

# Procesadores ópticos coherentes

Walter Torres, Alejandro Vélez  
Óptica de Fourier y procesamiento de la información  
31 de mayo de 2021  
Semestre 2021-1  
Instituto de Física, Universidad de Antioquia

# Contenido

- Introducción
- Operaciones básicas con iluminación coherente
- Correlador 4F
- Correlador de transformada conjunta
- Aplicaciones de los correladores
- Detección de patrones
- Restauración de imágenes
- Ejemplos

# Introducción

Los sistemas ópticos con iluminación coherente ofrecen la posibilidad de preservar la información de fase y amplitud, lo que los hace posible múltiples operaciones como la adición y sustracción de campos por información por medio de interferencia, la correlación de datos complejos y las transformaciones de Fourier, Fresnel y otras transformaciones lineales canónicas. Estas características hace a los sistemas coherentes atractivos en diversas aplicaciones de análisis de señales, imágenes y fenómenos periódicos, desde identificación de patrones hasta análisis de señales sísmicas y de radar.

A continuación, veremos algunos de los sistemas básicos de procesamiento de la información, y sus posibles aplicaciones.

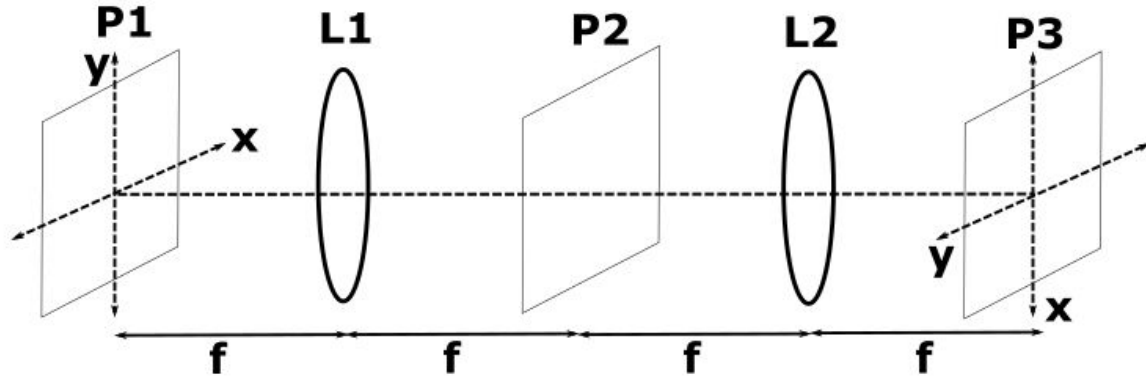
# Operaciones básicas

- Suma y resta de campos: Las ondas coherentes interfieren naturalmente. Para sumar dos ondas se registra su interferencia en un plano, para restar se causa un retraso de  $\pi$  radianes en una de las ondas y se registra la interferencia con la otra.
- Transformada de Fourier: Como vimos en clases pasadas, en el foco imagen de una lente se obtiene la transformada de Fourier del campo en foco objeto.
- Multiplicación y división: Un campo que se propaga por una transmitancia da lugar al producto del campo inicial por la transmitancia. Si la transmitancia contiene la información de otro campo o su inversa da lugar al producto o a la división de campos.

# Sistema 4F

Uno de los primeros sistemas de procesamiento óptico es el llamado 4F, que se ve en la figura. Si en P1 tenemos nuestro campo de entrada complejo  $g(x,y)$ , en P2 debido a la primera lente tendremos su TF,  $G(f_x, f_y)$ . Si en este plano ubicamos una transmitancia compleja  $H(f_x, f_y)$ , obtendremos el producto  $G(f_x, f_y)H(f_x, f_y)$ . Tras la FT de la segunda lente finalmente obtenemos

$$s(x, y) = g(-x, -y) \otimes h(-x, -y)$$



Debido a que la función  $H$  altera la forma del espectro de  $g$ , en este contexto se le conoce como filtro, y será la función de transferencia del sistema óptico. Como el resultado final es una correlación, este sistema también se conoce como correlador 4F.

