



Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Elétrica
FEELT

CIRCUITOS ACOPLADOS MAGNETICAMENTE

Relatório da Disciplina de Circuitos Elétricos II
por

Lesly Viviane Montúfar Berrios
11811ETE001

Prof. Wellington Maycon Santos Bernardes
Uberlândia, Setembro / 2019

Sumário

1	Objetivos	2
2	Introdução teórica	2
2.1	A Indutância Mútua	2
2.2	Cálculo das indutâncias próprias	3
2.3	Fluxo em circuitos magnéticos	4
3	Preparação	5
3.1	Materiais e ferramentas	5
3.2	Montagem	5
4	Análise sobre segurança	8
5	Cálculos, análise dos resultados e questões	9
6	Simulação computacional	10
7	Conclusões	12

1 Objetivos

Verificar experimentalmente os conceitos teóricos sobre acoplamentos magnéticos, obtenção dos valores das auto-indutâncias e da indutância mútua, e comparar os resultados com os valores obtidos utilizando uma análise teórica.

2 Introdução teórica

Nos circuitos em que a condução de energia elétrica ocorre por meios físicos, diz-se que são circuitos condutivos. Entretanto, ainda é possível que dois circuitos com ou sem contato se afetem por meio do campo magnético gerado por um deles, esses são chamados circuitos magneticamente acoplados [1].

O *transformador* é baseado nesse princípio. Possui quatro terminais e consiste em dois indutores que são colocados com certa proximidade um do outro, logo compartilham o mesmo fluxo magnético e, portanto, as bobinas indutoras estão acopladas magneticamente.

Sua aplicabilidade é vasta, por exemplo, em sistemas de comunicação, são usados para casamento de impedâncias entre fontes e cargas ou linhas de transmissão. Em sistemas de potências, transformadores são usados para atenuar ou amplificar os sinais de tensão. De fato, transformadores são utilizados em eliminadores de pilha e recarregadores de baterias, que podem ser ligados diretamente em tomadas residenciais [2].

2.1 A Indutância Mútua

Enrolamentos acoplados magneticamente dão origem ao fenômeno de indutância mútua. Os indutores podem neste experimento são acoplados em série, o que permite o cálculo da indutância mútua a partir da Equação (5), considerando a natureza não-ideal dos transformadores.

Da ligação série aditiva e subtrativa tem-se os resultados das Equações (1) e (2) para os módulos das impedâncias obtidas.

$$Z_{ad}^2 = (R_1 + R_2)^2 + (\omega L_1 + \omega L_2 + \omega 2M)^2 \quad (1)$$

$$Z_{sub}^2 = (R_1 + R_2)^2 + (\omega L_1 + \omega L_2 - \omega 2M)^2 \quad (2)$$

Assim, tem-se:

$$L_1 + L_2 = \frac{\sqrt{Z_{ad}^2 - (R_1 + R_2)^2} - 2\omega M}{\omega} \quad (3)$$

$$L_1 + L_2 = \frac{\sqrt{Z_{sub}^2 - (R_1 + R_2)^2} + 2\omega M}{\omega} \quad (4)$$

Portanto, a indutância mútua será dada por:

$$M = \frac{1}{4\omega} \left(\sqrt{Z_{add}^2 - (R_1 + R_2)^2} - \sqrt{Z_{sub}^2 - (R_1 + R_2)^2} \right) \quad (5)$$

A indutância mútua surge devido a interação do fluxo magnético do primário (ϕ_p) nos terminais do secundário, o que provoca uma tensão induzida. Entretanto, para transformadores não-ideais somente uma parcela do fluxo que percorre o primário também percorre o secundário (ϕ_m). Assim, é interessante definir o **coeficiente de acoplamento** k entre os dois enrolamentos, descrito pela Equação (6) [3].

$$k = \frac{\phi_m}{\phi_p} \quad (6)$$

2.2 Cálculo das indutâncias próprias

Para o cálculo das impedâncias próprias é analisado o experimentalmente um transformador a vazio. Na Figura 1, tem-se um transformador a vazio e analisando as duas malhas do circuito tem-se o sistema de equações de (7).

