Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Elétrica
Sinais e Sistemas 2

TRABALHO DE SSIS 2

Alunos: Miguel Ravagnani de Carvalho e Vinícius Freitas Rodrigues
Professor: Éderson Rosa da Silva

Uberlândia
2019

Trabalho Sinais e Sistemas 2

Miguel Ravagnani de Carvalho, Vinícius Freitas Rodrigues

Sumário

1 Exercício 1

Para a resolução do exercício 1 foram usados os códigos implementados pelo professor no MATLAB. Finalmente, foram implementados comandos para obter o que foi pedido no exercício. Os códigos usados para os cáculos das Transformadas de Fourier, de suas magnitude e fases, e as transformadas inversas estão exibidas abaixo:

```
clear all;
close all;
clf;

I = imread('lena.bmp');
image = rgb2gray(imread('lena.bmp'));

F = fftn(image);
F_Mag = abs(F);
Im = log(1+fftshift(F));
F_Fase = angle(F);

mag = ifftshift(ifftn(F_Mag));
fase = ifftn(exp(1i*F_Fase));

Zmag = mean(mean(F_Mag))*ones(length(F_Mag)).*exp(i*F_Fase);
Zin1 = ifftn(Zmag);

Zfas = F_Mag.*exp(i*0);
Zin2 = ifftn(Zfas);

I2 = imread('sailboat.bmp');
image2 = rgb2gray(imread('sailboat.bmp'));

F2 = fftn(image2);
F2_Mag = abs(F2);
F2_Fase = angle(F2);

Zmag = F_Mag.*exp(i*F2_Fase);
Zinmag = ifftn(Zmag);

Zfase = F2_Mag.*exp(i*F_Fase);
Zinfase = ifftn(Zfase);
```

As imagens também foram exibidas conforme comandos contidos nos arquivos:

```
figure(1)
imshow(I), title('Imagem lena.bmp Original');
figure(2)

subplot(2,2,1), imshow(image), title('Imagem lena.bmp em
escala de cinza');

subplot(2,2,2), imshow(real(Im),[]), title('Magnitude da TF
```

```
da Imagem lena.bmp');

subplot(2,2,3), imshow(uint8(mag)), title('Reconstrucao
somente pela magnitude');

subplot(2,2,4), imshow(real(fase),[]), title('Reconstrucao
da imagem somente pela fase');
```

Figura 1: Imagens construídas com o código disponibilizado nos arquivos do professor.

Para Obter as imagens foi apenas necessário usar os valores calculados pelos comandos que ja foram realizados no exercício. Para exibir as imagens foi implementado o seguinte método:

```
imshow(Zin1)
imshow(Zin2)
imshow(Zinmag)
imshow(Zinfase)
```

Figura 2: Reconstrução 1.

Figura 3: Reconstrução 2

Figura 4: Reconstrução 3

Figura 5: Reconstrução 4

2 Exercício 2

2.1 a)

A partir da figura fornecida, foi possível determinar uma sequência de impulsos resultantes do processo de amostragem, de $x_p(t)$ para um período de amostragem de $T = 2ms$

Figura 6: Gráficos de Amostragem

.

2.2 b)

Sinal obtido a partir de um retentor de ordem zero (ZOH)

Figura 7: Sinal obtido a partir de um retentor

.

2.3 c)

Sabemos que:

$$x_p(t) = x(t) * p(t)$$

Logo, temos:

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(nT) \times \delta(t - nT)$$

Portanto, podemos concluir:

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(0,002T) \times \delta(t - 0,002T)$$

2.4 d)

Obtemos $X_p(j\omega)$ a partir da propriedade da multiplicação, onde:

$$X_p(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(j\theta)P(j(\omega - \theta))d\theta$$

E, sabendo que:

$$P(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s)$$

Assim, obtemos um resultado do tipo:

$$X_p(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - k\omega_s))$$

Sendo $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$, podemos concluir que $X_p(j\omega)$ é:

$$X_p(j\omega) = 500 \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - 3141,59k))$$

Uma vez que é notável que o resultado foi obtido através do processo de convolução de $X(j\omega)$ com uma série de impulsos, podemos concluir que $X_p(j\omega)$ trata-se de uma função periódica que consiste na sobreposição de réplicas deslocadas de $X(j\omega)$

2.5 e)

Um retentor de ordem zero (ZOH) amostra $x(t)$ em determinado instante e mantém esse valor até o próximo instante no qual a amostra é tomada. Portanto, podemos construí-lo a partir de filtragem passa-baixa.
A partir da saída $x_0(i)$ do ZOH, obtemos a característica de filtro exigida. A resposta $H_0(j\omega)$ é:

$$H_0(j\omega) = e^{-j\omega T/2}\left[\frac{2sen(\omega T/2)}{\omega}\right]$$

E isso requer:

$$H_r(j\omega) = \frac{e^{-j\omega T/2} H(j\omega)}{\frac{2sen(\omega T/2)}{\omega}}$$

Por fim, temos

$$H_0(j\omega) = e^{-j0{,}001\omega}\left[\frac{2sen(0{,}001\omega)}{\omega}\right]$$

2.6 f)

Como anuncia o Teorema da Amostragem, um sinal $x(t)$ com banda limitada para um valor de $|\omega| > \omega_M$ é determinado por suas amostras $x(nT); n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

Para realizar um processo de recuperação do sinal amostrado, a frequência deve ser maior que $2\omega_M$. Essa frequência de amostragem é conhecida como taxa de Nyquist.

