

Diszkrét matematika II. feladatok

4.

Bemelegítő feladatok

1. Oldja meg az alábbi kongruenciákat a *bővített euklideszi algoritmus* segítségével:
 - a) $3x \equiv 1 \pmod{7}$; b) $3x \equiv 1 \pmod{8}$; c) $2x \equiv 1 \pmod{8}$; d) $4x \equiv 2 \pmod{8}$
 - e) $31x \equiv 4 \pmod{17}$; f) $31x \equiv 4 \pmod{117}$; g) $5x \equiv 10 \pmod{15}$; h) $17x \equiv 4 \pmod{2024}$
2. Számolja ki az a lehetséges hatványait modulo m , ha
 - a) $a = 2, m = 4$; b) $a = 3, m = 5$; c) $a = 2, m = 7$; d) $a = 3, m = 7$; e) $a = 7, m = 8$
3. Számolja ki a $\varphi(m)$ értékeket $1 \leq m \leq 16$ esetén!
4. Határozza meg a következő értékeket az Euler-Fermat tétel segítségével
 - a) $2^6 \pmod{7}$; b) $2^7 \pmod{7}$; c) $2^8 \pmod{7}$; d) $2^9 \pmod{7}$
 - e) $2^{12} \pmod{13}$; f) $2^{13} \pmod{13}$; g) $2^{13} \pmod{11}$; h) $2^{10} \pmod{9}$

Gyakorló feladatok

5. Határozza meg azt a két legkisebb pozitív egész számot, mely
 - a) 13-szorosát felírva 7-es számrendszerben az utolsó előtti jegy 4, az utolsó jegy pedig 3;
 - b) 12-szorosát felírva 8-as számrendszerben az utolsó előtti jegy 2, az utolsó jegy pedig 1;
 - c) 14-szorosát felírva 16-os számrendszerben az utolsó előtti jegy 3, az utolsó jegy pedig 4!
6. Számolja ki az következő értékeket
 - a) $3^{10} \pmod{7}$; b) $3^{15} \pmod{7}$; c) $3^{115} \pmod{7}$; d) $3^{1155} \pmod{7}$
 - e) $2^{3^{12}} \pmod{11}$; f) $2^{7^{122}} \pmod{11}$; g) $2^{5^{11}} \pmod{13}$; h) $2^{3^{1111}} \pmod{17}$

Érdekes feladatok

7. Egy a egész esetén legyen $a^{-1} \pmod{m}$ az a multiplikatív inverze modulo m , azaz az az elem, hogy $a^{-1} \cdot a \equiv 1 \pmod{m}$. Döntse el, hogy az alábbiak közül melyek léteznek, és azokat számolja ki
 - a) $3^{-1} \pmod{7}$; b) $3^{-1} \pmod{8}$; c) $0^{-1} \pmod{8}$; d) $2^{-1} \pmod{8}$
 - e) $2^{-1} \pmod{7}$; f) $1^{-1} \pmod{7}$; g) $2^{-1} \pmod{3}$; h) $31^{-1} \pmod{17}$
8. Határozza meg az utolsó két számjegyét a $7^{3^{47}}$ hatványnak!

Szorgalmi feladatok

8. Írjon programot, mely egy adott n esetén kiszámolja a $\varphi(n)$ értékét. Írjon tesztet, hogy ha egy véletlen k bites n számot választ, akkor várhatóan minden idő alatt számolja ki $\varphi(n)$ -et: minden $k = 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400$ esetén válasszon 10 darab k bites számot, számolja ki φ értéket minden esetben és átlagolja az időket.