# Simulación de coherencia parcial

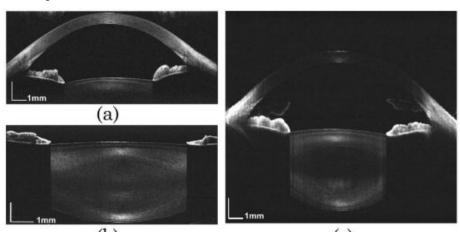
Walter Torres, Alejandro Vélez Óptica de Fourier y procesamiento de la información 12 de junio de 2021 Semestre 2021-1 Instituto de Física, Universidad de Antioquia

### Contenido

- Introducción
- Coherencia temporal parcial
- Ejemplo de coherencia temporal: interferómetro y longitud de coherencia
- Coherencia temporal parcial
- Ejemplo de coherencia espacial

# Iluminación parcialmente coherente

La coherencia expresa la cantidad de correlación entre dos puntos del campo óptico separados espacialmente, o un solo punto evaluado en dos tiempos distintos. Entre las aplicaciones más destacadas de campos con baja coherencia se tiene la tomografía de coherencia óptica (OCT) que ha permitido la reconstrucción tridimensional de diferentes estructuras, por ejemplo, del ojo humano. Es útil en el diagnóstico de patologías como glaucoma, permitiendo medidas rápidas, en vivo y sin necesidad de contacto.

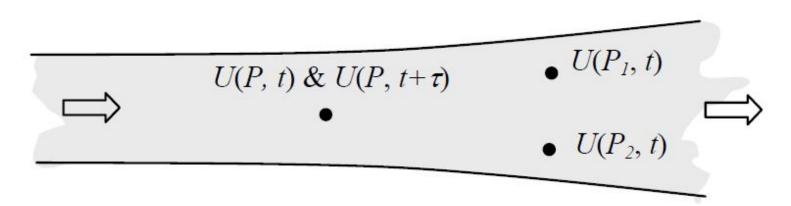


# Iluminación parcialmente coherente

Existen dos tipos de coherencia: temporal y espacial. Ambas se describen con funciones distintas, dígase: grado complejo de coherencia  $|\gamma_{12}(\tau)|$  y el grado de coherencia mutua.

Temporal: es la correlación en un punto P del campo separado un tiempo τ

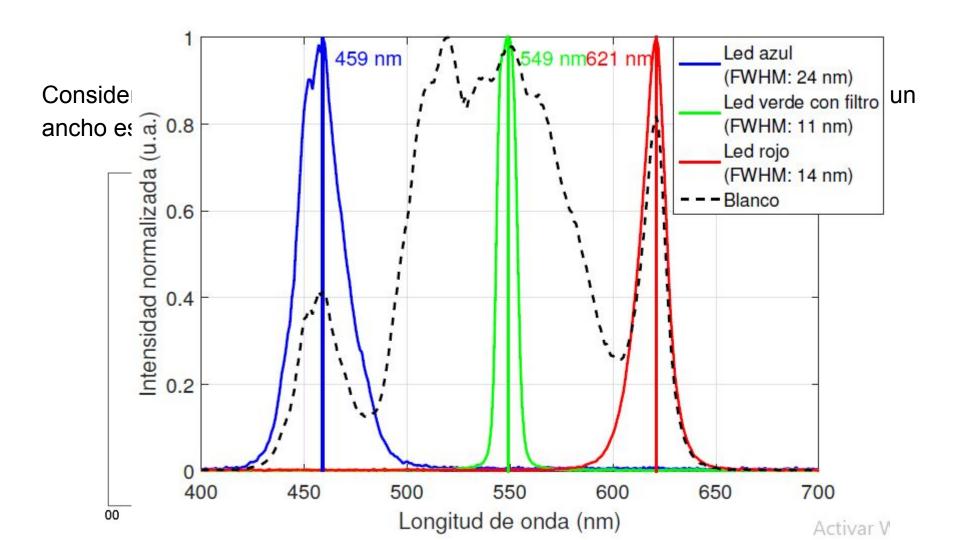
Espacial: es la correlación de campos complejos en el mismo tiempo pero en diferentes puntos: P<sub>1</sub> y P<sub>2</sub>



## Iluminación parcialmente coherente

La teoría de coherencia es en realidad un campo asociado a la óptica estadística, la cual tiene un grado de complejidad mayor al curso actual, por lo que solo se asumirá la aproximación para obtener simulaciones con iluminación parcialmente coherente temporal y espacialmente, en particular, para la simulación de interferómetros.