# Restricciones de los sistemas 4F

- Al ser un sistema que realiza la transformada de Fourier óptica, la extensión del campo de entrada y del filtro  $H$  está limitada por la pupila de las lentes.
- Para evitar efectos de viñeteo (pérdida de luz en la periferia del plano de salida) se recomienda procesar campos al menos de la mitad del tamaño de las pupilas de las lentes.
- Para la simulación computacional de estos sistemas, aplican las condiciones de muestreo de la transformada rápida de Fourier.
- La salida del sistema será invertida debido al uso de dos transformaciones de Fourier sucesivas.
- Para obtener el resultado deseado se requiere una alineación muy cuidadosa entre los planos involucrados, dificultando la implementación experimental.
- El diseño de filtros complejos requiere métodos holográficos que limitan las aplicaciones del sistema.

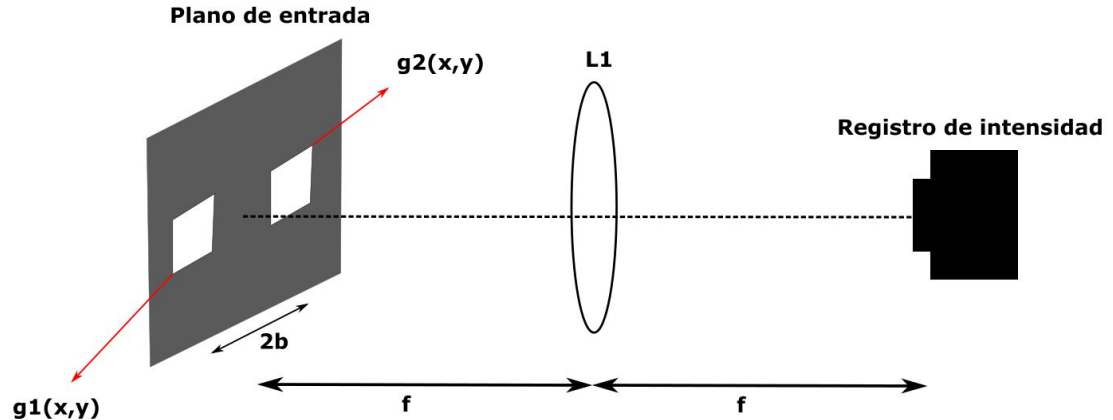
# El correlador de transformada conjunta

El correlador de transformada conjunta (JTC por sus siglas en ingles) consiste en un plano de entrada, en el cual hay dos ventanas, separadas una distancia  $2b$ . El plano de entrada es

$$f(x, y) = g_1(x, y) \otimes \delta(x - b, y) + g_2(x, y) \otimes \delta(x + b, y)$$

Tras una FT por la lente, en el plano de salida tenemos

$$F(f_x, f_y) = G_1(f_x, f_y)e^{-2i\pi f_x b} + G_2(f_x, f_y)e^{2i\pi f_x b}$$



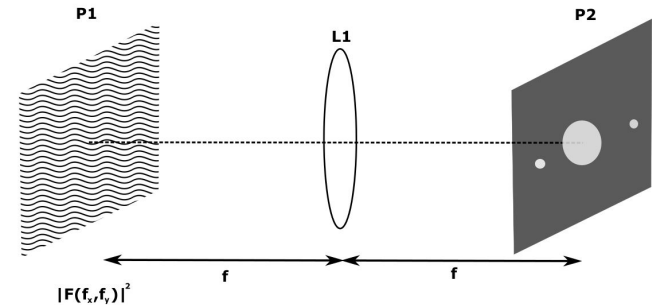
# El correlador de transformada conjunta

Si registramos la intensidad en el plano de salida, tenemos que

$$|F(f_x, f_y)|^2 = |G_1(f_x, f_y)|^2 + |G_2(f_x, f_y)|^2 + G_1(f_x, f_y)G_2^*(f_x, f_y)e^{-4i\pi f_x b} + G_1^*(f_x, f_y)G_2(f_x, f_y)e^{-4i\pi f_x b}$$

A esta intensidad se le conoce como espectro de potencias conjunto, y contiene la información de la convolución entre las funciones  $g_1$  y  $g_2$ . Para obtener esta información, usamos una TF.

