

第一题: *permutation*

30 分

先枚举排列数，再枚举每一个元素属于哪一个排列，判断即可

100 分

如果不考虑最小字典序，那么题目与数字的位置无关，可以把相同的数字叠加在一起，即记录每个数字出现了多少次

我们发现，一个排列一定是从 **1** 开始的一段数，即如果从 **1** 开始，如果每个数出现的次数单调不增，就一定是可行的

考虑该怎么求最小字典序，我们判断可行后，用一个数组判断每个数出现了多少次，按顺序，碰到一个数，把这个数出现的次数+1，把这个数放到对应的排列中即是最小字典序

第二题: *zuma*

20 分~50 分

搜索+剪枝，

搜索：直接枚举把那一连串的弹子消掉，继续搜

剪枝：一开始把同色的弹子用一个二元组表示，设置搜索顺序单调，加上最优化剪枝等

100 分

首先，将所有连续的同颜色的弹子用一个二元组 $P_i = (color_i, length_i)$ 表示，如 112223 可以表示成 (1,2) (2,3) (3,1)。

定义 $w(length) = \max\{K - length, 0\}$ ，为让长度为 $length$ 的一段消失的费用。

不妨设 $f(i, j, k)$ 为使 $P_i, P_{i+1}, \dots, P_{j-1}, (color_j, length_j + k)$ 消失的最小费用。

考虑 P_i 这段：

1. 要么现在马上消失，费用是 $f(i, j - 1, 0) + w(length_j + k)$ 。
2. 要么跟前面的某一段 P_q 一起消失，则费用是 $f(i, p, length_j + k) + f(p + 1, j - 1, 0)$ ，其中 $color_j = color_q$ 。

则最后 $f(1, S, 0)$ 即为答案， S 表示段数。

时间复杂度为 $O(N^4)$ 。

第三题：chessboard

20 分

直接模拟即可

50 分~65 分

一：加上 save 和 load 操作直接模拟

二：考虑如何处理 SAVE，LOAD 这两个操作，从后往前考虑操作序

列，若遇到一条 **LOAD** 指令，就将该指令到对应 **SAVE** 指令之间的全部删除，这样就只剩 **PRINT** 了

然后直接模拟即可

100 分

将整个棋盘奇偶染色，对行号加列号奇偶性相同的格子重新组合，形成两个新的棋盘。可以发现，每次 **PAINT** 操作相当于将某个棋盘的一个子矩形染成颜色 c 。

至此，题目的“包装”已经都被去掉，这个问题的模型就是这样的：给出一个 $N \times N$ 的矩阵，每次选择一个子矩阵，将这个子矩阵的数字都变成同一个值 c 。对于这个问题，我想出了两个算法解决。

7.2.1 算法一

二维的情况比较复杂，我们先考虑一维的情况。

开始时 N 个数都为 0，从后向前考虑操作序列，如果某次需要将 $[l, r]$ 区间内的数都变成 c ，显然应该找到 $[l, r]$ 所有为 0 的数，并将它们变成 c 。这个问题可以变成这样：找到一个区间 $[l, r]$ 内一个未被删除的数，并将它删除。我们可以用并查集维护一些区间来解决这个问题。并查集的每个集合是一个区间 $[l, r]$ ，其中 $[l, r - 1]$ 内的数已被删除， r 未被删除。这样查找就相当于查找 l 所在的集合，删除 x 就是将 x 所在集合与 $x + 1$ 所在的集合合并。

由于每个数最多只会被删除 1 次，因此执行 M 操作的总时间复杂度为 $O((N + M)\alpha(N))$ 。

对于二维情况，并查集无法推广，因此只能对于行进行枚举，然后就变成了一维的情况。这样的话，总时间复杂度为 $O((N^2 + NM)\alpha(N))$ 。

7.2.2 算法二

和算法一中一维情况的思路类似，我们需要解决这个问题：在一个子矩阵中找出一个未被删除的数，并将它删除。可以想到用二维线段树解决。

同样是先考虑一维的情况。假如 **PAINT** 的区间为 $[x, y]$ ，需要将 $[x, y]$ 在线段树内进行拆分，通过维护每个区间内未被删除的数的个数，就能找到 $[x, y]$ 在线段树内的一个子区间 $[l, r]$ ，使得 $[l, r]$ 内有未被删除的数。然后再利用线段树的结构，从 $[l, r]$ 对应的结点开始走，如果左子区间内有未被删除的数，就向左走，否则向右走。这样就能找到区间 $[x, y]$ 内一个未被删除的数。

二维的情况稍微复杂一些，基本做法也是类似的。先对于第一维的区间 $[x_1, x_2]$ 在线段树内拆分，找到一个子区间 $[l, r]$ 满足子矩形 (l, y_1, r, y_2) 内有未被删除的数。再从这个子区间找到某个 x 满足子矩形 (x, y_1, x, y_2) 内有未被删除的数，然后问题就完全变成了一维情况。

由于每个数最多被删除一次，因此总的时间复杂度为 $O((N^2 + M) \log^2 N)$ 。