

Pendolo Quadrifilare

Lorenzo Cavuoti
Alice Longhena

3 Marzo 2017

1 Scopo dell'esperienza

Studio della dipendenza del periodo di un pendolo in funzione dell'angolo theta

2 Cenni teorici

Nel momento in cui il pendolo si trova nella posizione di massima altezza la sua energia meccanica sarà solo composta da energia potenziale, al contrario, nel punto più basso avremo soltanto energia cinetica, di conseguenza possiamo scrivere

$$mgl(1 - \cos(\theta_0)) = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (1)$$

Da cui si ricava

$$\theta_0 = \arccos\left(1 - \frac{v_0^2}{2gl}\right) \quad (2)$$

Il periodo invece lo si può ricavare dall'equazione differenziale che descrive il moto di un pendolo, ovvero

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\sin(\theta) \quad (3)$$

Sviluppando in serie di Taylor $\sin(\theta)$ e risolvendo si ottiene

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{16}\theta^2 + \frac{11}{3072}\theta^4\right) \quad (4)$$

Infine il pendolo subirà l'effetto dell'attrito viscoso dell'aria quindi ci aspettiamo uno smorzamento esponenziale della velocità

$$v_0(t) = v_0(0)e^{-\lambda t} \quad (5)$$

3 Apparato sperimentale e strumenti

Metro a nastro (risoluzione 1mm)
Computer per acquisizione e analisi di dati
Un pendolo quadrifilare

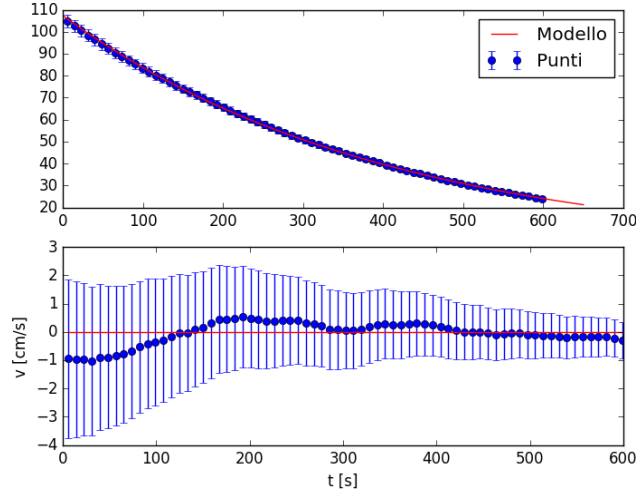


Figura 1: Velocità in funzione del tempo

4 Descrizione delle misure

Abbiamo misurato la distanza(l) dal centro di massa del pendolo al punto di sospensione e la distanza($l-d$) dal centro di massa alla fine della sbarretta in metallo, utilizzata per rilevare il tempo di passaggio. Inoltre abbiamo misurato la larghezza della sbarretta in metallo così da ricavare la velocità in funzione del tempo di percorrenza. Infine il tempo di percorrenza è stato misurato con un traguardo ottico collegato ad un sistema arduino.

5 Analisi dei dati

5.1 Misura della costante di smorzamento

Per prima cosa abbiamo realizzato un grafico della velocità in funzione del tempo(misurato dal rilascio del pendolo) ed eseguito un fit usando la funzione `curve_fit` di `scipy` (figura 1) così da ricavare la costante di smorzamento $\tau = 1/\lambda = (9.31 \pm 0.02)10^{-3}$. Il χ^2 risulta 26.3, ben lontano dal valore atteso di 560 ± 33 .

