这门课的全部 PPT 我学了 5 个小时，再加上看完了所有的实验里的基础部分。负责任的说，你全理解了，期末考试肯定 90+了，就是这么简单  嘛，考试的时候有点自大，以为很快就做完了，不过最后只提前了半小时交卷……

闲话不多说，前面就是简单说一下这科很 esay，不要有压力。

第一题，填空，10 个，20 分。嘛，只记住 8 道_(: з ゝ∠)_

仔细读题，很容易读错题的

①快排的速度取决于什么，嘛，你觉得呢？

数组长度（这个是最主要的）；
原始序列的排列情况；
轴的选取

②TSP 和解空间树分别是什么树

完全多叉树，完全二叉树

③给你一个序列，选定第一个元素为轴，输出第一次调整后的整个序列（从小到大排序，一般是这样，如果题目有说明，别作死）

把比它小的拿到左边，大的拿到右边

④给你俩函数，f(n)=nlogn，g(n)=logn，用大 O，大Ω，大 theta，来描述他俩的【关系】

我这么写的：f(n)=O(ng(n))
不知道正确答案怎么写

⑤T(N/2)的复杂度是多少

O(n)

⑥回溯法和分支限界法分别是如何遍历树的？

<u>深度优先</u>遍历，<u>广度优先</u>遍历

⑦在 n 个数中，用暴力法，需要多少次比较就能找到最大值

n-1 次

⑧【建立堆】的复杂度是多少

O(n)

说 nlogn 的自己百度去……

第二题，8 分，脑筋急转弯

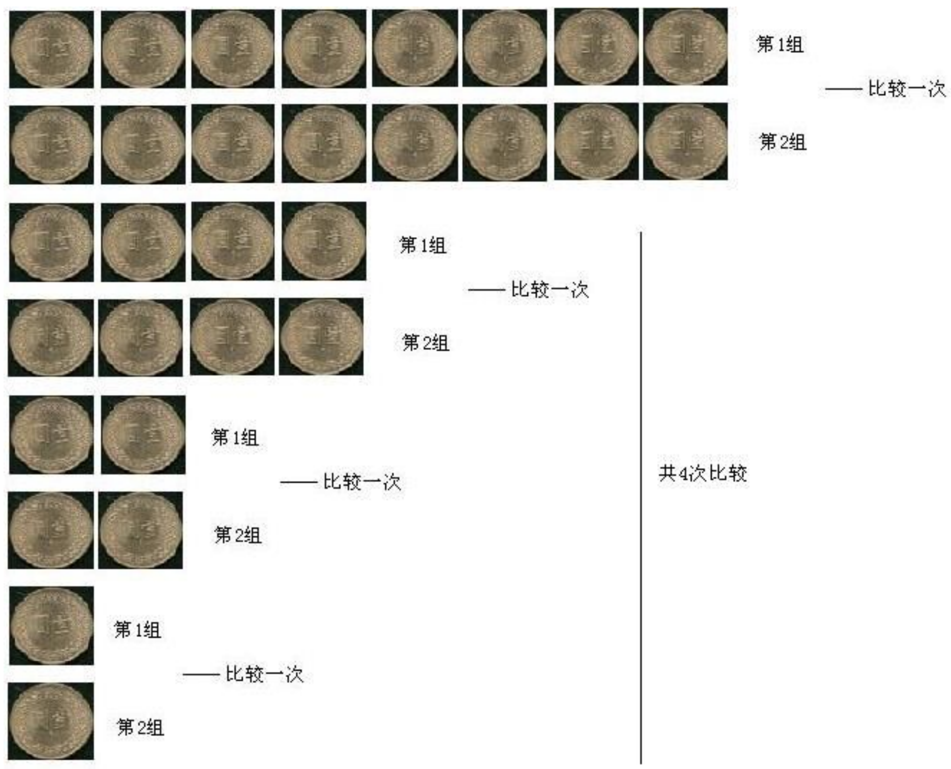
在 120 枚外观相同的硬币中，有一枚是假币，并且已知假币和真币的重量不同，但不知道假币与真币相比较轻还是重，可以通过一架天平来任意比较两组硬币，最坏情况下，能不能之比较 5 次就检测出这枚硬币

