PIANO INCLINATO

23 Novembre 2016

Alice Longhena
Lorenzo Cavuoti

Scopo

Studiare il moto di una sferetta su un piano inclinato verificando la legge che lega lo spazio in funzione del tempo e stimandone l'accelerazione

Cenni teorici

Una sfera che rotola su un piano inclinato ha momento d'inerzia dato da $I=2/5Mr^2$ e forza d'attrito $F_A=Ia/R^2$ da cui si ricava un accelerazione $a=g\sin(\theta)-\frac{2}{5}a \Rightarrow a_{cm}=\frac{5}{7}g\sin(\theta)$ .Nel nostro caso, tuttavia, la sfera rotola su una guida con profilo ad angolo retto, per cui l'accelerazione risulta ridotta $a_{cm}=\frac{5}{9}g\sin(\theta)$. Da cui si ricava la legge oraria $s(t)=\frac{1}{2}a_{cm}t^2=\frac{5}{18}g\sin(\theta)t^2$

Materiali e strumenti utilizzati

Profilo metallico "a V" ad angolo retto
Tre sferette di massa e dimensioni diverse
Calcolatore con programma di acquisizione
Due traguardi ottici collegati al calcolatore
Metro a nastro (risoluzione 1mm)
Calibro ventesimale (risoluzione 0,05mm)
Livella elettronica
Bilancia di precisione

Misure effettuate

Abbiamo utilizzato due inclinazioni diverse e quattro diverse lunghezze per ciascuna delle tre masse, e misurato sei diversi periodi per ogni massa.
I periodi sono stati misurati tramite un sistema di acquisizione basato su due fotocelle, una delle quali viene mantenuta fissa durante tutta la durata dell'esperimento, mentre l'altra viene spostata ad ogni misurazione, cosi' da variare la distanza, la quale è stata misurata con il metro a nastro. Il diametro delle sfere è stato misurato tramite il calibro ventesimale mentre per misurare l'angolo d'inclinazione abbiamo utilizzato una livella elettronica facendo la media tra 5 misurazioni in diversi punti lungo il piano dato che quest'ultimo non è idealmente livellato.

	Massa(±0,001g)	Diametro(±0,005cm)
Sfera 1	66,921	2,540
Sfera 2	44,805	2,020
Sfera 3	21,746	1,540

Errore distanze 0,1cm	d1	d2	d3	d4
θ1 = 1,77±0,03	37,2	49,5	62,8	77,7
θ2 = 4,07±0,05	31,8	49,1	64,8	92,2

$[t] = s$

θ1 d1	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	1,9989	2,0601	2,1608
t2	2,0612	2,0362	2,0995
t3	1,9878	1,9867	2,067
t4	2,0015	2,0362	2,0653
t5	2,01	2,0529	2,0061
t6	1,9188	2,0714	2,048

θ1 d2	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	2,3967	2,3827	2,4397
t2	2,3163	2,3479	2,4876
t3	2,3681	2,3357	2,432
t4	2,3211	2,3598	2,3657
t5	2,3182	2,3631	2,3879
t6	2,3923	2,4087	2,3576

θ1 d3	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	2,813	2,751	2,8669
t2	2,7782	2,7546	2,8127
t3	2,7298	2,8188	2,8394
t4	2,7622	2,7934	2,7914
t5	2,7386	2,7565	2,83

θ1 d4	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	3,1075	3,1526	3,2034
t2	3,0915	3,0866	3,1613
t3	3,1065	3,1232	3,1246
t4	3,1296	3,1471	3,141
t5	3,093	3,1265	3,1437

θ2 d1	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	1,1279	1,1314	1,142
t2	1,1372	1,1312	1,1391
t3	1,0962	1,1583	1,1473
t4	1,1177	1,1604	1,1921
t5	1,1276	1,1582	1,1499
t6	1,1208	1,1488	1,14

