

# Aberraciones del frente de onda

Walter Torres, Alejandro Vélez

Óptica de Fourier y procesamiento de la información

22 de mayo de 2021

Semestre 2021-1

Instituto de Física, Universidad de Antioquia

# Contenido

- Introducción
- Función aberración de onda
- Descripción 1: funciones de Seidel
- Descripción 2: polinomios de Zernike
- Función de punto extendido (Caso aberrado)
- Función de transferencia de la modulación (Caso aberrado)
- Muestreo del frente de onda

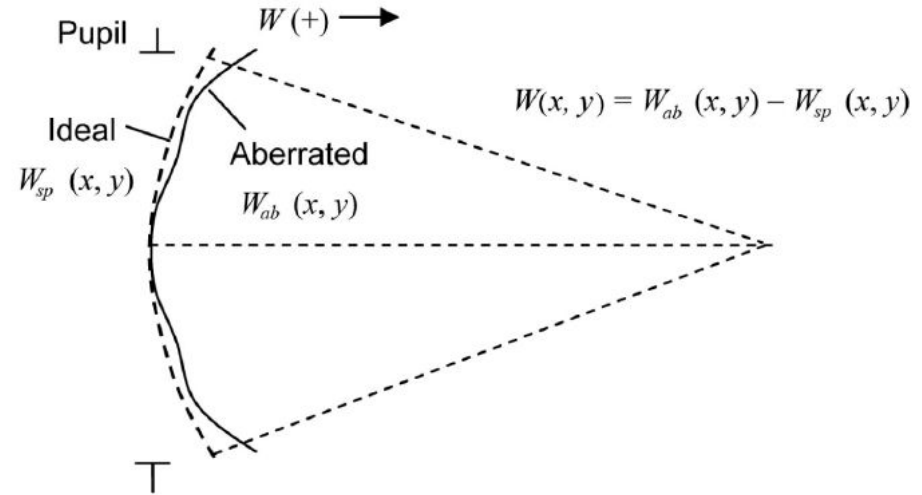
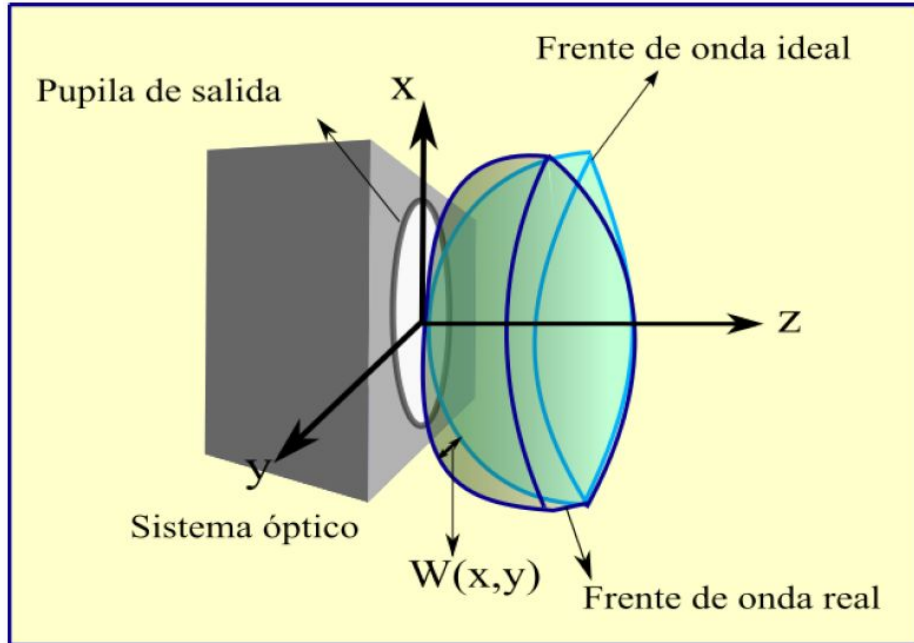
# Aberraciones ópticas

En general, la calidad de un sistema óptico puede disminuir debido a tres causas: la difracción, la dispersión de la luz y las aberraciones ópticas. El efecto combinado de todas ellas deriva en una baja calidad en la formación de imagen del sistema. Entre las tres, la de mayor impacto son las aberraciones ópticas, pues están ligadas directamente a la calidad de los elementos ópticos usados en los sistemas ópticos.



# Aberraciones ópticas

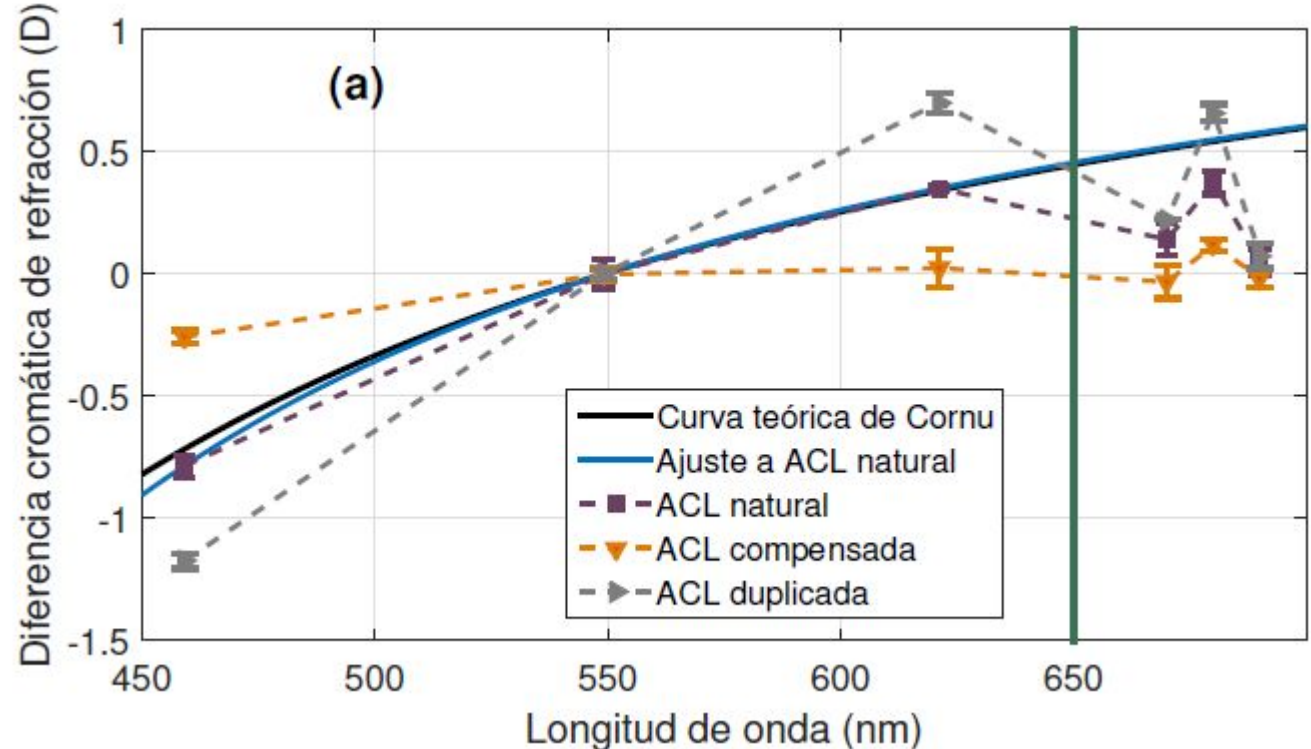
Las aberraciones ópticas se definen como la desviación de un frente de onda real respecto a un frente de onda ideal asumido como un frente de onda esférico.



# Función aberración de onda

La función aberración de onda  $W(x,y)$  es la expresión matemática que representa la diferencia entre los frentes de onda real e ideal. La base que se use para expandir dicho frente de onda en series de potencias de las coordenadas  $x$  y  $y$  en el plano de pupila del sistema óptico, debe ser siempre en el plano de la pupila.

Otro tipo de aberración cromática de los sistemas ópticos es la aberración cromática longitudinal, ocasionando que los rayos de diferentes longitudes de onda se enfoquen en planos y con distinta intensidad.

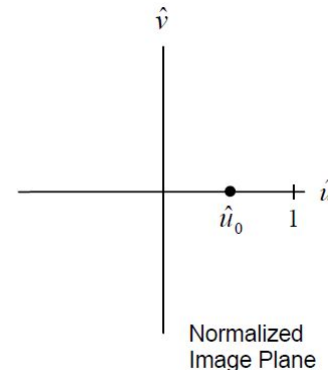
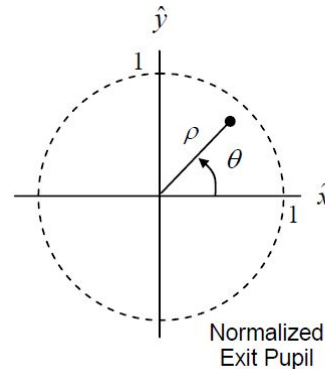


# Descripción 1 de $W(x,y)$ : aberraciones de Seidel

Asumamos un sistema óptico con simetría rotacional, es posible realizar una expansión en series de potencias de  $W(x,y)$  como

$$W(\hat{u}_0; \rho, \theta) = \sum_{j, m, n} W_{k l m} \hat{u}_0^k \rho^l \cos^m \theta; \quad k = 2j + m, \quad l = 2n + m$$

donde  $\rho$  es la coordenada radial normalizada al radio de pupila,  $\theta$  es el ángulo respecto al eje  $x$  y  $\hat{u}_0$  es la altura normalizada al mayor radio en el plan imagen



# Descripción 1 de $W(x,y)$ : aberraciones de Seidel

Los  $W_{klm}$  representan los coeficientes de la expansión. Cuando se cumple  $k+l=4$  se habla de las aberraciones primarias de Seidel que corresponden a la aberración esférica, el coma, el astigmatismo, la curvatura de campo (desenfoque) y distorsión. Esta descripción expresa una reconstrucción modal

**Table 8.1** Seidel aberrations.

Aberration	Coefficient	$W(x,y)$ term
Defocus	$W_d$	$W_d (\hat{x}^2 + \hat{y}^2)$
Spherical	$W_{040}$	$W_{040} (\hat{x}^2 + \hat{y}^2)^2$
Coma	$W_{131}$	$W_{131} \hat{u}_0 (\hat{x}^2 + \hat{y}^2) \hat{x}$
Astigmatism	$W_{222}$	$W_{222} \hat{u}_0^2 \hat{x}^2$
Field curvature	$W_{220}$	$W_{220} \hat{u}_0^2 (\hat{x}^2 + \hat{y}^2)$
Distortion	$W_{311}$	$W_{311} \hat{u}_0^3 \hat{x}$

# Descripción 1 de $W(x,y)$ : aberraciones de Seidel

Las aberraciones de Seidel en general dependen de la altura de la imagen formada por el sistema óptico, y al ser  $W(x,y)$  una diferencia de camino óptico, expresan una diferencia de fase, es decir, la información de las aberraciones de un sistema siempre se codifican en la fase. De este modo, la función de pupila de un sistema aberrado se cuantifica como

$$P(\hat{u}_0, \hat{v}_0; x, y) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{w_{XP}}\right) \exp\left[-jkW\left(\hat{u}_0, \hat{v}_0; \frac{x}{w_{XP}}, \frac{y}{w_{XP}}\right)\right]$$

Y la función de transferencia (coherente):

$$H(\hat{u}_0, \hat{v}_0; f_U, f_V) = P(\hat{u}_0, \hat{v}_0; -\lambda z_{XP} f_U, -\lambda z_{XP} f_V)$$



# Descripción 1 de $W(x,y)$ : aberraciones de Seidel

Para iluminación incoherente se mantiene la expresión

$$\mathcal{H}(\hat{u}_0, \hat{v}_0; f_U, f_V) = H(\hat{u}_0, \hat{v}_0; f_U, f_V) \star H(\hat{u}_0, \hat{v}_0; f_U, f_V) \Big|_{\text{norm}}$$

Y sigue cumpliendo que la frecuencia de corte es

$$2f_o \leq f_N$$

$$2f_o = 2w_{XP} / (\lambda z_{XP}) = 1 / [\lambda(f\#)] \text{ and } f_N = 1 / (2\Delta u)$$

# Descripción 2 de $W(x,y)$ : Polinomios de Zernike

Aunque las aberraciones de Seidel son ampliamente usadas en diseño de elementos ópticos, por lo general cuando se habla de sensado de frentes de onda es más útil usar una descomposición de  $W(x,y)$  en una base de polinomios distinta, llamada Polinomios de Zernikes.

Los polinomios de Zernike están definidos en un círculo unitario, son una base infinita y ortonormal. La ventaja en su uso es que en principio todos los términos son independientes y no existen acoples (como sí ocurre en las aberraciones de Seidel), además la forma de la varianza es más fácil de calcular y de interpretar que otras bases que se usan para describir la función aberración de onda. También, pueden usarse para sistemas sin simetrías rotacionales y con pupilas elípticas, anulares, entre otras.

