1 取球问题

算法一：当 $M=1$ 或 $M=2$ 时，只要简单讨论便可知道答案，期望得分 20 分。而当 $N\le 10$ 时，亦可枚举所有方案，进而求解，期望得分 40 分。

算法二：对于 $N, M\le 1{,}000$ 的部分。由于限定取出的最小值为 K，因此所有编号在 $[1,K)$ 范围内的球都是不能取的，而编号为 K 的球必须要取，所以编号范围在 $[K+1,N]$ 的球要取出 $M-1$ 个，因此最终答案就为 $\binom{N-K}{M-1}$。使用杨辉三角递推求解组合数，时间复杂度 $O(NM)$，期望得分 70 分。

算法三：对于测试点 15 ~ 17，我们可以看到 M 的值很小，因此对于这部分测试点我们可以把组合数写成分式形式。之后，对于分母中的每个数，我们只需要将它和分子进行约分，最后把整个分母约分到 1，这样剩下的分子便是答案。结合算法二以后，期望得分 85 分。

算法四：我们考虑优化算法二，也就是要考虑如何快速计算组合数的取模。我们知道 $\binom{n}{m}=\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$。因此我们只需要预处理 $n!$ 与 $n!$ 的逆元对 10^9+7 取模的值即可。记 $P=10^9+7$，那么 $(n!)^{-1}\equiv(n!)^{P-2} \bmod P$。而 $\left[(n-1)!\right]^{-1}=n\times(n!)^{-1}$。这样我们便可以在 $O(n+\log P)$ 的时间复杂度下预处理 1!，2!，…，n! 的逆元对 P 取模的值。之后只需要在 $O(1)$ 的时间复杂度即可求得组合数对 P 取模的值。期望得分 100 分。

2 维修机器人

单调不增和单调不减本质相同，我们只考虑单调不减的求法，另一种实际上把输入数据反过来就行了。

测试点 1 ~ 10。注意到 $m_1=m_2$，实际上只需要求出最长不降子序列（设长度为 l），那么 $n-l$ 就是答案了。这个很好理解，我们保留最长不降子序列，然后把剩下的改掉即可。时间复杂度 $O(n^2)$。

测试点 11 ~ 15。注意到 p_i 只有两种取值，改后的序列一定存在一个位置 i，使得 1 到 i 都为 1，i+1 到 n 都为 2。我们只需要枚举这个位置 i，接下来的计算就变的容易了。

时间复杂度 $O(n)$。当然，这里可以同样用测试点 1~10 的做法，使用 $O(n\log n)$的做法求最长不降子序列即可。

测试点 16～20。注意到题目的关键条件，不同的 h_i 取值不超过 T=1000 个。考虑将读入数据先离散成 1～1000 的整数，接下来用动态规划解决。设 $dp[i][j]$表示将前 i 个机器人改为单调不减，第 i 个机器人的身高变为 j 所需的最小费用。则 $dp[i][j]=\min(dp[i-1][k])+change(a[i],j)(1\le k\le j)$。其中 $change(x,y)$表示把一个机器人的身高从 x 改为 y 所需的费用，这个值只能是 m_1 或者 0 或者 m_2。

按上述做法时间复杂度为 $O(nT^2)$。注意到对于当前的决策位置，k 的可取值越来越多，因此可以再同时维护 $\min(dp[i-1][k])$，这样转移代价变成 $O(1)$，时间复杂度变为 $O(nT)$，可以获得 100 分。

3 下标

测试点 1～2。由于字符串长度不超过 2，因此不会出现括号，也不涉及到等价变换，将输入直接输出即可，期望得分 10 分。

测试点 3～4。由于字符串长度不超过 5，因此字符串中最多只出现一对括号，简单判断是否交换能得到更小的字典序，期望得分 20 分。

测试点 1～8。这部分测试点中字符串的长度不超过 20，首先解析输入的字符串，找到每个右括号匹配的左括号，然后直接爆搜就可以了，可以使用一个 map 来进行判重，直接将搜过的字符串扔进 map，直到没有新字符串产生，期望得分 40 分。

测试点 1～16。将输入字符串的括号进行匹配，找到每个右括号对应的左括号。记匹配后的字符串为 `S=aaa[A][B]`，其中 `A` 和 `B` 都为 `expr`，`B` 右侧的括号为整个字符串的结尾，`B` 左侧的括号是与最后的右括号匹配的左括号。定义过程 `solve(S)`表示寻找字符串 `S` 的最小字典序表示，首先递归调用 `solve(aaa[A])`与 `solve(B)`然后再比较 `aaa[A][B]`与 `B[aaa[A]]`的字典序，将 `S` 变为这两者中较小的一个。时间复杂度 $O(n^2)$，期望得分 80 分。

测试点 1～20。在 80 分做法的基础上，使用链表控制整个字符串，记录每个字符串的后继元素，这可以使得等价变换的时间复杂度变为 $O(1)$，期望得分 100 分。