En particular, se parte del hecho de que la luz parcialmente coherente es la superposición de la intensidad de campos coherentes sin correlación entre sí. Esto implica que las simulaciones se basan en la propagación de campos coherentes individuales y posteriormente en la suma de las intensidades obtenidas por estos campos.



Si el ancho de la fuente (en frecuencia) es  $\Delta v$  y la frecuencia central es  $v_0$ , entonces una fuente cuasi monocromática cumple que  $\Delta v << v_0$ .

En general la densidad espectral de potencia de una fuente de cuenta de la contribución al campos óptico en cada longitud de onda, o frecuencia. Para una fuente cuasi monocromática esta función de densidad espectral puede ser modelada como una función Gaussiana

$$\hat{S}(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi b}} \exp \left| -\frac{\left(\nu - \nu_0\right)^2}{b^2} \right|$$

donde b es parámetro de ancho y vo es la frecuencia central.

A partir de la anterior expresión es posible obtener el ancho espectral, el cual se define como el ancho a la mitad de la altura (FWHM) de la función anterior, el cual es

$$b = \frac{\Delta v}{2\sqrt{\ln 2}}$$

¿Cómo se describe la coherencia? A partir del grado complejo de coherencia, definido como

$$\Gamma_{12}(\tau) = U_1(t)U_2^*(t+\tau), \qquad \gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} \qquad V = 2\left|\gamma_{12}^{(r)}(\tau)\right| \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)}$$

Para la coherencia temporal:

$$\Gamma_{11}(\tau) = U_1(t) \cdot U_1^*(t+\tau)$$
  $\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{11}(\tau)}{I_1}$ 

Existe una relación entre el grado complejo de coherencia y la densidad espectral, dada por

$$\gamma(\tau) = \int_{0}^{\infty} \hat{S}(\nu) \exp(-j2\pi\nu\tau) d\nu$$

Es decir,

$$\gamma(\tau) = \exp \left| -\left(\frac{\pi \Delta \nu \tau}{2\sqrt{\ln 2}}\right)^2 \right| \exp(-j2\pi \nu_0 \tau) \qquad 0 \le |\gamma(\tau)| \le 1$$

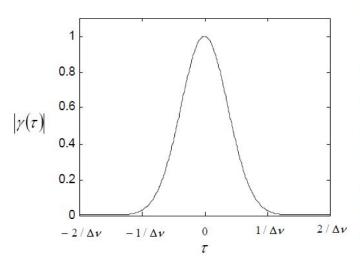
$$0 \le |\gamma(\tau)| \le 1$$

Experimentalmente lo que realmente interesa es el tiempo de coherencia (o mejor, la longitud de coherencia). El tiempo de coherencia se define como el valor de t cuando el módulo del grado complejo de coherencia ha caído a un valor de 0.664, es decir

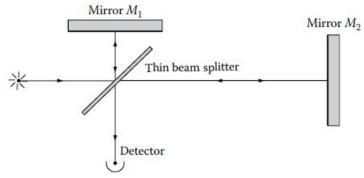
$$\tau_c = \frac{0.664}{\Delta v}$$

Si se supone un campo parcialmente coherente viajan en el vacío, entonces la longitud de coherencia de la fuente es

