

---

# My Title

---

Lev Stambler 

levstamb@umd.edu

University of Maryland, College Park,  
NeverLocal Ltd.

September 10, 2025

## ABSTRACT

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequae doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri.

## 1 Introduction

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequae doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequae doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam

insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae.

## 2 Core Idea

Let  $\mathcal{D}$  be some distribution over alphabet (tokens)  $\mathcal{T}$  with  $n$  elements. I.e.  $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{T}^{\otimes n}$ . Importantly, we do not require that non-zero elements of  $\mathcal{D}$  factorize into a product distribution, nor do we require that  $\mathcal{D}$  is uniform over its elements. Then, we define  $p : \mathcal{T}^{\otimes n} \rightarrow \mathbb{R}$  to be the probability function for  $\mathcal{D}$ .

Then, note that for a function defined over  $f : \mathcal{T}^{\otimes n} \rightarrow \mathbb{S}^m$  (with  $\mathbb{S}^m$  being the  $m$ -dimensional sphere),  $\sum_x p(x) \cdot f(x) = \mathbb{E}_{x \sim \mathcal{D}}[f(x)]$  and  $|\mathcal{T}|^n \cdot \mathbb{E}_{x \sim \mathcal{T}^{\otimes n}}[p(x) \cdot f(x)] = \mathbb{E}_{x \sim \mathcal{D}}[f(x)]$ . For ease of notation, let  $p_{\text{scale}} = |\mathcal{T}|^n \cdot p$

So then, we have, for Fourier transform coefficient  $\mathcal{F}$ ,

$$\mathcal{F}(p_{\text{scale}} \cdot f)(S) = \mathbb{E}_{x \sim \mathcal{T}^{\otimes n}}[p_{\text{scale}} \cdot f(x) \cdot \chi_S^{-1}(x)] = \mathbb{E}_{x \sim \mathcal{D}}[f(x) \cdot \chi_S^{-1}(x)]$$

We will write  $\hat{f}(S)$  to denote  $\mathbb{E}_{x \sim \mathcal{T}^{\otimes n}}[p \cdot f(x) \cdot \chi_S^{-1}(x)]$  which we note to be the Fourier coefficient on  $S$  for function  $p \cdot f(x)$ .

### 2.1 In Distribution Testing Definitions

Surprisingly, if want to characterize the complexity (or sensitivity or one of many Fourier properties) of our function  $f$  over distribution  $\mathcal{D}$  and in-distribution testing, we can more or less use standard analysis.

In more detail, we will model our modified function  $g : |\mathcal{T}|^n \rightarrow \mathbb{R}^{+m} \cup \{0\}$  as

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{if } x \in \mathcal{D} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

And, taking the standard inner-product (TODO: we are over sphere/ real numbers, first take the inner-product then the other thing!)

Note that  $g$  is required to differentiate between in and out-of distribution.

#### Influence and Related Operators

We would like coordinate wise influence to be defined in the standard way, but adopted to our setting:

$$\text{Inf}_{\mathcal{D}}^i[g] = \mathbb{E}_{x \in \mathcal{D}}[(g - E_{\mathcal{D}}^i g)^2]$$

where  $E_{\mathcal{D}}^i$  is the  $i$ -th coordinate expectation operator:

$$[E_{\mathcal{D}}^i g](x) = \mathbb{E}_{x_i \in \mathcal{T}}[g(x^{i \rightarrow x_i})].$$

In words, the  $i$ -th expectation operator “averages out” the  $i$ -th coordinate over the dataset while the Influence measures the difference.

**TODO: define distribution coeffs! TODO: This prob dist thing doesn't work??? Just have a subset thingy for now!!!** Then, we have the following proposition:

**Proposition 2.1:**

$$E_{\mathcal{D}}^i g = \sum_{s: s_i \neq 0} \widehat{p_{\text{scale}}} \cdot f(s) \hat{f}_{\mathcal{D}}$$

**Lemma 2.1:** We can re-write the influence as an inner-product

$$\text{Inf}_{\mathcal{D}}^i[f] = \langle p \cdot (g - E_{\mathcal{D}}^i g), g \rangle = \langle p \cdot (g - E_{\mathcal{D}}^i g), g - E_{\mathcal{D}}^i g \rangle$$

*Proof:* The second equality follows directly from the definition. The first is because

$$\langle p \cdot (g - E_{\mathcal{D}}^i g), g - E_{\mathcal{D}}^i g \rangle = \mathbb{E}_x[g^2] - 2\mathbb{E}_x[g \cdot E_{\mathcal{D}}^i f] + \mathbb{E}_x[(E_{\mathcal{D}}^i f)^2]$$

■

### 3 Conclusion and Future Directions

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequale doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius.

### Acknowledgments

**AI usage:** the author would like to acknowledge the use of language models, Gemini and Claude, in generating the SVG...

### Bibliography

### A Appendix

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequale doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primus cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt

vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyano, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut.