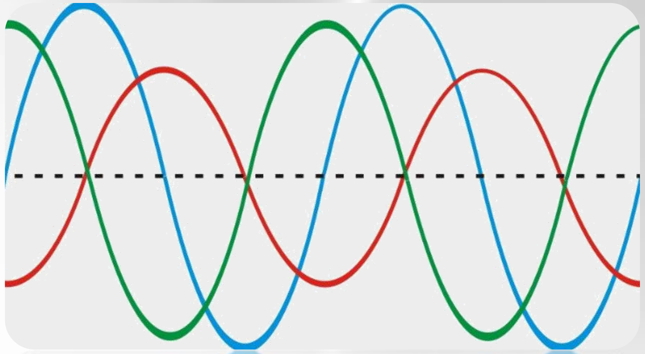
Universidade Federal de Uberlândia
- UFU -

Faculdade de Engenharia
Elétrica - FEELT -

Capítulo 03

Circuitos Polifásicos Desequilibrados



Prof. Paulo Henrique Oliveira Rezende

paulohenrique16@gmail.com

Uberlândia – 2018/1

SUMÁRIO

OS DESEQUILÍBRIOS EM CIRCUITOS ELÉTRICOS PODEM OCORRER POR DUAS SITUAÇÕES:

1) As tensões da fonte não são iguais em magnitude e/ou diferem em fase por ângulos desiguais;

2) Distribuições desiguais de carga nas três fases:

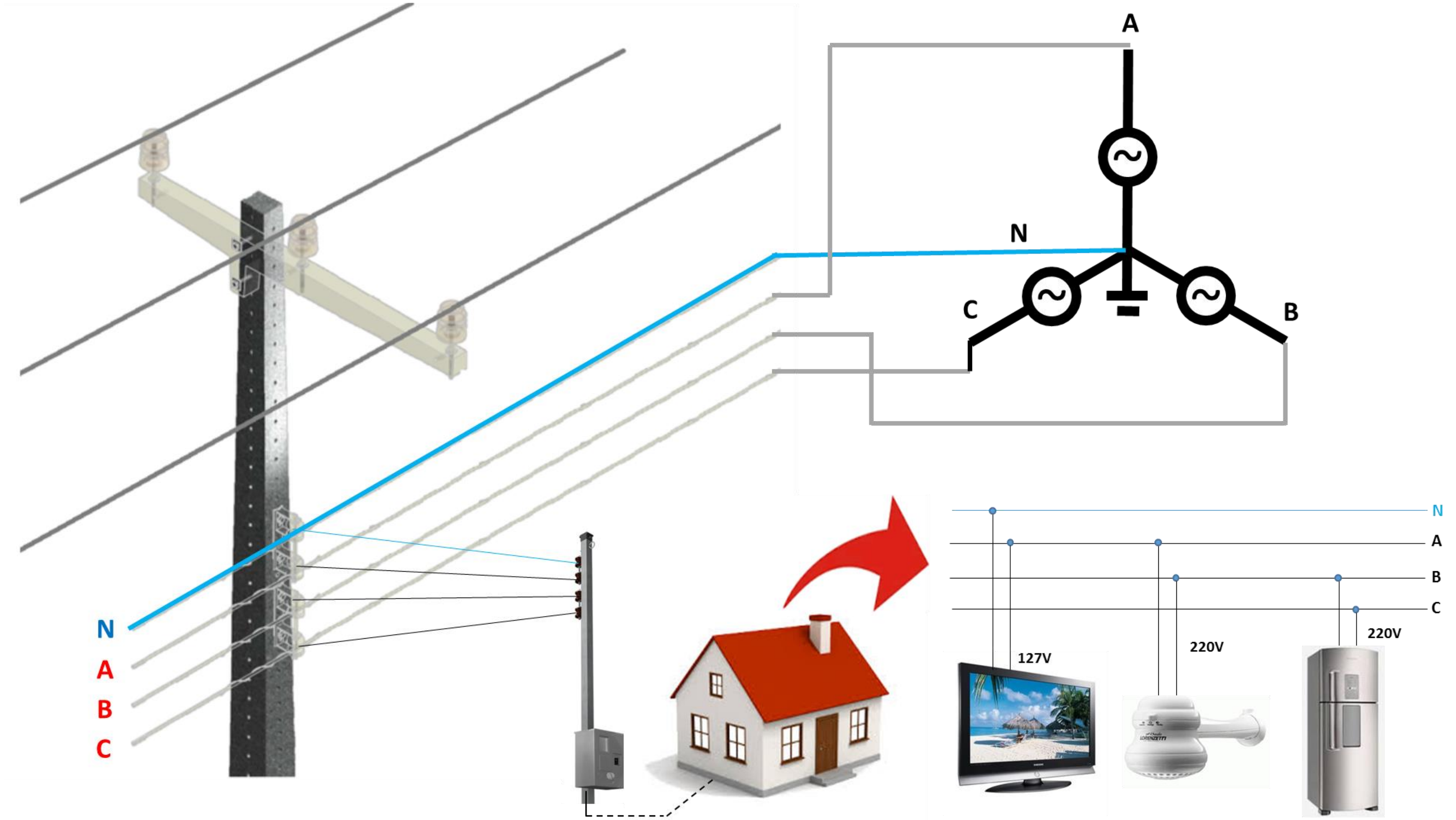
- Presença de cargas trifásicas desequilibradas;
- Pela distribuição de cargas monofásicas sem planejamento;
- Pela variação nos ciclos de demanda de cada fase;

I. ORIGEM DOS DESEQUILÍBRIOS

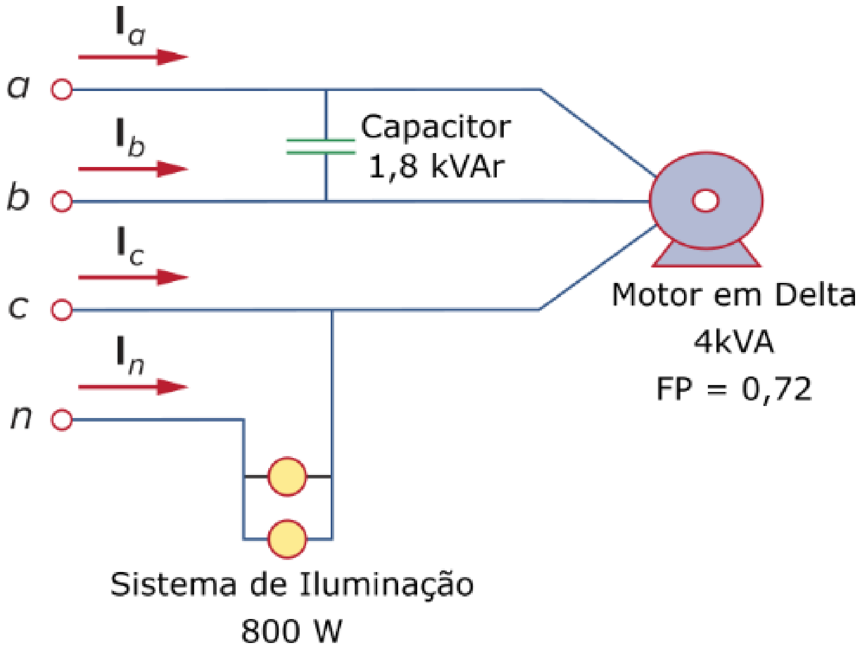
Universidade Federal de Uberlândia - UFU
Faculdade de Engenharia Elétrica FEELT

A situação mais comum para o desequilíbrio é a **distribuição desuniforme** de cargas entre as fases:

As tensões da fonte são praticamente equilibradas em módulo e ângulo.



Considere o circuito desequilibrado abaixo:

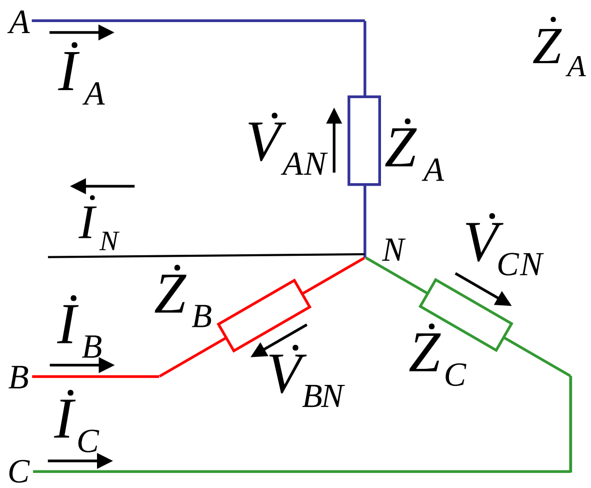


Técnica 01: Utilizando técnicas de resoluções de circuitos com grandezas elétricas reais convencionais no sistema ABC ou CBA; (Foco desse capítulo)

Técnica 02: Utilizando a técnica das Componentes Simétricas (Teorema de Fortescue).

III. 1) CARGAS DESEQUILIBRADAS QUANDO SE CONHECE A TENSÃO NOS TERMINAIS DA MESMA:

- **Carga conectada em Estrela (Y):**



$$\dot Z_A \neq \dot Z_B \neq \dot Z_C$$

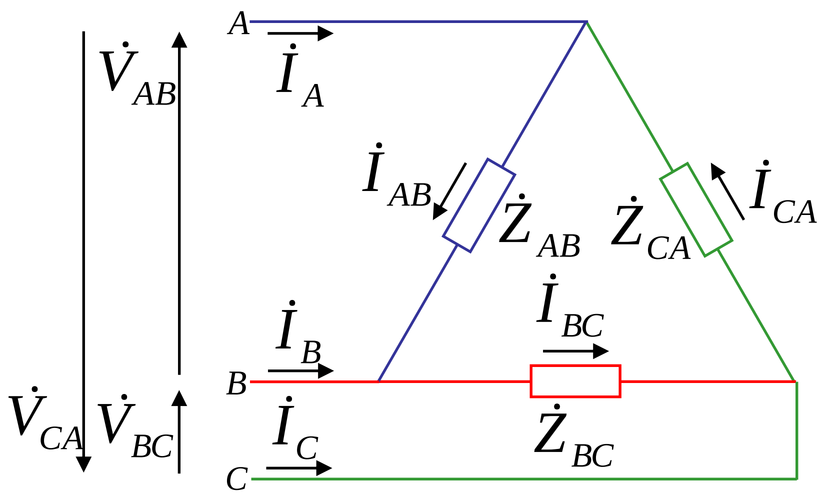
$$\boxed{\underline{V}_{AB} = \underline{V}_{An} - \underline{V}_{Bn} \neq \sqrt{3}\,\underline{V}_{An}\ \angle 30^0}$$

$$\dot I_A = \frac{\dot V_{AN}}{\dot Z_A} \qquad \dot I_B = \frac{\dot V_{BN}}{\dot Z_B} \qquad \dot I_C = \frac{\dot V_{CN}}{\dot Z_C}$$

$$\dot I_N = (\dot I_A + \dot I_B + \dot I_C)$$

- **Carga conectada em Delta (∆):**

$$\dot Z_{AB} \neq \dot Z_{BC} \neq \dot Z_{CA}$$

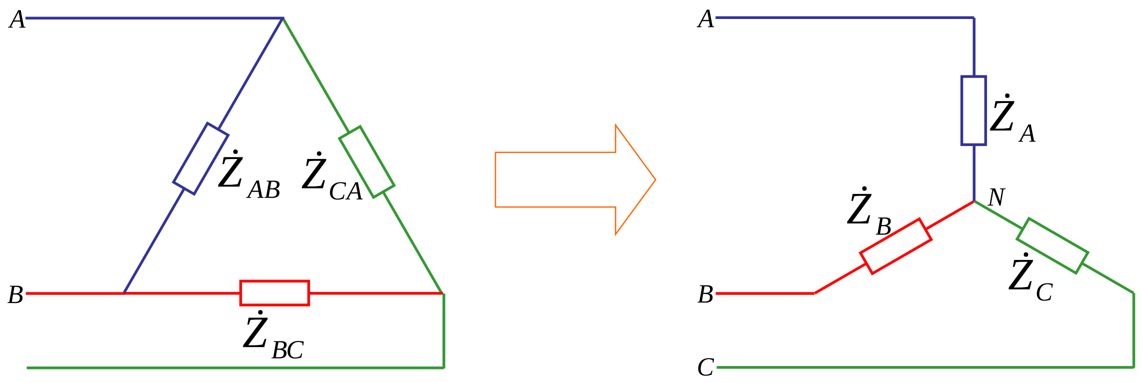


$$\dot I_{AB} = \frac{\dot V_{AB}}{\dot Z_{AB}} \qquad \dot I_{BC} = \frac{\dot V_{BC}}{\dot Z_{BC}} \qquad \dot I_{CA} = \frac{\dot V_{CA}}{\dot Z_{CA}}$$

$$\dot I_A = \dot I_{AB} - \dot I_{CA} \qquad \dot I_B = \dot I_{BC} - \dot I_{AB} \qquad \dot I_C = \dot I_{CA} - \dot I_{BC}$$