你说能不能？

不多扯......ta 想考的是减治法

附补充资料：

①把 n 枚硬币分成两组，每组有 n/2 枚硬币，如果 n 为奇数，就留下一枚硬币，然后把两组硬币分别放到天平的两端。如果两组硬币的重量相同，那么留下的硬币就是假币；否则，用同样的方法对较轻的那组硬币进行同样的处理，假币一定在较轻的那组里



②考虑假币问题的一个更复杂的版本——不知道假币与真币相比较轻还是较重。

八硬币问题

设有八枚硬币，分别表示为 ***a***，***b***，***c***，***d***，***e***，***f***，***g***，***h***，从八枚硬币中任取六枚 ***a***，***b***，***c***，***d***，***e***，***f***，在天平两端各放三枚进行比较。假设 ***a***，***b***，***c*** 三枚放在天平的一端，***d***，***e***，***f*** 三枚放在天平的另一端，可能出现三种比较结果：

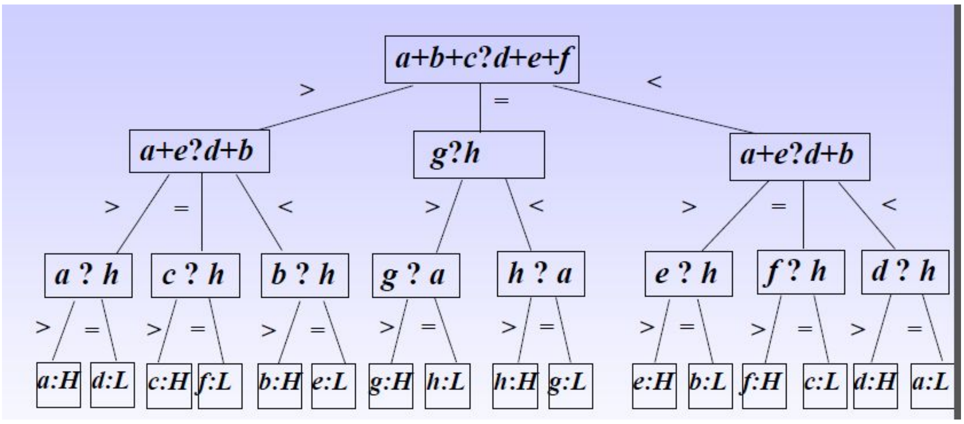
⑴ ***a*＋*b*＋*c*>*d*＋*e*＋*f***
⑵ a＋***b*＋*c*＝*d*＋*e*＋*f***
⑶ a＋***b*＋*c*<*d*＋*e*＋*f***

若 a＋b＋c>d＋e＋f，可以肯定这六枚硬币中必有一枚为假币，同时也说明 g，h 为真币。这时可将天平两端各去掉一枚硬币，假设去掉 c 和 f，同时将天平两端的硬币各换一枚，假设硬币 b，e 作了互换，然后进行第二次比较，比较的结果同样可能有三种：

① a＋e>d＋b：这种情况表明天平两端去掉硬币 c，f 且硬币 b，e 互换后，天平两端的轻重关系保持不变，从而说明了假币必然是 a，d 中的一个，这时我们只要用一枚真币（例如 h）和 a 进行比较，就能找出假币。若 a>h，则 a 是较重的假币；若 a＝h，则 d 为较轻的假币；不可能出现 a<h 的情况。

② a＋e＝d＋b：此时天平两端由不平衡变为平衡，表明假币一定在去掉的两枚硬币 c，f 中，同样用一枚真币（例如 h）和 c 进行比较，若 c>h，则 c 是较重的假币；若 c＝h，则 f 为较轻的假币；不可能出现 c<h 的情况。

③ a＋e<d＋b：此时表明由于两枚硬币 b，e 的对换，引起了两端轻重关系的改变，那么可以肯定 b 或 e 中有一枚是假币，同样用一枚真币（例如 h）和 b 进行比较，若 b>h，则 b 是较重的假币；若 b＝h，则 e 为较轻的假币；不可能出现 b<h 的情况。



