



**Universidade Federal de Uberlândia**  
Faculdade de Engenharia Elétrica  
FEELT

## **CIRCUITOS ACOPLADOS MAGNETICAMENTE**

Relatório da Disciplina de Circuitos Elétricos II  
por

Lesly Viviane Montúfar Berrios  
11811ETE001

Prof. Wellington Maycon Santos Bernardes  
Uberlândia, Setembro / 2019

# Sumário

<b>1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Introdução teórica</b>	<b>2</b>
2.1	A Indutância Mútua . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Preparação</b>	<b>3</b>
3.1	Materiais e ferramentas . . . . .	3
3.2	Montagem . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Análise sobre segurança</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Cálculos, análise dos resultados e questões</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Simulação computacional</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>8</b>

# 1 Objetivos

Verificar experimentalmente os conceitos teóricos sobre acoplamentos magnéticos, obtenção dos valores das auto-indutâncias e da indutância mútua, e comparar os resultados com os valores obtidos utilizando uma análise teórica.

## 2 Introdução teórica

Nos circuitos em que a condução de energia elétrica ocorre por meios físicos, diz-se que são circuitos condutivos. Entretanto, ainda é possível que dois circuitos com ou sem contato se afetem por meio do campo magnético gerado por um deles, esses são chamados circuitos magneticamente acoplados [1].

O *transformador* é baseado nesse princípio. Possui quatro terminais e consiste em dois indutores que são colocados com certa proximidade um do outro, logo compartilham o mesmo fluxo magnético e, portanto, as bobinas indutoras estão acopladas magneticamente.

Sua aplicabilidade é vasta, por exemplo, em sistemas de comunicação, são usados para casamento de impedâncias entre fontes e cargas ou linhas de transmissão. Em sistemas de potências, transformadores são usados para atenuar ou amplificar os sinais de tensão. De fato, transformadores são utilizados em eliminadores de pilha e recarregadores de baterias, que podem ser ligados diretamente em tomadas residenciais [2].

### 2.1 A Indutância Mútua

Enrolamentos acoplados magneticamente dão origem ao fenômeno de indutância mútua. Os indutores podem neste experimento são acoplados em série, o que permite o cálculo da indutância mútua a partir da Equação (5), considerando a natureza não-ideal dos transformadores.

Da ligação série aditiva e subtrativa tem-se os resultados das Equações (1) e (2) para os módulos das impedâncias obtidas.

$$Z_{ad}^2 = (R_1 + R_2)^2 + (\omega L_1 + \omega L_2 + \omega 2M)^2 \quad (1)$$

$$Z_{sub}^2 = (R_1 + R_2)^2 + (\omega L_1 + \omega L_2 - \omega 2M)^2 \quad (2)$$

Assim, tem-se:

$$L_1 + L_2 = \frac{\sqrt{Z_{ad}^2 - (R_1 + R_2)^2} - 2\omega M}{\omega} \quad (3)$$

$$L_1 + L_2 = \frac{\sqrt{Z_{sub}^2 - (R_1 + R_2)^2} + 2\omega M}{\omega} \quad (4)$$

Portanto, a Indutância Mútua será dada por:

$$M = \frac{1}{4\omega} \left( \sqrt{Z_{add}^2 - (R_1 + R_2)^2} - \sqrt{Z_{sub}^2 - (R_1 + R_2)^2} \right) \quad (5)$$

$$k = \frac{\phi_m}{\phi_p} \quad (6)$$

A indutância mútua entre dois enrolamentos é proporcional à taxa de variação de fluxo de um dos enrolamentos em função da taxa de variação da corrente no outro enrolamento. [3].

## 3 Preparação

### 3.1 Materiais e ferramentas

#### 1 - Fonte

Alimentará todo o circuito.

#### 2 - Conjunto de bobinas

Cada bobina possui uma resistência, sendo  $R_1$  para a Bobina 1 e  $R_2$  para a Bobina 2. Considere  $R_1 < R_2$ .

#### 3 - Conectores

Foram utilizadas pontas de provas para a verificação das grandezas nos multímetros. Para as conexões no circuito foi utilizado majoritariamente cabos banana-banana.

#### 4 - Multímetro

Utilizado para medir as tensões elétricas entre os pontos das bobinas especificados no experimento.

#### 5 - Miliamperímetro

A escala mais precisa permite melhor regulação da corrente desejada.

#### 6 - Varivolt

O equipamento permitirá obter o valor desejado de corrente a partir da regulação correta da tensão fornecida pela fonte.