III. 1) CARGAS DESEQUILIBRADAS QUANDO SE CONHECE A TENSÃO NOS TERMINAIS DA MESMA (Transformações Importantes)

- **Transformação de cargas Δ - Y:**

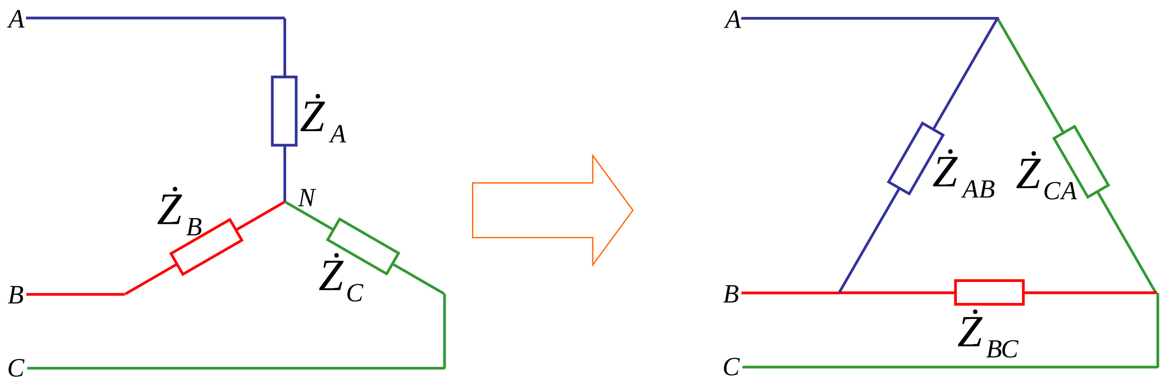


$$\dot{Z}_A = \frac{\dot{Z}_{AB}\dot{Z}_{CA}}{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{CA}}$$

$$\dot{Z}_B = \frac{\dot{Z}_{AB}\dot{Z}_{BC}}{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{CA}}$$

$$\dot{Z}_C = \frac{\dot{Z}_{BC}\dot{Z}_{CA}}{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{CA}}$$

- **Transformação de cargas Δ - Y:**



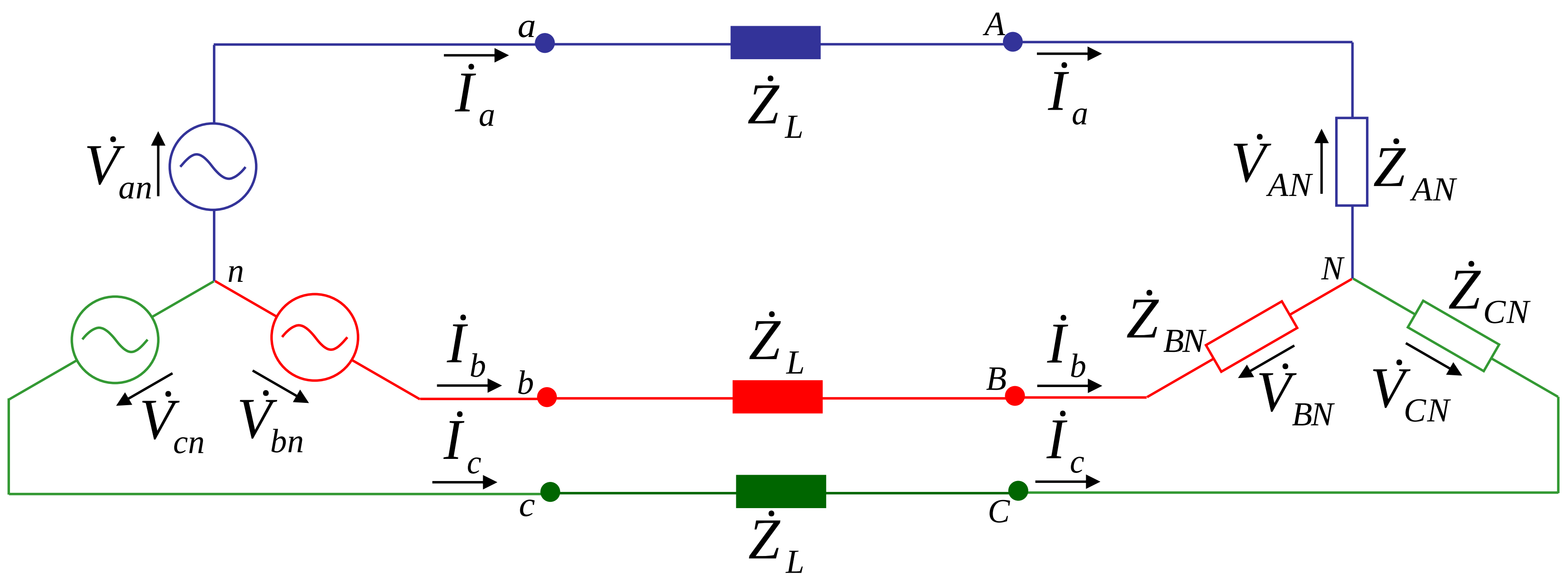
$$\dot{Z}_{AB} = \frac{\dot{Z}_A\dot{Z}_B+\dot{Z}_A\dot{Z}_C+\dot{Z}_B\dot{Z}_C}{\dot{Z}_C}$$

$$\dot{Z}_{BC} = \frac{\dot{Z}_A\dot{Z}_B+\dot{Z}_A\dot{Z}_C+\dot{Z}_B\dot{Z}_C}{\dot{Z}_A}$$

$$\dot{Z}_{CA} = \frac{\dot{Z}_A\dot{Z}_B+\dot{Z}_A\dot{Z}_C+\dot{Z}_B\dot{Z}_C}{\dot{Z}_B}$$

Universidade Federal de Uberlândia - UFU
Faculdade de Engenharia Elétrica FEELT

III. 2) GERADOR EQUILIBRADO COM CARGAS DESEQUILIBRADAS: SISTEMA Y-Y (3 FIOS)

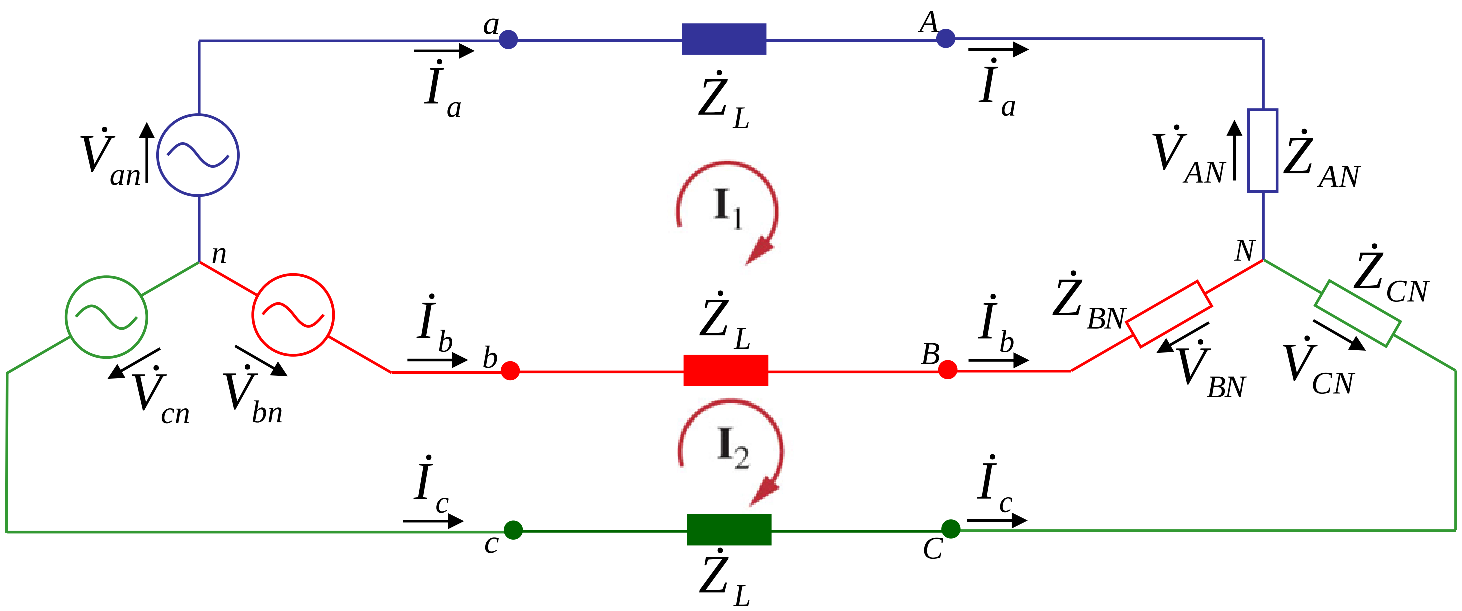


Metodologia 01: Método das Equações de Malhas;

Metodologia 02: Método da Tensão de deslocamento do neutro.