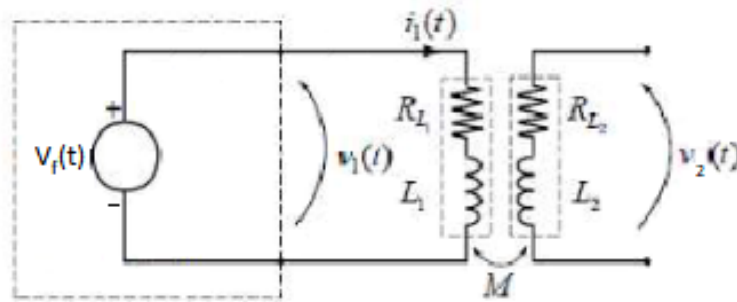


Figura 1: Transformador a vazio (Adaptado de [4]).

$$\begin{cases} v_1(t) = R_{L1} i_1(t) + L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + M \cdot \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) = R_{L2} i_2(t) + L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + M \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \end{cases} \quad (7)$$

Passando para o domínio da frequência, em regime permanente, tem-se 8.

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = R_{L1} \dot{I}_1 + L_1 \cdot j\omega \dot{I}_1 + M \cdot j\omega \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = R_{L2} \dot{I}_2 + L_2 \cdot j\omega \dot{I}_2 + M \cdot j\omega \dot{I}_1 \end{cases} \quad (8)$$

Como a malha do secundário encontra-se em aberto tem-se $\dot{I}_2 = 0$, logo (8) reescreve-se como em (9) de forma a conseguir (10).

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = R_{L1} \dot{I}_1 + L_1 \cdot j\omega \dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = R_{L2} \dot{I}_2 + L_2 \cdot j\omega \dot{I}_2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} |\dot{I}_1| = \frac{|\dot{V}_1|}{R_{L1} + L_1 \omega} \\ |M| = \frac{|\dot{V}_2|}{\omega \dot{I}_1} \end{cases} \quad (10)$$

Da Equação (10) obtém-se a indutância própria L_1 da bobina 1, e invertendo o transformador, com a bobina 1 em circuito aberto e a bobina 2 conectada ao variador de tensão consegue-se a indutância própria L_2 . Ademais, define-se o coeficiente de acoplamento como em 11.

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (11)$$

2.3 Fluxo em circuitos magnéticos

O fluxo no primário ϕ_p pode ser descrito como na Equação (12) e, por meio de (11), é possível obter suas componentes.

$$L = \frac{\lambda}{\dot{I}} = \frac{N \cdot \phi_p}{\dot{I}} \quad (12)$$

3 Preparação

3.1 Materiais e ferramentas

1 - *Fonte*

Alimentará todo o circuito.

2 - *Variador de tensão (Varivolt)*

O equipamento permitirá obter o valor desejado de corrente a partir da regulação correta da tensão fornecida pela fonte.

3 - *Conjunto de bobinas*

Cada bobina possui uma resistência, sendo R_1 para a bobina 1 (600 esp.) e R_2 para a bobina 2 (1200 esp.). Considere $R_1 < R_2$.

4 - *Conectores*

Foram utilizadas pontas de provas para a verificação das grandezas nos multímetros. Para as conexões no circuito foi utilizado majoritariamente cabos banana-banana.

5 - *Multímetro*

Utilizado para medir as tensões elétricas entre os pontos das bobinas especificados no experimento.

6 - *Miliamperímetro*

A escala mais precisa permite melhor regulação da corrente desejada.

3.2 Montagem

1) *Resistências das bobinas*

Para o conjunto de bobinas fornecido, foi medido a resistência da bobina 1 (600 esp.) e a resistência da bobina 2 (1200 esp.) e obteve-se:

$$R_1 = 2,6\Omega$$

$$R_2 = 7,4\Omega$$

2) *Determinando a polaridade das bobinas*

Efetue a montagem da Figura 2, aplicando uma corrente de 50 mA no miliamperímetro, anote a tensão V_1 e marque a polaridade da Bobina 1, indicando-a por um ponto “.”, no terminal em que a fem1 (terminal ligado ao positivo da fonte CA) é positiva. Na bobina 2 marque a polaridade (o ponto) no terminal ligado ao voltímetro se a tensão $V' < V_1$, e marque o ponto no terminal de baixo se $V' > V_1$ (terminal em que a fem induzida é positiva).

