

Electromagnétisme

lincoln.travens@parisdescartes.fr



Chapitre 2

Champ magnétique

- 2.0 Introduction
- 2.1 Sources de champ
- 2.2 Forces magnétiques
- 2.3 Expressions du champ magnétique
- 2.4 Potentiel vecteur
- 2.5 Rotationnel du champ magnétique: Théorème d'Ampère
- 2.6 Dipôle magnétique
- 2.7 Matériaux magnétiques

2.0 Introduction

- L'électricité dans notre vie quotidienne ... est partout !

- Appareils électriques (TV, PC, ...), appareils électroniques ...
- Moteurs électriques, thermiques, Chauffage de tout type ...
- Téléphonie (fixe, mobile ...)
- Transmissions de données (internet, satellite, antenne.)
- Lumière = onde électromagnétique
- Forces atomiques et moléculaires
- Transmissions nerveuses
- Orages, ...



➤ La connaissance des lois de l'électricité permet de comprendre une multitude de principes et techniques utilisés aujourd'hui.

✓ **électrostatique**

Étude des interactions entre **particules chargées immobiles**

✓ **magnétostatique**

Étude des interactions entre **particules chargées en mouvement**
(en régime indépendant du temps).

Les interactions fondamentales

- La physique parvient à rendre compte de l'ensemble des phénomènes actuellement interprétés en faisant intervenir seulement **4 interactions** dites **fondamentales** :

- L'interaction gravitationnelle
- L'interaction **électromagnétique**
- L'interaction nucléaire faible
- L'interaction nucléaire forte

Fin du 18^{ème} s.

19^{ème} s.

20^{ème} s.

L'interaction gravitationnelle

- C'est la plus universelle : elle s'exerce sur toutes les particules !
- Son action est négligeable à l'échelle microscopique / dominante à l'échelle astronomique : la pesanteur.
- 1^{ère} description : en 1687 par **Isaac Newton**.

Loi de l'attraction universelle en $1/r^2$

- Théorie de la relativité générale en 1916 par **Albert Einstein**.

L'interaction électromagnétique

- Elle s'exerce entre toutes les particules porteuses d'une caractéristique appelée **charge électrique**.
- Elle est responsable de :
 - La cohésion de l'atome;
 - La liaison chimique, l'ensemble des propriétés chimiques de la matière;
 - La cohésion de la matière condensée et l'existence des divers états de la matière;
 - Les propriétés physiques d'un corps dans un état donné;
 - Les actions de contact entre solides, des forces de frottement;
 - Les phénomènes électriques & électromagnétiques;
 - La lumière et tous les phénomènes de l'optique.

L'interaction électromagnétique est à la base de l'explication de la très grande majorité des phénomènes observables

L'interaction forte

- Proposée en 1930.
- S'exerce à l'intérieur du noyau, entre toutes les particules.
- C'est une interaction **à très faible portée** : elle s'exerce à des distances de l'ordre du femtomètre (10^{-15} m).
- Aucun rôle en dehors des limites du noyau.

L'interaction faible

- Dernière identifiée.
- Se manifeste dans de nombreux processus de désintégration (radioactivité β).
- C'est une interaction **à très faible portée**.

➤ En dehors du domaine de la physique nucléaire, l'essentiel des propriétés de la matière s'interprète à l'aide des 2 interactions les plus anciennement connues : **gravitationnelle et électromagnétique**.

➤ Vers une **théorie unifiée des interactions**.

Bases expérimentales historiques de la théorie électromagnétique

Phénomènes d'électrisation : élaboration de l'électrostatique

- Antiquité : vers 600 av JC, les grecs observent le premier phénomène électrique, puis magnétique.
 - Un morceau d'ambre préalablement frotté attire des objets légers.

électricité : ελεχτρον = ambre en grec

- Les pierres de Magnésie attirent la limaille de fer.
- 16^e s : William Gilbert élabore les concepts de **conducteur** et d'**isolant**.
- 18^e s : élaboration de l'électrostatique

1729 Stephen Gray transmission par fils métalliques

1747 Benjamin Franklin concept d'électricités positive et négative ; principe de conservation de la charge.

1772 Henry Cavendish : champ nul à l'intérieur d'une sphère ; concepts de potentiel et de capacité.

1782 Alessandro Volta : condensateur

1785 Charles Coulomb : loi d'interaction en $1/r^2$

- 19^e s : la théorie électrostatique se développe à partir de la loi de Coulomb
- 1800 Alessandro Volta : invention de la pile électrique qui permet de *faire circuler des courants*.
- 1811 Denis Poisson : théorie du potentiel
- 1828 George Green démontre le théorème de Gauss
- 1847 Hermann Von Helmholtz introduit le concept d'énergie électrostatique

Le magnétisme des aimants et des courants : élaboration de la magnétostatique

- Antiquité : les grecs observent le premier phénomène magnétique.

Les pierres de Magnésie (Fe_3O_4) attirent la limaille de fer

Boussole : aiguille de magnétite, libre de ses rotations, tend à s'orienter dans une direction donnée.

- 16^e s : William Gilbert étudie les aimants et distingue le magnétisme de l'électricité.

- 18^e s :

1752 **Franklin** : nature électrique de la foudre

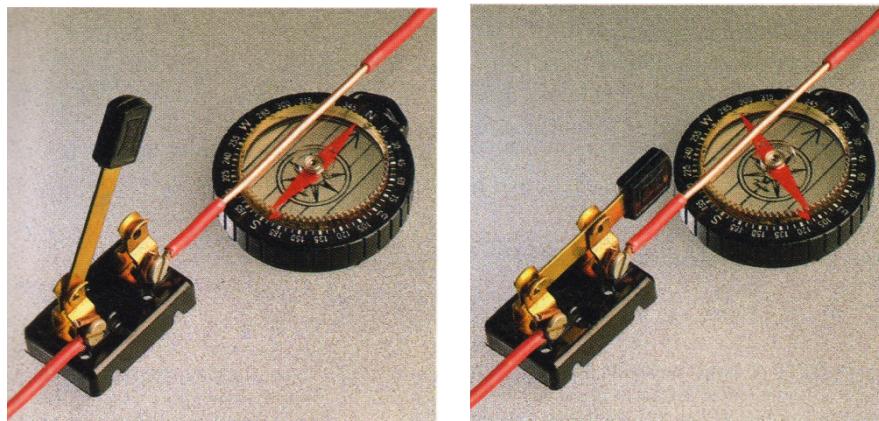
Les orages perturbent les boussoles

La foudre frappant un navire aimante tous les objets métalliques

1777 **Coulomb** : moment magnétique

19^e s : 1832 **Gauss** : champ géomagnétique / dipôle magnétique.

L'expérience d'Oersted 1820



Hans Oersted a observé que le passage d'un **courant électrique à proximité d'une aiguille aimantée faisait dévier cette aiguille**, donc créait un **champ magnétique**.

Cette expérience fondatrice a permis de faire le lien entre électricité et magnétisme.



http://www.dailymotion.com/video/x4l3fv_experience-oersted_tech

- 19^e s :

1820 André Ampère, Pierre Laplace, Jean-Baptiste Biot, Félix Savart

*Les courants sont une source de **champ magnétique**.*

1831 Michael Faraday : induction électromagnétique, évolution temporelle.

1864 James Maxwell propose une théorie unifiée (E+B):

la théorie électromagnétique 1873

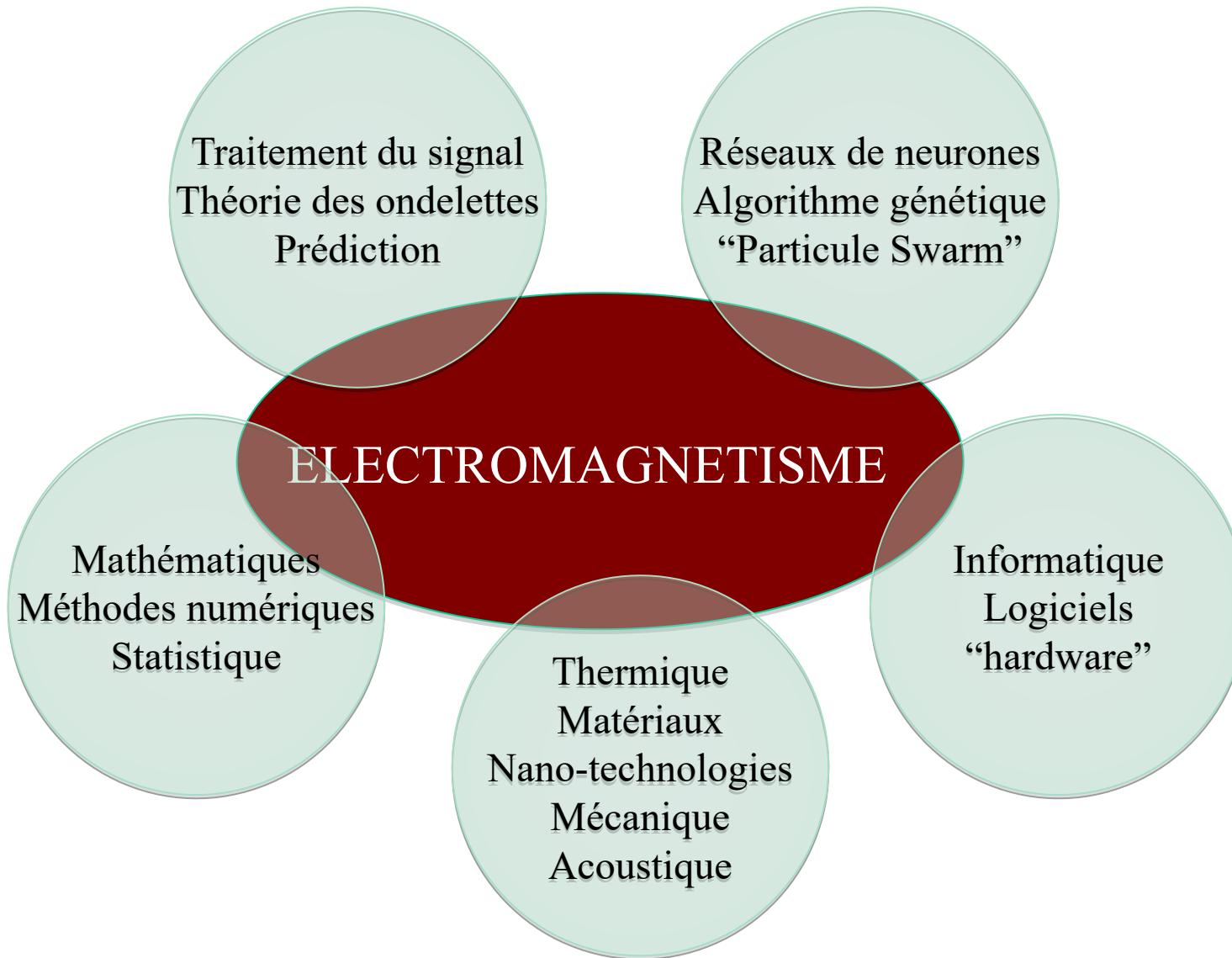
1885 Heinrich Hertz la confirme expérimentalement.

