Глава 1.
Элементы математической логики и теории множеств

Задача

- Ровно в одном из двух данных ларцов лежит портрет.
- Других ларцов нет.
- На крышках ларцов выгравированы надписи:

На золотом:

Портрет не в этом ларце.

На серебряном:

Ровно одно из утверждений, выгравированных на крышках этих двух ларцов, является истинным.

Решение

Подход 1: прицепиться к золотому (= к портрету)

- Золотой либо лжёт, либо не лжёт.
  (Это «Портрет не во мне».)
- Если лжёт, то портрет в нём.
  Надпись на серебряном в этом случае может быть истинной или ложной.
- Если не лжёт, то надпись на нём верна.
  Надпись на серебряном не может быть истинна, а значит, она ложна.
  Но ложной она быть не может, так как тогда она истинна.
  Противоречие. Этот вариант невозможен.
- Значит, портрет в золотом.

Решение

Подход 2: прицепиться к серебряному
(Это «Ровно одна надпись верна».)

- Серебряный либо лжёт, либо не лжёт.
- Если лжёт, то либо обе надписи верны (уже невозможно), либо обе ложны.
  Значит, золотой лжёт.
- Если не лжёт, то он единственный, кто не лжёт.
  Значит, золотой лжёт.
- Значит, портрет в золотом.

Открываем ларцы:

На золотом:

Портрет не в этом ларце.

На серебряном:

Ровно одно из утверждений, выгравированных на крышках этих двух ларцов, является истинным.

Открываем ларцы:

Золотой:

Серебряный:

<Портрет>

Что пошло не так?

Драматические флэшбэки

Подход 1: прицепиться к золотому (= к портрету)

- Золотой либо лжёт, либо не лжёт.
  (Это «Портрет не во мне».)
- Если лжёт, то портрет в нём.
  Надпись на серебряном в этом случае может быть истинной или ложной.
- Если не лжёт, то надпись на нём верна.
  Надпись на серебряном не может быть истинна, а значит, она ложна.
  Но ложной она быть не может, так как тогда она истинна.
  Противоречие. Этот вариант невозможен.
- Значит, портрет в золотом.

Драматические флэшбэки

Подход 1: прицепиться к золотому (= к портрету)

- Золотой либо лжёт, либо не лжёт.
  (Это «Портрет не во мне».)
- Если лжёт, то портрет в нём.
  Надпись на серебряном в этом случае может быть истинной или ложной.
- Если не лжёт, то надпись на нём верна.
  Надпись на серебряном не может быть истинна, а значит, она ложна.
  Но ложной она быть не может, так как тогда она истинна.
  Противоречие. Этот вариант невозможен.
- Значит, портрет в золотом.

Драматические флэшбэки

Подход 2: прицепиться к серебряному
(Это «Ровно одна надпись верна».)

- Серебряный либо лжёт, либо не лжёт.
- Если лжёт, то либо обе надписи верны (уже невозможно), либо обе ложны.
  Значит, золотой лжёт.
- Если не лжёт, то он единственный, кто не лжёт.
  Значит, золотой лжёт.
- Значит, портрет в золотом.

Драматические флэшбэки

Подход 2: прицепиться к серебряному
(Это «Ровно одна надпись верна».)

- Серебряный либо лжёт, либо не лжёт.
- Если лжёт, то либо обе надписи верны (уже невозможно), либо обе ложны.
  Значит, золотой лжёт.
- Если не лжёт, то он единственный, кто не лжёт.
  Значит, золотой лжёт.
- Значит, портрет в золотом.

Наблюдение

Бывают утверждения, являющиеся одновременно и истинными, и ложными.

Страшный вывод

То, что доказана истинность некоторого утверждения, ещё не значит, что оно не может оказаться ложным.

Некоторое уже доказанное утверждение:
может всё равно оказаться ложным
Математики в XIX в.:


Возможная внутренняя противоречивость утверждений
Математики
Просто не будем работать с такими утверждениями
imgflip.com

§1. Понятие высказывания. Примеры высказываний

Определение высказывания

Не определение высказывания

Пояснение:

Понятие высказывания является первичным,
т. е. на другие математические понятия не опирается
и определения не имеет.

