



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
CEARÁ
IFCE *CAMPUS* MARACANAÚ
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

LEVI CORDEIRO CARVALHO

**EXPLICAÇÕES PARA REDES NEURAIS BASEADAS EM RACIOCÍNIO
ABDUTIVO**

**MARACANAÚ - CE
2021**

LEVI CORDEIRO CARVALHO

**EXPLICAÇÕES PARA REDES NEURAIS BASEADAS EM RACIOCÍNIO
ABDUTIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Bacharelado em Ciência da Computa-
ção do Instituto Federal de Educação, Ciência
e Tecnologia do Ceará -IFCE - *Campus* Mara-
canaú como requisito parcial para obtenção do
Título de Bacharel em Ciência da Computação.
Orientador: Prof. Dr. Thiago Alves Rocha.

MARACANAÚ - CE

2021

NOME COMPLETO

TÍTULO DO TRABALHO

Esta Monografia foi julgada adequada para obtenção do título de Licenciado em matemática e aprovada em sua forma final pelo departamento de Matemática do Instituto Federal do Ceará-*Campus Cedro*.

Aprovado em: _____ / _____ / _____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Luiz Fernando Ramos Lemos (Orientador)
IFSULDEMINAS - *Campus Inconfidentes*.

Prof.(a). Ma. Mikaelle Barboza Cardoso
IFCE - *Campus Sobral*

Prof. Dr. João Nunes de Araújo Neto
IFCE - *Campus Cedro*

DEDICATÓRIA

À minha mãe, ...

“Astronarta libertado
Minha vida me urtrapassa
Em quarqué rota que eu faça.”

(Dois mil e um - Tom Zé)

AGRADECIMENTOS

Graças à vida, que me deu tanto...

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - *Campus* Cedro, todos os servidores, professores e alunos.

Não esqueça de agradecer às instituições que lhe forneceram algum tipo de financiamento ao longo da graduação!!!

RESUMO

Resumo em português

Palavras-chave: Matemática. Educação. Função Afim. Função Definida por Partes. PDI.

ABSTRACT

English abstract.

Keywords: Mathematics. Education. Affine Function. Piecewise Function. DIP.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE CÓDIGOS

SUMÁRIO

| | | |
|--------------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 12 |
| 1.1 | Resumo dos artigos selecionados | 14 |
| 2 | METODOLOGIA | 17 |
| 3 | CRONOGRAMA | 19 |
| 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 20 |
| ANEXO A | Apêndice | 21 |
| ANEXO A.1 | Texto auxiliar do trabalho | 22 |
| REFERÊNCIAS | | 24 |

1 INTRODUÇÃO

As redes neurais artificiais (do inglês, *Artificial Neural Network* - ANN) são utilizadas em diversas aplicações para resolução de problemas, como visão computacional, reconhecimento de fala e de padrões (LIU et al., 2017). Para que esses algoritmos alcancem um resultado satisfatório, um dos principais requisitos é realizar o treinamento da rede com o uso de um conjunto de dados que representem bem os casos do mundo real, com o objetivo de garantir a generalização do aprendizado para dados não vistos.

Apesar do grande sucesso das redes neurais, elas podem ser classificadas como um algoritmo caixa preta, sendo, basicamente, o funcionamento computado para a aquisição da resposta da ANN, dado um conjunto de entradas, não humanamente interpretável. Essa falta de explicações para o seu comportamento pode prejudicar sistemas críticos que permitem apenas uma pequena margem para falhas, como aplicações médicas e financeiras. Além disso, com o avanço de leis de proteção de dados observável em diversas regiões do mundo, como na União Europeia (COMISSÃO EUROPEIA, 2018), está ficando cada vez mais necessário disponibilizar uma explicação do que está sendo realizado com os dados dos seus respectivos donos.