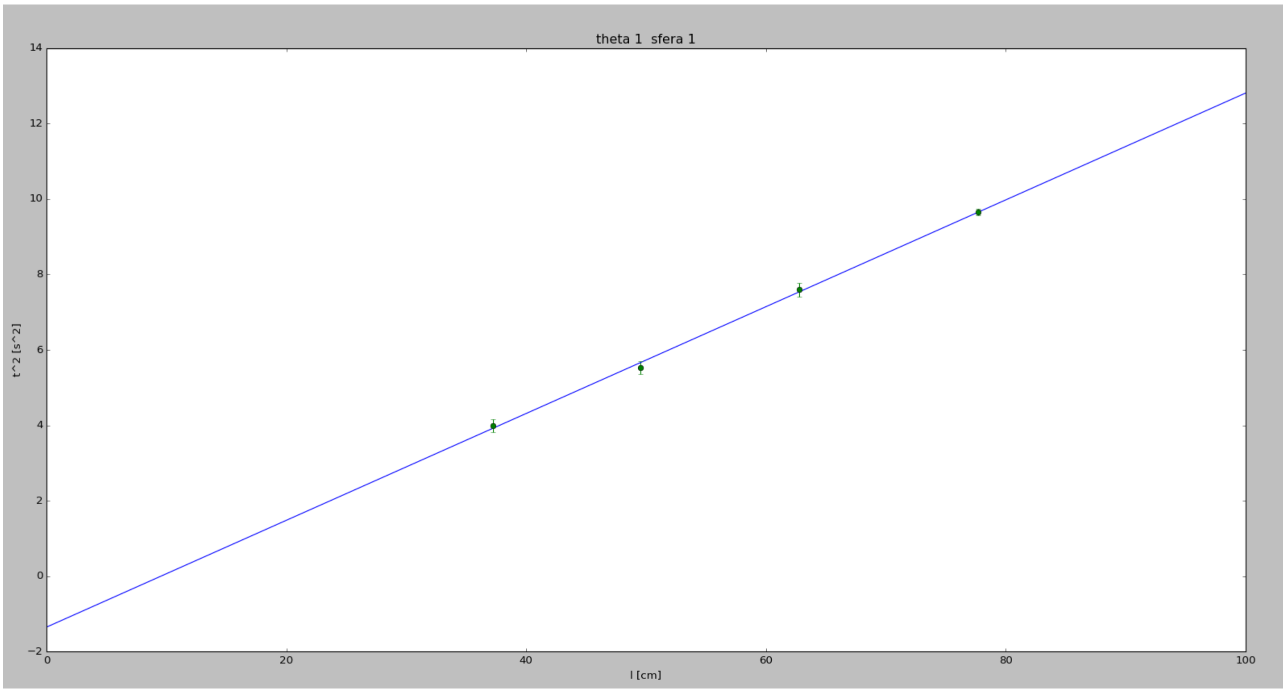
θ2 d2	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	1,4429	1,4214	1,4766
t2	1,4444	1,4327	1,52
t3	1,481	1,456	1,4861
t4	1,4006	1,4375	1,4461
t5	1,4238	1,4394	1,4576
t6	1,4454	1,4268	1,4758

θ2 d3	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	1,6914	1,7241	1,7294
t2	1,6829	1,7185	1,7414
t3	1,7015	1,7258	1,7261
t4	1,7061	1,7129	1,7368
t5	1,7034	1,7142	1,7274
t6	1,6507	1,72	1,746