III. 2) GERADOR EQUILIBRADO COM CARGAS DESEQUILIBRADAS: SISTEMA Y-Y (3 FIOS)

Metodologia 01: Método das Equações de Malhas



Correntes de malhas:

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_2 - \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_c = -\dot{I}_2$$

Tensão na carga:

$$\dot{V}_{AN} = \dot{Z}_{AN} \cdot \dot{I}_a$$

$$\dot{V}_{BN} = \dot{Z}_{BN} \cdot \dot{I}_b$$

$$\dot{V}_{CN} = \dot{Z}_{CN} \cdot \dot{I}_c$$

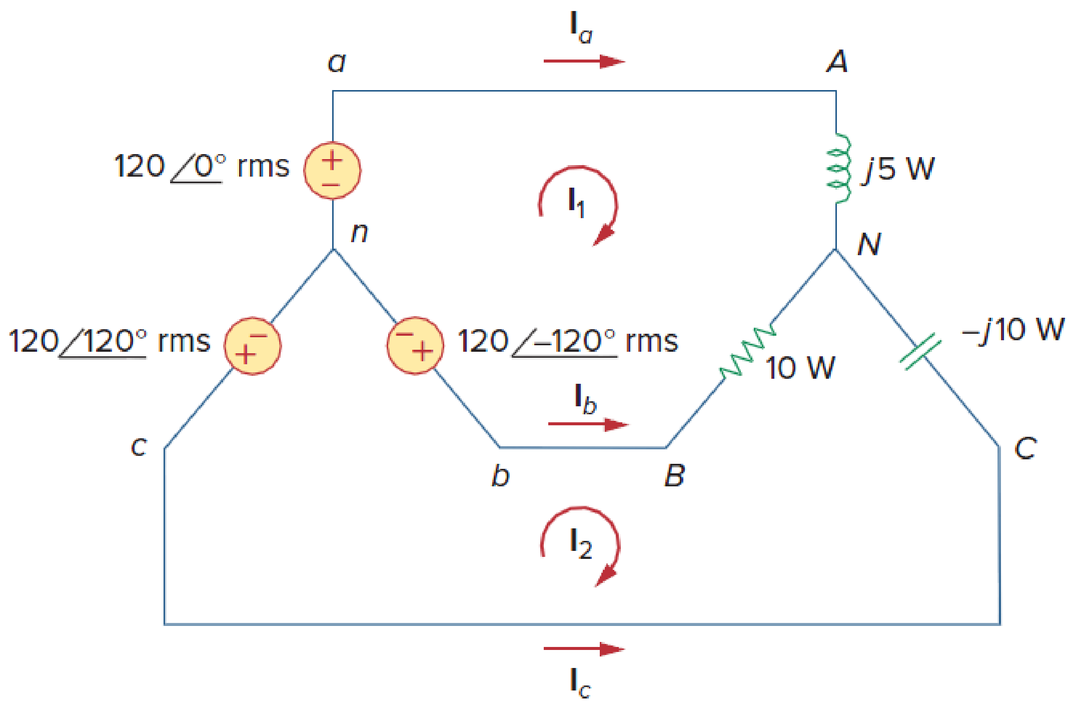
Malha 01: $\dot{V}_{an} - \dot{V}_{bn} = (\dot{Z}_{AN} + \dot{Z}_{BN} + 2\dot{Z}_L) \cdot \dot{I}_1 - (\dot{Z}_{BN} + \dot{Z}_L) \cdot \dot{I}_2$

Malha 02: $\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{cn} = -(\dot{Z}_{BN} + \dot{Z}_L) \cdot \dot{I}_1 + (\dot{Z}_{BN} + \dot{Z}_{CN} + 2\dot{Z}_L) \cdot \dot{I}_2$

III. 2) GERADOR EQUILIBRADO COM CARGAS DESEQUILIBRADAS: SISTEMA Y-Y (3 FIOS)

EXEMPLO: PARA O CIRCUITO DESEQUILIBRADO DA FIGURA ABAIXO, DETERMINE:

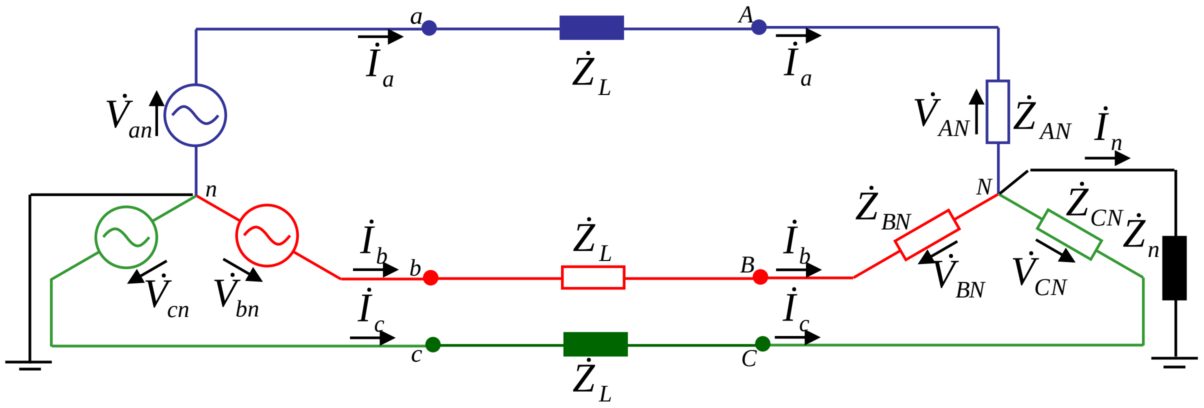
a) AS CORRENTES DE LINHA;
b) A POTÊNCIA COMPLEXA TOTAL ABSORVIDA PELA CARGA;
c) A POTÊNCIA COMPLEXA TOTAL ABSORVIDA PELA FONTE.



III. 2) GERADOR EQUILIBRADO COM CARGAS DESEQUILIBRADAS: SISTEMA Y-Y (3 FIOS)

Metodologia 02: Método da Tensão de deslocamento do neutro

Sistema com fontes simétricas mas cargas desbalanceadas (Z_{AN}, Z_{BN} e Z_{CN} são diferentes)



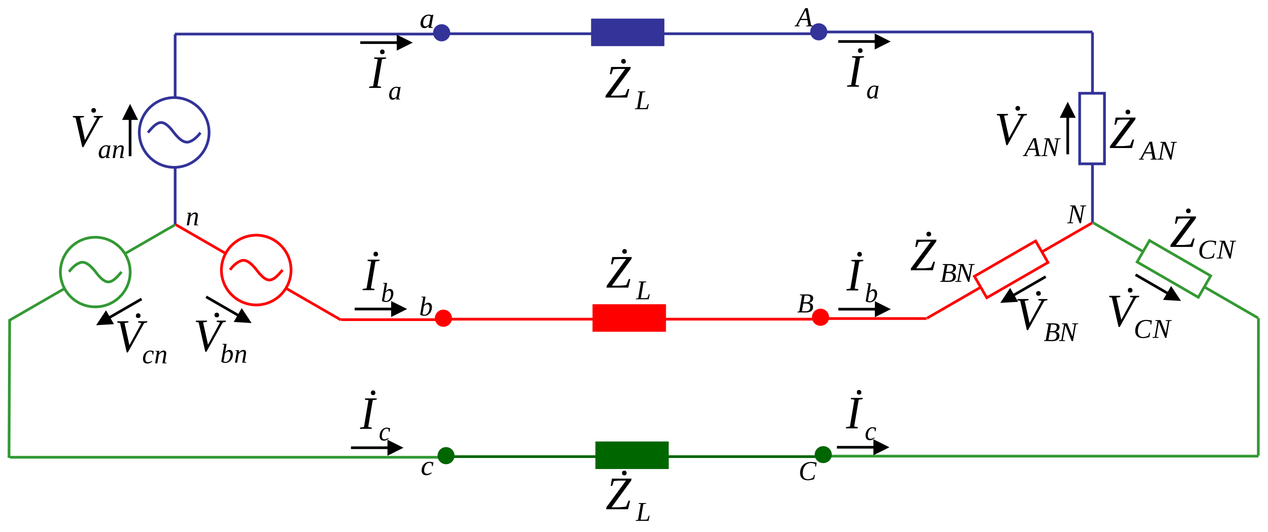
Três situações possíveis:

- Estrela isolado (Y-Y 3 Fios);
- Estrela solidamente aterrado (Y-Y 4 Fios com $\boldsymbol{Z_N = 0}$);
- Estrela aterrado através de impedância (Y-Y 4 Fios com $\boldsymbol{Z_N \neq 0}$).

III. 2) GERADOR EQUILIBRADO COM CARGAS DESEQUILIBRADAS: SISTEMA Y-Y (3 FIOS)

Metodologia 02: Método da Tensão de deslocamento do neutro

- Estrela isolado (Y-Y 3 Fios)



O ponto "N" é o neutro da carga e o ponto "n" é a referencia absoluta, potencial zero!

- A fonte trifásica é equilibrada e portanto, os valores definidos para as tensões de fase e de linha fornecidas pela fonte continuam os mesmos já definidos anteriormente;

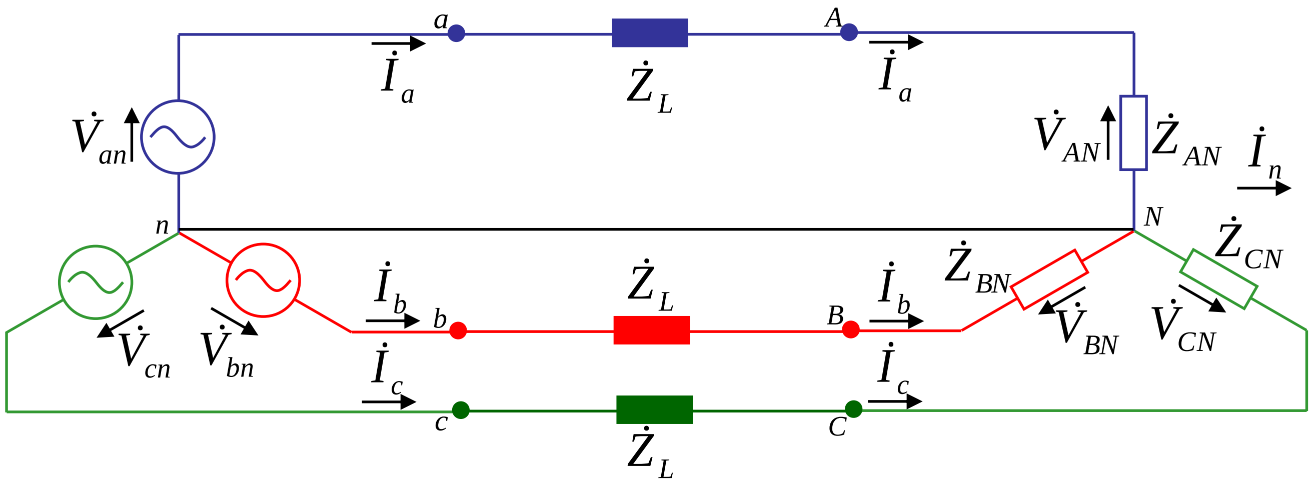
- No entanto, devido ao fato de que o neutro da carga N e o da fonte n não estão conectados, há uma diferença de potencial entre esses dois pontos, devido ao desequilíbrio da carga trifásica, levando à conclusão de que as tensões de fase aplicadas à carga não são iguais às tensões de fase fornecidas pela fonte.