Подход: интуитивное представление

Под высказыванием я понимаю
утверждение,
смысл которого (взятый из контекста)
достаточно конкретен, чтобы расценивать это утверждение
как являющееся либо истинным, либо ложным.

Под высказыванием Юрий Леонидович понимает
такое повествовательное предложение,
которое при определённых условиях
(задаваемых явно или предполагаемых)
можно оценить либо как истинное, либо как ложное.

Важнейшие свойства

Аксиома исключённого третьего

Любое высказывание является истинным или ложным.

Аксиома непротиворечивости

Никакое высказывание не может быть одновременно и истинным, и ложным.

Примеры, ч. 1/2:

- Для оценки истинности высказываний в примерах взят наиболее естественный контекст.

1) «Париж — столица Франции»	1) И
2) «Сейчас идёт дождь»	2) В
3) «$2+2=5$»	3) Л
4) «$1+1=10$»	4) И_2, Л_{10}
5) «$\pi > 3$»	5) И
6) «$x > 3$»	6) Н
7) «$x < x+1$»	7) Н

Примеры, ч. 2/2:

8) «Существует нечётное совершенное число»
9) «Совершенным называется натуральное число, равное сумме всех своих делителей, отличных от него самого»
   - Например, $6 = 3 + 2 + 1$ и $28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1$.
10) «Число $2^{2^{61}-1} - 1$ является простым»
11) «Утверждение в пункте №11 ложно»
12) «Итальянцы способны к музыке»

8) В
9) Определение
10) В
11) Н
12) Н

Обозначения

Обозначать высказывания в лекциях будем заглавными латинскими буквами (возможно, с индексами): $A, B, \ldots, Z, A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$.

Примеры:

$A =$«$\pi > 3$»;

$B =$«В этой аудитории оранжевые стены»;

$A_1 =$«Солнце вращается вокруг Земли».

Обозначения и связанные понятия

Результат оценки высказывания как истинного или ложного будем называть истинностным значением этого высказывания или просто его значением и писать:

Те же примеры:

$$A = \text{И} \quad (\text{«}\pi > 3\text{»} = \text{И});$$

$$B = \text{Л} \quad (\text{«В этой аудитории оранжевые стены»} = \text{Л});$$

$$A_1 = \text{Л} \quad (\text{«Солнце вращается вокруг Земли»} = \text{Л}).$$

Всё те же примеры:

$A =$«$\pi > 3$», $\quad A =$ И;

$B =$«В этой аудитории оранжевые стены», $\quad B =$ Л;

$A_1 =$«Солнце вращается вокруг Земли», $\quad A_1 =$ Л.

Замечание:

В дальнейшем мы будем не очень хорошо различать высказывание и его значение.

Официальный текст замечания

Замечание

В дальнейшем мы отвлекаемся от смысловой нагрузки высказываний и, во многих случаях, от их структуры.

Высказывания нас будут интересовать только в плане их истинности.

Соответственно, различать высказывание и его значение мы часто не будем.

Оглядываемся на пройденный параграф

- Определения у понятия «высказывание» нет,
- есть два важных свойства
  (закон исключённого третьего
  и закон непротиворечивости)
- и интуитивное понимание на примерах.
- Обозначаем в лекциях заглавными латинскими
- и буквально приравниваем к их значениям.

Рассмотрим следующие высказывания:

1) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ является простым»;
2) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61»;
3) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на $2^{61}-1$»;

4) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ не является простым»;
5) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61 или на $2^{61}-1$»;
6) «Если число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61 или на $2^{61}-1$, то оно не является простым».

§2. Логические операции над высказываниями

Пример:

В) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ не является простым»;

А) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ является простым».

Отрицание:

1) операция над одним высказыванием (обозначено за A), действие которой описывается таблицей справа;

A	$\overline{A}$
Л	И
И	Л

2) высказывание, полученное в результате такой операции.

Определение

Отрицание — это

операция, в результате применения которой к произвольному высказыванию A получается

высказывание, истинное, когда A ложно, и ложное, когда A истинно.

