim, para a sequência ,  $P_{3\phi} = W_1 + W_2 = 5,00 + 50,00 = 55W$  e  $Q_{3\phi} = \sqrt{3} (W_1 - W_2) = \sqrt{3} (50 - 5) = 77,94VAr$  e como a potência aparente é dada por  $S = P + Qj$ , tem-se  $S = 55 + 77,94 \cdot j \Rightarrow S_{3\phi} = 95,392\angle 54,79$  [VA]. O resultado visual teórico e experimental é visto na Figura 11. Note que o triângulo de potências é o mesmo para ambas as sequências, uma vez que a permuta das leitura nos wattímetros também permuta os valores a serem considerados como  $W_1$  e  $W_2$  (que agora será o wattímetro conectado a tensão  $V_{CB}$ ).

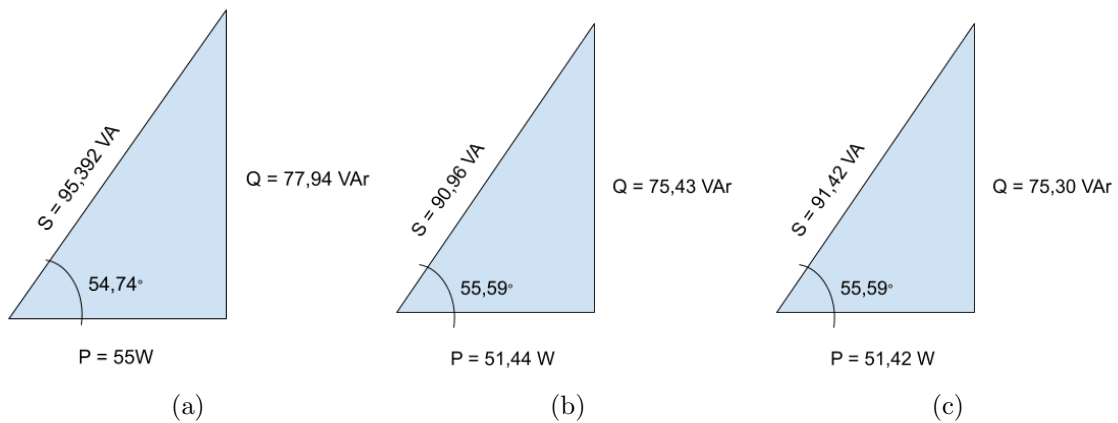


Figura 9: Comparação das potências obtidas no caso estrela (a) teórico, (b) **abc** experimental, (c) **cba** experimental.

2) Encontre o valor das leituras dos wattímetros usando as expressões analíticas.

**Resposta.** A leitura dos wattímetros dos wattímetros  $W_1$  e  $W_2$  analiticamente são descritas pelas Equações (5) e (6), conforme na Seção 2.3.

$$W_1 = V_L \times I_L \times \cos(\theta - 30^\circ) \quad (5)$$

$$W_2 = V_L \times I_L \times \cos(\theta + 30^\circ) \quad (6)$$

Assim, analiticamente tem-se os resultados da Tabela 5.

Tabela 5: Cálculo de  $W_1$  e  $W_2$  analiticamente.

		$V_L(V)$	$I_L(A)$	$\cos\theta$	$\theta(^{\circ})$	$\cos(\theta - 30^{\circ})$	$\cos(\theta + 30^{\circ})$	$W_1(W)$	$W_2(W)$
Estrela	ABC ( $V_{AB}$ )	99,46	0,501	0,543	57,11	0,890	0,050	44,35	25,114
	CBA ( $V_{CB}$ )	100,70	0,499	0,550	56,63	0,894	0,588	44,92	29,547
Delta	ABC	79,53	1,782	0,673	47,70	0,953	0,213	135,06	30,187
	CBA	80,18	1,789	0,665	48,32	0,949	0,202	136,13	28,975

- 3) Mostre através de um diagrama fasorial que de acordo com as polaridades das bobinas de corrente e de potencial a leitura do wattímetro analógico é positiva para um ângulo  $|\theta_Z| < 60^\circ$ . Mostre que a leitura será negativa se  $|\theta_Z| > 60^\circ$ .

**Resposta.**

- 4) Mostre através de um diagrama fasorial que se a polaridade de uma das bobinas não for seguida a leitura terá um sinal oposto ao correto.