Equacionamento foi feito em sala de aula e encontra-se em material suplementar no Moodle

III. 2) GERADOR EQUILIBRADO COM CARGAS DESEQUILIBRADAS: SISTEMA Y-Y (4 FIOS)

Metodologia 02: Método da Tensão de deslocamento do neutro

- Estrela solidamente aterrado (Y-Y 4 Fios com $Z_N = 0$)

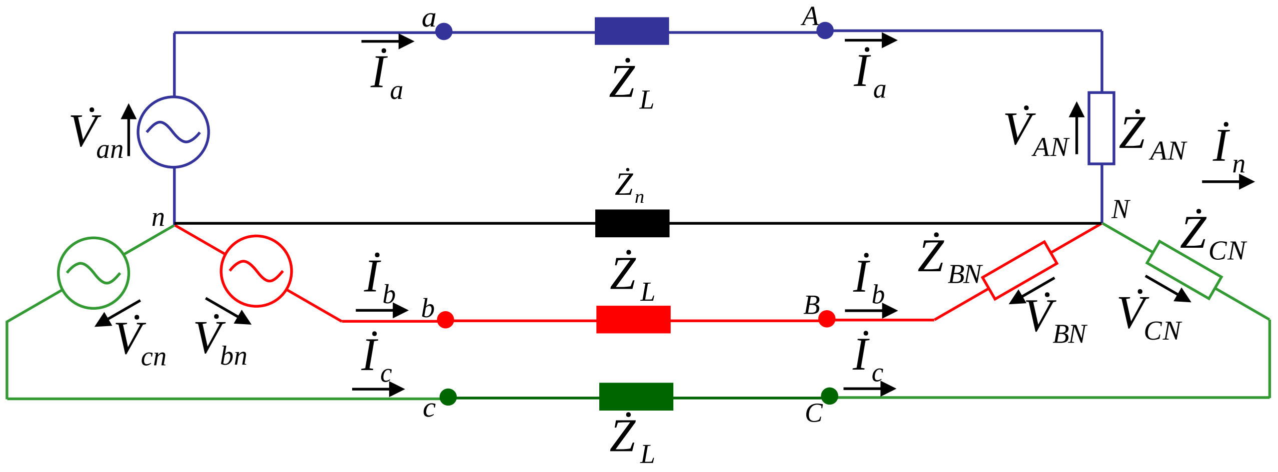


Equacionamento foi feito em sala de aula e encontra-se em material suplementar no Moodle

III. 2) GERADOR EQUILIBRADO COM CARGAS DESEQUILIBRADAS: SISTEMA Y-Y (4 FIOS)

Metodologia 02: Método da Tensão de deslocamento do neutro

- Estrela aterrado através de impedância (Y-Y 4 Fios com $Z_N \neq 0$)



Equacionamento foi feito em sala de aula e encontra-se em material suplementar no Moodle

IV. EFEITO DA SEQUÊNCIA DE FASES

- A menos que seja explicitamente informado, a expressão "Sequência de fases" refere-se à sequência de fases das tensões. Deve-se recordar que, em sistemas não equilibrados, as correntes de linha e de fase têm sua própria sequência de fases que podem ou não ser, iguais à da tensão.

- A sequência de fases de uma linha trifásica, embora pareça ter um papel irrelevante, reveste-se de uma enorme importância. Em particular, quando se necessita interligar redes trifásicas, é de suma importância que a sequência de fases de ambas seja a mesma.

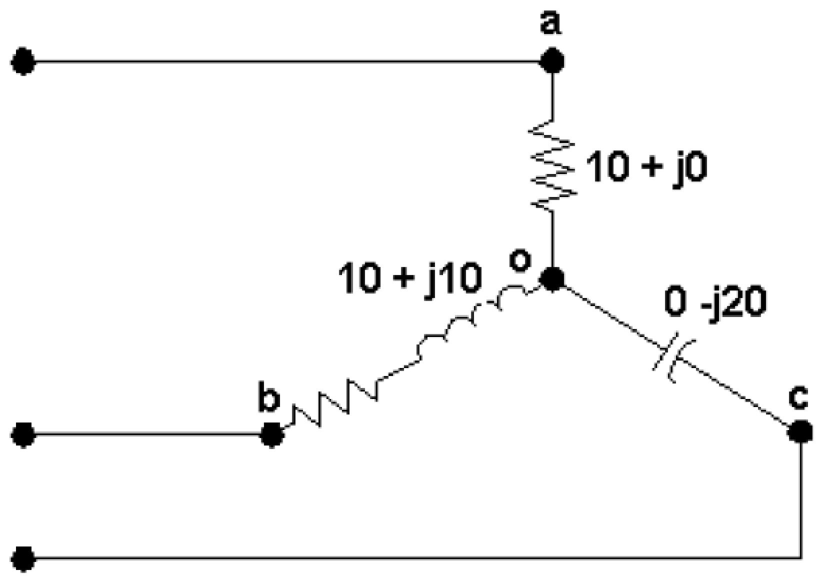
A) SISTEMA EQUILIBRADO

1. É invertido o sentido de rotação de motores de indução polifásicos;
2. No método dos dois wattímetros para medição de potência real, ocorre a permuta de suas leituras;
3. Porém os módulos de correntes e tensões não são alterados.

B) SISTEMA NÃO EQUILIBRADO

1. Em geral, causará alterações nos módulos bem como nas fases de certas correntes nos ramos;
2. Porém os Watts e os VARs totais gerados permaneçam os mesmos.

Exemplo: Observe o efeito da inversão da sequência de fases da tensão de alimentação nos módulos e fases das correntes da carga conectada em Y, indicada ao lado.



a) Tensões na sequência inversa;

$$\dot{V}_{ab} = 212\angle 90°\,V;\ \dot{V}_{bc} = 212\angle -150°\,V;\ \dot{V}_{ca} = 212\angle -30°\,V.$$

$$\dot{I}_{ao} = 3{,}7\angle 15°\,A;\ \dot{I}_{bo} = 14{,}6\angle -125{,}1°\,A;\ \dot{I}_{co} = 12{,}0\angle 66{,}2°\,A.$$

b) Tensões na sequência direta;

$$\dot{V}_{ab} = 212\angle 90°\,V;\ \dot{V}_{bc} = 212\angle -30°\,V;\ \dot{V}_{ca} = 212\angle -150°\,V.$$

$$\dot{I}_{ao} = 13{,}7\angle 75°\,A;\ \dot{I}_{bo} = 6{,}2\angle -111{,}2°\,A;\ \dot{I}_{co} = 7{,}5\angle -99{,}9°\,A.$$

V. MÉTODO PARA VERIFICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE FASES DE TENSÕES

Há dois métodos gerais para a verificação da sequência de fases de tensão; um, baseado no sentido de rotação de motores de indução; o outro, em características de circuitos polifásicos não equilibrados.

A) MÉTODO DO SENTIDO DE ROTAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO POLIFÁSICOS

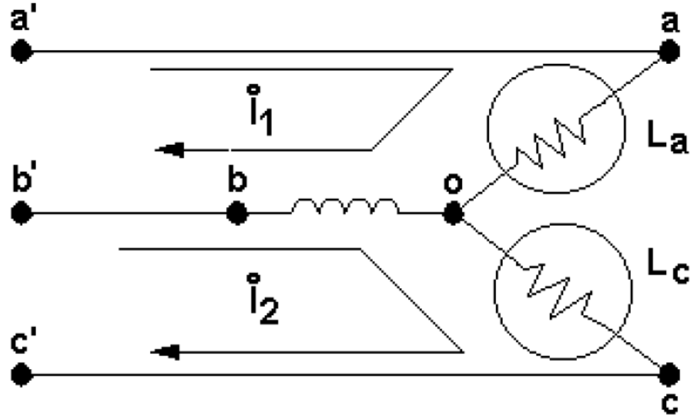
Pequenos motores de indução polifásicos, que foram previamente aferidos para uma determinada sequência de fases conhecida, podem ser empregados para verificar a sequência de fases de um dado sistema. O princípio de operação deste método envolve a teoria de campos magnéticos girantes.

B) EXAMINANDO O COMPORTAMENTO DE UMA CARGA DESEQUILIBRADA

Podemos destacar dois métodos, a saber:

B.1) Método das duas lâmpadas:

Em geral, qualquer carga desequilibrada pode ser empregada como um verificador de sequência de fases. Um dos dispositivos mais comuns é a disposição do circuito não equilibrado mostrado na Figura ao lado

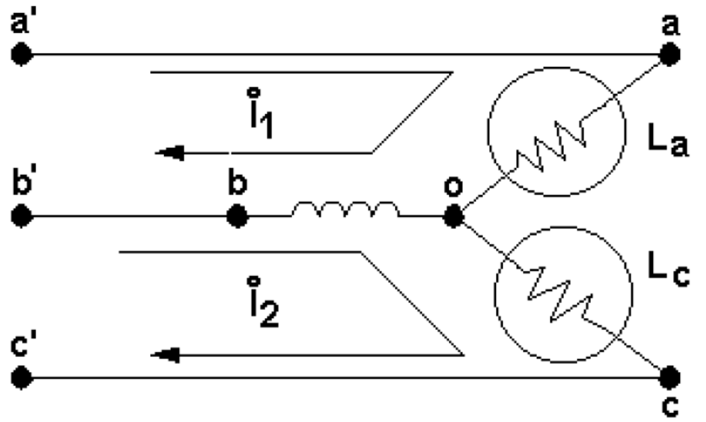


B) Uso de características de circuitos polifásicos não equilibrados

B.1) Método das duas lâmpadas:

Definem-se, arbitrariamente, as fases de linha **a**, **b**, e **c** para o circuito ao lado.

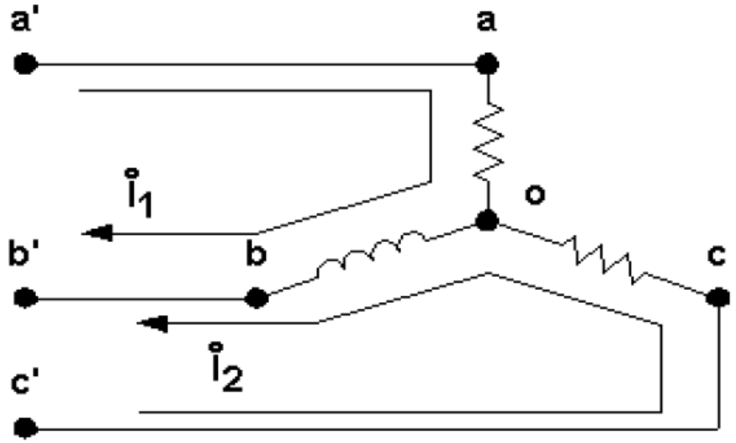
Método: Se a lâmpada ‘$\mathbf{L_a}$’ brilhar mais que a lâmpada ‘$\mathbf{L_c}$’, então, a sequência de fases é ABC (sequência direta) e, caso contrário, é sequência CBA (inversa).