- 20^e s :

1905 Albert Einstein : relativité restreinte, bouleverse les fondements de la physique mais laisse intact l'électromagnétisme.

1945 Feynman électrodynamique quantique.

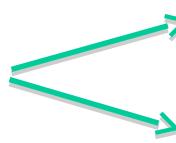
Une discipline en synergie avec de nombreux domaines :



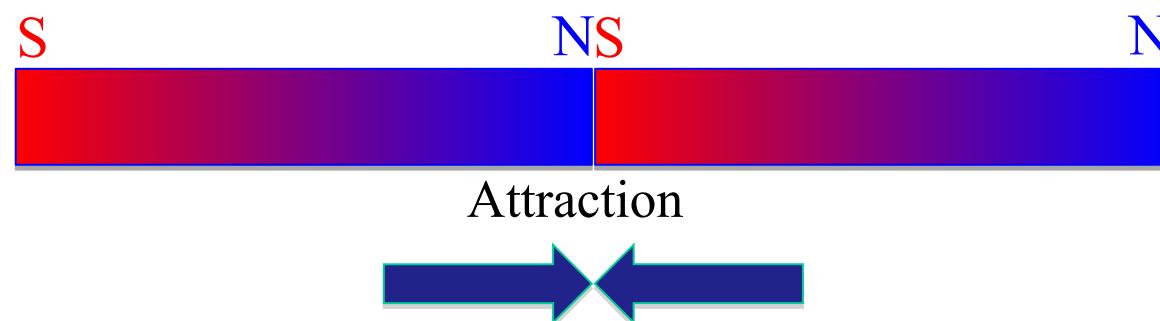
Les aimants

Pierre d'aimant = magnétite (oxyde de fer Fe_3O_4)

2 barreaux sont mis en présence

 attraction
ou
répulsion

Permet de distinguer 2 pôles : **Nord & Sud**



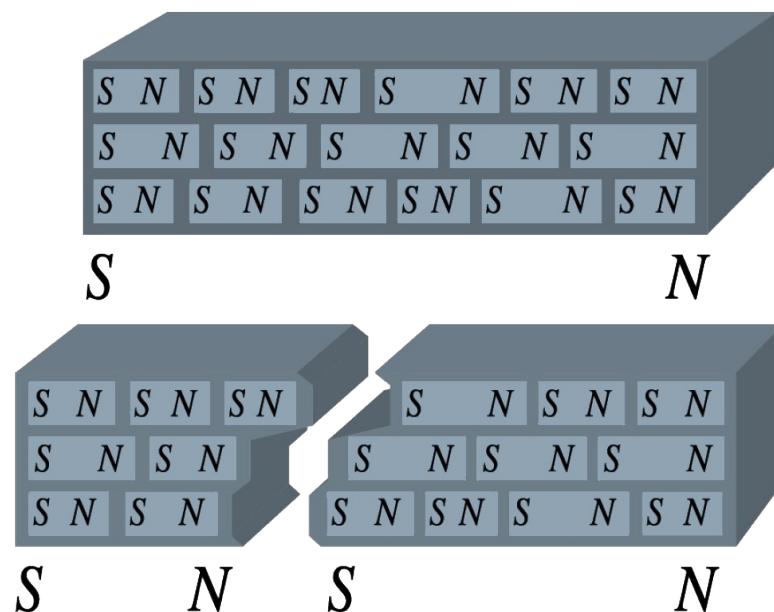
Fractionnement d'un aimant



Aimant constitué de petits aimants dipolaires
Atomes et électrons (spin) dipôles magnétiques

Chaque nouvelle partie est à nouveau bipolaire (*dipôle magnétique*)

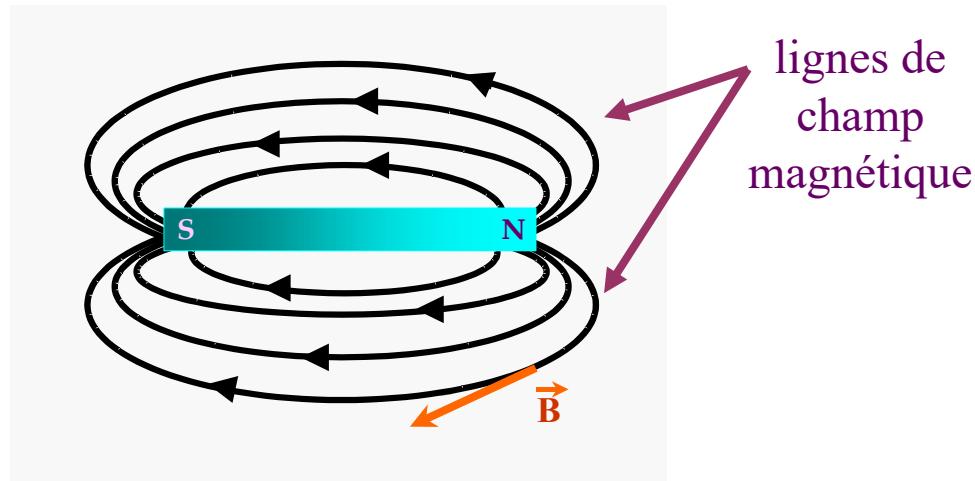
Magnétisme n'est pas produit par des « charges magnétiques » mais par des charges électriques en mouvement



Notion de champ magnétique

Les physiciens ont introduit la notion de champ magnétique pour décrire l'interaction entre 2 aimants.

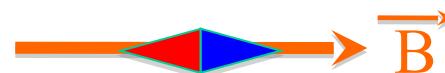
L'aimant crée
un champ magnétique \vec{B}
dans son environnement



Ce champ magnétique agit sur un autre aimant.

La force magnétique tend à aligner l'aimant dans la direction du champ magnétique \vec{B} .

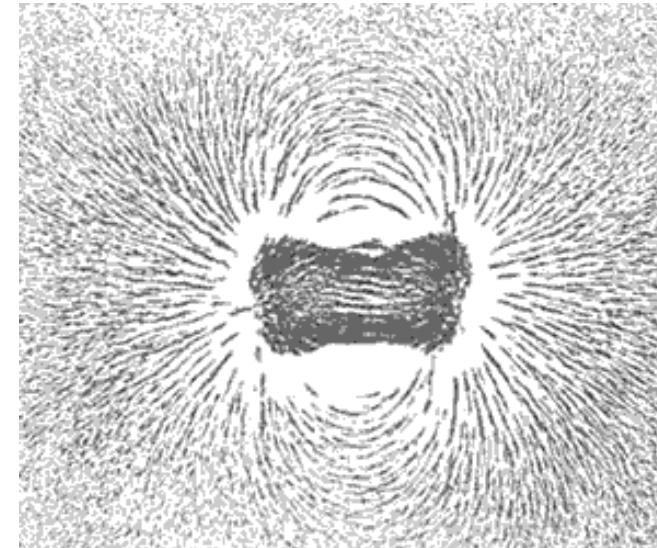
Ainsi l'aiguille d'une boussole s'oriente dans la direction du champ magnétique terrestre.