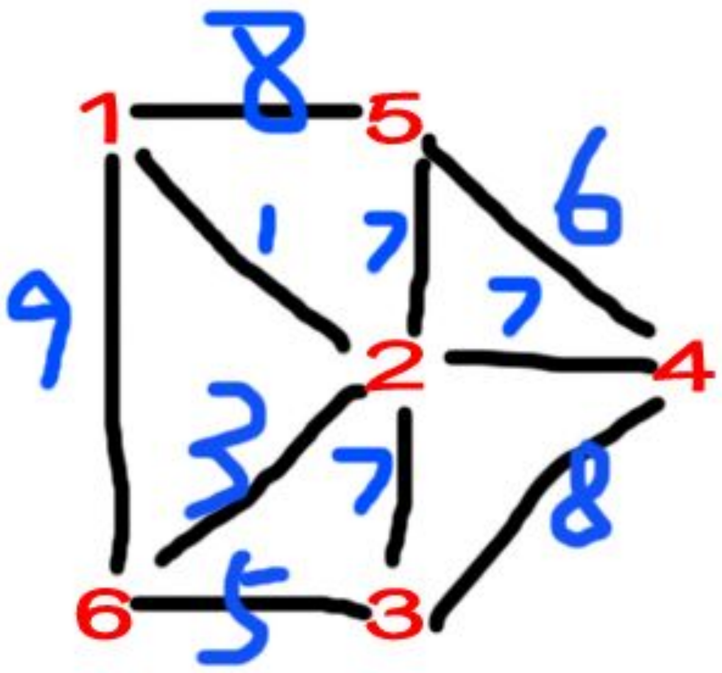
嘛，现在你觉得能不能

①回答能否，②回答减治法，③画个图或者语言 blabla

5 次的话，我是觉得可以判 49 个硬币，16+16+17，先判 16 & 16，平的话假币在 17 里，分成 8+8+1，或者不在 17 里，分成 8+8；然后比较 8 & 8，相等的话，在那个 1 里，结束判断，不然的话，继续拆分 4+4 以此类推

第三题，7 分，给你一个 TSP 图，输出最短路径，从 1 开始，以及长度

答案形如：
路径：1-2-6-3-4-5-1
长度：31



第 4 题，写 DP 方程，7 分

假设你正在管理一条公路的广告牌建设，这条路从西到东 M 英里。广告牌可能的地点假设为 x1,x2,x3…xn，处于［0,M]中。若在 xi 放一块广告牌，可以得到 ri>0 的收益。

- 国家公路局规定，两块广告牌相对不能小于或等于 10 英里之内。
- 如何找一组地点使你的总收益达到最大？

令 p(j)表示编号比 j 小且距 xj 大于 10 英里的最东边的地点

- 令 OPT(j)表示从 x1,…,xj 中地点的最优子集得到的收益

写出 DP 方程

这里答案应该是两部分的，全部写出来能有满分，先初始化

①OPT(1)=r1

②

```
for(int j=2;j<=2;j++)
    OPT(j)=max(rj+ OPT(e(j)), OPT(j-1))
```

第 5 题，写答案，7 分

假设某算法在输入规模为 n 时的计算时间为 T(n)。在某台计算机上实现并完成该算法的时间为 t 秒。现有另一台计算机，其运行速度为第一台计算机的 64 倍，那么在这台新机器上用同一算法在 t 秒内能解输入规模为多大的问题？

①T(n)=5*(2^n)。

②T(n)=5*(n^2)。

③T(n)=45。

答案：

①n+6

②4n

③多大规模时间都一样，所以 n 多大规模都无所谓

第 6 题，这题算是唯一有技术含量的题了。10 分？

假如你正在为一投资公司咨询。他们正在做模拟，对一给定的股票连续观察 n 天，记为 i=1,2,…,n;对每天 i,该股票每股的价格 p(i)。假设在这个时间区间内，在某一天他们想买 1000（第 i 天）股而在另一天（第 j 天）卖出所有这些股。为得到最多收益，他们应什么时候买什么时候卖？请设计算法在 O(nlogn)时间内找到正确的 i 与 j.