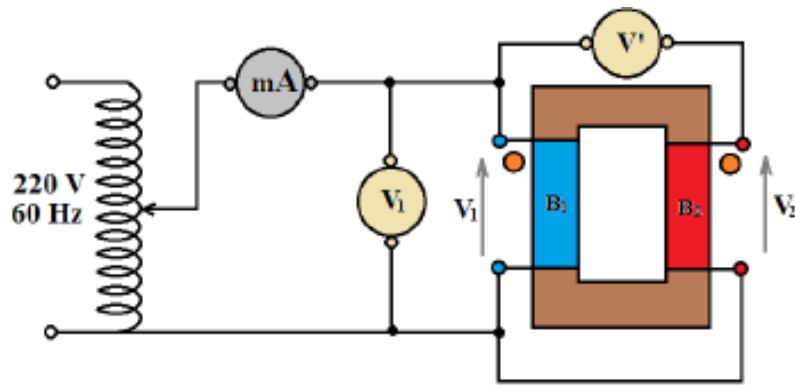


Figura 2: Marcação de polaridade.

Da análise experimental, obteve-se $V' = 8,33V$ e $V_1 = 10,27V$. Logo, o ponto é indicado como na Figura 2, ponto no terminal superior da bobina 2, pois $V' < V_1$.

3) Ligação série aditiva

Como na Figura 3, a montagem faz a ligação em série aditiva das bobinas 1 e 2 (os fluxos são aditivos). Aplique a tensão necessária de modo a obter o valor de corrente indicado na Tabela 1, completando as demais colunas com os valores das tensões V (tensão total aplicada as bobinas). Os valores de Z_{ad} são obtidos fazendo V/I .

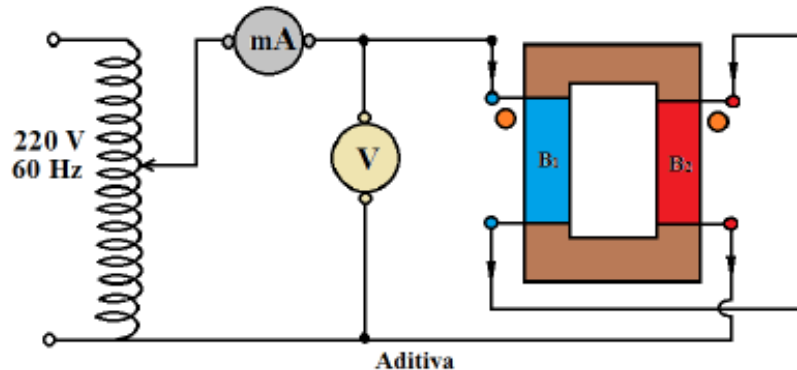


Figura 3: Ligação série aditiva das bobinas 1 e 2

Tabela 1: Tabela de tensões para cada valor de corrente I_{ad} setado.

I_{ad} (mA)	V (V)	$Z_{ad}(\Omega)$
16,7	32,66	1955,68
33,3	61,55	1848,34
50,0	94,60	1892,00

4) Ligação série subtrativa

Como na Figura 4, a montagem faz a ligação em série subtrativa entre as bobinas 1 e

2 (fluxos subtrativos ou contrários). Aplique a tensão necessária de modo a obter as correntes indicadas na Tabela 2, completando as demais colunas com os valores das tensões V (tensão total aplicada as bobinas). Os valores de Z_{sub} são obtidos fazendo V/I .