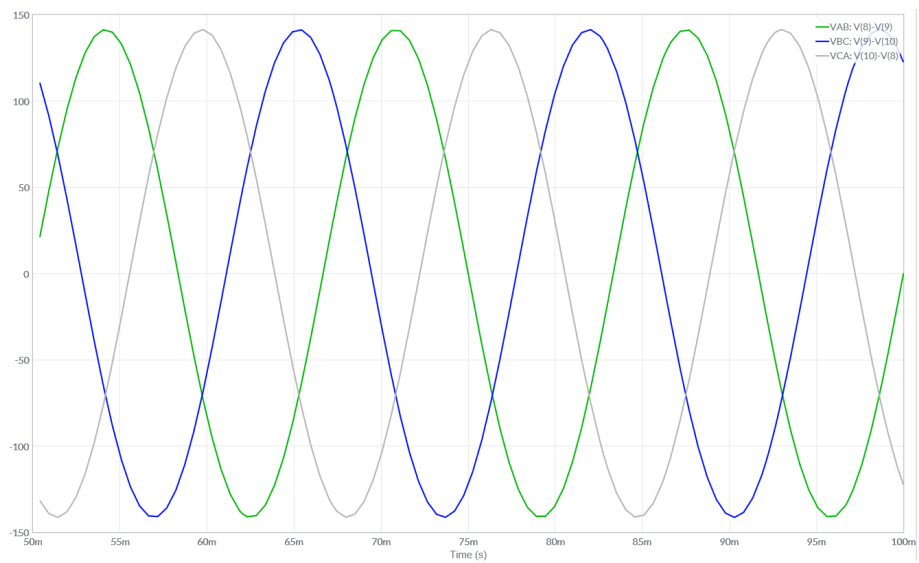
**Resposta.**

## 7 Simulação computacional

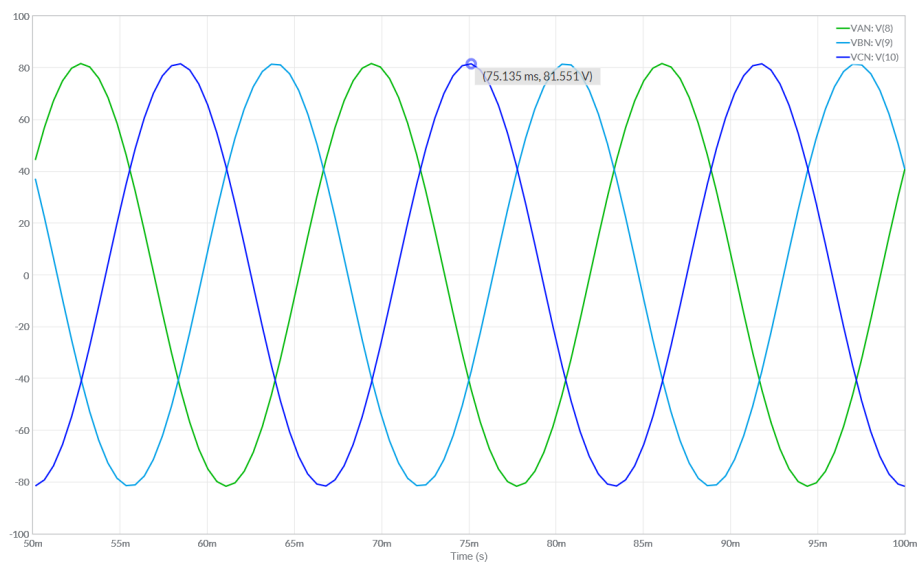
### 7.1 Carga em conexão estrela



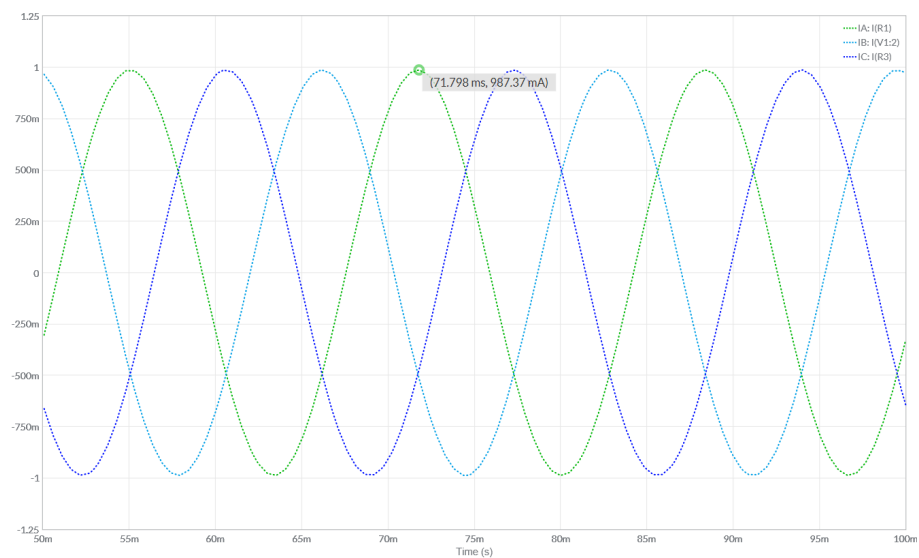
Figura 10: Circuito da carga em conexão estrela.



