

第一题: *escape*

60 分

$O(N^2M^2)$ 预处理出 $dis[i][j]$, 枚举答案, 判断是否可行

100 分

首先我们通过一次 BFS (多源 bfs) 预处理出 $dis[i][j]$, 表示 (i,j) 到最近的敌人的距离。这步的复杂度是 $O(NM)$

具体操作是把所有敌人全部加入队列里面, 跑一遍 bfs

发现问题是最近时最远, 即最小值最大问题, 考虑是否可以二分, 发现答案具有可二分性, 我们可以直接二分答案 ans , 然后把所有 $dis[i][j] \leq ans$ 的格都认为不可达, 然后通过一次 BFS 来判断是否存在从起点到终点的路径即可, 这样做的时间复杂度是 $O(NM \log N + M)$ 。

(由于是第一题, 问题主要考的是预处理, 对于枚举答案的也给过了)

第二题: *matrix*

30 分

枚举行怎么排列，然后求最大全 1 矩阵

70 分

算法一：（一个丑陋的做法）

考虑行会因排列改变，但列不会变，我们用对每一列建立一个树状数组，

求答案时，我们先枚举矩阵的最右边那一列，再枚举矩阵在一行的长度，用树状数组求出此时全 1 的最多有多少行即可

复杂度 $O(n*m*\log(n))$

算法二：

标程+sort 排序

100 分

我们可以在 $O(n*m)$ 时间内求得 $\text{right}[i][j]$ ，其中 $\text{right}[i][j] = (j,i)$ 格子右边有多少个全 1 的数

我们将每个 $\text{right}[i]$ 采用 $O(n)$ 的方法计数排序，那么

```
For j in [1..n]
```

```
    If right[i][j]*(n-j+1) > answer then answer = right[i][j]*(n-j+1)
```

即先枚举矩阵左端点在哪，再对于每个右边的不同长度计算面积

总复杂度 $O(n*m)$

（注意标程写的是 `left[i]`）

第三题: *pay*

20 分

支付的黄金和钻石的值肯定等于某一条边设立的值，考虑枚举两个值，
然后跑一遍 **bfs** 或 **dfs** 判断能否到 n 个点即可

另 20 分

此时 m 很大，但 g, d 值很小，考虑枚举 g, d ，跑一边 **bfs** 或 **dfs**
判断即可

60 分

考虑如果 g 确定，我们要求最小的 d 使满足条件，即求一颗最小瓶颈生成树（使最大边权值尽量小的生成树）

有最小生成树就是最小瓶颈生成树(**from** 货车运输)，

【原因：因为我们把边排序之后，是从小到大加入边，最大边最小也

就是最后加进去的边尽量靠前，而我们设 **Kruskal** 加进去的最后一条边 **e**，**e** 边加进去之前用更小的那些边是构成不了一个生成树的。】

于是我们枚举 **g**，每次求一次最小生成树即可，只排序一次的话，复杂度 $O(m^2 \cdot \text{并查集常数})$

100 分

我们观察到 **m** 很大，**g**、**d** 更大，但 **n** 很小，同时又很难得到带有 **log** 的算法，复杂度应该与 **n** 也有关，大致在 $n \cdot m$ 左右，考虑怎么把 **n** 加进来？

考虑把所有边按 **g** 为第一关键字，**d** 为第二关键字排序

我们枚举 **g**，试图快速求出对于给定 **g**，**d** 至少为多少，怎么做？

考虑动态维护一棵最小生成树，每次 **g** 增加，我们又多了一些可用边，对于每条边 (u, v) ，如果 u, v 未连通，则连接 u, v ，否则删除 u, v 路径上 **d** 最大的边，连接 u, v （前提是 u, v 的 **d** 比最大的小），每次把所有边加入后，**dfs** 一遍，如果 **n** 个点连通，那么树边中最大的 **d** 即对于目前 **g** 所需最小的 **d**。

【此处利用性质：最小生成树的充分必要条件：对于任意非最小生成树上的边 (u, v) ，它的权值一定大于等于最小生成树 u 到 v 路径上每条边的权值】

（其实也可以不这样做，我们保存哪些边是树边，每次加入 **x** 条新的边，我们用这 $n + x$ 条新的边重建一颗最小生成树也可以，采用插入

排序的话可以使复杂度到 $O(nm \cdot \text{并查集常数})$)