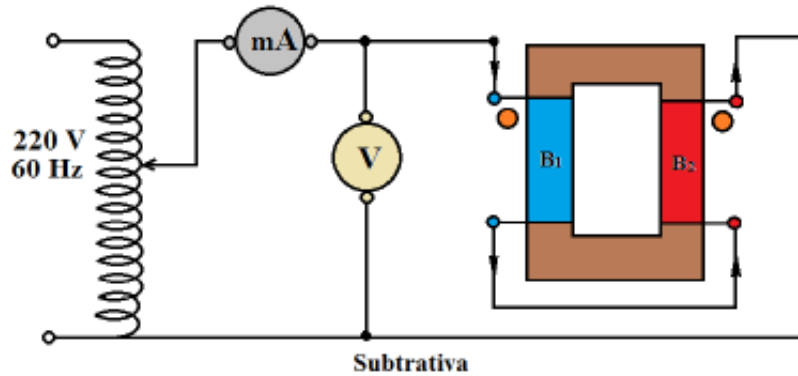


Figura 4: Ligação série subtrativa das bobinas 1 e 2.

Tabela 2: Tabela de tensões para cada valor de corrente I_{sub} setado.

I_{sub} (mA)	V (V)	$Z_{sub}(\Omega)$
50,0	15,20	304,00
100,0	31,11	311,10
150,0	46,09	307,27

5) Transformador a vazio

Efetue a montagem do circuito da Figura 5 abaixo, considerando agora as bobinas 1 e 2 isoladas (como num transformador a vazio). Aplique uma tensão na bobina 1 de modo a obter a corrente indicada na Tabela 3. Meça a tensão na bobina 1 (V_1) e a tensão que é induzida na bobina 2 devido a corrente na bobina 1 (V_2). Os valores de Z_1 são obtidos fazendo V/I .

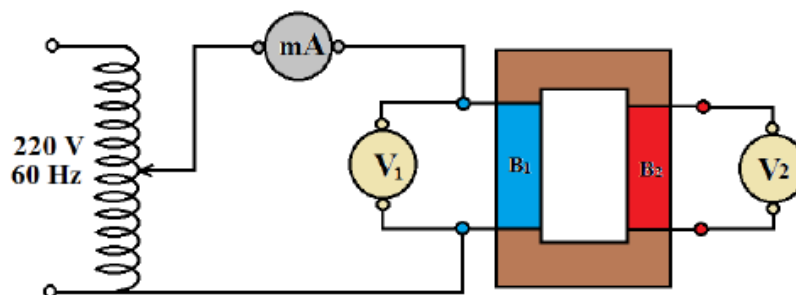


Figura 5: Transformador com bobina 1 no primário e bobina 2 no secundário.

Tabela 3: Tabela de tensões para cada valor de corrente I_1 setado

I_1 (mA)	V_1 (V)	$Z_1(\Omega)$	V_2 (V)
50,0	10,30	206,00	18,61
100,0	21,14	211,40	38,44
150,0	32,14	214,27	59,01

6) Transformador a vazio com bobinas invertidas

Efetue a montagem do circuito da Figura 6 abaixo, considerando agora as bobinas 1 e 2 isoladas (como num transformador a vazio). Aplique uma tensão na bobina 2 de modo a obter a corrente indicada na Tabela 4. Meça a tensão na bobina 1 (V_1) e a tensão que é induzida na bobina 2 devido a corrente na bobina 1 (V_2). Os valores de Z_1 são obtidos fazendo V/I .

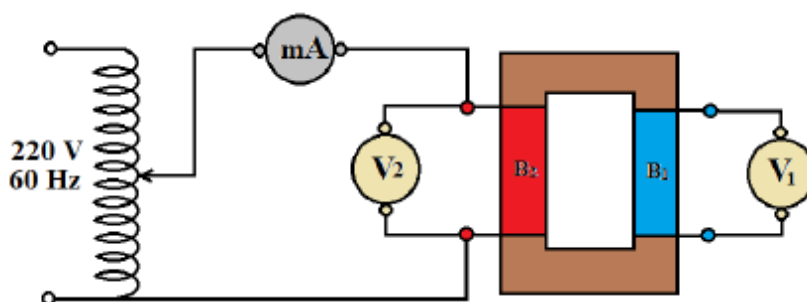


Figura 6: Transformador com bobina 2 no primário e bobina 1 no secundário

Tabela 4: Tabela de tensões para cada valor de corrente I_1 setado

I_2 (mA)	V_2 (V)	$Z_2(\Omega)$	V_1 (V)
25,0	20,97	838,80	9,81
50,0	43,53	870,60	19,14
75,0	66,30	884,00	29,43