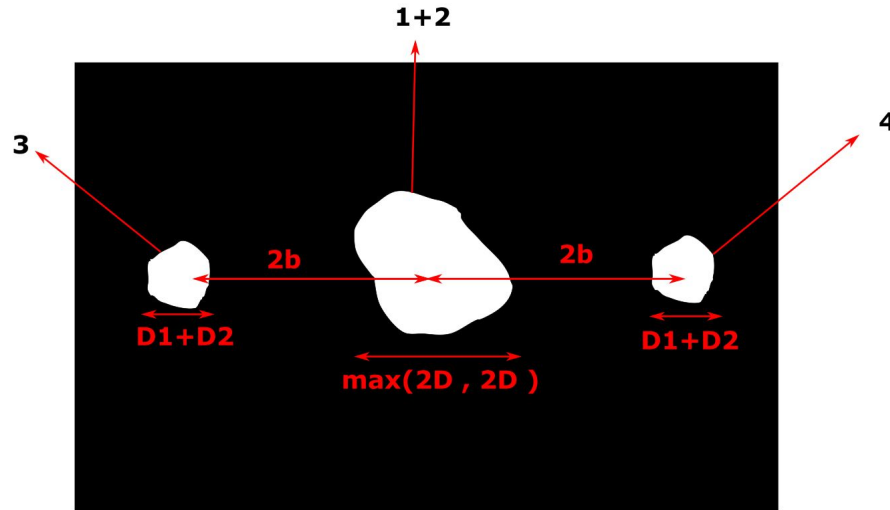
Finalmente el plano de salida es



$$f(-x, -y) \otimes f^*(-x, -y) = g_1(-x, -y) \otimes g_1^*(-x, -y) + g_2(-x, -y) \otimes g_2^*(-x, -y) + g_1(-x, -y) \otimes g_2^*(-x, -y) \otimes \delta(x - 2b, y) + g_1^*(-x, -y) \otimes g_2(-x, -y) \otimes \delta(x + 2b, y)$$



# El correlador de transformada conjunta



En el plano de salida obtenemos 4 términos. En el centro, con una extensión igual al máximo entre el doble del soporte de  $g_1$  y de  $g_2$ , tendremos la suma de las autocorrelaciones de estas funciones (términos 1 y 2). A una distancia  $2b$  del centro tendremos la correlación de  $g_1$  con el complejo conjugado de  $g_2$  y a  $-2b$  la de  $g_2$  con el complejo conjugado de  $g_1$ .

# Restricciones y ventajas de los sistemas JTC

- El JTC da lugar a términos adicionales y no produce la correlación directa entre las funciones, sino entre una función y el complejo conjugado. Una de las funciones debe ser invertida respecto a su centro para lograr la convolución directa.
- Para la simulación se requiere un espacio extenso, en general igual o superior a  $D1+D2+4B$ . Adicionalmente, para evitar superposición,  $2B > \max(D1, D2) + D1/2 + D2/2$ .
- Para realizar filtrado usando un JTC una de las ventanas debe ser la función respuesta al impulso, en lugar de la función de transferencia usada en un 4F.
- El plano de salida del JTC es de intensidad, facilitando su registro.
- No requiere alineación cuidadosa como el 4F.
- Puede implementarse de forma optodigital.

# Aplicaciones de los correladores

- Filtrado espectral
  - Filtros paso bajo, paso alto y paso banda
  - Filtros de fase (redes, enfoque y otros)
- Reconocimiento de patrones
- Filtrado convolutivo
  - Kernels
  - Reparación de imágenes.