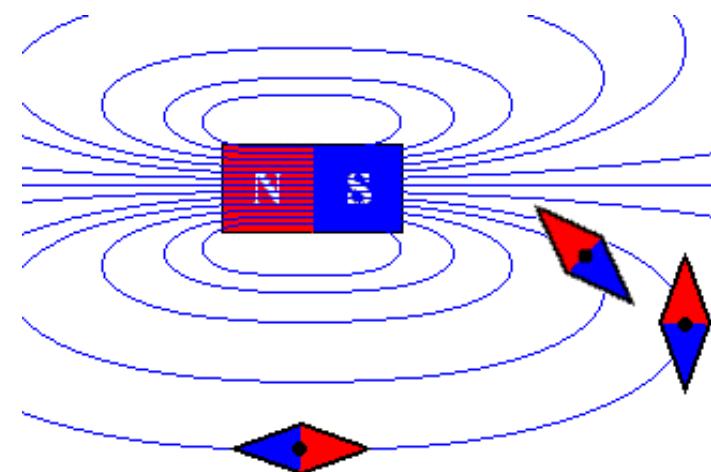
Visualisation du champ magnétique



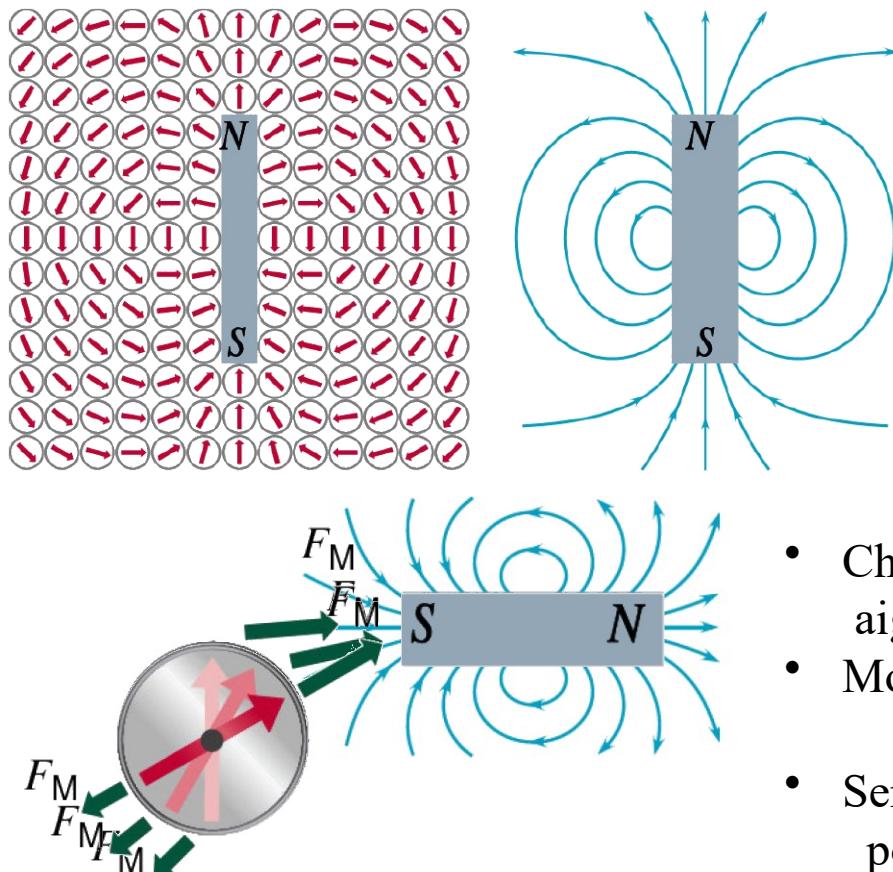
En présence de **limaille de fer**, on voit se dessiner les **lignes de champ**



En fait, le champ magnétique créé par l'aimant transforme **chaque grain de limaille de fer en de petits aimants qui s'alignent naturellement selon le champ magnétique.**



Force et champ magnétiques

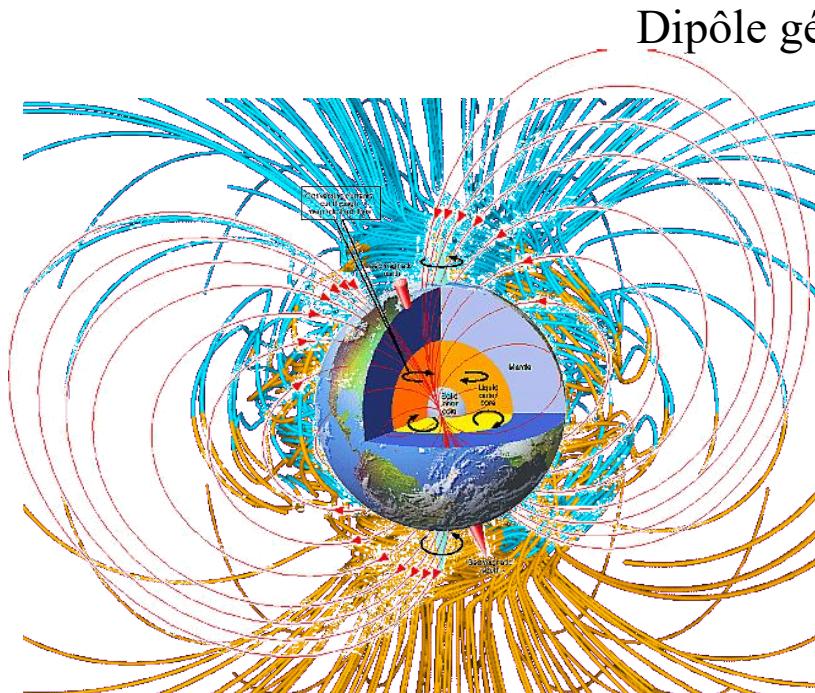


Action à distance :
chaque aimant établit un champ magnétique dans l'espace qui l'entoure

- Champ exerce moment de force sur aiguille magnétique
- Moment de force → champ (unité le Tesla)
- Sens du champ: du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille

Lignes de champ entrent par pôle sud et sortent par pôle nord

Magnétisme terrestre



Dipôle géant \equiv courte tige aimantée au centre de la terre ($5 \cdot 10^{-5}$ Tesla) inclinée de $11,5^\circ$ par rapport axe de rotation (longitude 70° ouest)

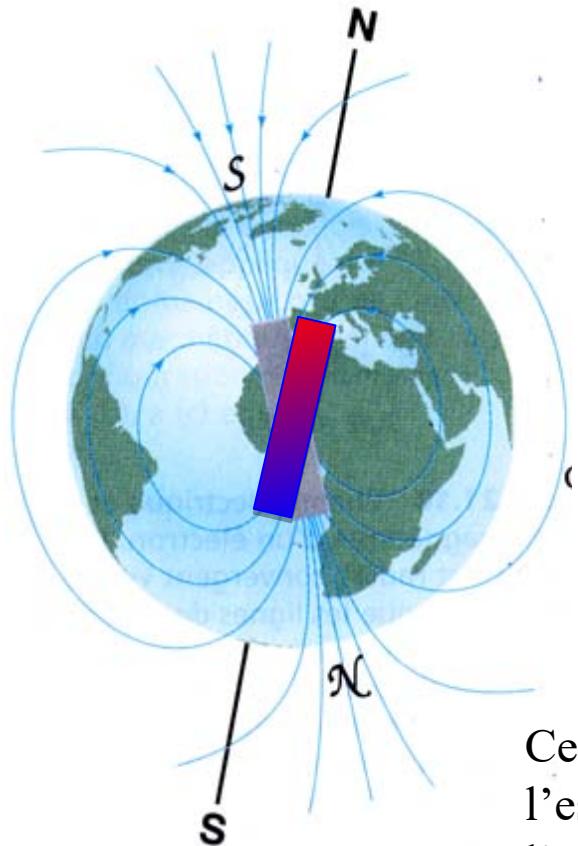
Inversion du champ !!! ~ 300 fois (dernière, il y a ~ 30.000 ans)

Actuellement : Pôle nord magnétique au pôle sud géographique

On distingue les pôles géomagnétiques des pôles géographiques

Champ magnétique terrestre

Orientation d'une aiguille aimantée :



Le pôle nord de la Terre est en fait le pôle sud de l'aimant équivalent.

C'est pour cela que l'extrémité de l'aiguille aimantée qui se dirige vers le pôle nord géographique est un pôle nord de l'aiguille aimantée.

Ce champ s'étend jusqu'à des milliers de kilomètres dans l'espace et possède une symétrie de révolution autour de l'axe du barreau aimanté fictif

- 2.0 Introduction
- 2.1 Sources de champ
- 2.2 Forces magnétiques
- 2.3 Expressions du champ magnétique
- 2.4 Potentiel vecteur
- 2.5 Rotationnel du champ magnétique: Théorème d'Ampère
- 2.6 Dipôle magnétique
- 2.7 Matériaux magnétiques

2.1 Sources de champ magnétiques

Nous allons étudier les champs magnétiques créés par des conducteurs parcourus par des courants.

Ces courants peuvent être *volumiques, surfaciques ou linéiques*.

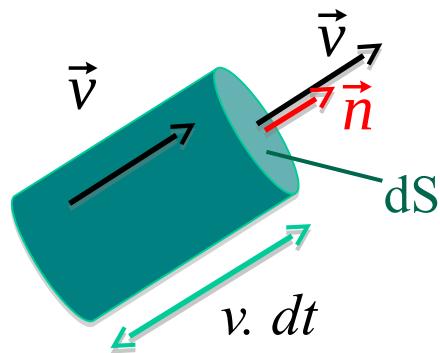
2.1.1 Répartition volumique de courant

Considérons un ensemble de particules de charge q_0 , de densité particulaire n et ayant un mouvement d'ensemble à la vitesse v .

Densité (volumique) de charges $\rho = \frac{dq}{dV} = n q_0$ avec $n = \frac{dN}{dV}$

Unité SI: C m⁻³

Comment définir l'intensité qui traverse une surface dS quelconque ?



$$dV = v dt dS$$

$$\vec{dS} = \vec{n} dS$$

La quantité de charges électriques dq qui traverse la surface élémentaire dS pendant l'intervalle de temps dt est

$$dq = n dV q_0$$

$$dq = n q_0 \vec{v} \cdot \vec{dS} dt$$

$$\text{D'où } dq = (n q_0 \vec{v}) \cdot \vec{n} dS dt$$

L'intensité électrique di qui traverse la surface élémentaire dS est ainsi :

$$di = \frac{dq}{dt} = (nq_0 \vec{v}) \cdot \vec{n} dS$$

L'intensité s'interprète comme étant le flux du vecteur :

$$\vec{j} = nq_0 \vec{v} = \rho \vec{v} \quad \text{à travers la surface } dS \text{ orientée.}$$

Le vecteur \vec{j} est appelé **vecteur densité volumique de courant électrique**.

