
**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ**
**IFCE *CAMPUS* MARACANAÚ**
**BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

**LEVI CORDEIRO CARVALHO**

# EXPLICAÇÕES PARA REDES NEURAIS BASEADAS EM RACIOCÍNIO ABDUTIVO

**MARACANAÚ - CE**
**2021**

**LEVI CORDEIRO CARVALHO**

# EXPLICAÇÕES PARA REDES NEURAIS BASEADAS EM RACIOCÍNIO ABDUTIVO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Ciência da Computação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará -IFCE - *Campus* Maracanaú como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Ciência da Computação. Orientador: Prof. Dr. Thiago Alves Rocha.

**MARACANAÚ - CE**
**2021**

NOME COMPLETO

# TÍTULO DO TRABALHO

Esta Monografia foi julgada adequada para obtenção do título de Licenciado em matemática e aprovada em sua forma final pelo departamento de Matemática do Instituto Federal do Ceará-*Campus* Cedro.

Aprovado em: _____ / _____ / _____

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Me. Luiz Fernando Ramos Lemos (Orientador)
IFSULDEMINAS - *Campus* Inconfidentes.

---

Prof.(a). Ma. Mikaelle Barboza Cardoso
IFCE - *Campus* Sobral

---

Prof. Dr. João Nunes de Araújo Neto
IFCE - *Campus* Cedro

## DEDICATÓRIA

À minha mãe, ...

“Astronarta libertado
Minha vida me urtrapassa
Em quarqué rota que eu faça.”

(Dois mil e um - Tom Zé)

## AGRADECIMENTOS

Graças à vida, que me deu tanto...

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnólogia do Ceará - *Campus* Cedro, todos os servidores, professores e alunos.

Não esqueça de agradecer às instituições que lhe forneceram algum tipo de financiamento ao longo da graduação!!!

## RESUMO

Resumo em português



**Palavras-chave**: Matemática. Educação. Função Afim. Função Definida por Partes. PDI.

## ABSTRACT

English abstract.



**Keywords**: Mathematics. Education. Affine Function. Picewise Function. DIP.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE CÓDIGOS

**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Introdução do tema

As redes neurais artificiais (do inglês, *Artificial Neural Network* - ANN) são utilizadas em diversas aplicações para resolução de problemas, como visão computacional, reconhecimento de fala e de padrões (LIU et al., 2017). Para que esses algoritmos alcancem um resultado satisfatório, um dos principais requisitos é realizar o treinamento da rede com o uso de um conjunto de dados que representem bem os casos do mundo real, com o objetivo de garantir a generalização do aprendizado para dados não vistos.

Apesar do grande sucesso das redes neurais, elas podem ser classificadas como um algoritmo caixa preta, sendo, basicamente, o funcionamento computado para a aquisição da resposta da ANN, dado um conjunto de entradas, não humanamente interpretável. Essa falta de explicações para o seu comportamento pode prejudicar sistemas críticos que permitem apenas uma pequena margem para falhas, como aplicações médicas e financeiras. Além disso, com o avanço de leis de proteção de dados observável em diversas regiões do mundo, como na União Europeia (COMISSÃO EUROPEIA, 2018), está ficando cada vez mais necessário disponibilizar uma explicação do que está sendo realizado com os dados dos seus respectivos donos.

Os métodos heurísticos são as principais abordagens utilizadas com o intuito de disponibilizar explicações para as saídas das redes neurais atualmente, como o LIME (RIBEIRO; SINGH; GUESTRIN, 2016) e ANCHOR (RIBEIRO; SINGH; GUESTRIN, 2018). Porém, de acordo com o trabalho de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019-b), como eles exploram o espaço da instância localmente, esses algoritmos não acarretam em respostas que possuam garantias formais, resultando em explicações que podem não ser verdadeiras para toda instância pertencente ao espaço de instâncias.

Fundamentado na importância de disponibilizar explicações decorrentes de algoritmos que carregam garantias formais, este trabalho possui o objetivo de apresentar uma abordagem baseada em lógica utilizando o raciocínio abdutivo para a aquisição de explicações para redes neurais artificiais.