Portanto, temos que $\omega_s > 2\omega_M$

Para o sinal amostrado, o valor de ω_M pode ser calculado:

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} = 125,66 rad/s$$

Logo, a frequência de Nyquist deve ser

$$\omega_s > 2\omega_M = 251,32 rad/s$$

2.7 g)

Quando a frequência adotada para amostragem não satisfaz a frequência de Nyquist, ocorro o que é chamado de Aliasing. Réplicas deslocadas do sinal acabam por sobrepor umas as outras, tornando menos eficaz o processo de recuperação do sinal. Por isso, utiliza-se um filtro anti-aliasing que limita a banda para satisfazer a condição para que então efetue-se após a amostragem adequada, prevenindo a chance da formação do aliasing.

2.8 h)

Figura 8: Diagrama de blocos

.

2.9 i)

O valor a_0 da série de Fourier pode ser interpretado como um valor médio do sinal para um período. Analisando os valores de máximos e mínimos locais, visíveis na figura do sinal fornecido, é possível estimar que o valor de a_0 é próximo de 20.

Entretanto, para o cálculo de a_k, é necessário que a função do sinal seja conhecida. a_0 é calculado da seguinte forma:

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk(2\pi/T)}dt$$

3 Exercício 3

3.1 a)

A função subplot cria eixos para o gráfico a ser criado. Na froma subplot(m,n,p), temos uma rede m por n, sendo que m e n definem o tamanho dos eixos, e p determina a posição para a criação dos eixos.

3.2 b)

A função ezplot é utlizada pra criar gráficos bidimensionais. A função gera um gráfico de uma expressão simbólica, ou função de f. Se os intervalos não forem predefinidos quando a função é chamada, o intervalo padrão é $[-2\pi 2\pi]$.

3.3 c)

O comando axis tem como função definir eixos a seres exibidos. por padrão, o comando não é requisito para a criação de um gráfico, mas é essencial para personalizar os eixos deste.

3.4 d)

É observável que o período adotado é $T = 0,05$.

O comando $t = 0 : T : 1$ define t de maneira que t varie de 0 até 1, sendo que cada unidade da escala tem o valor de T, ou seja, 0,05.

3.5 e)

O comando Stem cria uma sequência discreta de impulsos. Se definida, uma função qualquer pode ser argumento da função Stem, de modo que o gráfico resultante seja uma representação discreta da função original.

3.6 f)

O comando stairs cria, a partir de uma função qualquer definida como argumento da função, uma representação em degraus da função inicial.

3.7 g)

Para a primeira amostragem, foi utilizado um período de amostragem de $T = 0,05$

Figura 9: $T = 0,05$

.

Para a segunda amostragem, foi utilizado um período de amostragem de $T = 0,20$

Figura 10: $T = 0,20$

.

Podemos observar que, como a frequência de $f_2(t)$ é maior do que a frequência de $f_1(t)$, o período de amostragem para uma melhor recuperação deve ser menor do que o período exigido por $f_1(t)$.

4 Exercício 4

4.1 a)

Para as funções $f_1(t) = e^{-0.5t}u(t)$, $f_2(t) = sin(2\pi t)$ e $f_3(t) = sin(2\pi 2t)$ as transformadas calculadas pelo MATLAB foram:

- $F_1(j\omega) = \frac{1}{1/2+j\omega}$
- $F_2(j\omega) = -\frac{j}{\pi}[\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega - 2\pi)]$
- $F_3(j\omega) = -\frac{j}{\pi}[\delta(\omega - 4\pi) + \delta(\omega - 4\pi)]$

4.2 b)

Para as funcões $F_4(j\omega) = \frac{2sen(0.002\omega)}{\omega}$, $F_5(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$, $F_6(j\omega) = 2\pi\delta(\omega - 2)$ e $F_7(j\omega) = \pi[\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega + 2\pi)]$ as transformadas inversas de Fourier calculadas pelo MATLAB foram:

- $f_4(t) = \delta(1, x - 0.002) + \delta(1, x + 0.002)$
- $f_5(t) = 1$
- $f_6(t) = e^{2j\omega}$
- $f_7(t) = cos(2\pi t)$

4.3 c)

Para o a função $H_0(j\omega)$ calculada no item 2.e) temos os gráficos de magnitude e fase representados na figura a seguir.

Figura 11: Magnitude e fase de $H(j\omega)$

5 Exercício 5

5.1 a)

Para a resposta em frequência $H_1(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2+4(j\omega)+4}$, temos o sistema:
$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = x(t)$

A frequência natural não amortecida $\omega_n = \sqrt{4} = 2$.
$2\omega_n\zeta = 4 \Longrightarrow \zeta = 1$. Como $\zeta = 1$, o sistema é **criticamente amortecido**.

Figura 12: Gráficos de Bode de magnitude e fase de $H_1(j\omega)$
.

5.2 b)

Para a resposta em frequência $H_2(j\omega) = \frac{7}{5(j\omega)^2+4(j\omega)+5}$, temos o sistema:
$5\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 7x(t)$.

A frequência natural não amortecida é $\omega_n = \sqrt{5} \approx 2.23607$.
$2\omega_n\zeta = 4 \Longrightarrow \zeta \approx 0.94427$.Como $\zeta < 1$, o sistema é **subamortecido**.

Figura 13: Gráficos de Bode de magnitude e fase de $H_2(j\omega)$
.