(a)



(b)



(c)

Figura 11: Comparação das potências obtidas no caso estrela (a) teórico, (b) **abc** experimental, (c) **cba** experimental.

## 7.2 Carga em conexão delta

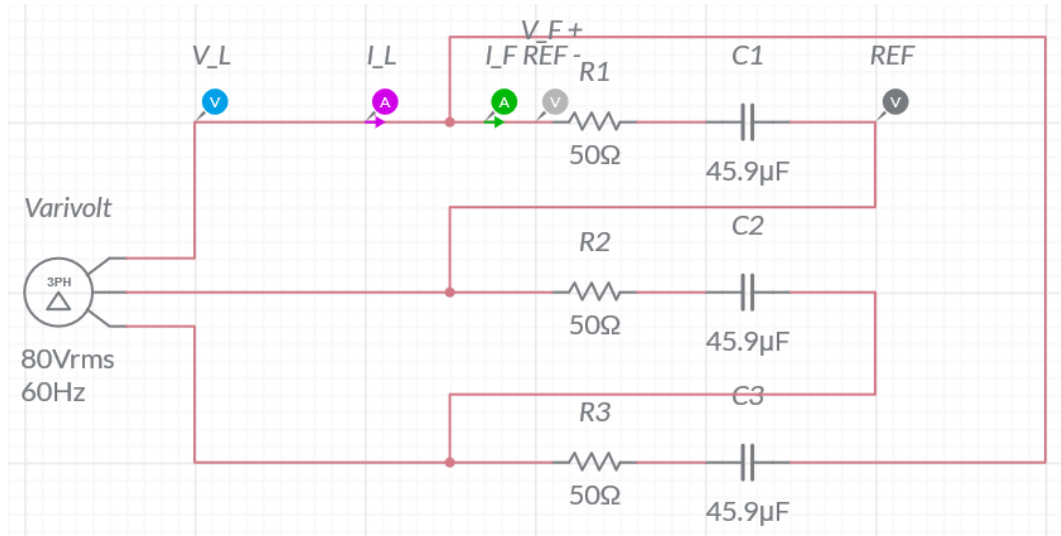


Figura 12: Circuito da carga em conexão delta.

## 8 Conclusões

Neste experimento investiga-se as acerca de circuitos trifásicos equilibrados e suas particularidades em configuração delta e estrela. A análise experimental permitiu confirmar relações teóricas como  $V_L = V_F \cdot \sqrt{3}$  para uma carga em estrela e  $I_L = \sqrt{3} \cdot I_F$  para uma carga em delta. Além de verificar que para ambas configurações as potências (real e reativa) são as mesmas, devido as às duas relações teóricas já mencionadas apresentarem certa simetria.

Outro ponto importante verificado neste experimento é a inexistência de corrente no neutro para um circuito equilibrado. Assim, não é correto conferir corrente de curto-circuito pela corrente no neutro, já que idelamente tem valor nulo. As principais causas para a existência de corrente no neutro são: circuito em desequilíbrio, ou seja, as cargas possuem distintos valores de impedância e a LKC indica que haverá corrente no neutro; mal contato numa das fases ou rompimento dos conectores, nesse caso aparece corrente no neutro que será a soma fasorial das correntes nas fases que restaram, logo de módulo  $I_F$ , pois estão defasadas de  $120^\circ$ .

## Referências

- [1] P. H. O. Rezende, "Circuitos Polifásicos Equilibrados", 2018.
- [2] J. D. Irwin, "Análise de Circuitos Em Engenharia", Pearson, 4ª Ed., 2000.
- [3] R. L. Boylestad, "Introdução À Análise de Circuitos", Pearson, 10ª Ed., 2004.
- [4] SafetyTrabi, "Óculos de segurança: Saiba quando utilizar este EPI", SafetyTrab, 2019. Disponível em: <https://www.safetytrab.com.br/blog/oculos-de-seguranca/>. Acesso em: ago. 2019.