## 1.2 Resumo dos artigos selecionados

O trabalho de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019-a) apresenta um algoritmo *model-agnostic*, significando que funciona em qualquer modelo desde que ele possa ser representado por um sistema de raciocínio de restrição e que consultas de implicação possam ser decididas por um oráculo. Essa abordagem utiliza o raciocínio abdutivo para computar explicações mínimas para modelos de aprendizagem de máquina com garantias formais, fornecendo explicações de cardinalidade mínima ou subconjunto mínima. A abordagem basicamente codifica um modelo $M$ de aprendizagem de máquina como um conjunto de restrições lineares $F$ em alguma teoria, a partir de um algoritmo 0-1 MILP (FISCHETTI; JO, 2018), então, dado uma instância $C$ associado com a predição $E$ tal que $C \wedge F \models E$ (equivalente à $C \models (F \rightarrow E)$), é computada a explicação mínima $C'$ (dado $C$) que é implicante principal de $F \rightarrow E$.

O artigo de Fischetti e Jo (2018) propõe um algoritmo que realiza a codificação de uma rede neural profunda como um 0-1 MILP que usa restrições de indicação para evitar o uso da notação de *Big-M*, utilizando variáveis de ativação binárias para impor as implicações lógicas. Foi realizado a modelagem de aplicações que usavam redes com ReLUs e *max/average pooling*. Esse modelo codificado em restrições lineares não é suscetível à treinamento, pois ele se torna bilinear nessa configuração. Foi realizado experimentos do algoritmo em dois problemas de aprendizagem de máquina: visualização de características e aprendizagem de máquina adversário.

O trabalho de Tjeng, Xiao e Tedrake (2019) implementa um algoritmo MILP que codifica as partes lineares (camadas que usam transformações lineares ou funções que possuam partes lineares, como ReLU e *max pooling*) de uma rede neural como restrições lineares, minimizando o número de variáveis binárias presentes no problema MILP e melhorando o condicionamento numérico. Para a formulação das funções de ativação ReLU é considerado que há 3 fases: a unidade está estavelmente inativa, estavelmente ativa e instável. Essa abordagem foi realizada na aplicação de exemplos adversariais sendo de duas a três vezes de ordem de magnitude mais rápida que o estado da arte, permitindo um aumento significativo do tamanho das redes neurais codificadas.

O artigo de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019-b) descreve os experimentos realizados que questionam as explicações de modelos de aprendizagem de máquina dadas por métodos heurísticos, que computam uma explicação explorando localmente o espaço da instância. Para realização desses experimentos é utilizado abordagens baseadas em lógica com o cálculo de implicantes principais por meio do raciocínio abdutivo, realizando os testes em *boosted trees*. Os algoritmos desenvolvidos possuem os objetivos de acessar a qualidade das explicações locais, reparar as explicações locais que são otimistas (quando existem instâncias no espaço de instâncias que a explicação

computada falha) e refinar as explicações locais que são pessimistas (quando alguma literal pertencente à explicação computada é irrelevante e pode ser descartada).

O trabalho de Katz et al. (2017) implementa o algoritmo Reluplex, um SMT *solver* para a teoria da aritmética linear real que tem o objetivo de verificar redes neurais profundas utilizando uma técnica baseada no Simplex, porém adaptada para lidar com a função de ativação não-convexa ReLU sem simplificações no seu funcionamento original, apenas permitindo que suas entradas e saídas sejam temporariamente inconsistentes e corrigidas conforme a execução do algoritmo. O Reluplex foi avaliado em 45 redes neurais profundas desenvolvidas como um protótipo inicial do sistema anti-colisão de última geração para aeronaves não tripuladas ACAS Xu.

Este trabalho é fundamentado no artigo de Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019-a), que utilizada um 0-1 MILP (FISCHETTI; JO, 2018) para a codificação da rede neural como um conjunto de restrições lineares em uma teoria, então são computadas explicações para os seus resultados com o uso do raciocínio abdutivo. A necessidade de tais explicações computadas carregando uma garantia formal é evidenciada em Ignatiev, Narodytska e Marques-Silva (2019-b). Um dos objetivos iniciais é comparar os possíveis resultados desse algoritmo utilizando diferentes MILPs e estratégias de codificação (verificação) das redes neurais, como os implementados em Tjeng, Xiao e Tedrake (2019) e Katz et al. (2017).

## 2 MOTIVAÇÃO INICIAL E JUSTIFICATIVA FUNDAMENTADA DO ESTUDO

Apresente o que motivou o estudo e a justificativa da relevância e necessidade do estudo. O Quadro 1 é uma exemplo de quadro.