Exemplo: Com a finalidade de ilustrar o efeito da inversão da sequência de fases sobre módulos das tensões de fase e de correntes de linha, considere o circuito ao lado, onde:

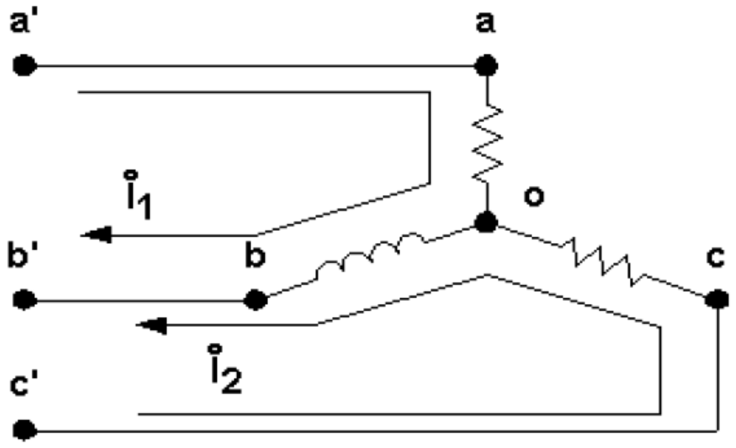
$$\dot{V}_{ab} = 100\angle 0°\,V;\ \dot{V}_{bc} = 100\angle -120°\,V;\ \dot{V}_{ca} = 100\angle 120°\,V.$$

$$\dot{Z}_{ao} = 100\,\Omega;\ \dot{Z}_{bo} = j100\,\Omega;\ \dot{Z}_{co} = 100\,\Omega;$$



B.1) Método das duas lâmpadas:

CONTINUAÇÃO DO EXEMPLO:



Solução:

Para as correntes de laço $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ indicadas têm-se as equações:

$$\begin{cases} \dot{Z}_a \dot{I}_1 + \dot{Z}_b(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = \dot{V}_{a'b'} \\ \dot{Z}_c \dot{I}_2 + \dot{Z}_b(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = \dot{V}_{c'b'} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} (\dot{Z}_a + \dot{Z}_b) & \dot{Z}_b \\ \dot{Z}_b & \dot{Z}_b + \dot{Z}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 + j0 \\ 100\underline{|60^\circ} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 100 + j100 & j100 \\ j100 & 100 + j100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100\underline{|60^\circ} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\dot{\Delta} = 10.000 + j20.000 = 22.360,7\underline{|63,435^\circ}$$

B.1) Método das duas lâmpadas:

CONTINUAÇÃO DO EXEMPLO:

Resolvendo para as correntes de laço $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ indicadas, têm-se:

$$\dot{\Delta}_1 = \begin{bmatrix} 100 & j100 \\ 100\angle 60^\circ & 100 + j100 \end{bmatrix} = 18.660{,}25 + j5.000 \Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{\Delta}_1}{\dot{\Delta}} = 0{,}573 - j0{,}646 = 0{,}864\angle -48{,}435^\circ\ A;$$

$$\dot{\Delta}_2 = \begin{bmatrix} 100 + j100 & 100 \\ j100 & 100\angle 60^\circ \end{bmatrix} = 3.660{,}25 + j3.660{,}25 \Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{\dot{\Delta}_2}{\dot{\Delta}} = 0{,}0732 - j0{,}220 = 0{,}231\angle 71{,}565^\circ\ A;$$

Tensões de fase, de linha e correntes de linha:

$$\dot{V}_{ao} = \dot{Z}_a\ \dot{I}_1 = 86{,}4\angle -48{,}435^\circ\ V;$$

$$\dot{V}_{co} = \dot{Z}_c\ \dot{I}_2 = 23{,}1\angle 71{,}565^\circ\ V;$$

$$\dot{V}_{ca} = \dot{V}_{co} - \dot{V}_{ao} = 99{,}97\angle 120{,}02^\circ\ V.$$

$$\dot{I}_{a'a} = \dot{I}_1 = 0{,}864\angle -48{,}435^\circ\ A;$$

$$\dot{I}_{b'b} = -\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) = 0{,}775\angle 146{,}529^\circ\ A;$$

$$\dot{I}_{c'c} = \dot{I}_2 = 0{,}231\angle 71{,}565^\circ\ A.$$

B.1) Método das duas lâmpadas:

CONTINUAÇÃO DO EXEMPLO:

Para Seqüência inversa têm-se:

$$\dot{V}_{ab} = 100\ \angle 0°\ V;\ \ \dot{V}_{bc} = 100\ \angle 120°\ V;\ \ \dot{V}_{ca} = 100\ \angle -120°\ V.$$

$$\begin{bmatrix} 100 + j100 & j100 \\ j100 & 100 + j100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100\ \angle 0° \\ 100\ \angle -60° \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\dot{\Delta} = 10.000 + j20.000;$$

Resolvendo para as correntes de laço $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ indicadas, têm-se:

$$\dot{\Delta}_1 = \begin{bmatrix} 100 & j100 \\ 100\ \angle -60° & 100 + j100 \end{bmatrix} = 1.339{,}7 + j5.000 \Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{\Delta}_1}{\dot{\Delta}} = 0{,}227 - j0{,}0464 = 0{,}231\ \angle 11{,}565°\ A;$$

$$\dot{\Delta}_2 = \begin{bmatrix} 100 + j100 & 100 \\ j100 & 100\ \angle -60° \end{bmatrix} = 13.660{,}3 - j13.660{,}3 \Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{\dot{\Delta}_2}{\dot{\Delta}} = -0{,}273 - j0{,}820 = 0{,}864\ \angle -108{,}435°\ A;$$

B.1) Método das duas lâmpadas:

CONTINUAÇÃO DO EXEMPLO:

Tensões de fase, de linha e correntes de linha:

$$\dot{V}_{ao} = \dot{Z}_a \, \dot{I}_1 = 23{,}1 \angle 11{,}565° \, V;$$

$$\dot{V}_{co} = \dot{Z}_c \, \dot{I}_2 = 86{,}4 \angle -108{,}435° \, V;$$

$$\dot{V}_{ca} = \dot{V}_{co} - \dot{V}_{ao} = 99{,}97 \angle 119{,}98° \, V.$$

$$\dot{I}_{a'a} = \dot{I}_1 = 0{,}231 \angle 11{,}565° \, A;$$

$$\dot{I}_{b'b} = -\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) = 0{,}775 \angle 86{,}529° \, A;$$

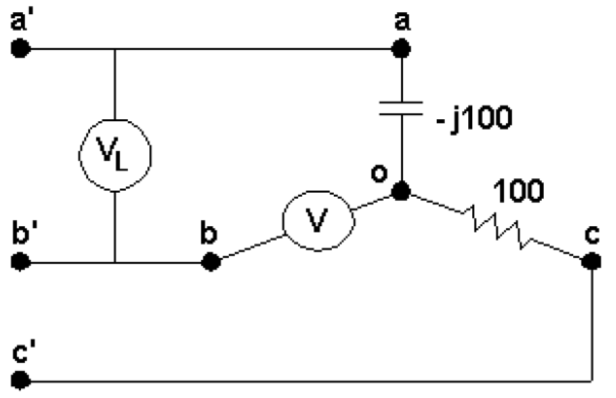
$$\dot{I}_{c'c} = \dot{I}_2 = 0{,}864 \angle -108{,}435° \, A.$$

B) USO DE CARACTERÍSTICAS DE CIRCUITOS POLIFÁSICOS NÃO EQUILIBRADOS

B.2) Método do Voltímetro:

Definem-se, arbitrariamente, as fases de linha **a**, **b**, e **c** para o circuito ao lado.

Método: Se o voltímetro ***V*** acusar uma leitura maior que a tensão de linha (***V_L***), então, a sequência de fases é *ABC* (sequência direta) e, caso contrário, é sequência *CBA* (inversa).



COMPROVAÇÃO NUMÉRICA:

- **Sequência Direta:**

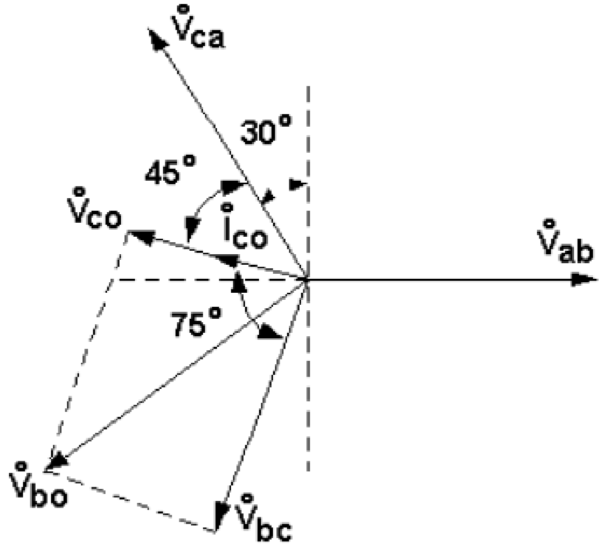
$$\dot{V}_{ab} = 200\underline{|0^\circ}$$

$$\dot{V}_{bc} = 200\underline{|-120^\circ}$$

$$\dot{V}_{ca} = 200\underline{|+120^\circ}$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{V}_{ca}}{\dot{Z}_{ca}} = \frac{200\underline{|120^\circ}}{100 - j100} = -1,366 + j0,366 = 1.414\underline{|165^\circ}$$

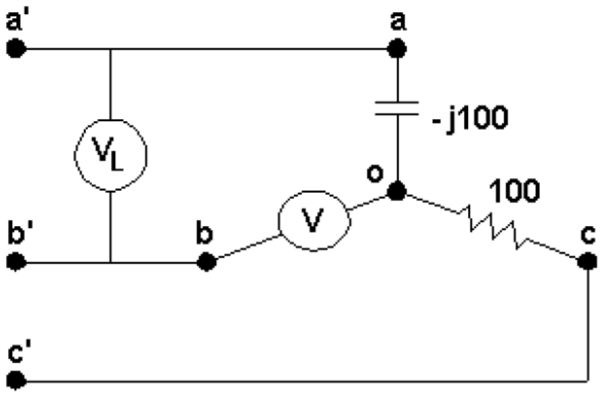
$$\dot{V}_{bo} = \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{co} = 200\underline{|-120^\circ} + 141,4\underline{|165^\circ} = 273,21\underline{|-150^\circ}$$



B) USO DE CARACTERÍSTICAS DE CIRCUITOS POLIFÁSICOS NÃO EQUILIBRADOS

B.2) Método do Voltímetro:

Definem-se, arbitrariamente, as fases de linha **a**, **b**, e **c** para o circuito ao lado.



Método: Se o voltímetro ***V*** acusar uma leitura maior que a tensão de linha ($\boldsymbol{V_L}$), então, a sequência de fases é *ABC* (sequência direta) e, caso contrário, é sequência *CBA* (inversa).