A existência de exemplos adversariais é outro motivo para a necessidade do desenvolvimento de abordagens que computam explicações para algoritmos de aprendizagem de máquina, incluindo redes neurais. De acordo com o trabalho de Goodfellow, Shlens e Szegedy (2015), exemplos adversariais são instâncias classificadas erroneamente por um modelo de aprendizagem de máquina que são minimamente diferentes de uma outra instância classificada corretamente, demonstrando a fraqueza desses algoritmos para pequenas perturbações nos dados de entrada que, muitas vezes, poderiam terem sido adquiridas na própria etapa de aquisição do conjunto de dados.

Os métodos heurísticos são as principais abordagens utilizadas com o intuito de disponibilizar explicações para as saídas de qualquer modelo de aprendizagem de máquina atualmente, pelo fato de serem considerados algoritmos *model-agnostic*, como o LIME (RIBEIRO; SINGH; GUESTRIN, 2016) e ANCHOR (RIBEIRO; SINGH; GUESTRIN, 2018). Porém, de acordo com o trabalho de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019b), como eles exploram o espaço da instância localmente, esses algoritmos não acarretam em respostas que possuam garantias formais, resultando em explicações

locais que podem ser otimistas (quando existem instâncias no espaço de instâncias que a explicação computada falha) ou pessimistas (quando alguma *feature* pertencente à explicação computada é irrelevante e pode ser descartada).

Assim, abordagens não heurísticas para a computação dessas explicações tem sido abordadas em alguns trabalhos recentes. O artigo de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a) apresenta um algoritmo *model-agnostic*, assim como os métodos heurísticos, porém a computação das explicações mínimas geradas carregam uma garantia formal, pois a sua proposta é baseada em lógica utilizando o raciocínio abdutivo. A abordagem basicamente codifica um modelo M de aprendizagem de máquina como um conjunto de restrições lineares F em alguma teoria, a partir de um verificador de rede neural, que no caso é usado a modelagem de um problema de Programação Linear Inteira Mista (do inglês, *Mixed Integer Linear Programming* - MILP) proposto por Fischetti e Jo (2018), então, dado uma instância C associado com a predição E tal que $C \wedge F \models E$ (equivalente à $C \models (F \rightarrow E)$), é computada a explicação mínima C_m (dado C) que é implicante principal de $F \rightarrow E$.

Ressalta-se, como um dos principais problemas da proposta de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a), a escalabilidade do algoritmo, podendo demorar um tempo de execução impraticável para ser colocado em produção quando se deseja obter explicações de redes neurais com várias camadas possuindo muitos neurônios. No artigo é apontado que os testes foram realizados apenas com redes de uma camada oculta com 10, 15 ou 20 neurônios. Além disso, os autores não utilizaram outras possíveis modelagens da rede para tentar resolver o problema da escalabilidade. Porém, é possível encontrar outras codificações de redes neurais como restrições MILP que possuem, em relação ao problema de verificar a robustez de uma ANN para exemplos adversariais, maior eficiência na literatura. Por exemplo, a abordagem apresentada no trabalho de Tjeng, Xiao e Tedrake (2019), que aponta, nos seus resultados, a sua superioridade em relação à codificação usada por Fischetti e Jo (2018) e Katz et al. (2017) (que era o antigo estado da arte).

Além disso, é possível utilizar esse algoritmo proposto por Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a) para validar, reparar (caso sejam otimistas) e refinar (caso sejam pessimistas) as explicações de modelos de aprendizagem de máquina computadas por métodos heurísticos, como evidenciado em Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019b). Porém, os autores realizaram essas operações apenas em modelos de *boosted trees*, e também haveria o problema da escalabilidade ao utilizar redes neurais artificiais com várias camadas, pelo fato de ser o mesmo método.

Fundamentado na importância de disponibilizar explicações decorrentes de algoritmos que carregam garantias formais, este trabalho possui o objetivo de melhorar,

em termos de escalabilidade, a abordagem do artigo de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a) a partir do uso da codificação das ANNs proposta por Tjeng, Xiao e Tedrake (2019), utilizando o raciocínio abduativo para a aquisição de explicações mínimas para redes neurais artificiais. Além disso, este trabalho também almeja utilizar essa abordagem implementada para a validação, reparação e refinamento de explicações heurísticas para esses modelos.

