INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COMITÁN

Alumnos:

- Ruedas Velasco Pedro Eduardo__19700073.
- Hernández Méndez Levi Magdiel__19700039.
- Molina Cifuentes Adriel David__19700061.

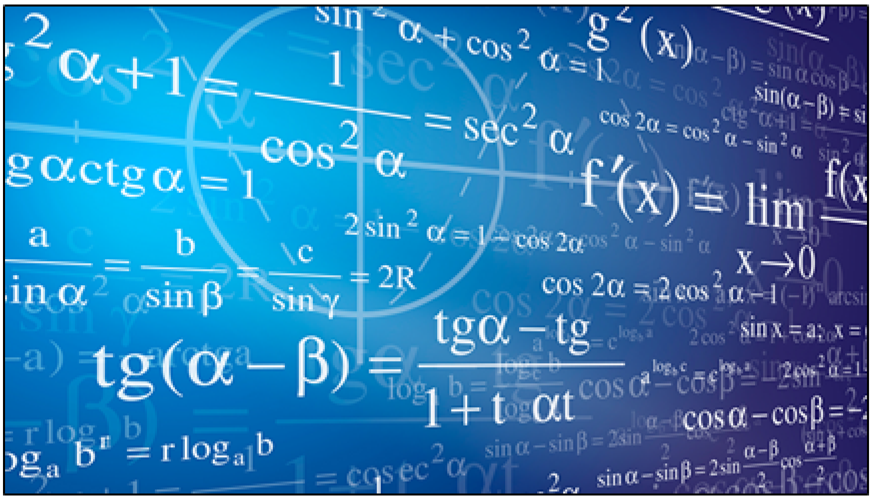
Docente: Vera Guillen José Flavio.

Materia: Métodos Numéricos.

Semestre: Cuarto Grupo: “A”

Actividad: PA9 Metodos de Interpolacion.

Comitán de Domínguez Chiapas, a 08 de Junio del 2021.



5. “Metodos de Interpolacion”.

El método de interpolación es un método lógico y científico que consiste en encontrar el valor de la función F(x), de la cual sólo se conocen algunos puntos, para un valor de x que se encuentre entre dos valores consecutivos conocidos. En otras palabras, podríamos decir que la interpolación consiste en hallar un dato dentro de un intervalo en el que conocemos los valores en los extremos.

5.1. polinomio de interpolación de newton.

El Método de Newton es un método de interpolación polinómica, la cual es útil para casos donde se requieran pocos puntos para interpolar, puesto que el número de puntos es proporcional al grado del polinomio. Esto permite la creación de un polinomio de grado n-1, donde n es el número de datos que se tienen.

La interpolación de Newton asume que no existe ruido en sus mediciones de datos, es decir, que el polinomio generado por el método pasará por todas las coordenadas insertadas al método a menos que se conozca la función original.

El propósito es poder generar una función para la cual se pueda introducir todos los datos originales y obtener 0 error, pues la curva se va modelando punto a punto. Al obtener una función, se pueden crear aproximaciones y estimaciones.

El método de Newton utiliza la fórmula de polinomios de Newton:

$$N(x) = [y_0] + [y_0, y_1](x - x_0) + \cdots + [y_0, \ldots, y_k](x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{k-1}).$$

Donde las “y” entre corchetes se refieren al cálculo de diferencias dividas, el cual es un algoritmo usado para computar tablas de funciones logarítmicas y trigonométricas, usando división recursiva.

5.2 Interpolación polinómica.

Se puede plantear como ejemplo lo siguiente: Sea f una función de una variable cuyo valor se conoce en n + 1 puntos: $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$, llamaremos:

$f(x_k) = f_k,\ k = 0,1,2,\ldots,n$

y se desea calcular su valor aproximado para un valor cualquiera de x.

La literatura matemática clásica, utiliza una función interpoladora de tipo polinómico de grado no mayor que n, siendo n el número de puntos conocidos menos uno.