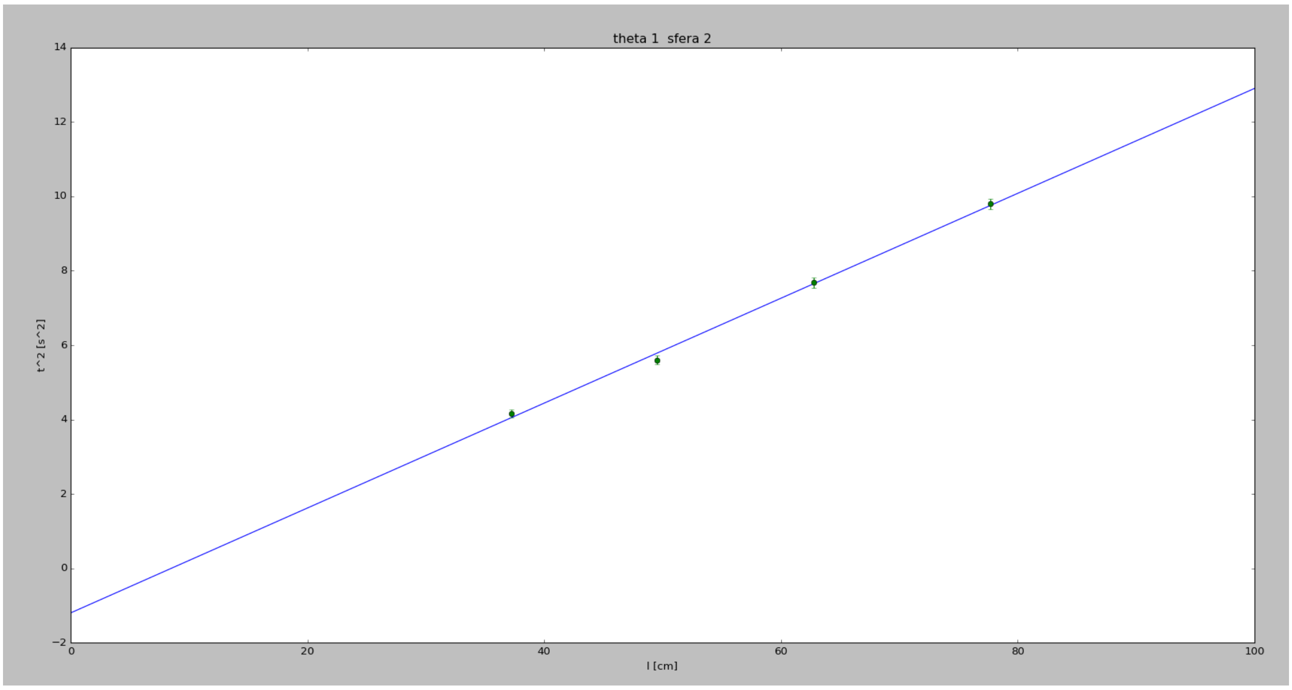
θ2 d4	Sfera 1	Sfera 2	Sfera 3
t1	2,1008	2,0866	2,0919
t2	2,0915	2,0812	2,076
t3	2,1015	2,0836	2,0892
t4	2,079	2,067	2,0872
t5	2,0799	2,0816	2,0906
t6	2,086	2,0836	2,0917

Analisi dati

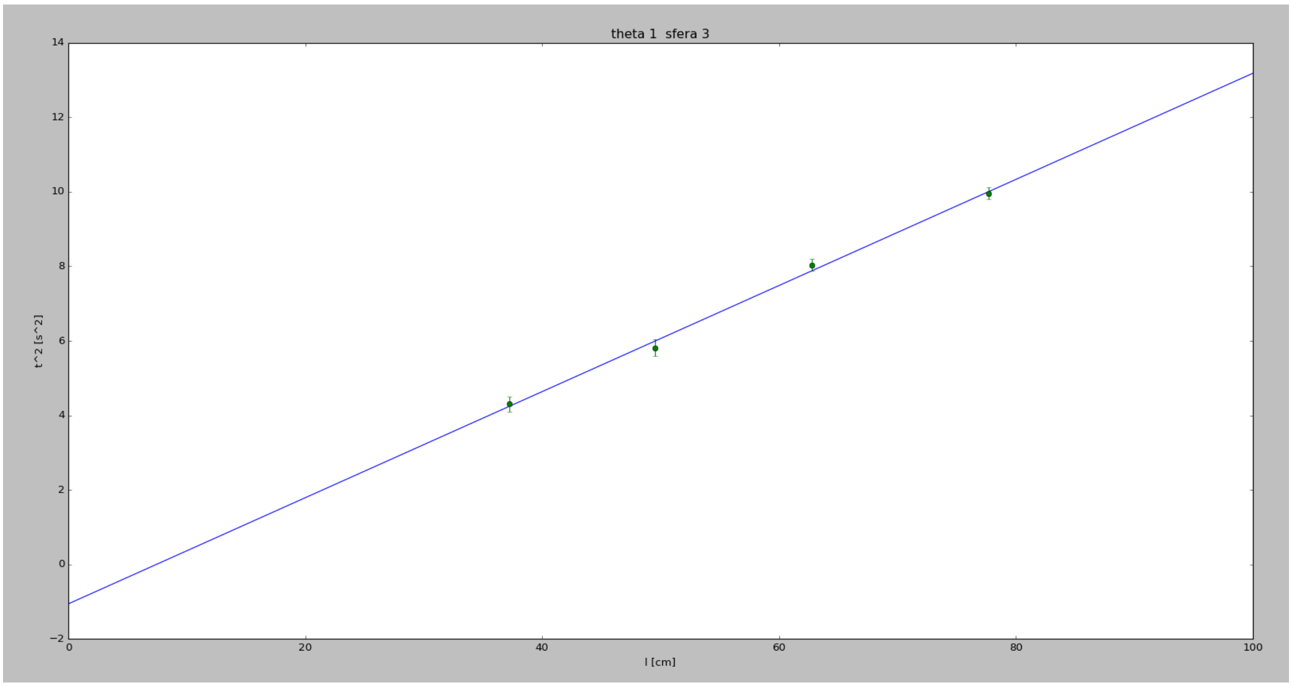
I grafici rappresentano la funzione $t^2(s)=\frac{2}{a}s$. Per calcolare la line of best fit abbiamo usato il metodo dei minimi quadrati su python. I primi tre grafici rappresentano le misure effettuate con la prima inclinazione e con ciascuna delle tre masse, i secondi tre le misure effettuate con la seconda inclinazione.