A travers une surface finie S

Le flux total de \vec{j} à travers la surface totale S s'écrit :

$$i = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{dS} = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

L'intensité qui traverse une surface est le flux à travers celle-ci de la densité de courant.

Conservation de la charge

Considérons un volume V délimité par une surface fermée S .

La charge qui sort de S en traversant S pendant l'intervalle de temps dt vaut :

$$dq_s = dt \iint_S \vec{j} \cdot \vec{dS} \quad \text{où } \vec{dS} \text{ est orienté vers l'extérieur}$$

La charge totale $Q(t)$ comprise dans le volume à l'instant t vaut :

$$Q(t) = \iiint_V \rho_m(M, t) dV \quad \rho_m : \text{densité volumique de charges mobiles dans le milieu}$$

Entre les instants t et $t + dt$ cette charge varie de :

$$dQ = Q(t+dt) - Q(t) = \left(\frac{dQ}{dt} \right) dt = \frac{d}{dt} \left(\iiint_V \rho dV \right) dt = dt \iiint_V \frac{d\rho}{dt} dV$$

D'après le principe de conservation de la charge, la diminution $-dQ$ de la charge contenue dans V est égale à la charge dq_s qui est sortie de V en traversant S .

$$-dQ = dq_s \quad -dt \iint_S \vec{j} \cdot \vec{dS} = dt \iiint_V \frac{d\rho}{dt} dV$$

Conservation de la charge

En simplifiant par dt et en utilisant le théorème d'Ostrogradski, on obtient :

$$-\iiint_V \frac{d\rho}{dt} dV = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j} dV$$

$$\iiint_V \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{d\rho}{dt} \right) dV = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

Équation locale traduisant la conservation de la charge

En régime permanent : $\frac{d\rho}{dt} = 0$ $\operatorname{div} \vec{j} = 0$ $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$

La densité de courant j est à divergence nulle en régime permanent.

Conséquence :

L'intensité totale qui sort d'une surface fermée S est nulle en régime permanent.

2.0 Introduction

2.1 Sources de champ

2.2 Forces magnétiques

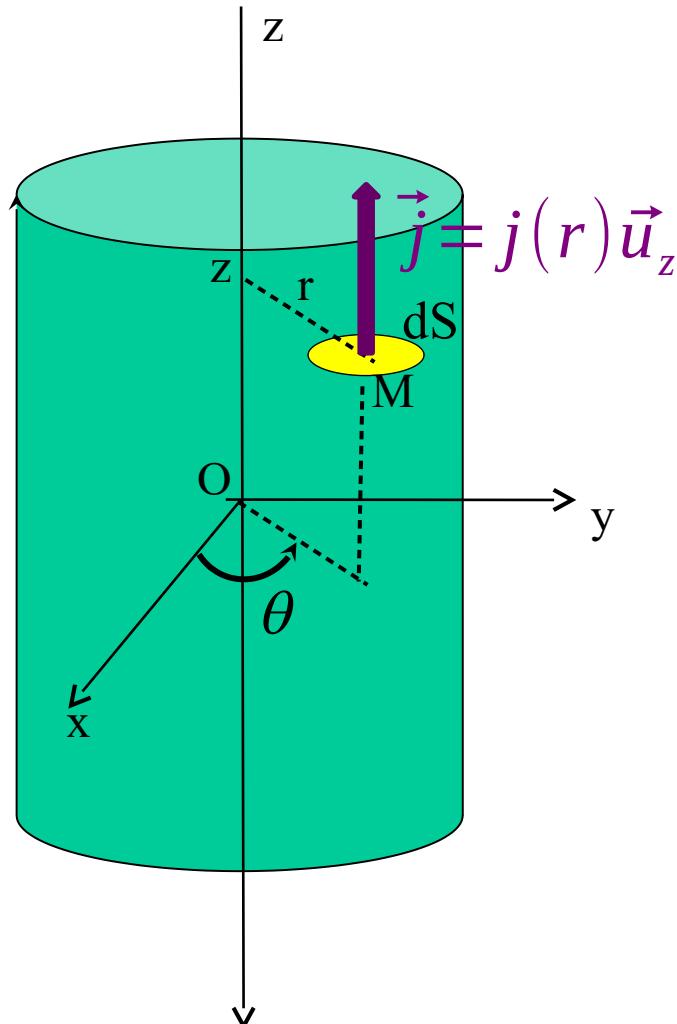
2.3 Expressions du champ magnétique

2.4 Potentiel vecteur

2.5 Rotationnel du champ magnétique: Théorème d'Ampère

2.6 Dipôle magnétique

2.7 Matériaux magnétiques

Exemple*Cas d'un cylindre infini parcouru par un courant volumique*

Le vecteur densité de courant est dirigé selon Oz , sa norme ne dépend que de la distance r à l'axe :

$$\vec{j} = j(r) \vec{u}_z = \frac{r}{R} j_0 \vec{u}_z$$

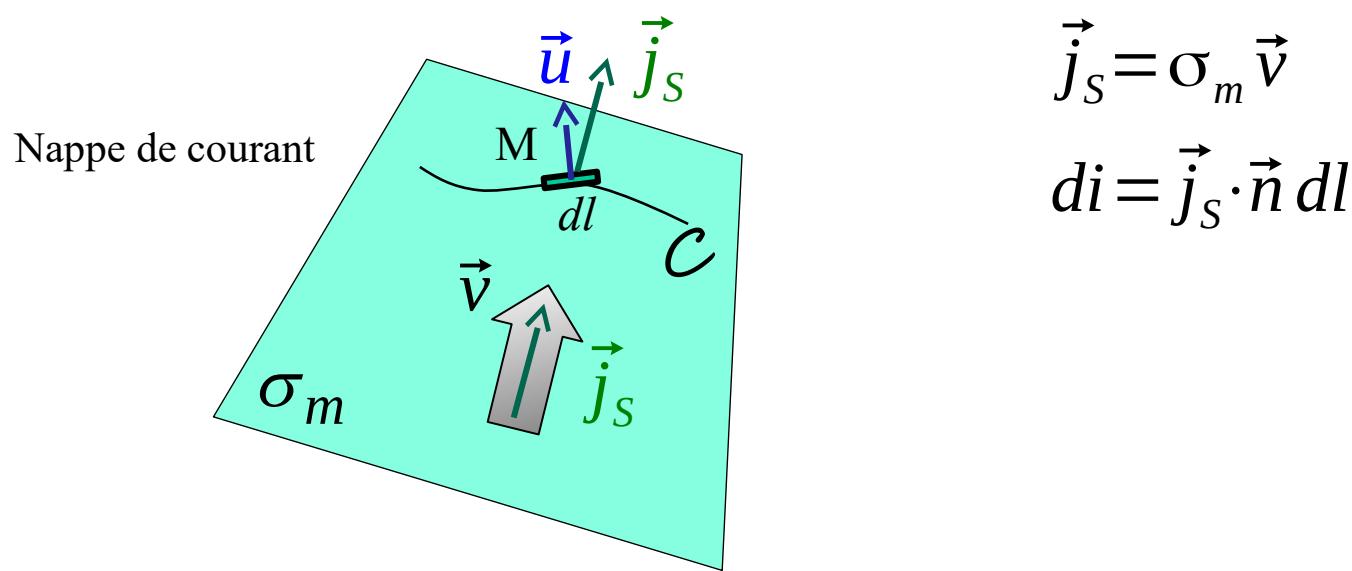
L'intensité à travers dS vaut :

$$\begin{aligned} di &= j(r) dS = j(r) r dr d\theta \\ i &= \int_0^R \int_0^{2\pi} j(r) r dr d\theta \\ i &= 2\pi \int_0^R \frac{r^2}{R} j_0 dr \\ i &= \frac{2\pi R^2}{3} j_0 \end{aligned}$$

Si le vecteur j avait été constant (égal à j_0) alors : $i = \pi R^2 j_0$

2.1.2 Répartition surfacique de courant

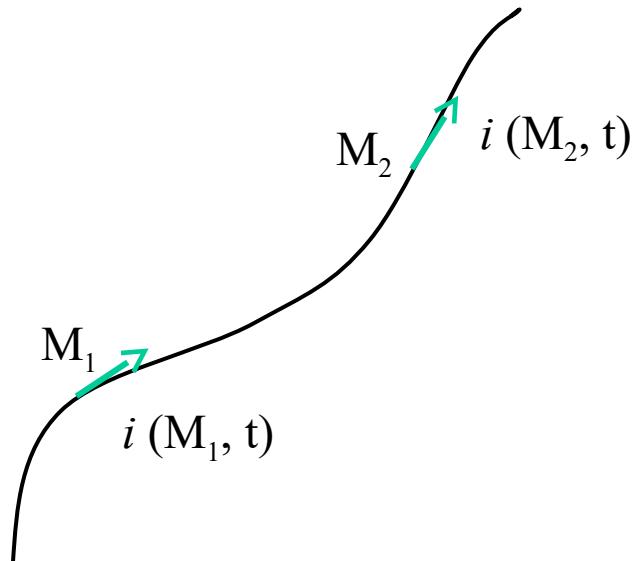
Lorsque la distribution de courant se trouve confinée sur une épaisseur très faible par rapport aux deux autres dimensions d'espace, on utilise une modélisation surfacique.



2.1.3 Répartition linéique de courant

Les conducteurs de faible section peuvent être assimilés à des fils.

Le courant linéique est le courant parcouru par le fil.