# Filtros espectrales

Podemos definir funciones de transferencia complejas e insertarlas en un 4F, o calcular la función respuesta al impulso y usarlas en un JTC.

- Filtro paso bajo: función rect o circ centrada en el plano frecuencial que solo deja pasar frecuencias inferiores a una frecuencia de corte.

- Filtro paso alto:  $1-H_b$ , donde  $H_b$  es un filtro paso bajo. Deja pasar todas las frecuencias mayores a la de corte.


- Filtro pasa banda: Función que es 0 en todo el plano frecuencial menos en una región definida, donde se hace 1.






- Filtros complejos: El tilt, las redes de fase, las fases esféricas, se puede considerar filtros de fase que al operar sobre el plano de frecuencias causan cambios en la reconstrucción.

# Reconocimiento de patrones

La correlación de dos funciones será máxima donde haya mayor coincidencia entre ellas. Si en un JTC la función  $g_1(x,y)$  es una imagen, y la  $g_2(x,y)$  es una sección que quiero encontrar dentro de esa imagen, el punto de máximo valor en los términos de correlación (3 y 4) me dirá donde se halla  $g_2$  en  $g_1$ .

# Filtros convolutivos

Operation	Kernel $w$	Image result $g(x,y)$
Identity	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	

Sharpen	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	
Box blur (normalized)	$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	
Gaussian blur $3 \times 3$ (approximation)	$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	
Gaussian blur $5 \times 5$ (approximation)	$\frac{1}{256} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$	
Unsharp masking $5 \times 5$ Based on Gaussian blur with amount as 1 and threshold as 0 (with no image mask)	$\frac{-1}{256} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & -476 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$	

Edge detection	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	

Son funciones respuesta al impulso específicas, que al correlacionarse con una función permiten distintas operaciones. Muy usados en manipulación de imágenes debido a su simpleza. En este contexto a estos filtros se les llama kernel, matriz de convolución o máscara

# Restauración de imágenes

Una imagen degradada se puede representar como

$$o_d(x, y) = o(x, y) \otimes s(x, y)$$

donde  $s(x, y)$  es una función respuesta al impulso que da cuenta de la degradación y  $o(x, y)$  es la imagen ideal. La TF de esta imagen degradada seria

$$O_d(f_x, f_y) = O(f_x, f_y)S(f_x, f_y)$$

Si defino un filtro tal que su función de transferencia sea

$$H(f_x, f_y) = \frac{1}{S(f_x, f_y)}$$

Aplicando este filtro obtendría la TF de la imagen ideal

$$O_d(f_x, f_y)H(f_x, f_y) = \frac{O(f_x, f_y)S(f_x, f_y)}{S(f_x, f_y)} = O(f_x, f_y)$$

# Restauración de imágenes

Al filtro  $H$  se le llama filtro inverso, y es la base de las operaciones de restauración de imágenes. Si puedo determinar la forma aproximada de  $s(x,y)$ , puedo hallar  $H$ . Si deseo la función respuesta al impulso correspondiente al filtro inverso, solo debo realizar la FT.

-Problema: muchas “degradaciones”  $S(f_x, f_y)$  no tienen filtro inverso asociado (o este presenta singularidades).

-Si  $s(x,y)$  tiene un soporte muy limitado su ancho de banda puede ser muy grande o incluso infinito, lo que impide obtener un filtro inverso adecuado.

Para solucionar este problema, se recomienda usar un espacio muy extenso para el calculo de  $S(f_x, f_y)$  a partir de  $s(x,y)$ .

Para evitar singularidades en el filtro inverso, usar

$$H(f_x, f_y) = \frac{S(f_x, f_y)}{|S(f_x, f_y)|^2 + c}$$

Donde  $c$  es un valor distinto de 0 que evita las singularidades en el filtro inverso.