



V 0.1.20240229

<https://github.com/P4ntomime/funktionen-mehrerer-variablen>

# Funktionen mehrerer Variablen

FS 2024 – Prof. Dr. Bernhard Zraggen

Autoren:

Laurin Heitzer, Flurin Brechbühler

## 1 Dimensionen, Schnitte und Konturen

### 1.1 Dimensionen

$$f : \mathbb{D}_f(\subseteq \mathbb{R}^m) \longrightarrow \mathbb{W}_f(\subseteq \mathbb{R}^n)$$

$m$  Anzahl Dimensionen von  $\mathbb{D}_f$ , wobei  $m \in \mathbb{N}$

$n$  Anzahl Dimensionen von  $\mathbb{W}_f$ , wobei  $n \in \mathbb{N}$

$\vec{f}$  wenn Output vektoriell

⚠ **Variablen sind abhängig von einander!**

#### Multi-Variat:

Die Funktion  $f$  ist "Multi-Variat", wenn:

- Input, Output oder beides mehrdimensional ist.

(Nur wenn Input **und** Output Skalare sind ist eine Funktion nicht Multi-Variat.)

#### 1.1.1 Raumzeit

$$\left. \begin{array}{l} \text{Raum 3D } (x; y; z) \mathbb{R}^3 \\ \text{Zeit 1D } (t) \mathbb{R}^1 \end{array} \right\} \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^3(t; x; y; z) = \text{4D Raumzeit}$$

#### 1.1.2 Stationärer Fall

$$t \rightarrow \infty \rightarrow \text{Stationär}$$

$$T(x; y; z) \frac{\Delta T}{\Delta t} \rightarrow 0$$

#### 1.1.3 Koordinatenvektoren = Einheitsvektoren

$$\vec{i} = \hat{i} = \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{j} = \hat{j} = \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{k} = \hat{k} = \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

### 1.2 Schnitte

Schnitt = Restriktion  $\rightarrow$  Teilmenge vom Definitionsbereich  $\mathbb{D}_f$

#### 1.2.1 Partielle Funktion

- Nur **eine** Variable ist frei! (wählbar)
- **Alle** anderen Variablen sind fix!

⚠  $\mathbb{W}_f$  **Analyse!**

### 1.3 Konturen, Levelsets, Niveaulinien, ...

Output = konstant = const. = fix:

$$\vec{y} = \vec{f}(\vec{x}) = \text{const. wobei } \vec{x} \subset \mathbb{D}_f$$

Man spricht von "Konturen, Levelsets oder Niveaulinien",  
wenn der Output von  $f$  konstant ist.

Hier wäre ein Bild von Höhenlinien aus dem Skript cool