Le courant électrique dépend *à priori* du temps et du point M.

- 2.0 Introduction
- 2.1 Sources de champ
- 2.2 Forces magnétiques**
- 2.3 Expressions du champ magnétique**
- 2.4 Potentiel vecteur**
- 2.5 Rotationnel du champ magnétique: Théorème d'Ampère**
- 2.6 Dipôle magnétique**
- 2.7 Matériaux magnétiques**

2.2 Forces magnétiques

2.2.1 Force électromagnétique

En l'absence de mouvement, la charge q_1 créé au point M_2 un champ électrostatique $\vec{E}_1(M_2)$ et la charge q_2 subit une force dont l'expression est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{1/2} = q_2 \vec{E}_1(M_2)$$

Que se passe t-il lorsque les charges sont en mouvement ?

Si la charge q_2 est animée d'une vitesse v , on constate qu'elle est soumise à une force supplémentaire :

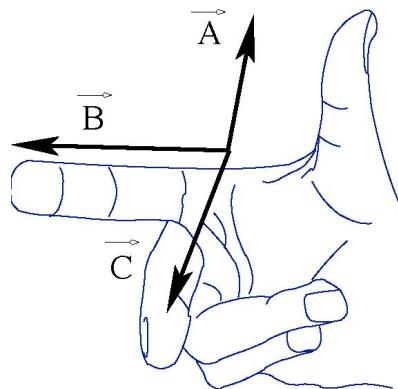
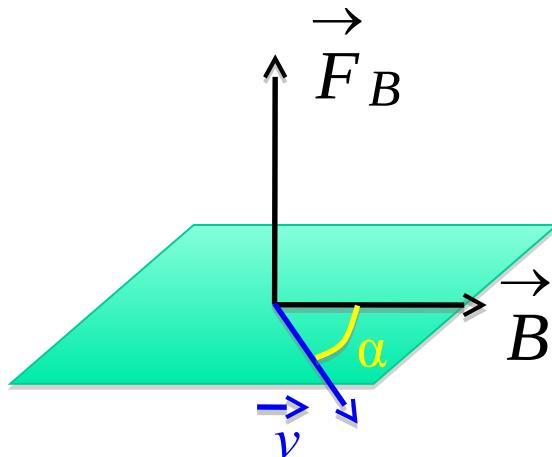
$$\vec{F}_B = q_2 \vec{v} \wedge \vec{B}(M_2)$$

Cette force *définit* le **champ magnétique**

Nouvelle propriété de l'espace environnant les charges en mouvements.

La force électromagnétique agissant sur une charge q en mouvement dans le référentiel R est :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad \vec{F}_B = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{Force de Lorentz}$$



Le trièdre $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}_B)$ est direct.

\vec{F}_B est perpendiculaire au plan formé par \vec{v} et \vec{B}

$$F_B = q v B \sin \alpha \quad F_B = 0 \quad \text{si} \begin{cases} v = 0 \text{ ou} \\ B = 0 \text{ ou} \\ \alpha = 0 \end{cases}$$

Remarques :

- Pour des particules microscopiques, les forces de pesanteur sont en général négligeables devant la force magnétique.
- La force magnétique est une correction relativiste à la force de Coulomb ; elle s'interprète correctement en relativité.
- La force magnétique viole le principe des actions réciproques.

Puissance de la force de Lorentz

La force magnétique ne fournit pas de travail. En effet, la puissance de la force de Lorentz est nulle :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$$

Car *la force magnétique est, à chaque instant, perpendiculaire à la vitesse*.

Ainsi, d'après le théorème de l'énergie cinétique, si une particule est soumise uniquement à la force magnétique, la vitesse reste constante en intensité :

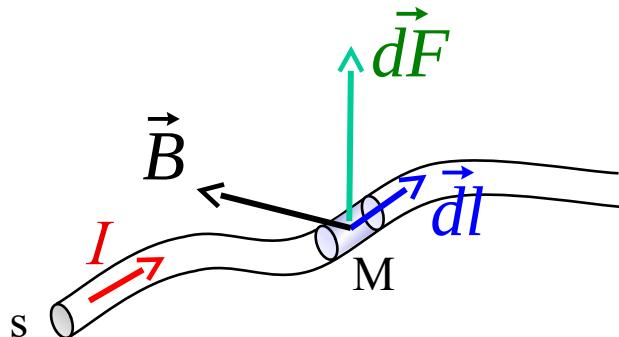
$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} mv^2 \right] = P = 0$$

Conclusion : seule la force électrique peut faire varier la vitesse en intensité, la force magnétique ne peut qu'incurver la trajectoire.

2.2.2 Force de Laplace

Considérons un élément \vec{dl} de section s d'un circuit parcouru par un courant permanent d'intensité I .

Cet élément, dans une région de l'espace où règne un champ magnétique \vec{B} , constitue un ***tube de courant***.



L'élément de volume dV contenant la charge dq est soumis à une force élémentaire \vec{dF} du fait de l'existence du champ magnétique \vec{B} .

$$dV = s dl \quad dQ = \rho_m dV$$

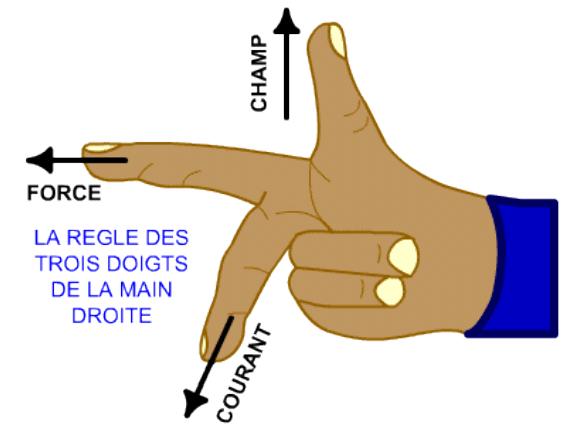
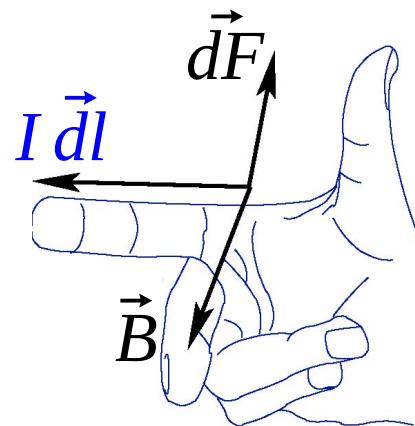
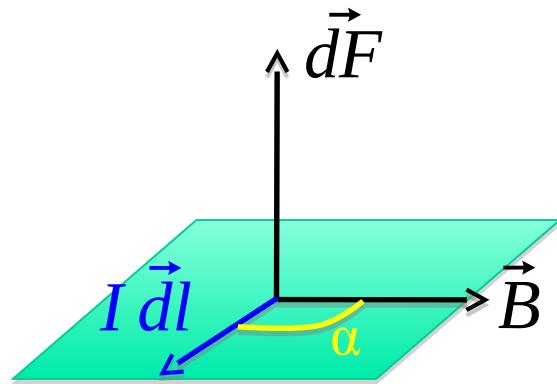
$$\vec{dF} = \rho_m dV \vec{v} \wedge \vec{B} = \rho_m s dl \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{dF} = s dl \vec{j} \wedge \vec{B} = I \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I \vec{dl} \wedge \vec{B} \quad \text{Force de Laplace}$$

Pour un circuit de dimension finie

$$\vec{F} = \int_{\text{circuit}} I \vec{dl} \wedge \vec{B}$$



Le trièdre $(I \vec{dl}, \vec{B}, \vec{dF})$ est direct.

La force de Laplace est perpendiculaire au plan formé par l'élément de circuit et le champ magnétique.

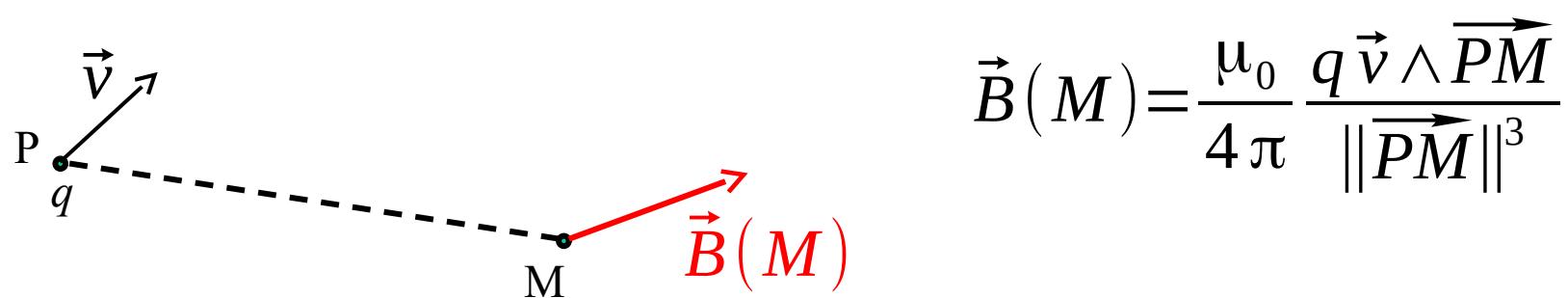
$$dF = I dl B \sin \alpha \quad dF = 0 \quad \text{pour } I dl = 0, \text{ pour } B = 0 \text{ et pour } \alpha = 0$$

- 2.0 Introduction
- 2.1 Sources de champ
- 2.2 Forces magnétiques
- 2.3 Expressions du champ magnétique**
- 2.4 Potentiel vecteur**
- 2.5 Rotationnel du champ magnétique: Théorème d'Ampère**
- 2.6 Dipôle magnétique**
- 2.7 Matériaux magnétiques**

2.3 Expressions du champ magnétique

2.3.1 Champ magnétique créé par une charge ponctuelle

Le champ magnétique créé en un point M par une particule de charge q située en un point P et animée d'une vitesse \vec{v} dans un référentiel galiléen est :



$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3}$$

L'unité du champ magnétique dans le système international est le **Tesla** (T). Une autre unité appartenant au système CGS est également très souvent utilisée :

$$1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ T}$$

Le facteur μ_0 est la **perméabilité du vide** : il décrit la capacité du vide à laisser passer le champ magnétique.

