

Diszkrét matematika II. feladatok

10.

Bemelegítő feladatok

1. Tekintsük az alábbi bináris kódolást:

$$00 \mapsto 00000, \quad 01 \mapsto 01110, \quad 10 \mapsto 10101, \quad 11 \mapsto 11011.$$

- a) Mekkora a 01110 és az 10101 kódszavak távolsága?
- b) Mekkora a kód távolsága?
- c) Mennyi az 11011 kódszó súlya?
- d) Mennyi a kód súlya?
- e) Adja meg a 00000 kódszóhoz legfeljebb 1 távolságra levő \mathbb{Z}_2^5 -beli szavak halmazát!
- f) A 01000 szót mire dekódoljuk minimális távolságú dekódolással?

Gyakorló feladatok

2. Az alábbi bináris kódok esetében állapítsa meg a kód távolságát, hibajelző és hibajavító képességét!

- a) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1 + c_2 + c_3 + 1)$;
- b) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1, c_2 + c_3)$;
- c) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1, 1 - c_2 c_3)$.
- d) $(c_1, c_2) \mapsto (c_1, c_2, c_1 + c_2)$.
- e) $(c_1, c_2) \mapsto (c_1, c_2, c_1 + c_2, \max\{c_1, c_2\})$.

3. Tekintsük az alábbi kódokat adott ábécé felett:

- a) $(c_1, c_2) \mapsto (c_1, c_2, c_1 + c_2), c_1, c_2 \in \mathbb{F}_5$;
- b) $(c_1, c_2) \mapsto (c_1, c_2, c_1 + c_2), c_1, c_2 \in \mathbb{F}_7$;
- c) $(c_1, c_2) \mapsto (c_1, c_2, c_1 + c_2, c_1 \cdot c_2), c_1, c_2 \in \mathbb{F}_7$;
- d) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1 + c_2, c_1 + c_3), c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{F}_3$;
- e) $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1 + c_2, c_1 + c_3, c_2 + c_3), c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{F}_3$.

Határozza meg a kódok távolságát, hibajelző, hibajavító képességét, ellenőrizze, hogy MDS kódok-e?

4. Tekintsük a $(c_1, c_2, c_3) \mapsto (c_1, c_2, c_3, c_1 + c_2 + c_3, c_1 + 2c_2 + 3c_3)$ kódot! Mennyi a kód távolsága, ha modulo 5 ill. modulo 4 értelmezzük a kódot?

Érdekes feladatok

5. Alice gondolt egy számra 1 és 16 között, amit Bob szeretne kitalálni barkochbában (kérdésekre a lehetséges válasz: igen/nem).
- a) Bobnak hány kérdést kell feltenni, ha kérdéseit előre, írásban kell elküldenie Alicenak (azaz az adott kérdés nem függhet Alice korábbi válaszaitól).

- b) Bob tudja, hogy Alice megbízhatatlan, és bizonyos kérdésekre elfelejt válaszolni. Hány kérdést kell feltenni, ha Alice legfeljebb egy kérdésre felejt el válaszolni?
 - c) És ha Alice legfeljebb két kérdésre felejt el válaszolni? Adja meg a kérdéseket is!
6. Most Bob Cecile-el játszik barkochbát, aki azonban nem feledékeny, hanem rosszindulatú: néha hazudik.
- a) Bobnak hány kérdést kell feltenni, hogy kitalálja a Cecile által gondolt számot 1 és 16 között, ha Cecile legfeljebb egyszer hazudik. És ha kétszer? Adja meg a kérdéseket is!
 - b) Bobnak hány kérdést kell feltenni, ha Cecile legfeljebb 6-szor hazudik? És ha legfeljebb 16-szor?

Szorgalmi feladatok

7. Tekintsük a 6 hosszú bináris sztringeket, amikben pontosan 3 darab 1-es van. Hány darab választható ki közülük, hogy a páronkénti távolságuk legalább 3 legyen?