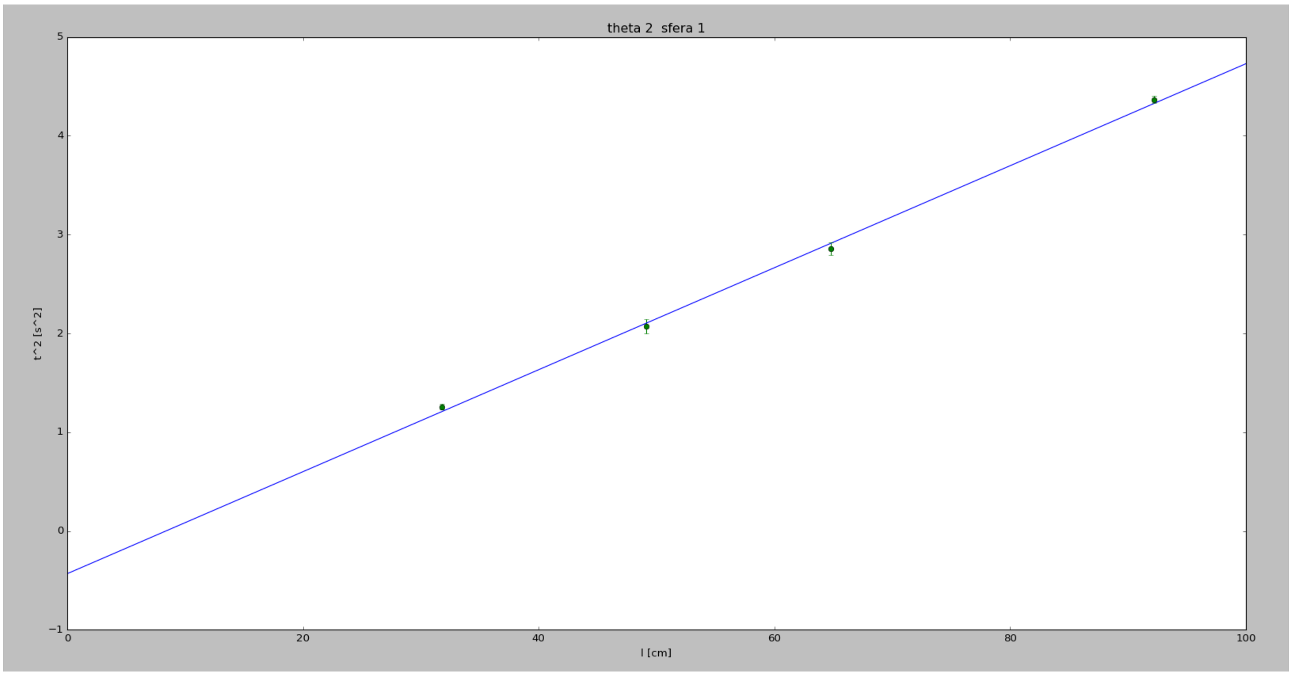
$$m=\frac{2}{a}=14.2\pm0.4\,s^2m^{-1} \qquad a=\frac{2}{m}=0.141\pm0.004\,m\,s^{-2}$$