Таблица истинности отрицания:

A	$\overline{A}$
Л	И
И	Л

Внезапное понятие

Таблица истинности отрицания:

A	$\overline{A}$
Л	И
И	Л

Переменная, вместо которой
мы подставляем высказывание (или его значение),
называется пропозициональной переменной.
(*Лат. propositio, здесь* — высказывание)

Пример:

В таблице истинности отрицания
A является пропозициональной переменной.

Обозначается:

- $\overline{A}$;
- $\neg A$.

Читается:

- отрицание A;
- не A.

Имеет смысл:

- неверно, что A;
- A ложно.

В речи:

- “не”;
- “неверно, что”.

Пример:

C) «Число $2^{2^{61}-1} - 1$ делится на 61 и на $2^{61} - 1$»;

A) «Число $2^{2^{61}-1} - 1$ делится на 61»;

B) «Число $2^{2^{61}-1} - 1$ делится на $2^{61} - 1$».

Конъюнкция
(*лат. conjuctio* — соединение, связь, союз):

1) операция над двумя высказываниями (обозначены за A и B), действие которой описывается таблицей справа;

A	B	$A \wedge B$
Л	Л	Л
Л	И	Л
И	Л	Л
И	И	И

2) высказывание, полученное в результате такой операции.

Определение

Конъюнкция — это

операция, в результате применения которой к произвольной паре высказываний A и B получается

высказывание, **истинное** в том и только том случае, когда **оба** высказывания A и B **истинны**.

Таблица истинности конъюнкции:

A	B	$A \wedge B$
Л	Л	Л
Л	И	Л
И	Л	Л
И	И	И

Обозначается:

- $A \wedge B$ (wedge, а не ^);
- $A\&B$;
- $A \cdot B$;
- AB.

Читается:

- A конъюнкция B;
- A и B;
- AB.

Имеет смысл:

- оба высказывания A и B истинны.

В речи:

- "и";
- "и ..., и ...";
- "а";
- "но";
- "однако";
- ....

Примеры:

- «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на $2^{61}-1$, но не делится на 61»;
- «Число $2^{2^{61}-1}-1$ на $2^{61}-1$ не делится, а на 61 делится»;
- «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61, однако является простым».

Пример:

C) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61 или на $2^{61}-1$».

A) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61»;

B) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на $2^{61}-1$».

Дизъюнкция
(*лат. disjuctio* — разъединение,
разобщённость, отдельность):

1) операция над двумя высказываниями (обозначены A и B), действие которой описывается таблицей справа;

A	B	$A \vee B$
Л	Л	Л
Л	И	И
И	Л	И
И	И	И

2) высказывание, полученное в результате такой операции.

Определение

Дизъюнкция — это

операция, в результате применения которой к произвольной паре высказываний A и B получается

высказывание, ложное в том и только том случае, когда оба высказывания A и B ложны.

Таблица истинности дизъюнкции

A	B	$A \vee B$
Л	Л	Л
Л	И	И
И	Л	И
И	И	И

Обозначается:

- $A \vee B$ (vee, а не v);
- $A + B$ (избегать).

Читается:

- A дизъюнкция B;
- A или B.

В речи:

- “или”, но всё не так однозначно: см. «Имеет смысл».

Имеет соединительный смысл:

- среди высказываний A и B есть хоть одно истинное (могут быть оба);
- или A, или B, или оба сразу.

A	B	$A \vee B$
Л	Л	Л
Л	И	И
И	Л	И
И	И	И

Примеры «или» в разделительном смысле:

вопросы:

- «Пух, тебе что намазать — мёду или сгущённого молока?»

по смыслу частей:

- «Высказывания A и B оба истинны или оба ложны»;
- «Я сдам эту лабораторную завтра или в следующий четверг»;

по намеренному выбору союзов:

- «Истинно либо высказывание A, либо высказывание B»;
- «Или это ключ от номера Карбофоса, или одно из двух».

Пример:

C) «Если число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61, то оно делится на $2^{61}-1$».

A) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61»;

B) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на $2^{61}-1$».