## 3.2 Montagem

### 1) Resistências das bobinas

Para o conjunto de bobinas fornecido, foi medido a resistência da bobina 1 (600 esp.) e a resistência da bobina 2 (1200 esp.) e obteve-se:

$$R_1 = 2,6\Omega$$

$$R_2 = 7,4\Omega$$

### 2) Determinando a polaridade das bobinas

Efetue a montagem da Figura 1, aplicando uma corrente de 50 mA no miliamperímetro, anote a tensão  $V_1$  e marque a polaridade da Bobina 1, indicando-a por um ponto “.”, no terminal em que a fem<sub>1</sub> (terminal ligado ao positivo da fonte CA) é positiva. Na bobina 2 marque a polaridade (o ponto) no terminal ligado ao voltímetro se a tensão  $V' < V_1$ , e marque o ponto no terminal de baixo se  $V' > V_1$  (terminal em que a fem induzida é positiva).

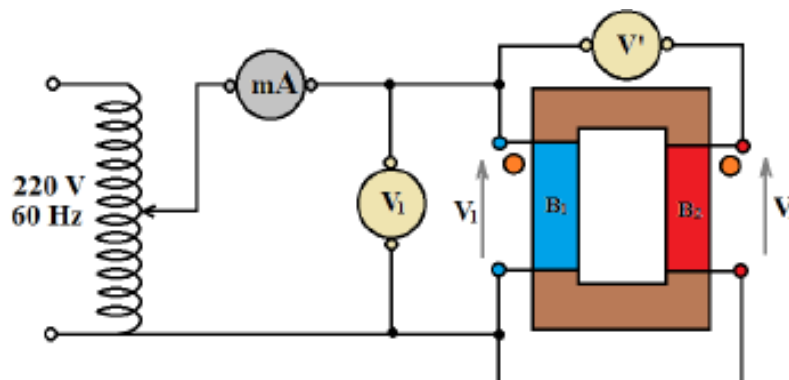


Figura 1: Marcação de polaridade.

Da análise experimental, obteve-se  $V' = 8,33V$  e  $V_1 = 10,27V$ . Logo, o ponto é indicado como na Figura 1, ponto no terminal superior da bobina 2, pois  $V' < V_1$ .

### 3) Ligação série aditiva

Como na Figura 2, a montagem faz a ligação em série aditiva das bobinas 1 e 2 (os fluxos são aditivos). Aplique a tensão necessária de modo a obter o valor de corrente indicado na Tabela 1, completando as demais colunas com os valores das tensões  $V$  (tensão total aplicada as bobinas). Os valores de  $Z_{ad}$  são obtidos fazendo  $V/I$ .

### 4) Ligação série subtrativa

Como na Figura 3, a montagem faz a ligação em série subtrativa entre as bobinas 1 e 2 (fluxos subtrativos ou contrários). Aplique a tensão necessária de modo a obter as correntes indicadas na Tabela 2, completando as demais colunas com os valores das

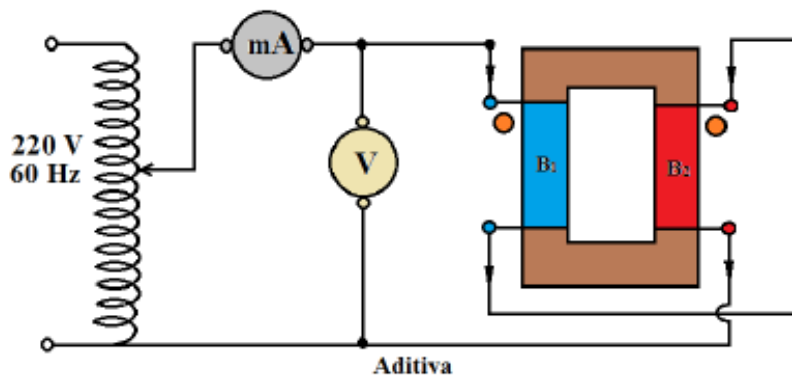


Figura 2: Ligação série aditiva das bobinas 1 e 2

Tabela 1: Tabela de tensões para cada valor de corrente  $I_{ad}$  setado.

$I_{ad}$ (mA)	V (V)	$Z_{ad}(\Omega)$
16,7	32,66	1955,68
33,3	61,55	1848,34
50,0	94,60	1892,00

tensões V (tensão total aplicada as bobinas). Os valores de  $Z_{sub}$  são obtidos fazendo  $V/I$ .