Per completezza abbiamo anche realizzato un grafico del periodo T in funzione del tempo(figura 2) ci aspettiamo anche in questo caso una diminuzione del periodo a causa della diminuzione dell'ampiezza d'oscillazione come previsto dalla (4)

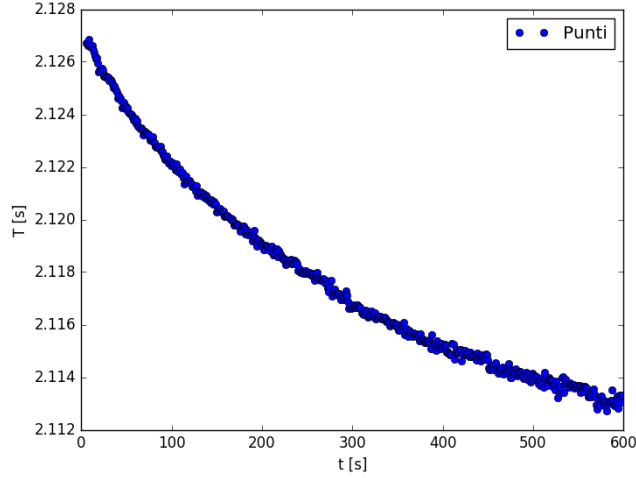


Figura 2: Periodo in funzione del tempo

5.2 Misura del periodo in funzione dell'angolo

Successivamente abbiamo realizzato un grafico e il relativo fit del periodo T in funzione dell'ampiezza θ (figura 3), così da verificare la (4). Il fit in questo caso è stato fatto utilizzando la libreria odr, in quanto le incertezze sulla x non erano trascurabili.

I parametri risultano rispettivamente:

$$a = 0.0594 \pm 0.0003$$

$$b = 0.0022 \pm 0.0018$$

Il parametro a non rientra nel valore atteso di $1/16 = 0.0625$, mentre il parametro b rientra nel valore atteso di $11/3072 \approx 0.00358$, anche se con un errore assoluto dello stesso ordine di grandezza. Infine il χ^2 risulta ≈ 6 , lontano dal valore atteso di 225 ± 21 .

6 Conclusioni

La prima parte dell'esperienza è coerente con quanto visto nella teoria, infatti la (5) descrive bene lo smorzamento della velocità. Il χ^2 risulta 26.3, molto lontano dal valore atteso di 560 ± 33 . Ciò potrebbe essere causato dagli strumenti utilizzati, infatti per misurare lo spessore della sbarretta si è utilizzato un metro a nastro, generando un errore relativo del 5%, si potrebbe evitare questo errore utilizzando un calibro ventesimale.

Per quanto riguarda il fit del periodo in funzione dell'angolo θ abbiamo ottenuto risultati diversi dalla teoria, il parametro $a = 0.0594 \pm 0.0003$ risulta diverso da $1/16$ previsto dalla teoria. Mentre il parametro $b = 0.0022 \pm 0.0018$

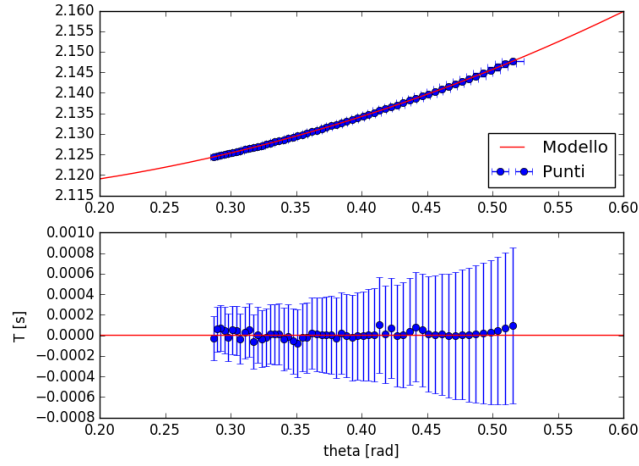


Figura 3: Periodo in funzione dell'ampiezza

rientra in $11/3072$ ma l'errore relativo associato ad esso risulta $\Delta b/b \approx 0.82$. Questi risultati potrebbero essere causati da una errata misura della distanza l dal punto di sospensione al centro di massa del pendolo, infatti variando anche di poco l nel programma di analisi dati, si ottengono valori molto diversi dei parametri. Infine il $\chi^2 \approx 6$ risulta ancora una volta molto inferiore rispetto al valore aspettato di 225 ± 21 , questo potrebbe essere dovuto, come nel caso precedente, alla misura dello spessore della sbarretta eseguita con il metro a nastro.