Импликация (*лат. implicatio* — впутывание, вовлечение):

1) операция, описываемая таблицей справа;
2) высказывание в результате.

A	B	$A \Rightarrow B$
Л	Л	И
Л	И	И
И	Л	Л
И	И	И

Определение

Импликация — это

операция, в результате применения которой к произвольной паре высказываний A и B, взятых именно в таком порядке, получается

высказывание, ложное в том и только том случае, когда высказывание A истинно, а B ложно.

Таблица истинности импликации:

A	B	$A \Rightarrow B$
Л	Л	И
Л	И	И
И	Л	Л
И	И	И

Названия частей импликации

В импликации $A \Rightarrow B$

- A называется посылкой импликации;
- B — её заключением.

Подразумевая истинность импликации $A \Rightarrow B$, часто говорят, что

- A — достаточное условие для B;
- B — необходимое условие для A.

Примеры

$A \Rightarrow B =$ И:

- A — достаточное условие для B;
- B — необходимое условие для A.

Примеры:

- Делимость числа 111 110 на 10 является достаточным условием его делимости на 5;
- Необходимо, чтобы число 111 111 делилось на 5, для того чтобы оно делилось на 10.

Обозначается:

- $A \Rightarrow B$;
- $A \to B$ (для удобства на письме);
- $A \supset B$ (старое?, избегать).

Читается:

- A импликация B;
- импликация из A в B;
- см. «В речи»

В речи:

- если A, то B;
- пусть A, тогда B;
- A влечёт B (особенно часто в мат. текстах);
- из A следует B;
- верна импликация из A в B;
- A является достаточным условием B;
- B <u>тогда</u>, когда A;
- B является необходимым условием A;
- A <u>только тогда</u>, когда B;
- ...

Имеет смысл:

1) если A истинно, то и B истинно (а если A ложно, B неизвестно);
2) высказывание B не менее истинно, чем высказывание A (т. е. истинно или такое же);
3) высказывание A не более истинно, чем высказывание B (т. е. ложно или такое же).

A	B	$A \Rightarrow B$
Л	Л	И
Л	И	И
И	Л	Л
И	И	И

Пример:

«Если это пятизвёздочный отель, то я балерина».

Один математик доказал следующее:

«Если $2 + 2 = 5$, то я — папа римский».

(этим математиком был) Бертран Рассел

Пример:

C) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на $2^{61}-1$ в том и только том случае, когда оно делится на 61».

A) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на $2^{61}-1$»;

B) «Число $2^{2^{61}-1}-1$ делится на 61».

Эквивалентность (*лат. aequivalens* — равносильность, равнозначность):

1) операция, описываемая таблицей справа;
2) высказывание в результате.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
Л	Л	И
Л	И	Л
И	Л	Л
И	И	И

Определение

Эквивалентность — это

операция, в результате применения которой к произвольной паре высказываний A и B получается

высказывание, истинное в том и только том случае, когда высказывания A и B оба истинны или оба ложны.

Таблица истинности эквивалентности:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
Л	Л	И
Л	И	Л
И	Л	Л
И	И	И

Обозначается:

- $A \Leftrightarrow B$;
- $A \sim B$ (для удобства на письме);
- $A \leftrightarrow B$;
- $A \equiv B$ (ЗАРЕЗЕРВИРОВАНО ДЛЯ ДРУГОГО).

Читается:

- A эквивалентность B;
- эквивалентность A и B;
- см. «В речи»

В речи:

- A <u>тогда</u> и <u>только тогда</u>, когда B;
- A если и только если B;
- для A необходимо и достаточно B;
- A является необходимым и достаточным условием B;
- A равносильно B;
- A и B эквивалентны;
- ...

Пример:

Для делимости числа 111 111 на 3 необходимо и достаточно, чтобы сумма его цифр делилась на 3.