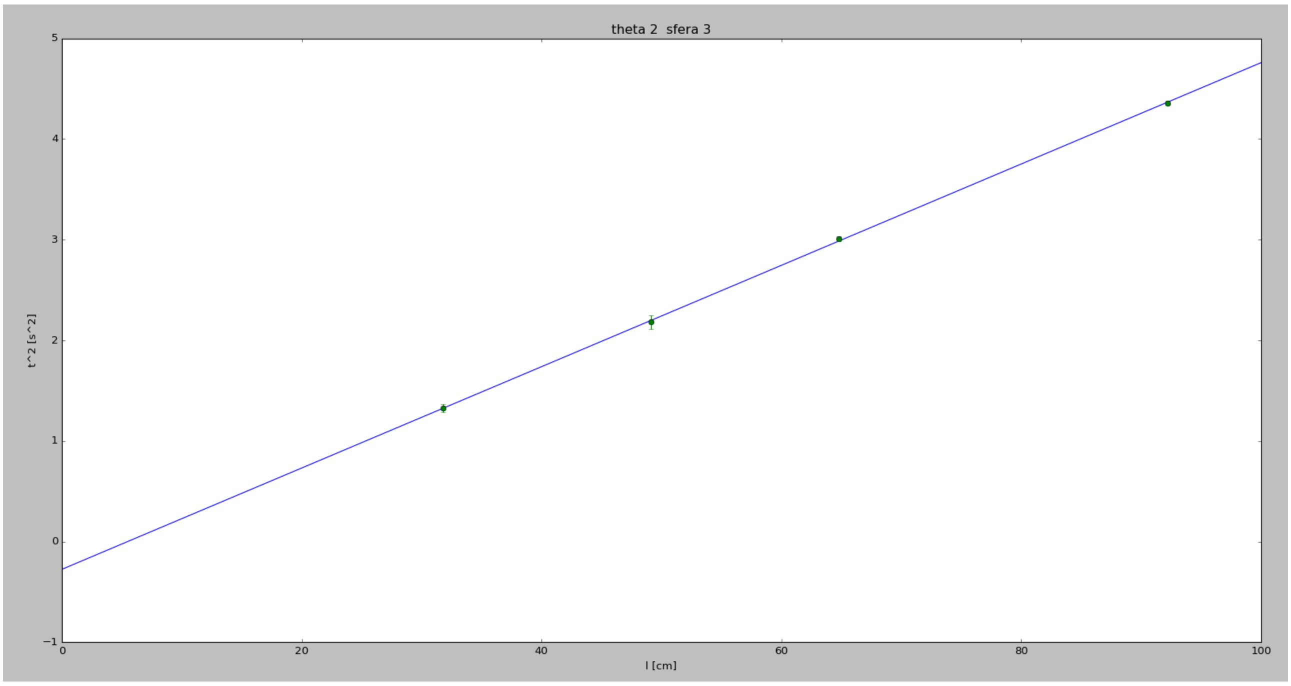
$$m=\frac{2}{a}=14.1\pm0.5\,s^2m^{-1} \qquad a=\frac{2}{m}=0.142\pm0.005\,m\,s^{-2}$$