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0$

5.3 Interpolación polinomial

Cuando se tienen dos puntos, éstos pueden ser unidos con una línea recta. Dos puntos cualquiera en un plano (x0, y0) and (x1, y1), donde x0 6= x1, determinan un polinómica de primer grado en x, donde la función psa por ambos puntos (lo que se discutió en la sección anterior). Una generalización de lo anterior sugiere que dados N puntos en un plano (xk, yk) con k = 1, 2, · · · , N y distintos xk, existe un único polinomio en x de grado menor a N cuya función pasa por todos los puntos. Este tipo de polinomio se le conoce como polinomio de interpolación ya que reproduce los datos exactamente

$P(xk) = yk,\ k = 1, \cdots, N.$

La forma de describir este tipo de polinomios es con la forma Lagrangiana:

$$P(x) = \sum_k \left(\prod_{j \neq k} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} \right) y_k$$

donde hay N términos en la suma y N − 1 en los productos, de tal manera que esta expresión describe un polinomio de grado hasta N −1. Si P(x) es evaluado en los puntos x = xk, todos los productos excepto el k son ceros. Además el producto k es igual a 1, así que la suma es igual a yk y las condiciones de interpolación (puntos xk exactos) son cumplidas. Una forma más común de representar un polinomio, diferente a la Lagrangiana es de la forma

$$x^3 - 2x - 5,$$

conocida como power form. Esta expresíon se puede generalizar para polinomios de interpolación así:

$$P(x) = c_1 x^{n-1} + c_2 x^{n-2} + \cdots + c_{n-1} x + c_N,$$

donde **C**n son los coeficientes, que deben ser estimados o encontrados. Este sistema de ecuaciones lineales se puede resolver con métodos de teoría de inversión y estimación paramétrica que más adelante se discutirán.

5.4 Interpolación Lineal

La interpolación lineal es el método más simple en uso hoy. Es el método usado por los programas de generación de gráficas, donde se interpola con líneas rectas entre una serie de puntos que el usuario quiere graficar. La idea básica es conectar los 2 puntos dados en xi , es decir (x0, y0) y (x1, y1). La función interpolante es una línea recta entre los dos puntos. Para cualquier punto entre los dos valores de x0 y x1 se debe seguir la ecuación de la línea

$$\frac{y - x_0}{y_1 - y_0} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0},$$

que se puede derivar geométricamente. En lo anterior, el único valor desconocido es y, que representa el valor desconocido para x, despejando queda

$$y = y_0 + (x - x_0)\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0},$$

donde se asume que x0 < x < x1, de otra forma esto se conoce como extrapolación. Si se tienen más de dos puntos para la interpolación, es decir N > 2, con puntos x0, x1, · · · , xN , simplemente se concatena la interpolación lineal entre pares de puntos continuos.

5.5 Interpolación de Lagrange

La interpolación permite el cálculo de valores intermedios de datos experimentales los cuales no tienen una función que los represente. El método más común para interpolar valores intermedios, es la interpolación polinomial, la cual consiste en determinar el polinomio de orden n que ajusta a n+1 datos. La interpolación de Lagrange es una de las alternativas más atractivas que existe para interpolar, debido a la facilidad de programar también es simplemente una reformulación del polinomio de Newton que evita el cálculo de las diferencias divididas.

$$g(x) = \frac{(x-x1)(x-x2)(x-x3)}{(x0-x1)(x0-x2)(x0-x3)} f(x0) + \frac{(x-x0)(x-x2)(x-x3)}{(x1-x0)(x1-x2)(x1-x3)} (fx1) + \cdots$$

Esta fórmula nos dice que restamos x de todas las xn sin contar la que estamos multiplicando por f(Xn) y se dividirá la que se dejó por fuera restándole de todas las demás.

Para dejar claro esto si vemos la primera parte de la fórmula se está multiplicando por f(x0) por lo tanto no tomamos x0 en cuenta en la parte de arriba, sin embargo es la que resta a todas en la parte inferior de nuestra fórmula.

Características de los polinomios de Lagrange

1.- Los polinomios de Lagrange son exactamente iguales a la unidad cuando se les evalúa en la abscisa correspondiente a su índice, es decir:
Li(xi) = 1

2.- Se anulan en las abscisas de los puntos de interpolación con índice diferente al del mismo polinomio:

Li(xj) = 0, con i≠j.

3.- Tomando otros valores de abscisas diferentes a los puntos de interpolación, los polinomios de Lagrange adquieren valores comprendidos entre −1 y +1.

4.- Para obtener los polinomios de Lagrange solo se requiere conocer las abscisas de los puntos a interpolar.