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$$

Il existe un lien entre magnétisme, électricité et lumière.

On pose :

$$\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$$

Ce qui permet de définir la valeur de la permittivité du vide :

$$\epsilon_0 \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} F m^{-1}$$

Deux propriétés importantes du champ magnétique :

- Le principe de superposition s'applique également au champ magnétique;
- Du fait du produit vectoriel, le champ magnétique est un **pseudo-vecteur**.

Quelques ordres de grandeur:

- Un aimant 10 mT
- Un électroaimant 1 T
- Une bobine supraconductrice 20 T
- Champ magnétique terrestre 0,3 G

Les vrais vecteurs sont ceux dont le sens ne dépend pas de la convention d'orientation des trièdres : il en est ainsi de la vitesse et de l'accélération d'un point, du champ de gravitation, du champ électrique.

Les **pseudovecteurs** sont les vecteurs dont le sens est changé en son opposé lorsque l'on passe d'un trièdre direct à un trièdre indirect.

2.3.2 Champ magnétique créé par un ensemble de charges en mouvement

En vertu du principe de superposition, pour N charges q_i le champ magnétique créé en un point M est la somme vectorielle des champs créés par chaque charge :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{q_i \vec{v} \wedge \overrightarrow{P_i M}}{\|\overrightarrow{P_i M}\|^3}$$

Dans le cas d'une distribution continue :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{dq \vec{v}(P) \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3}$$

$$\vec{j} = \sum_{\alpha} n_{\alpha} q_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}$$

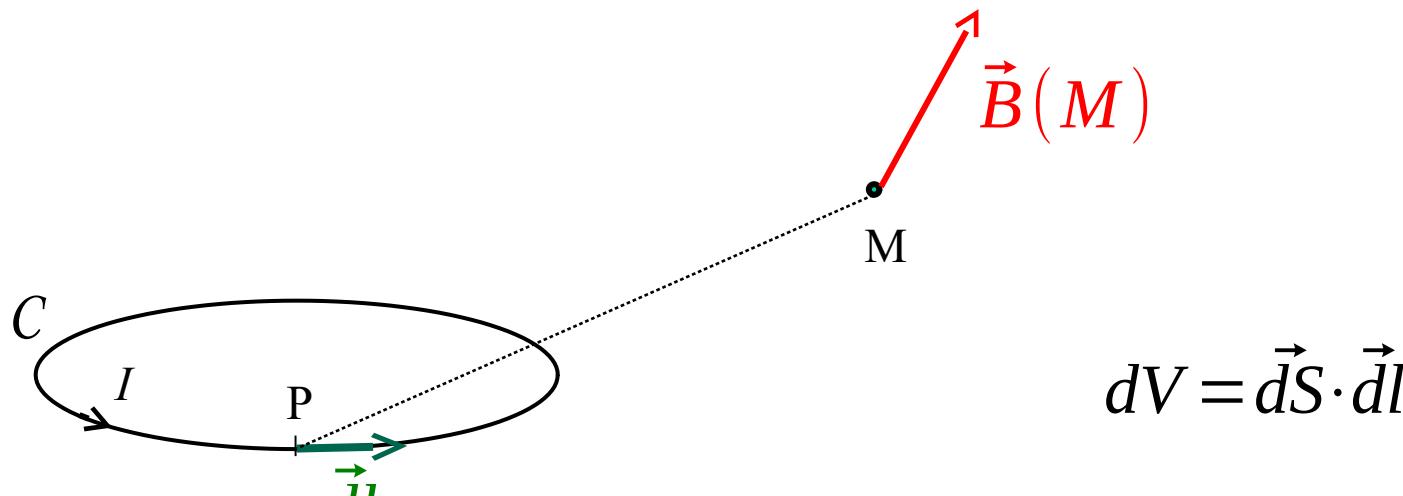
*Valable quelle que soit
la forme du conducteur*

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{j}(P) \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3} dV$$

Expression du champ magnétique créé par une distribution volumique de charges quelconque

2.3.3 Champ créé par un circuit électrique

Dans le cas particulier d'un circuit filiforme fermé, parcouru par un courant permanent I , la formule précédente va nous permettre d'aboutir à la *loi de Biot et Savart*.



$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{circuit} dl \iint_{section} \frac{\vec{j}(P) \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3} dS$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{circuit} \left(\iint_{section} \vec{j}(P) \cdot \vec{dS} \right) \frac{\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{circuit} \frac{I \vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3}$$

Formule de Biot et Savart 1820

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{circuit}} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{circuit}} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}}{\|\vec{PM}\|^2}$$

Et l'élément de champ magnétique \vec{dB} créé par l'élément de circuit \vec{dl} est alors donné par:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}}{\|\vec{r}\|^2}$$



Le vecteur r donne la position de l'endroit où on calcule le champ par rapport à l'élément de circuit qui est la source de ce champ.

Le courant I passant à travers une section $d\vec{S}$, peut être écrit sous la forme du produit de cette section par une densité de courant \vec{j} : $I = \vec{j} \cdot d\vec{S}$.

Ainsi pour un élément de circuit de longueur dl et de section dS , le produit $I dl$ prend la forme $(\vec{j} \cdot d\vec{S}) dl = j dV$ où dV représente un élément de volume du circuit générateur de champ magnétique.

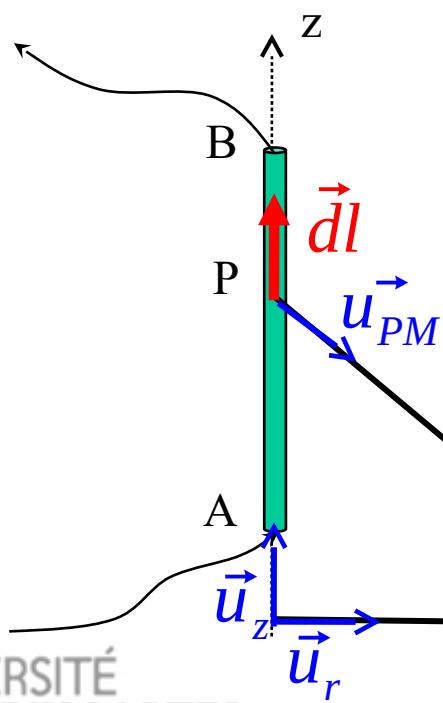
Et la loi de Biot et Savart se généralise de la manière suivante pour un circuit où le courant électrique \mathbf{I} est réparti dans l'espace avec une densité de courant \vec{j}

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j} \wedge \vec{r}}{r^3} dV$$

Exemple

Calcul de champ : cas d'un conducteur rectiligne

Considérons un segment AB qui est un tronçon d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité constante I. Le champ élémentaire créé par l'élément (centré en P) au point M est :

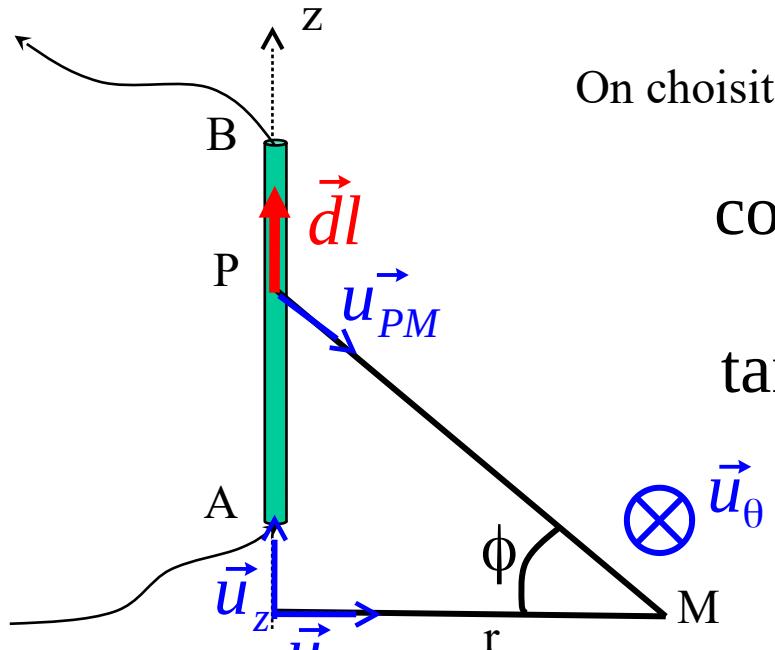


$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{dl} \wedge \vec{u}_{PM}}{PM^2} = dB_P(M) \vec{u}_\theta$$

$$\vec{u}_{PM} = \cos \phi \vec{u}_r - \sin \phi \vec{u}_z$$

$$I \vec{dl} \wedge \vec{u}_{PM} = I dz \vec{u}_z \wedge \vec{u}_{PM} = I \cos \phi dz \vec{u}_\theta$$

$$dB_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cos \phi}{PM^2} dz$$



On choisit l'angle ϕ comme variable d'intégration

$$\cos \phi = \frac{r}{PM} \rightarrow PM = \frac{r}{\cos \phi}$$

$$\tan \phi = \frac{z}{r} \rightarrow z = r \tan \phi \rightarrow dz = \frac{r d \phi}{\cos^2 \phi}$$