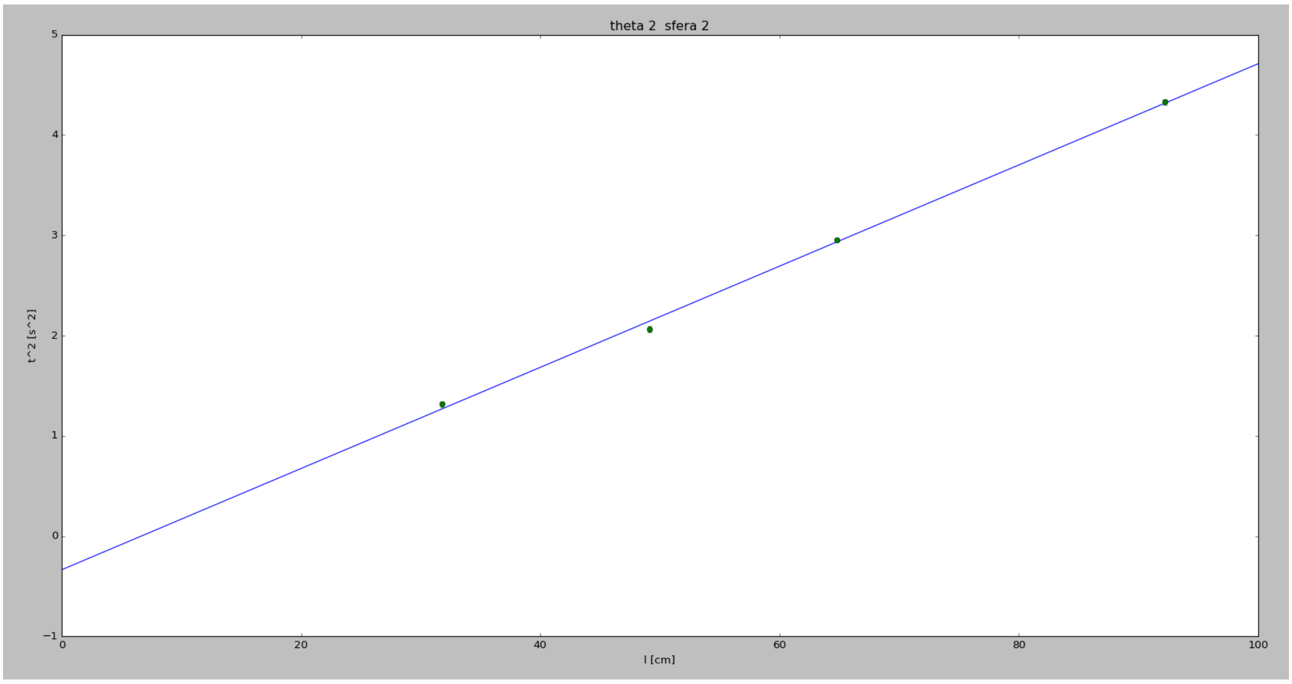
$$m=\frac{2}{a}=14.2\pm0.6\,s^2m^{-1}\qquad a=\frac{2}{m}=0.141\pm0.006\,m\,s^{-2}$$



$$m=\frac{2}{a}=5.16\pm0.14\,s^2m^{-1}\qquad a=\frac{2}{m}=0.39\pm0.01\,m\,s^{-2}$$