# Descripción 2 de $W(x,y)$ : Polinomios de Zernike

Los polinomios de Zernike se definen como

$$W(\theta, \rho) = \sum_n \sum_{m=-n}^n c_{nm} Z_n^m(\theta, \rho)$$

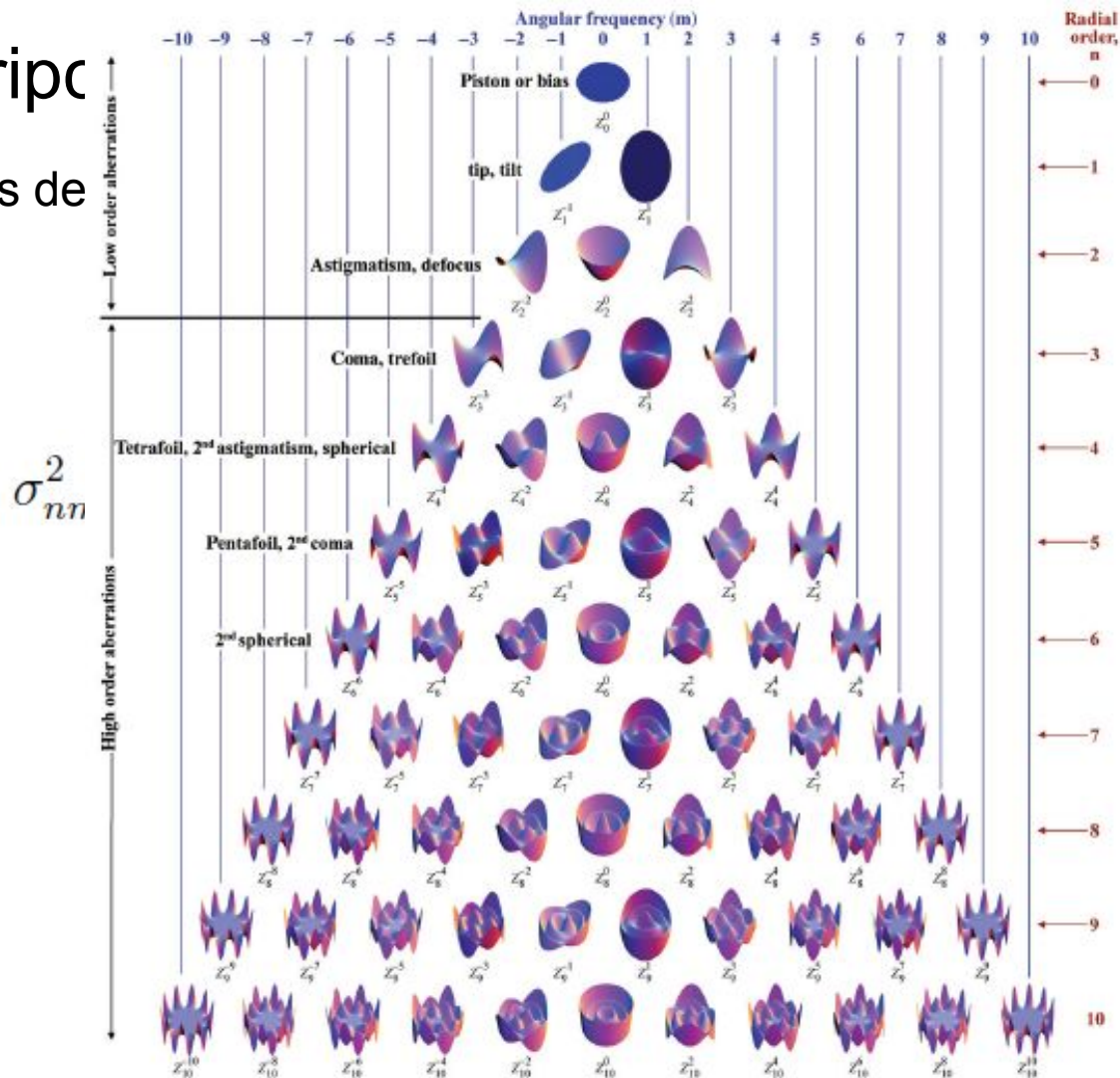
$$Z_n^m(\theta, \rho) = [2(n+1)/(1+\delta_{m0})]^{1/2} R_n^m(\rho) \cos(m\theta)$$

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! (\frac{n+m}{2} - s)! (\frac{n-m}{2} - s)!} \rho^{n-2s}$$

