UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

Cinemática de Robots.

Chagoya de la Cruz Levi Hazael.

Ingeniería Mecatrónica.

Tarea 6. Resumen.

Mtro. Enrique Moran Garabito.

UPZMG.

8B.TM.

MODELO DIFERENCIAL MATRIZ JACOBIANA.

El modelado cinemático de un robot busca las relaciones entre las variables articulares y la posición (expresada normalmente en forma de coordenadas cartesianas) y orientación del extremo del robot (expresada como matrices de rotación.

En esta relación no se tienen en cuenta las fuerzas o pares que actúan sobre el robot (actuadores, cargas, fricciones, etc.) y que pueden originar el movimiento del mismo. Sin embargo, sí incumbe a la cinemática del robot el conocer la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las de la posición y orientación del extremo, o lo que es equivalente, el efecto que un movimiento diferencial de las variables articulares tiene sobre las variables en el espacio de la tarea. Esta relación queda definida por el modelo diferencial. Mediante él, el sistema de control del robot puede establecer qué velocidades debe imprimir a cada articulación (a través de sus respectivos actuadores) para conseguir que el extremo desarrolle una trayectoria temporal concreta, por ejemplo, una línea recta a velocidad constante.

Jacobina analítica relaciones articulares.

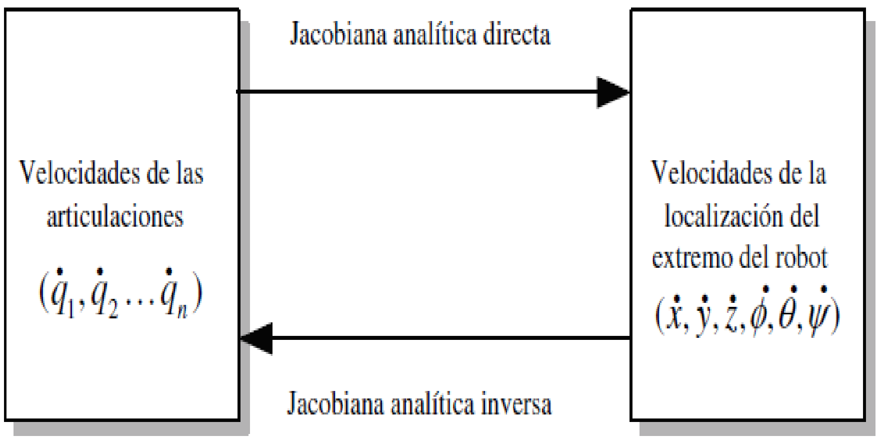

Figura 4.14. Jacobiana analítica directa e inversa.

El método más directo para obtener la relación entre velocidades articulares y del extremo del robot consiste en diferenciar las ecuaciones correspondientes al modelo cinemático directo.

Así, supónganse conocidas las ecuaciones que resuelven el problema cinemático directo de un robot de n GDL:

$$x = f_x(q_1, \ldots, q_n) \qquad y = f_y(q_1, \ldots, q_n) \qquad z = f_z(q_1, \ldots, q_n)$$

$$\phi = f_\phi(q_1, \ldots, q_n) \qquad \theta = f_\theta(q_1, \ldots, q_n) \qquad \psi = f_\psi(q_1, \ldots, q_n)$$

Si se derivan con respecto al tiempo ambos miembros del conjunto de ecuaciones anteriores, se tendrá:

$$\dot{x} = \sum_{1}^{n} \frac{\partial f_x}{\partial q_i}\dot{q}_i \qquad \dot{y} = \sum_{1}^{n} \frac{\partial f_y}{\partial q_i}\dot{q}_i \qquad \dot{z} = \sum_{1}^{n} \frac{\partial f_z}{\partial q_i}\dot{q}_i$$

$$\dot{\phi} = \sum_{1}^{n} \frac{\partial f_\phi}{\partial q_i}\dot{q}_i \qquad \dot{\theta} = \sum_{1}^{n} \frac{\partial f_\theta}{\partial q_i}\dot{q}_i \qquad \dot{\psi} = \sum_{1}^{n} \frac{\partial f_\psi}{\partial q_i}\dot{q}_i$$

O expresando de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_a \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \mathbf{J}_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_\psi}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial f_\psi}{\partial q_n} \end{bmatrix}$$

Jacobina Geométrica.