Quadro 1 – LIVROS ANALISADOS

| **Referência para citar no texto** | **Título do livro** | **Autor/Autores** |
|---|---|---|
| Livro 1 | Matemática Completa | Bonjorno, Giovanni Jr e Paulo Câmara |
| Livro 2 | Matemática: Contexto e Aplicações | Luiz Roberto Dante |
| Livro 3 | Matemática | Emanuel Paiva |
| Livro 4 | Matemática: Ciência e Aplicações | Gelson Iezzi, Osvaldo Dulce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilse de Almeida |
| Livro 5 | Matemática para compreender o mundo | Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz |
| Livro 6 | Fundamentos de Matemática Elementar | Gelson Iezzi e Carlos Marukami |

Fonte: Elaborado pela autor(a).

Um exemplo de lista de itens.

Livro 1 - Neste livro, ... Ao final das seções percebemos razoável variação de exercícios resolvidos e propostos.

Livro 2 - No segundo livro, ...

Livro 3 - Nesse exemplar ...

Livro 4 - **??**), ...

Livro 5 - As autoras abordam ....

Livro 6 - Neste livro, ...

# 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresente um resumo das teorias utilizadas de forma a facilitar o acesso ao leitor do trabalho aos pré-requisitos para o entendimento do trabalho.

## 3.1 Teoria dos Registros das Representações Semióticas

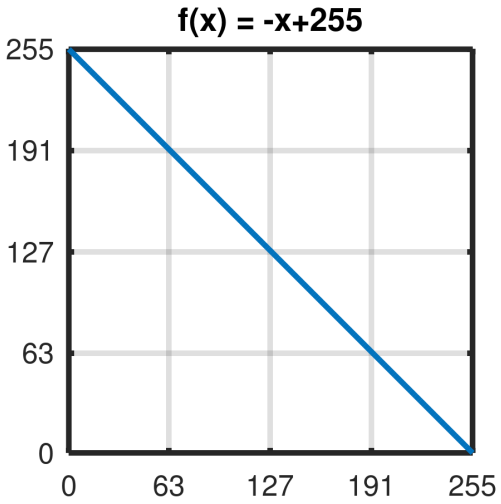
Ensinar é uma tarefa ... O psicólogo e filósofo Raymond Duval, desenvolveu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica - (TRRS)...

A *conversão* para **??**) é (exemplo de citação):

> [...] a conversão de uma representação se refere às operações em que o registro inicial é transformado em outro registro; por essa razão, é considerada como uma "transformação externa". Por exemplo, ao utilizarmos a linguagem algébrica para representar a frase "o dobro de um número resulta em oito", estamos realizando uma conversão do registro dado na língua natural para o registro dado na linguagem algébrica (**??**, p. 6).

Exemplo de figura.

Figura 1 — Representação gráfica da função afim




Fonte: Elaborada pelo autor

Assim, a Figura 1..

## 3.2 Exemplo de seção.

**??**, p. 81), define Função como:

**Definição 3.1** *Dado dois conjuntos A e B, não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida em A com imagens em B se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x,y) \in f$.*

$$f \quad aplicado \ de \ A \ em \ B \iff (\forall \ x \in A, \ \exists \ |y \in B| \ (x,y) \in f) \tag{3.1}$$

### *3.2.1 Exemplo de subseção*

**??**, p. 100), define função afim como:

**Definição 3.2** *Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ com $a \neq 0$ e cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $(a \cdot x + b) \in \mathbb{R}$.*

$$f(x) = a \cdot x + b \quad com \quad (a \neq 0) \tag{3.2}$$

### *3.2.2 Imagem da função afim*

**??**, p. 105) diz que:

reta permitindo a análise de que todos os valores de $y$ estão relacionados com $x$.

### *3.2.3 Zero da função*

Vejamos que $f(x)$ é crescente pois na medida que os valores em $x$ vão aumentando, as suas respectivas imagens também crescem.

### *3.2.4 Exemplo de subseção*

**??**, p. 118), resume em:

A função afim:

$$f(x) = a \cdot x + b \; anula - se \; para \; x = -\frac{b}{a}. \tag{3.3}$$

Para $x > -\frac{b}{a}$, temos:

$$\begin{cases} se \; a > 0 \; então \; f(x) = a \cdot x + b > 0 \\ se \; a < 0 \; então \; f(x) = a \cdot x + b < 0 \end{cases} \tag{3.4}$$

Isto é, $x > -\frac{b}{a}$ a função $f(x) = a \cdot x + b$ tem sinal de a.