$$\ell_c = c\tau_c$$

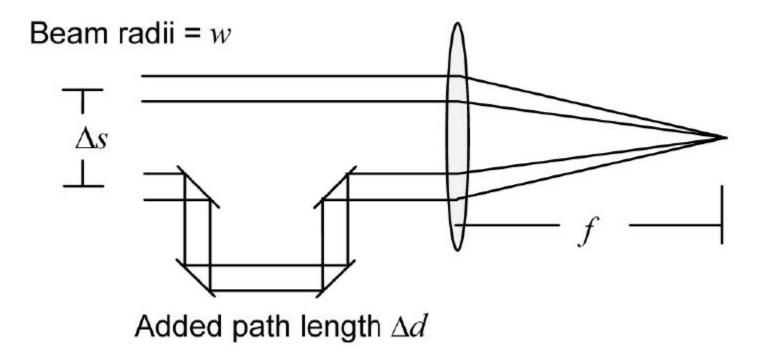


LIGHT SOURCE	WAVELENGTH	COHERENCE LENGTH
White light <sup>a</sup>	White light	2 μm
Sodium doublet	589 nm	0.6 mm
Laser diode (multimode)	650 nm	0.8 mm
Ion argon	488/515 nm	20 mm
Gas discharge spectral line	656.3 nm	15–30 cm
He–Ne laser (multimode)	632.8 nm	20–80 cm
GaAlAs laser (single mode)	670–905 nm	3 m
He–Ne laser (single mode)	632.8 nm	20–200 m



Aproximaciones para la simulación: Consideremos que cada componente espectral de la fuente genera un patrón de intensidad independiente, luego el patrón total será la superposición de estos:

Para ver los efectos de la coherencia espacial parcial se debe inducir una diferencia de tiempo entre dos puntos, esto se puede hacer a través de un interferómetro.



Para una fuente puntual, existe una alta correlación del campo en dos puntos distintos del frente de onda generado por la fuente, medidos en un mismo tiempo. Sin embargo, para una fuente extendida, pensada como una colección de fuentes puntuales, en general sin correlación entre ellas, se presenta una radiación aproximadamente independiente, y en dos puntos del frente de onda, se puede notar una baja correlación medida en un mismo tiempo.

- Si el campo es afectado aleatoriamente en el tiempo a lo largos de diferentes caminos de propagación, la coherencia espacial decrece
- Para campos que viajan grandes distancias, se presenta un aumento en la coherencia espacial (Teorema de VanCitter-Zernike)

Así como se definió el grado complejo de autocoherencia para el caso temporal, se puede definir el grado complejo de coherencia mutua, donde

$$\Gamma_{12}(0) = U_1(t) \cdot U_2^*(t)$$
  $\gamma_{12}(0) = \frac{\Gamma_{12}(0)}{\sqrt{I_1 I_2}}$   $V = \left| \gamma_{12}^{(r)}(0) \right| I$ 

Es decir, de nuevo la visibilidad de las franjas expresa la cantidad de coherencia que tiene una fuente.

En el libro de Volez al grado complejo de coherencia mutua se le denota por

$$0 \le \left| \mu_{12} \right| \le 1$$

Para la simulación se propone el campo U(x,y) coherente con una máscara que denote el rompimiento de la coherencia temporal, por ejemplo, la función de fase asociada a un vidrio esmerilado rotante

$$U(x, y;t) = U_0(x, y)t_A(x, y;t)$$

Es posible demostrar que 
$$R(x', y') = \langle t_A(x + x', y + y'; t) t_A^*(x, y; t) \rangle$$

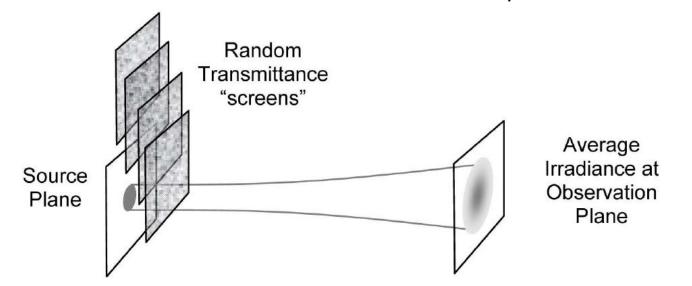
$$\mu_{12} = \frac{R(x', y')}{R(0,0)}$$
  $R(x', y') = \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{\ell_{cr}^2}\right)$ 

I<sub>cr</sub> es una medida de la longitud de coherencia transversal

Para la simulación se propone

$$t_A(x, y) = \exp[j\phi(x, y)]$$

Donde ø es una función aleatoria de fase denominada pantalla de fase.



Como en el ejemplo de coherencia temporal, supongamos que la función es coherente hasta una separación entre dos puntos de la fuente extendida que cumple que el grado complejo de coherencia mutua es 0.677:

$$|\mu_{12}| = \exp(-\Delta s^2 / \ell_{cr}^2) = 0.677$$