# Descript

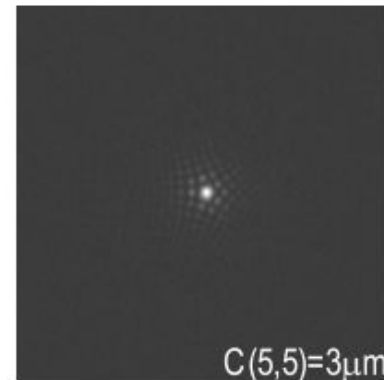
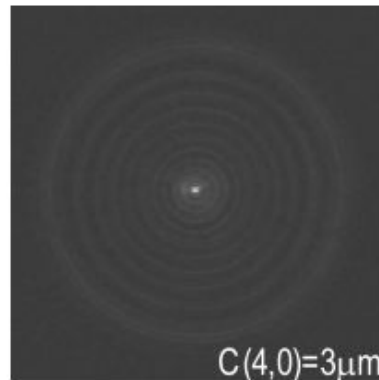
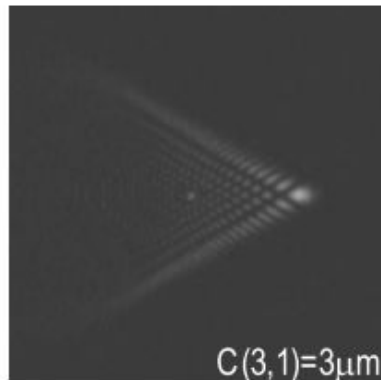
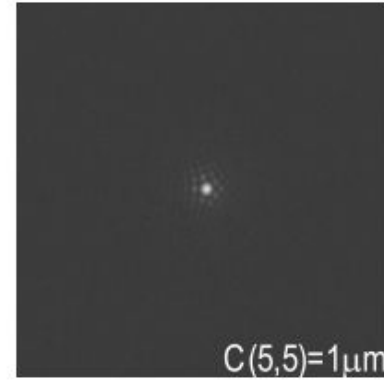
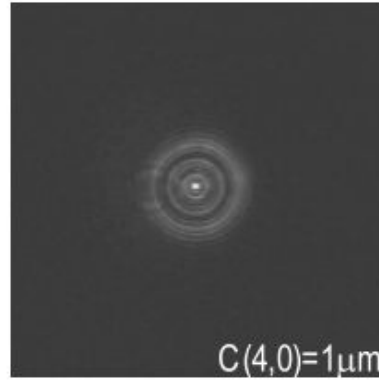
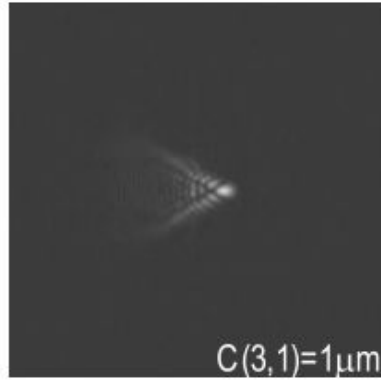
## Los polinomios de

## ernike



# Descripción 2 de $W(x,y)$ : Polinomios de Zernike

Algunas PSF de los polinomios de Zernike



# Muestreo de un frente de onda aberrado

Ya que la función de aberración de onda está en la fase de la función de pupila generalizada, se debe aplicar un criterio de muestreo para esta nueva fase, así, si se permite máximo un cambio de  $\pi$  sobre para dos muestras consecutivas, se requiere el cumplimiento de

$$\Delta \hat{x} k \left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{x}} \right|_{max} \leq \pi, \quad \text{and} \quad \Delta \hat{y} k \left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{y}} \right|_{max} \leq \pi$$

Para la aberración desenfoque de Seidel en un punto sobre el eje óptico, se debe cumplir que

$$\left| \frac{\partial W(\hat{x}, \hat{y})}{\partial \hat{x}} \right|_{max} = 4W_{040}$$

# Formación de imagen con un sistema aberrado

En el caso más simple (y más común) se puede asumir que un sistema óptico es isoplanático, o isoplanático por parches. En este caso, se puede asumir que las aberraciones se registran en una región muy pequeña de tal forma que se puede aplicar la aproximación de convolución, en lugar de la integral de superposición.

Cuando esto no se puede asumir se debe considerar que

$$I_i(\hat{u}_0, \hat{v}_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_g(u, v) |h(\hat{u}_0, \hat{v}_0; u, v)|^2 du dv$$

# Formación de imagen con un sistema aberrado

Dando como resultado una imagen