Имеет смысл:

1) высказывания A и B
   оба истинны или оба ложны;
2) высказывания A и B
   имеют одинаковые значения.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
Л	Л	И
Л	И	Л
И	Л	Л
И	И	И

Введённые операции:

- $\neg$ Отрицание
- $\wedge$ Конъюнкция
- $\vee$ Дизъюнкция
- $\Rightarrow$ Импликация
- $\Leftrightarrow$ Эквивалентность

Некоторые понятия

- Операция над высказываниями
  (в особенности над их значениями),
  результатом которой является высказывание
  (или, соответственно, логическое значение),
  называется логической операцией.
- В ситуациях, когда хочется сделать акцент на том,
  что операция проводится над самими высказываниями,
  а не только над их значениями,
  с целью получения нового высказывания
  из уже имеющихся,
  логическую операцию могут называть
  логической связкой.

Некоторые понятия

- Высказывание, полученное при помощи логических связок из других высказываний, будем называть составным.
- Высказывания, не являющиеся составными, могут называть простейшими, элементарными или атомарными.

Смысл введённых связок:

- $\neg A$=«Высказывание A ложно»;
- $A \wedge B$=«Оба высказывания A и B истинны»;
- $A \vee B$=«Среди высказываний A и B есть истинное»;

- $A \Rightarrow B$=«Высказывание B не менее истинно, чем высказывание A»;
- $A \Leftrightarrow B$=«Высказывания A и B имеют одинаковые значения».

Примеры истинных высказываний:

1) «Солнце — звезда, но мелом можно писать на доске»;
2) «Если $2 + 2 = 4$, то П. И. Чайковский — русский композитор»;
3) «Если $2 + 2 = 5$, то П. И. Чайковский — русский композитор»;
4) «Феи существуют тогда и только тогда, когда эта фраза написана красным шрифтом»;

Лучший пример:

Это пять

«Если $2+2=5$, то $2+2\neq 5$».

Замечание

- Введённые определениями логические связки имеют достаточно конкретный смысл, опирающийся только на значения высказываний.
- Несмотря на то, что для выражения данных связок в речи мы используем средства языка, всю возможную полноту смыслов этих средств логические связки не передают.

Комментарий:

Особенно хорошо это заметно на таких связках как импликация и эквивалентность.

В речи подобные конструкции истинны часто за счёт какой-то связи (причинно-следственной, например) между частями.

С точки зрения введённых определений, наличие такой связи совершенно не обязательно.

Более того, её наличие в некоторых случаях может вызывать конфликт с нашей интуицией.

Оглядываемся на пройденный параграф

- Введи операции:
  - $\neg$ Отрицание
  - $\wedge$ Конъюнкция
  - $\vee$ Дизъюнкция
  - $\Rightarrow$ Импликация
  - $\Leftrightarrow$ Эквивалентность

  и назвали их и подобные им логическими.

Оглядываемся на пройденный параграф

- Посреди отрицания упомянули понятие пропозициональной переменной — так же не к месту, как и сейчас.
- Используя введённые связки, можно строить составные высказывания из более элементарных.
- Но у связок не всегда тот же смысл, что и в языке, поэтому результат не всегда привычен.

Рассмотрим следующие высказывания:

1) «Если у вас нет собаки, её не отравит сосед»;
2) «Нарушение непрерывности функции $f_1(x)$ в точке x_0 влечёт нарушение её дифференцируемости в этой точке».

Структура:

$$(\neg A \Rightarrow \neg B)$$

§3. Формулы логики высказываний. Основные типы формул

Конструктивное индуктивное определение

Определение

1) Любая пропозициональная переменная является формулой.
2) Если $\mathfrak{A}$ — формула, то $\neg\mathfrak{A}$ — формула.
3) Если $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{B}$ — формулы, то

$$(\mathfrak{A} \wedge \mathfrak{B}),$$
$$(\mathfrak{A} \vee \mathfrak{B}),$$
$$(\mathfrak{A} \Rightarrow \mathfrak{B}),$$
$$(\mathfrak{A} \Leftrightarrow \mathfrak{B})$$

   — формулы.
4) других формул нет.