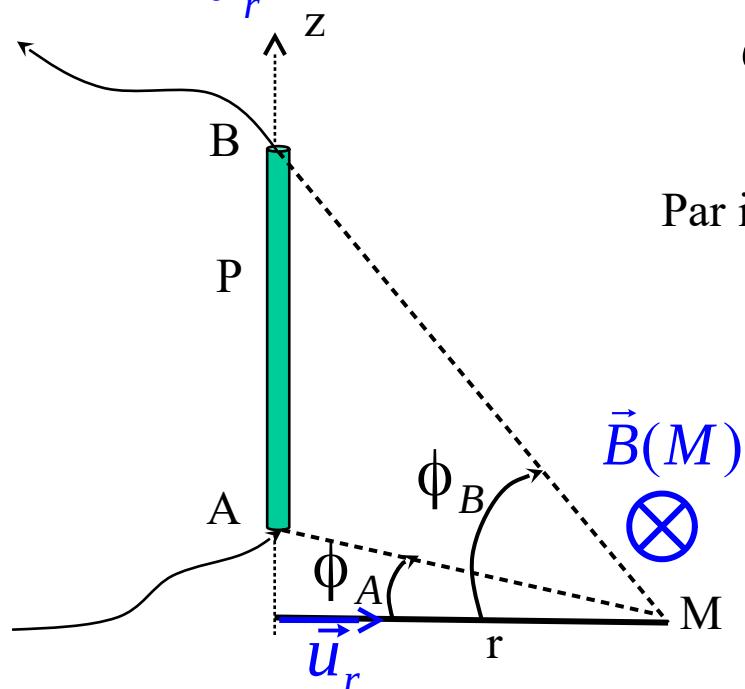
$$dB_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cos \phi \frac{\cos^2 \phi}{r^2} \frac{r d \phi}{\cos^2 \phi}$$

$$dB_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r} \cos \phi d\phi$$

$$\text{Par intégration : } B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r} \int_{\phi_A}^{\phi_B} \cos \phi d\phi$$

$$B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r} (\sin \phi_B - \sin \phi_A)$$

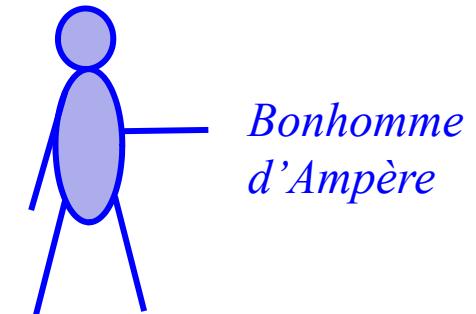
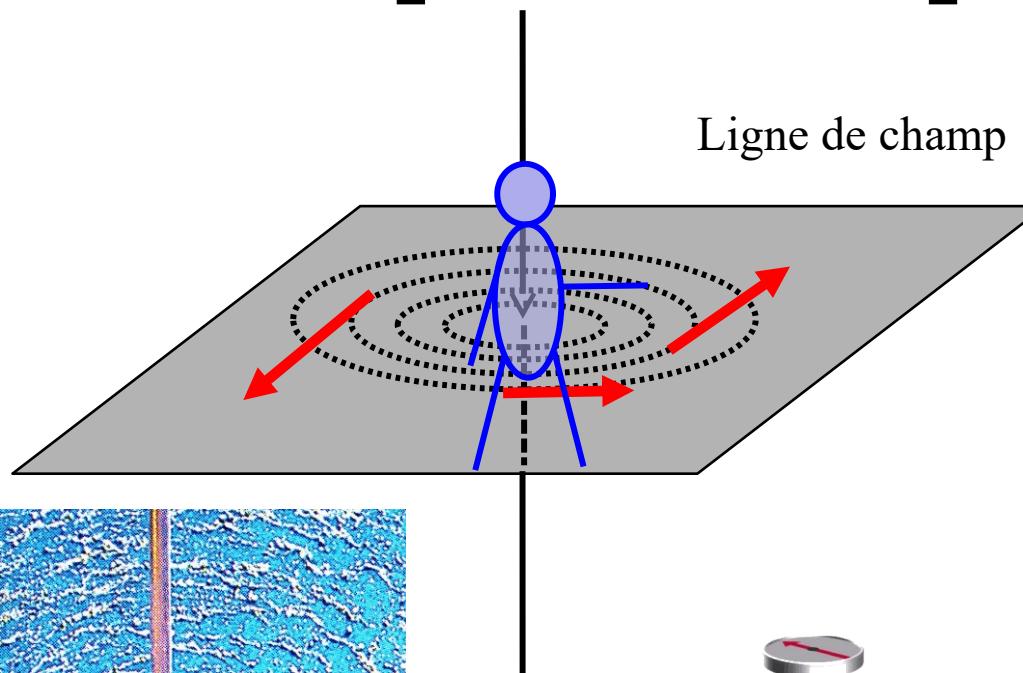
Ce résultat permet de calculer le champ magnétique créé par des circuits polygonaux.



Calcul de champ : cas du fil infini

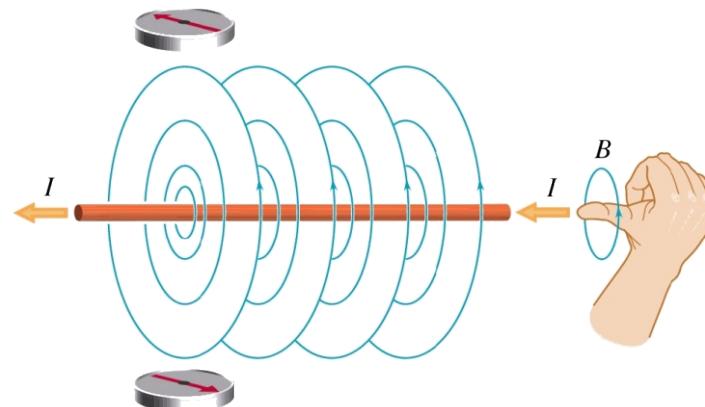
$$\varphi_A \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_B \rightarrow +\frac{\pi}{2}$$



$$B(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{1}{r}$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{1}{r} \vec{u}_\theta$$



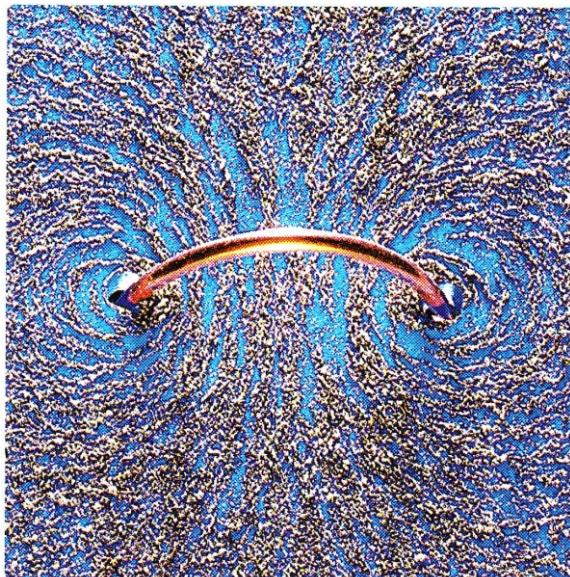
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Exemple

Calcul de champ : spire circulaire

Considérons une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant d'intensité constante I.

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{R^3}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_z$$