解答如下，可以参考，也可以照抄：

①本题题意，求出赚取的最大收益，等同于求【最大连续子段和】。分治法。

②对数据进行预处理如下，设数组 a[n]，a[i]表示第 i 天比第 i-1 天价格的变化值，为正则为增长，为负则为减少。

```
a[1]=0;
for(int i=2;i<=n;i++)
a[i]=p[i]-p[i-1];
```

处理过程时间复杂度 O(n)

③求子区间及最大和，所有子区间[start, end]只可能有以下三种可能性:

1）在[1, n/2]这个区域内

2）在[n/2+1, n]这个区域内

3）起点位于[1,n/2],终点位于[n/2+1,n]内

分治法思路如下：

将序列 a[1:n]分成长度相等的两段 a[1:n/2]和 a[n/2+1:n],分别求出这两段的最大字段和，则 a[1:n]的最大子段和有三种情形：

[1]、a[1:n]的最大子段和与 a[1:n/2]的最大子段和相同；

[2]、a[1:n]的最大子段和与 a[n/2+1:n]的最大子段和相同；

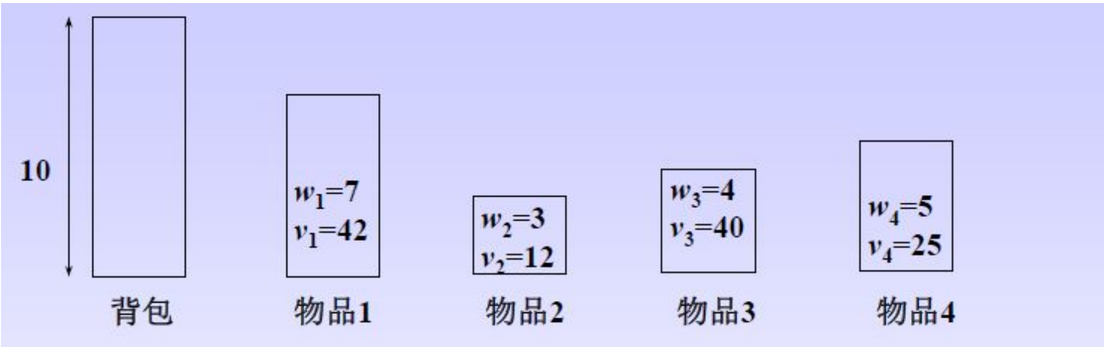
[3]、a[1:n]的最大字段和为 $\sum_{k=i}^{j} a_k$ ，且 1<=i<=n/2,n/2+1<=j<=n。

可用递归方法求得情形[1],[2]。对于情形[3],可以看出 a[n/2]与 a[n/2+1]在最优子序列中。因此可以在 a[1:n/2]中计算出 $s1=\max\limits_{1\le i\le n/2}\sum\limits_{k=i}^{n/2}a[k]$，并在 a[n/2+1:n]中计算出 $s2=\max\limits_{n/2+1\le i\le n}\sum\limits_{k=n/2+1}^{i}a[k]$。则 s1+s2 即为出现情形[3]时的最优值。

第 7 题，用蛮力法，贪心法(重量价格比贪心)，回溯法，动态规划法，分支限界法，解决 W=8，N=3，v={30,12,44}，w={5,3,4}的 01 背包问题。40 分。

①蛮力法

如图画子集表即可。然后陈述一下最大值是多少



序号	子集	总重量	总价值	序号	子集	总重量	总价值
1	φ	0	0	9	{2,3}	7	52
2	{1}	7	42	10	{2,4}	8	37
3	{2}	3	12	11	{3,4}	9	65
4	{3}	4	40	12	{1,2,3}	14	不可行
5	{4}	5	25	13	{1,2,4}	15	不可行
6	{1,2}	10	54	14	{1,3,4}	16	不可行
7	{1,3}	11	不可行	15	{2,3,4}	12	不可行
8	{1,4}	12	不可行	16	{1,2,3,4}	19	不可行