Обозначать формулы логики высказываний в лекциях при необходимости будем
готическими заглавными латинскими буквами:

$$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \mathfrak{E}, \mathfrak{F}, \mathfrak{G},$$
$$\mathfrak{H}, \mathfrak{I}, \mathfrak{J}, \mathfrak{K}, \mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}, \mathfrak{O}, \mathfrak{P},$$
$$\mathfrak{Q}, \mathfrak{R}, \mathfrak{S}, \mathfrak{T}, \mathfrak{U}, \mathfrak{V}, \mathfrak{W},$$
$$\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}.$$

Примеры:

1) $\mathfrak{A} = \neg(A \vee \neg B)$;
2) $\mathfrak{B} = \neg A \vee \neg B$;
3) $\mathfrak{C} = (\wedge ABC \Rightarrow)$;
4) $\mathfrak{D} = A$;
5) $\mathfrak{E} = (A \Rightarrow B) \wedge C$;
6) $\mathfrak{F} = (A \wedge B \Rightarrow C)$;
7) $\mathfrak{G} = A \wedge B \vee C \wedge D$;

1) ФЛВ;
2) не ФЛВ;
3) не ФЛВ;
4) ФЛВ;
5) не ФЛВ;
6) не ФЛВ;
7) не ФЛВ.

Введём договорённости

Будем считать, что у конъюнкции наивысший приоритет среди операций над двумя высказываниями.

Для упрощения записей договариваемся опускать:

- внешние скобки;
- скобки, которые можно восстановить по принятому приоритету операций.

Те же примеры:

*С учётом договорённостей:

1) $\mathfrak{A} = \neg(A \vee \neg B)$;
2) $\mathfrak{B} = \neg A \vee \neg B$;
3) $\mathfrak{C} = (\wedge ABC \Rightarrow)$;
4) $\mathfrak{D} = A$;
5) $\mathfrak{E} = (A \Rightarrow B) \wedge C$;
6) $\mathfrak{F} = (A \wedge B \Rightarrow C)$;
7) $\mathfrak{G} = A \wedge B \vee C \wedge D$;

1) ФЛВ;
2) ФЛВ*;
3) не ФЛВ;
4) ФЛВ;
5) ФЛВ*;
6) ФЛВ*;
7) ФЛВ*.

Формула логики высказываний отражает:

- структуру некоторого высказывания, т. е. порядок его «сборки» из других при помощи логических связок;
- порядок выполнения логических операций для вычисления его значения.

Пример:

$$\mathfrak{G} = A \overset{1}{\wedge} B \overset{3}{\vee} C \overset{2}{\wedge} D.$$

Определение

Формулы $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{B}$ называются равносильными, если
на любом наборе значений
входящих в них пропозициональных переменных
эти формулы принимают одинаковые значения.

Обозначается:

$$\mathfrak{A} \equiv \mathfrak{B}$$

Пример:

Пример:

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

Таблицы истинности:

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg A \vee B$
Л	Л	И	И
Л	И	И	И
И	Л	Л	Л
И	И	И	И

Некоторые типы формул

Формула $\mathfrak{A}$ называется тавтологией, если на любом наборе значений входящих в неё пропозициональных переменных она принимает значение «Истина».

Пример:

$$\mathfrak{A} = A \vee \neg A$$

Обозначается:

$$\models \mathfrak{A}$$

Некоторые типы формул

Формула $\mathfrak{A}$ называется противоречием, если на любом наборе значений входящих в неё пропозициональных переменных она принимает значение «Ложь».

Пример:

$$\mathfrak{A} = A \wedge \neg A$$

Некоторые типы формул

Формула $\mathfrak{A}$ называется выполнимой, если существует набор значений входящих в неё пропозициональных переменных, на котором она принимает значение «Истина».

Пример:

$$\mathfrak{A} = A$$

Некоторые типы формул

Формула $\mathfrak{A}$ называется опровержимой, если существует набор значений входящих в неё пропозициональных переменных, на котором она принимает значение «Ложь».

Пример:

$$\mathfrak{A} = A$$

Оглядываемся на пройденную половину параграфа

Введи:

- понятие формулы логики высказываний (по индукции, потому что иначе никак);
- некоторые договорённости для уменьшения количества скобок при записях;
- понятия
  - равносильных формул;
  - тавтологии;
  - противоречия;
  - выполнимой формулы;
  - опровержимой формулы.