Assim, os objetivos específicos do trabalho proposto seguem a listagem abaixo:

- a) Melhorar, em termos de escalabilidade, a abordagem original de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a) substituindo a codificação das redes neurais como restrições MILP utilizada pela proposta em Tjeng, Xiao e Tedrake (2019);
- b) Comparar o método original com a versão implementada com o uso de redes neurais artificiais com diferentes quantidades de camadas ocultas e de neurônios;
- c) Validar, reparar e refinar explicações heurísticas computadas para redes neurais artificiais com diferentes quantidades de camadas ocultas e de neurônios com o uso da versão implementada.

Dessa forma, a hipótese deste trabalho é que ao trocar a codificação de redes neurais artificiais como restrições MILP de Fischetti e Jo (2018) pela proposta em Tjeng, Xiao e Tedrake (2019), espera-se uma melhora na escalabilidade do algoritmo de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a) para a computação de explicações mínimas para ANNs com o uso do raciocínio abduativo. Essa melhora também possibilita a validação, reparação e refinamento de explicações heurísticas de redes neurais mais profundas e com mais neurônios, pelo fato dessas três operações propostas por Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019b) utilizarem esse algoritmo como base.

Essa expectativa na melhora da escalabilidade do algoritmo ao trocar os codificadores é justificada nos resultados das experimentações realizadas por Tjeng, Xiao e Tedrake (2019). Nesse trabalho é apontado a superioridade da sua abordagem, em termos de tempo de resolução de um problema MILP, em relação ao antigo estado da arte (KATZ et al., 2017), e por consequência também à abordagem de Fischetti e Jo (2018), para o problema de verificação de robustez de ANNs para exemplos adversariais. Logo, apesar de ser tratado outro problema neste trabalho (computação de explicações para redes neurais), provavelmente a codificação de Tjeng, Xiao e Tedrake (2019) também pode oferecer esse ganho para o algoritmo proposto, aumentando a sua escalabilidade.

1.1 Resumo dos artigos selecionados

O trabalho de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a) apresenta um algoritmo *model-agnostic*, significando que funciona em qualquer modelo desde que ele

possa ser representado por um sistema de raciocínio de restrição e que consultas de implicação possam ser decididas por um oráculo. Essa abordagem utiliza o raciocínio abdutivo para computar explicações mínimas para modelos de aprendizagem de máquina com garantias formais, fornecendo explicações de cardinalidade mínima ou sub-conjunto mínima. A abordagem basicamente codifica um modelo M de aprendizagem de máquina como um conjunto de restrições lineares F em alguma teoria, a partir de um algoritmo 0-1 MILP (FISCHETTI; JO, 2018), então, dado uma instância C associado com a predição E tal que $C \wedge F \models E$ (equivalente à $C \models (F \rightarrow E)$), é computada a explicação mínima C_m (dado C) que é implicante principal de $F \rightarrow E$.

O artigo de Fischetti e Jo (2018) propõe um algoritmo que realiza a codificação de uma rede neural profunda como um 0-1 MILP que usa restrições de indicação para evitar o uso da notação de *Big-M*, utilizando variáveis de ativação binárias para impor as implicações lógicas. Foi realizado a modelagem de aplicações que usavam redes com ReLUs e *max/average pooling*. Esse modelo codificado em restrições lineares não é suscetível à treinamento, pois ele se torna bilinear nessa configuração. Foi realizado experimentos do algoritmo em dois problemas de aprendizagem de máquina: visualização de características e aprendizagem de máquina adversário.