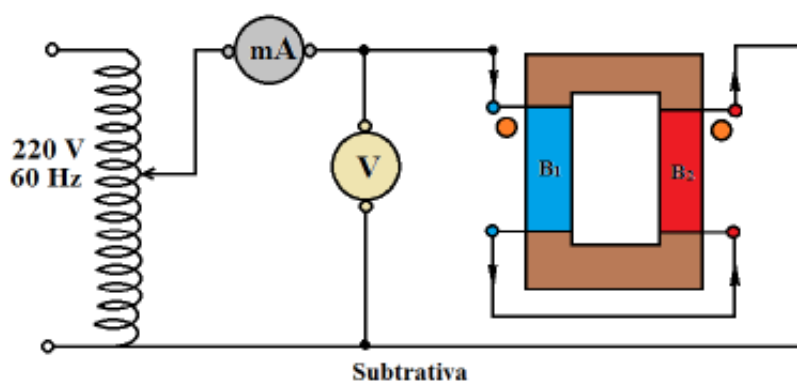


Figura 3: Ligação série subtrativa das bobinas 1 e 2.

##### 5) Transformador a vazio

Efetue a montagem do circuito da Figura 4 abaixo, considerando agora as bobinas 1 e 2 isoladas (como num transformador a vazio). Aplique uma tensão na bobina 1 de modo a obter a corrente indicada na Tabela 3. Meça a tensão na bobina 1 ( $V_1$ ) e a tensão que é induzida na bobina 2 devido a corrente na bobina 1 ( $V_2$ ). Os valores de  $Z_1$  são obtidos fazendo  $V/I$ .

##### 6) Transformador a vazio com bobinas invertidas

Efetue a montagem do circuito da Figura 5 abaixo, considerando agora as bobinas 1 e 2 isoladas (como num transformador a vazio). Aplique uma tensão na bobina 2 de modo a obter a corrente indicada na Tabela 4. Meça a tensão na bobina 1 ( $V_1$ ) e a

Tabela 2: Tabela de tensões para cada valor de corrente  $I_{sub}$  setado.

$I_{sub}$ (mA)	V (V)	$Z_{sub}(\Omega)$
50,0	15,20	304,00
100,0	31,11	311,10
150,0	46,09	307,27

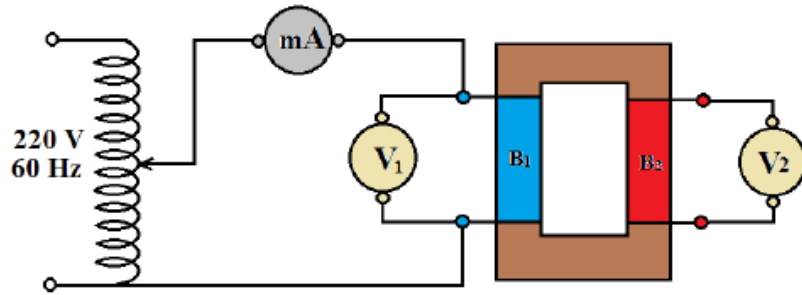


Figura 4: Transformador com bobina 1 no primário e bobina 2 no secundário.

tensão que é induzida na bobina 2 devido a corrente na bobina 1 ( $V_2$ ). Os valores de  $Z_1$  são obtidos fazendo  $V/I$ .

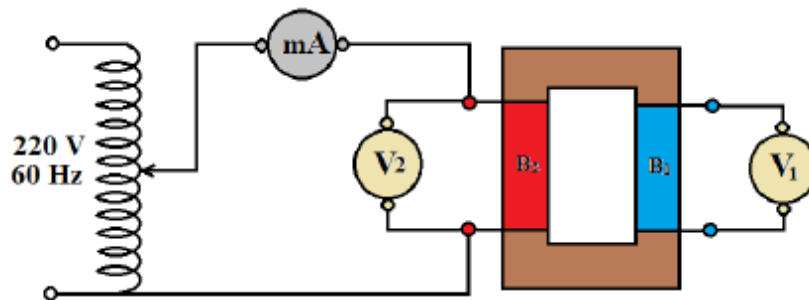


Figura 5: Transformador com bobina 2 no primário e bobina 1 no secundário

## 4 Análise sobre segurança

Os óculos de segurança são Equipamentos de Proteção Individual (EPIs) e são utilizados para a proteção da área ao redor dos olhos contra qualquer tipo de detrito estranho, que possa causar irritação ou ferimentos. Também protegem contra faíscas, respingos de produtos químicos, detritos, poeira, radiação e etc [4]. É importante a utilização desse equipamento durante os experimentos a fim de evitar qualquer dano, além de preparar o profissional para o manejo correto e seguro de qualquer equipamento.