COMPROVAÇÃO NUMÉRICA:

- **Sequência Inversa:**

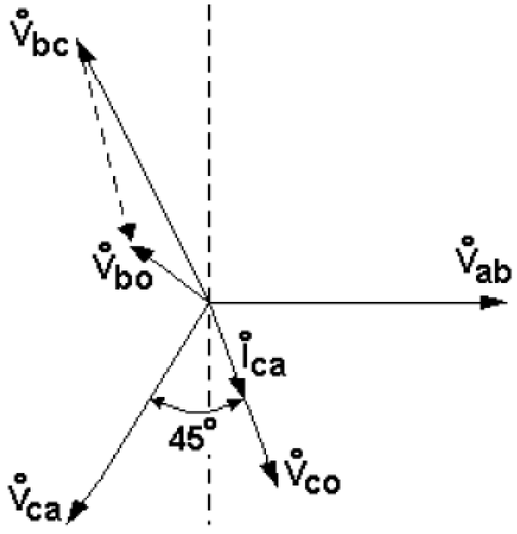
$$\dot{V}_{ab} = 200\underline{|0^\circ}$$

$$\dot{V}_{bc} = 200\underline{|+120^\circ}$$

$$\dot{V}_{ca} = 200\underline{|-120^\circ}$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{V}_{ca}}{\dot{Z}_{ca}} = \frac{200\underline{|-120^\circ}}{100 - j100} = 1,414\underline{|-75^\circ}$$

$$\dot{V}_{bo} = \dot{V}_{bc} + \dot{V}_{co} = 200\underline{|120^\circ} + 141,4\underline{|-75^\circ} = 73,21\underline{|150^\circ}$$



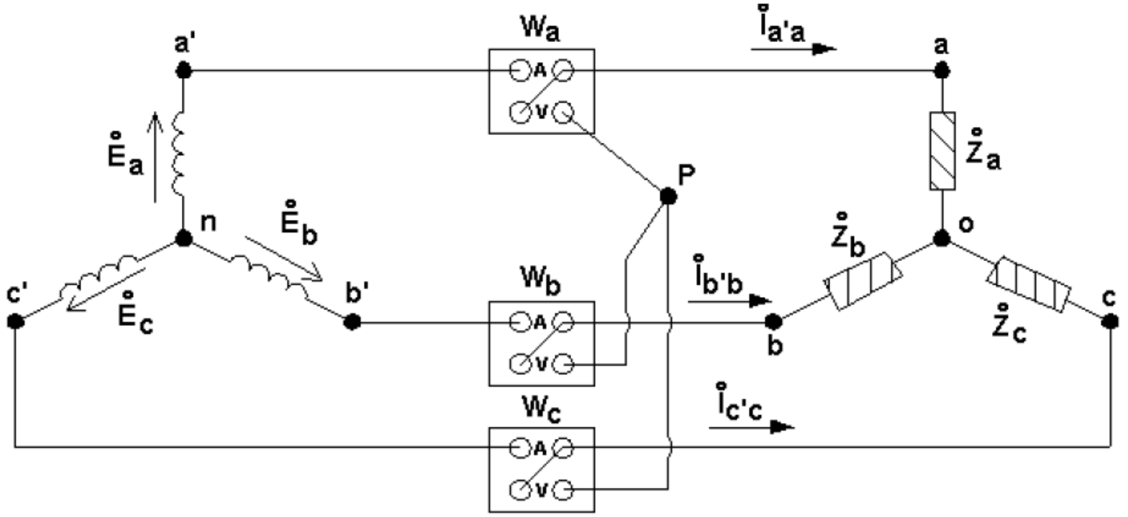
VI. MÉTODO DOS 3 WATTÍMETROS PARA MEDIDA DE POTÊNCIA TRIFÁSICA

- Um wattímetro por fase (Conectado entre fase e neutro), onde cada wattímetro mede a potência de cada uma das impedâncias da carga trifásica. Este método não será, em geral, usado a menos que fossem desejadas as potências de cada fase.

- É aplicável em circuitos onde o fator de potência varia continuamente como, por exemplo, no caso da obtenção das características de um motor síncrono;

- Circuitos Elétricos a 4 Fios (Y com neutro) necessariamente, deve-se utilizar esse método.

Os três wattímetros ligados conforme indicado na figura acima medirão corretamente a potência consumida pela carga trifásica ***abc***, conforme provado a seguir:



Como a potência real entregue a carga trifásica $\boldsymbol{P_{abc}}$ corresponde à potência média num período, tem-se:

$$P_{abc} = \frac{1}{T}\int_0^T \left(v_{ao}\ i_{a'a} + v_{bo}\ i_{b'b} + v_{co}\ i_{c'c}\right) dt \,.$$

A soma das potências medida pelos wattímetros é:

$$P_{medida} = \frac{1}{T}\int_0^T \left(v_{ap}\ i_{a'a} + v_{bp}\ i_{b'b} + v_{cp}\ i_{c'c}\right) dt \text{, onde:}$$

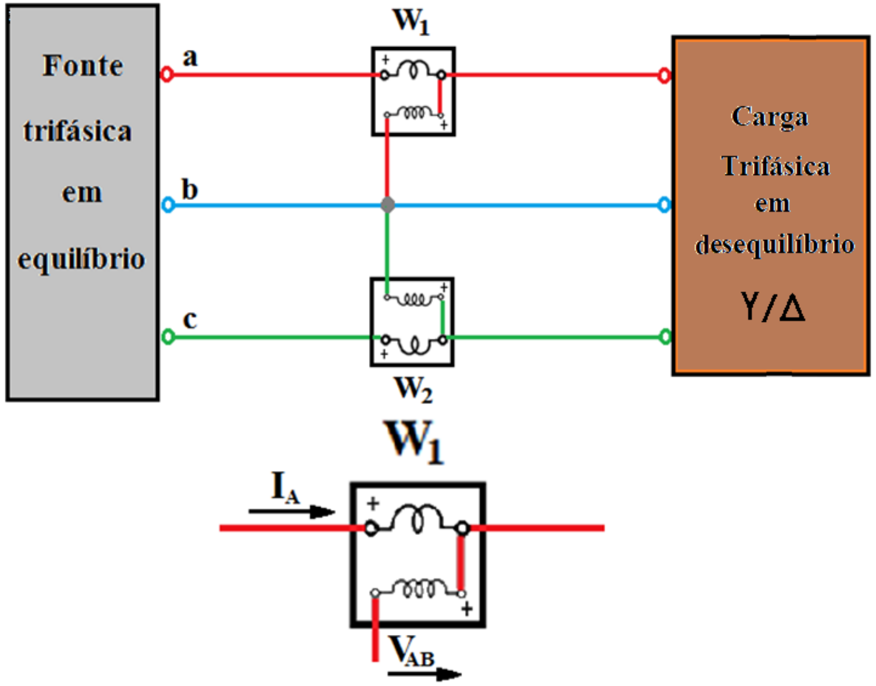
$$\begin{cases} v_{ap} = v_{ao} + v_{op}\,; \\ v_{bp} = v_{bo} + v_{op}\,; \\ v_{cp} = v_{co} + v_{op}\,. \end{cases}$$

Substituindo os valores de v_{ap}, v_{bp} e v_{cp} na integral anterior, tem-se:

$$P_{medida} = \frac{1}{T}\int_0^T \left[\left(v_{ao}\ i_{a'a} + v_{bo}\ i_{b'b} + v_{co}\ i_{c'c}\right) + v_{op}\left(\underbrace{i_{a'a} + i_{b'b} + i_{c'c}}_{=0}\right)\right] dt = P_{abc} \,.$$

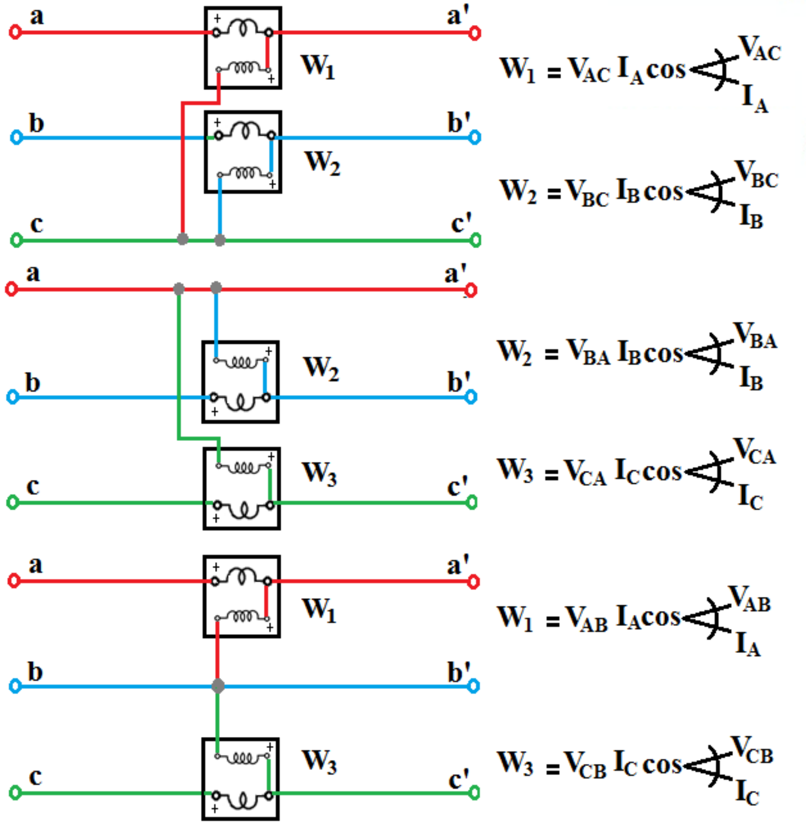
Observa-se que a comprovação acima foi inteiramente independente da posição física do ponto ***P***. Dessa forma, ao ligar-se este ponto a qualquer uma das fases, o wattímetro correspondente à fase ligada ao ponto P acusará valor nulo sendo, portanto, desnecessário para a medição da potência trifásica recaindo-se, assim, no método dos dois wattímetros.

EXEMPLO: PONTO P CONECTADO NA FASE "B"



Esquema de ligação dos dois wattímetros

Ponto P conectado a cada uma das fases resulta no método de 2 wattímetros



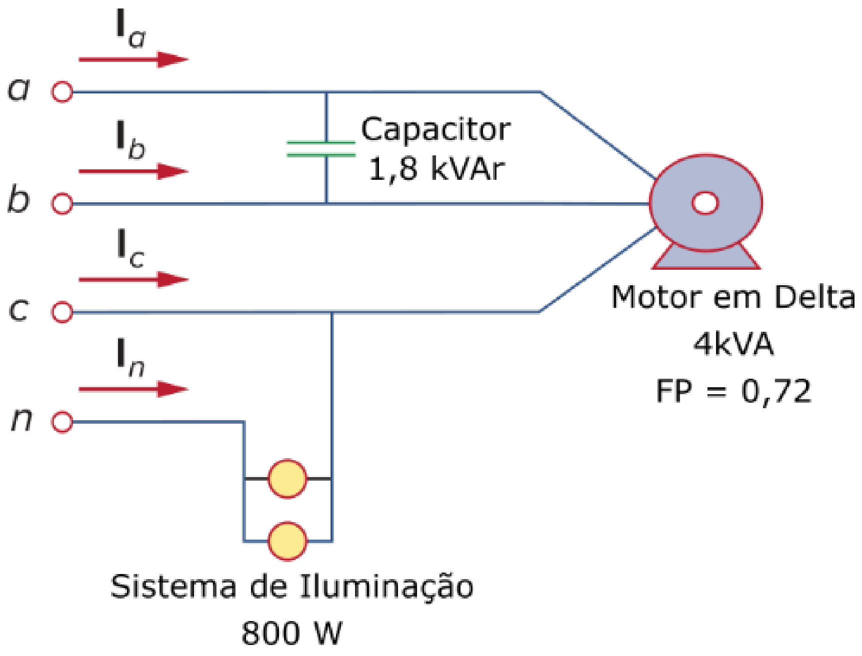
EXEMPLO: CONSIDERE A INSTALAÇÃO ABAIXO. UTILIZANDO V_{AN} NA REFERÊNCIA E SABENDO QUE A TENSÃO DE LINHA É 440 V, DETERMINE:

A) AS CORRENTES I_A, I_B, I_C E I_N;

B) A IMPEDÂNCIA POR FASE DO MOTOR;

