Logica para Ciencias de la Computación

Resumen

+ Tema 1: Simbolizacion de Proposiciones

■ Temas Importantes
■ Ejemplos y Notas
■ Ejercicios para practicar
■ Observaciones

Axioma: Proposición tan clara que no se puede demostrar

Teorema: Proposición demostrada partiendo de axiomas.

Inferir: Sacar una consecuencia o deducir otra cosa de algo.

Hipotesis: Suposición de algo posible o imposible para sacar de ello una consecuencia.

Proposición: forma lógica a la que se le da un nombre

P. Atómica: son simples, basicas.

P. Molecular: una o varias P.A mediante un T.E.

Termino de Enlace:

$\neg A \rightarrow B$ } P.M

T.E.   P.A

+ Simbolización:

"y, &" conjunción "∧"

"o" disyuncion "∨"

"No" negacion "¬"

Condicional "A → B" (A: antecedente, B: consecuente)

Bicondicional "A ⟷ B"

{P.A = p: hoy llueve}

+ Orden de dominancia

* Condicional →
* Conjunción & ∧
* Disjunción o Disyunción ∨
* Negación ¬

+ Tema 2: Inferencia Lógica. El objetivo es demostrar algo

* Ponendo Ponens

I. $P \rightarrow Q$
II. P
III. Q PP I, II

* Tollendo Tollens

I. $P \rightarrow Q$
II. $\neg Q$
III. $\neg P$ TT I, II

* Doble Negación

I. $\neg\neg A$
II. A DN I

* Adjuncion

I. P
II. Q
III. $P \wedge Q$ A I, II

* Tollendo Ponens

I. $P \vee Q$
II. $\neg P$
III. Q TP I, II

* Ley de Adicion

I. P
II. $P \vee Q$ LA I

Ley de Simplificación

I. $P \wedge Q$

II. P S,

III. Q S,

Ley de Silogismo Hipotetico

I. $A \rightarrow B$

II. $B \rightarrow C$

III. $A \rightarrow C$ HS

Ley de Silogismo Disyuntivo (DS)

I. $R \vee D$

II. $R \rightarrow P$

III. $D \rightarrow Q$

IV. $P \vee Q$ DS, I, II, III

Ley de Morgan

I. $\neg P \vee \neg Q$ | $\neg P \wedge \neg Q$

II. $\neg(P \wedge Q)$ | $\neg(P \vee Q)$ DL I,

Leyes Conmutativas

I. $P \vee Q$ I. $P \wedge Q$

II. $Q \vee P$ CL I   II. $Q \wedge P$ CL I

Ley Bicondicional

I. $P \leftrightarrow Q$

II. $P \rightarrow Q$ LB I

III. $Q \rightarrow P$ LB I

Nota: Bicondicional es más potente que el Condicional.

Orden jerarquico

$\leftrightarrow$

$\rightarrow$

$\wedge, \vee$

$\neg$ negación

Para Practicar: Demostrar: $x = 4 \leftrightarrow 3x + 2 = 14$

(1) $3x + 2 = 14 \leftrightarrow 3x = 12$

(2) $3x = 14 \leftrightarrow x = 4$

Demostrar: $\neg(x = y \vee y > 1)$

I. $y \neq 1 \wedge y < 1$

II. $y > 1 \rightarrow y < 1 \vee y = 1$

III. $x = 3 \vee x > 3$

IV. $x > 3 \rightarrow x \neq y$

V. $x = 3 \rightarrow x \neq y$

Demostrar: $S \wedge T$

I. $\neg(P \vee \neg R)$

II. $Q \vee P$

III. $R \rightarrow S$

IV. $(Q \wedge S) \rightarrow (T \wedge S)$

Nota: tambien hay ejercicios que piden el termino del enlace dominante.

I. $\neg R \wedge S$ IV. $(P \wedge Q) \vee (R \wedge S)$ VII. $\neg(P \rightarrow Q \wedge R)$ X. $P \rightarrow Q \vee R$

II. $P \rightarrow R \wedge Q$ V. $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)$ VIII. $\neg(P \rightarrow Q)$ XI. //

III. $P \vee (R \wedge S)$ VI. $\neg A \rightarrow B \vee C$ IX. $\neg(Q \wedge R)$ XII. //

+Tema 3. Certeza y Validez.