Para $x < -\frac{b}{a}$, temos:

$$\begin{cases} se \; a > 0 \; então \; f(x) = a \cdot x + b < 0 \\ se \; a < 0 \; então \; f(x) = a \cdot x + b > 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

Isto é, para $x < -\frac{b}{a}$ a função $f(x) = a \cdot x + b$ tem o sinal de '-a' (sinal contrário ao de a ).

Exemplo de função definida por partes:

**Exemplo 3.1** *Seja* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definida por:*

$$f(x) = \begin{cases} x & se \quad 0 \leq x \leq 128 \\ 128 & se \quad 128 \leq x \leq 256 \\ x - 128 & se \quad c.c \end{cases} \tag{3.6}$$

## 3.3 Outra seção

Exemplo de código.

Código 1 – Método da Bisseção

```
function xm=mb(f,xp,xn) % metodo da bissecao para zero de funcoes
  xm=(xp+xn)/2;
  y=f(xm);
  while(abs(y)>0.01) % enquanto |y|>ep -> laco de repeticao
    if(y>0) % se y maior que 0
      xp=xm;
    else % senao
      xn=xm;
    end
    xm=(xp+xn)/2;
    y=f(xm);
  end
end
```

Fonte: Elaborada pela autor(a) (GNU Octave)

# 4 ABORDAGEM AO PROBLEMA

Apresente a sua proposta de abordagem ao problema ou discussão da questão do trabalho monográfico.

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresente suas considerações finais.

**ANEXO A Apêndice**

## ANEXO A.1 Texto auxiliar do trabalho

O apêndice deve ser autoral, textos externos devem ser colocados como anexo.

# REFERÊNCIAS

COMISSÃO EUROPEIA. *Reforma de 2018 das regras de proteção de dados da UE*. 2018. Disponível em: <https://ec.europa.eu/commission/sites/beta-political/files/data-protection-factsheet-changes_en.pdf>.

FISCHETTI, M.; JO, J. Deep neural networks and mixed integer linear optimization. *Constraints*, v. 23, p. 296–309, Jul. 2018. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10601-018-9285-6>.

IGNATIEV, A.; NARODYTSKA, N.; MARQUES-SILVA, J. Abduction-based explanations for machine learning models. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, v. 33, n. 01, p. 1511–1519, Jul. 2019-a. Disponível em: <https://ojs.aaai.org/index.php/AAAI/article/view/3964>.

IGNATIEV, A.; NARODYTSKA, N.; MARQUES-SILVA, J. On validating, repairing and refining heuristic ML explanations. *CoRR*, abs/1907.02509, 2019–b. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1907.02509>.

KATZ, G. et al. Reluplex: An efficient SMT solver for verifying deep neural networks. In: *Computer Aided Verification*. Springer International Publishing, 2017. p. 97–117. Disponível em: <https://doi.org/10.1007\%2F978-3-319-63387-9_5>.

LIU, W. et al. A survey of deep neural network architectures and their applications. *Neurocomputing*, v. 234, p. 11–26, 2017. ISSN 0925-2312. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231216315533>.

RIBEIRO, M. T.; SINGH, S.; GUESTRIN, C. "why should i trust you?": Explaining the predictions of any classifier. In: *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2016. (KDD '16), p. 1135–1144. ISBN 9781450342322. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/2939672.2939778>.

RIBEIRO, M. T.; SINGH, S.; GUESTRIN, C. Anchors: High-precision model-agnostic explanations. In: MCILRAITH, S. A.; WEINBERGER, K. Q. (Ed.). *Proceedings of the Thirty-Second AAAI Conference on Artificial Intelligence, (AAAI-18), the 30th innovative Applications of Artificial Intelligence (IAAI-18), and the 8th AAAI Symposium on Educational Advances in Artificial Intelligence (EAAI-18), New Orleans,*

*Louisiana, USA, February 2-7, 2018*. AAAI Press, 2018. p. 1527–1535. Disponível em: <https://www.aaai.org/ocs/index.php/AAAI/AAAI18/paper/view/16982>.

TJENG, V.; XIAO, K. Y.; TEDRAKE, R. Evaluating robustness of neural networks with mixed integer programming. In: *International Conference on Learning Representations*. [s.n.], 2019. Disponível em: <https://openreview.net/forum?id=HyGIdiRqtm>.