O trabalho de Tjeng, Xiao e Tedrake (2019) implementa um algoritmo MILP que codifica as partes lineares (camadas que usam transformações lineares ou funções que possuam partes lineares, como ReLU e *max pooling*) de uma rede neural como restrições lineares, minimizando o número de variáveis binárias presentes no problema MILP e melhorando o condicionamento numérico. Seja a função de ativação ReLU $y = \max(x, 0)$ e $l \leq x \leq u$, para a sua formulação é considerado que há 3 fases: a unidade está estavelmente inativa (quando $u \leq 0$), estavelmente ativa (quando $l \geq 0$) e instável (caso contrário). Para unidades instáveis é utilizado o conjunto de restrições lineares e inteiras na Equação 1.1, com a introdução de uma variável de indicação de decisão $a = 1_{x \geq 0}$.

$$(y \leq x - l(1 - a)) \wedge (y \geq x) \wedge (y \leq u * a) \wedge (y \geq 0) \wedge (a \in \{0, 1\}) \quad (1.1)$$

Para indicar se uma unidade ReLU é instável ou não, é preciso definir os seus limites de entrada o mais achatado possível, porém ainda sendo válidos. Para isso, são utilizados dois procedimentos: Intervalo Aritmético e Programação Linear. Essa abordagem foi realizada na aplicação de exemplos adversariais sendo de duas a três vezes de ordem de magnitude mais rápida que o estado da arte, permitindo um aumento significativo do tamanho das redes neurais codificadas.

O artigo de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019b) descreve os expe-

rimentos realizados que questionam as explicações de modelos de aprendizagem de máquina dadas por métodos heurísticos, que computam uma explicação explorando localmente o espaço da instância. Para realização desses experimentos é utilizado abordagens baseadas em lógica com o cálculo de implicantes principais por meio do raciocínio abdutivo, realizando os testes em *boosted trees*. Os algoritmos desenvolvidos possuem os objetivos de acessar a qualidade das explicações locais, reparar as explicações locais que são otimistas (quando existem instâncias no espaço de instâncias que a explicação computada falha) e refinar as explicações locais que são pessimistas (quando alguma literal pertencente à explicação computada é irrelevante e pode ser descartada).

O trabalho de Katz et al. (2017) implementa o algoritmo Reluplex, um SMT *solver* para a teoria da aritmética linear real que tem o objetivo de verificar redes neurais profundas utilizando uma técnica baseada no Simplex, porém adaptada para lidar com a função de ativação não-convexa ReLU sem simplificações no seu funcionamento original, apenas permitindo que suas entradas e saídas sejam temporariamente inconsistentes e corrigidas conforme a execução do algoritmo. O Reluplex foi avaliado em 45 redes neurais profundas desenvolvidas como um protótipo inicial do sistema anti-colisão de última geração para aeronaves não tripuladas ACAS Xu.

Este trabalho é fundamentado no artigo de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a), que utilizada um 0-1 MILP (FISCHETTI; JO, 2018) para a codificação da rede neural como um conjunto de restrições lineares em uma teoria, então são computadas explicações para os seus resultados com o uso do raciocínio abdutivo. A necessidade de tais explicações computadas carregando uma garantia formal é evidenciada em Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019b). Um dos objetivos iniciais é comparar os possíveis resultados desse algoritmo utilizando diferentes MILPs e estratégias de codificação (verificação) das redes neurais, como os implementados em Tjeng, Xiao e Tedrake (2019) e Katz et al. (2017).

2 METODOLOGIA

Este capítulo possui o objetivo de explicar e detalhar os materiais e métodos utilizados para a extração dos resultados expostos neste trabalho, apresentando as abordagens implementadas, a configuração do ambiente, as métricas de comparação, os conjuntos de dados utilizados, as arquiteturas e treinamento das redes neurais artificiais treinadas e os experimentos realizados.

O algoritmo para a computação de explicações para as saídas de redes neurais proposto por Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019a) foi implementado para a comparação com os outros métodos. Nessa abordagem, a rede é codificada como um conjunto de restrições MILP com base em Fischetti e Jo (2018), que faz o uso de *indicator constraints* para a representação do comportamento da função de ativação ReLU. Então, dado uma instância C associado com a predição E tal que $C \wedge F \models E$ (equivalente à $C \models (F \rightarrow E)$), onde F são as restrições MILP já calculadas, é computada a explicação mínima C_m (dado C) que é implicante principal de $F \rightarrow E$. Destaca-se que $\neg E$ é representado nas restrições com o auxílio de *indicator constraints*.