La Jacobiana analítica presentada en el epígrafe anterior relaciona las velocidades de las articulaciones con la velocidad de variación de la posición y orientación del extremo del robot.

Otra posible relación de interés es la que se establece entre las velocidades articulares y la velocidad lineal (**v**) y angular (**w**) del extremo del robot expresadas habitualmente en el sistema de referencia de la base del robot $\{S_0\}$.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

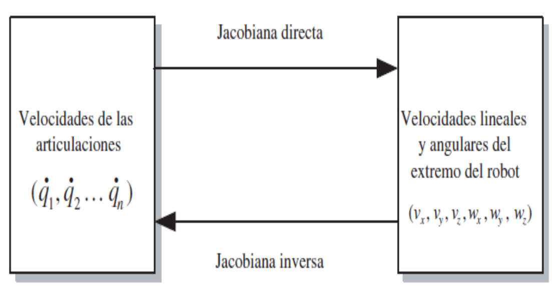

Figura 4.16. Jacobiana geométrica directa e inversa.

Obtención numérica de la Jacobiana Geométrica.

Existen diferentes procedimientos que permiten la obtención numérica de la Jacobiana a partir de la información contenida en las matrices **A** que definen el modelo cinemático.

Debe considerarse que, puesto que las matrices tienen, para un robot determinado, una expresión genérica función de q_i (tomando un valor numérico concreto para un valor numérico de q_i) estos procedimientos pueden ser aplicados tanto de manera analítica, para obtener la expresión general de la Jacobiana, como numérica, para la obtención del valor instantáneo de la Jacobiana en una posición concreta del robot.

Jacobiana Inversa.

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa, que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo. En la obtención de las relaciones inversas pueden emplearse diferentes procedimientos.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = \mathbf{J}_a^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix}$$

Cinemática Inversa.

El objetico del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot q= [q1, q2] para que su extremos se posicione y oriente según una determinada localización espacial (p, [n,0a]).

Así cómo es posible abordar el problema cinemático directo de una manera sistemática a partir de la utilización de matrices de transformación homogénea, e independientes de la configuración del robot, no ocurre lo mismo con el problema cinemático inverso, siendo el procedimiento de obtención de las ecuaciones fuertemente dependientes de la configuración del robot.

Chagoya de la Cruz Levi Hazael. Cinematica de Robots

Modelado Diferencial. Matriz Jacobiana

El modelo cinematico de un robot busca las relaciones entre variables articulares y la posición (expresada normalmente en forma de coordenadas cartesianas) y orientación del extremo del robot. (expresada como matrices de rotación, ángulos Euler. En esta relación no se tiene encuenta las fuerzas o pares que actúan sobre el robot (actuadores, cargas, fricciones, etc) y que pueden originar el movimiento del mismo. Sin embargo, si incumbe a la cinematica del robot el conocer la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las de la posición y orientación del extremo, o lo que es equivalente, el efecto que un movimiento diferencial de las variables articulares tiene sobre el variables en el espacio de la tarea.

El modelo diferencial queda concretado en la denominada matriz jacobiana. En general la matriz jacobiana de un robot, relaciona el vector de velocidades articulares ($\dot{q}_1, \dot{q}_2 \cdot \dot{q}_3$) con otro vector de velocidades expresado en un espacio distinto. Existen diferentes posibilades a la hora de seleccionar este espacio. Una primera elección es la de considerar la relación con las velocidades de la localización del extremo del robot, siendo esta la posición y orientación expresada en base en sus coordenadas cartesianas y en sus angulos Euler.

Jacobiana Analítica
La jacobiana analitica relaciones articulares.