②贪心法

写出重量价值表，排序，然后

1.先放入第 3 个物品，v=44，w=4

2.尝试放入第 1 个物品，w=9>W，所以跳过第 1 个物品

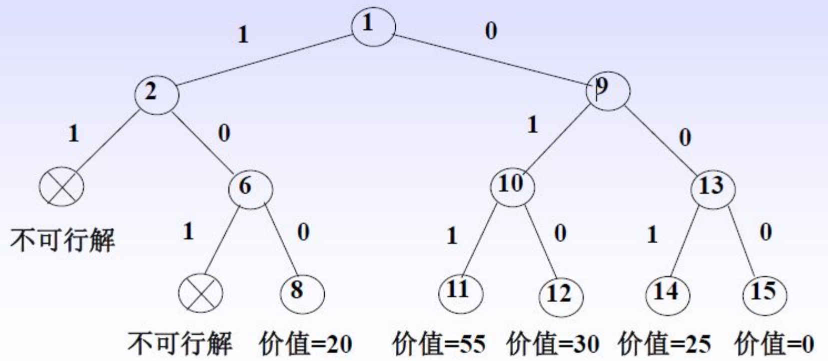
3.放入第二个物品，w=7,v=56

所以最大收益 56

③回溯法

差不多如下画棵树就行了

例如，对于n=3的0/1背包问题，三个物品的重量为{20, 15, 10}，价值为{20, 30, 25}，背包容量为25，从图8.2所示的解空间树的根结点开始搜索，搜索过程如下：



④动态规划法

画个表

例如，有5个物品，其重量分别是{2, 2, 6, 5, 4}，价值分别为{6, 3, 5, 4, 6}，背包的容量为10。

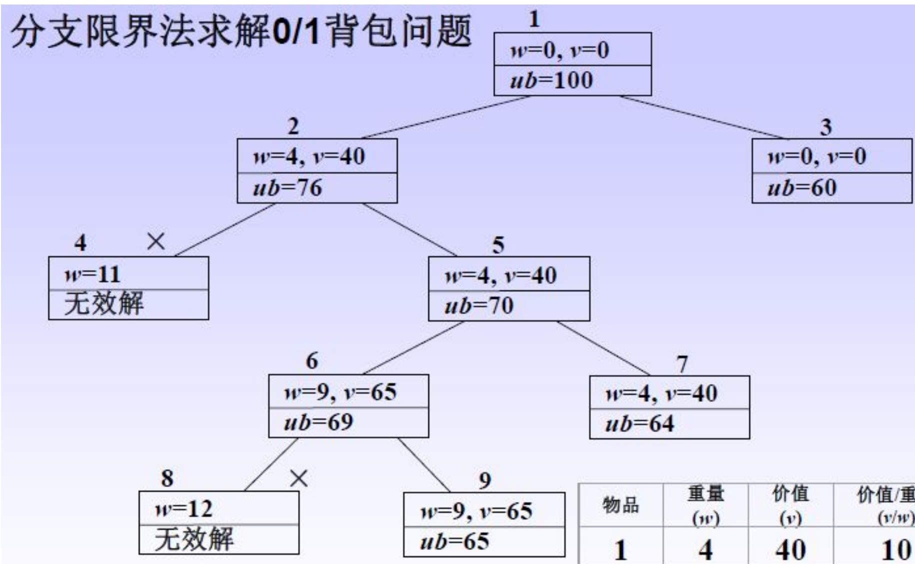
根据动态规划函数，用一个(n+1)×(C+1)的二维表V，V[i][j]表示把前i个物品装入容量为j的背包中获得的最大价值。

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$w_1=2$ $v_1=6$	1	0	0	6	6	6	6	6	6	6	6	6	$x_1=1$
$w_2=2$ $v_2=3$	2	0	0	6	6	9	9	9	9	9	9	9	$x_2=1$
$w_3=6$ $v_3=5$	3	0	0	6	6	9	9	9	9	11	11	14	$x_3=0$
$w_4=5$ $v_4=4$	4	0	0	6	6	9	9	9	10	11	13	14	$x_4=0$
$w_5=4$ $v_5=6$	5	0	0	6	6	9	9	12	12	12	15	15	$x_5=1$

$$V(i,j)=\begin{cases} V(i-1,j) & j<w_i \\ \max\{V(i-1,j),\ V(i-1,j-w_i)+v_i\} & j>w_i \end{cases}$$

⑤分支限界法

如下画个树



$$ub = v + (W - w) \times (v_{i+1}/w_{i+1})$$

物品	重量 (w)	价值 (v)	价值/重量 (v/w)
1	4	40	10
2	7	42	6
3	5	25	5
4	3	12	4