Tabela 3: Tabela de tensões para cada valor de corrente  $I_1$  setado

$I_1$ (mA)	$V_1$ (V)	$Z_1(\Omega)$	$V_2$ (V)
50,0	10,30	206,00	18,61
100,0	21,14	211,40	38,44
150,0	32,14	214,27	59,01

Tabela 4: Tabela de tensões para cada valor de corrente  $I_1$  setado

$I_2$ (mA)	$V_2$ (V)	$Z_2(\Omega)$	$V_1$ (V)
25,0	20,97	838,80	9,81
50,0	43,53	870,60	19,14
75,0	66,30	884,00	29,43

## 5 Cálculos, análise dos resultados e questões

- 1 - A partir dos valores obtidos na tabela 1, encontre o valor médio da impedância  $Z_{ad}$ .  
O valor médio da impedância  $Z_{ad}$  será:

$$Z_{ad} = 1898,67\Omega$$

- 2 - A partir dos valores obtidos na tabela 2, encontre o valor médio da impedância  $Z_{sub}$ .  
Com os valores médios das impedâncias aditiva e subtrativa e os valores das resistências das bobinas ( $R_1$  e  $R_2$ ), encontre o valor da impedância mútua  $M$ .  
O valor médio da impedância  $Z_{sub}$  será:

$$Z_{sub} = 307,42\Omega$$

Assim, a indutância mútua será dada por meio da Equação (5).

$$M = \frac{1}{4 \times (2\pi \cdot 60)} \left( \sqrt{1898,67^2 - (2,6 + 7,4)^2} - \sqrt{307,42^2 - (2,6 + 7,4)^2} \right) = 1,0553H$$

- 3 - A partir dos valores obtidos na tabela 3, encontre o valor médio da impedância  $Z_1$ .  
O valor médio da impedância  $Z_1$  será:

$$Z_1 = 210,56\Omega$$

- 4 - A partir dos valores obtidos na tabela 4, encontre o valor médio da impedância  $Z_2$ .  
Com os valores médios das impedâncias das bobinas ( $Z_1$  e  $Z_2$ ) e os valores das resistências das bobinas ( $R_1$  e  $R_2$ ), encontre os valores das reatâncias próprias e das



auto indutâncias  $L_1$  e  $L_2$ .

O valor médio da impedância  $Z_2$  será:

$$Z_2 = 864,47\Omega$$

- 5 - Com os valores obtidos para  $L_1$ ,  $L_2$  e  $M$  encontre o valor do coeficiente de acoplamento entre as bobinas 1 e 2.

A partir equação

- 6 - Para uma corrente de 1,0A na bobina 1 (Figura 4), encontre o valor do fluxo  $\phi_1$ ,  $\phi_{L1}$ .
- 7 - Para uma corrente de 1,0A na bobina 1 (Figura 5), encontre o valor do fluxo  $\phi_2$ ,  $\phi_{L2}$ .
- 8 - O que deve acontecer com as leituras dos instrumentos do primário, em qualquer das montagens efetuadas, se a barra superior do núcleo de ferro for removida (o núcleo for aberto)?
- 9 - O que deve acontecer com as leituras dos instrumentos do secundário, em qualquer das montagens efetuadas, se o núcleo de ferro for retirado do circuito sem desligamento do mesmo?

## **6 Simulação computacional**

## **7 Conclusões**

## Referências

- [1] P. H. Rezende, “Circuitos Magneticamente Acoplados”, UFU, 2018. Disponível em: [https://www.moodle.ufu.br/pluginfile.php/702496/mod\\_resource/content/3/Cap.%20I\\_Acoplamento.pdf](https://www.moodle.ufu.br/pluginfile.php/702496/mod_resource/content/3/Cap.%20I_Acoplamento.pdf). Acesso em: ago. 2019.
- [2] J. D. Irwin, “Análise de Circuitos Em Engenharia”, Pearson, 4<sup>a</sup> Ed., 2000.
- [3] R. L. Boylestad, “Introdução À Análise de Circuitos”, Pearson, 10<sup>a</sup> Ed., 2004.
- [4] SafetyTrabi, “Óculos de segurança: Saiba quando utilizar este EPI”, SafetyTrab, 2019. Disponível em: <https://www.safetytrab.com.br/blog/oculos-de-seguranca/>. Acesso em: ago. 2019.