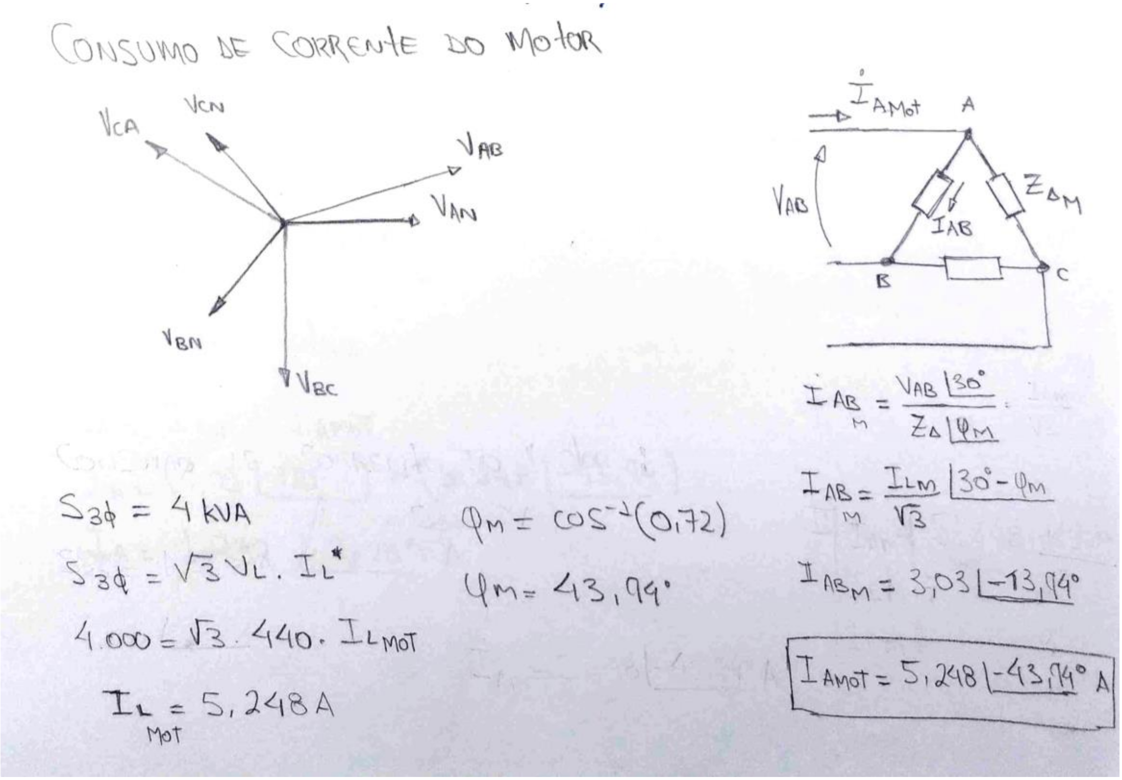
C) AS LEITURAS DOS 3 WATTÍMETROS CONECTADOS EM CADA FASE;

D) A LEITURA DOS 2 WATTÍMETROS CONECTADOS NAS FASES **A** E **C**;



EXEMPLO: CONSIDERE A INSTALAÇÃO ABAIXO. UTILIZANDO V_{AN} NA REFERÊNCIA E SABENDO QUE A TENSÃO DE LINHA É 440 V, DETERMINE:

A) AS CORRENTES I_A, I_B, I_C E I_N;



$$\dot{I}_{AB_M} = \frac{V_{AB}\angle 30°}{Z_\Delta \angle \varphi_M}$$

$$I_{AB_M} = \frac{I_{LM}}{\sqrt{3}} \angle 30° - \varphi_M$$

$$I_{AB_M} = 3{,}03 \angle -13{,}94°$$

$$\boxed{I_{AMot} = 5{,}248 \angle -43{,}94° \text{ A}}$$

$$S_{3\phi} = 4 \text{ kVA}$$

$$S_{3\phi} = \sqrt{3}\, V_L \cdot I_L^*$$

$$4.000 = \sqrt{3} \cdot 440 \cdot I_{L_{MOT}}$$

$$I_{L_{MOT}} = 5{,}248 \text{ A}$$

$$\varphi_M = \cos^{-1}(0{,}72)$$

$$\varphi_M = 43{,}94°$$

EXEMPLO: CONSIDERE A INSTALAÇÃO ABAIXO. UTILIZANDO V_{AN} NA REFERÊNCIA E SABENDO QUE A TENSÃO DE LINHA É 440 V, DETERMINE:

A) AS CORRENTES I_A, I_B, I_C E I_N;

* Corrente do capacitor:

$Q_{1\phi} = 1{,}8$ kVAr

$Q_{1\phi} = V_{AB} \cdot I$

$1\,800 = 440 \cdot I_{CAP}$

$I_{CAP} = 4{,}090$ A

Como a tensão em cima do capacitor é V_{AB}, a corrente estará adiantada da mesma de 90°

$I_{CAP} = \dfrac{V_{AB}}{-jX_c}$

$\dot{I}_{CAP} = 4{,}09\angle 120°$ A

OBS: Uma consideração é sobre o sentido da corrente do capacitor: se ela vem da fase 'A', ela deve retornar pela 'B'

* Corrente na carga de iluminação:

$P_{1\phi} = 800$ W

$P = V_{CN} \cdot I$

$I_{LAMP} = \dfrac{800}{440/\sqrt{3}}$

$I_{LAMP} = 3{,}149$ A

$I_{LAM} = \dfrac{V_{CN}}{R_{LAMP}}$

$\dot{I}_{LAMP} = 3{,}149\angle 120°$ A

* Correntes totais:

$\dot{I}_A = \dot{I}_{CAP} + \dot{I}_{AMOT}$

$\dot{I}_A = (4{,}09\angle 120°) + (5{,}248\angle -43{,}94°)$

$\dot{I}_A = 1{,}737\angle -3{,}28°$ A

EXEMPLO: CONSIDERE A INSTALAÇÃO ABAIXO. UTILIZANDO V_{AN} NA REFERÊNCIA E SABENDO QUE A TENSÃO DE LINHA É 440 V, DETERMINE:

A) AS CORRENTES I_A, I_B, I_C E I_N;

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BMOT} - \dot{I}_{CAP}$$

$$\dot{I}_B = \left[(1\angle -120°)(5{,}248\angle -43{,}94°)\right] - (4{,}09\angle 120°)$$

$$\dot{I}_B = 5{,}825\angle -121{,}0° \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CMOT} + \dot{I}_{LAMP}$$

$$\dot{I}_C = \left[(1\angle 120°)(5{,}248\angle -43{,}94°)\right] + (3{,}149\angle 120°)$$

$$\dot{I}_C = 7{,}827\angle 92{,}27° \text{ A}$$

$$\dot{I}_N = -\dot{I}_{LAMP}$$

$$\dot{I}_N = 3{,}149\angle -60° \text{ A}$$

Universidade Federal de Uberlândia - UFU
Faculdade de Engenharia Elétrica FEELT

EXEMPLO: CONSIDERE A INSTALAÇÃO ABAIXO. UTILIZANDO V_{AN} NA REFERÊNCIA E SABENDO QUE A TENSÃO DE LINHA É 440 V, DETERMINE:

B) A IMPEDÂNCIA POR FASE DO MOTOR;

3) Motor:

$S_{3\phi} = 4.000\angle\theta_M$ $\qquad \theta_M = \cos^{-1}(0{,}72)$

$S_{3\phi} = 4.000\angle 43{,}94°$ VA $\qquad \theta_M = 43{,}94°$

Por fase temos:

$S_{1\phi} = 1.333{,}33\angle 43{,}94°$ VA

$$S_{1\phi m} = \frac{U^2}{\dot{Z}_{motor}} \Rightarrow Z_{\Delta M} = \frac{U^2}{S_{1\phi}} = \frac{440^2}{1.333{,}33} = 145{,}2\ \Omega$$

$$\dot{Z}_{\Delta M} = 145{,}2\angle 43{,}94°\ \Omega$$

$$\dot{Z}_{\Delta M} = (104{,}6 + j\,100{,}8)\ \Omega$$

EXEMPLO: CONSIDERE A INSTALAÇÃO ABAIXO. UTILIZANDO V_{AN} NA REFERÊNCIA E SABENDO QUE A TENSÃO DE LINHA É 440 V, DETERMINE:

C) AS LEITURAS DOS 3 WATTÍMETROS CONECTADOS EM CADA FASE;

Leitura dos wattímetros:

$W_A = Re\{V_{an} \cdot I_a^*\}$

$W_A = V_{an} \cdot I_a \cdot \cos\angle_{I_a}^{V_{an}}$

$W_A = 254{,}03 \cdot 1{,}737 \cdot \cos(0° - (-3{,}28°))$

$W_A = 440{,}53\ W$

$W_B = Re\{V_{bn} \cdot I_b^*\}$

$W_B = V_{bn} \cdot I_b \cdot \cos\angle_{I_b}^{V_{bn}}$

$W_B = 254{,}03 \cdot 5{,}825 \cdot \cos(-120° - (-121{,}0°))$

$W_B = 1479{,}49\ W$

$W_C = Re\{V_{cn} \cdot I_c^*\}$

$W_C = V_{cn} \cdot I_c \cdot \cos\angle_{I_c}^{V_{cn}}$

$W_C = 254{,}03 \cdot 7{,}827 \cdot \cos(120° - 92{,}27°)$

$W_C = 1759{,}93\ W$

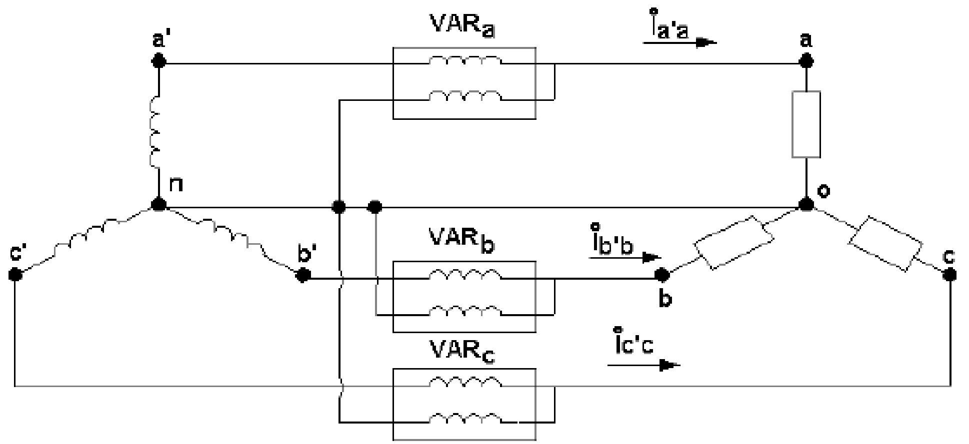
$P_T = W_a + W_b + W_c$

$P_T = 3679{,}95\ W$

D) A LEITURA DOS 2 WATTÍMETROS CONECTADOS NAS FASES **A** E **C**;

CIRCUITOS A 4 FIOS NÃO SE UTILIZA MÉTODO DOS 2 WATTÍMETROS

Utilização de três Varímetros: Medidores de volt-ampères reativos, muito similar a um Wattímetro, no qual a resistência da bobina voltimétrica é substituída por uma bobina (provoca defasamento de 90º referente a um seno)



$$VAR_a = V_{ao}\, I_{ao}\, sen\,\theta\Big]_{\dot{I}_{ao}}^{\dot{V}_{ao}};$$

$$VAR_b = V_{bo}\, I_{bo}\, sen\,\theta\Big]_{\dot{I}_{bo}}^{\dot{V}_{bo}};$$

$$VAR_c = V_{co}\, I_{co}\, sen\,\theta\Big]_{\dot{I}_{co}}^{\dot{V}_{co}}.$$

EXEMPLO: PARA O CIRCUITO ACIMA COM AS TENSÕES E IMPEDÂNCIAS INDICADAS OBTÉM-SE AS CORRENTES:

$$\dot{E}_{na'} = 100\angle 0^\circ\, V;$$
$$\dot{E}_{nb'} = 100\angle -120^\circ\, V;$$
$$\dot{E}_{nc'} = 100\angle 120^\circ\, V.$$

$$\dot{Z}_{ao} = 25\angle 45^\circ\, \Omega;$$
$$\dot{Z}_{bo} = 50\angle 0^\circ\, \Omega;$$
$$\dot{Z}_{co} = 20\angle -60^\circ\, \Omega.$$

$$\dot{I}_{ao} = 4{,}0\angle -45^\circ\, \Omega;$$
$$\dot{I}_{bo} = 2\angle -120^\circ\, \Omega;$$
$$\dot{I}_{co} = 5\angle 180^\circ\, \Omega.$$

PEDEM-SE AS LEITURAS DOS VARÍMETROS **A**, **B** E **C** E A POTÊNCIA REATIVA (Q_{ABC}) DA CARGA TRIFÁSICA, BEM COMO, AS LEITURAS DOS WATTÍMETROS **A**, **B** E **C** E A POTÊNCIA REAL (P_{ABC}) AO SUBSTITUIR OS VARÍMETROS POR WATTÍMETROS.