* Se puede decir que un Razonamiento es válido solo cuando se tienen todas las reglas de inferencias empleadas.
* Si se encuentra un caso en que Premisas Ciertas y Conclusion Falsa, entonces el razonamiento es no valido.

Premisas Ciertas + Conclusión falsa = Razonamiento no válido

$P \wedge Q$	Conclusion	$P \vee Q$	Conclusión	Negacion	Conclusión
$V \wedge V$	V	$V \vee V$	V	$P = V$	$\neg P = F$
$V \wedge F$	F	$V \vee F$	V	$P = F$	$\neg P = V$
$F \wedge V$	F	$F \vee V$	V		
$F \wedge F$	F	$F \vee F$	F		

Condicional	Conclusión	Bicondicional	Conclusión
$V \to V$	V	$V \leftrightarrow V$	V
$V \to F$	F	$V \leftrightarrow F$	F
$F \to V$	V	$F \leftrightarrow V$	F
$F \to F$	V	$F \leftrightarrow F$	V

Regla Practica p/ equivalencia. ó bicondicional
* Es cierta si y solo si sus dos miembros son iguales

Diagrama de valores de certeza.

$$\underbrace{(\underbrace{\underbrace{P}_{V} \vee \underbrace{Q}_{F}}_{V}) \wedge \underbrace{R}_{V}}_{V} \qquad p/ \begin{cases} P = V \\ Q = F \\ R = V \end{cases}$$

La PM es cierta para esta asignacion de valores

$$\underbrace{(\underbrace{\underbrace{\underbrace{P}_{V} \wedge \underbrace{Q}_{V}}_{V} \to \underbrace{P}_{V}}_{V}) \wedge (\underbrace{\underbrace{R}_{F} \vee \underbrace{S}_{F}}_{F})}_{F} \qquad p/ \begin{cases} P = V \\ Q = V \\ R = F \\ S = F \end{cases}$$

La PM es Falsa para esta asignación de valores.

En estas proposiciones sea A cierta, B Falsa, C Falsa.
Demuestre que las proposiciones son ciertas.

$[(A \vee B) \wedge \neg A] \to \neg(C \to A)$ $\qquad (B \leftrightarrow A) \to (A \leftrightarrow C)$

$(A \leftrightarrow \neg B) \vee [C \to (\neg C \to B)]$ $\qquad (A \wedge C) \leftrightarrow (B \vee A) \to (B \to \neg C)$

forma de demostrar que un razonamiento es no valido

P	Q	$P \to Q$	Q	Conclusion: P
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	F

Para el caso: Demostrar: P

(1) $P \to Q$

(2) Q

Nota: si alguna premisa no se cumple no nos sirve

* Si se visualiza un caso de Premisas Verdaderas Conclusión Falsa. Entonces el razonamiento es no valido

* Si el razonamiento es valido entonces se dice que la conclusión es consecuencia logica de las premisas.

Porque Manzia no quiere

Se puede usar el Diagramas de valores p/ demostrar que una conclusión es consecuencia logica pero no para demostrar lo contrario. Ejemplo: Demostrar: $\neg Q$

1. $P \to Q$

II. $\neg P$

$P \to Q$ P

$\underbrace{V \quad V}_{V}$ V

Conclusion: Q → V   razonamiento valido

Asignacion

V	F
P	
Q	

Demostrar: $\neg Q$

1. $P \to Q$

II. $\neg P$

$P \to Q$ $\neg P$

$\underbrace{F \quad V}_{V}$ V

Conclusion: $\neg Q$ → F

∴ Razonamiento no válido.

Asignación

V	F
Q	P

Demostrar: $\neg S$

I. $\neg(P \wedge R)$

II. $Q \to R$

III. $Q \vee \neg S$

Demostrar:

La ley de silogismo disyuntivo e hipotetico

Demostración Condicional (CP) // se utiliza cuando se quiere demostrar una condicional valga la redundancia.

p_1
p_2
p_3 P
....
....
p_n
$p_3 \to p_n$ CP

Demostrar: $R \to \neg P$

I.	$P \to Q$	
II.	$R \to \neg Q$	
III.	R	P
IV.	$\neg Q$	$PP_{3,2}$
V.	$\neg P$	$TT_{1,4}$
VI.	$R \to \neg P$	$CP_{3,5}$.

Demostrar: $P \to (\neg Q \to R)$

I. $S \wedge (\neg P \vee M)$
II. $M \to Q \vee R$

Demostrar: $T \to \neg(P \vee Q)$

I. $\neg S \vee \neg P$
II. $Q \to \neg R$
III. $T \to S \wedge R$

Para demostrar que un conjunto de premisas es inconsistente se deduce una contradicción.