O implicante principal C_m é calculado removendo separadamente cada *feature* pertencente à C , gerando C' . Sabendo que $C \wedge F \wedge \neg E$ é insatisfatório, se, após a remoção de uma *feature*, $C' \wedge F \wedge \neg E$ continuar insatisfatório, é considerado que aquela *feature* não era relevante para explicação e, então, não pertencerá à C_m , caso contrário ela é mantida.

Ressalta-se que para o cálculo de explicações mínimas consistentes, é necessário definir o domínio e os limites de cada *feature*, pois, caso contrário, durante a resolução do problema MILP formulado pode ser encontrado uma solução na qual uma *feature* x_i tenha recebido um valor que não pertença aos possíveis valores encontrados no mundo real. Assim, ambos cenários foram testados para a extração dos resultados: com e sem as *features* restringidas, a fim de demonstrar a necessidade dessa restrição.

Esse algoritmo foi modificado substituindo a codificação utilizada pela proposta em Tjeng, Xiao e Tedrake (2019), a fim de melhorar a escalabilidade da versão original. Como essa abordagem é utilizada para a verificação de robustez de ANNs, também foi necessária uma adaptação para a representação de E para o funcionamento do algoritmo. Para evitar o uso das *indicator constraints*, a restrição de $\neg E$ foi for-

mulada com o auxílio dos limites superiores das pré-ativações dos neurônios da última camada da rede neural.

Para a extração dos resultados, os algoritmos foram executados em um computador com processador *Intel Core i7 2.8GHz* com 16 *GByte* de memória RAM. Todos os algoritmos e procedimentos descritos neste trabalho foram realizados utilizando a linguagem *Python*. O treinamento, teste e manipulação das redes neurais artificiais foram executados utilizando as bibliotecas *Tensorflow 2.x* e *Keras*. O CPLEX 20.1.0 foi usado como o oráculo para a modelagem e resolução dos problemas MILP formulados, a biblioteca *DOcplex* foi responsável pela integração do oráculo com o *Python*.

O tempo de execução, em segundos, dos algoritmos testados é a métrica utilizada para comparação de escalabilidade. Para uma análise da minimalidade entre as explicações computadas pelos diferentes algoritmos, é utilizada a métrica de tamanho da explicação (número de *features* consideradas relevantes para explicar a saída da ANN). Além disso, para cada uma dessas métricas, é computado o valor mínimo, médio e máximo em relação ao conjunto de dados analisado.

Os conjuntos de dados selecionados para a extração dos resultados são pertencentes aos repositórios *UCI Machine Learning* (DUA; GRAFF, 2017) e *Penn Machine Learning Benchmarks* (OLSON et al., 2017), possuindo entre 9 à 32 *features* e 164 à 691 amostras. Os conjuntos de dados são: *australian*, *auto*, *backache*, *breast-cancer*, *cleve*, *cleveland*, *glass*, *glass2*, *heart-statlog*, *hepatitis*, *spect* e *voting*.

As redes neurais artificiais codificadas para o uso do algoritmo proposto possuem uma arquitetura com uma camada ReLU oculta de 20 neurônios e uma camada de saída Softmax para a predição. Ressalta-se a normalização das variáveis contínuas dos conjuntos de dados para a melhora da acurácia da ANN durante o treinamento. Para o treinamento de todas as redes foi utilizado o otimizador *Adam* com taxa de aprendizagem de 0,001, separação do conjunto de dados com 80% para treino e 20% para teste, tamanho de lote de 4 e, dependendo do conjunto de dados, entre 50 à 100 épocas.

Os experimentos realizados iniciam com o treinamento das redes neurais artificiais, seguido de suas codificações como restrições MILP de acordo com as modelagens apontadas. Então, a explicação de cada amostra para todos os conjuntos de dados selecionados é calculada, guardando o seu tempo de processamento e tamanho para o cálculo mínimo, médio e máximo dessas métricas. Esses resultados são gerados para todos os algoritmos comparados neste trabalho.