4 Análise sobre segurança

Os óculos de segurança são Equipamentos de Proteção Individual (EPIs) e são utilizados para a proteção da área ao redor dos olhos contra qualquer tipo de detrito estranho, que possa causar irritação ou ferimentos. Também protegem contra faíscas, respingos de produtos químicos, detritos, poeira, radiação e etc [5]. É importante a utilização desse equipamento durante os experimentos a fim de evitar qualquer dano, além de preparar o profissional para o manejo correto e seguro de qualquer equipamento.

5 Cálculos, análise dos resultados e questões

- 1 - A partir dos valores obtidos na tabela 1, encontre o valor médio da impedância Z_{ad} .
O valor médio da impedância Z_{ad} será:

$$Z_{ad} = 1898,67\Omega$$

- 2 - A partir dos valores obtidos na tabela 2, encontre o valor médio da impedância Z_{sub} .
Com os valores médios das impedâncias aditiva e subtrativa e os valores das resistências das bobinas (R_1 e R_2), encontre o valor da impedância mútua M .
O valor médio da impedância Z_{sub} será:

$$Z_{sub} = 307,42\Omega$$

Assim, a indutância mútua será dada por meio da Equação (5).

$$M = \frac{1}{4 \times (2\pi \cdot 60)} \left(\sqrt{1898,67^2 - (2,6 + 7,4)^2} - \sqrt{307,42^2 - (2,6 + 7,4)^2} \right) = 1,0553H$$

- 3 - A partir dos valores obtidos na tabela 3, encontre o valor médio da impedância Z_1 .
O valor médio da impedância Z_1 será:

$$Z_1 = 210,56\Omega$$

- 4 - A partir dos valores obtidos na tabela 4, encontre o valor médio da impedância Z_2 .
Com os valores médios das impedâncias das bobinas (Z_1 e Z_2) e os valores das resistências das bobinas (R_1 e R_2), encontre os valores das reatâncias próprias e das auto indutâncias L_1 e L_2 .
O valor médio da impedância Z_2 será:

$$Z_2 = 864,47\Omega$$

Da Equação (10) utilizando como referência a montagem da Figura 5 tem-se:

$$210,56 = 2,6 + L_1 \cdot (2\pi \cdot 60) \Rightarrow L_1 = 0,55H$$

E utilizando como referência a montagem da Figura 6 tem-se:

$$864,47 = 7,4 + L_2 \cdot (2\pi \cdot 60) \Rightarrow L_2 = 2,27H$$

- 5 - Com os valores obtidos para L_1 , L_2 e M encontre o valor do coeficiente de acopla-

mento entre as bobinas 1 e 2.

A partir Equação (11), tem o coeficiente de acoplamento:

$$k = \frac{1,0553}{\sqrt{0,55 \cdot 2,27}} = 0,9424$$

- 6 - Para uma corrente de 1,0A na bobina 1 (Figura 5), encontre o valor do fluxo ϕ_1 , ϕ_{12} . Utilizando-se a Equação (12), obtém-se:

$$\phi_1 = \frac{0,55 \cdot 1}{600} = 0,92 \text{ mWb}$$

Da Equação (11), tem-se ainda que $\phi_{12} = 0,00086697 \text{ Wb}$.

- 7 - Para uma corrente de 1,0A na bobina 1 (Figura 6), encontre o valor do fluxo ϕ_2 , ϕ_{22} . Utilizando-se a Equação (12), obtém-se:

$$\phi_2 = \frac{2,27 \cdot 1}{1200} = 0,19 \text{ mWb}$$

Da Equação (11), tem-se ainda que $\phi_{22} = 0,00017905 \text{ Wb}$.