CONTINUAÇÃO DO EXEMPLO:

PEDEM-SE AS LEITURAS DOS VARÍMETROS **A**, **B** E **C** E A POTÊNCIA REATIVA (Q_{ABC}) DA CARGA TRIFÁSICA, BEM COMO, AS LEITURAS DOS WATTÍMETROS **A**, **B** E **C** E A POTÊNCIA REAL (P_{ABC}) AO SUBSTITUIR OS VARÍMETROS POR WATTÍMETROS.

POTÊNCIA REATIVA

$$VAR_a = V_{ao}\ I_{ao}\ sen\ \theta\Big]_{\dot{I}_{ao}}^{\dot{V}_{ao}} = 100 \times 4 \times sen\ 45^\circ = 282{,}84\ VAr;$$

$$VAR_b = V_{bo}\ I_{bo}\ sen\ \theta\Big]_{\dot{I}_{bo}}^{\dot{V}_{bo}} = 100 \times 2 \times sen\ 0^\circ = 0\ VAr;$$

$$VAR_c = V_{co}\ I_{co}\ sen\ \theta\Big]_{\dot{I}_{co}}^{\dot{V}_{co}} = 100 \times 5 \times sen\ (-60^\circ) = -433{,}01\ VAr.$$

$$Q_{abc} = VAR_a + VAR_b + VAR_c = 282{,}84 + 0 + (-433{,}01) = -150{,}17\ VAr;$$

POTÊNCIA ATIVA

$$W_a = V_{ao}\ I_{ao}\ \cos\theta\Big]_{\dot{I}_{ao}}^{\dot{V}_{ao}} = 100 \times 4 \times \cos 45^\circ = 282{,}84\ W;$$

$$W_b = V_{bo}\ I_{bo}\ \cos\theta\Big]_{\dot{I}_{bo}}^{\dot{V}_{bo}} = 100 \times 2 \times \cos 0^\circ = 200\ W;$$

$$W_c = V_{co}\ I_{co}\ \cos\theta\Big]_{\dot{I}_{co}}^{\dot{V}_{co}} = 100 \times 5 \times \cos(-60^\circ) = 250\ W.$$

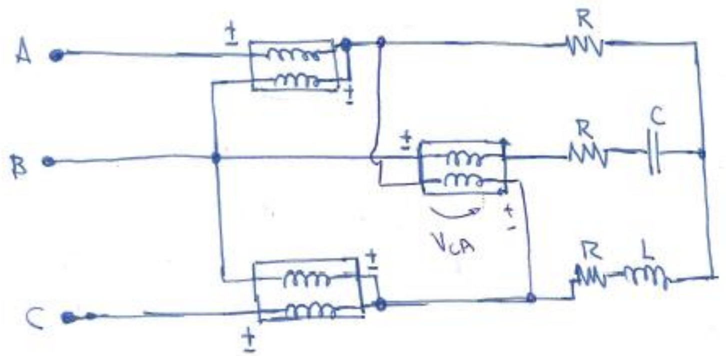
$$P_{abc} = W_a + W_b + W_c = 282{,}84 + 200 + 250 = 732{,}84\ W;$$

IX. MEDIÇÃO DE REATIVO UTILIZANDO WATTÍMETROS

1) MÉTODO DE RIGHI:

- UTILIZA-SE 3 WATTÍMETROS
  - 2 WATTÍMETROS SÃO CONECTADOS CONFORME O MÉTODO DOS 2 WATTÍMETROS;
  - 1 WATTÍMETRO É CONECTADO EM QUADRATURA.

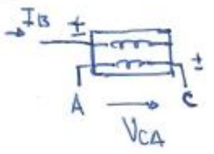
ESQUEMA:



Seq.: ABC

FASE ONDE TEM O Wattímetro em QUADRATURA: 'B'

MENOR POTENCIAL ABC MAIOR POTENCIAL



$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(W_i - W_j + 2W_k\right)$$

j i
A B C
k

• O que vem 1º é o 'i', depois o 'j' e depois o 'k'

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(W_C - W_A + 2W_B\right)$$

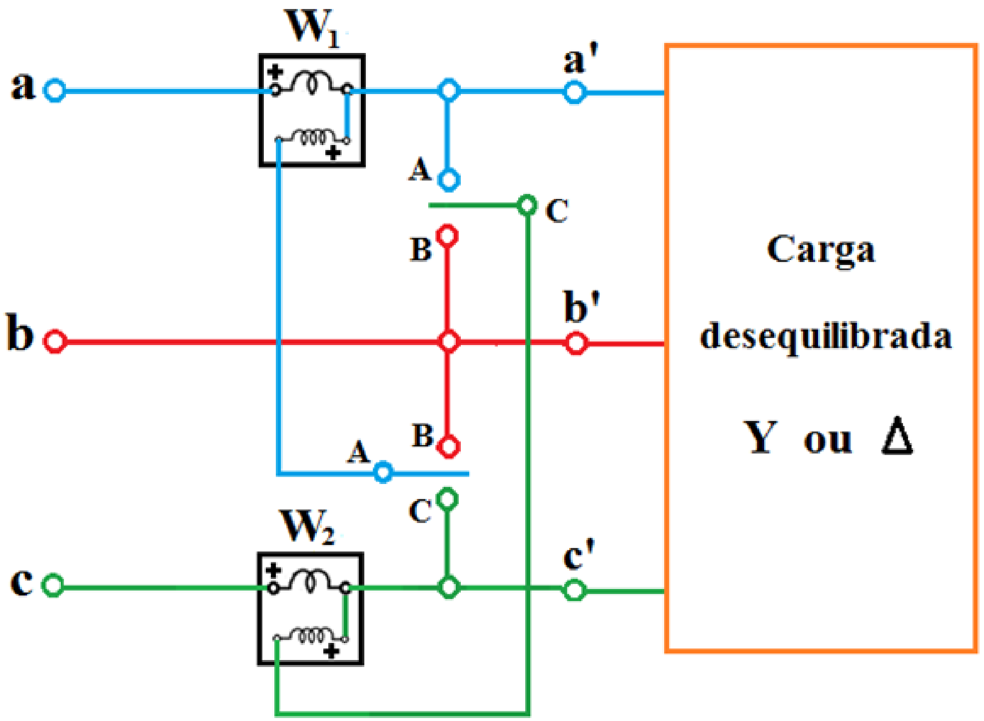
ESSES MÉTODOS FORAM ABORDADOS EM SALA DE AULA, UTILIZANDO O QUADRO.

Universidade Federal de Uberlândia - UFU

Faculdade de Engenharia Elétrica FEELT

2) Método de Barbagelata:

- Utiliza-se 2 Wattímetros com chaves comutadoras de fase



$$P = W_{ik} + W_{jk}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[2(W_{ji} - W_{ij}) + W_{ik} - W_{jk}\right]$$

Esses métodos foram abordados em sala de aula, utilizando o quadro.

IX. FATOR DE POTÊNCIA EM SISTEMAS TRIFÁSICOS NÃO EQUILIBRADOS

Num sistema polifásico não equilibrado cada fase tem seu próprio fator de potência. Assim, a média dos fatores de potência das fases individuais é uma boa indicação da relação dos watts totais para os voltampères totais apenas nos casos onde as cargas por fase são todas indutivas ou todas capacitivas. Tendo-se tanto cargas indutivas como capacitivas, o cálculo do valor médio não leva em consideração o efeito compensativo dos volt-ampères reativos indutivos e capacitivos deteriorando, dessa forma, seu cálculo. Será, então, usado a definição de '*fator de potência vetorial*', dado por:

$$fp_{vetorial} = \frac{\sum VI\cos\theta}{\sqrt{\left(\sum VI\cos\theta\right)^2 + \left(\sum VI\,sen\theta\right)^2 +}} = \frac{\sum VI\cos\theta}{módulo\left(\sum VI\right)} = \frac{P_{abc}}{\sqrt{{P_{abc}}^2 + {Q_{abc}}^2}}$$

$$P_{abc} = \sum VI\cos\theta = V_a\, I_a \cos\theta_a + V_b\, I_b \cos\theta_b + V_c\, I_c \cos\theta_c\,;$$

$$Q_{abc} = \sum VI\,sen\theta = V_a\, I_a\, sen\,\theta_a + V_b\, I_b\, sen\,\theta_b + V_c\, I_c\, sen\,\theta_c\,.$$

Os subíndices empregados nas equações acima, referem-se a valores individuais por fase. Por exemplo, q_a é a defasagem entre a tensão e a corrente da fase **a** do sistema.

Exemplo: Comparar o fator de potência médio com o fator de potência vetorial do Exemplo anterior:

a) Fator de potência médio

$$fp_a = \cos 45° = 0{,}707 \ (indutivo);$$

$$fp_b = \cos 0° = 1 \ (resistivo);$$

$$fp_c = \cos(-60°) = 0{,}5 \ (capacitivo).$$

$$fp_{médio} = \frac{0{,}707 + 1 + 0{,}5}{3} = 0{,}7357.$$

b) Fator de potência vetorial

$$fp_{vetorial} = \frac{P_{abc}}{\sqrt{P_{abc}{}^2 + Q_{abc}{}^2}} = \frac{732{,}84}{\sqrt{732{,}84^2 + (-150{,}17)^2}} = \frac{732{,}84}{748{,}07} = 0{,}9796.$$

III. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Básicas:

- [2] KERCHNER, C. Circuitos de Corrente Alternada. Porto Alegre: Globo, 1977;
- OLIVEIRA, C. C. B. D., SCHMIDT, H. P., KAGAN, N., ROBBA, E. J. Introdução a sistemas elétricos de potência: Componentes simétricas. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2000.

Complementar:

- IRWIN, J.D.; NELMS, R.M. Análise Básica de Circuitos para Engenharia. 10ª ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2014.
- BOYLESTAD, R. L. Introdução à Análise de Circuitos. 12ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012.
- MACEDO JÚNIOR, J. R. Circuitos Elétricos 2. Disponível em: http://www.jrubens.eng.br/ce2.htm. Acesso em: 03 maio 2018.

OBRIGADO!

Paulo Henrique Oliveira Rezende

paulohenrique16@gmail.com