

在共轭方向法中, 对所有的 k , $0 \leq k \leq n$, $0 \leq i \leq k$, 都有 $g^{(k+1)T} d^{(i)} = 0$ 。

证明: ① 当 $k=0$ 时 $g^{(1)T} d^{(0)} = 0$ 。

② 假设 $g^{(k)T} d^{(i)} = 0$ 对于任意 $i \leq k-1$ 成立,

则由 $g^{(k+1)} = \nabla f(x^k + \alpha_k d_k) = Q(x^k + \alpha_k d_k) + b = Qx^k + b + \alpha_k Qd_k = g^{(k)} + \alpha_k Qd_k$

则对于 $i \leq k-1$ 有 $g^{(k+1)T} d^{(i)} = g^{(k)T} d^{(i)} + \alpha_k d^{(k)T} Q d^{(i)} = 0$ 。

而当 $i=k$ 时 $g^{(k+1)T} d^{(k)} = 0$ 。

因此有 对于任意 $i \leq k$, $g^{(k+1)T} d^{(i)} = 0$ 。