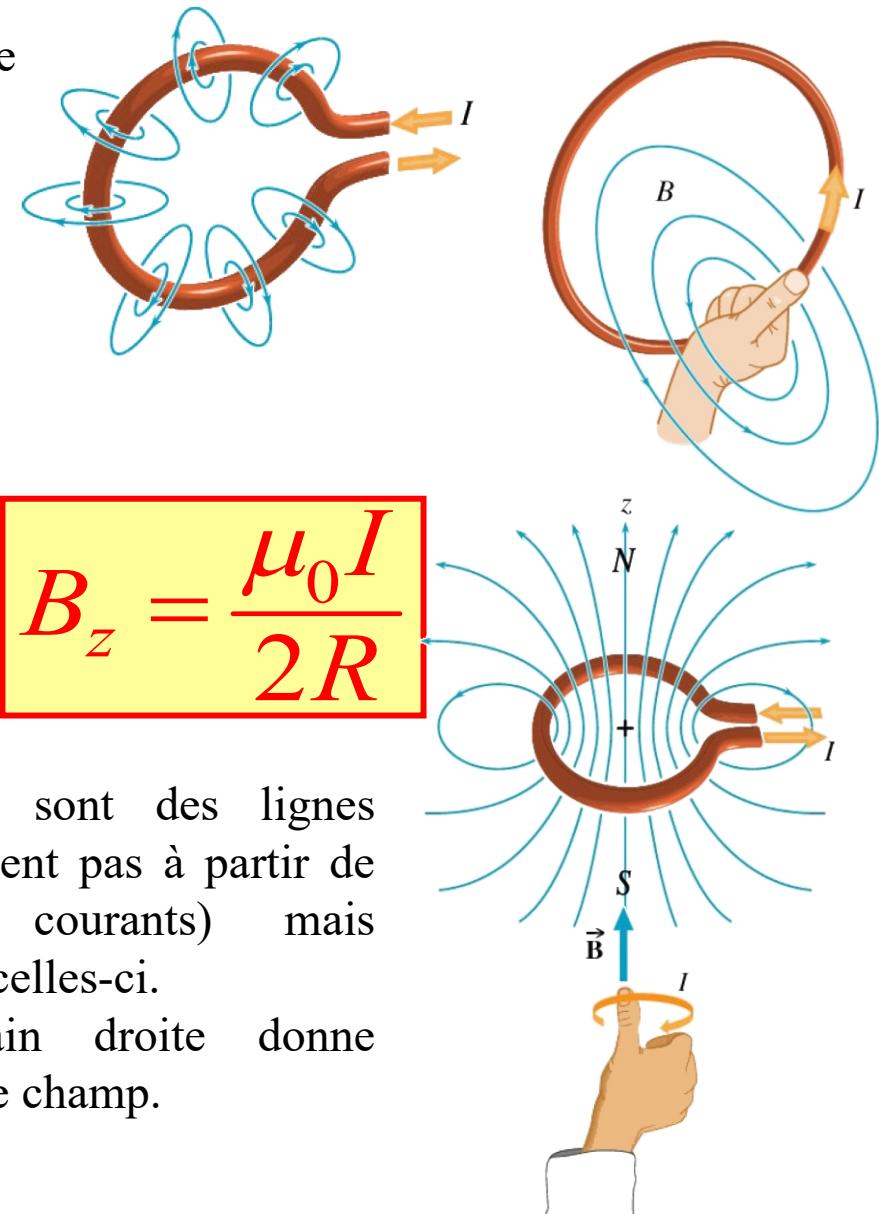


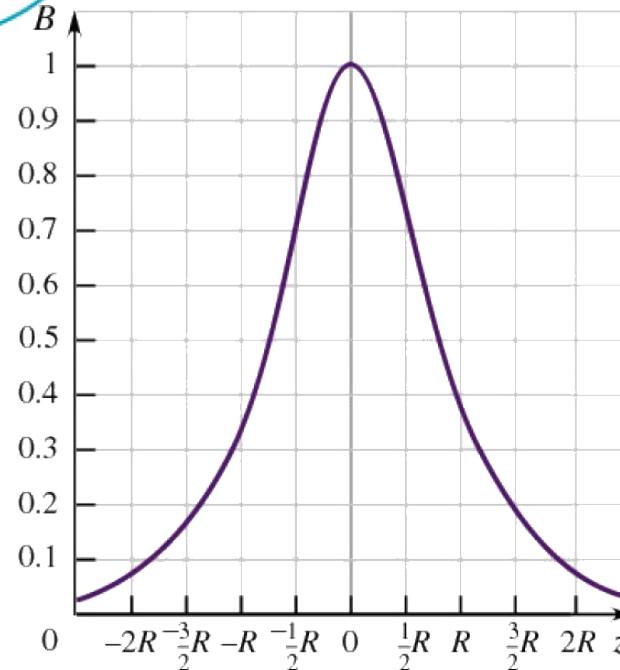
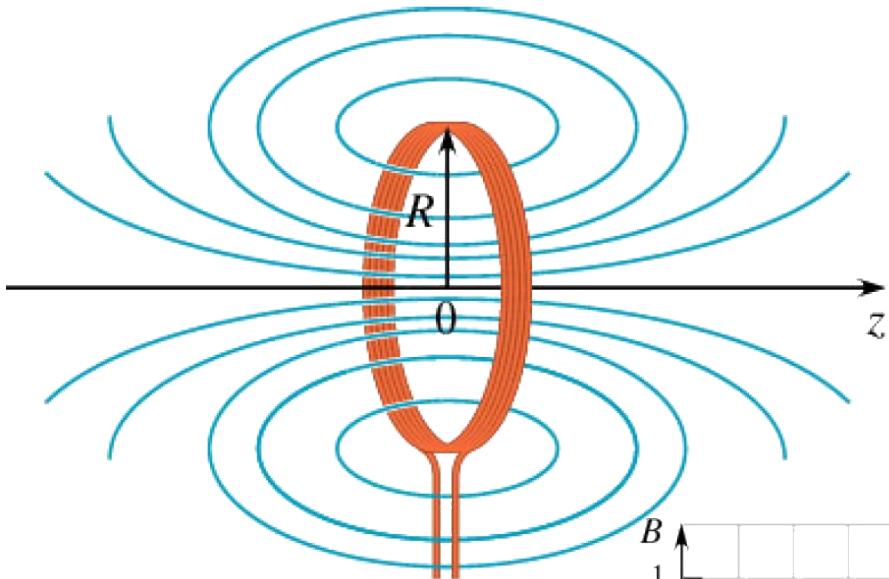
Au centre de la spire :

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Les lignes de champ sont des lignes fermées. Elles ne divergent pas à partir de leurs sources (les courants) mais tourbillonnent autour de celles-ci.
La règle de la main droite donne l'orientation des lignes de champ.

TD série 2 Ex. 4



*Exemple**Calcul de champ : spires contiguës*

- Plusieurs spires coaxiales accolées
- Même courant dans chaque spire
- Les champs s'additionnent

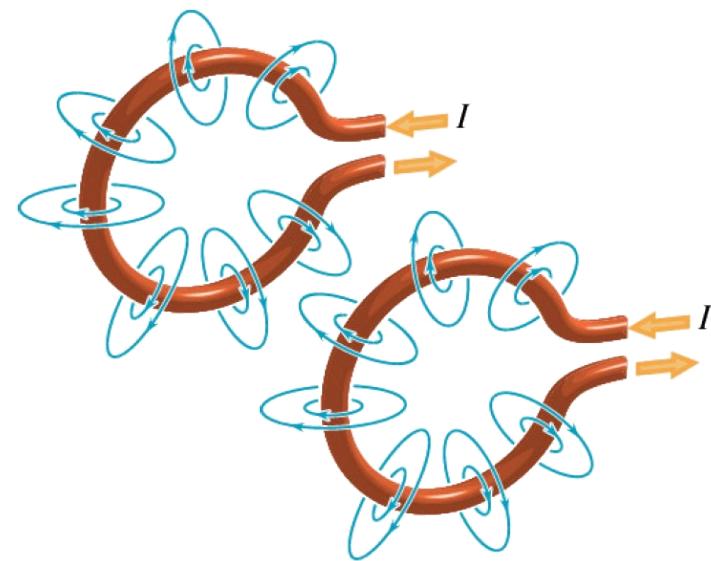
Pour N spires:

$$\mathbf{B}_z = \frac{N \mu_0 I}{2R}$$

Exemple

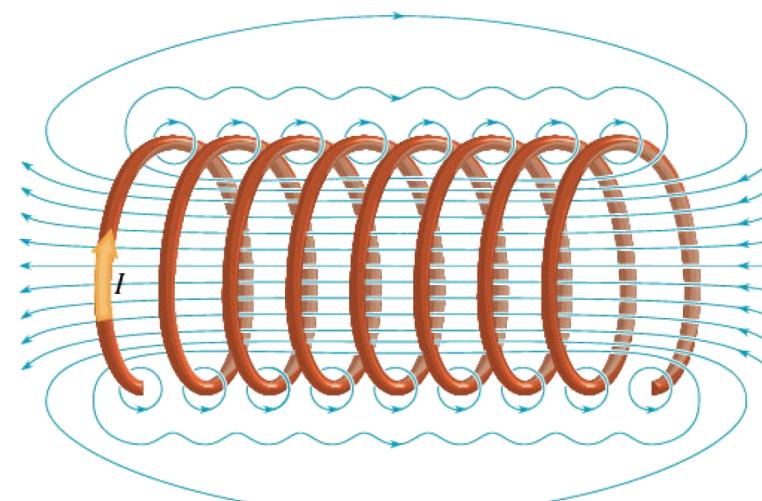
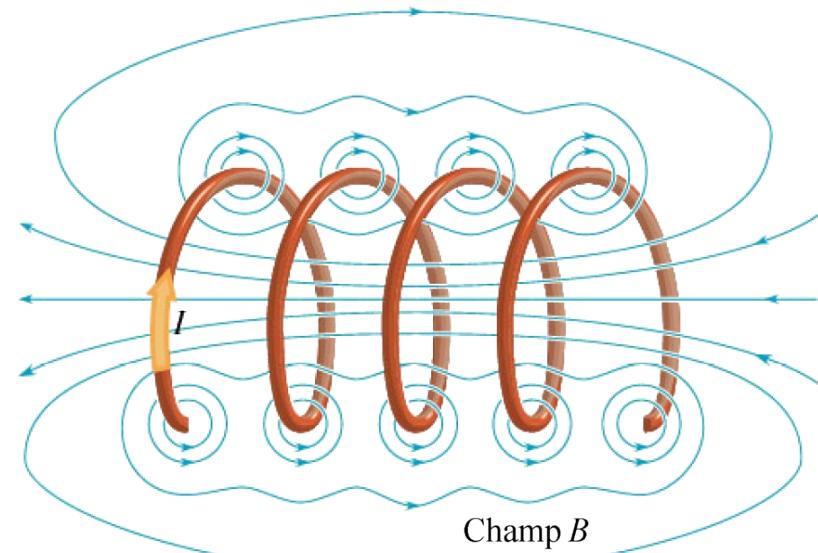
Bobines de Helmholtz

TD série 2 Ex. 8



Exemple Solénoïde **TD série 2 Ex. 7**

- **Solénoïde** = fil conducteur enroulé sous forme d'hélice autour d'un cylindre
- Solénoïde long et étroit ($L > 10R$) permet d'obtenir un champ interne intense et uniforme
- Champ externe tend vers 0 pour $L \gg R$
- Si spires serrées: le courant longitudinal devient négligeable
- Applications: sonneries électriques, haut parleurs, circuits électroniques ...



Pour un solénoïde infini :

$$B = \mu_0 N I$$

Et champ extérieur nul