S T Q Q S S D

__/__/__

Tarefa Básica 1

1- Escreva explicitamente a matriz $A = (a_{ij})_{3\times2}$ definida pela lei $a_{ij} = 2i + 3j$.

matriz $A = (a_{ij})_{3\times2}$

$a_{ij} = 2i + 3j$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

$a_{11} = 2.1 + 3.1 = 2 + 3 = 5$

$a_{12} = 2.1 + 3.2 = 2 + 6 = 8$

$a_{13} = 2.1 + 3.3 = 2 + 9 = 11$

$a_{21} = 2.2 + 3.1 = 4 + 3 = 7$

$a_{22} = 2.2 + 3.2 = 4 + 6 = 10$

$a_{23} = 2.2 + 3.3 = 4 + 9 = 13$

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 10 \\ 11 & 13 \end{bmatrix}$$

2- A matriz $A = (a_{ij})_{2\times2}$, onde $a_{ij} = i^2 + 4j^2$, tem a seguinte representação:

matriz $A = (a_{ij})_{2\times2}$

$a_{ij} = i^2 + 4j^2$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$a_{11} = 1^2 + 4.1^2 = 1 + 4 = 5$

$a_{12} = 1^2 + 4.2^2 = 1 + 16 = 17$

$a_{21} = 2^2 + 4.1^2 = 4 + 4 = 16$

$a_{22} = 2^2 + 4.2^2 = 4 + 16 = 20$

$$\begin{bmatrix} 5 & 17 \\ 8 & 20 \end{bmatrix}$$

A

__/__/__ S T Q Q S S D

3- Determine x, y, z de modo que se tenha:

$$\begin{bmatrix} 1 & x+2 \\ y-1 & z+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -x \\ 2y & -2z \end{bmatrix}$$

$x+2=-x$ $\qquad$ $y-1=2y$ $\qquad$ $z+1=-2z$

$1x=-x$ $\qquad$ $-1=y$ $\qquad$ $3z=-1$

$x=-1$ $\qquad$ $y=1$ $\qquad$ $z=-1/3$

4- Determine x, y, z de modo que se tenha:

$$\begin{bmatrix} 3 & -x \\ 3x & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & y \\ 2x+1 & z-1 \end{bmatrix}$$

$-x=y$ $\qquad$ $3x=2x+1$ $\qquad$ $x=z-1$

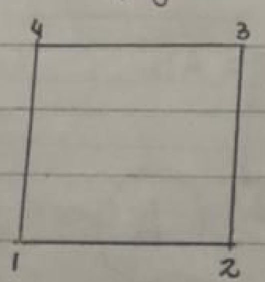
$y=x$ $\qquad$ $2x=x+1$ $\qquad$ $z=1x-1$

$y=-1$ $\qquad$ $1x=-2x$ $\qquad$ $z=2$

$x=1-2x$

$x=1$

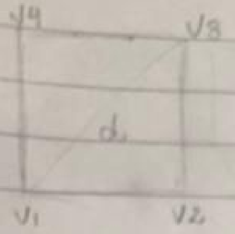
5- É dado um quadrado de lado medindo 1 unidade, numerado conforme a figura:



A matriz 4x4 tal que aij é a distância entre os vértices de número i e j é:

spiral

S T Q Q S S D   __/__/__



$d^2 = a^2 + b^2$

$d^2 = 1^2 + 1^2$

$d^2 = 2$

$d = \sqrt{2}$

$a11 = V1 - V1 = 0$	$a31 = V3 - V1 = d = \sqrt{2}$
$a12 = V1 - V2 = 1$	$a32 = V3 - V2 = 1$
$a13 = V1 - V3 = d = \sqrt{2}$	$a33 = V3 - V3 = 0$
$a14 = V1 - V4 = 1$	$a34 = V3 - V4 = 1$
$a21 = V2 - V1 = 1$	$a41 = V4 - V1 = 1$
$a22 = V2 - V2 = 0$	$a42 = V4 - V2 = d = \sqrt{2}$
$a23 = V2 - V3 = 1$	$a43 = V4 - V3 = 1$
$a24 = V2 - V4 = d = \sqrt{2}$	$a44 = V4 - V4 = 0$

$$\begin{bmatrix} a^{11} & a^{12} & a^{13} & a^{14} \\ a^{21} & a^{22} & a^{23} & a^{24} \\ a^{31} & a^{32} & a^{33} & a^{34} \\ a^{41} & a^{42} & a^{43} & a^{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

B

6- Sendo $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ calcule o valor de $2A - B$

$2A = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ e $B \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$2 - 0 = 2$

$4 - (-2) = 6$

$6 - 1 = 5$

$2A - B = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$

D

__/__/__

S T Q Q S S D

7 Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Então $A - B^t$ é:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$1-(-1) = 2$

$3-3 = 0$

$5-2 = 3$

$2-2 = 0$

$4-0 = 4$

$6-1 = 5$

$A - B^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ (B)

8- Uma matriz quadrada A diz-se simétrica se $A = A^t$. Assim, se a matriz:

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2y \\ x & 0 & -z \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} 2 & x & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2y & -z & 2 \end{bmatrix}$

$-1 = x$

$x = -1$

$2y = 4$

$y = \frac{4}{2}$

$y = 2$

$-z = 3$

$z = -3$

R $= -1 + 2 - 3 = -2$ (A)

spiral

S T Q Q S S D

__/__/__

9- Sejam as matrizes $A=(a_{ij})_{3\times2}$ e $B=(b_{ij})_{3\times2}$, definidas por $a_{ij}=i+j$, se $i\neq j$ e $a_{ij}=1$, se $i=j$ e $b_{ij}=0$, se $i\neq j$ e $b_{ij}=2i-j$, se $i=j$. Então $A+B$ é igual a

$A=(a_{ij})=3\times2$

$B=(b_{ij})=3\times2$

Se $i\neq j$, $b_{ij}=0$

Se $i=j$, $b_{ij}=2ij$

se $i\neq j$, $a_{ij}=i+j$

se $i=j$, $a_{ij}=1$

$a_{11}=1=1$ $\quad a_{12}=1+2=3$

$a_{21}=2+1=3$ $\quad a_{22}=1$

$a_{31}=3+1=4$ $\quad a_{32}=3+2=5$

$b_{11}=2.1-1=1$ $\quad b_{12}=0$

$b_{21}=0$ $\quad b_{22}=2.2-2=2$

$b_{31}=0$ $\quad b_{32}=0$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\\ 4 & 5\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$A+B=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 3 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}$$

C

__/__/__

S T Q Q S S D

10 -

$M = \begin{bmatrix} x & 8 \\ 10 & y \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} y & 6 \\ 12 & x+4 \end{bmatrix}$ e $P = \begin{bmatrix} 7 & 16 \\ 23 & 13 \end{bmatrix}$

são matrizes que satisfazem a iguadade:

$\frac{3}{2}M + \frac{2}{3}N = P$; logo $y - x$ é:

$M = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 8 \\ 10 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 6 \\ 12 & \frac{2(x+4)}{3} \end{bmatrix}$

$\frac{3x}{2} + \frac{2y}{3} = 7 \Rightarrow 9x + 4x = 42$ (I)

$\frac{3y}{2} + \frac{2(x+4)}{3} = 13 \Rightarrow 9y + 4x + 16 = 78$ (II)

$9y - 4y + 4x - 9x = 62 + 42$

$5x - 5y = 20$

$5x - y = 20$

$x - y = \frac{20}{5}$

$x - y = 4$

B