



V 0.1.20240228

<https://github.com/P4ntomime/funktionen-mehrerer-variablen>

Funktionen mehrerer Variablen

FS 2024 – Prof. Dr. Bernhard Zgraggen

Autoren:

Laurin Heitzer, Flurin Brechbühler

1 Dimensionen, Schnitte und Konturen

1.1 Dimensionen

$$f : \mathbb{D}_f (\subseteq \mathbb{R}^m) \longrightarrow \mathbb{W}_f (\subseteq \mathbb{R}^n)$$

m Anzahl Dimensionen von \mathbb{D}_f , wobei $m \in \mathbb{N}$

n Anzahl Dimensionen von \mathbb{W}_f , wobei $n \in \mathbb{N}$

\vec{f} wenn Output vektoriell

⚠ Variablen sind abhängig von einander!

Multi-Variat:

Die Funktion f ist "Multi-Variat", wenn:

- Input, Output oder beides mehrdimensional ist.

(Nur wenn Input und Output Skalare sind ist eine Funktion nicht Multi-Variat.)

1.1.1 Raumzeit

$$\left. \begin{array}{l} \text{Raum 3D } (x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \\ \text{Zeit 1D } (t) \in \mathbb{R}^1 \end{array} \right\} \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^3 (t; x; y; z) = \text{4D Raumzeit}$$

1.1.2 Stationärer Fall

$$t \rightarrow \infty \rightarrow \text{Stationär}$$

$$T(x; y; z) \frac{\Delta T}{\Delta t} \rightarrow 0$$

1.1.3 Koordinatenvektoren = Einheitsvektoren

$$\vec{i} = \hat{i} = \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{j} = \hat{j} = \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{k} = \hat{k} = \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.2 Schnitte

Schnitt = Restriktion \rightarrow Teilmenge vom Definitionsbereich \mathbb{D}_f

1.2.1 Partielle Funktion

▷ Nur EINE Variable ist frei! (wählbar)

▷ ALLE anderen Variablen sind fix!

▷ ⚠ \mathbb{W}_f Analyse!

1.3 Konturen, Levelsets, Niveaulinien, ...

Output = konstant = const. = fix:

$$\vec{y} = \vec{f}(\vec{x}) = \text{const. wobei } \vec{x} \subset \mathbb{D}_f$$

Man spricht von "Konturen, Levelsets oder Niveaulinien",
wenn der Output von f konstant ist.

Hier wäre ein Bild von Höhenlinien aus dem Skript cool