3 CRONOGRAMA

A Tabela 1 resume o cronograma de atividades para a resolução deste trabalho no decorrer de 7 meses, iniciando em agosto de 2021 e finalizando em fevereiro de 2022.

| Entregáveis | Ago | Set | Out | Nov | Dez | Jan | Fev |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Revisão bibliográfica | | | | | | | |
| Implementação do algoritmo original | | | | | | | |
| Implementação do algoritmo modificado | | | | | | | |
| Validar, reparar e refinar as explicações heurísticas com o algoritmo modificado | | | | | | | |
| Experimentos de comparação das técnicas | | | | | | | |
| Escrita do TCC | | | | | | | |

Tabela 1 – Cronograma de execução de atividades por mês.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresente suas considerações finais.

ANEXO A Apêndice

ANEXO A.1 Texto auxiliar do trabalho

O apêndice deve ser autoral, textos externos devem ser colocados como anexo.

REFERÊNCIAS

COMISSÃO EUROPEIA. *Reforma de 2018 das regras de proteção de dados da UE*. 2018. Disponível em: <https://ec.europa.eu/commission/sites/beta-political/files/data-protection-factsheet-changes_en.pdf>.

DUA, D.; GRAFF, C. *UCI Machine Learning Repository*. 2017. Disponível em: <<http://archive.ics.uci.edu/ml>>.

FISCHETTI, M.; JO, J. Deep neural networks and mixed integer linear optimization. *Constraints*, v. 23, p. 296–309, Jul. 2018. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10601-018-9285-6>>.

GOODFELLOW, I. J.; SHLENS, J.; SZEGEDY, C. *Explaining and Harnessing Adversarial Examples*. 2015. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1412.6572>>.

IGNATIEV, A.; NARODYTSKA, N.; MARQUES-SILVA, J. Abduction-based explanations for machine learning models. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, v. 33, n. 01, p. 1511–1519, Jul. 2019a. Disponível em: <<https://ojs.aaai.org/index.php/AAAI/article/view/3964>>.

IGNATIEV, A.; NARODYTSKA, N.; MARQUES-SILVA, J. On validating, repairing and refining heuristic ML explanations. *CoRR*, abs/1907.02509, 2019b. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1907.02509>>.

KATZ, G. et al. Reluplex: An efficient SMT solver for verifying deep neural networks. In: *Computer Aided Verification*. Springer International Publishing, 2017. p. 97–117. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-63387-9_5>.

LIU, W. et al. A survey of deep neural network architectures and their applications. *Neurocomputing*, v. 234, p. 11–26, 2017. ISSN 0925-2312. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231216315533>>.

OLSON, R. S. et al. Pmlb: a large benchmark suite for machine learning evaluation and comparison. *BioData Mining*, v. 10, n. 36, p. 1–13, Dec 2017. ISSN 1756-0381. Disponível em: <<https://doi.org/10.1186/s13040-017-0154-4>>.

RIBEIRO, M. T.; SINGH, S.; GUESTRIN, C. "why should i trust you?": Explaining the predictions of any classifier. In: *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD*

International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2016. (KDD '16), p. 1135–1144. ISBN 9781450342322. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/2939672.2939778>>.

RIBEIRO, M. T.; SINGH, S.; GUESTRIN, C. Anchors: High-precision model-agnostic explanations. In: MCILRAITH, S. A.; WEINBERGER, K. Q. (Ed.). *Proceedings of the Thirty-Second AAAI Conference on Artificial Intelligence, (AAAI-18), the 30th innovative Applications of Artificial Intelligence (IAAI-18), and the 8th AAAI Symposium on Educational Advances in Artificial Intelligence (EAAI-18), New Orleans, Louisiana, USA, February 2-7, 2018*. AAAI Press, 2018. p. 1527–1535. Disponível em: <<https://www.aaai.org/ocs/index.php/AAAI/AAAI18/paper/view/16982>>.

TJENG, V.; XIAO, K. Y.; TEDRAKE, R. Evaluating robustness of neural networks with mixed integer programming. In: *International Conference on Learning Representations*. [s.n.], 2019. Disponível em: <<https://openreview.net/forum?id=HyGIIdRqtm>>.