Demostrar: $\neg D$

I.	$D \to W$	
II.	$A \vee \neg W$	
III.	$\neg(D \wedge A)$	
IV.	D	
V.	$\neg D \vee \neg A$	DL_3
VI.	$\neg A$	$TP_{4,5}$
VII.	W	$PP_{1,4}$
VIII.	A	$TP_{2,7}$
IX.	$\neg A \wedge A$	$A_{6,8}$.

Por lo tanto el conjunto de premisas es inconsistente.

* Que no sea una contradicción no es una demostración suficiente de que el conjunto sea consistente.

El metodo asignado el de Asignacion de Certeza

* Si encontramos una asignación de certeza donde todas las premisas son ciertas el conjunto es consistente.

Demostrar: R

I. $T \to (P \wedge Q)$
II. $\neg\neg T$
III. $\neg Q$

* Si es valido o no y si el conjunto es consistente o no.

Demostración Indirecta: Reduccion al Absurdo.

Demostracion Condicional + Contradicción.

Demostrar: $\neg P$

I. $\neg Q \vee R$
II. $P \to \neg R$
III. Q

IV.	P	P	* Primero se niega lo que se quiere demostrar.
V.	$\neg R$	$PP_{2,4}$	
VI.	$\neg Q$	$TP_{1,5}$	
VII.	$Q \wedge \neg Q$	$A_{3,6}$	
VIII.	$P \to Q \wedge \neg Q$	$CP_{4,7}$	
IX.	$\neg P$	RAA 8.	

Demostrar: $\neg B$

I. $J \wedge B \to S$
II. $\neg S \vee T$
III. $\neg T$
IV. J

Tema 4: Tablas de Certeza.

P	Q	$P_1: P \to Q$	Conclusión $\neg P \vee Q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

El razonamiento es valido si para todos los casos de premisas verdaderas la conclusion es verdadera.

Tautologia: Una proposición es tautologia si es cierta, sin importar los valores de las P.A. Ejemplo: $P \vee \neg P$

Implicacion tautologica y equivalencia tautologica.

$(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \ldots \wedge P_n) \to$ Conclusión.

Conjuncion de todas las premisas implica la conclusión.

Tema 6: Árboles de Gentzen.

① Disyunción

$A \vee B$ → A | B

$\neg(A \vee B)$ → $\neg A$, $\neg B$

Conjunción

$A \wedge B$ → A, B

$\neg(A \wedge B)$ → $\neg A$ | $\neg B$

Negación

$\neg\neg A$ → A

Implicación

$A \rightarrow B$ → $\neg A$ | B

$\neg(A \rightarrow B)$ → A, $\neg B$

Bicondicional

$A \leftrightarrow B$ → A, B | $\neg A$, $\neg B$

$\neg(A \leftrightarrow B)$ → $\neg A$, B | A, $\neg B$

① Paso es poner todas las premisas y la conclusion negada si se desea saber si un razonamiento es valido o no.

① Para saber si un razonamiento es valido todas las hojas deben ser cerradas.

Demostrar: R

I. $T \rightarrow (P \wedge Q)$

II. $\neg\neg T$

III. $\neg Q$

$\neg R$ /

$T \rightarrow (P \wedge Q)$ /

$\neg\neg T$ /

$\neg Q$ /

$\neg T$ | $P \wedge Q$

T | P, Q

* Para que una hoja sea ▨ en la misma rama que esta P debe estar su negado ¬P

* Para que un árbol sea completo se debe de abordar todas las premisas de la raíz.

* Para que un árbol sea consistente al menos una de sus hojas debe de estar abierta y el árbol completo.

* Para que un conjunto de premisas sea consistente al menos una de sus hojas debe estar habierta y el árbol completo.

* Para que un razonamiento sea valido todas sus hojas deben ser cerrados y el árbol completa