- 8 - O que deve acontecer com as leituras dos instrumentos do primário, em qualquer das montagens efetuadas, se a barra superior do núcleo de ferro for removida (o núcleo for aberto)?

Nesse caso, a tensão diminui, uma vez que no lugar da barra haverá o espraçamento do fluxo, o que significa que haverá uma relutância. Entretanto a corrente aumenta bastante, haja vista que o fluxo deve aumentar consideravelmente a fim de vencer a barreira dielétrica imposta pelo entreferro.

- 9 - O que deve acontecer com as leituras dos instrumentos do secundário, em qualquer das montagens efetuadas, se o núcleo de ferro for retirado do circuito sem desligamento do mesmo?

Ocorre o mesmo comportamento de tensão e corrente que na situação anterior. Observe como no secundário o fluxo é menor, provavelmente a corrente se elevará mais ainda comparada à situação anteriormente proposta.

6 Simulação computacional

1. Ligação série aditiva

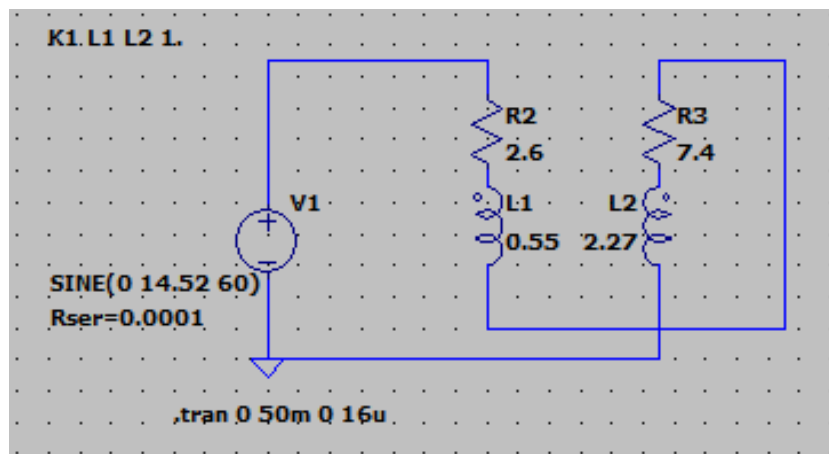


Figura 7: Ligação série aditiva.

2. Ligação série subtrativa

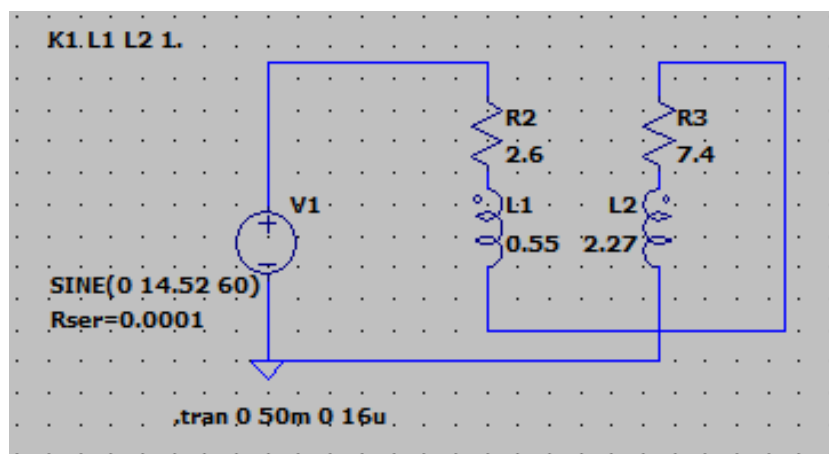


Figura 8: Ligação série subtrativa.

