4. Diferenciación e integración numérica

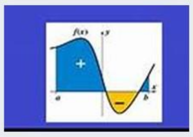
4.1 Diferenciación Numérica

- Se le conoce como un nombre especial en la análisis numérico: e diferencia finita dividida y generalmente se representa como
- Derivada = Aproximación de primer orden—Error de truncamiento

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(x_{i+1} - x_i)$$

ó

$$f'(x_i) = \frac{\Delta f_i}{h} + O(h) \qquad (B)$$



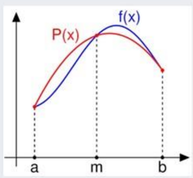
4.2 Integración Numérica

La integración numérica constituye una amplia gama de algoritmos para calcular el valor numérico de una integral definida y, por extensión, el término se usa a veces para describir algoritmos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales.

4.2.1 Regla del Trapecio

La regla del trapecio es equivalente a aproximar el área del trapecio bajo la línea recta que une ƒ ( ) y ƒ (b) .

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$$



4.2.2 Reglas de Simpson

Esta regla es para una cuadrática integrada en dos intervalos P (x) de ancho uniforme.

4.2.3 Regla de Simpson 1/3:

Simpson 1/3 utiliza la siguiente función para calcular la función perteneciente a los intervalos, facilita la realización del cálculo para encontrar la integral, ya que siempre es la misma fórmula para obtener el polinomio.

$$P_2(x) = f(a)\frac{(x-m)(x-b)}{(a-m)(a-b)} + f(m)\frac{(x-a)(x-b)}{(m-a)(m-b)} + f(b)\frac{(x-a)(x-m)}{(b-a)(b-m)}.$$

$$I \approx (b\text{-}a)\ \frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8}$$

4.2.4 Regla de Simpson 3/8:

El interpolante es un polinomio cúbico, es aproximadamente dos veces más precisa que la regla de 1/3.

4.3 Integración múltiple

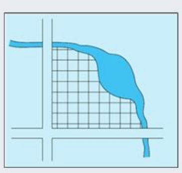
Las integrales múltiples sobre recintos hipercúbicos se resuelven aplicando de forma reiterada las fórmulas Integración múltiple (I) D i ió resuelven aplicando de forma reiterada las fórmulas simples o utilizando métodos estadísticos (Montecarlo)

$$\int_c^d \int_a^b f(x,y)\,dxdy = \int_c^d \left(\int_a^b f(x,y)\,dx \right) dy$$

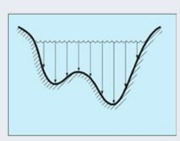
$$\int_c^d \int_{a(y)}^{b(y)} f(x,y)\,dxdy = \int_c^d \left(\int_{a(y)}^{b(y)} f(x,y)\,dx \right) dy$$

Cuando el recinto no es hipercúbico la única solución es acudir a métodos estadísticos (Montecarlo)

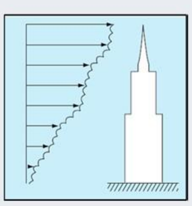
4.4 "Aplicaciones de la diferenciación e integración numérica".



- Un topógrafo podría necesitar conocer el área de un campo limitado.



- Un ingeniero en hidráulica requerirá conocer el área de la sección transversal de un río.



- Un ingeniero en estructuras necesitara determinar la fuerza neta ejercida por un viento no uniforme que sopla contra un lado de un rascacielos.