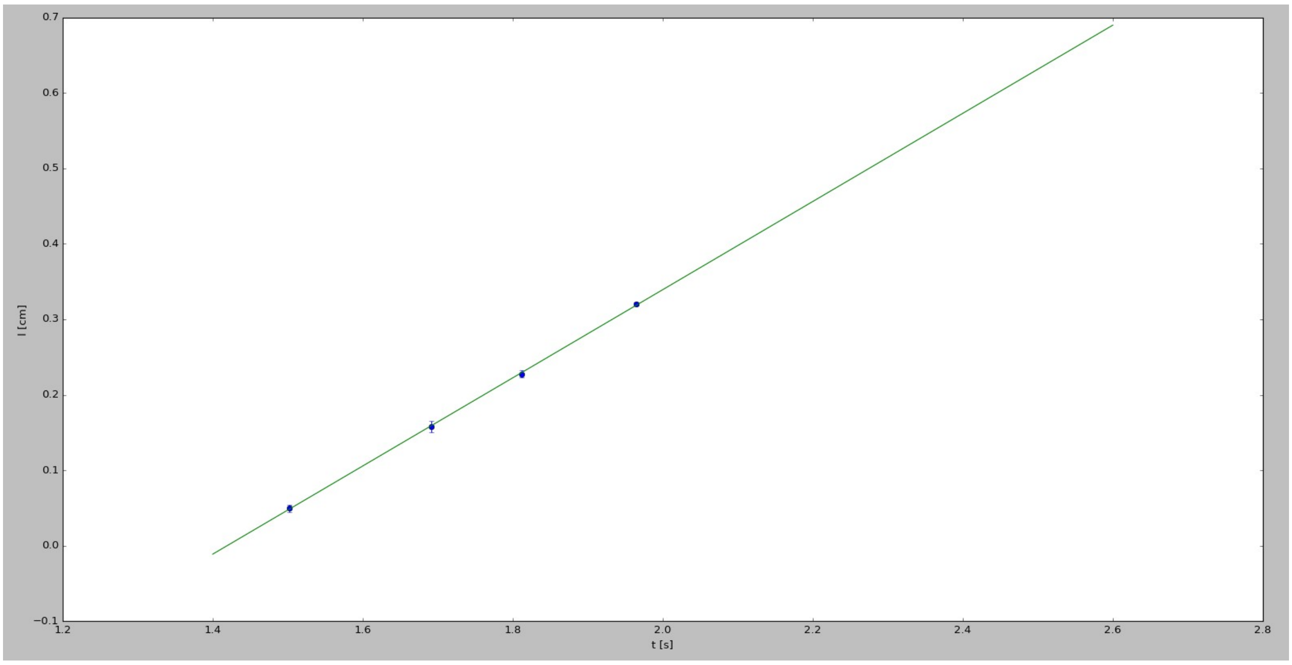


$$m=\frac{2}{a}=5.05\pm0.16\,s^2\,m^{-1} \qquad a=\frac{2}{m}=0.39\pm0.01\,m\,s^{-2}$$



$$m=\frac{2}{a}=5.03\pm0.04\,s^2\,m^{-1} \qquad a=\frac{2}{m}=0.398\pm0.003\,m\,s^{-2}$$

Abbiamo successivamente realizzato un grafico in carta bilogaritmica dei tempi in funzione delle distanze corrispondenti alla massa 1 con inclinazione θ_2, dalla cui analisi si ricava un coefficiente $m=0.584\pm0.005\,m\,s^{-2}$.



Conclusioni

Dai risultati si deduce che l'accelerazione è indipendente dalla massa utilizzata di conseguenza abbiamo calcolato la media delle tre accelerazioni corrispondenti a ciascuno dei due θ cosi' da confrontare i due risultati ottenuti con la teoria.

Il valore aspettato per il primo angolo è $a=\frac{5}{9}g\sin(\theta)=0.169\pm0.003\,m\,s^{-2}$ mentre noi abbiamo ottenuto una $a=0.141\pm0.005\,m\,s^{-2}$. Il risultato cosi differente potrebbe essere causato dall'attrito in quanto l'inclinazione del piano era molto bassa. Infatti nella formula dell'attrito abbiamo supposto che la velocità tangenziale della sfera nei punti di appoggio sia uguale alla velocità del centro di massa mentre nel caso sperimentale non è cosi' in quanto abbiamo anche scivolamento.

Per il secondo angolo abbiamo un accelerazione aspettata di $a=\frac{5}{9}g\sin(\theta)=0.386\pm0.005\,m\,s^{-2}$ e abbiamo ottenuto $a=0.393\pm0.008\,m\,s^{-2}$. Il risultato corrisponde nei limiti degli errori con quanto aspettato dal modello, alzando θ abbiamo ridotto gli effetti dell'attrito e di conseguenza il tempo di percorrenza della sfera. Infatti per un punto che scivola su un piano inclinato abbiamo una forza di attrito dinamico direttamente proporzionale al coseno dell'angolo secondo la legge $F_A=\mu_d mgcos(\theta)$ per cui più è piccolo θ maggiore è la forza di attrito.