3. Transformador a vazio

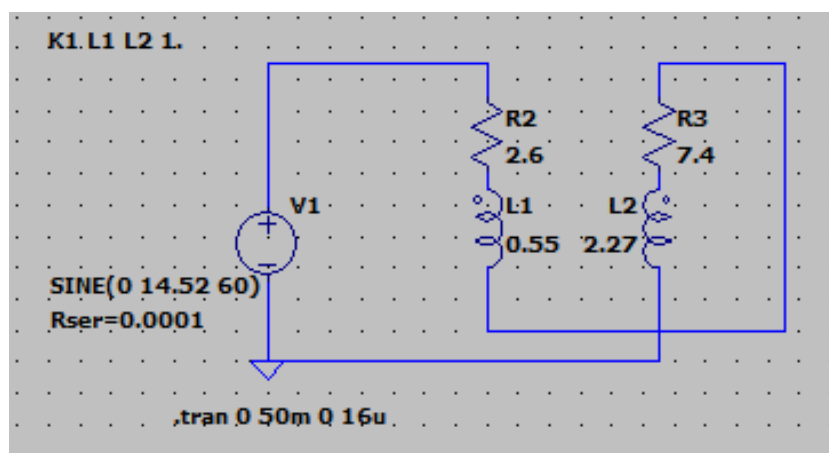


Figura 9: Ligação série subtrativa.

4. Transformador a vazio com bobinas invertidas

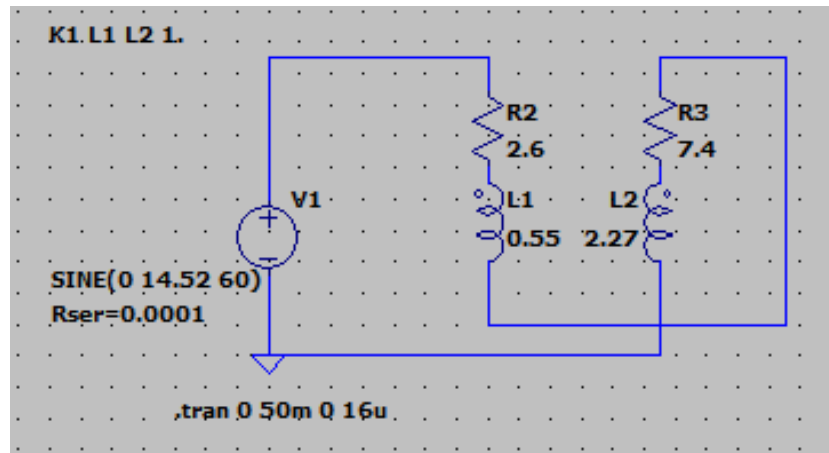


Figura 10: Ligação série subtrativa.

7 Conclusões

No experimento, um transformador foi utilizado a fim de discutir o fenômeno da indutância mútua. A simulação experimental permitiu também calcular o fluxo e impedâncias envolvidas. Além disso, foi discutido a situação em que é removido o barra-mento superior do núcleo.

Sobreleva-se a importância dos Equipamento de Proteção Individual, para melhor aproveitamento.

Referências

- [1] P. H. Rezende, “Circuitos Magneticamente Acoplados”, UFU, 2018. Disponível em: https://www.moodle.ufu.br/pluginfile.php/702496/mod_resource/content/3/Cap.%20I_Acoplamento.pdf. Acesso em: ago. 2019.
- [2] J. D. Irwin, “Análise de Circuitos Em Engenharia”, Pearson, 4^a Ed., 2000.
- [3] R. L. Boylestad, “Introdução À Análise de Circuitos”, Pearson, 10^a Ed., 2004.
- [4] B. S. Marczewski, B. J. R. Santos, F. H. G. Zucatelli, L. A. Tonin, “Experimento 4: Indutância Mútua.”, Universidade Federal do ABC, 2011. Disponível em: <https://www.scribd.com/document/97029440/Relatorio-Exp4-Indutancia-Mutua-Circuitos-Eletricos-2-Trim3-3>. Acesso em: set. 2019.
- [5] SafetyTrabi, “Óculos de segurança: Saiba quando utilizar este EPI”, SafetyTrab, 2019. Disponível em: <https://www.safetytrab.com.br/blog/oculos-de-seguranca/>. Acesso em: ago. 2019.